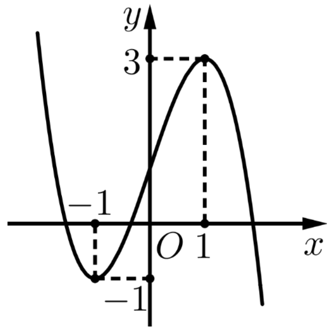
PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 01 – MÃ ĐỀ: 101

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx = e^x + 2x^2 + C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx = e^x - x^2 + C$.

C. $\int f\left(x\right)dx = e^x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx = e^x + x^2 + C$.

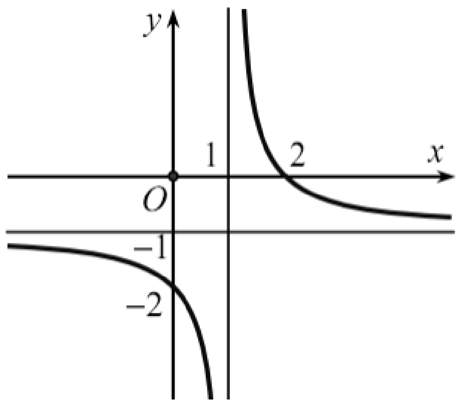
Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$ là :

A. $\{0\}$ **B.** $\{0;1\}$ **C.** $\{-1;0\}$ **D.** $\{1\}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;-2\right)$ và $B\left(2;2;1\right)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $\left(-1;-1;-3\right)$ **B.** $\left(3;1;1\right)$ **C.** $\left(1;1;3\right)$ **D.** $\left(3;3;-1\right)$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = -2$. **B.** $y = 2$.

C. $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

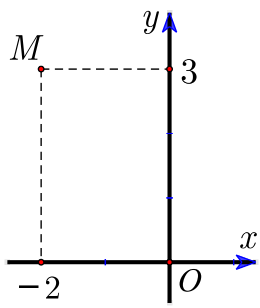
Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $\left(1;2\right)$.. **B.** $\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1;2\right\}$. **D.** $\left(-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(1;-2;1\right)$?

A. $\overrightarrow{u_1}\left(1;1;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}\left(1;2;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}\left(0;1;0\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}\left(1;-2;1\right)$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



A. $3+2i$. **B.** $2-3i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $3-2i$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I\left(2;1;-2\right)$ bán kính $R=2$ là:

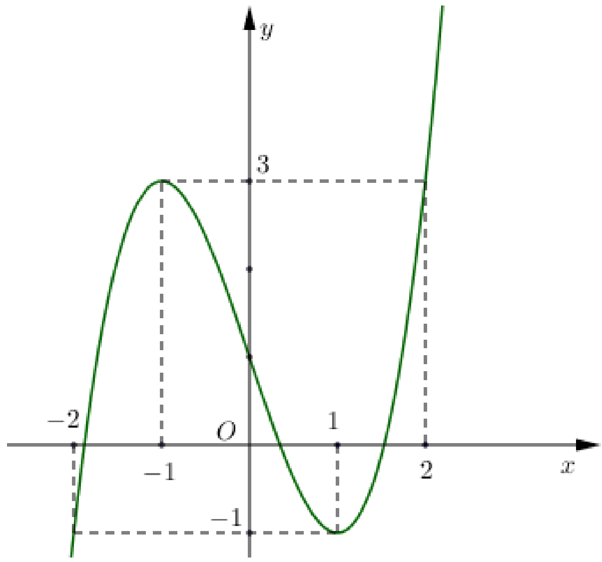
A. $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-2\right)^2=2^2$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z+5=0$. **D.** $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=2$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^8$ bằng

A. $\frac{1}{8}\log_3 a$. **B.** $8\log_3 a$. **C.** $8-\log_3 a$. **D.** $8+\log_3 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là 8, chiều cao là 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 16. **B.** 36. **C.** 24. **D.** 48.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 3$ là

A. $(\log_3 2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(\log_2 3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_2 3)$.

Câu 15: Hàm sô nào dưới đây đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{2}{5}} x$. **C.** $y = \ln x$. **D.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - y + 2z - 3 = 0$. Vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;1;-2)$. **B.** $\vec{n} = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;-3)$. **D.** $\vec{n} = (-1;2;-3)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2023]$, $f(1) = 1$ và $f(2023) = 2$. Tích phân $I = \int\limits_1^{2023} f'(x)dx$ bằng

A. 2022. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 2.

Câu 19: Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int\limits_5^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 10. **D.** -3.

Câu 20: Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $SABCD$

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 - 5i$. **B.** $-2 - 6i$. **C.** $4 - 6i$. **D.** $-2 + 2i$.

Câu 22: Một hình nón có diện tích xung quang bằng 40π và bán kính đáy $r = 5$ thì có độ dài đường sinh bằng

A. 4. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** 8π

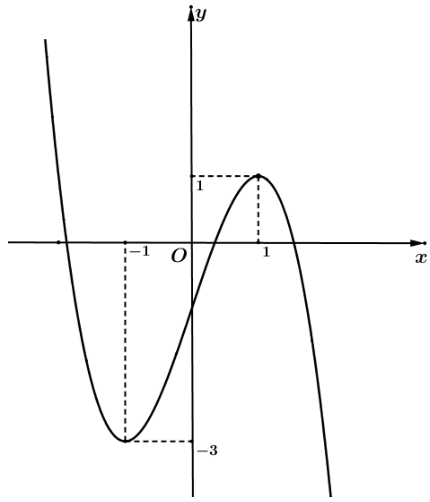
Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 người Việt Nam, 5 người Pháp và 2 người Mỹ ngồi lên một chiếc ghế dài gồm 11 vị trí?. Biết những người cùng quốc tịch phải ngồi gần nhau.

A. 5760. **B.** 45602. **C.** 1640. **D.** 34560.

Câu 24: Cho $\int \ln x\,\mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \ln x$. **B.** $F'(x) = \dfrac{2}{x^2}$. **C.** $F'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x) = \dfrac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 26: Cho khối trụ có chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích $V = 27\pi$. Tính chiều cao h của khối trụ đó.

A. $h = 3$. **B.** $h = 3\sqrt[3]{2}$. **C.** $h = 3\sqrt{3}$. **D.** $h = 3\sqrt[3]{3}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$.

A. $\overline{z} = -3+i$. **B.** $\overline{z} = 3+i$. **C.** $\overline{z} = 3-i$. **D.** $\overline{z} = -3-i$.

Câu 29: Cho số phức $z = 2-3i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** $-12i$. **D.** -12.

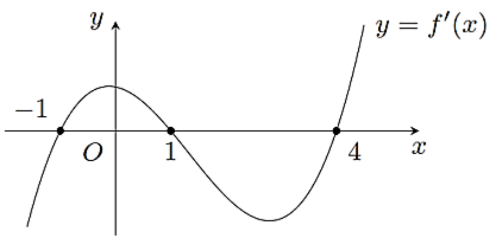
Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng DD' và $A'B$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cánh từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 33: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số thứ tự từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên bi đó với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số chẵn bằng

A. $\frac{17}{33}$. **B.** $\frac{16}{33}$. **C.** $\frac{19}{33}$. **D.** $\frac{23}{33}$.

Câu 34: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[3f(x) - 2\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $P = 13$. **B.** $P = 17$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 3$.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 7$ bằng

A. -2. **B.** -7. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 36: Với a,b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln\left(a^2b^4\right)$ bằng

A. $2\ln a + 4\ln b$. **B.** $2\ln|a| + 4\ln|b|$. **C.** $4\ln a + 2\ln b$. **D.** $4(\ln|a| + \ln|b|)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz là :

A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 16$. **B.** $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

C. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$. **D.** $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-2)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

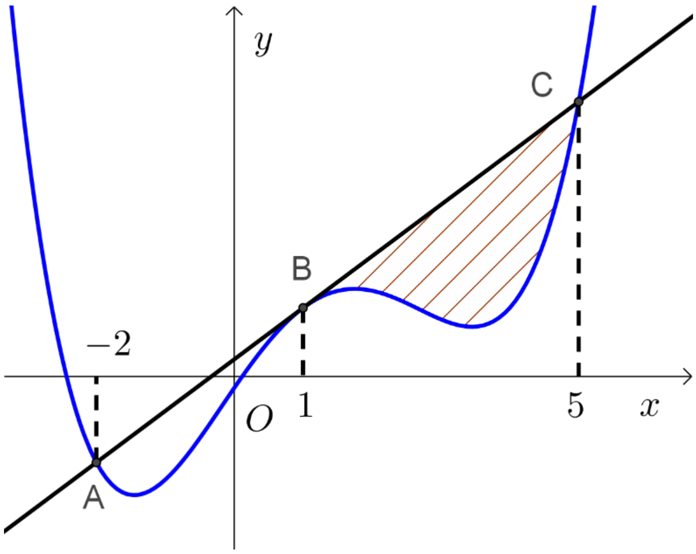
Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(\frac{a^3}{b}\right).\log_a(ab) - \log_a\left(a^9b^3\right) = 0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;5)$?

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 2020. **D.** 2019.

Câu 41: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Đường thẳng $d: y=kx+\frac{1}{4}$ có đúng ba điểm chung với (C) là A,B,C và $BC-AB=\frac{5}{4}$. Biết diện tích hình phẳng S là $\frac{24}{5}$. Giá trị của $\int_{-2}^{1} f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** $-\frac{321}{160}$. **C.** $-\frac{161}{80}$. **D.** $-\frac{159}{160}$.

Câu 42: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+\mathrm{w}|=\sqrt{10}, |2z+\mathrm{w}|=\sqrt{17}$ và $|\overline{z}-3\overline{\mathrm{w}}|=\sqrt{146}$. Tính giá trị của biểu thức $P=z.\overline{\mathrm{w}}+\overline{z}.\mathrm{w}$.

A. $P=-14$. **B.** $P=14$. **C.** $P=16$. **D.** $P=-8$.

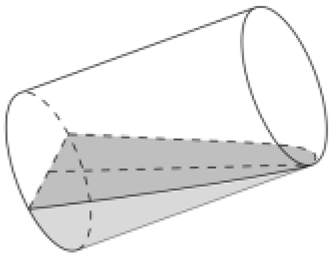
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC}=60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60^0. Thể tích lăng trụ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N). Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A. $T=24$. **B.** $T=12$. **C.** $T=36$. **D.** $T=18$.

Câu 45: Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy $6cm$,chiều cao $15cm$ chứa đầy nước. Nghiêng cốc nước cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy. Khi đó thể tích của nước còn lại trong cốc bằng



A. $90cm^3$. **B.** $70cm^3$. **C.** $80cm^3$. **D.** $100cm^3$.

Câu 46: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $\log_2\dfrac{x^2+2x+2}{y^2-y+1}+2x^2-y^2+4x+y+4=0$. Khi biểu thức $P=-3x^2+y^2+2x-y+1$ đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị của biểu thức $T=6y-x$

A. $-3\sqrt{133}$. **B.** $3\sqrt{133}$. **C.** $-6\sqrt{133}$. **D.** $6\sqrt{133}$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1|+|z^2-z+4|$. Tính giá trị của biểu thức M^2-m^2

A. 45. **B.** 384. **C.** 85. **D.** 115.

Câu 48: Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, trục bé bằng 6 dm. Hỏi thùng gỗ này đựng được bao nhiêu lít rượu?

A. $\dfrac{1516\pi}{25}$. **B.** $\dfrac{1416\pi}{25}$. **C.** $\dfrac{1316\pi}{25}$. **D.** $\dfrac{1616\pi}{25}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2-82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f(x^4-18x^2+m)$ có đúng 7 cực trị?

A. 83. **B.** vô số **C.** 80. **D.** 81.

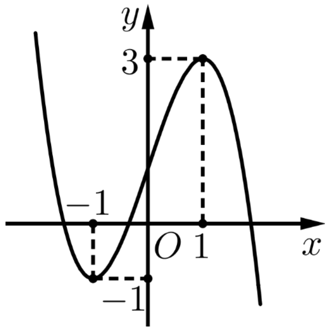
Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx = e^x + 2x^2 + C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx = e^x - x^2 + C$.

C. $\int f\left(x\right)dx = e^x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx = e^x + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn D

Có: $\int f\left(x\right)dx = \int\left(e^x + 2x\right)dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$ là :

A. $\{0\}$ **B.** $\{0;1\}$ **C.** $\{-1;0\}$ **D.** $\{1\}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;-2\right)$ và $B\left(2;2;1\right)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

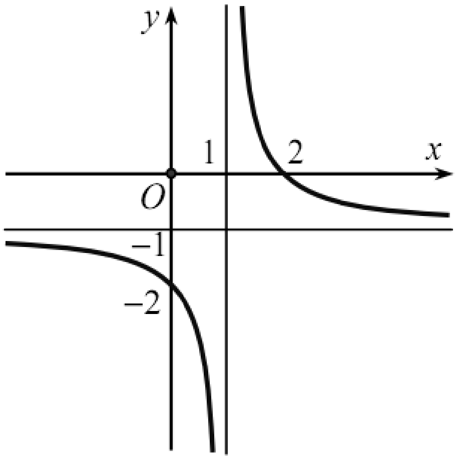
A. $\left(-1;-1;-3\right)$ **B.** $\left(3;1;1\right)$ **C.** $\left(1;1;3\right)$ **D.** $\left(3;3;-1\right)$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = \left(2-1;2-1;1-\left(-2\right)\right)$ hay $\overrightarrow{AB} = \left(1;1;3\right)$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=-1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=1$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có bảng biến thiên như trên, trong 4 đáp án đã cho phải là hàm bậc ba với $a>0$.

Do đó ta chọn đáp án **D.**

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $(1;2)$.. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **D.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right.$

Tập xác định $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

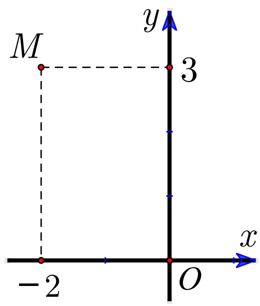
A. $\overrightarrow{u_1}(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$ nhận $\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)=\overrightarrow{u_4}$ là một vectơ chỉ phương.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



A. $3+2i$. **B.** $2-3i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Điểm $M(-2;3)$ biểu thị cho số phức $z=-2+3i$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ bán kính $R=2$ là:

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2^2$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z+5=0$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ bán kính $R=2$ có hai dạng:

Chính tắc: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2^2$

Tổng quát: $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

Vậy đáp án đúng là **B.**

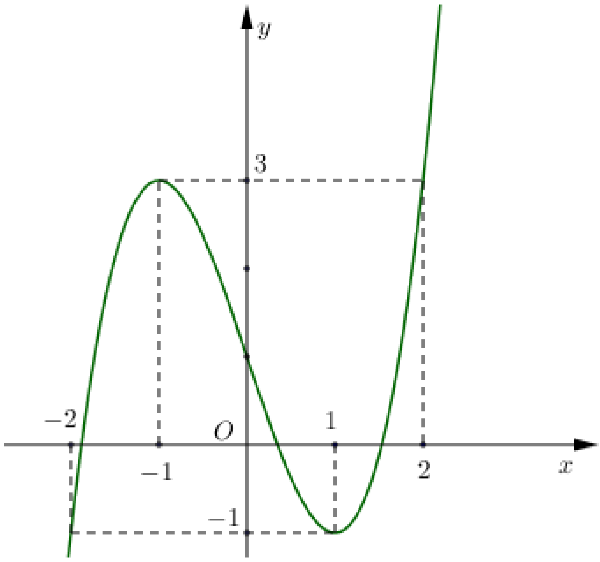
Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^8$ bằng

A. $\frac{1}{8}\log_3 a$. **B.** $8\log_3 a$. **C.** $8-\log_3 a$. **D.** $8+\log_3 a$.

Lời giải

Ta có $\log_3 a^8=8\log_3 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là 8, chiều cao là 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 16. **B.** 36. **C.** 24. **D.** 48.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ: $V = Bh = 8 \times 6 = 48$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 3$ là

A. $(\log_3 2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(\log_2 3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_2 3)$.

Lời giải

$2^x < 3 \Leftrightarrow x < \log_2 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 3$ là $(-\infty; \log_2 3)$.

Câu 15: Hàm sô nào dưới đây đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{2}{5}} x$. **C.** $y = \ln x$. **D.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

Lời giải

Vì hàm số lôgarit $y = \log_a x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi cơ số a thỏa mãn $a > 1$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - y + 2z - 3 = 0$. Vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;1;-2)$. **B.** $\vec{n} = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;-3)$. **D.** $\vec{n} = (-1;2;-3)$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

Suy ra một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-1;2)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Xét phương trình $f'(x)=0$

$$\Leftrightarrow f'(x)=(x+2)(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2023]$, $f(1)=1$ và $f(2023)=2$. Tích phân $I=\int\limits_1^{2023}f'(x)dx$ bằng

A. 2022. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 2.

Lời giải

$$I=\int\limits_1^{2023}f'(x)dx=f(x)\Big|_1^{2023}=f(2023)-f(1)=1.$$

Câu 19: Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int\limits_5^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 10. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=5-2=3\Rightarrow\int\limits_5^2 f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-3.$$

Câu 20: Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $SABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

Lời giải

$$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 - 5i$. **B.** $-2 - 6i$. **C.** $4 - 6i$. **D.** $-2 + 2i$.

Lời giải

Ta có $z_1 + z_2 = -2 + 2i$

Câu 22: Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 40π và bán kính đáy $r = 5$ thì có độ dài đường sinh bằng

A. 4. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** 8π

Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi rl \Rightarrow 40\pi = \pi rl \Rightarrow l = 8$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 người Việt Nam, 5 người Pháp và 2 người Mỹ ngồi lên một chiếc ghế dài gồm 11 vị trí?. Biết những người cùng quốc tịch phải ngồi gần nhau.

A. 5760. **B.** 45602. **C.** 1640. **D.** 34560.

Lời giải

Xếp 4 người Việt Nam có $4!$ cách.

Xếp 5 người Pháp có $5!$ cách.

Xếp 2 người Mỹ có $2!$ cách.

Xếp vị trí cho người Việt Nam, Pháp, Mỹ có $3!$ cách.

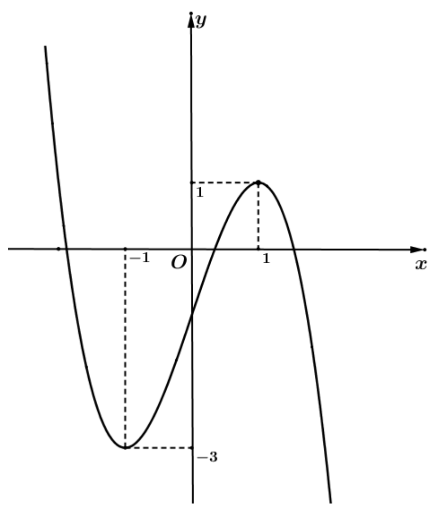
Vậy có $4!.5!.2!.3! = 34560$ cách.

Câu 24: Cho $\int \ln x \, dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \ln x$. **B.** $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. **C.** $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x) = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Câu 25: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 26: Cho khối trụ có chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích $V = 27\pi$. Tính chiều cao h của khối trụ đó.

A. $h = 3$. **B.** $h = 3\sqrt[3]{2}$. **C.** $h = 3\sqrt{3}$. **D.** $h = 3\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi h^3 = 27\pi$ suy ra $h = 3$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có (u_n) là cấp số cộng nên $u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 6 - 2 = 4$.

Câu 28: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$.

A. $\overline{z} = -3 + i$. **B.** $\overline{z} = 3 + i$. **C.** $\overline{z} = 3 - i$. **D.** $\overline{z} = -3 - i$.

Lời giải

Ta có $z = i(3i+1) = -3 + i \Rightarrow \overline{z} = -3 - i$.

Câu 29: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

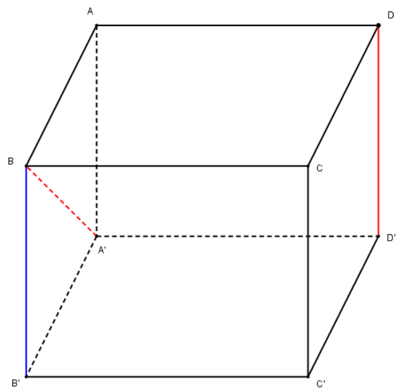
A. $-6i$. **B.** -6. **C.** $-12i$. **D.** -12.

Lời giải

Ta có $z^2 = (2-3i)^2 = 4 - 12i + 9i^2 = -5 - 12i$. Vậy phần ảo của số phức z^2 bằng -12.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng DD' và $A'B$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.



Lời giải

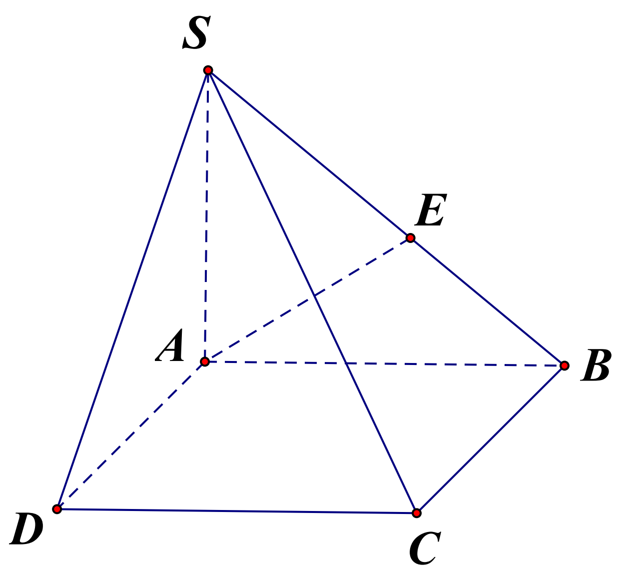
Theo tính chất hình lập phương ta có $DD' \,//\, BB'$ nên

$$(A'B, DD') = (A'B, BB') = \widehat{A'BB'} = 45°$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cánh từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Do $AD//(SBC) \Rightarrow d(D,(SBC)) = d(A,(SBC))$

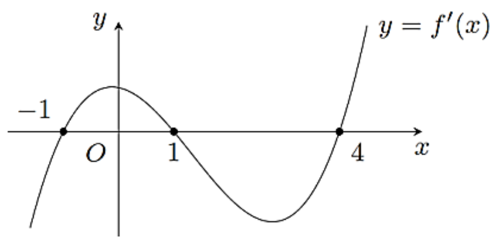
Kẻ $AE \perp SB(E \in SB)$.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp AE \Rightarrow AE \perp (SBC)$.

$\Rightarrow d(A,(SBC)) = AE$.

Ta có $AE = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \Rightarrow d(D,(SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;4)$.

Câu 33: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số thứ tự từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên bi đó với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số chẵn bằng

A. $\frac{17}{33}$. **B.** $\frac{16}{33}$. **C.** $\frac{19}{33}$. **D.** $\frac{23}{33}$.

Lời giải

Xét phép thử ngẫu nhiên: "Chọn 3 viên bi trong 11 viên bi"

Không gian mẫu có số phần tử là: $n(\Omega) = C_{11}^3$.

Gọi A là biến cố: "Tổng các số trên 3 viên bi là số chẵn"

TH1: 3 viên bi được chọn đều được đánh số chẵn, có C_5^3 cách chọn

TH2: 3 viên bi được chọn có 2 viên được đánh số lẻ và 1 viên được đánh số chẵn, có $C_6^2.C_5^1$

Ta có: $n(A) = C_5^3 + C_6^2.C_5^1$

Vậy xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^3 + C_6^2.C_5^1}{C_{11}^3} = \frac{17}{33}$.

Câu 34: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = 5$. Tính $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[3f(x) - 2\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $P = 13$. **B.** $P = 17$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[3f(x) - 2\sin x\right]\mathrm{d}x = 3\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,\mathrm{d}x = 3.5 + 2.\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 15 - 2 = 13$

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 7$ bằng

A. -2. **B.** -7. **C.** 9. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$f'(x) = -4x^3 + 16x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	9	$\searrow$	-7	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 9.

Câu 36: Với a,b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln\left(a^2b^4\right)$ bằng

A. $2\ln a+4\ln b$. **B.** $2\ln|a|+4\ln|b|$. **C.** $4\ln a+2\ln b$. **D.** $4\left(\ln|a|+\ln|b|\right)$.

Lời giải

Chọn B

$\ln\left(a^2b^4\right)=\ln a^2+\ln b^4=2\ln|a|+4\ln|b|$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz là :

A. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên trục Oz, suy ra $H(0;0;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{HI}=(3;4;0)$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc trục Oz có bán kính:

$R=d(I,Oz)=HI=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=5$.

Suy ra phương trình mặt cầu: $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-2)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=1-t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-1+t\\z=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1-t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua $A(3;1;-2)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Phương trình tham số đường thẳng d là: $\begin{cases}x=3+2t\\y=1-t\\z=-2+t\end{cases}$

Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(\frac{a^3}{b}\right).\log_a(ab)-\log_a\left(a^9b^3\right)=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a^2\left(\frac{a^3}{b}\right).\log_a(ab)-\log_a\left(a^9b^3\right)=0 \Leftrightarrow (3-\log_a b)^2(\log_a b+1)-(9+3\log_a b)=0$.

Đặt $t=\log_a b;\ t\neq 0$. Ta có phương trình

$(3-t)^2(t+1)-(9+3t)=0 \Leftrightarrow (t^2-6t+9)(t+1)-(9+3t)=0$

$\Leftrightarrow t^3+t^2-6t^2-6t+9t+9-(9+3t)=0 \Leftrightarrow t^3-5t^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\ (L) \\ t=5 \end{array}\right.$.

Vậy $\log_a b=5 \Leftrightarrow \log_b a=\frac{1}{5}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{2x^2+2x-1-5m}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;5)$?

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 2020. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\frac{2x^2-4mx+3m+1}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;5)$

$\Leftrightarrow y'=\frac{2x^2-4mx+3m+1}{(x-m)^2}\leq 0\forall x\in(1;5)$

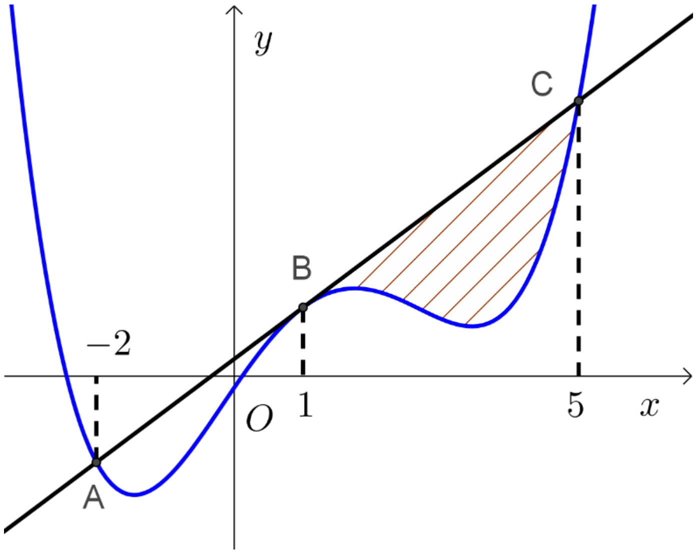
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-4mx+3m+1\leq 0\forall x\in(1;5) \\ m\notin(1;5) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m+3\leq 0 \\ -17m+51\leq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ m\geq 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 3 \\ m\geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ m\geq 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\geq 5$

Do nguyên dương bé hơn 2024 nên $5\leq m\leq 2023$.

Vậy có tất cả 2019 giá trị.

Câu 41: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Đường thẳng $d: y=kx+\frac{1}{4}$ có đúng ba điểm chung với (C) là A,B,C và $BC-AB=\frac{5}{4}$. Biết diện tích hình phẳng S là $\frac{24}{5}$. Giá trị của $\int_{-2}^{1} f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** $-\frac{321}{160}$. **C.** $-\frac{161}{80}$. **D.** $-\frac{159}{160}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình giao điểm của (C) và d là:

$$f(x)-g(x)=a(x+2)(x-1)^2(x-5)$$

Theo giả thiết, ta có: $S=\frac{24}{5} \Leftrightarrow -a\int_{1}^{5}(x+2)(x-1)^2(x-5)dx=\frac{24}{5} \Leftrightarrow a=\frac{1}{24}$

$$\Rightarrow f(x)=g(x)+\frac{1}{24}(x+2)(x-1)^2(x-5)=kx+\frac{1}{4}+\frac{1}{24}(x+2)(x-1)^2(x-5)$$

* Gọi $A\left(-2;\frac{1}{4}-2k\right), B\left(1;\frac{1}{4}+k\right), C\left(5;\frac{1}{4}+5k\right)$

$$BC-AB=\frac{5}{4} \Leftrightarrow \sqrt{4^2+(4k)^2}-\sqrt{3^2+(3k)^2}=\frac{5}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=\frac{3}{4} \\ k=-\frac{3}{4} \end{array}\right.$$

Đường thẳng nằm ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba nên hệ số góc là dương nên ta chọn $k=\frac{3}{4}$

Vậy $f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}+\frac{1}{24}(x+2)(x-1)^2(x-5)$

Và $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx = -\dfrac{321}{160}$.

Câu 42: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+\mathrm{w}| = \sqrt{10}$, $|2z+\mathrm{w}| = \sqrt{17}$ và $|\bar{z} - 3\bar{\mathrm{w}}| = \sqrt{146}$. Tính giá trị của biểu thức $P = z.\bar{\mathrm{w}} + \bar{z}.\mathrm{w}$.

A. $P = -14$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = -8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :

$$\begin{cases} |z+\mathrm{w}| = \sqrt{10} \\ |2z+\mathrm{w}| = \sqrt{17} \\ |\bar{z} - 3\bar{\mathrm{w}}| = \sqrt{146} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (z+\mathrm{w})(\bar{z}+\bar{\mathrm{w}}) = 10 \\ (2z+\mathrm{w})(2\bar{z}+\bar{\mathrm{w}}) = 17 \\ (z-3\mathrm{w})(\bar{z}-3\bar{\mathrm{w}}) = 146 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z|^2 + |\mathrm{w}|^2 + (z.\bar{\mathrm{w}} + \bar{z}.\mathrm{w}) = 10 \\ 4|z|^2 + |\mathrm{w}|^2 + 2(z.\bar{\mathrm{w}} + \bar{z}.\mathrm{w}) = 17 \\ |z|^2 + 9|\mathrm{w}|^2 - 3(z.\bar{\mathrm{w}} + \bar{z}.\mathrm{w}) = 146 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z|^2 = 5 \\ |\mathrm{w}|^2 = 13 \\ z.\bar{\mathrm{w}} + \bar{z}.\mathrm{w} = -8 \end{cases}.$$

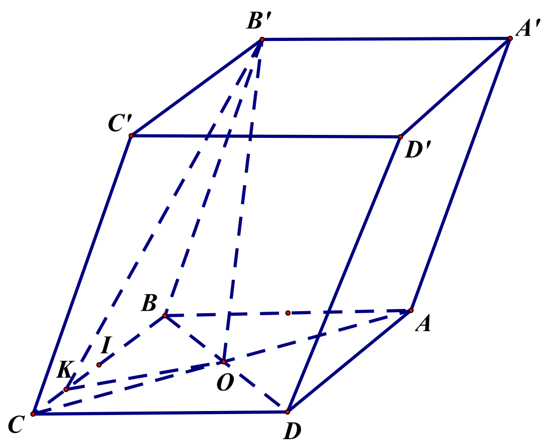
Vậy $P = -8$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60^0. Thể tích lăng trụ bằng

A. $\dfrac{16a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC có $AB = BC = 2a, \widehat{ABC} = 60°$ $\Rightarrow \Delta ABC$ đều cạnh $2a$

$\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{3}a^2 \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3}a^2$.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

Gọi K là trung điểm của CI $\Rightarrow OK \,//\, AI$ và $OK = \frac{1}{2}AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\begin{cases} AI \perp BC \\ AI \,//\, OK \end{cases} \Rightarrow OK \perp CB$.

$\widehat{\left((BCC'B'),(ABCD)\right)} = \widehat{\left(B'K,OK\right)} = \widehat{B'KO} = 60°$.

Tam giác $B'OK$ vuông tại O: $B'O = OK.\tan\widehat{B'KO} = \frac{3a}{2}$.

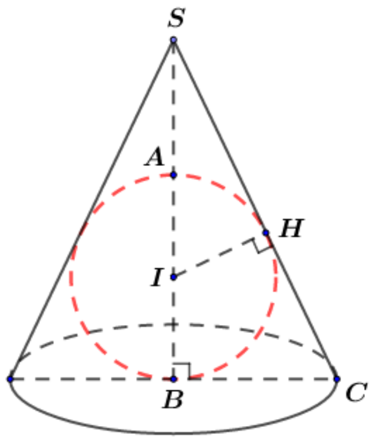
$V_{ABCD.A'B'C'D'} = B'O.S_{ABCD} = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N). Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

A. $T = 24$. **B.** $T = 12$. **C.** $T = 36$. **D.** $T = 18$.

Lời giải

Chọn B



Gọi chiều cao khối chóp $SB = h$ $(h > 0)$ và bán kính đường tròn đáy $BC = R$.

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h$ (1)

$\overrightarrow{AB} = (4;4;2) \Rightarrow AB = 6$.

Xét mặt cầu có đường kính AB: ta có bán kính là $r = \frac{AB}{2} = 3$ và tâm $I(4;3;4)$.

Vì ΔSHI đồng dạng với ΔSBC $\Leftrightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{IH}{BC} \Leftrightarrow \frac{h-3}{\sqrt{h^2+R^2}} = \frac{3}{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{(h-3)^2}{h^2+R^2}=\frac{9}{R^2} \Leftrightarrow R^2\left[(h-3)^2-9\right]=9h^2 \Leftrightarrow R^2=\frac{9h^2}{h^2-6h}\ (2).$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$V=\frac{1}{3}\pi.\frac{9h^2}{h^2-6h}.h=3\pi.\frac{h^2}{h-6} \quad \text{với } h>6.$$

Xét $V'=3\pi.\dfrac{2h(h-6)-h^2}{(h-6)^2}=3\pi.\dfrac{h^2-12h}{(h-6)^2}$.

Ta được BBT như sau:

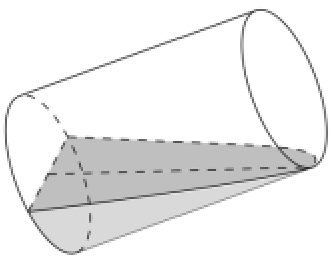
h	$-\infty$		0		6		12		$+\infty$
V'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
V		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy $V_{\min}$ khi $SB=h=12 \Rightarrow A$ là trung điểm của $SB \Rightarrow S(-2;-3;1)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua S, vuông góc với AB nên có 1 VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(4;4;2)$ hay $\vec{n}=(2;2;1)$. Nên ta có $(P): 2(x+2)+2(y+3)+z-1=0 \Leftrightarrow (P): 2x+2y+z+9=0$

Suy ra: $T=b+c+d=2+1+9=12$.

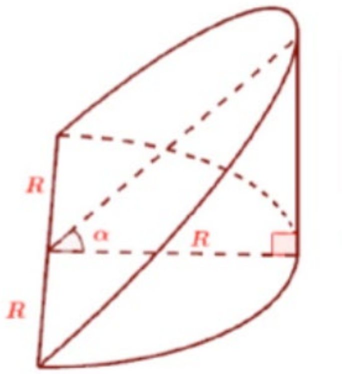
Câu 45: Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy $6cm$,chiều cao $15cm$ chứa đầy nước. Nghiêng cốc nước cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy. Khi đó thể tích của nước còn lại trong cốc bằng



A. $90cm^3$. **B.** $70cm^3$. **C.** $80cm^3$. **D.** $100cm^3$.

Lời giải

Chọn A



Chọn trục Ox trùng với đường kính.

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(-R\le x\le R\right)$ là một tam giác vuông có độ dài 2 cạnh góc vuông là $\sqrt{R^2-x^2}$ và $\sqrt{R^2-x^2}.\tan\alpha$

Khi đó, diện tích thiết diện là: $S\left(x\right)=\frac{1}{2}\sqrt{R^2-x^2}.\sqrt{R^2-x^2}.\tan\alpha=\frac{1}{2}\left(R^2-x^2\right)\tan\alpha$

Gọi h là chiều cao của cốc nước. Khi đó: $R=3cm$, $h=15cm$

Thể tích khối nước còn lại trong cốc là:

$$V=2.\int_0^R S\left(x\right)\mathrm{d}x=2.\frac{1}{2}\tan\alpha\int_0^R\left(R^2-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}.R^3.\tan\alpha=\frac{2}{3}.3^3.\frac{15}{3}=90cm^3.$$

Câu 46: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $\log_2\frac{x^2+2x+2}{y^2-y+1}+2x^2-y^2+4x+y+4=0$. Khi biểu thức $P=-3x^2+y^2+2x-y+1$ đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị của biểu thức $T=6y-x$

A. $-3\sqrt{133}$. **B.** $3\sqrt{133}$. **C.** $-6\sqrt{133}$. **D.** $6\sqrt{133}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2\frac{x^2+2x+2}{y^2-y+1}+2x^2-y^2+4x+y+4=0$, $\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2+2x+2\right)-\log_2\left(y^2-y+1\right)+2x^2-y^2+4x+y+4=0$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2+2x+2\right)+2x^2+4x+5=\log_2\left(y^2-y+1\right)+\left(y^2-y+1\right)$

$\Leftrightarrow\log_2\left(2x^2+4x+4\right)+\left(2x^2+4x+4\right)=\log_2\left(y^2-y+1\right)+\left(y^2-y+1\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\log_2 t+t$, $t\in\left[1;+\infty\right)$.

$f'\left(t\right)=\frac{1}{t.\ln 2}+1>0$, $\forall t\ge1$. Suy ra hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Mà $(*) \Leftrightarrow f\left(2x^2+4x+4\right)=f\left(y^2-y+1\right) \Leftrightarrow 2x^2+4x+4=y^2-y+1$

$\Leftrightarrow 2x^2+4x+3=y^2-y$.

Khi đó $P=-3x^2+y^2+2x-y+1=-x^2+6x+4=13-\left(x^2-6x+9\right)=13-(x-3)^2 \le 13$.

Suy ra $P_{\max}=13$ đạt được khi $x=3$ và $y=\dfrac{1+\sqrt{133}}{2}$.

Vậy $T=6y-x=6.\dfrac{1+\sqrt{133}}{2}-3=3\sqrt{133}$

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1|+\left|z^2-z+4\right|$. Tính giá trị của biểu thức M^2-m^2

A. 45. **B.** 384. **C.** 85. **D.** 115.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

Ta có: $|z|=2 \Leftrightarrow |z|^2=4 \Leftrightarrow z.\overline{z}=4$

Đặt $t=|z+1|$.

Vì $|z|-1\le|z+1|\le|z|+1 \Rightarrow t\in[1;3]$

Ta có: $t^2=|1+z|^2=(1+z).\left(\overline{1+z}\right)=(1+z)\left(1+\overline{z}\right)=1+\overline{z}+z+z.\overline{z}=5+2x \Rightarrow x=\dfrac{t^2-5}{2}$

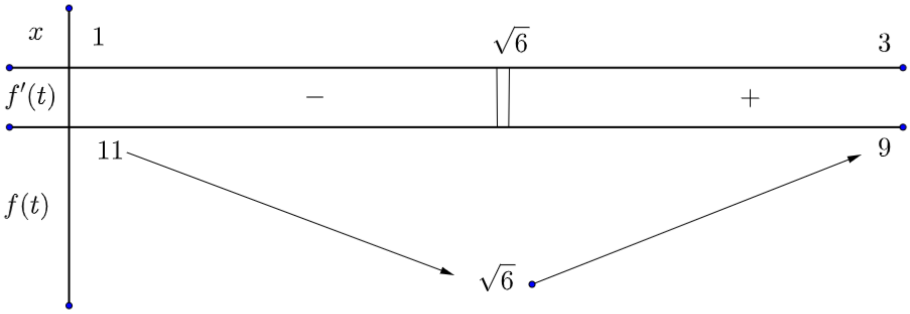
$\Rightarrow \left|z^2-z+4\right|=\left|z^2-z+z.\overline{z}\right|=|z|\left|z-1+\overline{z}\right|=2\sqrt{(2x-1)^2}=2\left|t^2-6\right|$

Xét hàm số $f(t)=t+2\left|t^2-6\right|$ với $t\in[1;3]$

Ta có: $f(t)=\begin{cases}2t^2+t-12 & \text{khi } \sqrt{6}\le t\le 3\\ -2t^2+t+12 & \text{khi } 1\le t<\sqrt{6}\end{cases}$

$\Rightarrow f'(t)=\begin{cases}4t+1 & \text{khi } \sqrt{6}<t\le 3\\ -4t+1 & \text{khi } 1\le t<\sqrt{6}\end{cases}$; $f'(t)=0$

BBT:

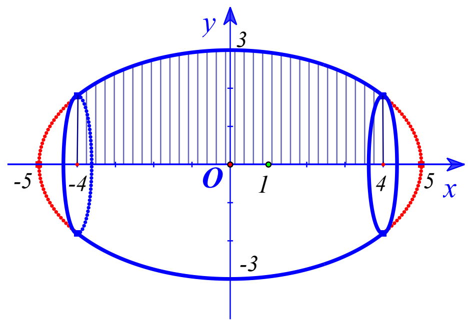


Vậy: $M-m=11^2-\left(\sqrt{6}\right)^2=115$

Câu 48: Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, trục bé bằng 6 dm. Hỏi thùng gỗ này đựng được bao nhiêu lít rượu?

A. $\dfrac{1516\pi}{25}$. **B.** $\dfrac{1416\pi}{25}$. **C.** $\dfrac{1316\pi}{25}$ **D.** $\dfrac{1616\pi}{25}$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó đường Elip có phương trình: $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Thùng rượu là vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đường Elip, trục Ox, các đường thẳng $x=-4; x=4$ quay xung quanh trục Ox.

Ta có $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow y^2=\dfrac{9}{25}\left(25-x^2\right)$ suy ra thể tích thùng rượu là

$$V=\int_{-4}^{4}\pi y^2dx=\frac{9\pi}{25}\int_{-4}^{4}\left(25-x^2\right)dx=\frac{9\pi}{25}\left(25x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-4}^{4}=\frac{1416\pi}{25}\left(dm^3\right)=\frac{1416\pi}{25}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2-82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(x^4-18x^2+m\right)$ có đúng 7 cực trị?

A. 83. **B.** vô số **C.** 80. **D.** 81.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(4x^3-36x\right)f'\left(x^4-18x^2+m\right)$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(x^4-18x^2+m\right)=0\\4x^3-36x=0\end{array}\right.$.

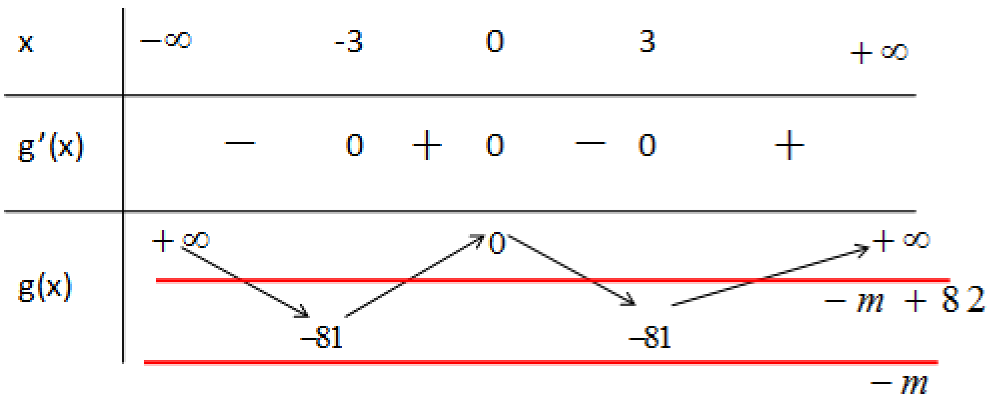
*) Với $4x^3-36x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\end{array}\right.$ có 3 nghiệm đơn.

*) Với $f'\left(x^4-18x^2+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^4-18x^2+m=0\\x^4-18x^2+m=82\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^4-18x^2=-m\\x^4-18x^2=-m+82\end{array}\right.$.

Xét hàm số $g(x)=x^4-18x^2$.

$g'(x)=4x^3-36x,\quad g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=x^4-18x^2$.



Để hàm số $y=f\left(x^4-18x^2+m\right)$ có đúng 7 cực trị thì $f'\left(x^4-18x^2+m\right)=0$ phải có 4 nghiệm đơn khác $0,\pm3$. Do đó dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-m<-81\\-81<-m+82<0\end{cases}\\-m+82>-m>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}82<m<163\\m<0\end{array}\right..$$

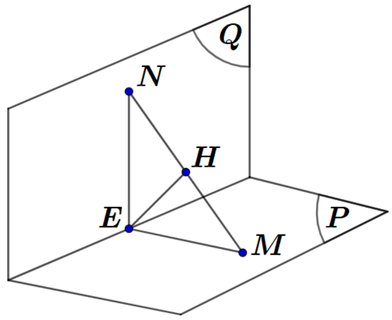
Mà $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{83;84;...161;162\}$ nên có 80 giá trị.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{u_d}\overrightarrow{u_\Delta}=0$ nên $d \perp \Delta$.

Trong (P), Gọi E là hình chiếu của M trên d hay $EM \perp d \Rightarrow EM \perp (Q) \Rightarrow EM \perp EN$.

Trong tam giác MEN, kẻ đường cao $EH \Rightarrow EH = d(d,\Delta)$.

Tam giác MEN vuông tại E nên $MN^2 = EM^2 + EN^2 \ge 2\sqrt{EM^2EN^2} = 2EM.EN$.

Áp dụng bất đẳng thức Am – gm:

$$MN^2 = EM^2 + EN^2 \ge 2\sqrt{EM^2EN^2} = 2EM.EN = 2EH.MN \Leftrightarrow MN \ge 2EH$$

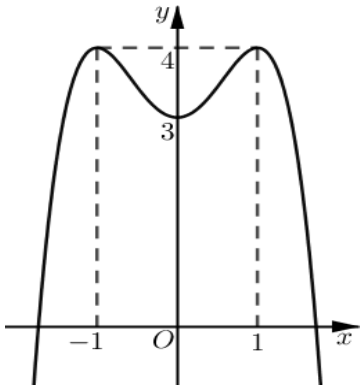
Gọi (α) là mặt phẳng song song với Δ và chứa d $\Rightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = \left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-3;3;0)$, lấy $A(1;1;0) \in d \Rightarrow (\alpha): x - y = 0$.

Lấy $B(2;0;1) \in \Delta \Rightarrow EH = d(d,\Delta) = d(\Delta,(\alpha)) = d(B,(\alpha)) = \sqrt{2}$.

Vậy $MN \ge 2EH = 2\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi tam giác MEN vuông cân tại E.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 02 – MÃ ĐỀ: 102

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng **A.** 1. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 - 3x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 - 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 12x^2 + C$.

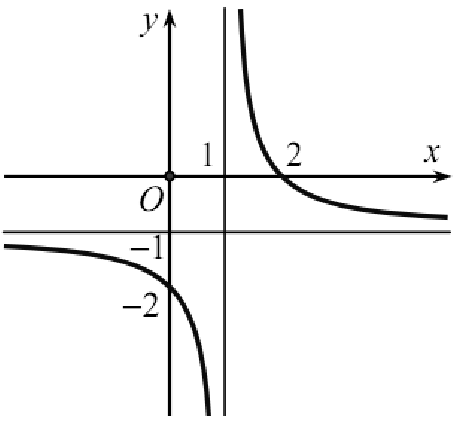
Câu 3: Tổng bình phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ là

A. 9. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$, $B(1;4;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** 3 **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

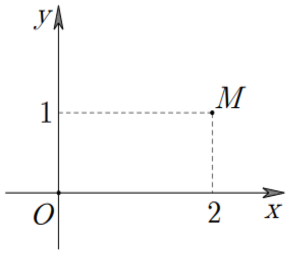
Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{-3}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$ **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là:



A. $1-2i$. **B.** $2+i$. **C.** $1+2i$. **D.** $2-i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=6$.

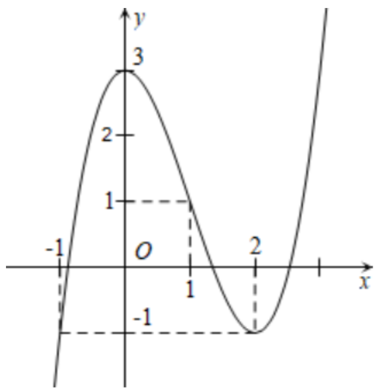
C. $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$.

Câu 11: Với mọi số thực a dương thì $\log_3^2\left(a^2\right)$ bằng

A. $\frac{1}{4}\log_3^2 a\cdot$. **B.** $\frac{1}{2}\log_3^2 a.\cdot$

C. $2\log_3^2 a.\cdot$ **D.** $4\log_3^2 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$.

C. $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3,\ AD=4,\ AA'=12$. Thể tích khối hộp đó bằng

A. 144. **B.** 60. **C.** 624. **D.** 156.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}>3$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{2}=1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-3)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Cho $\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 10$. Khi đó $\int_{5}^{2}\left[2-4f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 42. **B.** 34. **C.** 32. **D.** 46.

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $I = \int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = \frac{7}{2}$. **B.** $I = \frac{5}{2}$. **C.** $I = \frac{17}{2}$. **D.** $I = \frac{11}{2}$.

Câu 20: Cho khối chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 2, OB = 3, OC = 6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 36. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 2-3i$, $z_2 = 4+i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

A. $-2-4i$. **B.** $2-4i$. **C.** $6+2i$. **D.** $2-2i$.

Câu 22: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{2}$, thể tích $V = 6\pi$. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 6. **D.** 9.

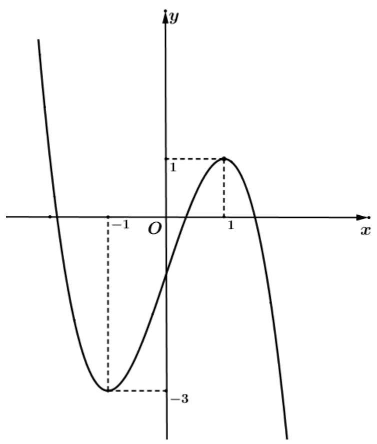
Câu 23: Số các cách sắp xếp 5 học sinh nam và 4 nữ sinh thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẻ là:

A. $5!+4!$. **B.** $9!$. **C.** $2.5!.4!$ **D.** $5!.4!$.

Câu 24: Cho $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. **B.** $F'(x) = \ln x$. **C.** $F'(x) = \frac{1}{x}$. **D.** $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Câu 25: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 26: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình trụ

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2, u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng này bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 28: Cho số phức $z = 3 + 7i$. Phần ảo của số phức $w = 2z - \overline{z}$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 21.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3 - i$. Tính mô đun của số phức z.

A. $|z| = 2$. **B.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **C.** $|z| = \sqrt{2}$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

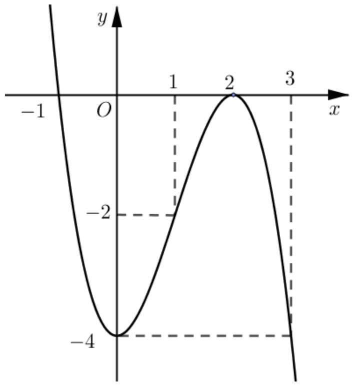
Câu 30: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại $B, SA = AB = a, BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 31: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{2a\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y = f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 33: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển là toán bằng:

A. $\frac{5}{42}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{37}{42}$. **D.** $\frac{1}{21}$.

Câu 34: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^3 [1 + f(x)]dx$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** $\frac{93}{4}$. **D.** $\frac{39}{4}$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 36: Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log_3(a.b^2)$ bằng

A. $\log_3 a + 2\log_3 b$. **B.** $2(\log_3 a + \log_3 b)$. **C.** $\log_3 a + \frac{1}{2}\log_3 b$. **D.** $2 \cdot \log_3 a \cdot \log_3 b$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+z-1=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{2-z}{-1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

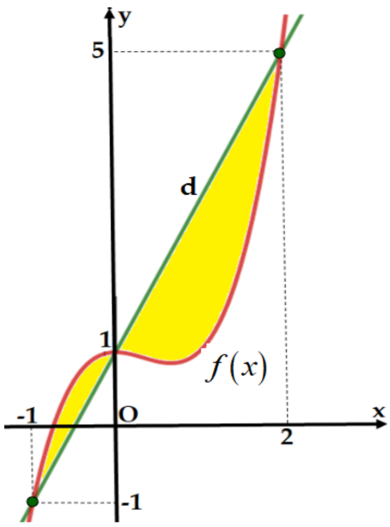
Câu 39: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3}\dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng (d): $y=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=\dfrac{5}{12}$. Tích phân $\int_{0}^{1} xf'(2x)\,dx$ bằng

A. $\dfrac{35}{8}$. **B.** $\dfrac{13}{3}$. **C.** $\dfrac{20}{3}$. **D.** $\dfrac{50}{3}$.

Câu 42: Cho $z_1, z_2 \in \mathbb{C}, |z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = 5$. Giá trị $A = \left|\left(z_1.\overline{z_2}\right)^2 + \left(\overline{z_1}.z_2\right)^2\right|$ bằng

A. 288. **B.** 144. **C.** 0. **D.** 24.

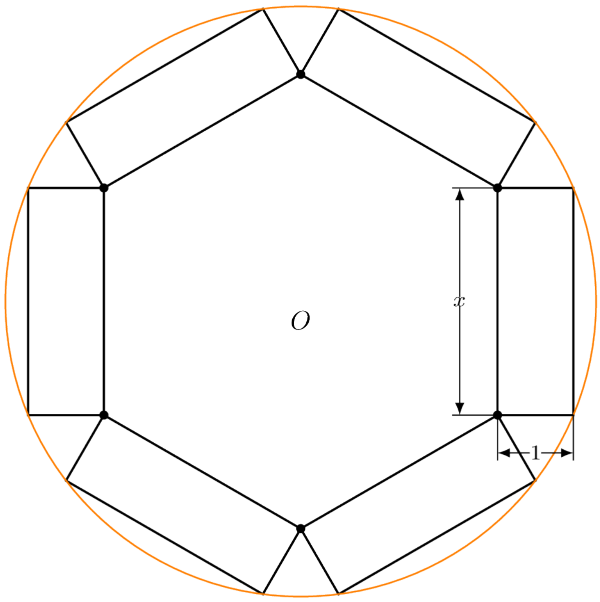
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60^0. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Biết khoảng cách từ điểm A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng nhau và bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A. 29. **B.** 33. **C.** 55. **D.** 28.

Câu 45: Bạn A định làm một cái hộp quà lưu niệm bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính $4cm$ để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là $1cm$ và $x\,cm$. Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24,5\,cm^3$. **B.** $25\,cm^3$. **C.** $25,5\,cm^3$. **D.** $24\,cm^3$.

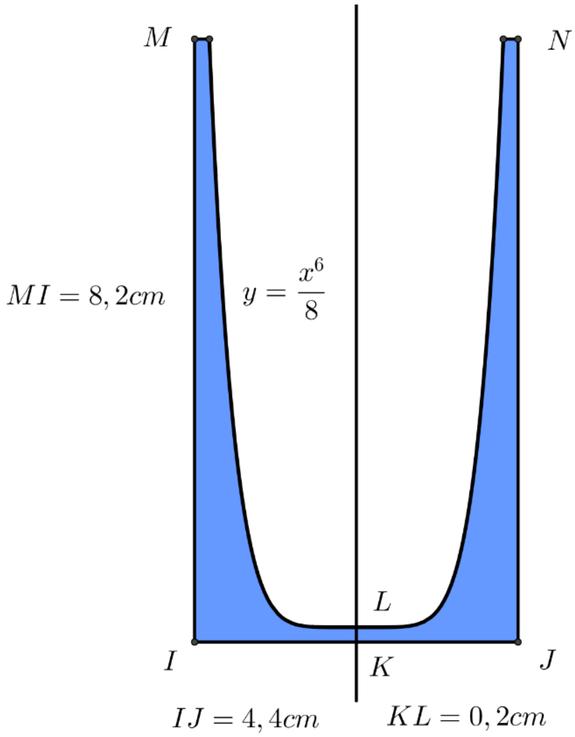
Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Khi biểu thức $P = x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị của biểu thức $T = x - y$

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 47: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z + 2 + 2i| = 1$ và $|w + 2 - i| = |w - 3i|$. Khi $|z - w| + |w - 3 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z + 2w|$

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Câu 48: Để dễ cọ rửa, người ta thiết kế một chiếc cốc là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục với các thông số đi kèm như trong hình vẽ sau, trong đó $MIJN$ là hình chữ nhật, đường cong là một phần đồ thị hàm số $y=\frac{x^6}{8}$.



Để sản xuất 10000 chiếc cốc như vậy cần bao nhiêu mét khối nguyên liệu?

A. $0,94\,m^3$. **B.** $0,50\,m^3$. **C.** $0,49\,m^3$. **D.** $0,93\,m^3$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|4-2x|+m-6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng

A. 18. **B.** 11. **C.** 2. **D.** 13.

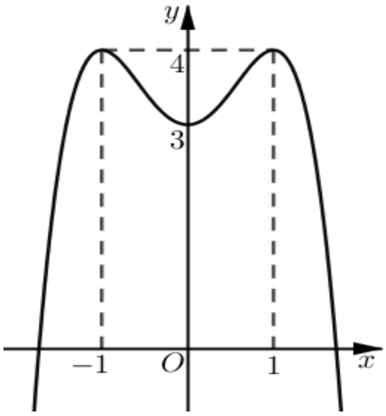
Câu 50: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+11=0$. Xét điểm M di động trên (P), các điểm A,B,C phân biệt di động trên (S) sao cho MA,MB,MC là các tiếp tuyến của (S). Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $E(0;3;-1)$ **B.** $F\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $G(0;-1;3)$ **D.** $H\left(\frac{3}{2};0;2\right)$

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng **A.** 1. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 - 3x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 - 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 12x^2 + C$.

Lời giải

Ta có; $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4x^3 - 3)\mathrm{d}x = x^4 - 3x + C$.

Câu 3: Tổng bình phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ là

A. 9. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $3^{x^2-4x+5} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Vậy tổng bình phương các ngiệm là: 10.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$, $B(1;4;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

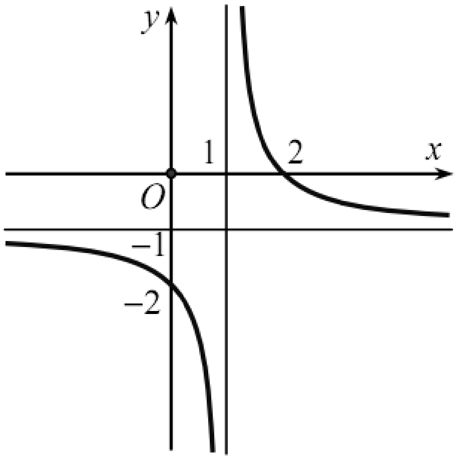
A. $2\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** 3 **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=-1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $a>0$. Loại đáp án B,D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-3)$ nên chọn đáp án A.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{-3}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pm1$.

Do đó tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\ y=1+2t\\ z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

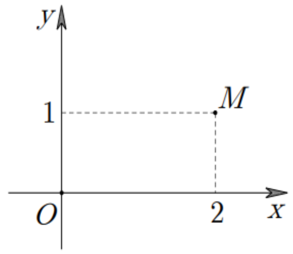
A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$ **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=2-t\\ y=1+2t\\ z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là:



A. $1-2i$. **B.** $2+i$. **C.** $1+2i$. **D.** $2-i$.

Lời giải

Điểm $M(2;1)$ trong hệ tọa độ vuông góc cuả mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=2+i$ suy ra $\overline{z}=2-i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=6$.

C. $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;3;1)$.

$\overrightarrow{AB}(4;2;-4) \Rightarrow AB=\sqrt{16+4+16}=6$

+ Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(3;3;1)$, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=3$ có phương trình là:

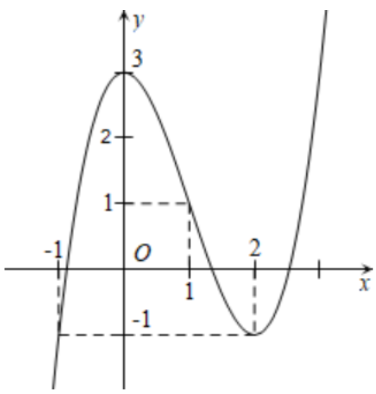
$(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 11: Với mọi số thực a dương thì $\log_3^2(a^2)$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}\log_3^2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_3^2 a$. **C.** $2\log_3^2 a$. **D.** $4\log_3^2 a$.

Ta có: $\log_3^2(a^2)=\left[\log_3 a^2\right]^2=\left[2\log_3 a\right]^2=4\left[\log_3 a\right]^2=4\log_3^2 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3,\ AD=4,\ AA'=12$. Thể tích khối hộp đó bằng

A. 144. **B.** 60. **C.** 624. **D.** 156.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho là $V=AB.AD.AA'=3.4.12=144$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}>3$ là

A. $\left[-2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}>3\Leftrightarrow x+1<-1\Leftrightarrow x<-2$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.

Lời giải

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{2}=1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-3)$.

Lời giải

Ta có $(P):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{2}=1\Rightarrow(P):3x+2y-3z-6=0$.

Do đó một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;2;-3)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	||	−	0	−	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1)=0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "−" khi đi qua các điểm $x=-1$, $x=1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 18: Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=10$. Khi đó $\int_5^2\left[2-4f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 42. **B.** 34. **C.** 32. **D.** 46.

Lời giải

$$\int_5^2 [2-4f(x)]\mathrm{d}x = -\int_5^2 [2-4f(x)]\mathrm{d}x = \int_2^5 [4f(x)-2]\mathrm{d}x = 4\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x - \int_2^5 2\mathrm{d}x = 40-6=34.$$

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $I = \int_{-1}^{2}[x+2f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\frac{7}{2}$. **B.** $I=\frac{5}{2}$. **C.** $I=\frac{17}{2}$. **D.** $I=\frac{11}{2}$.

Lời giải

Ta có $I=\int_{-1}^{2}[x+2f(x)]\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} x\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} 2f(x)\mathrm{d}x = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{-1}^{2} + 2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \frac{2^2}{2} - \frac{(-1)^2}{2} + 2.2 = \frac{11}{2}$.

Câu 20: Cho khối chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA=2, OB=3, OC=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 36. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

$V=\frac{1}{3}.OA.S_{\Delta OBC} = \frac{1}{3}.2.(\frac{1}{2}.3.6)=6$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 2-3i$, $z_2 = 4+i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

A. $-2-4i$. **B.** $2-4i$. **C.** $6+2i$. **D.** $2-2i$.

Lời giải

Ta có $z = z_1 - z_2 = (2-3i)-(4+i) = -2-4i$.

Câu 22: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{2}$, thể tích $V=6\pi$. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}S_d.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_d} = \frac{3V}{\pi.r^2} = \frac{3.6\pi}{\pi.(\sqrt{2})^2} = 9$.

Câu 23: Số các cách sắp xếp 5 học sinh nam và 4 nữ sinh thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẻ là:

A. $5!+4!$. **B.** $9!$. **C.** $2.5!.4!$ **D.** $5!.4!$.

Lời giải

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ta hình dung xếp 9 học sinh vào 9 ô như hình trên

Để nam sinh và nữ sinh đứng xen kẻ thành hàng dọc, ta phải xếp nam sinh vào ô thứ $1,3,5,7,9$ có $5!$ cách và xếp nữ sinh vào các ô $2,4,6,8$ có $4!$ cách

Vậy có $5!.4!$ cách xếp

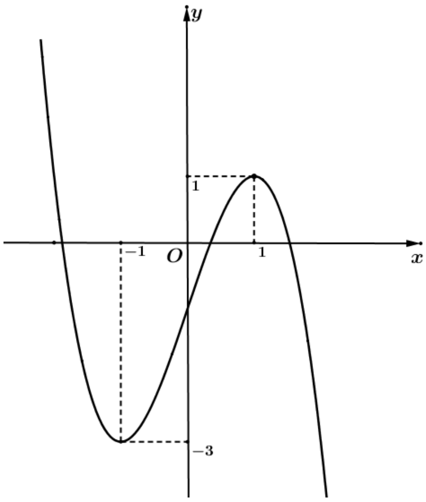
Câu 24: Cho $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{2}{x^2}$. **B.** $F'(x)=\ln x$. **C.** $F'(x)=\frac{1}{x}$. **D.** $F'(x)=-\frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Ta có $[F(x)]' = \left(\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x\right)' = \frac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại 1 điểm.

Câu 26: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình trụ

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.h = 4\pi \Rightarrow h = 1$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2,\ u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng này bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho. Khi đó $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow d = 2$.

Câu 28: Cho số phức $z = 3 + 7i$. Phần ảo của số phức $w = 2z - \overline{z}$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 21.

Lời giải

$z = 3 + 7i \Rightarrow w = 2z - \overline{z} = 2(3 + 7i) - (3 - 7i) = 3 + 21i \Rightarrow$ phần ảo của w bằng 21..

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3 - i$. Tính mô đun của số phức z.

A. $|z| = 2$. **B.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **C.** $|z| = \sqrt{2}$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

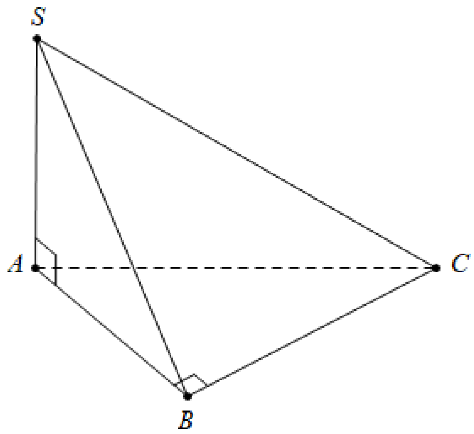
Lời giải

Ta có $(1+i)z = 3 - i \Leftrightarrow z = \dfrac{3-i}{1+i} = 1 - 2i \Rightarrow |z| = |1 - 2i| \Leftrightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Câu 30: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại $B, SA = AB = a, BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Góc $\left(\widehat{SB;SC}\right)=\widehat{BSC}$.

Ta có $BC\perp SA$ và $BC\perp AB\Rightarrow BC\perp SB$.

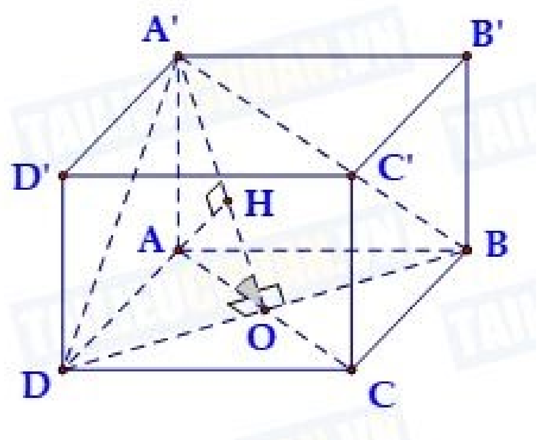
$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SBC vuông cân tại $B\Rightarrow\widehat{BSC}=45°$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và SC bằng $45°$.

Câu 31: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{2a\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $\begin{cases}BD\perp AO\\BD\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BD\perp(AOA')\Rightarrow A'O\perp BD$.

Khi đó $((A'BD),(ABCD))=(A'O,AO)=\widehat{A'OA}=30°$.

Vẽ $AH\perp A'O$ tại H.

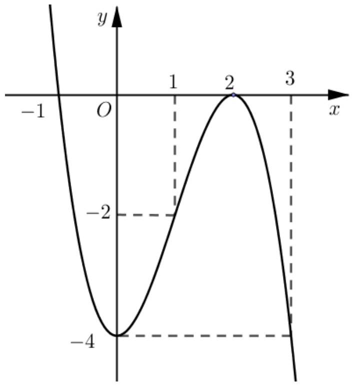
Ta có $BD\perp(AOA')\Rightarrow(A'BD)\perp(AOA')$.

Khi đó $\begin{cases}(AOA')\perp(A'BD)\\(AOA')\cap(A'BD)=A'O\\\text{Trong }(AOA'):AH\perp A'O\end{cases}\Rightarrow AH\perp(A'BD)\Rightarrow d(A,(A'BD))=AH$.

$AC=BD=2a\Rightarrow AO=a$, $AH=AO.\sin\widehat{AOA'}=a.\sin 30°=\frac{a}{2}$.

Vậy $d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=\dfrac{a}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y=f\left(x\right)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-4;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $f'\left(x\right)>0,\ \forall x\in\left(-\infty;-1\right)$. Vậy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 33: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển là toán bằng:

A. $\dfrac{5}{42}$. **B.** $\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{37}{42}$. **D.** $\dfrac{1}{21}$

Lời giải

Gọi A là biến cố 3 quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán

Ta tính xác suất của biến cố $\overline{A}$: 3 quyển sách lấy được không có quyển toán nào

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=C_5^3=10$

Không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=C_9^3$

Xác suất để lấy được 3 quyển sách không có quyển toán nào là $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{10}{C_9^3}=\dfrac{5}{42}$

Suy ra $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{5}{42}=\dfrac{37}{42}$.

Câu 34: Biết $F\left(x\right)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_0^3\left[1+f(x)\right]dx$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** $\dfrac{93}{4}$. **D.** $\dfrac{39}{4}$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^3\left[1+f(x)\right]dx=\left(x+F\left(x\right)\right)\Big|_0^3=\left(x+x^2\right)\Big|_0^3=12$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=\frac{-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}$; $y'=0\Rightarrow\frac{-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x^2+1}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2+1}=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{1}{2}$.

Câu 36: Với a,b là các số thực dương tùy ý, $\log_3\left(a.b^2\right)$ bằng

A. $\log_3 a+2\log_3 b$. **B.** $2\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a+\frac{1}{2}\log_3 b$. **D.** $2\cdot\log_3 a\cdot\log_3 b$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3\left(a.b^2\right)=\log_3 a+2\log_3 b$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là: $d\left(I;(P)\right)=\frac{\left|2.1+2.2-(-3)-3\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2$

Mặt cầu (S) tâm (I) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính mặt cầu là: $R=d\left(I;(P)\right)=2$

Suy ra, phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^3=4$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+z-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{2-z}{-1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -3; 1); \overrightarrow{u_\Delta} = (2; 1; 1)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ nên đường thẳng d nhận véc tơ $\left[\overrightarrow{n_{(P)}}; \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-4; 0; 8)$ làm một véc tơ chỉ phương.

$\Rightarrow d$ nhận véc tơ $\vec{u} = (-1; 0; 2)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Câu 39: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3} \dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Lời giải

Ta có: $2 = \log_{a^3} \dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = \dfrac{1}{3}\log_a \dfrac{a^5}{b^{\frac{1}{4}}} = \dfrac{1}{3}\left(\log_a a^5 - \log_a b^{\frac{1}{4}}\right) = \dfrac{1}{3}\left(5 - \dfrac{1}{4}\log_a b\right)$

$\Rightarrow 5 - \dfrac{1}{4}\log_a b = 6 \Rightarrow \log_a b = -4$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \dfrac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x-m)^2} = \dfrac{g(x)}{(x-m)^2}$.

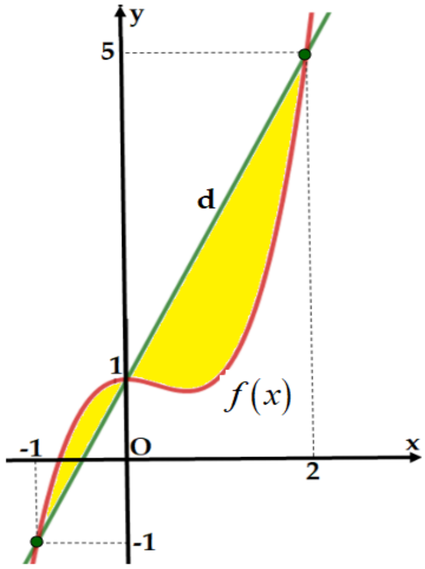
Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g(x) \ge 0, \forall x > 1$ và $m \le 1$

Vì $\Delta_g' = 2(m+1)^2 \ge 0, \forall m$ nên $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 \le x_2 \le 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \ge 0 \\ \dfrac{S}{2} = m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2$.

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $\left(d\right)$: $y=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int\limits_{-1}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{5}{12}$. Tích phân $\int\limits_{0}^{1}xf'\left(2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{35}{8}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{50}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra được phương trình đường thẳng $\left(d\right)$: $y=2x+1$.

+) Diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$, suy ra:

$$\int\limits_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{37}{12}\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^{0}\left[f\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right]\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}\left[f\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{0}\left(2x+1\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{37}{12}\Leftrightarrow\frac{5}{12}-0-\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x+6=\frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{10}{3}.$$

+) Xét tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}xf'\left(2x\right)\mathrm{d}x$. Đặt $2x=t\Rightarrow\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận:

$x=0\Rightarrow t=0;\quad x=1\Rightarrow t=2.$

Khi đó $I=\int\limits_{0}^{2}\frac{t}{2}f'\left(t\right)\frac{\mathrm{d}t}{2}=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{2}tf'\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{2}xf'\left(x\right)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}x=u\\f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{d}v\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=\mathrm{d}u\\f\left(x\right)=v\end{cases}$

$$\Rightarrow I=xf\left(x\right)\Big|_{0}^{2}-\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=2f\left(2\right)-\frac{10}{3}=2.5-\frac{10}{3}=\frac{20}{3}..$$

Câu 42: Cho $z_1,z_2\in\mathbb{C},\left|z_1\right|=3,\left|z_2\right|=4,\left|z_1-z_2\right|=5$. Giá trị $A=\left|\left(z_1.\overline{z_2}\right)^2+\left(\overline{z_1}.z_2\right)^2\right|$ bằng

A. 288. **B.** 144. **C.** 0. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi M,N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1,z_2. Ta có: $OM=3, ON=4, MN=5$

$\Rightarrow OM\perp ON \Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0$

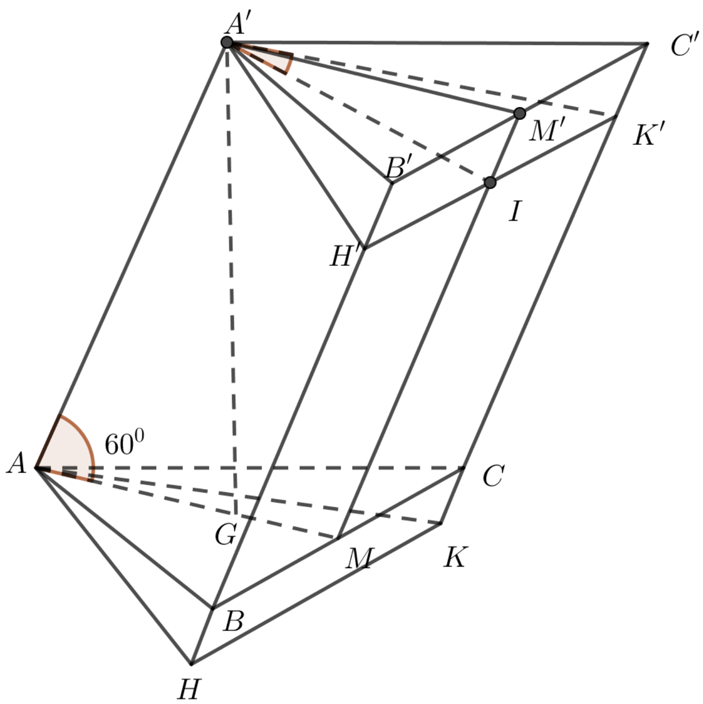
+ Do đó: $A=\left|\left(z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2\right)^2-2z_1.\overline{z_2}.\overline{z_1}.z_2\right|=\left|\left(\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}\right)^2-2|z_1|^2.|z_2|^2\right|=288$

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60^0. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Biết khoảng cách từ điểm A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng nhau và bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M,M' lần lượt là trung điểm BC và $B'C'$.

Gọi H',K' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên BB' và CC'.

H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC'.

Khi đó $d(A';BB')=A'H'=3$ và $d(A';CC')=A'K'=3$ và $AA'\perp(A'H'K')$.

Góc giữa $(BB',(ABC))=(AA',(ABC))=\widehat{A'AG}=60^0$.

Trong tam giác vuông $A'AG$ ta có $A'G=\sin 60^0.AA'=2\sqrt{3}$,

$AG=\cos 60^0.AA'=2$ suy ra $AM=\dfrac{3}{2}AG=3$

Gọi $I=MM'\cap H'K'$. Khi đó I là trung điểm $H'K'$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=V_{A'H'K'.AHK}$.

$A'G.S_{A'B'C'}=AA'.S_{A'H'K'}\Leftrightarrow \dfrac{S_{A'H'K'}}{S_{A'B'C'}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos 30^0$.

Góc giữa hai mặt phẳng $((A'B'C'),(A'H'K'))=\widehat{M'A'I}=30^0$.

Trong tam giác vuông $M'IA'$ ta có $A'I = \cos 30^0.A'M' = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông $A'IK'$ ta có $IK = \frac{3}{2}$ suy ra $H'K' = 2IK' = 3$.

Diện tích tam giác $S_{A'H'K'} = \frac{1}{2}.3.\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích lăng trụ $V = AA'.S_{A'H'K'} = 4.\frac{9\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+3)^2+(z+6)^2=50$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A. 29. **B.** 33. **C.** 55. **D.** 28.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

• Xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;-3;-6)$ và bán kính $R=5\sqrt{2}$.

Gọi điểm $M(m;0;0)\in Ox$ và $m\in\mathbb{Z}$.

• Mặt phẳng (P) đi qua $M(m;0;0)$ vuông góc với $d:\frac{x}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{-1}$ có phương trình

$2(x-m)+4y-z=0 \Leftrightarrow 2x+4y-z-2m=0$.

• Điểm M nằm ngoài mặt cầu nên:

$+\ IM>R \Leftrightarrow \sqrt{(m-4)^2+3^2+6^2}>5\sqrt{2} \Leftrightarrow (m-4)^2+45>50 \Leftrightarrow (m-4)^2>5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-4>\sqrt{5} \\ m-4<-\sqrt{5}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4+\sqrt{5} \\ m<4-\sqrt{5}\end{array}\right.\ (1).$

$+\ d(I;(P))<R \Leftrightarrow \frac{|2.4+4.(-3)-(-6)-2m|}{\sqrt{2^2+4^2+1^2}}<5\sqrt{2} \Leftrightarrow |2-2m|<5\sqrt{42} \Leftrightarrow |1-m|<\frac{5\sqrt{42}}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m<\frac{5\sqrt{42}}{2} \\ 1-m>-\frac{5\sqrt{42}}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1-\frac{5\sqrt{42}}{2} \\ m<1+\frac{5\sqrt{42}}{2}\end{cases}\ (2).$

• Từ $(1)(2)$ nên $m\in\left(1-\frac{5\sqrt{42}}{2};4-\sqrt{5}\right)\cup\left(4+\sqrt{5};1+\frac{5\sqrt{42}}{2}\right)$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-15;...;1\}\cup\{7;...;17\}$. Vậy có 28 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có: (S): $I(4;-3;-6)$, $R=\sqrt{50}$.

Xét: $d(I,Ox)=\sqrt{(-3)^2+(-6)^2}=\sqrt{45}<R$. Do đó Ox luôn cắt (S).

Gọi $M=(a;0;0)$, $a\in\mathbb{Z}$.

◆ TH-1: $M\equiv Ox\cap(S) \Rightarrow (a-4)^2=50 \Leftrightarrow a=\pm\sqrt{50}+4 \Rightarrow$ loại.

◆ TH-2: M nằm ngoài khối cầu

$\Rightarrow IM^2 > 50 \Leftrightarrow (a-4)^2+9+36>50 \Leftrightarrow (a-4)^2>5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<-\sqrt{5}+4 \\ a>\sqrt{5}+4 \end{array}\right.$.

$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \le 1 \\ a \ge 7 \end{array}\right.$.

Gọi Δ_1 và Δ_2 là hai tiếp tuyến của (S) kẻ từ M. Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2.

Theo giả thiết $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{u_d} = (2;4;-1)$ và $(P) \ni M \Rightarrow (P): 2x+4y-z-2a=0$.

Điều kiện để (P) chứa hai tiếp tuyến Δ_1, Δ_2 của (S) là:

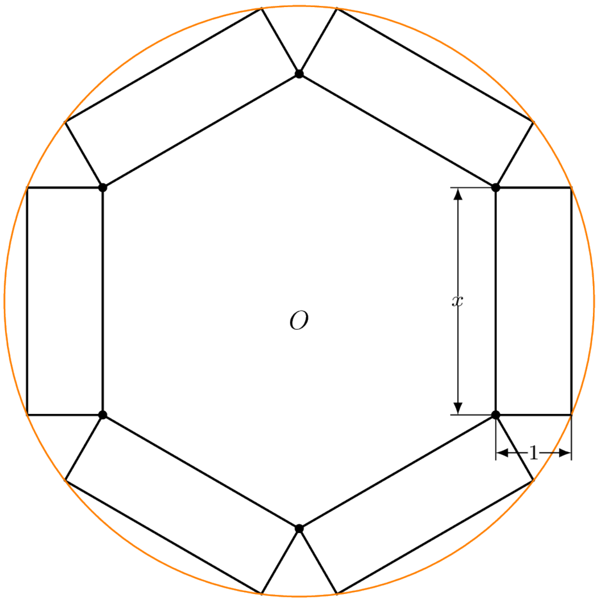
$d(I,(P)) < \sqrt{50} \Leftrightarrow \dfrac{|2-2a|}{\sqrt{21}} < \sqrt{50} \Leftrightarrow |2-2a| < 5\sqrt{42} \Leftrightarrow \dfrac{-5\sqrt{42}+2}{2} < a < \dfrac{5\sqrt{42}+2}{2}$.

$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow -15 \le a \le 17$.

Kết hợp với điều kiện: $\left[\begin{array}{l} -15 \le a \le 1 \\ 7 \le a \le 17 \end{array}\right.$, $a \in \mathbb{Z}$.

Vậy số điểm M thỏa mãn ycbt là: $17+11=28$.

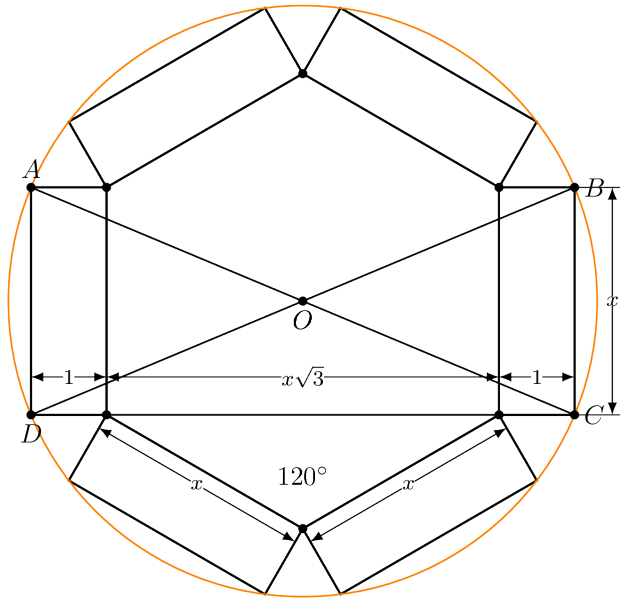
Câu 45: Bạn A định làm một cái hộp quà lưu niệm bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính $4\,cm$ để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là $1\,cm$ và $x\,cm$. Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24,5\,cm^3$. **B.** $25\,cm^3$. **C.** $25,5\,cm^3$. **D.** $24\,cm^3$.

Lời giải

Chọn B



Xét hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp (O), do đó, AC là đường kính của (O). Ta có $AC = 8cm$.

Tính được $DC = 1 + x\sqrt{3} + 1 = x\sqrt{3} + 2$

Áp dụng định lý Py-ta-go vào tam giác ADC ta có

$$x^2 + \left(2 + x\sqrt{3}\right)^2 = 8^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x\sqrt{3} - 60 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$$

$$V = h.S_d = 1.6.\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}x^2\sqrt{3} = \frac{-27\sqrt{7} + 99\sqrt{3}}{4} \approx 25,0094\,cm^3$$

Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Khi biểu thức $P = x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị của biểu thức $T = x - y$

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\frac{1-y}{x+3xy} > 0$ và $x > 0, y > 0$ hay $\begin{cases} x > 0 \\ 0 < y < 1 \end{cases}$.

Ta có $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4 \Leftrightarrow \frac{1-y}{x+3xy} = 3^{3xy+x+3y-4} \Leftrightarrow \frac{3(1-y)}{x+3xy} = 3^{3xy+x+3y-3}$

$$\Leftrightarrow \frac{3(1-y)}{x+3xy} = \frac{3^{3xy+x}}{3^{3-3y}} \Leftrightarrow (3-3y).3^{3-3y} = (3xy+x).3^{3xy+x}\ (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t.3^t$ với $t > 0$. Ta có $f'(t) = 3^t + t.3^t.\ln 3 > 0$ với $\forall t > 0$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\Rightarrow 3 - 3y = 3xy + x \Leftrightarrow y = \frac{3-x}{3(x+1)}.$$

Ta có $P = x + y = x + \frac{3-x}{3(x+1)} = (x+1) + \left(\frac{3-x}{3(x+1)} + \frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3}$

$$P=(x+1)+\frac{4}{3(x+1)}-\frac{4}{3}\geq 2\sqrt{(x+1).\frac{4}{3(x+1)}}-\frac{4}{3}=\frac{4\sqrt{3}-4}{3}.$$

Suy ra $P_{\min}=\dfrac{4\sqrt{3}-4}{3}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=\dfrac{4}{3(x+1)}\\ y=\dfrac{3-x}{3(x+1)}\\ x>0;0<y<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2\sqrt{3}-3}{3}\\ y=\dfrac{2\sqrt{3}-1}{3}\end{cases}.$

Vậy $T=x-y=\dfrac{2\sqrt{3}-3}{3}-\dfrac{2\sqrt{3}-1}{3}=-\dfrac{2}{3}$

Câu 47: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z+2+2i|=1$ và $|w+2-i|=|w-3i|$. Khi $|z-w|+|w-3+3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z+2w|$

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|z+2+2i|=1$ nên tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-2;-2)$, bán kính $R=1$.

Gọi $w=x+yi;(x;y\in\mathbb{R})$

$|w+2-i|=|w-3i|$.

$\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-1)^2=x^2+(y-3)^2$

$\Leftrightarrow x+y-1=0.\qquad(\Delta)$

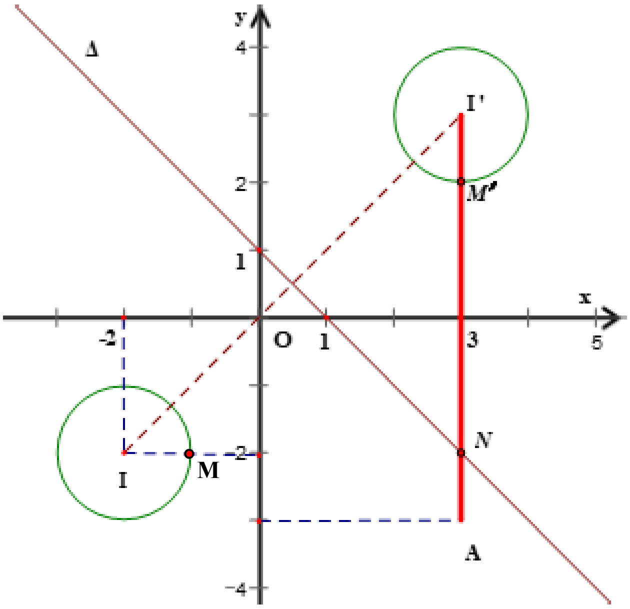
Tập hợp điểm N biểu diễn số phức w là đường thẳng (Δ).

$|z-w|=MN$

$|w-3+3i|=NA$, với $A(3;-3)$.

$T=|z-w|+|w-3+3i|=MN+NA$.

Tham khảo hình vẽ bên dưới

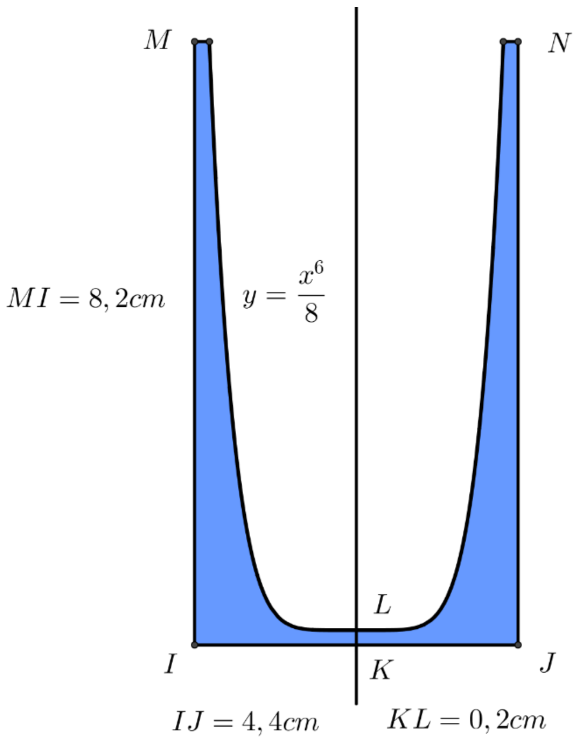


Dễ thấy đường tròn (C) và điểm A thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ Δ.

Dựng đường tròn (C') có tâm $I'(3;3)$, bán kính $R=1$ đối xứng với (C) qua Δ.

Gọi M' là ảnh của M qua phép đối xứng trục Δ.
Khi đó, với mọi điểm $N \in \Delta$, ta có: $NM = NM'$.
Nên $T = MN + NA = M'N + NA$.
$T_{\min} \Leftrightarrow I', M', N, A$ thẳng hàng.
Dựa vào hình vẽ trên, suy ra
$M'(3;2) \Rightarrow M(-1;-2) \Leftrightarrow z = -1-2i$;
$N(3;-2) \Rightarrow w = 3-2i$.
Vậy $|z+2w| = |-1-2i+2(3-2i)| = \sqrt{61}$.

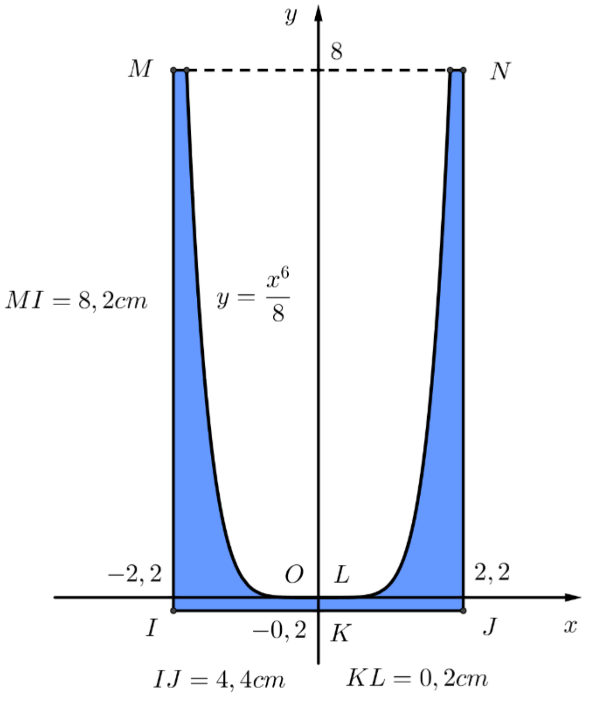
Câu 48: Để dễ cọ rửa, người ta thiết kế một chiếc cốc là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục với các thông số đi kèm như trong hình vẽ sau, trong đó $MIJN$ là hình chữ nhật, đường cong là một phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^6}{8}$.



Để sản xuất 10000 chiếc cốc như vậy cần bao nhiêu mét khối nguyên liệu?

A. $0,94\,m^3$. **B.** $0,50\,m^3$. **C.** $0,49\,m^3$. **D.** $0,93\,m^3$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, khi đó $L \equiv O(0;0)$, $K(0;-0,2)$, $I(-2,2;-0,2)$, $J(2,2;-0,2)$, $M(-2,2;8)$, $N(2,2;8)$.

▪ Đường thẳng MN có phương trình $y=8$, đường thẳng IJ có phương trình $y=-0,2$.

Thể tích của khối trụ khi quay hình chữ nhật $MIJN$ quanh trục Oy là

$$V_1=\pi r^2 h=\pi.(2,2)^2.8,2=39,688\pi\left(cm^3\right).$$

▪ $y=\dfrac{x^6}{8}\Rightarrow x^6=8y\Rightarrow\begin{cases}y\ge 0\\x=\pm\sqrt[6]{8y}\end{cases}$.

Dung tích của cốc bằng thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=\sqrt[6]{8y}$, trục Oy, $y=0, y=8$ quanh trục Oy nên ta có dung tích của cốc là

$$V_2=\pi\int_0^8\left(\sqrt[6]{8y}\right)^2\mathrm{d}y=24\pi\left(cm^3\right).$$

▪ Thể tích nguyên liệu cần để làm một chiếc cốc là

$$V=V_1-V_2=39,688\pi-24\pi=15,688\pi\approx 49,26032\left(cm^3\right).$$

Vậy thể tích nguyên liệu cần để làm 10000 cái cốc là

$$10000V\simeq 492603,2\,cm^3=0,4926032\,m^3\simeq 0,49\,m^3.$$

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|4-2x|+m-6\right)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng

A. 18. **B.** 11. **C.** 2. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $y=f\left(|4-2x|+m-6\right)$ là hàm số chẵn với biến số $2x-4$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ làm trục đối xứng.

+) Xét hàm số $y=f\left[(2x-4)+m-6\right]$ (1) có $y'=2f'(2x+m-10)$.

Theo đầu bài $y'=0$ tại các điểm $x_1=-1;x_2=1;x_3=4$.

Ta có $\left[\begin{array}{l}2x_1+m-10=-1\\2x_2+m-10=1\\2x_3+m-10=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{9-m}{2}\\x_2=\dfrac{11-m}{2}\\x_3=\dfrac{14-m}{2}\end{array}\right.$ (x_1,x_2,x_3 là các nghiệm đơn).

Suy ra hàm số (1) có 3 điểm cực trị.

+) Đồ thị hàm số $y=f\left(|4-2x|+m-6\right)$ gồm 2 phần:

Phần 1: Đồ thị hàm số (1) phía bên phải đường thẳng $x=2$.

Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua đường thẳng $x=2$.

Do đó hàm số $y=f\left(|4-2x|+m-6\right)$ có 3 điểm cực tiểu thì hàm số $y=f\left[(2x-4)+m-6\right]$ có 3 cực trị x_1,x_2,x_3 với $x_1<x_2<x_3$ và thỏa mãn $\begin{cases}x_1\le 2\\x_2>2\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{9-m}{2}\le 2\\\dfrac{11-m}{2}>2\end{cases}\Rightarrow 5\le m<7\Rightarrow m\in\{5;6\}\Rightarrow S=11.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+11=0$. Xét điểm M di động trên (P), các điểm A,B,C phân biệt di động trên (S) sao cho MA,MB,MC là các tiếp tuyến của (S). Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $E(0;3;-1)$ **B.** $F\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $G(0;-1;3)$ **D.** $H\left(\frac{3}{2};0;2\right)$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$

Giả sử điểm $M(a;b;c)$ và $A(x,y,z)$, ta có hệ điều kiện:

$$\begin{cases} A\in(S) \\ \widehat{IAM}=90^0 \\ M\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12 \\ AI^2+AM^2=IM^2 \\ a-2b+2c+11=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12 \ (1) \\ 12+(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 \ (2) \\ a-2b+2c+11=0 \ (3) \end{cases}$$

Trừ theo vế và ta được $(a-1)x+(b-1)y+(c-1)z-a-b-c-9=0$.

Kết hợp với: $a-2b+2c+11=0$. Ta có

$(a-1)x+(b-1)y+(c-1)z-a-b-c-9=a-2b+2c+11$

$\Leftrightarrow ax+by+cz-x-y-z=0a+3b-c-2$

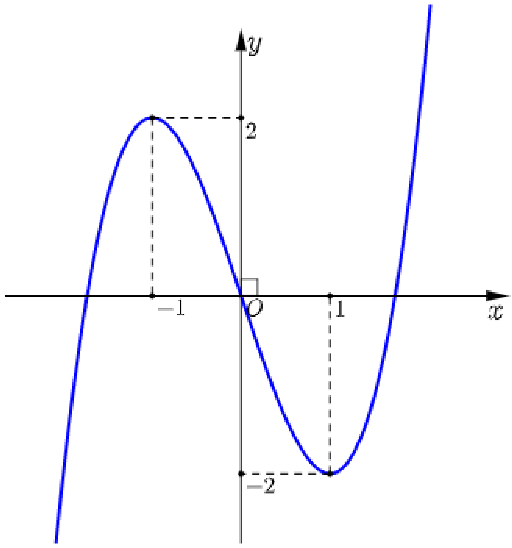
Đồng nhất hệ số ta có

$$\begin{cases} 0a=\mathrm{ax} \\ 3b=by \\ -c=cz \\ -x-y-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \\ z=-1 \\ -0-3+1=-2 \ (t/m) \end{cases}$$

Vậy mặt phẳng (ABC) đi qua điểm cố định $E(0;3;-1)$

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 03 – MÃ ĐỀ: 103

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $\left(a, b, c, d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right) = 4 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\sin x + C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4x + \sin x + C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4x - \sin x + C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4x + \cos x + C$.

Câu 3: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 7\right) = 0$ bằng

A. 6 **B.** 5 **C.** 13 **D.** 7

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = \left(2; -1; 3\right)$, $\vec{b} = \left(1; 3; -2\right)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = \left(0; -7; 7\right)$. **B.** $\vec{c} = \left(0; 7; 7\right)$. **C.** $\vec{c} = \left(0; -7; -7\right)$. **D.** $\vec{c} = \left(4; -7; 7\right)$.

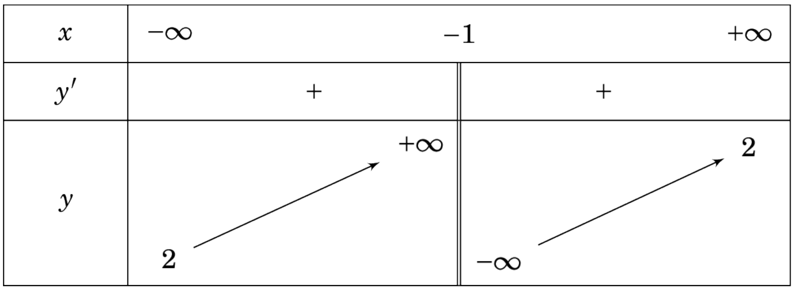
Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2 ↗		$+\infty$ || $-\infty$		↗ 2

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

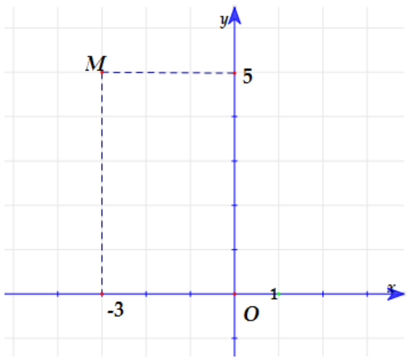
Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z. Tính module của z.



A. $|z|=2$. **B.** $|z|=8$. **C.** $|z|=34$. **D.** $|z|=\sqrt{34}$.

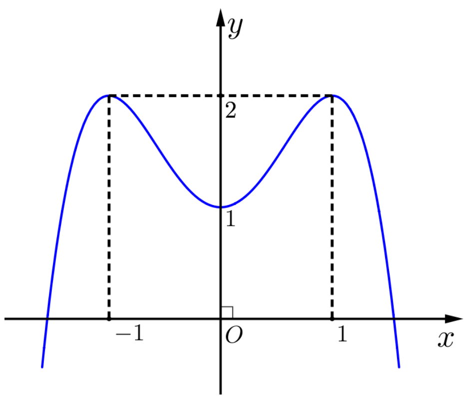
Câu 10: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=\sqrt{3}$. **B.** $R=3$. **C.** $R=9$. **D.** $R=3\sqrt{3}$.

Câu 11: Với $a\neq 0$ là số thực tùy ý, $\log_9 a^2$ bằng

A. $2\log_3 a^2$. **B.** $\log_3|a|$. **C.** $\log_3 a$. **D.** $2\log_9 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao là $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

A. $(1;7)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(9;+\infty)$. **D.** $(7;+\infty)$.

Câu 15: Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0

A. $y = \log_3 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **C.** $y = 3^x$. **D.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1), B(-2;3;3), C(2;-4;2)$. Một vecto pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n} = (-1;9;4)$. **B.** $\vec{n} = (9;4;1)$. **C.** $\vec{n} = (4;9;-1)$. **D.** $\vec{n} = (9;4;-1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

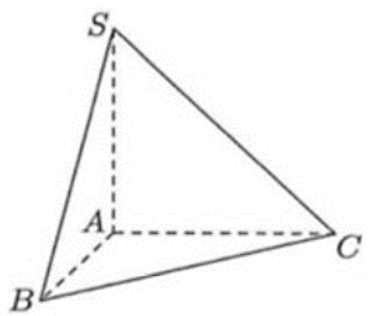
Câu 18: Nếu $\int_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-3}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_{-3}^{2} [f(x) + g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Câu 19: Nếu $\int_{3}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_{4}^{3} [-4f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2, AC = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$.



Thể tích khối chóp đã cho bằng.

A. 8. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 21: Cho số phức $z = 2 + 5i.$ Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

A. $w = 7 - 3i.$ **B.** $w = -3 - 3i.$ **C.** $w = 3 + 7i.$ **D.** $w = -7 - 7i$

Câu 22: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$, thể tích $V = 9\pi$. Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** 9.

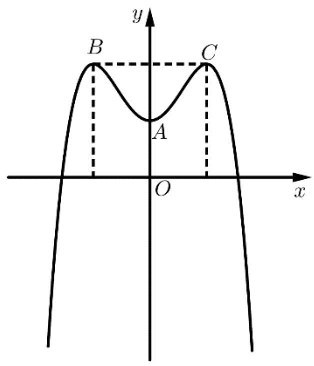
Câu 23: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau.

A. 16. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 720.

Câu 24: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x^2 + \sin x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = x^3 + \cos x$. **B.** $f(x) = x^3 - \cos x$. **C.** $f(x) = 6x - \cos x$. **D.** $f(x) = 6x + \cos x$.

Câu 25: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng:

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 4π. **D.** 4.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng.

A. -4. **B.** -1. **C.** -6. **D.** -7.

Câu 28: Cho số phức $z = 2 - i$. Môđun của số phức $\mathrm{w} = (2+i)\bar{z}$ bằng

A. $5\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 29: Cho số phức z thoả mãn $z(1-2i) - 3 + 4i = 4 + 5i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

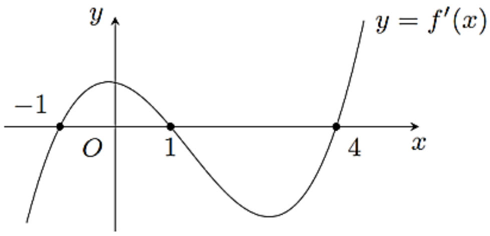
Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng a. Góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a, AC = a\sqrt{3}, SA \perp (ABC), SA = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 33: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{16}{21}$. **D.** $\frac{17}{42}$.

Câu 34: Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^{\pi}\left[f(x)+\sin\frac{x}{2}\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 10. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 5.

Câu 35: Cho hàm số $y=\frac{x}{x^2+1}$ có giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m. Tính giá trị của biểu thức $P=M^2+m^2$

A. $P=1$. **B.** $P=\frac{1}{4}$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=2$.

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\frac{25}{a^3}\right)$ bằng

A. $\frac{2}{3\log_5 a}$. **B.** $2-3\log_5 a$. **C.** $25-3\log_5 a$. **D.** $2+3\log_5 a$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz,* viết phương trình mặt cầu có tâm $I\in(Oxy)$ và đi qua 3 điểm $A(1;2-4);B(1;-3;1);C(2;2;3)$.

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=18$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=18$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-2}$. **C.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$ **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{-3}$

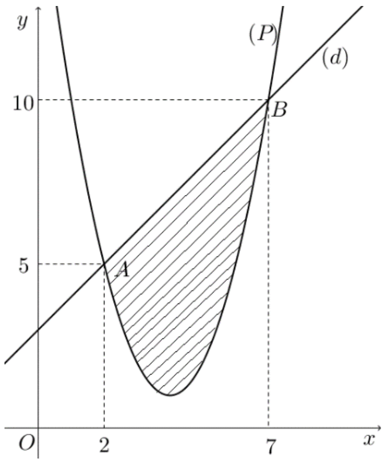
Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2(a^3b).\log_a\left(\frac{b}{a}\right)+\log_a\left(\frac{a^9}{b^3}\right)=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Câu 40: . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $[3;6]$.

Câu 41: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$. Tích phân $\int_2^7 (2x-3) f'(x) dx$ bằng



A. $\frac{215}{3}$. **B.** $\frac{265}{3}$. **C.** $\frac{245}{3}$. **D.** $\frac{415}{3}$.

Câu 42: Cho $z_1; z_2$ là hai số phức thỏa mãn $|zi - (2+i)| = 2$. Biết $|z_1 - z_2|$=2, tính giá trị biểu thức $A = |z_1 + z_2 - 2 + 4i|$.

A. $A = 2\sqrt{3}$. **B.** $A = \sqrt{3}$. **C.** $A = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

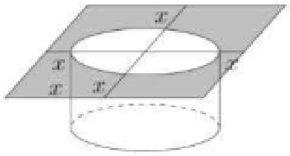
Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cho biết hình chiếu của đỉnh A' trên mặt đáy (ABC) là điểm H trên cạnh AB mà $HA = 2HB$ và góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{12}a^3$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đường kính AB, với điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x + by + cz + d_1 = 0$ và $2x + by + cz + d_2 = 0$, $(d_1 < d_2)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1; d_2)$?

A. 13. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 11.

Câu 45: Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích 81m^2 người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(\text{m})$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(\text{m})$.



Thể tích V lớn nhất của ao là

A. $V = 36\pi\left(\text{m}^3\right)$. **B.** $V = 72\pi\left(\text{m}^3\right)$. **C.** $V = 27\pi\left(\text{m}^3\right)$. **D.** $V = 13,5\pi\left(\text{m}^3\right)$.

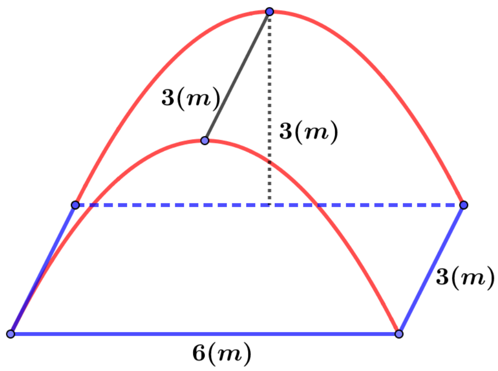
Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $3 + \ln\dfrac{x+y+1}{3xy} = 9xy - 3x - 3y$. Khi biểu thức $P = xy$ đạt nhỏ nhất, tính giá trị của biểu thức $T = 2024x - 2023y$

A. $T = 1$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = 2023$ **D.** $T = -2023$.

Câu 47: Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $\left|z_1 + 2z_2\right| = 2$ và $\left|2z_1 - 3z_2 - 7i\right| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left|z_1 - 2i\right| + \left|z_2 + i\right|$ là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12B dự định dựng một cái lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.



A. $12\left(m^3\right)$. **B.** $72\left(m^3\right)$. **C.** $18\left(m^3\right)$. **D.** $36\left(m^3\right)$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 16x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(x^4 - 8x^2 + m\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 16 **B.** 9. **C.** 15. **D.** 10.

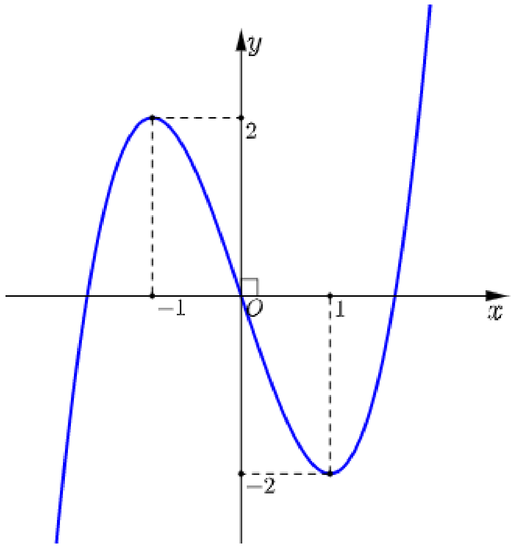
Câu 50: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2), B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC. Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

A. 78. **B.** 76. **C.** 74. **D.** 72.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 4 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x + \sin x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - \sin x + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x + \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4 + \cos x)\mathrm{d}x = 4x + \sin x + C$.

Câu 3: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

A. 6 **B.** 5 **C.** 13 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = 3 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 13$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2;-1;3)$, $\vec{b} = (1;3;-2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (0;-7;7)$. **B.** $\vec{c} = (0;7;7)$. **C.** $\vec{c} = (0;-7;-7)$. **D.** $\vec{c} = (4;-7;7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2\vec{b} = (-2;-6;4)$ mà $\vec{a} = (2;-1;3) \Rightarrow \vec{c} = (0;-7;7)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=2$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có hai tiệm cận $x=-1$ và $y=2$.

Hơn nữa $y'>0$. Do đó hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Tập xác định của hàm số: $D=(1;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

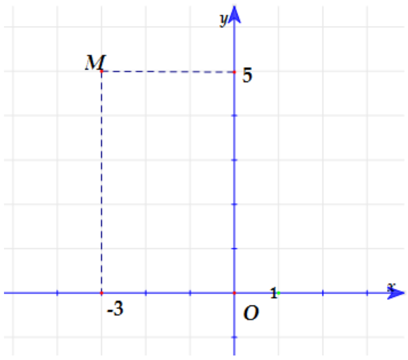
A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(1;2;-1)$ vào phương trình đường thẳng d thấy thỏa mãn nên đường thẳng d đi qua điểm $P(1;2;-1)$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z. Tính module của z.



A. $|z| = 2$. **B.** $|z| = 8$. **C.** $|z| = 34$. **D.** $|z| = \sqrt{34}$.

Lời giải

Tọa độ điểm $M(-3;5) \Rightarrow z = -3 + 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

Câu 10: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = \sqrt{3}$. **B.** $R = 3$. **C.** $R = 9$. **D.** $R = 3\sqrt{3}$.

Lời giải

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Vậy bán kính của mặt cầu (S) là $R = 3$.

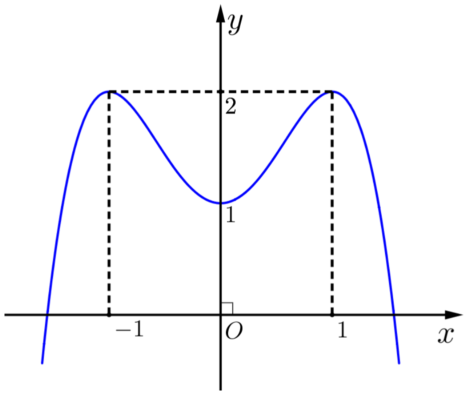
Câu 11: Với $a \neq 0$ là số thực tùy ý, $\log_9 a^2$ bằng

A. $2\log_3 a^2$. **B.** $\log_3 |a|$. **C.** $\log_3 a$. **D.** $2\log_9 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_9 a^2 = \log_{3^2} |a|^2 = \frac{2}{2}\log_3 |a| = \log_3 |a|$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao là $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = S.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>3$ là

A. $(1;7)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(9;+\infty)$. **D.** $(7;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-1)>3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1>8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>9 \end{cases} \Leftrightarrow x>9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(9;+\infty)$.

Câu 15: Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1), B(-2;3;3), C(2;-4;2)$. Một vecto pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(-1;9;4)$. **B.** $\vec{n}=(9;4;1)$. **C.** $\vec{n}=(4;9;-1)$. **D.** $\vec{n}=(9;4;-1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;5;2), \overrightarrow{AC}=(1;-2;1) \Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(9;4;-1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vì $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi đi qua các điểm nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_{-3}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-3}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_{-3}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $\int_{-3}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]dx=\int_{-3}^{2}f(x)dx+\int_{-3}^{2}g(x)dx=2+(-5)=-3$.

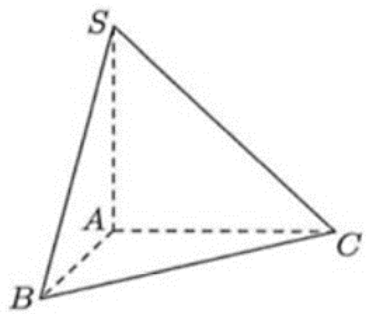
Câu 19: Nếu $\int_{3}^{4}f(x)\,dx=3$ thì $\int_{4}^{3}\left[-4f(x)\right]dx$ bằng

A. -12. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\int_{4}^{3}\left[-4f(x)\right]dx=-\int_{3}^{4}\left[-4f(x)\right]dx=-(-4).\int_{3}^{4}f(x)\,dx=-(-4).3=12$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2, AC=4$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$.



Thể tích khối chóp đã cho bằng.

A. 8. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{2.4}{2}.3=4$.

Câu 21: Cho số phức $z=2+5i.$ Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$

A. $w=7-3i.$ **B.** $w=-3-3i.$ **C.** $w=3+7i.$ **D.** $w=-7-7i$

Lời giải

Ta có $w=iz+\bar{z}=i(2+5i)+(2-5i)=-3-3i$.

Câu 22: Cho khối nón có chiều cao $h=3$, thể tích $V=9\pi.$ Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng

A. $\sqrt{3}.$ **B.** $3\sqrt{3}.$ **C.** $3.$ **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h\Leftrightarrow r^2=\frac{3V}{\pi h}=\frac{3.9\pi}{\pi.3}=9\Rightarrow r=3.$

Câu 23: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau.

A. 16. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 720.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lập từ 5 chữ số đã cho là một hoán vị của 5 phần tử. Nên số số tự nhiên cần tìm là $5!=120$ số.

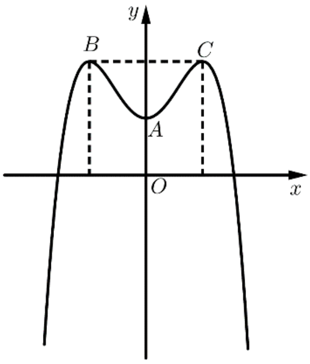
Câu 24: Cho $\int f(x)dx=3x^2+\sin x+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=x^3+\cos x$. **B.** $f(x)=x^3-\cos x$. **C.** $f(x)=6x-\cos x$. **D.** $f(x)=6x+\cos x$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x^2 + \sin x + C \Rightarrow f(x) = 6x + \cos x$.

Câu 25: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 26: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng:

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 4π. **D.** 4.

Lời giải

Chiều cao của khối nón đã cho bằng: $h = \frac{3V}{S} = \frac{3.12}{9} = 4$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng.

A. -4. **B.** -1. **C.** -6. **D.** -7.

Lời giải

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d = -4$.

Câu 28: Cho số phức $z = 2 - i$. Môđun của số phức $\mathrm{w} = (2+i)\bar{z}$ bằng

A. $5\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có: $z = 2 - i \Rightarrow \bar{z} = 2 + i$.

Nên: $\mathrm{w} = (2+i)\bar{z} = (2+i)(2+i) = 3 + 4i.$

Do đó: $|\mathrm{w}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$..

Câu 29: Cho số phức z thoả mãn $z(1-2i) - 3 + 4i = 4 + 5i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

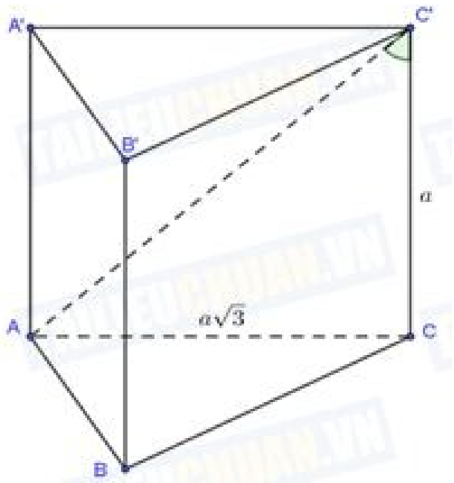
Lời giải

Ta có: $z(1-2i) - 3 + 4i = 4 + 5i \Leftrightarrow z = 1 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 3i$. Do đó tổng phần thực và ảo của số phức $\bar{z}$ là -2.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng a. Góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Ta có $BB'//CC' \Rightarrow \widehat{(BB',AC')} = \widehat{(CC',AC')} = \widehat{AC'C}$.

Khi đó $\Delta ACC'$ vuông tại C nên $\tan\widehat{AC'C} = \dfrac{AC}{CC'} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AC'C} = 60°$.

Vậy góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng $60°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a, AC = a\sqrt{3}, SA \perp (ABC), SA = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

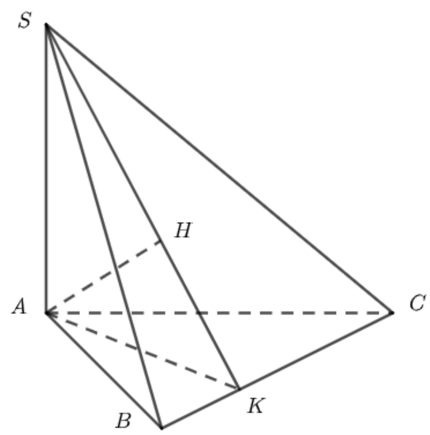
Lời giải

Trong (ABC) kẻ $AK \perp BC$, trong (SAK) kẻ $AH \perp SK$

Ta có:

$$\left.\begin{matrix} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAK)$$

$$AH \subset (SAK) \Rightarrow BC \perp AH$$



Lại có:

$$\left.\begin{matrix} AH \perp SK \\ AH \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

$$\Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$$

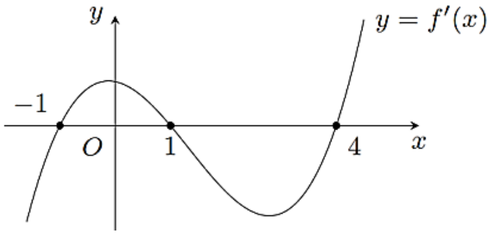
Xét ΔABC vuông tại A có đường cao AK:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét ΔSAK vuông tại A có đường cao AH

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(4;+\infty)$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 33: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{16}{21}$. **D.** $\frac{17}{42}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi biến cố A: "3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ".

Suy ra biến cố đối là $\overline{A}$: "3 quả cầu không có quả màu đỏ".

Vậy $n(\overline{A}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{20}{84} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{20}{84} = \frac{16}{21}$.

Câu 34: Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\,dx = 3$ thì $\int_0^{\pi}\left[f(x) + \sin\frac{x}{2}\right]dx$ bằng:

A. 10. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^{\pi}\left[f(x)+\sin\frac{x}{2}\right]dx = \int_0^{\pi} f(x)\,dx + \int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}\,dx = 3 - 2\cos\frac{x}{2}\Big|_0^{\pi} = 3 - 2(0-1) = 5.$

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ có giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m. Tính giá trị của biểu thức $P = M^2 + m^2$

A. $P = 1$. **B.** $P = \frac{1}{4}$. **C.** $P = \frac{1}{2}$. **D.** $P = 2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$; $y' = 0 \Rightarrow \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x^2+1} = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2+1} = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} M=\dfrac{1}{2} \\ m=\dfrac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow P=M^2+m^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{-1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\dfrac{25}{a^3}\right)$ bằng

A. $\dfrac{2}{3\log_5 a}$.   **B.** $2-3\log_5 a$.   **C.** $25-3\log_5 a$.   **D.** $2+3\log_5 a$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức ta có: $\log_5\left(\dfrac{25}{a^3}\right)=\log_5 25-\log_5 a^3=2-3\log_5 a$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz,* viết phương trình mặt cầu có tâm $I\in(Oxy)$ và đi qua 3 điểm $A(1;2-4);B(1;-3;1);C(2;2;3)$.

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=18$.   **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=18$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.   **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$.

Lời giải

Chọn A

$I\in(Oxy)\Rightarrow I(x;y;0)$.

Mặt cầu qua 3 điểm $A(1;2-4);B(1;-3;1);C(2;2;3)$ nên $IA=IB=IC\Rightarrow IA^2=IB^2=IC^2$

$$\Rightarrow\begin{cases} IA^2=IB^2 \\ IA^2=IC^2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2+(0+4)^2=(x-1)^2+(y+3)^2+(0-1)^2 \\ (x-1)^2+(y-2)^2+(0+4)^2=(x-2)^2+(y-2)^2+(0-3)^2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} -10y=-10 \\ 2x=-4 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}\Rightarrow I(-2;1;0);\ R=IA=3\sqrt{2}.$$

PT mặt cầu cần tìm $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=18$.

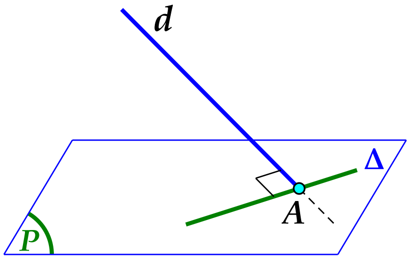
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.   **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$ **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{u_d}=(2;1;3)$ là véc-tơ chỉ phương của d và $\overrightarrow{n_P}=(1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Gọi $A=d\cap\Delta$. Do $\Delta\subset(P)$ nên $A=d\cap(P)$.

Suy ra tọa độ A thỏa hệ: $\begin{cases}x+2y+z-4=0\\ \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=1\end{cases}\Rightarrow A(1;1;1)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ. Lại có: $\begin{cases}\Delta\subset(P)\\ \Delta\perp d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\end{cases}$ ta chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{u_d}\right]=(5;-1;-3)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(a^3b\right).\log_a\left(\dfrac{b}{a}\right)+\log_a\left(\dfrac{a^9}{b^3}\right)=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $-\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a^2\left(a^3b\right).\log_a\left(\dfrac{b}{a}\right)+\log_a\left(\dfrac{a^9}{b^3}\right)=0\Leftrightarrow\left(3+\log_a b\right)^2\left(\log_a b-1\right)+\left(9-3\log_a b\right)=0$.

Đặt $t=\log_a b;\ t\neq 0$. Ta có phương trình

$(3+t)^2(t-1)+(9+3t)=0\Leftrightarrow\left(t^2+6t+9\right)(t-1)+(9-3t)=0$

$\Leftrightarrow t^3-t^2+6t^2-6t+9t-9+(9-3t)=0\Leftrightarrow t^3+5t^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\ (L)\\ t=-5\end{array}\right.$.

Vậy $\log_a b=-5\Leftrightarrow\log_b a=-\dfrac{1}{5}$.

Câu 40: . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2-(m-6)x+1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $[3;6]$.

Lời giải

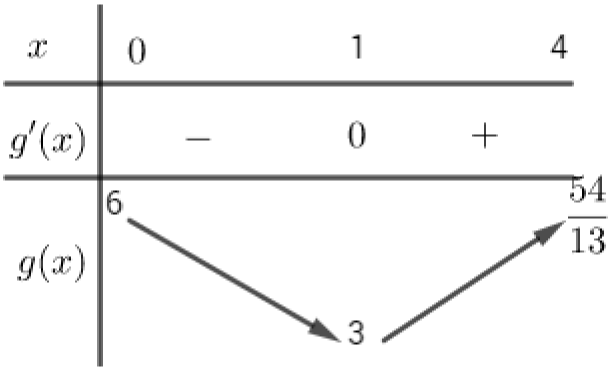
$y'=3x^2-2mx-(m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y'\geq 0,\ \forall x\in(0;4)$.

tức là $3x^2-2mx-(m-6)\ge 0\ \forall x\in(0;4)\Leftrightarrow \dfrac{3x^2+6}{2x+1}\ge m\,\forall x\in(0;4)$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{3x^2+6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

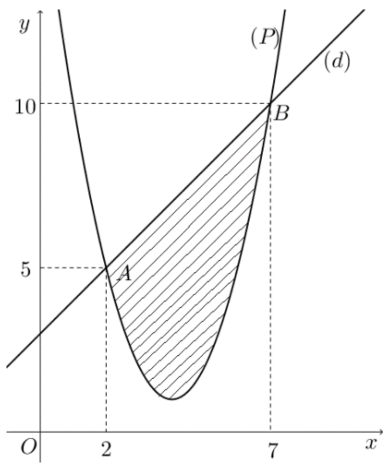
$g'(x)=\dfrac{6x^2+6x-12}{(2x+1)^2}$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;4)\\x=-2\notin(0;4)\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:



Vậy để $g(x)=\dfrac{3x^2+6}{2x+1}\ge m\ \forall x\in(0;4)$ thì $m\le 3$.

Câu 41: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{125}{6}$. Tích phân $\int\limits_2^7(2x-3)f'(x)dx$ bằng



A. $\dfrac{215}{3}$. **B.** $\dfrac{265}{3}$. **C.** $\dfrac{245}{3}$. **D.** $\dfrac{415}{3}$.

Lời giải

Cách 1: Đặt $\begin{cases}u=2x-3\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có: $\int\limits_2^7(2x-3)f'(x)\mathrm{d}x=\left[(2x-3)f(x)\right]\Big|_2^7-2\int\limits_2^7 f(x)\mathrm{d}x$

$=11f(7)-f(2)-2\left[\dfrac{(5+10).5}{2}-\dfrac{125}{6}\right]=\dfrac{215}{3}$.

Cách 2: Dựa vào đồ thị ta có điểm $A(2;5)$ và $B(7;10)$ thuộc đường thẳng d và Parabol (P)

Suy ra đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(5;5)$

Phương trình đường thẳng $d: y=x+3$

Gọi (P) có phương trình: $y=ax^2+bx+c,(a>0)$

$A,B\in(P)\Rightarrow$ Hệ phương trình: $\begin{cases}4a+2b+c=5\\49a+7b+c=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=-4a-2b+5\\49a+7b+5-4a-2b=10\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}c=-4a-2b+5\\b=1-9a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=3+14a\\b=1-9a\end{cases}$

Hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{125}{6}$

$\Rightarrow\int\limits_2^7\left|x+3-\left(ax^2+bx+c\right)\right|dx=\dfrac{125}{6}$

$\Rightarrow\int\limits_2^7\left|x+3-\left[ax^2+(1-9a)x+(3+14a)\right]\right|dx=\dfrac{125}{6}$

$\Leftrightarrow\int\limits_2^7\left[-ax^2+9ax-14a\right]dx=\dfrac{125}{6}\Leftrightarrow\left(-\dfrac{ax^3}{3}+\dfrac{9ax^2}{2}-14ax\right)\Bigg|_2^7=\dfrac{125}{6}$

$\Leftrightarrow\dfrac{125}{6}a=\dfrac{125}{6}\Leftrightarrow a=1=>b=-8;c=17$

(P) có phương trình: $y=f(x)=x^2-8x+17\Rightarrow f'(x)=2x-8$

$\Rightarrow\int\limits_2^7(2x-3)f'(x)dx=\dfrac{215}{3}$

Câu 42: Cho $z_1;z_2$ là hai số phức thỏa mãn $|zi-(2+i)|=2$. Biết $|z_1-z_2|$=2, tính giá trị biểu thức $A=|z_1+z_2-2+4i|$.

A. $A=2\sqrt{3}$. **B.** $A=\sqrt{3}$. **C.** $A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|zi-(2+i)|=2\Leftrightarrow\left|z-\dfrac{2+i}{i}\right|=\dfrac{2}{|i|}\Leftrightarrow|z-1+2i|=2$.

$\Rightarrow|z_1-1+2i|=|z_2-1+2i|=2$.

Áp dụng công thức $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)$, ta có:

$A^2=|z_1+z_2-2+4i|^2$

$=|z_1-1+2i+z_2-1+2i|^2$

$=2\left(|z_1-1+2i|^2+|z_2-1+2i|^2\right)-|z_1-1+2i-(z_2-1+2i)|^2$

$=2(4+4)-|z_1-z_2|^2=16-4=12$

$\Rightarrow A=2\sqrt{3}$.

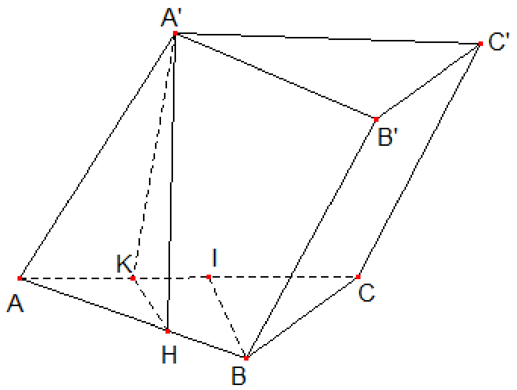
Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cho biết hình chiếu của đỉnh

A' trên mặt đáy (ABC) là điểm H trên cạnh AB mà $HA = 2HB$ và góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{12}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $HK \perp AC$

Ta có $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AC$ $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AC$

Từ và $AC \perp (A'HK) \Rightarrow AC \perp A'K$

Theo bài ra ta có góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45^0 là góc giữa HK và $A'K$.

Hay góc $\widehat{A'KH} = 45^0$

Tam giác vuông $A'HK$ có $\widehat{A'KH} = 45^0$ nên tam giác $A'HK$ vuông cân tại H. Do đó: $HK = A'H$.

Gọi I là chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC

Ta có: $\frac{AH}{AB} = \frac{HK}{BI} \Rightarrow HK = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = HK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đường kính AB, với điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x + by + cz + d_1 = 0$ và $2x + by + cz + d_2 = 0$, $(d_1 < d_2)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1; d_2)$?

A. 13. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 11.

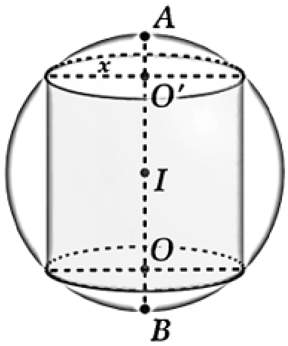
Lời giải

Chọn D

Mặt cầu đường kính AB có tọa độ tâm $I(4;3;4)$ và bán kính

$R = IA = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$.

Gọi x là bán kính đáy và O, O' là tâm hai đáy của khối trụ (T).



Khi đó, đường cao khối trụ (T) bằng $OO' = 2IO = 2\sqrt{9-x^2}$.

Vì (T) nội tiếp mặt cầu đường kính AB nên $0 < x < 3$.

Thể tích khối trụ (T) là: $V = \pi.x^2.2\sqrt{9-x^2}$.

Ta có: $V = 4\pi.\sqrt{\frac{x^2}{2}.\frac{x^2}{2}.(9-x^2)} \le 4\pi.\sqrt{\left(\frac{\frac{x^2}{2}+\frac{x^2}{2}+9-x^2}{3}\right)^3} = 12\pi\sqrt{3}$.

Đẳng thức xảy ra và V lớn nhất khi $\frac{x^2}{2} = 9 - x^2 \Rightarrow x^2 = 6$ và khi đó $IO = \sqrt{3}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;4;2)$ và vì vậy $\vec{n} = (2;2;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa hai đáy của (T) nên hai đáy có phương trình dạng

(P_1): $2x+2y+z+d_1 = 0$ và (P_2): $2x+2y+z+d_2 = 0$.

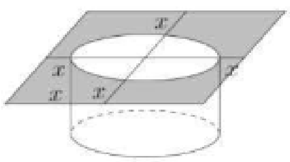
Lại có $d(I,(P_1)) = d(I,(P_2)) = IO = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{|8+6+4+d_1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \frac{|8+6+4+d_2|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \sqrt{3}$

và $d_1 < d_2$ nên $d_1 = -18-3\sqrt{3} \approx -23,196$, $d_2 = -18+3\sqrt{3} \approx -12,80$.

Vậy các số nguyên thuộc khoảng $(d_1;d_2)$ gồm có $-23;-22;...;-13$.

Có 11 số thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích 81m^2 người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(\text{m})$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(\text{m})$.

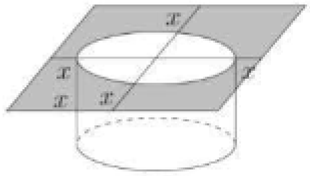


Thể tích V lớn nhất của ao là

A. $V = 36\pi(\text{m}^3)$. **B.** $V = 72\pi(\text{m}^3)$. **C.** $V = 27\pi(\text{m}^3)$. **D.** $V = 13,5\pi(\text{m}^3)$.

Lời giải

Chọn D



Do diện tích hình vuông là 81m^2 nên cạnh của hình vuông là $9m$, $\left(0<x<\dfrac{9}{2}\right)$.

Gọi V là thể tích của ao, khi đó $V=\pi\left(\dfrac{9}{2}-x\right)^2 x=\dfrac{\pi}{16}(9-2x)(9-2x)4x\le\dfrac{\pi}{16}\left(\dfrac{9-2x+9-2x+4x}{3}\right)^3=\dfrac{27\pi}{2}$.

Câu 46: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $3+\ln\dfrac{x+y+1}{3xy}=9xy-3x-3y$. Khi biểu thức $P=xy$ đạt nhỏ nhất, tính giá trị của biểu thức $T=2024x-2023y$

A. $T=1$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=2023$ **D.** $T=-2023$.

Lời giải

Chọn A

$3+\ln\dfrac{x+y+1}{3xy}=9xy-3x-3y\ \ (1)$

$\Leftrightarrow \ln(x+y+1)+3(x+y+1)=\ln(3xy)+9xy$

$\Leftrightarrow f(x+y+1)=f(3xy)$, với $f(t)=\ln t+3t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow x+y+1=3xy\ \ (2)$.

Do $x,y>0$ nên từ (2) ta có

$3xy=x+y+1\overset{AM-GM}{\ge}2\sqrt{xy}+1\Rightarrow 3xy-2\sqrt{xy}-1\ge0\Rightarrow P=xy\ge1\ \ (3)$. Đẳng thức trong (3) xảy ra khi $x=y=1$.

Vậy giá trị của biểu thức $T=2024.1-2023.1=1$.

Câu 47: Xét hai số phức z_1,z_2 thoả mãn $|z_1+2z_2|=2$ và $|2z_1-3z_2-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1-2i|+|z_2+i|$ là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $w_1=z_1-2i;\ w_2=z_2+i$.

Suy ra $z_1=w_1+2i;\ z_2=w_2-i$.

Khi đó

$|z_1+2z_2|=2$

$\Leftrightarrow |w_1+2i+2(w_2-i)|=2$

$\Leftrightarrow |w_1+2w_2|=2$

$\Leftrightarrow |w_1+2w_2|^2=4$

$\Leftrightarrow (w_1 + 2w_2).\overline{(w_1 + 2w_2)} = 4$

$\Leftrightarrow (w_1 + 2w_2).(\overline{w_1} + 2\overline{w_2}) = 4$

$\Leftrightarrow |w_1|^2 + 4|w_2|^2 + 2w_1\overline{w_2} + 2\overline{w_1}w_2 = 4$

$\Leftrightarrow 3|w_1|^2 + 12|w_2|^2 + 6w_1\overline{w_2} + 6\overline{w_1}w_2 = 12 \quad (1)$.

Tương tự

$|2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$

$\Leftrightarrow |2(w_1 + 2i) - 3(w_2 - i) - 7i| = 4$

$\Leftrightarrow |2w_1 - 3w_2| = 4$

$\Leftrightarrow |2w_1 - 3w_2|^2 = 16$

$\Leftrightarrow 4|w_1|^2 + 9|w_2|^2 - 6w_1\overline{w_2} - 6\overline{w_1}w_2 = 16 \quad (2)$.

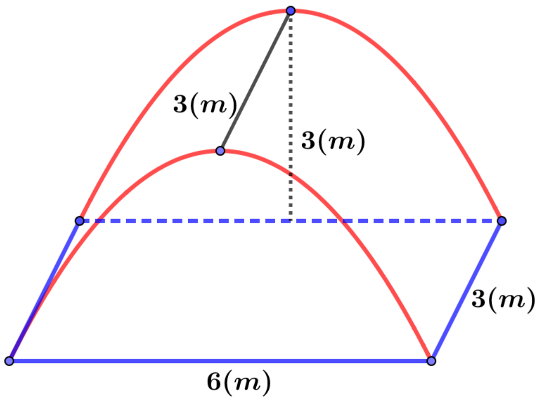
Từ và suy ra $|w_1|^2 + 3|w_2|^2 = 4$.

Do đó

$$P = |w_1| + |w_2| = 1.|w_1| + \sqrt{3}.|w_2|.\frac{1}{\sqrt{3}} \le \sqrt{\left(|w_1|^2 + 3|w_2|^2\right)\left(1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)} = \sqrt{4.\frac{4}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ khi $|w_1| = \sqrt{3}; |w_2| = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

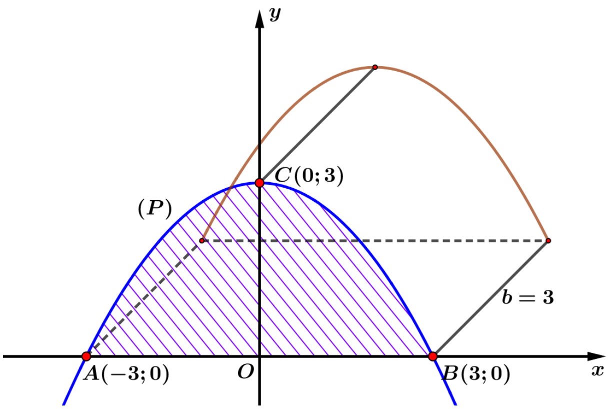
Câu 48: Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12B dự định dựng một cái lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.



A. $12\ (m^3)$. **B.** $72\ (m^3)$. **C.** $18\ (m^3)$. **D.** $36\ (m^3)$.

Lời giải

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ có đỉnh $C(0;3)$, đi qua hai điểm $A(-3;0)$ và $B(3;0)$ nên

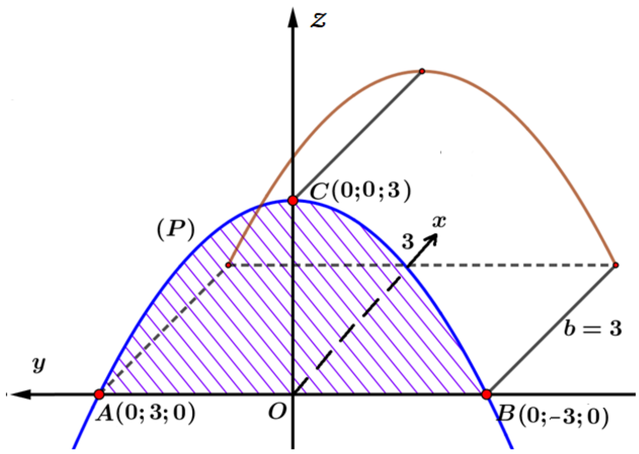
có hệ phương trình $\begin{cases} 0.a + 0.b + c = 3 \\ 9a - 3b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{3} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$.

Suy ra $(P): y = -\dfrac{1}{3}x^2 + 3$.

Diện tích mặt trước của lều trại là

$$S = \int_{-3}^{3}\left(3 - \frac{1}{3}x^2\right)\mathrm{d}x = 12\ \left(m^2\right).$$

+) Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Khi đó thể tích phần không gian bên trong lều trại là $V = \int_0^3 12\mathrm{d}x = 36\ \left(m^3\right)$.

**** Ta có thể làm trắc nghiệm như sau:***

Công thức tính nhanh

Diện tích phần gạch sọc là: $S = \dfrac{2}{3}ah$, với a là đáy, h là chiều cao.

Có $S = \dfrac{2}{3}.6.3 = 12\ \left(m^2\right)$; $h = 3\ (m)$.

Coi khối cần tính như khối trụ thì khối có thể tích là $V = 12.3 = 36\ \left(m^3\right)$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 16x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^4-8x^2+m\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 16 **B.** 9. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$y'=\left(4x^3-16x\right).f'\left(x^4-8x^2+m\right)$

$$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^3-16x=0\\ f'\left(x^4-8x^2+m\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\\ x=2\\ x^4-8x^2+m=0\\ x^4-8x^2+m=-16\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \\ x=-2 & \\ x=2 & \\ x^4-8x^2=-m & (*)\\ x^4-8x^2=-m-16 & (**)\end{array}\right.$$

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^4-8x^2\Rightarrow f'\left(x\right)=4x^3-16x;\ f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\\ x=2\end{array}\right.$.

Nhận xét: $-m-16<-m,\forall m$

Có BBT

Để hàm số đã cho có 9 cực trị thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-2;0;2$ và phương trình $(**)$ có bốn nghiệm phân biệt. Khi đó

TH1: $\begin{cases}-m>0\\ -m-16<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ m>-16\end{cases}\Leftrightarrow -16<m<0$.

TH2: $m=0$ phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0 và phương trình $(**)$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn đề bài.

Vậy $m\in\left\{-15;-14;-13;-12;-11;-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\right\}$

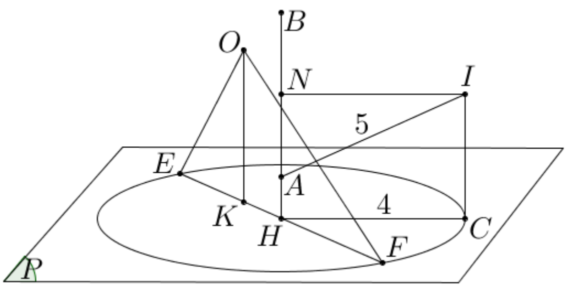
Câu 50: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;5;-2\right),B\left(-1;3;2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu $\left(S\right)$ đi qua hai điểm A,B và tiếp xúc với $\left(P\right)$ tại điểm C. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 78. **B.** 76. **C.** 74. **D.** 72.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(2;1;-2\right)$ và vectơ $\overrightarrow{AB}=\left(-4;-2;4\right)$ cùng phương nên đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$.



Dễ thấy A,B nằm cùng phía so với (P); gọi N là trung điểm của đoạn AB và I là tâm của mặt cầu (S), khi đó I thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn AB và $N(1;4;0)$.

Vì $AB \perp (P)$ nên $(Q) \parallel (P)$ suy ra bán kính mặt cầu $R = IC = d\left(N;(P)\right) = 5$.

Phương trình đường thẳng $AB: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. Gọi H là hình chiếu của N trên mặt phẳng (P) thì $H = AB \cap (P)$ nên $H\left(-\frac{7}{3};\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

Có $AN = 3 \Rightarrow HC = NI = \sqrt{AI^2 - AN^2} = 4$ nên điểm C thuộc đường tròn $(T) \subset (P)$ có tâm là H và bán kính $r = HC = 4$.

Có $OH = \sqrt{22}$, gọi K là hình chiếu của O trên (P) thì $OK = d\left(O;(P)\right) = 3$ $\Rightarrow HK = \sqrt{OH^2 - OK^2} = \sqrt{13} < r \Rightarrow K$ nằm trong đường tròn (T).

Gọi E,F là giao điểm của đường thẳng HK với đường tròn (T), khi đó giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC bằng độ dài đoạn OE,OF.

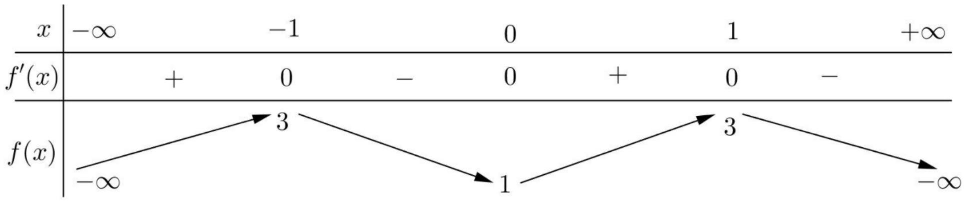
Vậy $M^2 + m^2 = OE^2 + OF^2 = 2OH^2 + \frac{EF^2}{2} = 2.22 + \frac{8^2}{2} = 76$.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024

MÔN TOÁN

ĐỀ SỐ: 04 – MÃ ĐỀ: 104

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$. **C.** $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 3: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

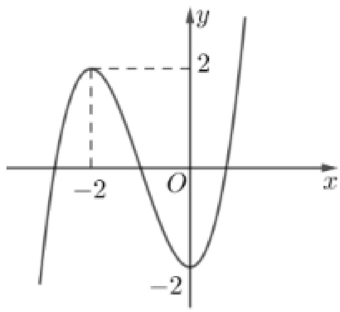
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(4;-2;10)$ **B.** $(1;3;2)$ **C.** $(2;6;4)$ **D.** $(2;-1;5)$

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 6: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2-2$. **B.** $y=-x^4+3x^2-2$.

C. $y=-x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2-2$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(x-4)^{e}$ là

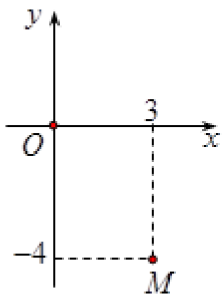
A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

C. $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Khi đó số phức $w=5z$ là



A. $w=15+20i$. **B.** $w=-15-20i$. **C.** $w=15+20i$. **D.** $w=15-20i$.

Câu 10: Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=8$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=64$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

Câu 11: Với a,b là hai số thực dương thỏa mãn $\log a=11, \log b=13$. Khi đó $\log(ab^2)$ bằng

A. 46. **B.** 37. **C.** 180. **D.** 23.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 13: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-1}\ge\dfrac{1}{27}$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Câu 15: Trong các hàm số được cho bởi các phương án *A, B, C, D* dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó.

A. $y=\log_{0,5}x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{2}-1}x$. **C.** $y=\log_{0,2}x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $x+2y+3=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $y+2z+3=0$. **D.** $x+2z+3=0$.

Câu 17: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Cho $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_1^2\left[3f(x)-g(x)\right]dx=10$. Khi đó $\int_1^2 g(x)dx$ bằng:

A. 1. **B.** -4. **C.** 17. **D.** -1.

Câu 19: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_2^0 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** -12. **D.** 12.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$ có phần ảo là

A. -5. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 1.

Câu 22: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $3a$.

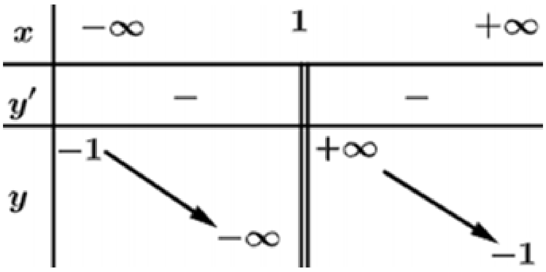
Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ thành một hàng dọc.

A. $9!$. **B.** 9. **C.** 20. **D.** $4!.5!$.

Câu 24: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|x| + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x$. **B.** $f(x) = \frac{1}{x}$. **C.** $f(x) = e^x$. **D.** $f(x) = -\frac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 1. **B.** 3.

C. 0 **D.** 2.

Câu 26: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$ **B.** $S = 8\pi a^2$ **C.** $S = 24\pi a^2$ **D.** $S = 16\pi a^2$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 10; u_{13} = 40$. Số hạng đầu của cấp số cộng là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 28: Số phức liên hợp của $z = (1+i)^2$ là

A. $1-i$. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** $(1-i)^2$.

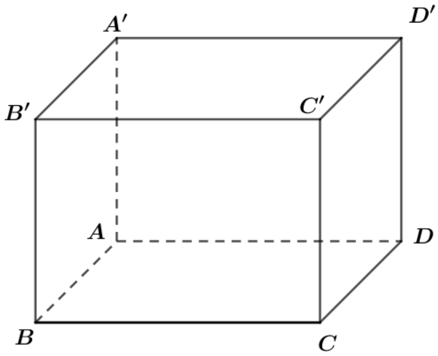
Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $3z + 2\bar{z} = (4-i)^2$. Mô đun của số phức z là?

A. $\sqrt{73}$. **B.** 64. **C.** 73. **D.** 8

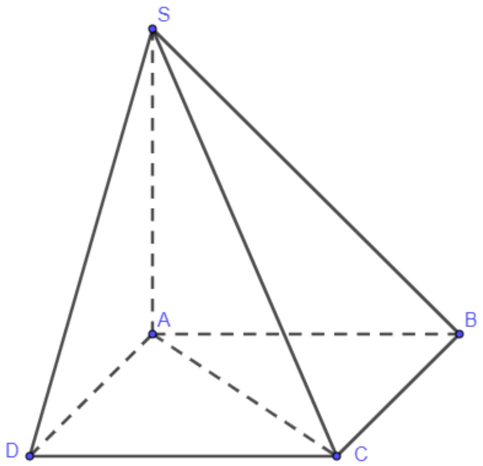
Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}, AD = a$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng

A. 60^0. **B.** 45^0.

C. 75^0. **D.** 30^0.



Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a, AC=4a, SA\perp(ABCD)$ và $SA=3a$. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\frac{12a}{5}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;\ 0)$. **B.** $(-2;\ 0)$ và $(1;+\infty)$ **C.** $(-\infty;\ -2)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;\ -2)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 2 người đàn ông, 3 người phụ nữ và 4 trẻ em. Chọn ngẫu nhiên 4 người từ nhóm đó. Xác suất để 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em bằng

A. $\frac{8}{21}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 34: . Nếu $\int_0^{\ln 3}\left[f(x)+e^x\right]dx=6$ thì $\int_0^{\ln 3}f(x)dx$ bằng

A. $6+\ln 3$. **B.** $6-\ln 3$. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-8x^2-7$ bằng

A. -2. **B.** -7. **C.** -23. **D.** 2.

Câu 36: Cho các số thực dương a,b thoả mãn $\log a+2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b^2=1$. **B.** $a+2b=10$. **C.** $ab^2=10$. **D.** $a+b^2=10$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;1;-2)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=169$. **B.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=13$

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=13$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=169$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;-1;0)$ và $C(0;0;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-1+t\\z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=-1-t\\z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

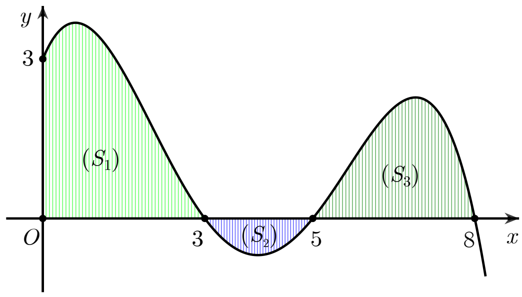
Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(\frac{a^2}{b}\right).\log_a(ab)-4=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương không lớn hơn 2024 của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{x^2+2x-1+m}{5x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$?

A. 2012. **B.** 2009. **C.** 2011. **D.** 2010.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;8]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $S_1=23,\ S_2=3,\ S_3=15$ lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và trục Ox. Giá trị của $I=\int_5^6\left(-2x^3+9x^2-9x\right)f'\left(x^2-3x-10\right)dx$ là

A. $I=-15.$ **B.** $I=65.$ **C.** $I=5.$ **D.** $I=35.$

Câu 42: Giả sử z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $\left|(2+i)|z|z-(1-2i)z\right|=|1+3i|$ và $|z_1-z_2|=1$. Tính $M=|2z_1+5z_2|$.

A. $M=\sqrt{19}$. **B.** $M=\sqrt{39}$. **C.** $M=7$. **D.** $M=39$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, góc $\widehat{ABC}=60^0$. Gọi N là trung điểm của AB. Tam giác $A'NC$ đều và có diện tích bằng $6\sqrt{3}a^2$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{144\sqrt{6}}{169}a^3$. **B.** $V=\frac{144\sqrt{6}}{13}a^3$. **C.** $V=\frac{144\sqrt{6}}{12}a^3$. **D.** $V=\frac{144\sqrt{6}}{39}a^3$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)\in d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T={x_0}^2+{y_0}^2+{z_0}^2$ bằng

A. 21. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 26.

Câu 45: Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ với dung tích $5m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu?

A. 6424000 đồng. **B.** 5758000 đồng. **C.** 7790000 đồng. **D.** 6598000 đồng.

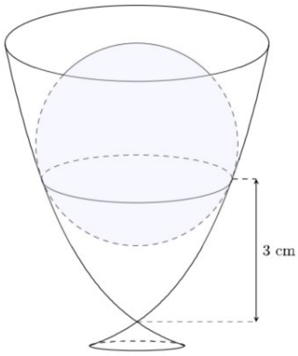
Câu 46: Xét các số thực dương x,y thỏa mãn $\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Khi biểu thức $P=x+\frac{3y^3-5y^2+6y-1}{3y+1}$ đạt nhỏ nhất, tính giá trị của biểu thức $T=2024x-2020y$

A. -1514 **B.** 1514 **C.** -1519 **D.** 1519

Câu 47: Với hai số phức z_1,z_2 thay đổi thỏa mãn $|z_1+1-2i|=|z_1-5+2i|$ và $|z_2+3-2i|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1+3+i|+|z_1-z_2|$ bằng

A. $5\sqrt{5}-2$. **B.** $\sqrt{10}-2$. **C.** $\sqrt{10}+2$. **D.** $\sqrt{85}-2$.

Câu 48: Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y=2^x$ xung quanh trục Oy. Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly $3cm$. Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. $30cm^2$. **B.** $40cm^2$. **C.** $50cm^2$. **D.** $60cm^2$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=(x-2)^2(x^2-x)$, $x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 154. **B.** 17. **C.** 213. **D.** 153.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+16=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S). Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q):2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -15. **B.** -13. **C.** -14. **D.** -7.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **<u>C</u>.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu là $y=1$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x+6x$ là

<u>A</u>. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$. **C.** $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\cos x+6x\right)\mathrm{d}x=\sin x+3x^2+C$.

Câu 3: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ bằng

<u>A</u>. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $2^{2x^2+5x+4}=4\Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4}=2^2\Leftrightarrow 2x^2+5x+4=2\Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\x=-2\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là 1.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;-4;3\right)$ và $B\left(2;2;7\right)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $\left(4;-2;10\right)$ **B.** $\left(1;3;2\right)$ **C.** $\left(2;6;4\right)$ **D.** $\left(2;-1;5\right)$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB, ta có tọa độ điểm I là $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=2\\y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-1\\z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=5\end{cases}$.

Vậy $I\left(2;-1;5\right)$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

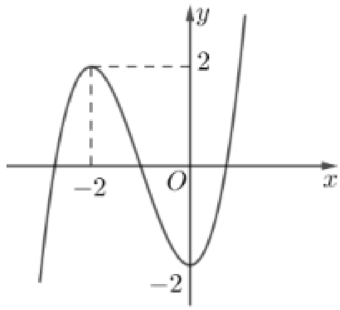
A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải.

Chọn D

$\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x-1}{x-3}=-\infty$. Suy ta tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 6: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và hệ số $a > 0$.

Nên hàm số thỏa mãn là $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x-4)^e$ là

A. $(-\infty; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Ta có: $e \notin \mathbb{Z} \Rightarrow ĐK: x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4 \Rightarrow TXĐ: D = (4; +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M(x_0; y_0; z_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$ thì phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, ta chọn đáp án

B.

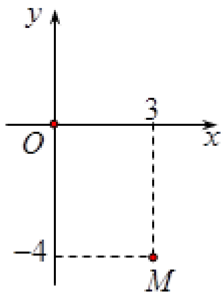
Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$$\begin{cases} 1 = 1 - t \\ 2 = 5 + t \\ 5 = 2 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -3 \\ t = 1 \end{cases}$$. Loại đáp án **A.**

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$$\begin{cases} 1 = 1 - t \\ 5 = 5 + t \\ 2 = 2 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$$. Nhận đáp án **B.**

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Khi đó số phức $w = 5z$ là



A. $w = 15 + 20i$. **B.** $w = -15 - 20i$. **C.** $w = 15 + 20i$. **D.** $w = 15 - 20i$.

Lời giải

Số phức $w = 5z = 5(3-4i) = 15 - 20i$

Câu 10: Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=8$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=64$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

Lời giải

Vì mặt cầu (S) có tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$ nên mặt cầu (S) có tâm $A(2;1;0)$ và nhận độ dài đoạn thẳng AB là bán kính.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2:0;2)$. $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-2)^2+0^2+2^2} = 2\sqrt{2}$. Suy ra: $R = 2\sqrt{2}$.

Vậy: $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

Vậy chọn đáp án **B**

Câu 11: Với a,b là hai số thực dương thỏa mãn $\log a = 11, \log b = 13$. Khi đó $\log(ab^2)$ bằng

A. 46. **B.** 37. **C.** 180. **D.** 23.

Lời giải

Ta có: $\log(ab^2) = \log a + 2\log b = 11 + 2.13 = 37$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 13: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

$V = B.h = a^2.\sqrt{2}a = \sqrt{2}a^3$

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{27}$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Lời giải

Ta có cơ số $0 < a = \frac{1}{3} < 1$.

Nên bất phương trình đã cho tương đương $2x-1 \leq \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} \Leftrightarrow 2x-1 \leq 3 \Leftrightarrow 2x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty;2]$.

Câu 15: Trong các hàm số được cho bởi các phương án *A*, *B*, *C*, *D* dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó.

A. $y = \log_{0,5} x$. **B.** $y = \log_{\sqrt{2}-1} x$. **C.** $y = \log_{0,2} x$. **D.** $y = \log_2 x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \log_2 x$:

+ Tập xác định: $(0;+\infty)$.

+ Ta có $y' = \frac{1}{x\ln 2} > 0 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1;2;3)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $x+2y+3=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $y+2z+3=0$. **D.** $x+2z+3=0$.

Lời giải

Mặt phẳng $x+2y+3z=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;3)$.

Câu 17: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua các điểm $x=-1; x=1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 18: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 [3f(x)-g(x)]dx = 10$. Khi đó $\int_1^2 g(x)dx$ bằng:

A. 1. **B.** -4. **C.** 17. **D.** -1.

Lời giải

Ta có, $\int_1^2 [3f(x)-g(x)]dx = 3\int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx = 10$

$\Leftrightarrow \int_1^2 g(x)dx = 10 - 3.3 = 1$.

Câu 19: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_2^0 3f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** -12. **D.** 12.

Lời giải

Vì $\int_0^2 f(x)dx = 4$ nên $\int_2^0 3f(x)dx = -\int_0^2 3f(x)dx = -3.4 = -12$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Khối chóp đã cho có

* chiều cao $h = SA = 3a$.

* diện tích mặt đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$..

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$ có phần ảo là

A. -5. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} \Leftrightarrow z = -1-4i$.

Vậy phần ảo của số phức z là -4.

Câu 22: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $3a$.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi.R.l \Leftrightarrow 3\pi a^2 = \pi.a.l \Rightarrow l = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ thành một hàng dọc.

A. $9!$. **B.** 9. **C.** 20. **D.** $4!.5!$.

Lời giải

Số cách xếp 9 học sinh thành một hàng dọc là $9!$.

Câu 24: Cho $\int f(x)dx = \ln|x| + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x$. **B.** $f(x) = \frac{1}{x}$. **C.** $f(x) = e^x$. **D.** $f(x) = -\frac{1}{x}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = (\ln|x|)' = \frac{1}{x}$

Câu 25: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0 **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Câu 26: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S=4\pi a^2$ **B.** $S=8\pi a^2$ **C.** $S=24\pi a^2$ **D.** $S=16\pi a^2$

Lời giải

Vì thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$, nên bán kính đường tròn đáy $r=2a$ và độ dài đường sinh là $l=4a$, suy ra diện tích xung quanh là $S=2\pi rl=2\pi.2a.4a=16\pi a^2$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=10; u_{13}=40$. Số hạng đầu của cấp số cộng là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có : $\begin{cases} u_1+2d=10 \\ u_1+12d=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=4 \\ d=3 \end{cases}$

Câu 28: Số phức liên hợp của $z=(1+i)^2$ là

A. $1-i$. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** $(1-i)^2$.

Lời giải

Ta có $z=(1+i)^2=1+2i+i^2=2i \Rightarrow \overline{z}=-2i$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $3z+2\overline{z}=(4-i)^2$. Mô đun của số phức z là?

A. $\sqrt{73}$. **B.** 64. **C.** 73. **D.** 8

Lời giải

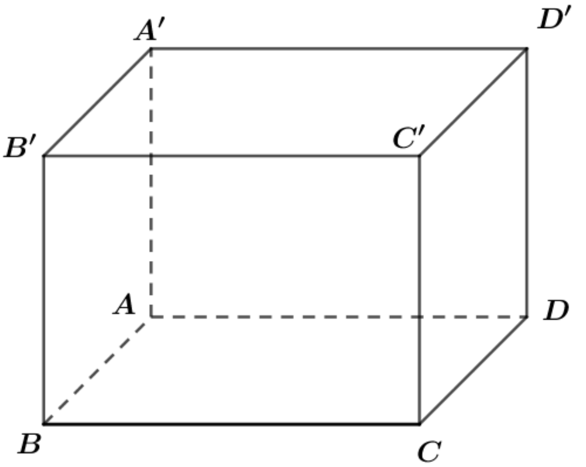
Giả sử $z=a+bi,\ a,b\in R$

Ta có: $3z+2\overline{z}=(4-i)^2 \Leftrightarrow 5a+bi=15-8i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-8 \end{cases}$

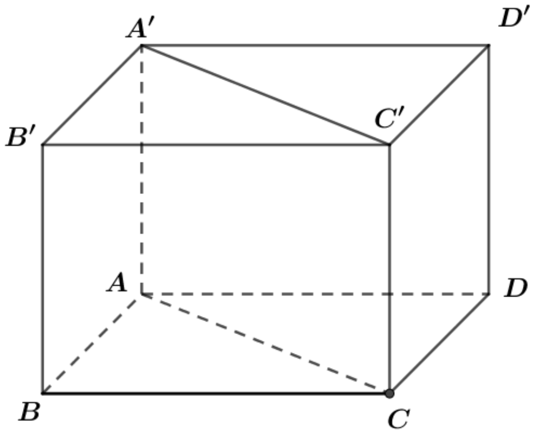
Suy ra $|z|=\sqrt{73}$.

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a\sqrt{3}, AD=a$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng



A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 75^0. **D.** 30^0.

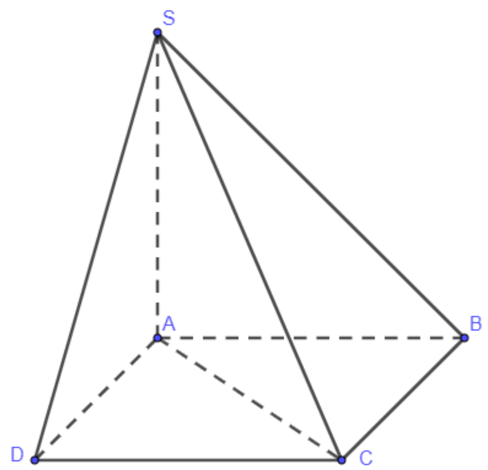
Lời giải



Ta có: $A'C'//AC \Rightarrow (AB, A'C') = (AB, AC) = \widehat{BAC}$.

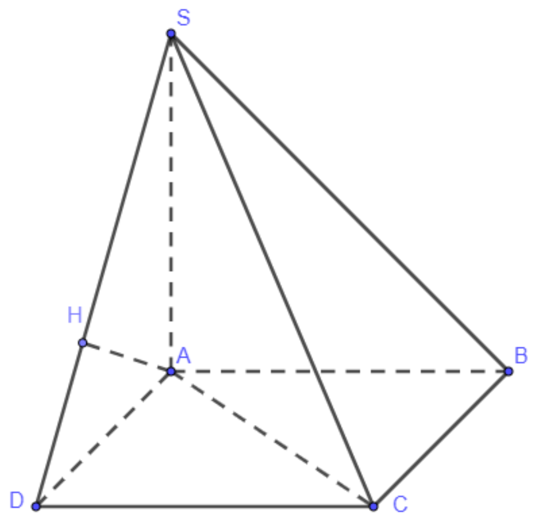
$\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^0$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a, AC = 4a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3a$. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\dfrac{12a}{5}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SD$

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Mặt khác: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$

Vì $AB // (SCD) \Rightarrow d(AB,(SCD)) = d(A,(SCD)) = AH$

Ta có: $AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}a$

Xét ΔSAD vuông tại A, đường cao AH:

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \dfrac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R, có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;\, 0)$. **B.** $(-2;\, 0)$ và $(1;+\infty)$

C. $(-\infty;\, -2)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;\, -2)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;\, 0)$

Câu 33: Một nhóm gồm 2 người đàn ông, 3 người phụ nữ và 4 trẻ em. Chọn ngẫu nhiên 4 người từ nhóm đó. Xác suất để 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em bằng

A. $\dfrac{8}{21}$. **B.** $\dfrac{4}{7}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_9^4$.

Gọi A là biến cố " trong 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em".

$\Rightarrow n(A)=C_2^1.C_3^1.C_4^2+C_2^1.C_3^2.C_4^1+C_2^2.C_3^1.C_4^1=72$.

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{72}{126}=\dfrac{4}{7}$.

Câu 34: . Nếu $\int\limits_0^{\ln 3}\left[f(x)+e^x\right]dx=6$ thì $\int\limits_0^{\ln 3}f(x)dx$ bằng

A. $6+\ln 3$. **B.** $6-\ln 3$. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_0^{\ln 3}\left[f(x)+e^x\right]dx=\int\limits_0^{\ln 3}f(x)dx+\int\limits_0^{\ln 3}e^xdx=\int\limits_0^{\ln 3}f(x)dx+2$

Suy ra $\int\limits_0^{\ln 3}f(x)dx=6-2=4$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-8x^2-7$ bằng

A. -2. **B.** -7. **C.** -23. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=4x^3-16x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-23	$\nearrow$	-7	$\searrow$	-23	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 9.

Câu 36: Cho các số thực dương a,b thoả mãn $\log a+2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b^2=1$. **B.** $a+2b=10$. **C.** $ab^2=10$. **D.** $a+b^2=10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log a+2\log b=1\Leftrightarrow\log a+\log b^2=1\Leftrightarrow\log\left(ab^2\right)=1\Leftrightarrow ab^2=10$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;1;-2)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=169$. **B.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=13$

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=13$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=169$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên trục $Oy\Rightarrow H(0;1;0)$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow R = d(I,Oy) = IH = \sqrt{13}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(3;1;-2)$ bán kính $R = \sqrt{13}$ là $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 13$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;-1;0)$ và $C(0;0;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow x-y+z-1=0$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên nhận $\vec{n}=(1;-1;1)$ là VTCP.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(\frac{a^2}{b}\right).\log_a(ab)-4=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a^2 \log_a^2\left(\frac{a^2}{b}\right).\log_a(ab)-4=0 \Leftrightarrow (2-\log_a b)^2(\log_a b+1)-4=0$.

Đặt $t=\log_a b;\ t\neq 0$. Ta có phương trình

$(2-t)^2(t+1)-4=0 \Leftrightarrow (t^2-4t+4)(t+1)-4=0$

$\Leftrightarrow t^3+t^2-4t^2-4t+4t+4-4=0 \Leftrightarrow t^3-3t^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\ (L) \\ t=3 \end{array}\right.$.

Vậy $\log_a b=3 \Leftrightarrow \log_b a=\frac{1}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương không lớn hơn 2024 của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{x^2+2x-1+m}{5x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$?

A. 2012. **B.** 2009. **C.** 2011. **D.** 2010.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{m}{5}\right\}$.

Ta có $y' = \dfrac{5x^2 + 2mx - 3m + 1}{(5x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$

$\Leftrightarrow y' = \dfrac{5x^2 + 2mx - 3m + 1}{(5x+m)^2} \le 0 \forall x \in (-3;1)$

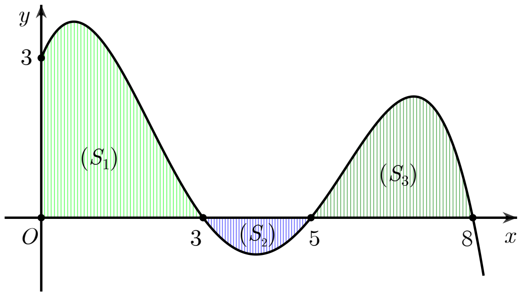
$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 2mx - 3m + 1 \le 0 \forall x \in (-3;1) \\ -\dfrac{m}{5} \notin (-3;1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -9m + 46 \le 0 \\ -m + 6 \le 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m \ge 15 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{46}{9} \\ m \ge 6 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m \ge 15 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 15$

Do nguyên dương không lớn hơn 2024 nên $15 \le m \le 2024$.

Vậy có tất cả 2010 giá trị.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;8]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $S_1 = 23,\ S_2 = 3,\ S_3 = 15$ lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục Ox. Giá trị của $I = \int\limits_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right) \mathrm{d}x$ là

A. $I = -15$. **B.** $I = 65$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 35$.

Lời giải

Ta có $S_1 = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 23,\ S_2 = \int\limits_3^5 -f(x)\mathrm{d}x = 3,\ S_3 = \int\limits_5^8 f(x)\mathrm{d}x = 15$.

Vậy $\int\limits_0^8 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_5^3 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_5^8 f(x)\mathrm{d}x = 23 - 3 + 15 = 35$.

Ta có: $I = \int\limits_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right)\mathrm{d}x = \int\limits_5^6 -\left(x^2 - 3x\right)(2x-3) f'\left(x^2 - 3x - 10\right)\mathrm{d}x$

Đặt $x^2 - 3x - 10 = t \Rightarrow (2x-3)\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$.

Với $x = 5 \Rightarrow t = 0$,

với $x = 6 \Rightarrow t = 8$.

$I = -\int\limits_0^8 (t+10) f'(t)\mathrm{d}t = -\int\limits_0^8 (t+10)\mathrm{d}(f(t)) = -\int\limits_0^8 (x+10)\mathrm{d}(f(x))$

Tính $I = -\int_0^8 (x+10)\mathrm{d}(f(x))$

Đặt $\begin{cases} u = x+10 \\ \mathrm{d}v = \mathrm{d}(f(x)) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow -\int_0^8 (x+10)\mathrm{d}(f(x)) = -(x+10)f(x)\Big|_0^8 + \int_0^8 f(x)\mathrm{d}x$

$= -18f(8) + 10.f(0) + 35 = -18.0 + 10.3 + 35 = 65.$

Vậy: $I = \int_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right)\mathrm{d}x = 65.$

Câu 42: Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $\left|(2+\mathrm{i})|z|z - (1-2\mathrm{i})z\right| = |1+3\mathrm{i}|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính $M = |2z_1 + 5z_2|$.

A. $M = \sqrt{19}$. **B.** $M = \sqrt{39}$. **C.** $M = 7$. **D.** $M = 39$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết, ta có: $\left|\left[2|z| - 1 + (|z|+2)i\right]z\right| = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow \left|(2|z|-1) + (|z|+2)\mathrm{i}\right|.|z| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \left[(2|z|-1)^2 + (|z|+2)^2\right].|z|^2 = 10$

$\Leftrightarrow 5|z|^4 + 5|z|^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow |z| = 1.$

Gọi $z_1 = x_1 + y_1\mathrm{i}$ và $z_2 = x_2 + y_2\mathrm{i}$; $(x_1; y_1; x_2; y_2 \in \mathbb{R})$

Ta có $|z_1| = |z_2| = 1$ nên $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = 1$.

Mặt khác: $|z_1 - z_2| = 1$ nên $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 1$. Suy ra $x_1x_2 + y_1y_2 = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $M = |2z_1 + 5z_2| = \sqrt{(2x_1 + 5x_2)^2 + (2y_1 + 5y_2)^2}$

$= \sqrt{4(x_1^2 + y_1^2) + 25(x_2^2 + y_2^2) + 20(x_1x_2 + y_1y_2)} = \sqrt{4 + 25 + 10} = \sqrt{39}$

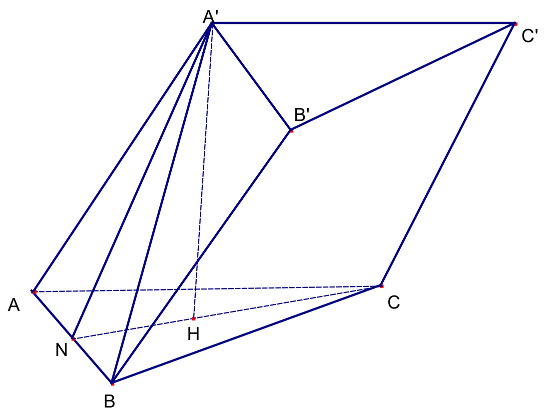
Vậy $M = \sqrt{39}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, góc $\widehat{ABC} = 60^0$. Gọi N là trung điểm của AB. Tam giác $A'NC$ đều và có diện tích bằng $6\sqrt{3}a^2$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{144\sqrt{6}}{169}a^3$. **B.** $V = \dfrac{144\sqrt{6}}{13}a^3$. **C.** $V = \dfrac{144\sqrt{6}}{12}a^3$. **D.** $V = \dfrac{144\sqrt{6}}{39}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của $CN \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

vì tam giác $A'NC$ đều và có diện tích bằng $6\sqrt{3}a^2 \Rightarrow CN = 2\sqrt{6}a \Rightarrow A'H = 3\sqrt{2}a$.

Đặt $AC = x\,(x > 0) \Rightarrow AB = \dfrac{AC}{\tan 60^0} = \dfrac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow AN = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{x}{2\sqrt{3}}$.

tam giác ACN vuông tại $A \Rightarrow CN^2 = AN^2 + AC^2 \Leftrightarrow \left(2\sqrt{6}a\right)^2 = \left(\dfrac{x}{2\sqrt{3}}\right)^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = \dfrac{288}{13}a^2$

$$\Rightarrow V = S_{ABC}.A'H = \frac{1}{2}x.\frac{x}{\sqrt{3}}.3\sqrt{2}a = \frac{144\sqrt{6}}{13}a^3.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 21. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 26.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 3$. Giả sử $T(x; y; z) \in (S)$ là một tiếp điểm của tiếp tuyến MT với mặt cầu (S). Khi đó $OT^2 + MT^2 = OM^2$

$\Leftrightarrow 9 + \left[x - (1 + t_0)\right]^2 + \left[y - (1 + 2t_0)\right]^2 + \left[z - (2 - 3t_0)\right]^2 = (1 + t_0)^2 + (1 + 2t_0)^2 + (2 - 3t_0)^2$

$\Leftrightarrow (1 + t_0)x + (1 + 2t_0)y + (2 - 3t_0)z - 9 = 0$

Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $(1 + t_0)x + (1 + 2t_0)y + (2 - 3t_0)z - 9 = 0$. Do $D(1;1;2) \in (ABC)$ nên $1 + t_0 + 1 + 2t_0 + 2.(2 - 3t) - 9 = 0 \Leftrightarrow t_0 = -1$

$\Rightarrow M(0;-1;5)$. Vậy $T = 26$.

Câu 45: Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ với dung tích $5m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu?

A. 6424000 đồng. **B.** 5758000 đồng. **C.** 7790000 đồng. **D.** 6598000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x, y lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ

Ta có thể tích $V = h.S = y.x^2.\pi = 5 \Rightarrow y = \dfrac{5}{x^2.\pi}$ (1)

Lại có diện tích bề mặt hình trụ không nắp $S_{tru} = S_{xq} + S_d = 2\pi xy + \pi x^2$ (2)

Để chi phí thấp nhất thì S_{tru} nhỏ nhất do đó

Thay (1) và (2) ta được

$$S_{tru} = S_{xq} + S_d = 2\pi xy + \pi x^2 = 2\pi.x.\frac{5}{x^2.\pi} + \pi x^2 = \frac{10}{x} + \pi.x^2 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{5}{x}.\frac{5}{x}.\pi.x^2} = 3\sqrt[3]{25\pi}$$

Chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là : $S_{tru}.500000 = 3\sqrt[3]{25\pi}.500000 \approx 6424000$

Câu 46: Xét các số thực dương x,y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Khi biểu thức $P = x + \frac{3y^3 - 5y^2 + 6y - 1}{3y+1}$ đạt nhỏ nhất, tính giá trị của biểu thức $T = 2024x - 2020y$

A. -1514 **B.** 1514 **C.** -1519 **D.** 1519

Lời giải

Chọn A

Với x,y dương và kết hợp với điều kiện của biểu thức $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$ ta được $1 - xy > 0$

Biến đổi $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$

$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = -3(1-xy) + (x+2y) - \log_3 3$

$\Leftrightarrow \left[\log_3(1-xy) + \log_3 3\right] + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$

$\Leftrightarrow \log_3\left[3(1-xy)\right] + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y) (1)$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên $D = (0;+\infty)$

$f'(t) = \frac{1}{t.\ln 3} + 1 > 0$ với mọi $x \in D$ nên hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ đồng biến trên $D = (0;+\infty)$

Từ đó suy ra $(1) \Leftrightarrow 3(1-xy) = x + 2y \Leftrightarrow 3 - 2y = x(1+3y) \Leftrightarrow x = \frac{3-2y}{1+3y}$

Theo giả thiết ta có $x > 0, y > 0$ nên từ $x = \frac{3-2y}{1+3y}$ ta được $0 < y < \frac{3}{2}$.

$P = x + \frac{3y^3 - 5y^2 + 6y - 1}{3y+1} = \frac{3-2y}{3y+1} + \frac{3y^3 - 5y^2 + 6y - 1}{3y+1} = \frac{(3y+1)(y^2 - 2y + 1)}{3y+1} = y^2 - 2y + 1$

$\Rightarrow P = (y-1)^2 + 1 \geq 1$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy giá trị của biểu thức $T = 2024.\frac{1}{4} - 2020.1 = -1514$.

Câu 47: Với hai số phức z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn $|z_1 + 1 - 2i| = |z_1 - 5 + 2i|$ và $|z_2 + 3 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 + 3 + i| + |z_1 - z_2|$ bằng

A. $5\sqrt{5} - 2$. **B.** $\sqrt{10} - 2$. **C.** $\sqrt{10} + 2$. **D.** $\sqrt{85} - 2$.

Lời giải

Chọn D

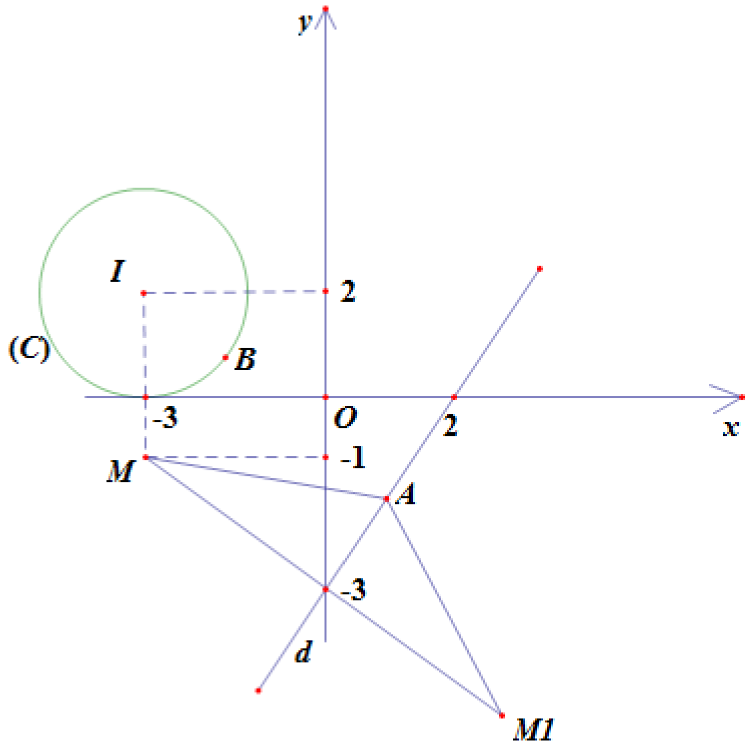
Gọi $z_1 = x + yi$, ta có $|z_1 + 1 - 2i| = |z_1 - 5 + 2i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-5)^2 + (y+2)^2$

$3x - 2y - 6 = 0$. Tập hợp điểm biểu diễn z_1 là đường thẳng $d: 3x - 2y - 6 = 0$.

$z_2: |z_2 + 3 - 2i| = 2$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn z_2 là đường tròn

$(C):(x+3)^2+(y-2)^2=4$ tâm $I(-3;2)$, bán kính $r=2$.

Số phức $z_1=x+yi$ được biểu diễn bởi điểm $A(x;y)\in d$



Số phức z_2 được biểu diễn bởi điểm $B\in(\mathrm{C})$.

Gọi điểm.

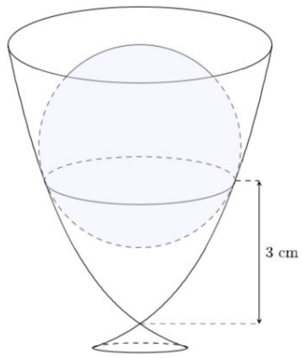
Ta có $P=|z_1+3+i|+|z_1-z_2|=AM+AB$.

Gọi M_1 là điểm đối xứng với M qua d, ta có: $M_1(3;-5)$ và

$P=|z_1+3+i|+|z_1-z_2|=AM+AB=AM_1+AB\geq IM_1-r$.

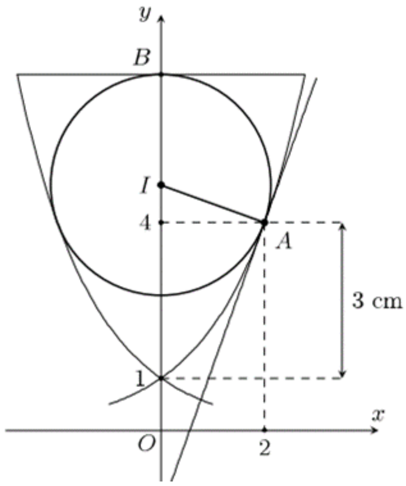
Vậy $P_{\min}=IM_1-r=\sqrt{85}-2$. Dấu = xảy ra khi $A=IM_1\cap d, B=IM_1\cap(C)$.

Câu 48: Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y=2^x$ xung quanh trục Oy. Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly $3\,cm$. Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. $30\,cm^2$. **B.** $40\,cm^2$. **C.** $50\,cm^2$. **D.** $60\,cm^2$.

Lời giải



Xét mặt phẳng (α) đi qua trục của chiếc ly. Gọi (τ) là đường tròn lớn của quả cầu. Ta thấy đường tròn (τ) và đồ thị $(C): y = 2^x$ tiếp xúc nhau tại A. Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta được $A(2;4)$.

Tiếp tuyến với (C) tại A là $(d): y = (4\ln 2).x - 8\ln 2 + 4$.

Đường thẳng vuông góc với (d) tại A là $(\Delta): y = -\dfrac{1}{4\ln 2}.x + \dfrac{1}{2\ln 2} + 4$.

Tâm I của đường tròn (τ) là giao điểm của (Δ) và Oy, ta được $I\left(0;\dfrac{1+8\ln 2}{2\ln 2}\right)$.

Ta có $IA = \left(2;-\dfrac{1}{2\ln 2}\right)$, suy ra thể tích khối cầu $V_{khoi\,cau} = \dfrac{4\pi}{3}.IA^3 \approx 40,26\,cm^3$.

Dung tích chiếc ly là $V = \pi\int\limits_1^{y_B}[\log_2 y]^2\,\mathrm{dy} \approx 69,92\,cm^3$.

Thể tích nước chứa trong chiếc ly là $V_{nuoc} = V - V_{khoi\,cau} \approx 29,66\,cm^3$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = (x-2)^2(x^2-x)$, $x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\dfrac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 154. **B.** 17. **C.** 213. **D.** 153.

Lời giải

Chọn D

+) Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$, trong đó $x = 2$ là nghiệm bội chẵn nên không phải là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

+) Xét hàm số $y = g(x) = f\left(\dfrac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$.

$g'(x) = (x-6)\,f'\left(\dfrac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ f'\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ \frac{1}{2}x^2-6x+m=2 \\ \frac{1}{2}x^2-6x+m=0 \\ \frac{1}{2}x^2-6x+m=1 \end{array}\right..$$

Nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=2$ không phải là điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

Để hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=0$ và $\frac{1}{2}x^2-6x+m=1$ phải có 4 nghiệm phân biệt khác 6.

+) Xét hàm số $h(x)=\frac{1}{2}x^2-6x$.

$h'(x)=x-6$.

$h'(x)=0 \Leftrightarrow x=6$.

Bảng biến thiên:

+) Số nghiệm phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $h(x)$ và đường thẳng $y=-m$.

+) Số nghiệm phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $h(x)$ và đường thẳng $y=-m+1$.

Mà $-m<-m+1$ nên để hai phương trình trên có 4 nghiệm phân biệt khác 6 thì $-m>-18 \Leftrightarrow m<18$.

Tập các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $S=\{1;...;17\}$.

Tổng tất cả các giá trị m của tập S là $1+...+17=153$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+16=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S). Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q): 2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -15. **B.** -13. **C.** -14. **D.** -7.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=\sqrt{21}$.

Ta có: $d(I;(P))=9>\sqrt{21}$ nên suy ra mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S).

Gọi a, b là các kích thước mặt đáy hình hộp chữ nhật và $d=d(I;(Q))$.

Khi đó, thể tích của khối hộp chữ nhật (H) là

$$V=\left[d\left(I;(P)\right)+d\left(I;(Q)\right)\right]ab=(9+d)ab\le(9+d)\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=(9+d)\left(21-d^2\right).$$

Xét hàm số $f(d)=(9+d)\left(21-d^2\right)$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(d)=21-d^2-2d(9+d)=21-18d-3d^2$; $f'(d)=0\Leftrightarrow d=1$.

Từ đó, $V\le f(1)$.

Suy ra thể tích khối hộp chữ nhật đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi
$d=d\left(I;(Q)\right)=1$ và $(Q)//(P)$.

Ta có $(Q):2x-y+2z+d=0$.

$$d\left(I;(Q)\right)=1\Leftrightarrow\frac{|11+d|}{3}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-8\\d=-14\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(Q_1):2x-y+2z-8=0\\(Q_2):2x-y+2z-14=0\end{array}\right..$$

Lấy điểm $N(0;0;-8)\in(P)$. Ta có I và N phải nằm cùng phía với mặt phẳng (Q).

Do đó, ta chọn $(Q):2x-y+2z-14=0$. Từ đó $b+c+d=-13$.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 05 – MÃ ĐỀ: 105

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=1+e^{2x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $\int f(x)dx=x+\frac{1}{2}e^{x}+C$.
B. $\int f(x)dx=x+2e^{2x}+C$.
C. $\int f(x)dx=x+\frac{1}{2}e^{2x}+C$.
D. $\int f(x)dx=x+e^{2x}+C$.

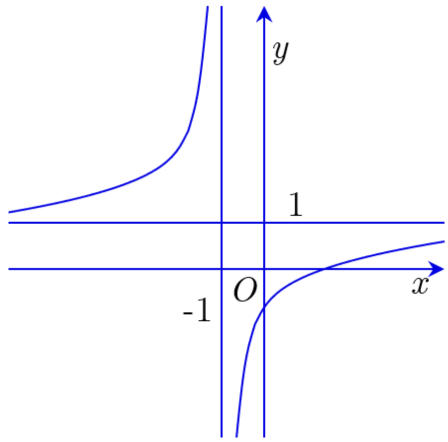
Câu 3: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

A. $S=\{3\}$ **B.** $S=\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$ **C.** $S=\{-3;3\}$ **D.** $S=\{4\}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$. **C.** $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

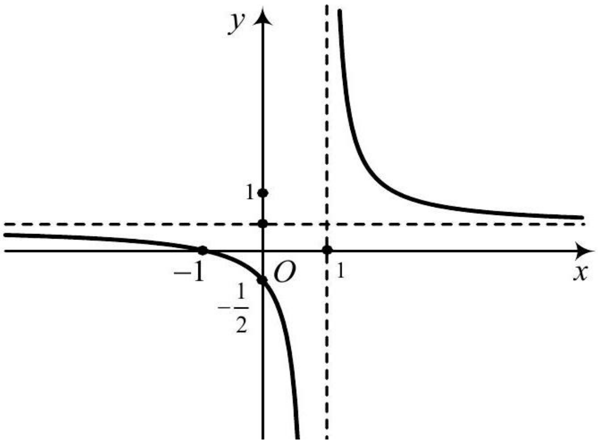
Câu 5: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $x=1$.
C. $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 6: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\frac{x+1}{x-1}$.
B. $y=\frac{2x}{3x-3}$.
C. $y=\frac{2x-4}{x-1}$.
D. $y=\frac{x+1}{2x-2}$.

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-6x+9\right)^{\frac{\pi}{2}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của z bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

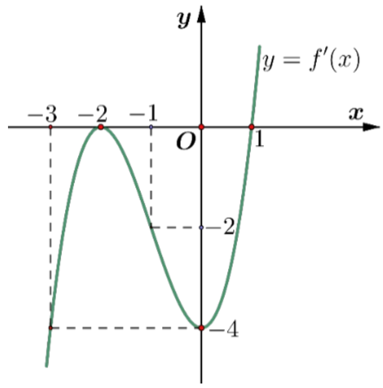
Câu 10: Trong không gian vơi hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S):

A. $I(-4;1;0),R=2$. **B.** $I(-4;1;0),R=4$. **C.** $I(4;-1;0),R=2$. **D.** $I(4;-1;0),R=4$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{\frac{1}{a}} a^{2023}$ là

A. 2023. **B.** $-\dfrac{1}{2023}$. **C.** $\dfrac{1}{2023}$. **D.** -2023.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 13: Một khối lập phương có thể tích bằng $64\,cm^3$. Độ dài mỗi cạnh của khối lập phương đó bằng

A. $4\,cm$. **B.** $8\,cm$. **C.** $6\,cm$. **D.** $16\,cm$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2)\le 1$ là

A. $\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	0		1
y'		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **C.** $y=\log_{\pi} x$. **D.** $y=\log_{\frac{\pi}{3}} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$ có phương trình là

A. $3x-y+4z+12=0$. **B.** $x-y+2z+12=0$. **C.** $3x-y+4z-12=0$. **D.** $x-y+2z-12=0$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=9;\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=\dfrac{9}{4}$. **C.** $I=36$. **D.** $I=13$.

Câu 19: Biết $\int\limits_2^4\left[3f(x)+x\right]dx=12$ thì $\int\limits_4^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA,AB,AC đôi một vuông góc. Biết $SA=3a$, $AB=4a$, $AC=2a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

A. $V=24a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-1-4i$. Phần thực của số phức $2z_1+z_2$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 3.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $18\pi a^2$ và độ dài đường cao bằng a. Tính bán kính R của đường tròn đáy của hình trụ đã cho theo a.

A. $R=3a$. **B.** $R=9a$. **C.** $R=6\text{a}$. **D.** $R=18a$.

Câu 23: Một lớp có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh làm lớp trưởng và 1 học sinh làm lớp phó học tập?

A. 2^{35}. **B.** A_{35}^2. **C.** C_{35}^2. **D.** 35^2.

Câu 24: Cho $\int\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\dfrac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. **B.** $F'(x)=-\cot x$. **C.** $F'(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $F'(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 25: Tìm số giao điểm của đồ thị $(C):y=x^3+2x^2-3$ và trục hoành.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 26: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình vuông có chu vi là 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 8π.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-2$, $d=9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225 **B.** 226 **C.** 224 **D.** 227

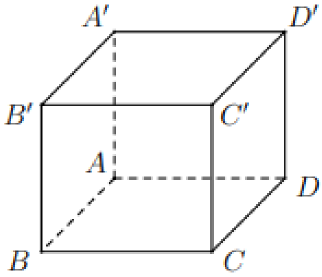
Câu 28: Cho hai số phức $z_1=-1+2i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức z_1z_2 bằng

A. -8. **B.** -2. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z+\overline{z}=8+6i$. Mô đun của số phức z bằng

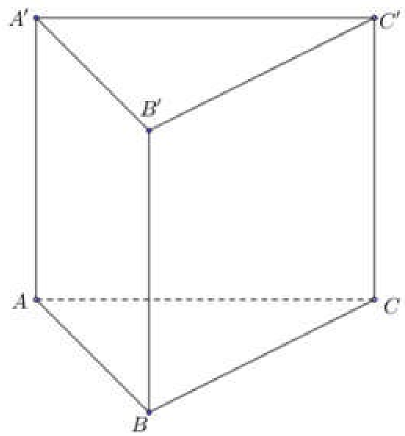
A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng



A. 30^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại $A, AB=a, BB'=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCA') bằng



A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 33: Một hộp có 6 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. $\frac{190}{1001}$. **B.** $\frac{310}{1001}$. **C.** $\frac{6}{143}$. **D.** $\frac{12}{143}$.

Câu 34: Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^3 [f(x)+2x]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x}{x^2+1}$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 36: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2b^3=4^4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2 a+3\log_2 b=4$. **B.** $2\log_2 a+3\log_2 b=8$.

C. $2\log_2 a+3\log_2 b=32$. **D.** $2\log_2 a+3\log_2 b=16$.

Câu 37: Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;4;-3);B(6;9;6);C(-3;5;9)$ và có tâm thuộc mặt phẳng Oyz là:

A. $x^2+y^2+z^2-4y+10z+13=0$.
B. $x^2+y^2+z^2-14y-6z+9=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+12y-2z+1=0$.
D. $x^2+y^2+z^2+2y-4z-4=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$.
B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$.
D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

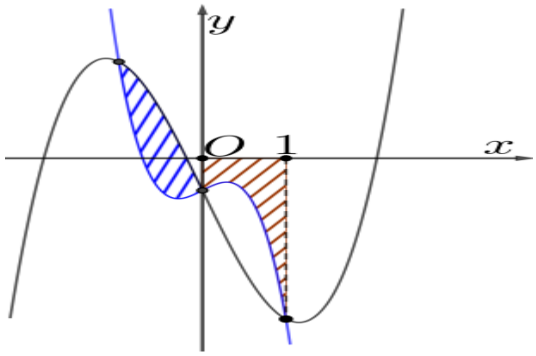
Câu 39: Cho các số thực a,b,c thuộc khoảng $(1;+\infty)$ và $\log^2_{\sqrt{a}}b+\log_b c.\log_b\frac{c^2}{b}+9\log_a c=4\log_a b$. Giá trị của biểu thức $\log_a b+\log_b c^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

Câu 40: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $(-\infty;-2]$.
B. $(-3;-2]$.
C. $(-\infty;0]$.
D. $(-\infty;-2)$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx+c$ và $g(x)=bx^3+ax+d,(a>0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng tổng diện tích miền kẻ sọc như hình vẽ bằng $\frac{7}{3}$. Giá trị của $\int_1^e\frac{f(\ln x)}{x}dx$ bằng

A. $\frac{7}{6}$.
B. $-\frac{7}{3}$.
C. $-\frac{5}{3}$.
D. $\frac{7}{3}$.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1|=|z_2|=2$ và $|z_1+2z_2|=4$. Giá trị của $|2z_1-z_2|$ bằng?

A. $\sqrt{6}$.
B. $2\sqrt{6}$.
C. $3\sqrt{6}$.
D. 2.

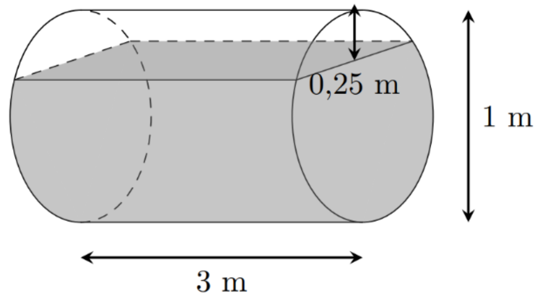
Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Điểm M là trung điểm cạnh AB, tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $10a^3\sqrt{3}$.
B. $4a^3\sqrt{3}$.
C. $12a^3\sqrt{3}$.
D. $8a^3\sqrt{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-6z-59=0$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+5t \\ y=5+2t \\ z=4-4t \end{cases}$. Một mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Biết rằng khối nón có đường tròn đáy trùng với (C) và có đỉnh $N \in (S)$ có thể tích lớn nhất. Lúc đó phương trình của mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-1=0$ với a,b,c là các số thực dương. Tính tổng $T=a+b+c$

A. $\frac{11}{52}$. **B.** $\frac{17}{52}$. **C.** $\frac{15}{52}$. **D.** $\frac{21}{52}$.

Câu 45: Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc $0,25$ m. Tính thể tích của nước trong téc.



A. $1,768m^3$. **B.** $1,167m^3$.
C. $1,895m^3$. **D.** $1,896m^3$.

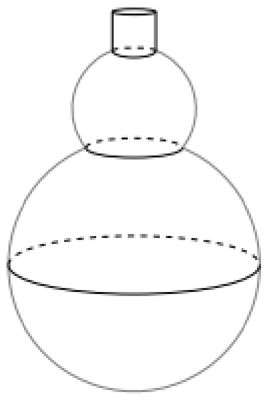
Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2(x^2+y^2+4)+\log_{2022}\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}\right)=\frac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi biểu thức $P=x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 47: Cho $z_1; z_2$ là các số phức thỏa mãn $|z_1|=2; |z_2|=3$ và $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P=|4z_1-3z_2+1-2i|$ bằng

A. $15+\sqrt{5}$. **B.** $5+\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{65}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Câu 48: Người ta cắt hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R=13cm$ và $r=\sqrt{41}cm$ và một phần của mặt trụ để làm hồ lô đựng rượu như hình vẽ dưới đây. Biết giao của hai hình cầu là đường tròn có bán kính $r_1=5cm$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}cm$, chiều cao bằng $4cm$. Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể. Hỏi hồ lô đựng được tối đa bao nhiêu lít rượu?.



A. $8,2$ lít. **B.** $9,5$ lít. **C.** $10,2$ lít. **D.** $11,4$ lít.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2-7x+12\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^3-3x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z+12=0$ và mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Xét hai điểm M, N lần lượt thuộc $\left(P\right)$ và $\left(S\right)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}=\left(1;1;1\right)$. Giá trị nhỏ nhất của MN bằng

A. 3. **B.** $9\sqrt{3}-1$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** 2.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy, hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại của hàm số là 3

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x + 2\mathrm{e}^{2x} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \mathrm{e}^{2x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng bảng nguyên hàm ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Câu 3: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

A. $S = \{3\}$ **B.** $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ **C.** $S = \{-3; 3\}$ **D.** $S = \{4\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > 1$. Phương trình đã cho trở thành $\log_2(x^2-1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm duy nhất của phương trình là $x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

Lời giải

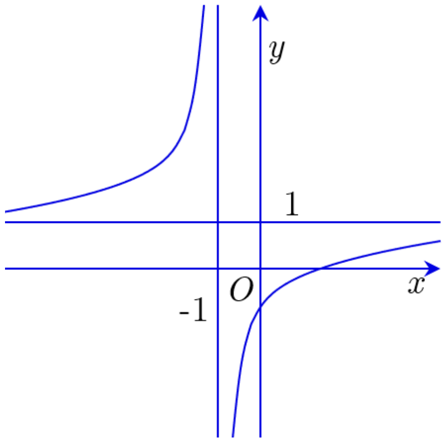
Giả sử $B(x_B; y_B; z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \dfrac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \dfrac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \dfrac{3 + z_M}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases}$$

Vậy $B(5;-3;-7)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

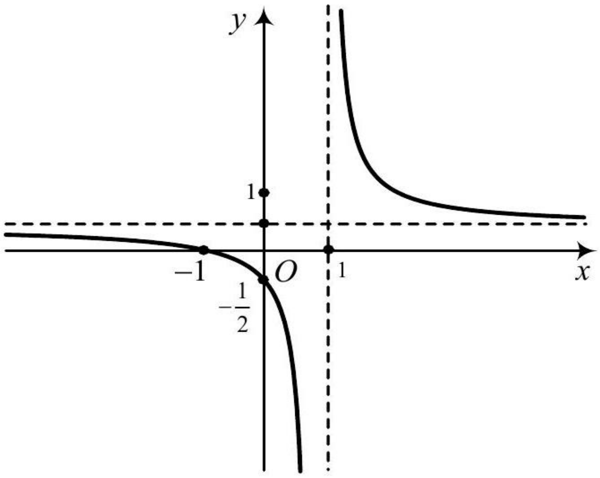
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=-1$.

Câu 6: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$. **C.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có TCN là: $y=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ Loại A, B, **C.**

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-6x+9\right)^{\frac{\pi}{2}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Do $\dfrac{\pi}{2}\not\subset\mathbb{Z}$ nên ta có điều kiện: $x^2-6x+9>0\Leftrightarrow(x-3)^2>0\Leftrightarrow x\neq 3$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của z bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Điểm $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z, suy ra $z=-3+i$.

Vậy phần ảo của z bằng 1.

Câu 10: Trong không gian vơi hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S):

A. $I(-4;1;0),R=2$. **B.** $I(-4;1;0),R=4$. **C.** $I(4;-1;0),R=2$. **D.** $I(4;-1;0),R=4$.

Lời giải

$(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$

$\Rightarrow I(4;-1;0)$

$R=4$.

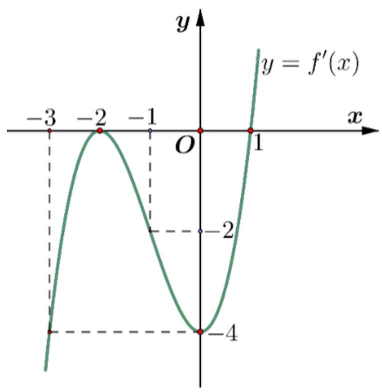
Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{\frac{1}{a}} a^{2023}$ là

A. 2023. **B.** $-\frac{1}{2023}$. **C.** $\frac{1}{2023}$. **D.** -2023.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} a^{2023}=-\log_a a^{2023}=-2023$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f'(x)<0,\forall x<1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 13: Một khối lập phương có thể tích bằng $64\,cm^3$. Độ dài mỗi cạnh của khối lập phương đó bằng

A. $4cm$. **B.** $8cm$. **C.** $6cm$. **D.** $16cm$.

Lời giải

Giả sử khối lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng a.

Ta có $a^3 = 64$. Suy ra $a = 4$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \le 1$ là

A. $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; \log_2 5)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

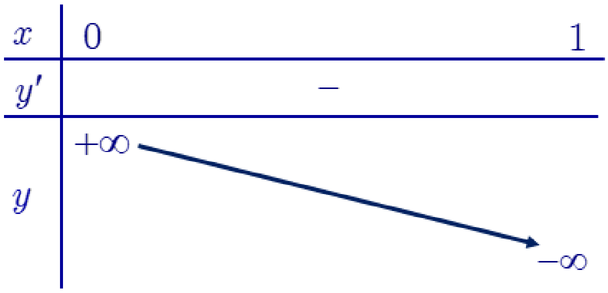
Lời giải

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \le 1 \Leftrightarrow x - 2 \ge \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \ge \frac{5}{2}$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm $T = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 15: Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình bên dưới?



A. $y = \log_3 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **C.** $y = \log_{\pi} x$. **D.** $y = \log_{\frac{\pi}{3}} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ có phương trình là

A. $3x - y + 4z + 12 = 0$. **B.** $x - y + 2z + 12 = 0$. **C.** $3x - y + 4z - 12 = 0$. **D.** $x - y + 2z - 12 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u} = (1;-1;2)$.

Ta có $(P) \perp d \Rightarrow (P)$ nhận $\vec{u} = (1;-1;2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-3) - 1(y+1) + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Xét $f'(x) = x(x+2)^2$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 9; \int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4$. Khi đó $\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 5$. **B.** $I = \dfrac{9}{4}$. **C.** $I = 36$. **D.** $I = 13$.

Lời giải

Có $\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 9 + 4 = 13$.

Câu 19: Biết $\int\limits_2^4 \left[3f\left(x\right) + x\right]dx = 12$ thì $\int\limits_4^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Lời giải

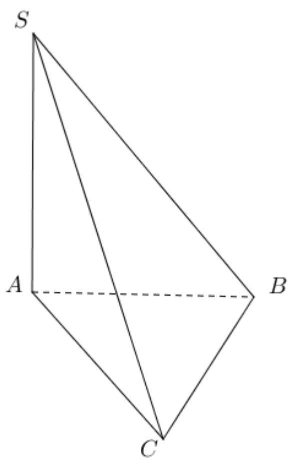
Ta có $\int\limits_2^4 \left[3f\left(x\right) + x\right]dx = 12 \Leftrightarrow 3\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx + \int\limits_2^4 xdx = 12 \Leftrightarrow 3\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx + \left.\dfrac{x^2}{2}\right|_2^4 = 12$.

Suy ra $3\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 12 - 6 = 6 \Leftrightarrow \int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2 \Rightarrow \int\limits_4^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = -2$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc. Biết $SA = 3a$, $AB = 4a$, $AC = 2a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

A. $V = 24a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = 6a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải



Ta có $V = \dfrac{1}{6}SA.AB.AC = \dfrac{1}{6}.3a.4a.2a = 4a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -1 - 4i$. Phần thực của số phức $2z_1 + z_2$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $2z_1 + z_2 = 2\left(2 + 3i\right) - 1 - 4i = 3 + 2i$.

Vậy phần thực của số phức $2z_1 + z_2$ là 3.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $18\pi a^2$ và độ dài đường cao bằng a. Tính bán kính R của đường tròn đáy của hình trụ đã cho theo a.

A. $R = 3a$. **B.** $R = 9a$. **C.** $R = 6a$. **D.** $R = 18a$.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = 2\pi Rh \Rightarrow R = \dfrac{S_{xq}}{2\pi h} = 9a$.

Câu 23: Một lớp có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh làm lớp trưởng và 1 học sinh làm lớp phó học tập?

A. 2^{35}. **B.** A_{35}^2. **C.** C_{35}^2. **D.** 35^2.

Lời giải

Mỗi cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng và 1 bạn làm lớp phó học tập là một chỉnh hợp chập 2 của 35 phần tử. Do đó số cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng và 1 bạn làm lớp phó học tập là A_{35}^2.

Câu 24: Cho $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \dfrac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. **B.** $F'(x) = -\cot x$. **C.** $F'(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $F'(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Có $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 25: Tìm số giao điểm của đồ thị $(C): y = x^3 + 2x^2 - 3$ và trục hoành.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

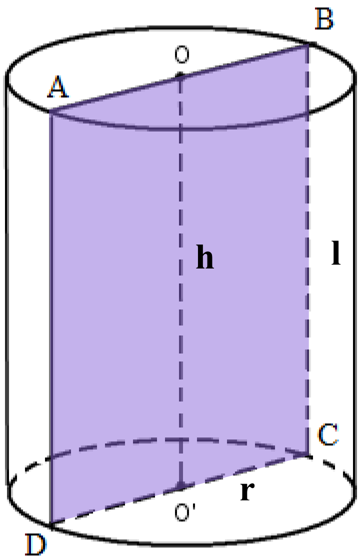
Lời giải

Phương trình hoành độ: $x^3 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 26: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình vuông có chu vi là 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 8π.

Lời giải



Thiết diện thu được là hình vuông $ABCD$, nên $l = 2r = \frac{8}{4} = 2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.1.2 = 4\pi$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$, $d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225 **B.** 226 **C.** 224 **D.** 227

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của u_n ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2023 = -2 + (n-1)9$$
$$\Leftrightarrow n = 226$$

Vậy số 2023 là số hạng thứ 226.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 z_2$ bằng

A. -8. **B.** -2. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z + \bar{z} = 8 + 6i$. Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$.

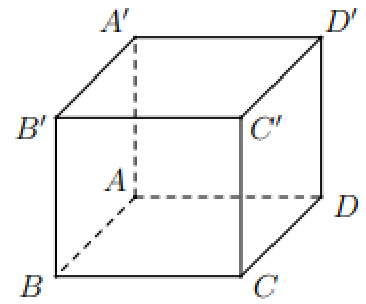
Khi đó:

$$(1+2i)(x+yi) + x - yi = 8 + 6i$$

$$\Leftrightarrow (2x-2y) + 2xi = 8 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ 2x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Suy ra $z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng

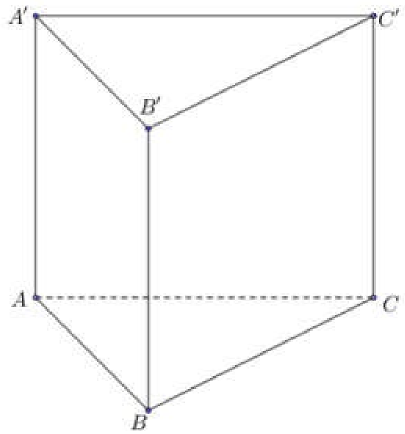


A. 30^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

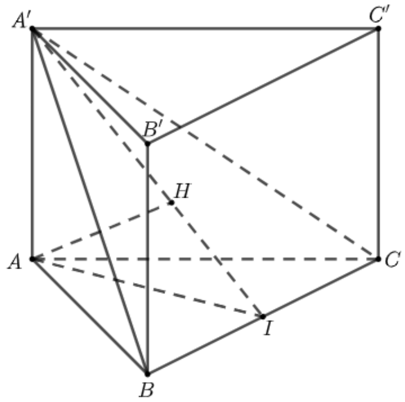
Ta có $B'C // A'D$ nên $(A'B; B'C) = (A'B; A'D) = \widehat{BA'D} = 60^0$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại $A, AB = a, BB' = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCA') bằng



A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Lời giải



Kẻ $AI \perp BC, AH \perp A'I$. Suy ra: $d\left(A;\left(A'BC\right)\right) = AH$.

Ta có: $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên R, có đạo hàm $f'\left(x\right) = x^3\left(x-1\right)^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-2;\ 0\right)$. **B.** $\left(-2;\ 1\right)$. **C.** $\left(-\infty;\ 0\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-2;\ 0\right)$

Câu 33: Một hộp có 6 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. $\frac{190}{1001}$. **B.** $\frac{310}{1001}$. **C.** $\frac{6}{143}$. **D.** $\frac{12}{143}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{15}^{6}$

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng"

* Số cách lấy được 2 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^2.C_4^2.C_5^1$

* Số cách lấy được 1 bi xanh, 3 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^1.C_4^3.C_5^1$

Khi đó $n(A)=C_6^2.C_4^2.C_5^1+C_6^1.C_4^3.C_5^1=570$.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{570}{C_{15}^5}=\dfrac{190}{1001}$.

Câu 34: Nếu $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_1^3\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_1^3\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 2x\mathrm{d}x\ =2+x^2\Big|_1^3=2+9-1=10$.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=\dfrac{-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}$; $y'=0\Rightarrow\dfrac{-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của hàm số là $\dfrac{1}{2}$.

Câu 36: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2b^3=4^4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2 a+3\log_2 b=4$. **B.** $2\log_2 a+3\log_2 b=8$.

C. $2\log_2 a+3\log_2 b=32$. **D.** $2\log_2 a+3\log_2 b=16$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$a^2b^3 = 4^4 \Leftrightarrow \log_2\left(a^2b^3\right) = \log_2 4^4 \Leftrightarrow \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = \log_2 2^8 \Leftrightarrow 2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$

Câu 37: Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;4;-3); B(6;9;6); C(-3;5;9)$ và có tâm thuộc mặt phẳng Oyz là:

A. $x^2+y^2+z^2-4y+10z+13=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-14y-6z+9=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+12y-2z+1=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2y-4z-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(0;y;z)$ tâm mặt cầu thuộc mặt phẳng Oyz

Mặt cầu (S) đi qua $A(2;4;-3); B(6;9;6); C(-3;5;9)$

Ta có: $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} 2^2+(4-y)^2+(3+z)^2 = 6^2+(9-y)^2+(6-z)^2 \\ 2^2+(4-y)^2+(3+z)^2 = (-3)^2+(5-y)^2+(9-z)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y+9z=62 \\ y+12z=43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=7 \\ z=3 \end{cases}$

Tâm $I(0;7;3)$, bán kính $r = IA = \sqrt{2^2+(4-7)^2+(3+3)^2} = 7$

Phương trình mặt cầu $(S): x^2+(y-7)^2+(z-3)^2 = 49$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-14y-6z+9=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $B = d \cap d_2$, $B(2+t;-1-t;1+t) \in d_2$, ta có $\overrightarrow{AB} = (1+t;-t;t-2)$ là VTCP của đường thẳng d.

Đường thẳng d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1} = (1;4;-2)$.

d vuông góc với đường thẳng d_1 nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1} = 0$

$\Leftrightarrow 1.(1+t)+4.(-t)-2(t-2)=0 \Leftrightarrow t=1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;-1;-1)$

Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 39: Cho các số thực a,b,c thuộc khoảng $(1;+\infty)$ và $\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c.\log_b \dfrac{c^2}{b} + 9\log_a c = 4\log_a b$. Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$\log_{\sqrt{a}}^2 b+\log_b c.\log_b \frac{c^2}{b}+9\log_a c=4\log_a b$

$\Leftrightarrow 4\log_a^2 b+\frac{1}{2}\log_b c^2\left(\log_b c^2-1\right)+\frac{9}{2}\log_a c^2-4\log_a b=0$

$\Leftrightarrow 8\log_a^2 b+\log_b^2 c^2-\log_b c^2+9\log_a b.\log_b c^2-8\log_a b=0$

$\Leftrightarrow 8\log_a^2 b-8\log_a b+8\log_a b.\log_b c^2+\log_b^2 c^2-\log_b c^2+\log_a b.\log_b c^2=0$

$\Leftrightarrow 8\log_a b\left(\log_a b-1+\log_b c^2\right)+\log_b c^2\left(\log_b c^2-1+\log_a b\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(\log_a b+\log_b c^2-1\right)\left(8\log_a b+\log_b c^2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_a b+\log_b c^2=1\\ 8\log_a b+\log_b c^2=0\end{array}\right.$

Vậy $\log_a b+\log_b c^2=1$.

Câu 40: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $(-\infty;-2]$. **B.** $(-3;-2]$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Ta có $y'=\frac{m-(x+1)^2}{\left(x^2+x+m\right)^2}$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases}y'\le 0\\ x^2+x+m\ne 0\end{cases},\ \forall x\in(-1;1)\ \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{m-(x+1)^2}{\left(x^2+x+m\right)^2}\le 0\\ x^2+x+m\ne 0\end{cases},\ \forall x\in(-1;1)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}m\le (x+1)^2\\ m\ne -x^2-x\end{cases},\ \forall x\in(-1;1)$.

◎ $m\le (x+1)^2, \forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow m\le 0$.

◎ Đặt $f(x)=-x^2-x$, $x\in(-1;1)$.

$\Rightarrow f'(x)=-2x-1 \Leftrightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$.

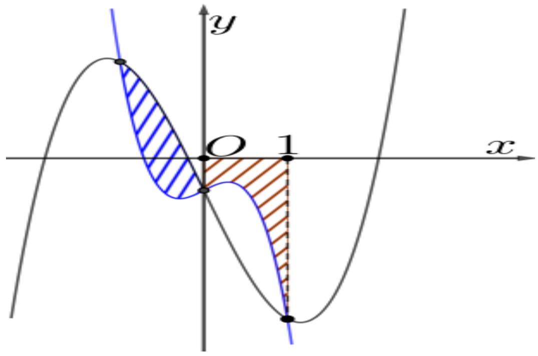
Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		0	$\frac{1}{4}$	-2	

Vậy $m\in(-\infty;-2]\cup\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$.

Từ $(*)$, $(**)$ $\Rightarrow$ $m\in(-\infty;-2]$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx+c$ và $g(x)=bx^3+ax+d,(a>0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng tổng diện tích miền kẻ sọc như hình vẽ bằng $\frac{7}{3}$. Giá trị của $\int\limits_1^e \frac{f(\ln x)}{x}dx$ bằng

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $-\frac{7}{3}$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

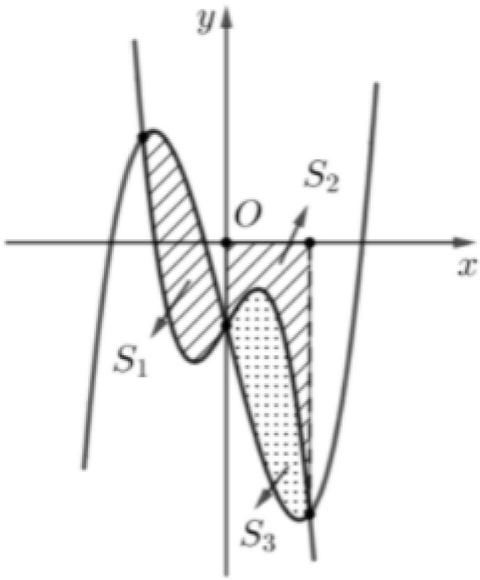
Lời giải

Xét $I=\int\limits_1^e \frac{f(\ln x)}{x}dx$ Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\frac{1}{x}dx$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=0$

$x=e\Rightarrow t=1$

Vậy $I=\int\limits_0^1 f(t)dt$



Dựa vào hình vẽ ta có $S_1=S_3$

Mà $S_1+S_2=\frac{7}{3}\Rightarrow S_3+S_2=\frac{7}{3}\Rightarrow\int\limits_0^1[g(x)-f(x)]+\int\limits_0^1[-g(x)]=\frac{7}{3}$

$\Rightarrow\int\limits_0^1 f(x)dx=-\frac{7}{3}$.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1|=|z_2|=2$ và $|z_1+2z_2|=4$. Giá trị của $|2z_1-z_2|$ bằng?

A. $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$|z_1+2z_2|^2=(z_1+2z_2)(\overline{z_1}+2\overline{z_2})$$

$$\Leftrightarrow 16=|z_1|^2+2z_2\overline{z}_1+2z_1\overline{z}_2+4|z_2|^2$$

$$\Leftrightarrow 2z_2\overline{z}_1+2z_1\overline{z}_2=-4$$

$$|2z_1-z_2|^2=(2z_1-z_2)(2\overline{z}_1-\overline{z}_2)$$

$$=4|z_1|^2-2z_2\overline{z}_1-2z_1\overline{z}_2+|z_2|^2$$

$$=24$$

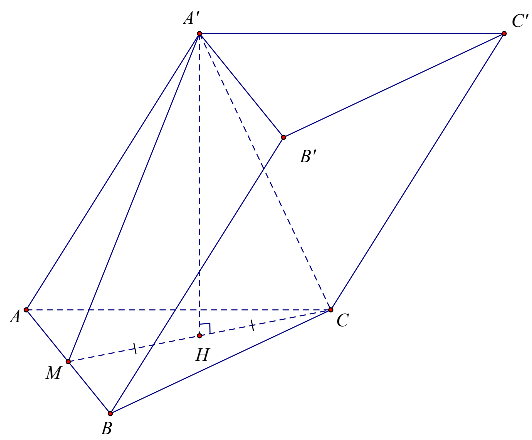
$$\Rightarrow |2z_1-z_2|=2\sqrt{6}$$

Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Điểm M là trung điểm cạnh AB, tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $10a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $12a^3\sqrt{3}$. **D.** $8a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của MC.

Ta có $\begin{cases} A'H\perp MC \\ (A'MC)\perp(ABC) \\ (A'MC)\cap(ABC)=MC \end{cases} \Rightarrow A'H\perp(ABC)$.

Tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} MC=2a\sqrt{3} \\ A'H=3a \end{cases}$

Đặt $AC=x>0$, vì tam giác ABC đều, suy ra $\dfrac{x\sqrt{3}}{2}=2a\sqrt{3}\Rightarrow x=4a$.

Suy ra $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin 60^0=4a^2\sqrt{3}$. Do đó $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{ABC}=12a^3\sqrt{3}$.

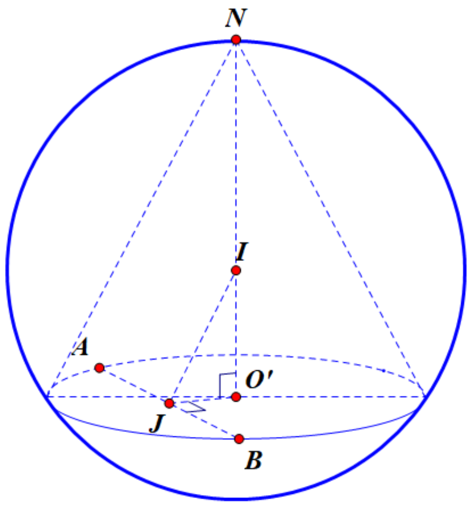
Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-6z-59=0$, đường thẳng

$\Delta:\begin{cases}x=1+5t\\y=5+2t\\z=4-4t\end{cases}$. Một mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Biết rằng khối nón có đường tròn đáy trùng với (C) và có đỉnh $N\in(S)$ có thể tích lớn nhất. Lúc đó phương trình của mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-1=0$ với a,b,c là các số thực dương. Tính tổng $T=a+b+c$

A. $\frac{11}{52}$. **B.** $\frac{17}{52}$. **C.** $\frac{15}{52}$. **D.** $\frac{21}{52}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm và bán kính lần lượt là $I(3;-2;3), R=9$. Đường thẳng Δ có một chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-4)$ và đi qua điểm $M(1;5;4)$, khi đó $\overrightarrow{IM}=(-2;7;1)$ suy ra khoảng cách $d_1=d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=3\sqrt{6}$ do đó Δ cắt (S) tại hai điểm A,B, gọi J là trung điểm AB.

Ta có $\frac{AB^2}{4}+d_1^2=R^2\Leftrightarrow AB=6\sqrt{3}$, lúc đó mọi mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ đều cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) có bán kính r, gọi $d_2=d\left(I,(P)\right)$ ta có $d_2^2+r^2=R^2\Leftrightarrow r^2=R^2-d_2^2$ và ta luôn có $0\le d_2\le d_1$.

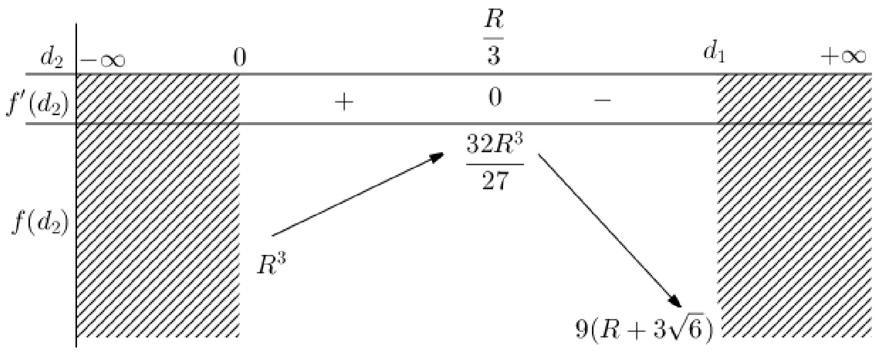
Ta xét một hình nón có đường tròn đáy là (C) và có đỉnh là N thuộc mặt cầu khi đó ta có $NO'\perp(P)$ với O' là tâm của đường tròn (C), đồng thời NO' là đường cao của hình nón.

Ta có $NO'=R+d_2$, thể tích khối nón tương ứng là $V_N=\frac{1}{3}\pi.r^2.NO'=\frac{1}{3}\pi.\left(R^2-d_2^2\right)(R+d_2)$.

đặt $f(d_2)=\left(R^2-d_2^2\right)(R+d_2)$ hay $f(d_2)=-d_2^3-R.d_2^2+R^2.d_2+R^3,(0\le d_2\le d_1)$.

Ta có $f'(d_2)=-3d_2^2-2R.d_2+R^2$ do đó $f'(d_2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d_2=-R\\d_2=\frac{R}{3}\end{array}\right.\Rightarrow d_2=\frac{R}{3}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(d_2)$ như sau:



Từ đây ta có $V_{\max} = \frac{1}{3}\pi . f\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{32\pi R^3}{81} \Leftrightarrow d_2 = \frac{R}{3} = 3$.

Ta lại có phương trình của $\Delta : \frac{x-1}{5} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-4}{-4}$ nên mọi mặt phẳng (P) chứa Δ đều có phương trình dạng $2mx + (2n-5m)y + nz + 23m - 14n = 0$ trong đó $m, n \in \mathbb{R}, m^2 + n^2 > 0$.

Ta có $d_2 = 3 \Leftrightarrow \frac{|6m - 2(2n-5m) + 3n + 23m - 14n|}{\sqrt{4m^2 + n^2 + (2n-5m)^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|13m - 5n|}{\sqrt{29m^2 - 20mn + 5n^2}} = 1$

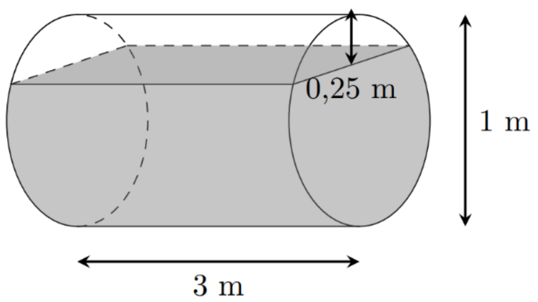
$$\Leftrightarrow 169m^2 - 130mn + 25n^2 = 29m^2 - 20mn + 5n^2 \Leftrightarrow 140m^2 - 110mn + 20n^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{1}{2}n \\ m = \frac{2}{7}n \end{array}\right. .$$

TH1: Chọn $\begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$ ta có $(P_1): 2x - y + 2z - 5 = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y + \frac{2}{5}z - 1 = 0$.

TH2: Chọn $\begin{cases} m = 2 \\ n = 7 \end{cases}$ ta có $(P_2): 4x + 4y + 7z - 52 = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{52}x + \frac{4}{52}y + \frac{7}{52}z - 1 = 0$.

Theo giả thiết $a, b, c \in (0; +\infty)$ nên phương trình của $(P): \frac{4}{52}x + \frac{4}{52}y + \frac{7}{52}z - 1 = 0$.

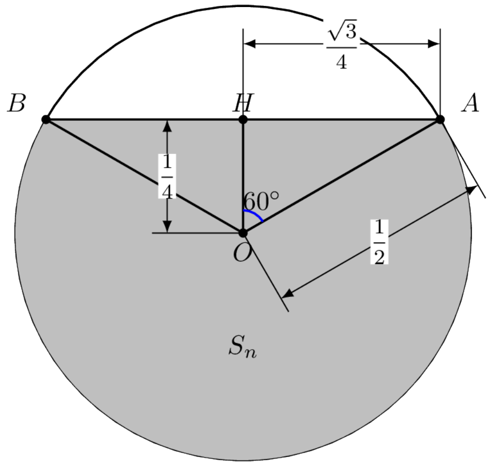
Câu 45: Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc $0,25$ m. Tính thể tích của nước trong téc.



A. $1,768m^3$. **B.** $1,167m^3$. **C.** $1,895m^3$. **D.** $1,896m^3$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích của téc khi chứa đầy nước $V = S_d.h = \pi.\left(\frac{1}{2}\right)^2.3 = \frac{3\pi}{4}(m^3)$

Xét đường tròn mặt đáy của té **C.**

Phần diện tích nước đang chiếm gọi là S_n, phần không có nước là hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung $\overset{\frown}{AB}$

Tính được $sd\,\overset{\frown}{AOB} = 120^\circ, AB = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S_n = S_d - \left(S_{\overset{\frown}{AOB}} - S_{AOB}\right) = S_d - \frac{120}{360}S_d + S_{AOB} = \frac{2}{3}S_d + S_{AOB}$$

$$S_n = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}(m^2)$$

Do téc đặt nằm ngang với mặt đất, do đó, mặt nước vuông góc với hai đáy. Khi đó, tỷ lệ diện tích mặt đáy chính là tỷ lệ thể tích của nước trong té **C.** Ta có

$$\frac{V_n}{V} = \frac{S_n}{S} \Rightarrow V_n = V.\frac{S_n}{S} = \frac{3\pi}{4}.\frac{\frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}}{\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2} \approx 1.896(m^3)$$

Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2\left(x^2 + y^2 + 4\right) + \log_{2022}\left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y}\right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$. Khi biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\left(x^2 + y^2 + 4\right) + \log_{2022}\left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y}\right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + y^2 + 4) + 2\log_{2022}\left(\frac{2(x + y)}{xy}\right) = (xy - 4)^2$$

$\Leftrightarrow 4(x^2+2xy+y^2)+2\log_{2022}\left(2(x+y)\right)=2\log_{2022}(xy)+(xy)^2$

$\Leftrightarrow 4(x+y)^2+\log_{2022}\left(4(x+y)^2\right)=\log_{2022}\left((xy)^2\right)+(xy)^2 \quad (1)$

Ta xét hàm số $f(t)=\log_{2022}(t)+t$ với $(t>0)$ ta có:

$f'(t)=\dfrac{1}{t\ln(2022)}+1>0$ với $t>0$

Vậy $f(t)$ là hàm đồng biến với $t>0$ từ đây ta suy ra được:

$4(x+y)^2=(xy)^2 \Rightarrow 2(x+y)=xy \quad \Leftrightarrow x=\dfrac{2y}{y-2}$

Vì $x,y>0$ nên ta suy ra $y-2>0$ hay $y>2$

Ta có: $P=x+4y=\dfrac{2y}{y-2}+4y=10+\dfrac{4}{y-2}+4(y-2)\ge 10+2\sqrt{\dfrac{16(y-2)}{(y-2)}}=18$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$\dfrac{4}{y-2}=4(y-2)\Leftrightarrow (y-2)^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y-2=1 \\ y-2=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=3\Rightarrow x=6 \\ y=1\,(l) \end{array}\right.$

Vậy $\dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 47: Cho $z_1;z_2$ là các số phức thỏa mãn $|z_1|=2;|z_2|=3$ và $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P=|4z_1-3z_2+1-2i|$ bằng

A. $15+\sqrt{5}$. **B.** $5+\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{65}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi: $z_1=a+bi$ và $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 \Rightarrow \overrightarrow{OM}(a;b)$; $OM=2$.

Gọi $z_2=c+di \Rightarrow \overline{z_2}=c-di$ và $N(c;d)$ là điểm biểu diễn số phức $z_2 \Rightarrow \overrightarrow{ON}(c;d)$; $ON=3$.

Ta có $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo nên $ac+bd=0$, suy ra $\overrightarrow{OM}\perp\overrightarrow{ON}$ hay $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0$.

Mà $|4z_1-3z_2|^2=\left|4\overrightarrow{OM}-3\overrightarrow{ON}\right|^2=16\overrightarrow{OM}^2-24\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}+9\overrightarrow{ON}^2=16OM^2+9ON^2=145$.

Từ đó $|4z_1-3z_2|=\sqrt{145}$.

Xét $P=|4z_1-3z_2+1-2i|\le|4z_1-3z_2|+|1-2i|=\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 4z_1-3z_2=k(1-2i), k\ge 0 & (1) \\ |z_1|=2,\ |z_2|=3 & (2) \\ ac+bd=0 & (3) \\ |4z_1-3z_2|=\sqrt{145} & (4) \end{cases}$.

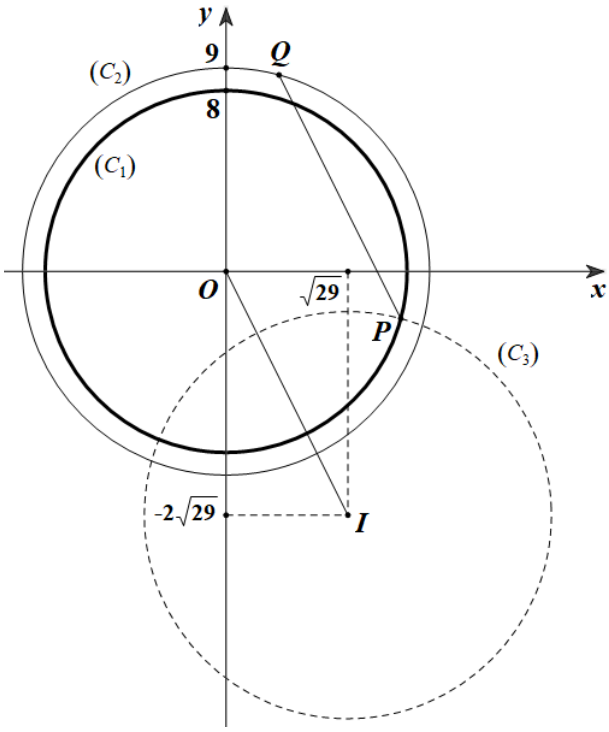
Nhận xét:

+) Việc giải cụ thể hệ trên rất khó khăn, nên ta sẽ chỉ ra hệ trên có nghiệm $(z_1,\ z_2)$.

+) Có thể bỏ qua phương trình vì nó có thể được suy ra từ và.

+) Lấy môđun 2 vế ở phương trình và sử dụng ta được $|k|=\sqrt{29}\Rightarrow k=\sqrt{29}$, do đó hệ tương đương với $\begin{cases} 4z_1 - 3z_2 = \sqrt{29}(1-2i), k \ge 0 \\ |z_1| = 2, |z_2| = 3 \end{cases}$.

Gọi P, Q tương ứng là điểm biểu diễn $4z_1, 3z_2$ thì $\begin{cases} \overrightarrow{QP} = \left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right) \\ OP = 8, OQ = 9 \end{cases}$.



Gọi (C_1) là đường tròn tâm O bán kính $R_1 = 8$.

(C_2) là đường tròn tâm O bán kính $R_2 = 9$.

(C_3) là ảnh của (C_2) qua phép tịnh tiến $\vec{v} = \left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right)$.

Khi đó (C_3) có tâm $I\left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right)$, bán kính $R_3 = 9$.

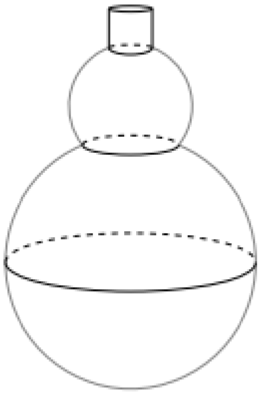
Có $OI = \sqrt{145}$ nên $|R_1 - R_3| < OI < R_1 + R_3$, do đó đường tròn (C_3) sẽ cắt đường tròn (C_1) tại 2 điểm phân biệt. Chọn P là điểm tùy ý trong 2 điểm đó.

Khi đó $P \in (C_3)$ nên theo tính chất phép tịnh tiến, tồn tại điểm $Q \in (C_1)$ sao cho $\overrightarrow{QP} = \vec{v} = \left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right)$.

Lại có $P \in (C_1)$ và $Q \in (C_2)$ nên $OP = 8, OQ = 9$.

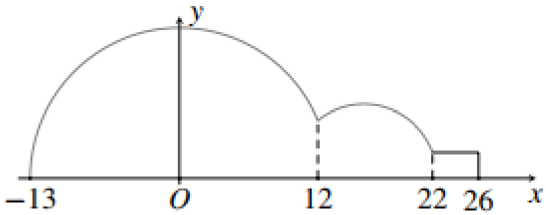
Tóm lại tồn tại các điểm P, Q sao cho hệ xảy ra, dẫn tới tồn tại z_1, z_2 sao cho đẳng thức $P = \sqrt{145} + \sqrt{5}$ xảy ra. Vậy $\max P = \sqrt{145} + \sqrt{5}$.

Câu 48: Người ta cắt hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 13cm$ và $r = \sqrt{41}cm$ và một phần của mặt trụ để làm hồ lô đựng rượu như hình vẽ dưới đây. Biết giao của hai hình cầu là đường tròn có bán kính $r_1 = 5cm$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}cm$, chiều cao bằng $4cm$. Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể. Hỏi hồ lô đựng được tối đa bao nhiêu lít rượu?.



A. $8,2$ lít. **B.** $9,5$ lít. **C.** $10,2$ lít. **D.** $11,4$ lít.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Ta có hồ lô được tạo thành từ hình phẳng trên khi nó quay xung quanh trục Ox.

Phương trình cung cong lớn là $x^2+y^2=169 \Rightarrow y=\sqrt{169-x^2}$.

Phương trình cung cong nhỏ là $(x-16)^2+y^2=41 \Rightarrow y=\sqrt{41-(x-16)^2}$.

Thể tích hồ lô là $V=\pi\int_{-13}^{12}\left(169-x^2\right)dx+\pi\int_{12}^{22}\left[41-(x-16)^2\right]dx+\pi\int_{22}^{26}5dx$.

$=\pi\left(\frac{8750}{3}+\frac{950}{3}+20\right)=\frac{9760}{3}\pi \approx 10220,6\left(cm^3\right)\approx 10,2$ lít.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-7x+12\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\ (l) \\ x=3 \\ x=4 \end{array}\right.$.

$g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x^3-3x+m=3 \\ x^3-3x+m=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x^3-3x-3=-m\ (1) \\ x^3-3x-4=-m\ (2) \end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có đúng 6 điểm cực trị khi và chỉ khi $(1),(2)$ có tổng 4 nghiệm phân biệt $x\neq \pm 1$.

Ta vẽ đồ thị của hai hàm số $y=x^3-3x-3, y=x^3-3x-4$ trên cùng một hệ tọa độ.

Từ đồ thị, ta có: $\left[\begin{array}{l}-2\le -m<-1\\-6<-m\le -5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<m\le 2\\5\le m<6\end{array}\right.\Rightarrow m\in\{2;5\}$.

Vậy có 2 số.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z+12=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Xét hai điểm M, N lần lượt thuộc (P) và (S) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}=(1;1;1)$. Giá trị nhỏ nhất của MN bằng

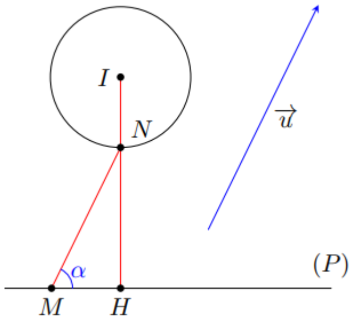
A. 3. **B.** $9\sqrt{3}-1$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$ có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=1$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|x_I-2y_I+2z_I+12|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3>R$ nên (P) và (S) không giao nhau.



Gọi α là góc tạo bởi MN và mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu của N lên mặt phẳng (P).

Mặt khác $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}=(1;1;1)$ và $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;2)$ suy ra $\sin\alpha=\dfrac{\left|\vec{u}\cdot\overrightarrow{n_P}\right|}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_P}\right|}=\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$.

Khi đó $MN=\dfrac{NH}{\sin\alpha}\ge\dfrac{NH_{\min}}{\sin\alpha}=\dfrac{\mathrm{d}(I,(P))-1}{\sin\alpha}=\dfrac{3-1}{\dfrac{1}{3\sqrt{3}}}=6\sqrt{3}$.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 06 – MÃ ĐỀ: 106

Câu 1: Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4$ **B.** $y_{CD} = 1$ **C.** $y_{CD} = 0$ **D.** $y_{CD} = -1$

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{1}{x} + C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{1}{x} + C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{2}{x} + C$.

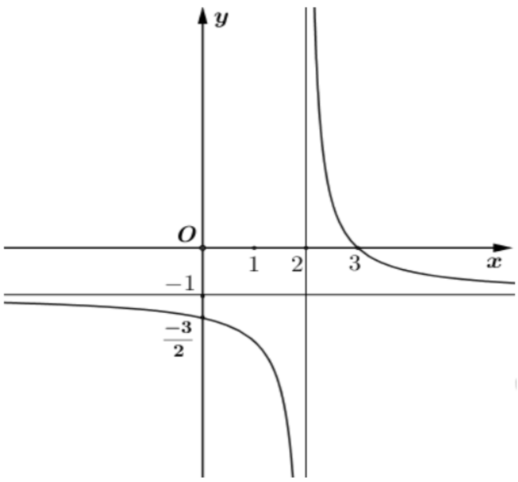
Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2;1;2)$. **B.** $G(6;3;6)$. **C.** $G\left(3;\dfrac{2}{3};3\right)$. **D.** $G(2;-1;2)$.

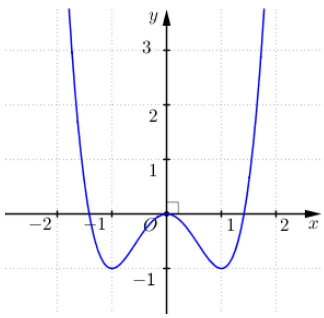
Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = -\dfrac{3}{2}$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2$.
B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 7: Tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$ là

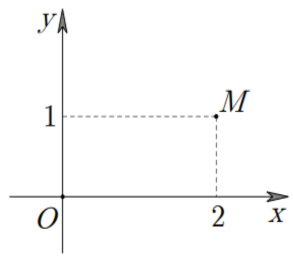
A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$. **D.** $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng



A. -1. **B.** 3.

C. 1. **D.** 2.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=1$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{151}$. **D.** $R=\sqrt{99}$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a^3$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=6$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=\frac{1}{6}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 60. **B.** 80. **C.** 100. **D.** 20

Câu 14: Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn: $5^{x^2-2x}<125$.

A. $x<-1$. **B.** $x>3$. **C.** $-1<x<3$. **D.** $x<-1$ hoặc $x>3$.

Câu 15: Hàm sô nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log_{\frac{2}{3}}x$. **B.** $y=\log_{\frac{5}{2}}x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=\log x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in R)$.Mặt phẳng đi qua O và chứa d có phương trình là

A. $3x-y-z=0$. **B.** $-2x+4y-z=0$. **C.** $x+3y-z=0$. **D.** $-x+3y-z=0$.

Câu 17: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Nếu $\int\limits_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int\limits_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int\limits_0^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 19: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_2^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int\limits_2^0 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 20: Cho khối chóp có điện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 36.

Câu 21: Cho số phức $z = 2 - 5i$. Phần thực của số phức iz bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 22: Một hình nón có chiều cao bằng 4 bán kính đáy bằng 3 có diện tích toàn phần bằng

A. 9π. **B.** 15π. **C.** 24π. **D.** 12π.

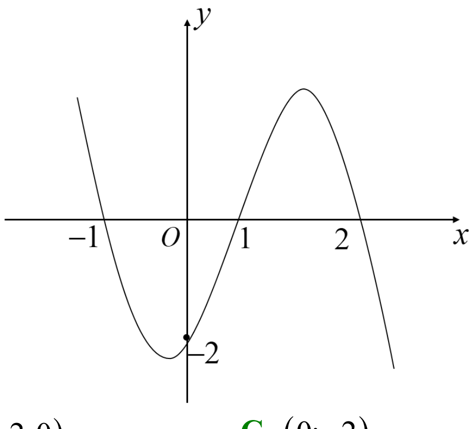
Câu 23: Số cách chọn ra 2 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ là

A. A_{13}^2. **B.** $C_5^2 + C_8^2$. **C.** 13. **D.** C_{13}^2.

Câu 24: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = \dfrac{1}{x^2}e^{x^2}$. **B.** $f_1(x) = 2e^{x^2}$. **C.** $f_2(x) = e^{x^2}$. **D.** $f_3(x) = 2xe^{x^2}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 cx + d \ (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong như trong hình. Toạ độ giao điểm của điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



A. $(1;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 26: Cho hình trụ (T) có thiết diện cắt bởi mặt phẳng chứa đường cao là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích khối trụ (T) bằng:

A. $2\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_4 = -8$ công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 28: Cho hai số phức $z=2+i$ và $w=3-2i$. Phần thực của số phức $z+w$ bằng

A. 4 **B.** 5 **C.** -1 **D.** 2.

Câu 29: Tìm phần ảo của số phức z biết $(\overline{z}-1+2i)(3+i)-2+3i=0$

A. $\frac{31}{10}$. **B.** $-\frac{13}{10}$. **C.** $\frac{13}{10}$. **D.** $-\frac{31}{10}$.

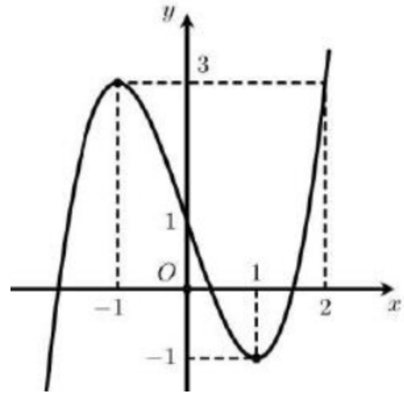
Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD, $AB=SA=a$. Khoảng cách từ O tới mặt phẳng (SAD) bằng

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 33: Một hộp có 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi trắng khác nhau và 7 viên bi vàng khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 6 bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{1}{429}$. **B.** $\frac{1}{312}$. **C.** $\frac{25}{143}$. **D.** $\frac{5}{26}$.

Câu 34: Biết $\int_0^1 [f(x)+2x]dx=5$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36: Với mọi số thực $a>0, a\neq 1, b>0$, biết $\log_a b=2$, tính giá trị của $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{a}\right)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và có thể tích $V=972\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$. **B.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=81$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{1}$.

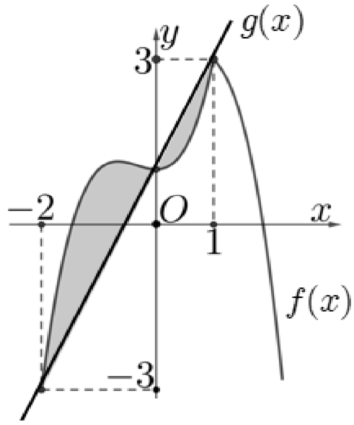
Câu 39: Cho hai số dương a,b, $a\neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2} b+\log_a b^2=2$. Tính $\log_a b$

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-m+2$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$..

A. $m=0$. **B.** $m>1$. **C.** $m\leq -\frac{1}{2}$. **D.** $m<-\frac{1}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $(d):g(x)=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích miền tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{19}{12}$. Tích phân $\int_{-1}^0 x.f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{607}{348}$. **B.** $-\frac{20}{3}$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa số phức $w=\frac{z.|z|}{iz-|z|}$ có phần ảo bằng -1. Tìm môđun của số phức z.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2}$.

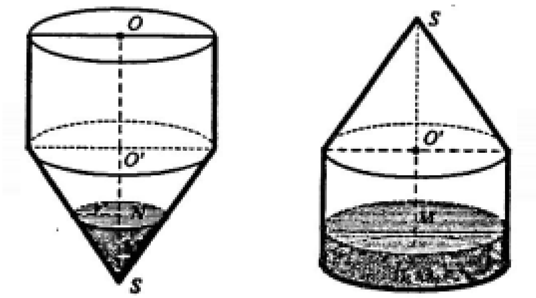
Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y+3)^2+z^2=36$ và điểm A nằm trên đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=1-t \\ y=3 \\ z=1-t \end{cases}$ và nằm ngoài mặt cầu (S). Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S), gọi (P) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết (P) luôn đi qua một đường thẳng d cố định. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-3 \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3 \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 45: Cho một dụng cụ đựng chất lỏng như hình 1 có phần trên là mặt xung quanh và đáy trên của hình trụ, phần dưới là mặt xung quanh của một hình nón. Biết hình trụ có cùng bán kính đáy R và cùng chiều cao $h=24cm$ với hình nón. Trong hình 1, lượng chất lỏng có chiều cao bằng $12cm$. Lật ngược dụng cụ theo phương vuông góc với mặt đất như hình 2. Khi đó chiều cao của chất lỏng trong hình 2 là



Hình 1 **Hình 2**

A. $3cm$. **B.** $2cm$. **C.** $1cm$. **D.** $4cm$.

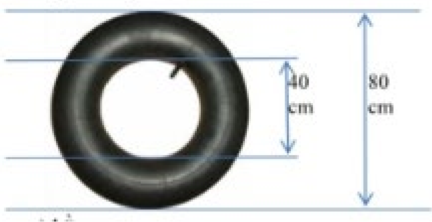
Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3)+y(y-3)+xy$ sao cho biểu thức $P=\dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2021x+2022y$ bằng

A. 6064. **B.** 4043. **C.** 6065. **D.** 8085.

Câu 47: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=2$ và $|w|=1$. Khi $|iz+w-3+4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z+w|$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 48: Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau:



Thể tích của cái phao bằng:

A. $3000\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $6000\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $6000\pi^2\left(cm^3\right)$. **D.** $3000\pi^2\left(cm^3\right)$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3-3x^2-10x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^2-2mx+m-2\right|-3\right)$ có 13 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;2\right)$, $B\left(3;2;6\right)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho $MN=16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng.

A. $4\sqrt{13}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{15}$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4$ **B.** $y_{CD} = 1$ **C.** $y_{CD} = 0$ **D.** $y_{CD} = -1$

Lời giải

Chọn A

$y = x^3 - 3x + 2$ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ suy ra $y(-1) = 4; y(1) = 0$

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -1; y_{CD} = 4$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{1}{x} + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{1}{x} + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{2}{x} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \left(x^2 + \dfrac{2}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x} + C$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > -1$

$PT \Leftrightarrow \ln\left[(x+1)(x+3)\right] = \ln(x+7)$

$\Leftrightarrow (x+1)(x+3) = x+7$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & (n) \\ x = -4 & (\ell) \end{array}\right.$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

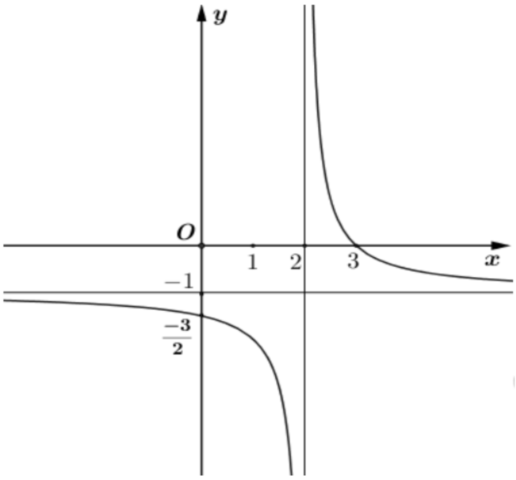
A. $G(2;1;2)$. **B.** $G(6;3;6)$. **C.** $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. **D.** $G(2;-1;2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2;1;2).$$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

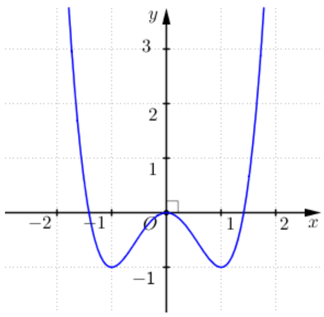
A. $y = -\frac{3}{2}$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y = -1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x = 2$.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Quan sát đồ thị ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên suy ra đáp án C,D bị loại.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án A .

Câu 7: Tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$. **D.** $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Xét $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$ có điều kiện xác định là $x^2-x-2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 2\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

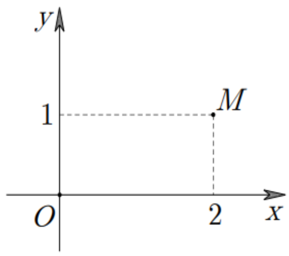
Lời giải

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$.

$\overrightarrow{u_2}=-3\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_3}=-\overrightarrow{u_1}$ $\Rightarrow$ các vectơ $\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}$ cũng là vectơ chỉ phương của d.

Không tồn tại số k để $\overrightarrow{u_4}=k.\overrightarrow{u_1}$ nên $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$ không phải là vectơ chỉ phương của d.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng



A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Điểm $M(2;1)$ trong hệ tọa độ vuông góc cuả mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=2+i$ suy ra phần thực của z bằng 2.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=1$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{151}$. **D.** $R=\sqrt{99}$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Ta có $a=4$, $b=-5$, $c=3$, $d=49$. Do đó $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=1$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a^3$.

A. $I=\dfrac{2}{3}$. **B.** $I=6$. **C.** $I=\dfrac{3}{2}$. **D.** $I=\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có $I=\log_{\sqrt{a}}a^3=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a^3=3.2.\log_a a=6$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Câu 13: Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 60. **B.** 80. **C.** 100. **D.** 20

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = 4^2.5 = 80$.

Câu 14: Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn: $5^{x^2-2x} < 125$.

A. $x < -1$. **B.** $x > 3$. **C.** $-1 < x < 3$. **D.** $x < -1$ hoặc $x > 3$.

Lời giải

Ta có $5^{x^2-2x} < 125 \Leftrightarrow 5^{x^2-2x} < 5^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Câu 15: Hàm sô nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{5}{2}} x$. **C.** $y = \ln x$. **D.** $y = \log x$.

Lời giải

Vì hàm số lôgarit $y = \log_a x$ nghịch biến trên tập xác định của nó khi cơ số a thỏa mãn $0 < a < 1$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases} (t \in R)$ .Mặt phẳng đi qua O và chứa d có phương trình là

A. $3x - y - z = 0$. **B.** $-2x + 4y - z = 0$. **C.** $x + 3y - z = 0$. **D.** $-x + 3y - z = 0$.

Lời giải

Chọn điểm $A(1;1;2) \in d$. Ta có: $\vec{u} = (0;-1;1)$, $\overrightarrow{OA} = (1;1;2)$

Khi đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là: $\vec{n} = \left[\vec{u};\overrightarrow{OA}\right] = (-3;1;1)$

Phương trình mặt phẳng:

$-3(x-0) + (y-0) + (z-0) = 0 \Leftrightarrow -3x + y + z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0$

Câu 17: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần từ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_0^2 f(x)dx - 2\int_0^2 g(x)dx = 3 - 2(-1) = 5$.

Câu 19: Cho $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int_2^0 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int_2^0 f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -\left[\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x\right] = -\left(3 + (-2)\right) = -1$.

Câu 20: Cho khối chóp có điện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 36.

Lời giải

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $\frac{1}{3}B.h = 4$.

Câu 21: Cho số phức $z = 2 - 5i$. Phần thực của số phức iz bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -5. **D.** 5.

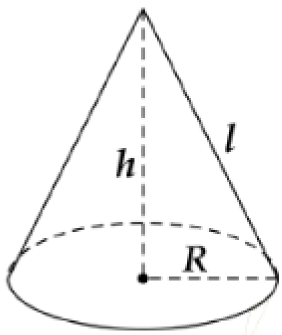
Lời giải

$z = 2 - 5i \Rightarrow iz = 2i - 5i^2 = 5 + 2i \Rightarrow$ Phần thực của iz bằng 5.

Câu 22: Một hình nón có chiều cao bằng 4 bán kính đáy bằng 3 có diện tích toàn phần bằng

A. 9π. **B.** 15π. **C.** 24π. **D.** 12π.

Lời giải



Theo giả thiết ta có $h = 4,\ r = 3 \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5$.

$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi.3.5 + \pi.3^2 = 24\pi$

Câu 23: Số cách chọn ra 2 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ là

A. A_{13}^2. **B.** $C_5^2 + C_8^2$. **C.** 13. **D.** C_{13}^2.

Lời giải

Chọn ra 2 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có C_{13}^2 cách.

Câu 24: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

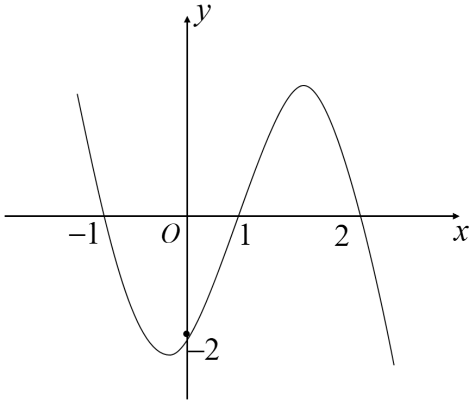
A. $f_4(x)=\frac{1}{x^2}e^{x^2}$. **B.** $f_1(x)=2e^{x^2}$. **C.** $f_2(x)=e^{x^2}$. **D.** $f_3(x)=2xe^{x^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x)=f(x)$ nên $f(x)=\left(e^{x^2}\right)'=2xe^{x^2}$.

Câu 25: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong như trong hình. Toạ độ giao điểm của điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



A. $(1;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

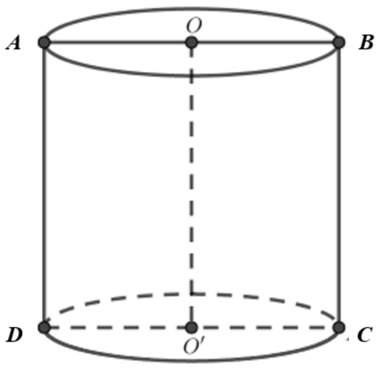
Lời giải

Chọn C

Câu 26: Cho hình trụ (T) có thiết diện cắt bởi mặt phẳng chứa đường cao là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích khối trụ (T) bằng:

A. $2\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải



Gọi thiết diện cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng chứa đường cao là hình vuông $ABCD$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông diện tích bằng $4a^2$ $\Rightarrow \begin{cases} OB=R=a \\ OO'=h=2a \end{cases}$.

Vậy thể tích của khối trụ $V_{(T)}=\pi R^2h=\pi a^2.2a=2\pi a^3$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1,u_4=-8$ công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $u_4=u_1.q^3\Rightarrow q^3=-8\Leftrightarrow q=-2$.

Câu 28: Cho hai số phức $z=2+i$ và $w=3-2i$. Phần thực của số phức $z+w$ bằng

A. 4 **B.** 5 **C.** -1 **D.** 2.

Lời giải

$z+w=5-i$.

Câu 29: Tìm phần ảo của số phức z biết $(\overline{z}-1+2i)(3+i)-2+3i=0$

A. $\frac{31}{10}$. **B.** $-\frac{13}{10}$. **C.** $\frac{13}{10}$. **D.** $-\frac{31}{10}$.

Lời giải

Ta có $(\overline{z}-1+2i)(3+i)-2+3i=0 \Leftrightarrow \overline{z}=\frac{2-3i}{3+i}+1-2i \Leftrightarrow \overline{z}=\frac{13}{10}-\frac{31}{10}i$.

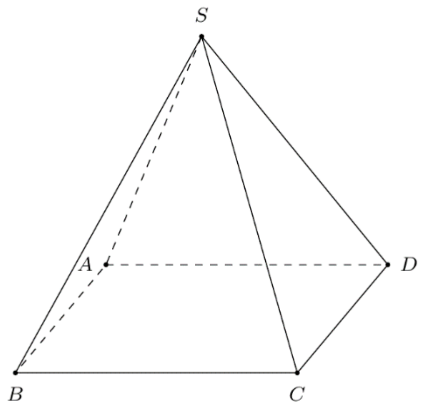
Suy ra $z=\frac{13}{10}+\frac{31}{10}i$.

Phần ảo của số phức z là $\frac{31}{10}$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Ta có $AB\,//\,CD$

Do đó $\left(\widehat{SB,CD}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)$.

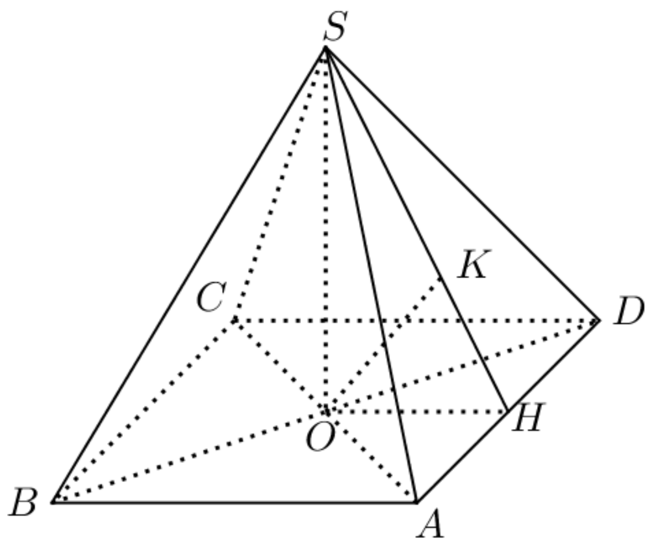
Mà ΔSAB đều suy ra $\widehat{SBA}=60°$.

Vậy $\left(\widehat{SB,CD}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}=60°$.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD, $AB=SA=a$. Khoảng cách từ O tới mặt phẳng (SAD) bằng

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AD, K là hình chiếu vuông góc của O lên SH.

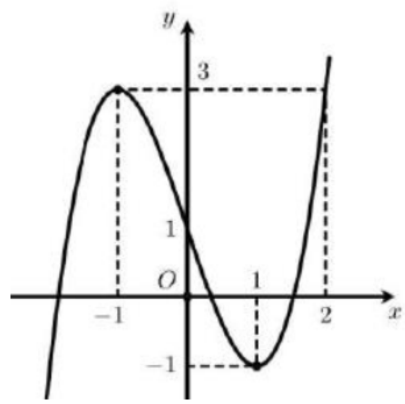
Ta có $AB \perp SO, AB \perp OH$ suy ra $AB \perp (SOH) \Rightarrow AB \perp OK$.

Khi đó $AB \perp OK, OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SAD)$ hay $d(O,(SAD)) = OK$.

Ta có $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, OH = \dfrac{a}{2} \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(O,(SAD)) = OK = \dfrac{SO.OH}{SH} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{6}}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 33: Một hộp có 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi trắng khác nhau và 7 viên bi vàng khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 6 bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\dfrac{1}{429}$. **B.** $\dfrac{1}{312}$. **C.** $\dfrac{25}{143}$. **D.** $\dfrac{5}{26}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^{6} = 8008$

Gọi A là biến cố: " 6 viên bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". Khi đó, ta có:

$n(A)=C_4^2.C_5^2.C_7^2+C_4^1.C_5^4.C_7^1=1400 \Rightarrow P(A)=\frac{1400}{8008}=\frac{25}{143}$

Câu 34: Biết $\int_0^1 [f(x)+2x]\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$\int_0^1 [f(x)+2x]\mathrm{d}x=5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 2x\mathrm{d}x=5$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+x^2\Big|_0^1=5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+1=5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $f(x)=x+\frac{1}{x-1}=x-1+\frac{1}{x-1}+1\geq 2\sqrt{(x-1).\frac{1}{x-1}}+1=3$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x-1=\frac{1}{x-1}\Leftrightarrow (x-1)^2=1\Leftrightarrow x=0\ \ ,x=2$.

Vậy $\min\limits_{(1;+\infty)} f(x)=3$.

Cách 2: Ta có $f(x)=x+\frac{1}{x-1}\Rightarrow f'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$, $x=2$.

Bảng biến thiên

x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $\min\limits_{(1;+\infty)} f(x)=3$.

Câu 36: Với mọi số thực $a>0, a\neq 1, b>0$, biết $\log_a b=2$, tính giá trị của $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{a}\right)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{a}\right)=2\log_a\left(\frac{b}{a}\right)=2(\log_a b-\log_a a)=2(2-1)=2$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và có thể tích

$V = 972\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$. **B.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=81$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=972\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3=972\pi \Leftrightarrow R=9$.

Mặt cầu (S) có phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d.

Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}$ suy ra $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(3;4;1)$.

Lấy $M(1+t;-t;2+t)\in d$ thay vào phương trình $(P):2x-y-2z+1=0$ suy ra $t=1$ hay $M(2;-1;3)\in d$.

Vậy $\Delta:\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 39: Cho hai số dương a,b, $a\neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2$. Tính $\log_a b$

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_a b+2\log_a b=2 \Leftrightarrow \frac{5}{2}\log_a b=2 \Leftrightarrow \log_a b=\frac{4}{5}$.

Câu 40: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-m+2$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$..

A. $m=0$. **B.** $m>1$. **C.** $m\le -\frac{1}{2}$. **D.** $m<-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^2-2mx+2m-1$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2mx+2m-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2m-1\end{array}\right.$.

Nếu $1\le 2m-1$ thì ta có biến đổi $y'\le 0 \Leftrightarrow 1\le x\le 2m-1$.

.

Xét $2m-1<1$ ta có biến đổi $y'\le 0\Leftrightarrow x\in\left[2m-1;1\right]$.

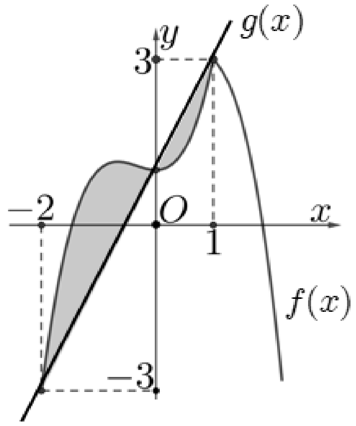
x	$-\infty$		$2m-1$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

.

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$ thì $\left(-2;0\right)\subset\left[2m-1;1\right]$.

$\Leftrightarrow 2m-1\le -2\Leftrightarrow m\le -\dfrac{1}{2}$..

Câu 41: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $\left(d\right):g\left(x\right)=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích miền tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$ và $\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{19}{12}$. Tích phân $\int\limits_{-1}^{0}x.f'\left(2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{607}{348}$. **B.** $-\dfrac{20}{3}$. **C.** $-\dfrac{5}{3}$. **D.** $-\dfrac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}A\left(1;3\right)\in g\left(x\right)=ax+b\\B\left(-2;-3\right)\in g\left(x\right)=ax+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b=3\\-2a+b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}\Rightarrow g\left(x\right)=2x+1.$

Mà $S=\dfrac{37}{12}\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}\left[f\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left[\left(2x+1\right)-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\dfrac{37}{12}$

$\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left(2x+1\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-2}^{0}\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{37}{12}\Rightarrow\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}.$

Khi đó $\int\limits_{-1}^{0}x.f'\left(2x\right)\mathrm{d}x\xrightarrow[\begin{cases}x=-1\to t=-2\\x=0\to t=0\end{cases}]{t=2x\to\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x}\dfrac{1}{4}\int\limits_{-2}^{0}t.f'\left(t\right)\mathrm{d}t\xrightarrow[\mathrm{d}v=f'\left(t\right)\mathrm{d}t\to v=f\left(t\right)]{u=t\to\mathrm{d}u=\mathrm{d}t}\dfrac{1}{4}\left[t.f\left(t\right)\Big|_{-2}^{0}-\int\limits_{-2}^{0}f\left(t\right)\mathrm{d}t\right]$

$=\dfrac{1}{4}\left[2f\left(-2\right)-\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right]=\dfrac{1}{4}\left[2.\left(-3\right)-\dfrac{2}{3}\right]=-\dfrac{5}{3}.$

Câu 42: Cho số phức z thỏa số phức $w=\dfrac{z.\left|z\right|}{iz-\left|z\right|}$ có phần ảo bằng -1. Tìm môđun của số phức z.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $z=0$ thì số phức w không tồn tại, suy ra $z\neq 0$.

Đặt $z_0=\frac{1}{z}=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$, khi đó $w=\dfrac{\frac{1}{z_0}.\left|\frac{1}{z_0}\right|}{\frac{i}{z_0}-\left|\frac{1}{z_0}\right|}=\dfrac{1}{i|z_0|-z_0}$.

Từ đây ta có $w=\dfrac{1}{i|z_0|-z_0}=\dfrac{1}{-x-i\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)}$

$$=\frac{-x+i\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}=\frac{-x}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}+\frac{y-\sqrt{x^2+y^2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}i$$

suy ra

$$\frac{y-\sqrt{x^2+y^2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}=-1\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}-y=2\left(x^2+y^2-y\sqrt{x^2+y^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)\left(2\sqrt{x^2+y^2}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+y^2}=y\\ \sqrt{x^2+y^2}=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Xét $\sqrt{x^2+y^2}=y$, ta có $\begin{cases}y\geq 0\\ x=0\end{cases}$ suy ra $z_0=yi$ với $y>0$. Điều này dẫn đến $iz=|z|=\frac{1}{y}$ mâu thuẫn với sự tồn tại của w.

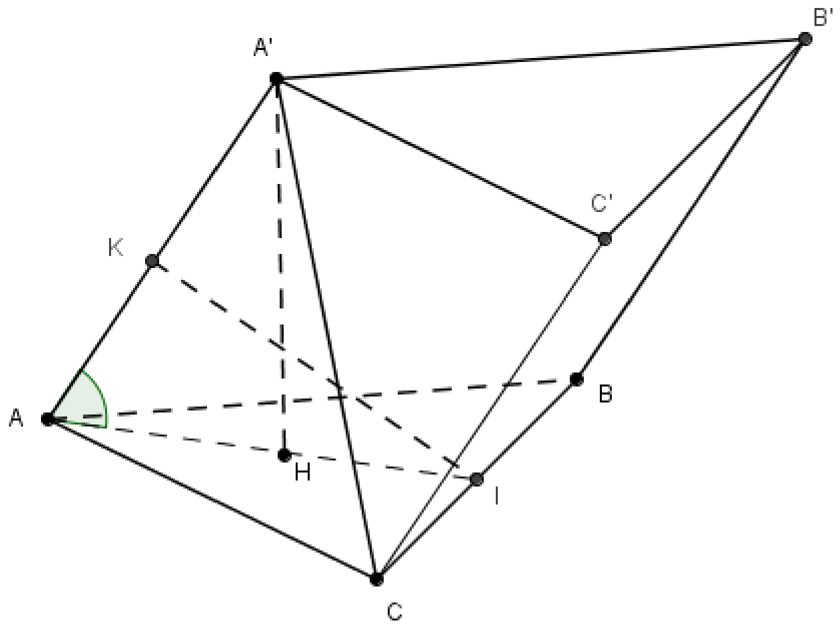
Vậy $|z_0|=\frac{1}{2}$ suy ra $|z|=2$.

Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC và I là trung điểm BC. Ta có:

$$\begin{cases} A'H \perp BC \\ AI \perp BC \\ A'H \cap AI = H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AI) \Rightarrow BC \perp AA'.$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên AA'. Khi đó IK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC nên $IK = d(AA', BC) = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Xét tam giác vuông AIK vuông tại K có

$IK = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$, $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IK = \dfrac{1}{2}AI \Rightarrow \widehat{KAI} = 30°$.

Xét tam giác vuông $AA'H$ vuông tại H có $A'H = AH.\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a}{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}A'H.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 36$ và điểm A nằm trên đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 3 \\ z = 1-t \end{cases}$ và nằm ngoài mặt cầu (S). Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S), gọi (P) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết (P) luôn đi qua một đường thẳng d cố định. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -3 \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3 \\ z = 2-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-3;0)$; $R = 6$.

Gọi $A(1-a;3;1-a) \in \Delta$.

$M(x;y;z)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ A đến

$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (S) \\ AM^2 = AI^2 - IM^2 = AI^2 - 36 \end{cases}$

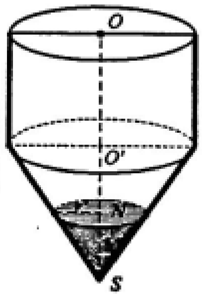
$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 36 \quad (1) \\ (x-(1-a))^2 + (y-3)^2 + (z-(1-a))^2 = (1-a)^2 + 6^2 + (1-a)^2 - 36 \quad (2) \end{cases}$.

Lấy –: $(1-a)x + 6y + (1-a)z = 18$ là mặt phẳng chứa các tiếp điểm.

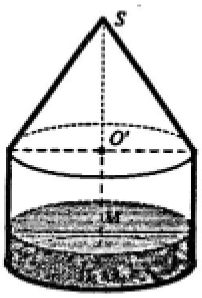
Ta có $(1-a)x + 6y + (1-a)z = 18$, $\forall a \Leftrightarrow -a(x+z) + x + 6y + z - 18 = 0, \forall a$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 0 \\ x + 6y + z - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 45: Cho một dụng cụ đựng chất lỏng như hình 1 có phần trên là mặt xung quanh và đáy trên của hình trụ, phần dưới là mặt xung quanh của một hình nón. Biết hình trụ có cùng bán kính đáy R và cùng chiều cao $h = 24cm$ với hình nón. Trong hình 1, lượng chất lỏng có chiều cao bằng $12cm$. Lật ngược dụng cụ theo phương vuông góc với mặt đất như hình 2. Khi đó chiều cao của chất lỏng trong hình 2 là



Hình 1



Hình 2

A. $3cm$. **B.** $2cm$. **C.** $1cm$. **D.** $4cm$.

Lời giải

Chọn C

Theo giải thiết thì mực nước trong hình 1 có chiều cao bằng một nửa chiều cao hình trụ và hình nón có cùng bán kính với hình trụ nên: $V_{nước} = \frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{R}{2}\right)^2.\frac{h}{2} = \frac{1}{24}V_{trụ}$.

Gọi chiều cao của mực nước trong hình 2 là h h $(h>0)$.

Theo hình 2, ta có: $\pi.R^2.h = \frac{1}{24}\pi.R^2.24 \Leftrightarrow h = 1$

Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ sao cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2021x + 2022y$ bằng

A. 6064. **B.** 4043. **C.** 6065. **D.** 8085.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy-3(x+y)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3(x+y) + 2 = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} 3(x+y) + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$,

Xét hàm đặc trưng $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(3(x+y)) = f\left(x^2+y^2+xy+2\right) \Leftrightarrow 3(x+y) = x^2+y^2+xy+2$

$\Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4xy+8-12x-12y=0 \Leftrightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 3(y-1)^2 + 5 = 0$

$\Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le 2x+y \le 5$

Ta có: $P = \dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1} = 2 + \dfrac{2x+y-5}{x+2y+1} \le 2$, ta có $2x+y-5 \le 0$).

Suy ra : $P_{\max} = 2$, xảy ra khi $\begin{cases} y-1=0 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Vậy: $2021x + 2022y = 6064$.

Câu 47: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2$ và $|w| = 1$. Khi $|iz + w - 3 + 4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z+w|$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải

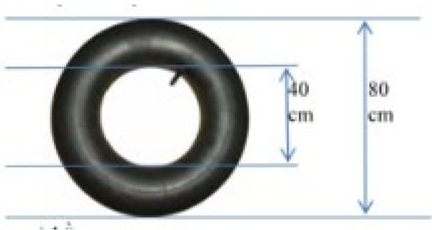
Ta có $|iz| = |z| = 2$.

$\begin{cases} \big||iz| - |w|\big| \le |iz + w| \ (1) \\ |iz + w| \le |iz| + |w| \ (2) \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le |iz + w| \le 3 \ (3)$. Dấu "=" ở (1) xảy ra khi và chỉ khi $w = k.(iz), k < 0$; dấu "=" ở (2) xảy ra khi và chỉ khi $w = h.(iz), h > 0$.

Ta lại có $|iz + w - 3 + 4i| \ge \big||iz + w| - |-3 + 4i|\big| \Leftrightarrow |iz + w - 3 + 4i| \ge \big||iz + w| - 5\big|$. Từ (3) suy ra $|iz + w - 3 + 4i| \ge 2$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} |iz + w| = 3 \\ w = h.(iz), h > 0 \\ iz + w = l.(-3+4i), l < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \dfrac{1}{2} \\ l = -\dfrac{3}{5} \\ z = -\dfrac{8}{5} - \dfrac{6}{5}i \\ w = \dfrac{3}{5} - \dfrac{4}{5}i \end{cases}$.

Vậy $Min|iz + w - 3 + 4i| = 2$ và $|z + w| = \sqrt{5}$.

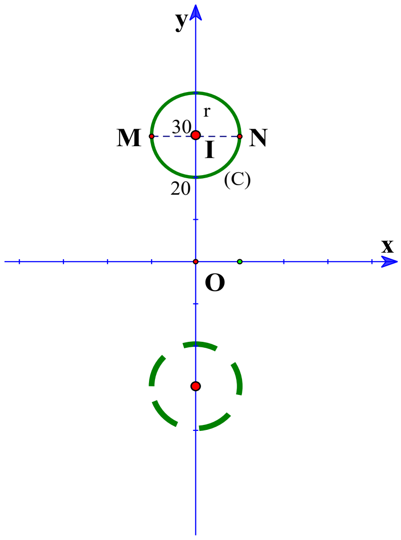
Câu 48: Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau:



Thể tích của cái phao bằng:

A. $3000\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $6000\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $6000\pi^2\left(cm^3\right)$. **D.** $3000\pi^2\left(cm^3\right)$.

Lời giải



Từ giả thiết suy ra thiết diện của cái phao là đường tròn bán kính bằng $r = 10\left(cm\right)$.

Gọi tâm của đường tròn là I, ta có I cách tâm của cái phao 1 khoảng bằng $30\ cm$.

Chọn hệ tọa độ có gốc O trùng với tâm của cái phao. Gọi $\left(C\right)$ là hình tròn tâm $I\left(0;30\right)$ và có bán kính $r = 10\left(cm\right)$.

$\Rightarrow$ Cái phao chính là hình tròn xoay thu được khi ta quay hình tròn $\left(C\right)$ quanh trục Ox

Ta có phương trình của $\left(C\right)$: $x^2 + \left(y-30\right)^2 = 100 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{100-x^2} + 30\ (-10 \le x \le 10)$

$\Rightarrow$ Phương trình của 2 nửa đường tròn (C) là:

- Cung MN trên: $y = \sqrt{100-x^2} + 30\ (-10 \le x \le 10)$.

- Cung MN dưới: $y = -\sqrt{100-x^2} + 30\ (-10 \le x \le 10)$.

$\Rightarrow$ Thể tích của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình tròn (C) quanh trục Ox, cũng là quay hình phẳng giới hạn bởi 2 cung MN có phương trình như trên $(-10 \le x \le 10)$ quanh trục Ox, thể tích đó bằng:

$$V = \pi\int_{-10}^{10}\left[\left(\sqrt{100-x^2}+30\right)^2 - \left(-\sqrt{100-x^2}+30\right)^2\right]\mathrm{d}x = \pi\int_{-10}^{10}120\sqrt{100-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $x = 10\sin t, -\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}$ ta có: $\mathrm{d}x = 10\cos t\mathrm{d}t$, cận $t: \frac{-\pi}{2} \to \frac{\pi}{2}$.

$$\Rightarrow V = 120\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}10\cos t.10\cos t\,\mathrm{d}t = 6000\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t = 6000\pi^2\left(cm^3\right).$$

Câu 49: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm $f'\left(x\right) = x^3 - 3x^2 - 10x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right) = f\left(\left|x^2 - 2mx + m - 2\right| - 3\right)$ có 13 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x=5;x=0;x=-2$.

Xét hàm số $f(u)=f\left(\left|x^2-2mx+m-2\right|-3\right)$ với $u=\left|x^2-2mx+m-2\right|-3$.

Đặt $h(x)=x^2-2mx+m-2$, ta vẽ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

Nhận thấy $-m^2+m-2<0$ nên ta suy ra được bảng biến thiên của u như sau:

Số điểm cực trị của $f(u)=$Số điểm cực trị của u + Số nghiệm đơn của $\left[\begin{array}{l}u=5\\u=0\\u=-2\end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta thấy u có 3 điểm cực trị. Để hàm số $g(x)$ có 13 cực trị thì số nghiệm đơn của $\left[\begin{array}{l}u=5\\u=0\\u=-2\end{array}\right.$ phải bằng 10.

Để có 10 nghiệm bội lẻ thì các đường thẳng $u=-2;u=0$ phải nằm dưới m^2-m-1 và đường thẳng $u=5$ phải nằm trên m^2-m-1.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right. \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{2;3\} \\ m^2-m-1\le 5 \Leftrightarrow -2\le m\le 3\end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;2;6)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng.

A. $4\sqrt{13}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A'(-1;2;0)$, $B'(3;2;0)$ lần lượt là hình chiếu của A, B trên (Oxy), khi đó:

$AM+BN=\sqrt{AA'^2+A'M^2}+\sqrt{BB'^2+B'N^2}\ge\sqrt{(AA'+BB')^2+(A'M+B'N)^2}$.

Ta có $MA'+A'B'+B'N\ge MN \Leftrightarrow A'M+NB'\ge MN-A'B' \Leftrightarrow A'M+NB'\ge 12$.

Nên $AM+BN\ge\sqrt{(AA'+BB')^2+(A'M+B'N)^2}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ M, A', B', N theo thứ tự thẳng hàng và $\dfrac{AA'}{BB'}=\dfrac{A'M}{B'N}=3$.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 07 – MÃ ĐỀ: 107

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int 7^x \mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C$ **B.** $\int 7^x \mathrm{d}x=7^{x+1}+C$ **C.** $\int 7^x \mathrm{d}x=\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$ **D.** $\int 7^x \mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$

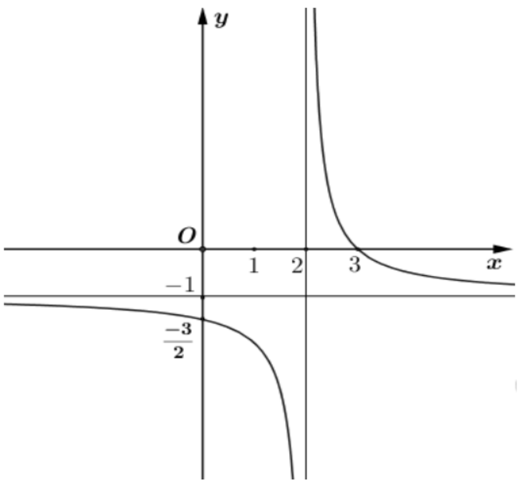
Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x)+\log_3 9x-5=0$.

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4;-5;0)$. **B.** $M(2;-3;0)$. **C.** $M(0;0;1)$. **D.** $M(4;5;0)$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-\frac{3}{2}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^2-2x$. **D.** $y=-x^2+2x$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(2x-1)^{\pi}$ là

A. $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 1.

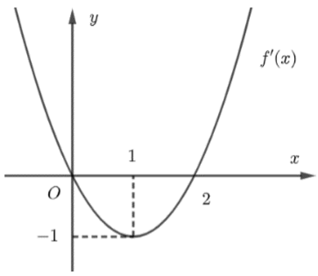
Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;2;-3)$; $R=2$. **B.** $I(-1;2;-3)$; $R=4$. **C.** $I(1;-2;3)$; $R=2$. **D.** $I(1;-2;3)$; $R=4$.

Câu 11: Cho $\log_3 a=4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 13: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=20\,cm^2$ và chiều cao $h=3\,cm$ là

A. $V=23\,cm^3$. **B.** $V=20\,cm^3$. **C.** $V=60\,cm^3$. **D.** $V=45\,cm^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+4)\le 3$ là:

A. $(-4;23]$. **B.** $(-\infty;23]$. **C.** $(-\infty;27]$. **D.** $(-4;5]$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=\log_{0,2} x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{e}} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

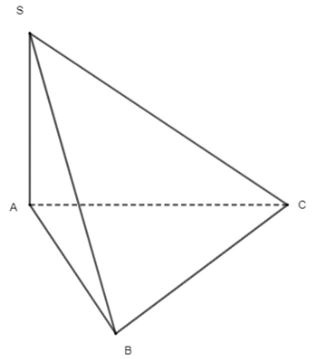
Câu 18: Nếu $\int_0^1 [f(x)+2x]dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$. Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_{4}^{-1} -2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



A. $V = \frac{3}{4}a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{1}{2}a^3$.

Câu 21: Cho số phức $z = 2 - i$, số phức $z + 2\bar{z}$ bằng

A. $6 + i$. **B.** $4 + 3i$. **C.** $4 + i$. **D.** $6 + 3i$.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy

A. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ **B.** $r = 5\sqrt{\pi}$ **C.** $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ **D.** $r = 5$

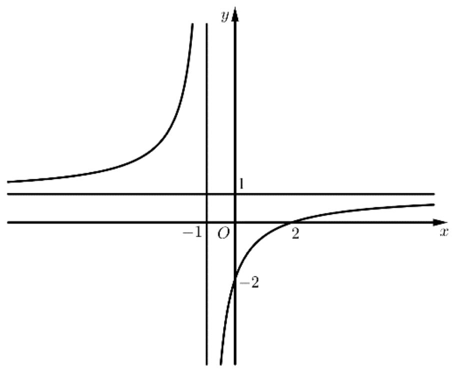
Câu 23: Một hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra 3 viên bi trong hộp là

A. 455. **B.** 15. **C.** 34. **D.** 2730.

Câu 24: Hàm số $F(x) = 3^{5x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = \frac{3^{5x}}{5.\ln 3}$. **B.** $f_1(x) = \frac{5.3^{5x}}{\ln 3}$. **C.** $f_2(x) = 5.3^{5x}$. **D.** $f_3(x) = 5.3^{5x}.\ln 3$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 26: Một hình trụ có chiều cao bằng 3 và chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích khối trụ đó.

A. 12π. **B.** 40π. **C.** 18π. **D.** 10π.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Giá trị u_6 bằng

A. 160. **B.** -160. **C.** -320. **D.** 320.

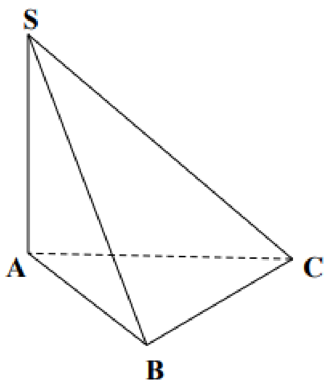
Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i;\ z_2 = 3 - i$. Số phức liên hợp của $w = z_1 - z_2$ bằng

A. $-1 - 2i$. **B.** $1 - 2i$. **C.** $-1 + 2i$. **D.** $1 + 2i$

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + 7i = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z là

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -6.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC = SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-3)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 33: Có 30 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 2 thẻ. Xác suất để chọn được ít nhất một thẻ đánh số nguyên tố bằng?

A. $0,56$. **B.** $0,41$. **C.** $0,46$. **D.** $0,52$.

Câu 34: Nếu $\int_0^3 \left[4f(x) - 3x^2\right]dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng :

A. 18. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 20.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** $-\sqrt{2}$.

Câu 36: Với mọi số a, b thỏa mãn: $\log_a \sqrt{b} = 3$, giá trị của biểu thức $\log_a\left(a^3b^2\right)$ bằng

A. 15. **B.** 9. **C.** 18. **D.** 36.

Câu 37: Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(1;3;1); B(3;2;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$.

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 45$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 45$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{45}$. **D.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 45$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2 \\ z = 3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = 3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3-2t \end{cases}$.

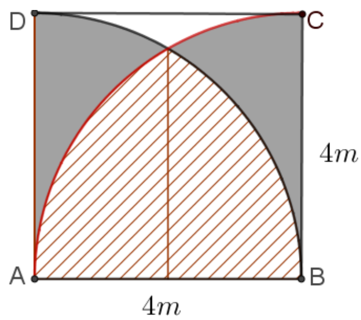
Câu 39: Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\dfrac{\log_3 5 \log_5 a}{1+\log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a = b\log_6 2$. **B.** $a = 36b$. **C.** $2a+3b=0$. **D.** $a = b\log_6 3$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^2+2x+m}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ và đồng biến trên khoảng $(4;6)$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 41: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB = 4m$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R = 4m$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150 000 đồng/m2, chi phí sơn phần màu đen là 100 000 đồng/m2, chi phí để sơn phần còn lại là 250 000 đồng/m2
Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 3,017 triệu đồng. **B.** 1,213 triệu đồng. **C.** 2,06 triệu đồng. **D.** 2,195 triệu đồng.

Câu 42: Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{6}$. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = AB' = AC'$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a$. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

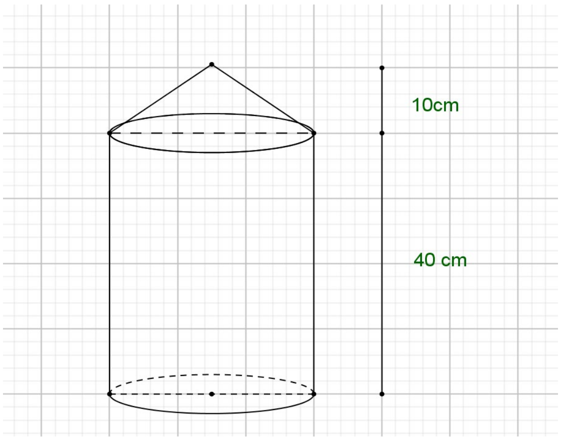
A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=1$ và điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)\in d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=2-t\end{cases}$.

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;0)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. $\frac{1}{27}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** $\frac{23}{5}$.

Câu 45: Một cái cột có hình dạng như hình bên. Chiều cao đo được ghi trên hình, chu vi đáy là $20\,\text{cm}$. Thể tích của côt bằng



A. $\frac{52000}{3\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\frac{5000}{3\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $\frac{5000}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\frac{13000}{3\pi}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 46: Cho các số thực x,y thoả mãn $\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right)-\log_2 y=2x+2y+xy-5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+xy$ bằng:

A. $33-22\sqrt{2}$. **B.** $36-24\sqrt{2}$. **C.** $30-20\sqrt{2}$. **D.** $24-16\sqrt{2}$.

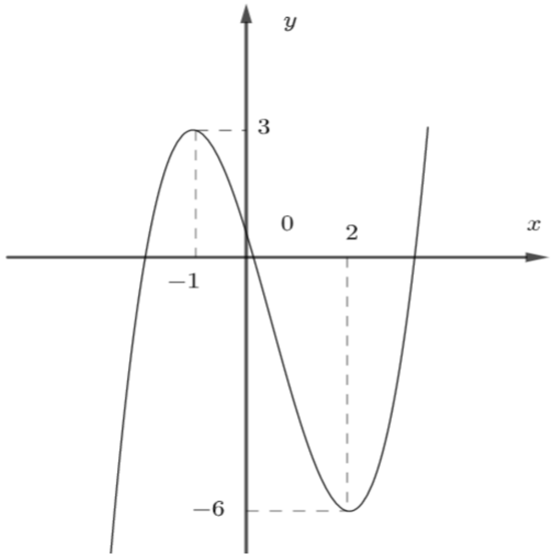
Câu 47: Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa $\left|z_1+\overline{z_1}\right|^2=2\left|z_1-\overline{z_1}\right|$ và $\left|\overline{z_2}+3\right|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1-z_2\right|$ là

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** $\sqrt{5}+1$. **D.** $\sqrt{5}+2$.

Câu 48: Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn $28\,\text{cm}$, trục nhỏ $25\,\text{cm}$. Biết cứ $1000\,\text{cm}^3$ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

A. 183000 đồng. **B.** 180000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|f^2\left(x\right)-4f\left(x\right)+m\right|\right)$ có 23 điểm cực trị là

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+2z-1=0$, $\left(Q\right):2x-y+2z+11=0$ và các điểm $A\left(-1;1;1\right)$, $B\left(1;2;3\right)$. Gọi $\left(S\right)$ là mặt cầu bất kỳ qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $\left(P\right),\left(Q\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu $\left(S\right)$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng BI thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5;6\right)$. **B.** $\left(4;5\right)$. **C.** $\left(6;7\right)$. **D.** $\left(3;4\right)$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=7^x$.

A. $\int 7^x \mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C$ **B.** $\int 7^x \mathrm{d}x=7^{x+1}+C$

C. $\int 7^x \mathrm{d}x=\dfrac{7^{x+1}}{x+1}+C$ **D.** $\int 7^x \mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int a^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$ $,\left(0<a\neq 1\right)$ ta được đáp án B

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(6+x\right)+\log_3 9x-5=0$.

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

+) Điều kiện $x>0$

+) Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\left(6+x\right)+\log_3 x=3 \Leftrightarrow \log_3 x\left(6+x\right)=3 \Leftrightarrow x^2+6x-27=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-9(L) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=3$. Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;-2;1\right)$, $B\left(0;1;2\right)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M\left(4;-5;0\right)$. **B.** $M\left(2;-3;0\right)$. **C.** $M\left(0;0;1\right)$. **D.** $M\left(4;5;0\right)$.

Lời giải

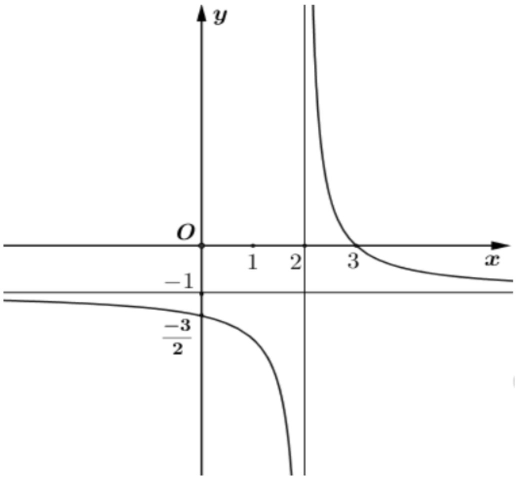
Ta có $M\in\left(Oxy\right)\Rightarrow M\left(x;y;0\right)$; $\overrightarrow{AB}=\left(-2;3;1\right)$; $\overrightarrow{AM}=\left(x-2;y+2;-1\right)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng phương, khi đó:

$\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{-1}{1}\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$.

Vậy $M\left(4;-5;0\right)$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-\frac{3}{2}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=-1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=2$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^2-2x$. **D.** $y=-x^2+2x$.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến đã cho là của hàm số $y=-x^3+3x$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\left(2x-1\right)^{\pi}$ là

A. $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Điều kiện $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Tập xác định của hàm số $y=\left(2x-1\right)^{\pi}$ là: $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(1;2;-1\right)$ và $B\left(2;-1;1\right)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ nên có VTCP là $\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$

PTTS của đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z \Rightarrow z=-1+3i$.

Vậy phần thực của z bằng -1.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;2;-3)$; $R=2$. **B.** $I(-1;2;-3)$; $R=4$. **C.** $I(1;-2;3)$; $R=2$. **D.** $I(1;-2;3)$; $R=4$.

Lời giải

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$.

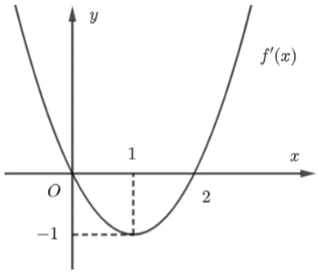
Câu 11: Cho $\log_3 a=4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $\log_3(9a)=\log_3 9+\log_3 a=2+4=6$.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x)<0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 13: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=20\,cm^2$ và chiều cao $h=3\,cm$ là

A. $V=23\,cm^3$. **B.** $V=20\,cm^3$. **C.** $V=60\,cm^3$. **D.** $V=45\,cm^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=20\,cm^3$ và chiều cao $h=3\,cm$ là $V=B.h=20.3=60\,cm^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+4)\le 3$ là:

A. $(-4;23]$. **B.** $(-\infty;23]$. **C.** $(-\infty;27]$. **D.** $(-4;5]$.

Lời giải

Điều kiện: $x > -4$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow x + 4 \le 27 \Leftrightarrow x \le 23$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow x \in (-4;23]$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y = \log_2 x$. **C.** $y = \log_{0,2} x$. **D.** $y = \log_{\frac{1}{e}} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên ngịch biến trên $(0;+\infty)$

Hàm số $y = \log_2 x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên $(0;+\infty)$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $x = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $y - z = 0$.

Lời giải

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần từ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 2x\mathrm{d}x = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + 1 = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$.

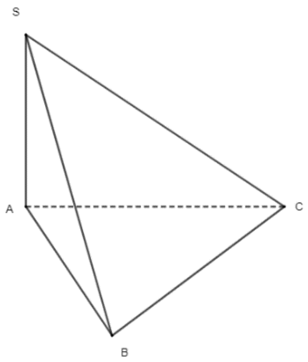
Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$. Nếu $\int_{-1}^4 f(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_4^{-1} -2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\int_4^{-1} -2f(x)\mathrm{d}x = -2.\int_4^{-1} f(x)\mathrm{d}x = 2.\int_{-1}^4 f(x)\mathrm{d}x = 2.(-2) = -4$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



A. $V=\dfrac{3}{4}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}a^3$.

Lời giải

$V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.2a.\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 21: Cho số phức $z=2-i$, số phức $z+2\bar{z}$ bằng

A. $6+i$. **B.** $4+3i$. **C.** $4+i$. **D.** $6+3i$.

Lời giải

Có $z+2\bar{z}=2-i+2(2+i)=6+i$.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy

A. $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ **B.** $r=5\sqrt{\pi}$ **C.** $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ **D.** $r=5$

Lời giải

Ta có $l=2r$

Theo đề $S_{xq}=50\pi \Leftrightarrow 2\pi rh=50\pi \Leftrightarrow 2\pi r.2r=50\pi \Leftrightarrow r^2=\dfrac{25}{2} \Leftrightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23: Một hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra 3 viên bi trong hộp là

A. 455. **B.** 15. **C.** 34. **D.** 2730.

Lời giải

Số cách chọn ra 3 viên bi trong hộp có 15 viên bi là $C_{15}^3=455$ cách.

Câu 24: Hàm số $F(x)=3^{5x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

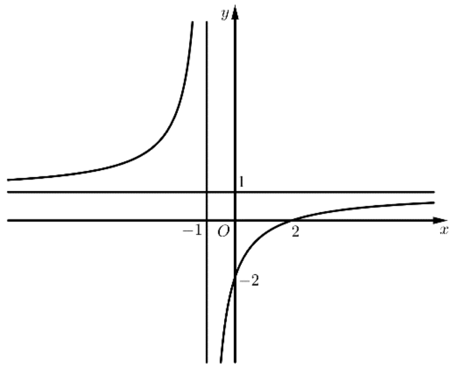
A. $f_4(x)=\dfrac{3^{5x}}{5.\ln 3}$. **B.** $f_1(x)=\dfrac{5.3^{5x}}{\ln 3}$. **C.** $f_2(x)=5.3^{5x}$. **D.** $f_3(x)=5.3^{5x}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x)=f(x)$ nên $f(x)=\left(3^{5x}\right)'=5.3^{5x}.\ln 3$.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 26: Một hình trụ có chiều cao bằng 3 và chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích khối trụ đó.

A. 12π. **B.** 40π. **C.** 18π. **D.** 10π.

Lời giải

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ đã cho.

Chu vi đáy bằng $4\pi \Rightarrow 2\pi r = 4\pi \Rightarrow r = 2$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = 12\pi$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Giá trị u_6 bằng

A. 160. **B.** -160. **C.** -320. **D.** 320.

Lời giải

Ta có: $u_6 = u_1.q^5 = 5.(-2)^5 = -160$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = 2-3i;\ z_2 = 3-i$. Số phức liên hợp của $w = z_1 - z_2$ bằng

A. $-1-2i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $1+2i$

Lời giải

Ta có $w = z_1 - z_2 = (2-3i)-(3-i) = -1-2i.$

Số phức liên hợp của $w = z_1 - z_2$ là $\overline{w} = -1+2i.$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z+1+7i = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z là

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -6.

Lời giải

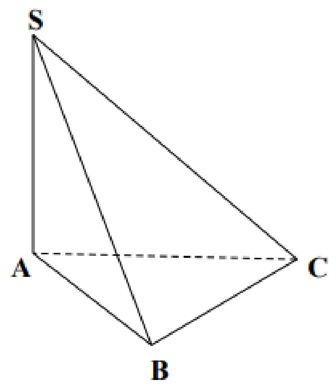
Ta có:

$(1-3i)z+1+7i=0$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-1-7i}{1-3i} = \frac{(-1-7i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)} = \frac{-1-3i-7i-21i^2}{1+9} = \frac{20-10i}{10} = 2-i$$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của z là $2+(-1)=1$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

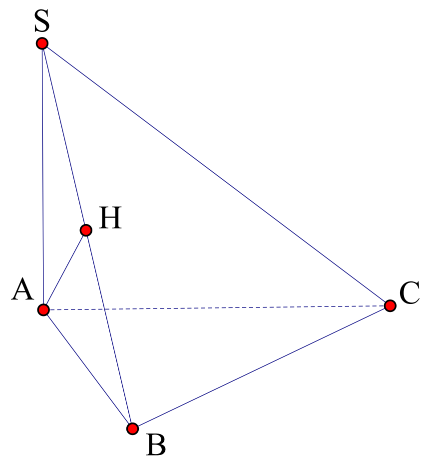
Lời giải

Có $\tan\left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCA} = 60°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC = SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \ \left(do\ SA \perp (ABC), BC \subset (ABC)\right) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SB.

Suy ra $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \ \left(do\ BC \perp (SAB), AH \subset (SAB)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Khi đó AH là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

Xét tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao $\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2}$.

Mà $AC^2 = AB^2 + BC^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2 \Rightarrow AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{4a^2} + \dfrac{1}{2a^2} = \dfrac{3}{4a^2}$.

$\Rightarrow AH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-3)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

Do đó hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 33: Có 30 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 2 thẻ. Xác suất để chọn được ít nhất một thẻ đánh số nguyên tố bằng?

A. $0,56$. **B.** $0,41$. **C.** $0,46$. **D.** $0,52$.

Lời giải

Tập hợp số số nguyên tố: $\{2;3;5;7;11;13;17;19;23;29\}$

Số cách chọn 2 thẻ ngẫu nhiên: $|\Omega| = C_{30}^2 = 435$

Gọi A là biến cố chọn được ít nhất một thẻ đánh số nguyên tố

$\Rightarrow \overline{A}$ biến cố chọn được không thẻ đánh số nguyên tố: $C_{20}^2 = 190$

$P_A = 1 - P_{\overline{A}} = 1 - \dfrac{190}{435} \approx 0,56$

Câu 34: Nếu $\int\limits_0^3 \left[4f(x) - 3x^2\right]dx = 5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)dx$ bằng :

A. 18. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^3 \left[4f(x) - 3x^2\right]dx = \int\limits_0^3 4f(x)dx - \int\limits_0^3 3x^2dx = 4\int\limits_0^3 f(x)dx - x^3\Big|_0^3 = 4\int\limits_0^3 f(x)dx - 27$

Do đó $5 = 4\int\limits_0^3 f(x)dx - 27 \Leftrightarrow \int\limits_0^3 f(x)dx = 8$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\Rightarrow y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \dfrac{x(x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x^2+1-x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$$

$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1+x = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	-1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	1

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng $-\sqrt{2}$.

Câu 36: Với mọi số a, b thỏa mãn: $\log_a \sqrt{b} = 3$, giá trị của biểu thức $\log_a\left(a^3b^2\right)$ bằng

A. 15. **B.** 9. **C.** 18. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết: $\log_a \sqrt{b} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_a b = 3 \Leftrightarrow \log_a b = 6$.

Khi đó: $\log_a\left(a^3b^2\right) = \log_a a^3 + \log_a b^2 = 3 + 2\log_a b = 15$.

Câu 37: Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(1;3;1); B(3;2;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$.

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 45$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 45$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{45}$. **D.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 45$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = -3+t \end{cases} \quad (t \in R)$

Do $I \in d \Rightarrow I(2-t; 1+2t; -3+t)$

Do mặt cầu đi qua 2 điểm $A; B$ nên

$IA = IB \Rightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (-1+t)^2 + (2-2t)^2 + (4-t)^2 = (1+t)^2 + (1-2t)^2 + (5-t)^2$

$\Leftrightarrow 6t = -6 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(3;-1;-4)$

$R^2 = IA^2 = 45$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 45$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right] = (2;0;-2) = 2(1;0;-1)$.

d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 39: Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\dfrac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a = b\log_6 2$.   **B.** $a = 36b$.   **C.** $2a + 3b = 0$.   **D.** $a = b\log_6 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \dfrac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2$

$\Leftrightarrow \log_6 \dfrac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + m}{x - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ và đồng biến trên khoảng $(4;6)$.

A. 6.   **B.** 7.   **C.** 5.   **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 2x - 2 - m}{(x-1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ và đồng biến trên khoảng $(4;6)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} y' \le 0, \forall x \in (1;3) \\ y' \ge 0, \forall x \in (4;6) \end{cases}$

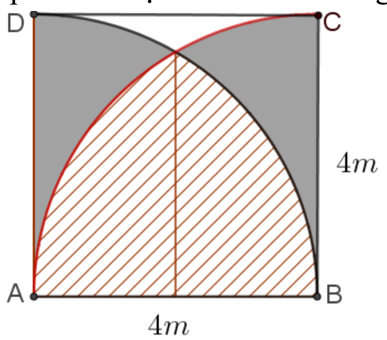
$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 2 - m \le 0, \forall x \in (1;3) \\ x^2 - 2x - 2 - m \ge 0, \forall x \in (4;6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge x^2 - 2x - 2, \forall x \in (1;3) \\ m \le x^2 - 2x - 2, \forall x \in (4;6) \end{cases}$

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x - 2, g'(x) = 2x - 2$ ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		1		3		4		6		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0			$+$					
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\nearrow$	6	$\nearrow$	18	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta có $(*) \Leftrightarrow 3 \le m \le 6$, và vì m là số nguyên nên chọn $m \in \{3;4;5;6\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 41: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB = 4m$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R = 4m$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là $150\ 000$ đồng/m2, chi phí sơn phần màu đen là $100\ 000$ đồng/m2, chi phí để sơn phần còn lại là $250\ 000$ đồng/m2



Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. $3,017$ triệu đồng. **B.** $1,213$ triệu đồng. **C.** $2,06$ triệu đồng. **D.** $2,195$ triệu đồng.

Lời giải

Gọi I là giao điểm của 2 cung tròn $\overset{\frown}{AC};\overset{\frown}{BD}$

Chọn gốc toạ độ $A(0;0) \to B(4,0)$

- Xét cung tròn có phương trình $y = \sqrt{16 - x^2}$

- Phần diện tích gạch chéo $S = 2.\int_2^4 \sqrt{16 - x^2}dx = 16\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

- Phần diện tích màu đen: $2.\left(\frac{1}{4}\pi.4^2 - \frac{16\pi}{3} + 4\sqrt{3}\right) = \frac{-8\pi}{3} + 8\sqrt{3}$

- Phần diện tích còn lại: $16 - \left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3} + \frac{-8\pi}{3} + 8\sqrt{3}\right) = 16 - \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

Số tiền để sơn biển quảng cáo:

$\left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right).150\ 000 + \left(\frac{-8\pi}{3} + 8\sqrt{3}\right).100\ 000 + \left(16 - \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right).250\ 000 = 2191480.378$ triệu đồng.

Câu 42: Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{6}$. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|z_1|=|z_2|=2 \Leftrightarrow \begin{cases}|z_1|=2\\|z_2|=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|z_1|^2=4\\|z_2|^2=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z_1.\overline{z_1}=4\\z_2.\overline{z_2}=4\end{cases}$

$|z_1+2z_2|=4 \Leftrightarrow (z_1+2z_2)\left(\overline{z_1+2z_2}\right)=16$

$\Leftrightarrow z_1.\overline{z_1}+2\left(z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}\right)+4z_2.\overline{z_2}=16$

$\Leftrightarrow 4+2\left(z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}\right)+4.4=16$

$\Leftrightarrow z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}=-2$

$|2z_1-z_2|^2=(2z_1-z_2)\left(\overline{2z_1-z_2}\right)=4z_1\overline{z_1}-2\left(z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}\right)+z_2\overline{z_2}=4.4-2.(-2)+4=24$

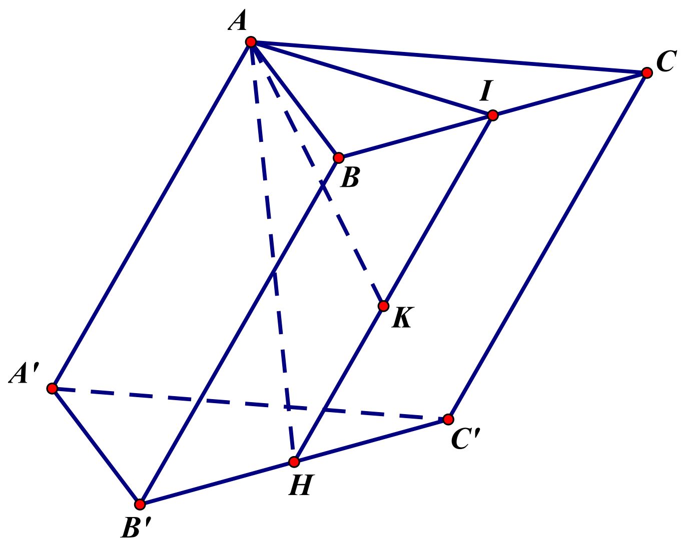
Do đó: $|2z_1-z_2|=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=AB'=AC'$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC=2a$. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $B'C'$. Vì tam giác $A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại A' nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Mặt khác $AA'=AB'=AC'$, từ đó suy ra A, H cách đều 3 điểm A', B', C' hay $AH\perp(A'B'C')$.

Gọi I là trung điểm của BC khi đó $AI\perp BC$ (1)

Mà $B'C'\perp AH$ và $BC // B'C'$ suy ra $BC\perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $BC\perp(AHI)\Rightarrow(BCC'B')\perp(AHI)$ theo giao tuyến là HI (3)

Kẻ $AK \perp HI$, ta được $AK \perp (BCC'B')$ hay $d(A',(BCC'B')) = d(A,(BCC'B')) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác AIH vuông tại A, ta được $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} - \frac{1}{AI^2} = \frac{3}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}.(a\sqrt{2})^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

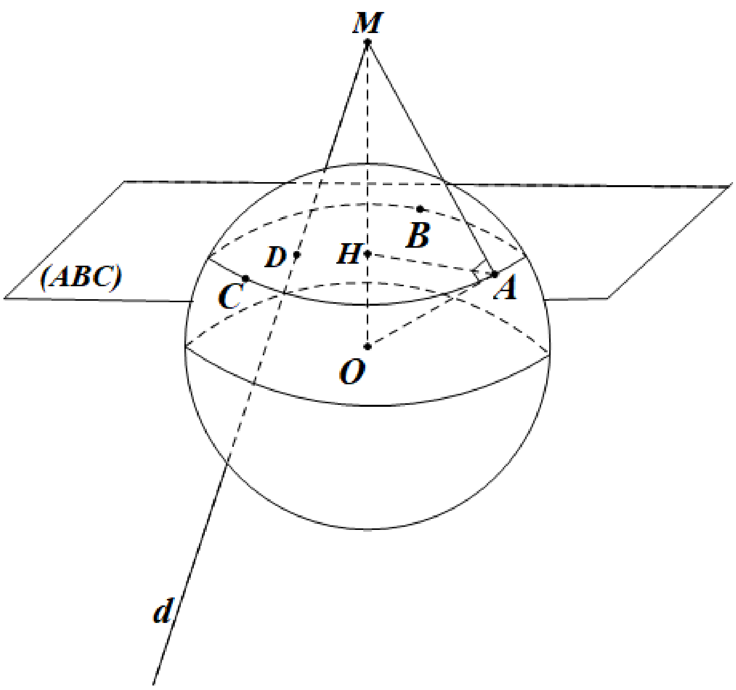
Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2-t \end{cases}$.

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;0)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. $\frac{1}{27}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** $\frac{23}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 1 \Rightarrow$ tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 1$.

Xét tọa độ tiếp điểm $A(x; y; z)$

MA là tiếp tuyến của mặt cầu tại $A \Rightarrow MA = \sqrt{MO^2 - R^2} \Rightarrow MA^2 = MO^2 - R^2$

$\Rightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 1$

Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow x_0.x + y_0.y + z_0.z - 1 = 0$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) qua các tiếp điểm A, B, C là:

$x_0.x + y_0.y + z_0.z - 1 = 0$

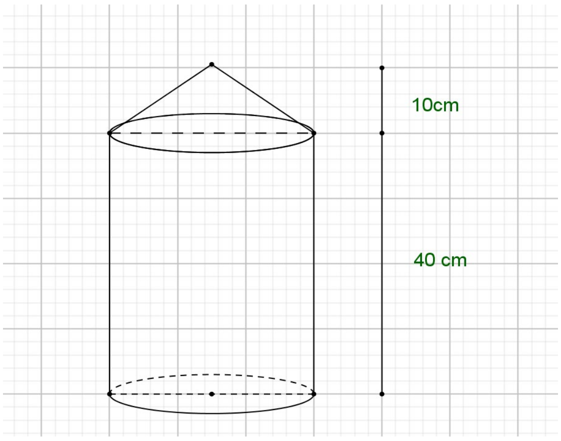
Mà mặt phẳng (ABC) qua điểm $D(1;1;0) \Rightarrow x_0 + y_0 - 1 = 0$

Do $M(x_0;y_0;z_0) \in d : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1+t \\ y_0 = 1+t \\ z_0 = 2-t \end{cases}$

nên thế $\begin{cases} x_0 = 1+t \\ y_0 = 1+t \\ z_0 = 2-t \end{cases}$ vào ta được $1+t+1+t-1=0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$

Vậy $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$

Câu 45: Một cái cột có hình dạng như hình bên. Chiều cao đo được ghi trên hình, chu vi đáy là $20\,\text{cm}$. Thể tích của côt bằng



A. $\frac{52000}{3\pi}(\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{5000}{3\pi}(\text{cm}^3)$. **C.** $\frac{5000}{\pi}(\text{cm}^3)$. **D.** $\frac{13000}{3\pi}(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi V_1 là thể tích khối trụ, V_2 là thể tích khối nón, Gọi V là thể tích cái cột.

Chiều cao và bán kính khối trụ lần lượt là $h_1 = 40cm,\ r_1 = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi}cm$.

Chiều cao và bán kính khối nón lần lượt là $h_2 = 10cm,\ r_2 = r_1 = \frac{10}{\pi}cm$.

Theo bài ra

$$V = V_1 + V_2 = \pi r_1^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r_1^2(3h_1 + h_2) = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{10}{\pi}\right)^2(3.40+10) = \frac{13000}{3\pi}(cm^3).$$

Câu 46: Cho các số thực x,y thoả mãn $\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right) - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + xy$ bằng:

A. $33 - 22\sqrt{2}$. **B.** $36 - 24\sqrt{2}$. **C.** $30 - 20\sqrt{2}$. **D.** $24 - 16\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right) - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$

$\Leftrightarrow \log_2(2-x) - \log_2(2+x) - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$.

$\Leftrightarrow \log_2(2-x) - \log_2(2y + xy) = 2x + 2y + xy - 5$

$\Leftrightarrow \log_2(2-x) + 1 + 4 - 2x = 2y + xy + \log_2(2y + xy)$

$\Leftrightarrow \log_2[2(2-x)] + 4 - 2x = 2y + xy + \log_2(2y + xy)$

$\Leftrightarrow \log_2(4-2x) + 4 - 2x = \log_2(2y + xy) + 2y + xy$

Đặt $f(t) = \log_2 t + t \Rightarrow f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 2} + 1 > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Phương trình trở thành $f(4-2x) = f(2y+xy) \Leftrightarrow 4 - 2x = 2y + xy \Leftrightarrow 2(x+y) + xy - 4 = 0$

Đặt $u = x + y$, $v = xy \Rightarrow 2u + v - 4 = 0$, ĐK: $u^2 \geq 4v \Leftrightarrow u^2 \geq 4(4-2u) \Leftrightarrow u^2 + 8u - 16 \geq 0 \Leftrightarrow u \leq -4 - 4\sqrt{2} \vee u \geq -4 + 4\sqrt{2}$

$P = x^2 + y^2 + xy = u^2 - 2v + v = u^2 + 2u - 4 = (u+1)^2 - 5$

+ Nếu $u \leq -4 - 4\sqrt{2} \Rightarrow u + 1 \leq -(3 + 4\sqrt{2}) \Rightarrow (u+1)^2 \geq (3 + 4\sqrt{2})^2$

+ Nếu $u \geq -4 + 4\sqrt{2} \Rightarrow u + 1 \geq -3 + 4\sqrt{2} \Rightarrow (u+1)^2 \geq (-3 + 4\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow P = (u+1)^2 - 5 \geq (-3 + 4\sqrt{2})^2 - 5 = 36 - 24\sqrt{2}$

Vậy $\min P = 36 - 24\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa $|z_1 + \overline{z_1}|^2 = 2|z_1 - \overline{z_1}|$ và $|\overline{z_2} + 3| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5} - 1$. **C.** $\sqrt{5} + 1$. **D.** $\sqrt{5} + 2$.

Lời giải

Chọn B

+) Gọi $M(x;y)$ là biểu diễn số phức $z_1 = x + yi$.

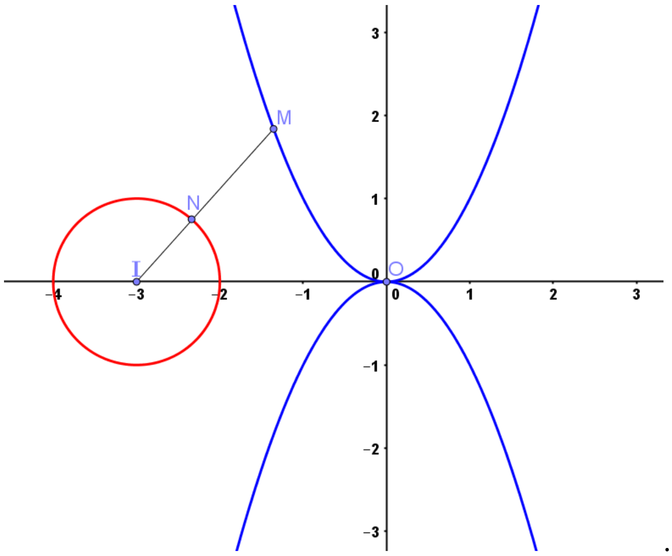
Theo đề: $|z_1 + \overline{z_1}|^2 = 2|z_1 - \overline{z_1}| \Leftrightarrow |2x|^2 = 2|2yi| \Leftrightarrow 4x^2 = 4|y| \Leftrightarrow x^2 = |y|$.

Quỹ tích các điểm M là hình (H) gồm 2 parabol $y = x^2$ (P_1) và $y = -x^2$ (P_2).

+) Gọi $N(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z_2 = a + bi$.

Theo đề: $|\overline{z_2} + 3| = 1 \Leftrightarrow |a + 3 - bi| = 1 \Leftrightarrow (a+3)^2 + b^2 = 1$.

Quỹ tích các điểm N là đường tròn tâm $I(-3;0)$ và $R = 1$.



Xét $M\left(x;x^2\right)\in(H)$ hoặc $M\left(x;-x^2\right)\in(H)$. Ta có:

$IM^2=(x+3)^2+x^4=x^4+x^2+6x+9=f(x)$.

Ta có: $f'(x)=4x^3+2x+6=2(x+1)\left(2x^2-2x+3\right)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra: $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(-1)=5$.

Do đó: IM đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $x=-1$.

Nên MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}-1$.

Vậy $\left|z_1-z_2\right|$ có giá trị nhỏ nhất là $\sqrt{5}-1$.

Câu 48: Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn $28\,\text{cm}$, trục nhỏ $25\,\text{cm}$. Biết cứ $1000\,\text{cm}^3$ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

A. 183000 đồng. **B.** 180000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Đường elip có trục lớn $28\,\text{cm}$, trục nhỏ $25\,\text{cm}$ có phương trình

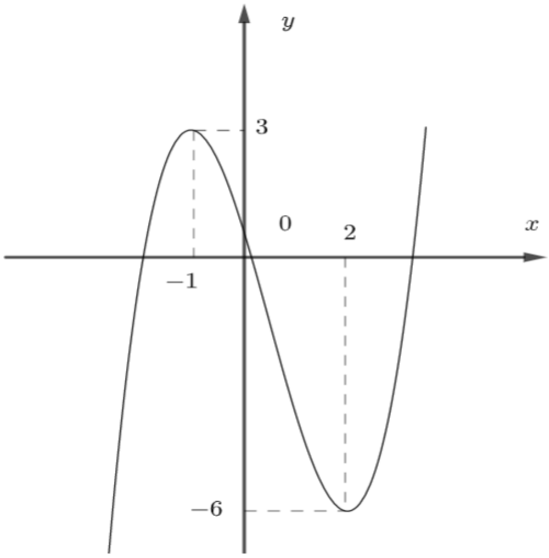
$$\frac{x^2}{14^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2}=1\Leftrightarrow y^2=\left(\frac{25}{2}\right)^2\left(1-\frac{x^2}{14^2}\right)\Leftrightarrow y=\pm\frac{25}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{14^2}}.$$

Do đó thể tích quả dưa là $V=\pi\int\limits_{-14}^{14}\left(\frac{25}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{14^2}}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2\int\limits_{-14}^{14}\left(1-\frac{x^2}{14^2}\right)^2\mathrm{d}x$

$$=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2\cdot\left(x-\frac{x^3}{3.14^2}\right)\Bigg|_{-14}^{14}=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2\cdot\frac{56}{3}=\frac{8750\pi}{3}\text{cm}^3.$$

Do đó tiền bán nước thu được là $\frac{8750\pi.20000}{3.1000}\approx 183259$ đồng.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|f^2(x)-4f(x)+m\right|\right)$ có 23 điểm cực trị là

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=u(x)=f^2(x)-4f(x)\Rightarrow u'=2f'(x)\left(f(x)-2\right)\Rightarrow u'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in\{-1;2\}\\x\in\{a;b;c\}\end{array}\right.$.

Trong đó: $a<-1<b<2<c$.

Bảng biến thiên của hàm số $u=f^2(x)-4f(x)$.

Ta có $g(x)=f\left(|u+m|\right)\Rightarrow g'(x)=\left(|u+m|\right)'.f'\left(|u+m|\right)$. Do đó số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\left|f^2(x)-4f(x)+m\right|\right)$ chính là số nghiệm bội lẻ của hệ sau:

$$\left[\begin{array}{l}u+m=0\\\left(|u+m|\right)'=0\\f'\left(|u+m|\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=-m\\x\in\{a;-1;b;2;c\}\\|u+m|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=-m\\x\in\{a;-1;b;2;c\}\\u\in\{-m-2;-m+2\}\end{array}\right.$$

Suy ra số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ phụ thuộc vào số giao điểm của các đường thẳng $y=-m-2;\,y=-m+2;\ y=-m$ với đồ thị $u(x)$.

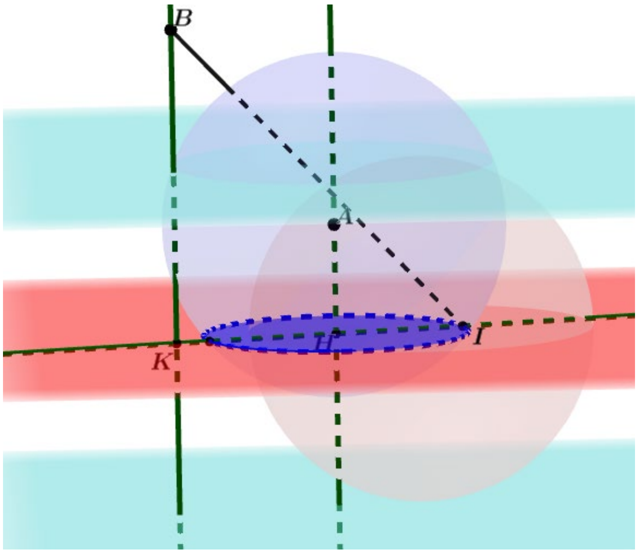
Mặt khác các nghiệm $x\in\{a;-1;b;2;c\}$ là các nghiệm đơn, do đó yêu cầu bài toán trở thành tìm m nguyên để các đường thẳng trên cắt đồ thị $u(x)$ tại 18 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < -m-2 < -3 \\ -4 < -m+2 < -3 \\ -4 < -m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z + 11 = 0$ và các điểm $A(-1;1;1)$, $B(1;2;3)$. Gọi (S) là mặt cầu bất kỳ qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng BI thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;6)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(6;7)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải



Gọi I là tâm mặt cầu (S) thì I chạy trên mặt phẳng (α) song song và cách đều $(P),(Q)$ nên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và bán kính mặt cầu (S) là

$AI = d_{((\alpha);(P))} = \dfrac{|5+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 2$. Từ đó suy ra I cũng thuộc mặt cầu (S') tâm A, bk AI.

Suy ra: tập hợp điểm I là đường tròn $(C) = (\alpha) \cap (S')$ có bán kính $r = \sqrt{AI^2 - d^2_{(A;(\alpha))}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.

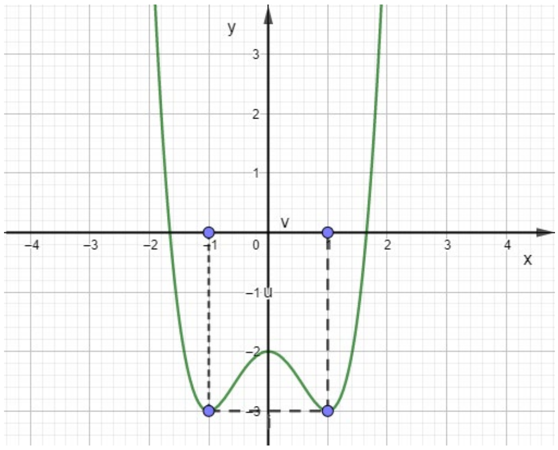
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B lên $(\alpha) \Rightarrow BK = d_{(B;(\alpha))} = \dfrac{11}{3}$ và $K\left(-\dfrac{13}{9}; \dfrac{29}{9}; \dfrac{5}{9}\right)$.

Ta có: $BI = \sqrt{BK^2 + IK^2} \Rightarrow BI_{\max} \Leftrightarrow IK_{\max} = r + HK = r + \sqrt{AK^2 - AH^2} = \dfrac{2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $BI_{\max} = \sqrt{BK^2 + IK^2} \approx 4,98 \in (4;5)$.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 08 – MÃ ĐỀ: 108

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a,b,c\in R\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:



A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\sin x$ và $f\left(0\right)=10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+15$ **B.** $f\left(x\right)=3x-5\cos x+2$

C. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$ **D.** $f\left(x\right)=3x+5\cos x+2$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2\left(x+1\right)+1=\log_2\left(3x-1\right)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;0;3\right)$, $B\left(2;3;-4\right)$, $C\left(-3;1;2\right)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D\left(-4;-2;9\right)$. **B.** $D\left(-4;2;9\right)$. **C.** $D\left(4;-2;9\right)$. **D.** $D\left(4;2;-9\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2 $\nearrow$		$+\infty$ || $-\infty$		$\nearrow$ 2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	1 $\nearrow$		$+\infty$ || $-\infty$		$\nearrow$ 1

A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+4}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

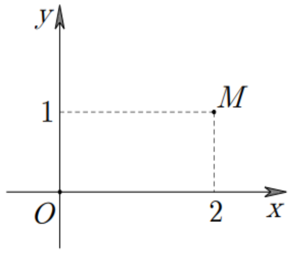
Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x-4\right)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D=\left(-1;4\right)\cdot$ **B.** $D=\mathbb{R}\cdot$ **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;4\right\}\cdot$ **D.** $D=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(4;+\infty\right)\cdot$

Câu 8: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;0\right)$ và $B\left(0;1;2\right)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=\left(-1;1;2\right)$ **B.** $\vec{a}=\left(-1;0;-2\right)$ **C.** $\vec{b}=\left(-1;0;2\right)$ **D.** $\vec{c}=\left(1;2;2\right)$

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Khi đó số phức $w=-2\overline{z}$ là



A. $w=4+2i$. **B.** $w=4-2i$.

C. $w=-4+2i$. **D.** $w=-4-2i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I\left(1;-4;3\right)$ và đi qua điểm $A\left(5;-3;2\right)$.

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-3\right)^2=18$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$.

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y+4\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+4\right)^2+\left(z-3\right)^2=18$.

Câu 11: Với $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[7]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$. **B.** 7. **C.** -7. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 12: Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-3;0\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 13: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

A. 2. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\geq 5$ là

A. $\left(\log_3 5;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_5 3\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_3 5\right]$. **D.** $\left[\log_3 5;+\infty\right)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$?

A. $y=\log_{\pi}x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=\log_{0,2}x$. **D.** $y=\log_{e^2}x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm: $A(-2;0;0),B(0;0;7),C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{7}+\frac{z}{3}=1$ **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{7}+\frac{z}{3}=0$ **C.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=1$ **D.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{7}+\frac{z}{3}+1=0$

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f\left(x\right)dx=-2$ và $\int_0^1 g\left(x\right)dx=7$ thì $\int_0^1\left[2f\left(x\right)-3g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. -12. **B.** 25. **C.** 17. **D.** -25.

Câu 19: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_3^0 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 21: Cho số phức $z = 2+5i$. Tìm số phức $2\overline{z}+i$

A. $4-9i$ **B.** $2+11i$ **C.** $4+11i$ **D.** $4+10i$

Câu 22: Cắt hình nón có chiều cao h bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $8\pi\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** $16\pi\sqrt{2}$. **D.** 8π.

Câu 23: Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác gồm 3 người, một người là tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người làm thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

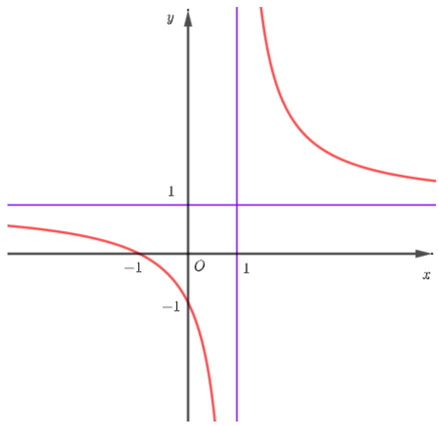
A. 1320. **B.** 1230. **C.** 220. **D.** 1728.

Câu 24: Hàm số $F(x) = \ln(3x)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = x.\ln(3x) - x + C$. **B.** $f_1(x) = \frac{3}{x}$.

C. $f_2(x) = \frac{1}{3x}$. **D.** $f_3(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 26: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và thể tích $V = 2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = -3+2i$ và $z_2 = 1-i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** $-3i$. **D.** -2.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+4i-5=0$. Phần thực của số phức z bằng

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{-14}{5}$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$.. **B.** $(0;2)$.. **C.** $(-\infty;-3)$.. **D.** $(2;3)$.

Câu 33: Một hộp đựng 13 quả cầu gồm: 7 quả cầu màu vàng đánh số từ 1 đến 7, 6 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả, tính xác suất để hai quả đó khác màu và khác số.

A. $\frac{35}{78}$. **B.** $\frac{5}{13}$. **C.** $\frac{6}{13}$. **D.** $\frac{7}{13}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{\pi}[f(x)+\sin x]\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=4$. **B.** $I=8$. **C.** $I=12$. **D.** $I=6$.

Câu 35: Trên khoảng $(2;+\infty)$, hàm số $y=2x-3+\frac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $2+5\sqrt{5}$. **B.** $5+2\sqrt{7}$. **C.** $2+\sqrt{5}$. **D.** $1+4\sqrt{5}$.

Câu 36: Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. $\log_{a^2}(ab)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log_a b$. **B.** $2+2\log_a b$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;1;2)$, $D(2;3;1)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

A. $R=\frac{\sqrt{73}}{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{83}}{2}$. **C.** $R=\frac{\sqrt{53}}{2}$. **D.** $R=\frac{\sqrt{43}}{2}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+2z+2=0$. Đường thẳng Δ song song với (P), đi qua $M(2;2;4)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{9}=\frac{y+2}{-7}=\frac{z+4}{6}$. **B.** $\frac{x-2}{9}=\frac{y-2}{-7}=\frac{z-4}{6}$.

C. $\dfrac{x-2}{-9}=\dfrac{y-2}{-7}=\dfrac{z-4}{6}$. **D.** $\dfrac{x+2}{9}=\dfrac{y+2}{-7}=\dfrac{z+4}{-6}$.

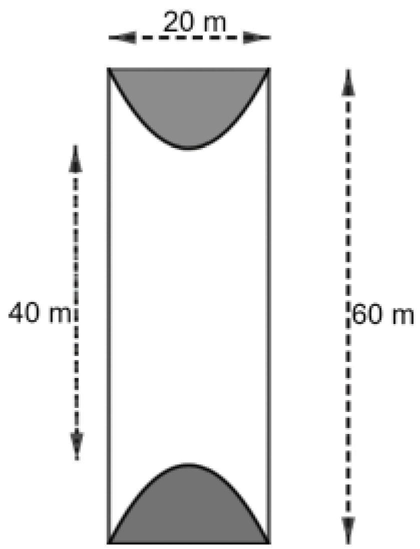
Câu 39: Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \dfrac{y}{x}\right)^2$

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** $\dfrac{45}{2}$. **D.** 25.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[3;6]$. **D.** $(-\infty;6]$.

Câu 41: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$. Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000\,đ/m^2$. Tính tổng số tiền để lát gạch



A. 133.334.000 đồng. **B.** 213.334.000 đồng. **C.** 53.334.000 đồng. **D.** 186.667.000 đồng.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn: $|z_1| = 2\sqrt{3}$, $|z_2| = 3\sqrt{2}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$.

A. $P = 60$. **B.** $P = 20\sqrt{3}$. **C.** $P = 30\sqrt{2}$. **D.** $P = 50$.

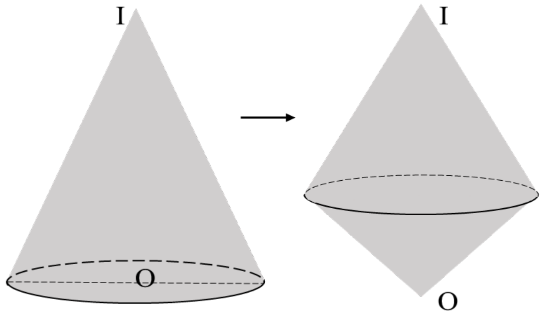
Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AA' = AB = a$. Các mặt bên $(A'AB)$ và $(A'AC)$ cùng hợp với đáy (ABC) 1 góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng?

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{7}}{28}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{28}$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 45: Một người thợ mộc có một khối gỗ dạng khối nón có đỉnh I, tâm đáy là O, bán kính đáy khối gỗ bằng $0,3m$, chiều cao bằng $0,9m$. Người thợ đó bắt đầu tiện phần đáy bằng cách lấy O làm đỉnh để tạo thêm một đầu khối nón và dừng lại khi bán kính đáy của phần khối nón mới bằng $\frac{2}{3}$ bán kính của khối gỗ ban đầu.



Thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $0,047\ m^3$. **B.** $0,06\ m^3$. **C.** $0,085\ m^3$. **D.** $0,072\ m^3$.

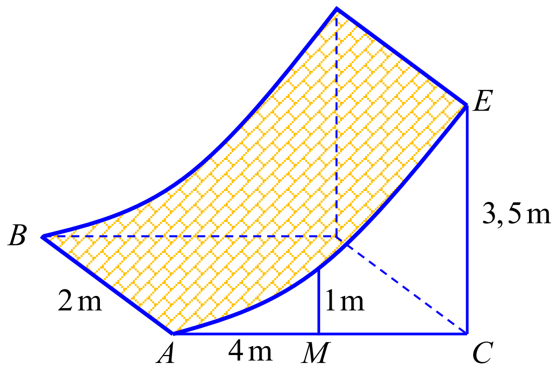
Câu 46: Xét các số thực dương x,y thỏa mãn: $\log_7 \frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y} = 14x+3y-7(x^2+1)$. Khi biểu thức $P=28x-3y$ đạt lớn nhất, tính giá trị của biểu thức $T=3x-2y$

A. 49. **B.** -49 **C.** 45. **D.** -45.

Câu 47: Cho z_1 và z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\frac{z-4-3i}{z+4+3i}$ là số thuần ảo và $|z_1-z_2|=8$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|z_1+z_2+3-3i|$

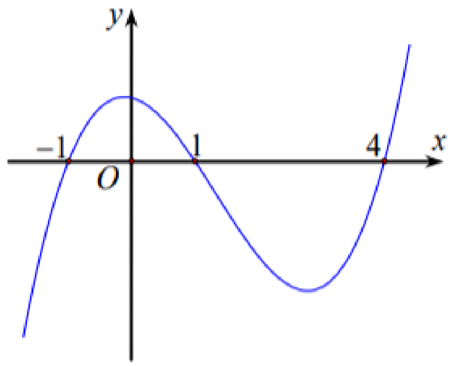
A. $5+3\sqrt{2}$. **B.** $3+3\sqrt{2}$. **C.** $6+3\sqrt{2}$. **D.** $4+3\sqrt{2}$.

Câu 48: Chướng ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5\,\text{m}$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2\,\text{m}$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4\,\text{m}$, $CE=3,5\,\text{m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao $1\,\text{m}$. Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



A. $9,75\,\text{m}^3$. **B.** $10,5\,\text{m}^3$. **C.** $10\,\text{m}^3$. **D.** $10,25\,\text{m}^3$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|4-2x|+m-6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng



A. 18. **B.** 11. **C.** 2. **D.** 13.

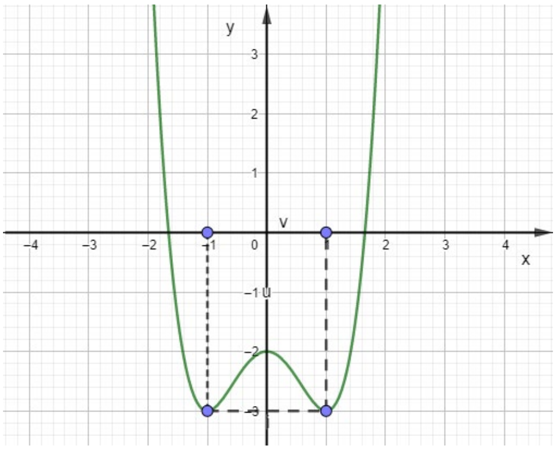
Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+5=0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (S) sao cho $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\vec{a}=(-2;1;-1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB.

A. $2+3\sqrt{6}\cdot$ **B.** $4+3\sqrt{6}\cdot$ **C.** $2+\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\cdot$ **D.** $4+\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\cdot$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c \ (a,b,c \in R)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:



A. $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có điểm cực đại của hàm số là $x = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$ **B.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$

C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$ **D.** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \int (3 - 5\sin x)dx = 3x + 5\cos x + C$

Theo giả thiết $f(0) = 10$ nên $5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$.

Vậy $f(x) = 3x + 5\cos x + 5.$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện phương trình: $x > \frac{1}{3}$.

$\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1) \Leftrightarrow \log_2[(x+1).2] = \log_2(3x-1) \Leftrightarrow 2(x+1) = 3x - 1 \Leftrightarrow x = 3$.

Ta có $x = 3$

Vậy nghiệm phương trình là $x = 3$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

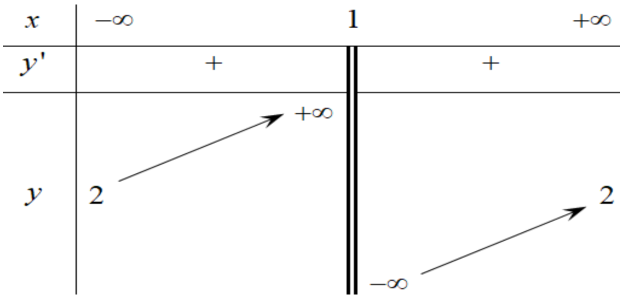
A. $D(-4;-2;9)$. **B.** $D(-4;2;9)$. **C.** $D(4;-2;9)$. **D.** $D(4;2;-9)$.

Lời giải

Gọi $D(x;y;z)$. Để $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1;3;-7) = (-3-x;1-y;2-z) \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \\ z=9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4;-2;9).$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

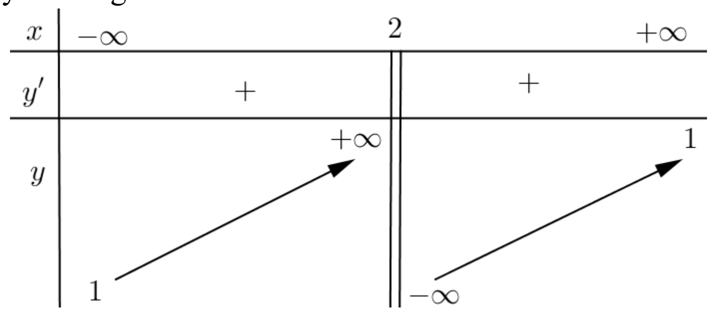
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ là một tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?



A. $y = \dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{x+4}{x-2}$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 3x - 4\right)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D = (-1;4)\cdot$ **B.** $D = \mathbb{R}\cdot$

C. $D = \mathbb{R}\setminus\{-1;4\}\cdot$ **D.** $D = (-\infty;-1)\cup(4;+\infty)\cdot$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 4 \end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty;-1)\cup(4;+\infty)\cdot$

Câu 8: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

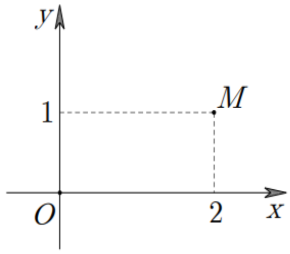
A. $\vec{d} = (-1;1;2)$ **B.** $\vec{a} = (-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b} = (-1;0;2)$ **D.** $\vec{c} = (1;2;2)$

Lời giải.

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Khi đó số phức $w=-2\overline{z}$ là



A. $w=4+2i$. **B.** $w=4-2i$. **C.** $w=-4+2i$. **D.** $w=-4-2i$.

Lời giải

Điểm $M(2;1)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=2+i$ suy ra $w=-2\overline{z}=-2(2-i)=-4+2i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$ nên có bán kính $R=IA=3\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Câu 11: Với $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[7]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$. **B.** 7. **C.** -7. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có $\log_a \sqrt[7]{a}=\frac{1}{7}$.

Câu 12: Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $y'=4x^3-4x$. Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y'<0 \Leftrightarrow 4x^3-4x<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 0<x<1. \end{array}\right.$

Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 13: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

A. 2. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương : $V=2^3=8$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\geq 5$ là

A. $(\log_3 5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_5 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 5]$. **D.** $[\log_3 5;+\infty)$.

Lời giải

$3^x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \log_3 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [\log_3 5; +\infty)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_\pi x$. **B.** $y = \log_2 x$. **C.** $y = \log_{0,2} x$. **D.** $y = \log_{e^2} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên ngịch biến trên $(0;+\infty)$

Hàm số $y = \log_2 x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên $(0;+\infty)$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm: $A(-2;0;0), B(0;0;7), C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$ **B.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 0$

C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$ **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} + 1 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) là : $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$; $x = -1$; $x = 2$; $x = 4$.

Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 7$ thì $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)]dx$ bằng

A. -12. **B.** 25. **C.** 17. **D.** -25.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)]dx = 2\int_0^1 f(x)dx - 3\int_0^1 g(x)dx = 2.(-2) - 3.7 = -4 - 21 = -25$.

Vậy $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)]dx = -25$.

Câu 19: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_3^0 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -3.

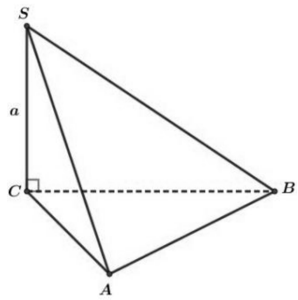
Lời giải

Ta có: $f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = -\left[\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x\right] = -(2+5) = -7$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



$S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 21: Cho số phức $z = 2+5i$. Tìm số phức $2\overline{z}+i$

A. $4-9i$ **B.** $2+11i$ **C.** $4+11i$ **D.** $4+10i$

Lời giải

Ta có $2\overline{z}+i = 2(2-5i)+i = 4-10i+i = 4-9i$.

Câu 22: Cắt hình nón có chiều cao h bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $8\pi\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{16\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **C.** $16\pi\sqrt{2}$. **D.** 8π.

Lời giải

Vì thiết diện qua trục là tam giác vuông cân nên: $h = r$

Mặt khác: $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow l = r\sqrt{2}$

Theo đề: $S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow 8\pi\sqrt{2} = \pi r^2\sqrt{2} \Leftrightarrow r = 2\sqrt{2}$

Vậy: Thể tích khối nón bằng: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(2\sqrt{2}\right)^3 = \dfrac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 23: Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác gồm 3 người, một người là tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người làm thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 1320. **B.** 1230. **C.** 220. **D.** 1728.

Lời giải

Số cách chọn $A_{12}^3 = 1320$

Câu 24: Hàm số $F(x) = \ln(3x)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = x.\ln(3x) - x + C$. **B.** $f_1(x) = \dfrac{3}{x}$.

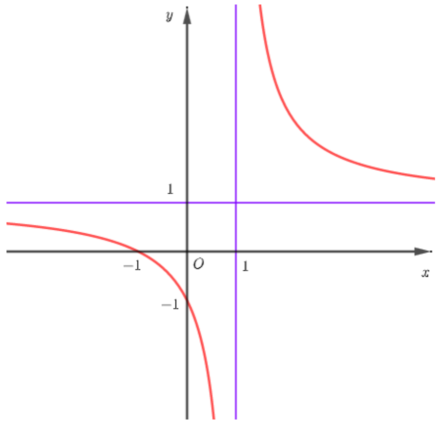
C. $f_2(x) = \dfrac{1}{3x}$. **D.** $f_3(x) = \dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x)=f(x)$ nên $f(x)=\left(\ln(3x)\right)'=\dfrac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(-1;0)$.

Câu 26: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r=a$ và thể tích $V=2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Ta có: $V=2\pi a^3 \Leftrightarrow \pi r^2 h=2\pi a^3 \Leftrightarrow h=2a$.

Suy ra $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.a.2a=4\pi a^2$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Giả sử số hạng 1024 là số hạng thứ n.Ta có, $u_n=1024$ mà $u_n=u_1.q^{n-1}=2^{n-1}$ suy ra $2^{n-1}=1024 \Leftrightarrow n=11$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=-3+2i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1}+z_2$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** $-3i$. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $\overline{z_1}+z_2=(-3-2i)+(1-i)=-2-3i$.

Suy ra, phần ảo của số phức $\overline{z_1}+z_2$ là -3.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+4i-5=0$. Phần thực của số phức z bằng

A. $-\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{14}{5}$. **C.** $\dfrac{6}{5}$. **D.** $\dfrac{-14}{5}$.

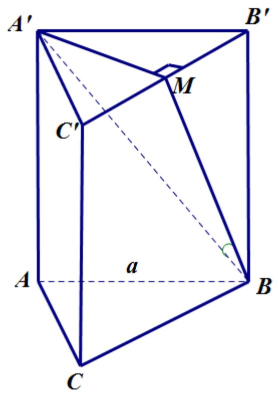
Lời giải

Ta có $(2-i)z+4i-5=0 \Leftrightarrow z=\dfrac{5-4i}{2-i}=\dfrac{14}{5}-\dfrac{3}{5}i$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của cạnh $B'C'$, suy ra $A'M \perp (BCC'B')$, MB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$;

Khi đó: $\left(\widehat{A'B,(BCC'B')}\right) = \left(\widehat{A'B,MB}\right) = \widehat{A'BM}$.

Xét tam giác $A'BM$ vuông tại M ta có: $A'B = a\sqrt{3}; A'M = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

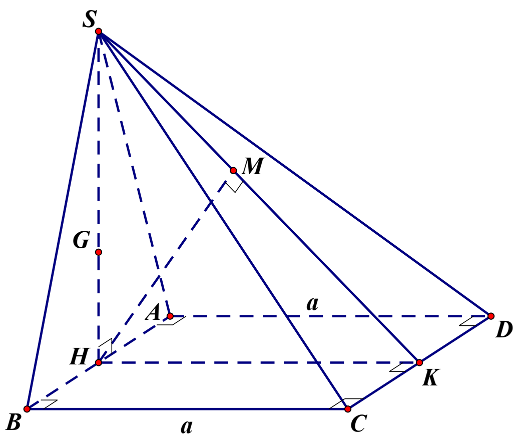
$$\sin\widehat{A'BM} = \frac{A'M}{A'B} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A'BM} = 30°.$$

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $30°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD).

A. $\dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Ta có $d(G,(SCD)) = \dfrac{GS}{HS} d(H,(SCD)) = \dfrac{2}{3} d(H,(SCD))$.

Trong $(ABCD)$, dựng $HK \perp CD$. Do đó $CD \perp (SHK)$.

Trong (SHK), dựng $HM \perp SK$, suy ra $CD \perp HM$.

Do đó $HM \perp (SCD)$, nên $d(G,(SCD)) = \dfrac{2}{3} HM$.

Ta có $SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = BC = a$.

Ta có $\dfrac{1}{HM^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HK^2} \Rightarrow HM = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d(G,(SCD)) = \dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$.. **B.** $(0;2)$.. **C.** $(-\infty;-3)$.. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(3-2x)$

$y' > 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow 3-2x \in (-\infty;-3) \cup (-1;1) \Leftrightarrow x \in (1;2) \cup (3;+\infty)$

Câu 33: Một hộp đựng 13 quả cầu gồm: 7 quả cầu màu vàng đánh số từ 1 đến 7, 6 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả, tính xác suất để hai quả đó khác màu và khác số.

A. $\dfrac{35}{78}$. **B.** $\dfrac{5}{13}$. **C.** $\dfrac{6}{13}$. **D.** $\dfrac{7}{13}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^2 = 78$.

Vì hai quả cầu khác màu nên lấy được 1 quả cầu màu vàng và 1 quả cầu màu đỏ.
Chọn quả cầu màu đỏ có 6 cách. Vì quả cầu vàng khác số nên có 6 cách chọn quả cầu vàng.

Do đó xác suất cần tìm là $P = \dfrac{36}{78} = \dfrac{6}{13}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx = 10$. Tính $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$.

A. $I = 4$. **B.** $I = 8$. **C.** $I = 12$. **D.** $I = 6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx = \int_0^{\pi} f(x) dx + \int_0^{\pi} \sin x dx = \int_0^{\pi} f(x) dx - \cos x \Big|_0^{\pi} = 10$

$\Rightarrow \int_0^{\pi} f(x) dx = 10 + (\cos \pi - \cos 0) = 8$.

Câu 35: Trên khoảng $(2;+\infty)$, hàm số $y = 2x - 3 + \dfrac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $2 + 5\sqrt{5}$. **B.** $5 + 2\sqrt{7}$. **C.** $2 + \sqrt{5}$. **D.** $1 + 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 2 - \dfrac{10}{(x-2)^2} = \dfrac{2(x-2)^2 - 10}{(x-2)^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{5} \\ x = 2-\sqrt{5} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	2		$2+\sqrt{5}$		$+\infty$
y'	||	$-$	0	$+$	
y	|| $+\infty$	$\searrow$	$1+4\sqrt{5}$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $\underset{(2;+\infty)}{Min}\, y = 1+4\sqrt{5}$ khi $x = 2+\sqrt{5}$.

Câu 36: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. $\log_{a^2}(ab)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $2+2\log_a b$. **C.** $\dfrac{1}{2}+\log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2}\log_a(ab) = \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;1;2)$, $D(2;3;1)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

A. $R = \dfrac{\sqrt{73}}{2}$. **B.** $R = \dfrac{\sqrt{83}}{2}$. **C.** $R = \dfrac{\sqrt{53}}{2}$. **D.** $R = \dfrac{\sqrt{43}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Điều kiện: $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Vì mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên:

$$\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \\ D \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-2a-4b-2c+d=0 \\ 4-4b+d=0 \\ 6+2a-2b-4c+d=0 \\ 14-4a-6b-2c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3}{2} \\ b = \dfrac{5}{2} \\ c = \dfrac{11}{2} \\ d = 18 \end{cases}.$$

Ta có: $R = \sqrt{a^2+b^2+c^2-d} = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(\dfrac{11}{2}\right)^2-18} = \dfrac{\sqrt{83}}{2}$

Vậy: $R=\dfrac{\sqrt{83}}{2}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+2z+2=0$. Đường thẳng Δ song song với (P), đi qua $M(2;2;4)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{9}=\dfrac{y+2}{-7}=\dfrac{z+4}{6}$. **B.** $\dfrac{x-2}{9}=\dfrac{y-2}{-7}=\dfrac{z-4}{6}$.

C. $\dfrac{x-2}{-9}=\dfrac{y-2}{-7}=\dfrac{z-4}{6}$. **D.** $\dfrac{x+2}{9}=\dfrac{y+2}{-7}=\dfrac{z+4}{-6}$.

Lời giải

Chọn B

PTTS đường thẳng d đi qua $A(-1;2;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;2)$ là $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-2t \\ z=2+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;3;2)$.

Vì $\begin{cases} A\in d, A\notin(P) \\ \vec{n}.\vec{u}=0 \end{cases}$ nên $d//(P)$.

Gọi $d\cap\Delta=N\Rightarrow N(-1+3t;2-2t;2+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-3+3t;-2t;-2+2t)$.

Vì $\Delta//(P)$ nên $\overrightarrow{MN}\perp\vec{n}\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}.\vec{n}=0\Leftrightarrow -3+3t+3(-2t)+2(-2+2t)=0\Leftrightarrow t=7$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(18;-14;12)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;2;4)$ và có 1 VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MN}=(9;-7;6)$ có phương trình

$\dfrac{x-2}{9}=\dfrac{y-2}{-7}=\dfrac{z-4}{6}$.

Câu 39: Cho các số thực dương $x\neq1, y\neq1$ thỏa mãn $\log_2 x=\log_y 16$ và tích $xy=64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2\dfrac{y}{x}\right)^2$

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** $\dfrac{45}{2}$. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_2 x=\log_y 16=t$. Suy ra $\begin{cases} x=2^t \\ 4\log_y 2=t \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2^t \\ \log_y 2=\dfrac{t}{4} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2^t \\ \log_2 y=\dfrac{4}{t} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2^t \\ y=2^{\frac{4}{t}} \end{cases}$.

Ta có $xy=64\Leftrightarrow 2^t.2^{\frac{4}{t}}=2^6\Leftrightarrow t+\dfrac{4}{t}=6$.

Ta có $\left(\log_2\dfrac{y}{x}\right)^2=(\log_2 y-\log_2 x)^2=\left(\dfrac{4}{t}-t\right)^2=\dfrac{16}{t^2}-8+t^2=\left(t+\dfrac{4}{t}\right)^2-16=6^2-16=20$.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[3;6]$. **D.** $(-\infty;6]$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y' \ge 0, \forall x \in (0;4)$.

tức là $3x^2 - 2mx - (m-6) \ge 0\ \forall x \in (0;4) \Leftrightarrow \dfrac{3x^2+6}{2x+1} \ge m\ \forall x \in (0;4)$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{3x^2+6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

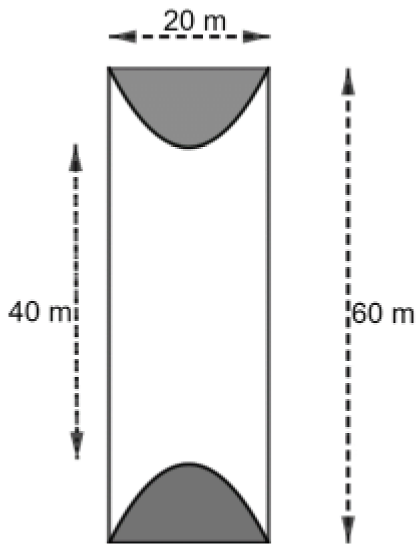
$g'(x) = \dfrac{6x^2+6x-12}{(2x+1)^2}$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in (0;4) \\ x = -2 \notin (0;4) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		1		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	6	$\searrow$	3	$\nearrow$	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \dfrac{3x^2+6}{2x+1} \ge m\ \forall x \in (0;4)$ thì $m \le 3$.

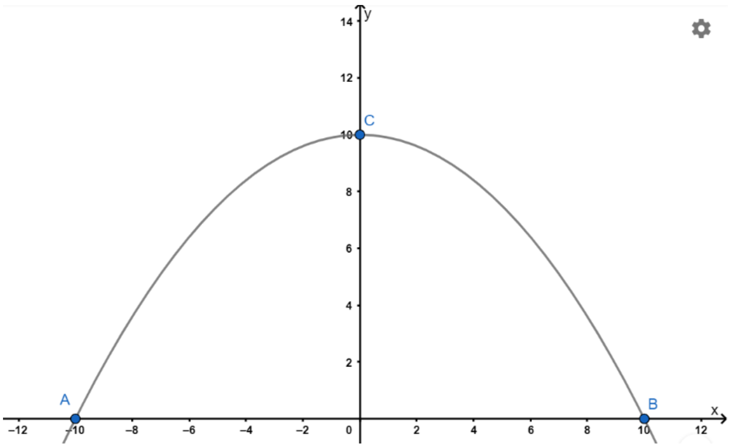
Câu 41: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$. Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000\, d/m^2$. Tính tổng số tiền để lát gạch



A. 133.334.000 đồng. **B.** 213.334.000 đồng. **C.** 53.334.000 đồng. **D.** 186.667.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



Ta có diện tích mảnh đất hình chữ nhật trên là. $S = 60.20 = 1200 \quad (m^2)$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy, như hình vẽ thoả mãn. $A(-10;0);B(10;0);C(0;10)$.

Phương trình (P) có dạng. $y = a.x^2 + b.x + c \quad (1)$. Do (P) đi qua các điểm D,C,I nên tọa độ các điểm $A(-10;0);B(10;0);C(0;10)$ thỏa mãn phương trình (1) nên ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} 100a - 10b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = 0 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-1}{10} \\ b = 0 \\ c = 10 \end{cases}$$. Vậy phương trình (P). $y = \dfrac{-1}{10}x^2 + 10 \quad (1)$

Diện tích trồng cỏ ở hai đầu là.

$$S = 2.\int_{-10}^{10}\left|\frac{-1}{10}x^2 + 10\right|dx = 2.\int_{-10}^{10}\left(\frac{-1}{10}x^2 + 10\right)dx = 2.\left(\frac{-x^3}{30} + 10x\right)\Bigg|_{-10}^{10} = \frac{400}{3} - \left(\frac{-400}{3}\right) = \frac{800}{3} \quad (m^2)$$

Vậy tổng số tiền để lát gạch là. $T = \left(1200 - \dfrac{800}{3}\right).200.000 = 186.666.667$.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn: $|z_1| = 2\sqrt{3}$, $|z_2| = 3\sqrt{2}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$.

A. $P = 60$. **B.** $P = 20\sqrt{3}$. **C.** $P = 30\sqrt{2}$. **D.** $P = 50$.

Lời giải

Đặt $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$

Theo đề: $\begin{cases} |z_1| = 2\sqrt{3} \\ |z_2| = 3\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 12 \\ c^2 + d^2 = 18 \end{cases}$

Vậy

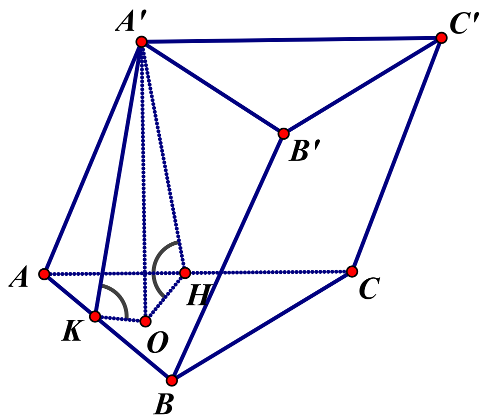
$$P = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$$
$$= (a-c)^2 + (b-d)^2 + (a+c)^2 + (b+d)^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = 60$$

Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AA' = AB = a$. Các mặt bên $(A'AB)$ và $(A'AC)$ cùng hợp với đáy (ABC) 1 góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng?

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{7}}{28}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{28}$

Lời giải

Chọn A



Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên các cạnh AB, AC.

Vẽ đường cao $A'O$ của khối lăng trụ ($O \in (ABC)$).

Ta được $OK \perp AB$, $OH \perp AC$. Theo giả thiết ta có $\widehat{OKA'} = \widehat{OHA'} = 60^0$.

Suy ra $\Delta A'HO = \Delta A'KO \Rightarrow OH = OK$. Do đó AO là phân giác góc $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{OAK} = 30^0$. Đặt $AH = AK = x$.

Ta có: $A'O = OK.\tan 60^0 = AK.\tan 30^0.\tan 60^0 = AK = x$.

$(A'O)^2 = (AA')^2 - (OA)^2 = a^2 - \frac{4}{3}x^2$.

Từ đó suy ra $x^2 = a^2 - \frac{4}{3}x^2 \Rightarrow x = a\frac{\sqrt{21}}{7}$.

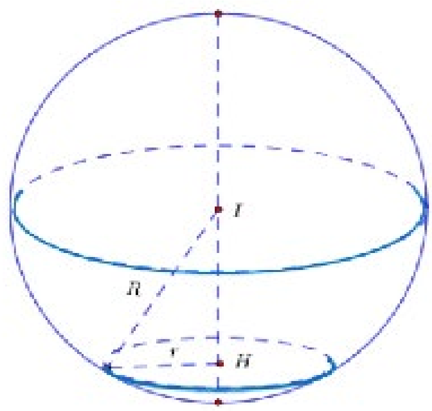
Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = A'O.S_{ABC} = a\frac{\sqrt{21}}{7}.a^2\frac{\sqrt{3}}{4} = 3a^3\frac{\sqrt{7}}{28}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Vì $(\alpha): ax+by-z+c=0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ nên $c=-4$ và $a=2$.

Suy ra $(\alpha): 2x + by - z - 4 = 0$

Đặt $IH = x$, với $0 < x < 3\sqrt{3}$ ta có $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{27 - x^2}$.

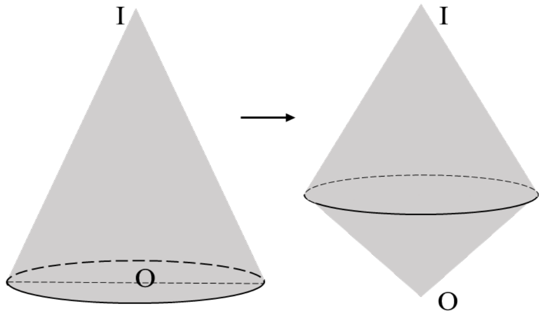
Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2.IH = \frac{1}{3}\pi\left(27 - x^2\right).x = \frac{1}{3\sqrt{2}}\pi\sqrt{\left(27 - x^2\right)\cdot\left(27 - x^2\right)\cdot 2x^2} \le 18\pi$

$V_{\max} = 18\pi$ khi $27 - x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = 3$

Khi đó, $d(I;(\alpha)) = \frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}} = 3 \Leftrightarrow (2b+5)^2 = 9\left(b^2+5\right) \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a - b + c = -4$.

Câu 45: Một người thợ mộc có một khối gỗ dạng khối nón có đỉnh I, tâm đáy là O, bán kính đáy khối gỗ bằng $0,3m$, chiều cao bằng $0,9m$. Người thợ đó bắt đầu tiện phần đáy bằng cách lấy O làm đỉnh để tạo thêm một đầu khối nón và dừng lại khi bán kính đáy của phần khối nón mới bằng $\frac{2}{3}$ bán kính của khối gỗ ban đầu.

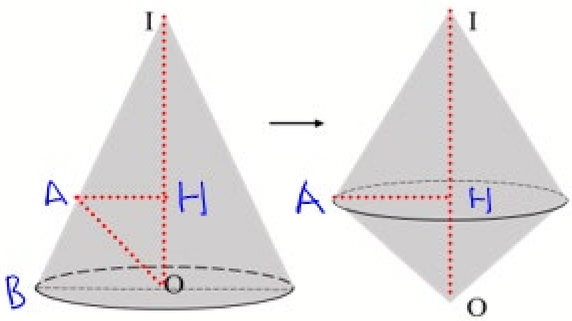


Thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $0,047\ m^3$. **B.** $0,06\ m^3$. **C.** $0,085\ m^3$. **D.** $0,072\ m^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thêm các điểm như hình vẽ.

Gọi V là thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi; V_1 là thể tích khối nón cụt có chiều cao là OH, bán kính hai đáy là HA, OB; V_2 là thể tích khối nón có chiều cao là OH, bán kính đáy là HA.

Khi đó: $V = V_1 - V_2$.

Theo bài ra: $HA = \frac{2}{3}OB = 0,2\text{m}$; $\frac{IH}{IO} = \frac{AH}{OB} = \frac{2}{3} \Rightarrow OH = \frac{1}{3}IO = 0,3\text{m}$.

Suy ra: $V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}\pi OH\left(HA^2 + OB^2 + HA.OB\right) - \frac{1}{3}\pi AH^2.OH$

$= \frac{1}{3}\pi.0,3\left(0,2^2 + 0,3^2 + 0,2.0,3\right) - \frac{1}{3}\pi.0,2^2.0,3 \approx 0,047\text{m}^3$

Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn: $\log_7 \frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y} = 14x+3y-7(x^2+1)$. Khi biểu thức $P = 28x-3y$ đạt lớn nhất, tính giá trị của biểu thức $T = 3x-2y$

A. 49. **B.** -49 **C.** 45. **D.** -45.

Lời giải

Chọn D

Với $1 < x < 2022$, ta có:

$$\log_7 \frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y} = 14x+3y-7(x^2+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_7 \frac{(2x+1)(x-1)^2}{(2x+1)(3y+1)} = 3y-7(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_7(x-1)^2 - \log_7(3y+1) = 3y-7(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_7 7(x-1)^2 + 7(x-1)^2 = \log_7(3y+1)+3y+1$$

Xét hàm số $y = \log_7(t)+t$ ta có $y' = \frac{1}{t.\ln 7}+1 > 0\, (\forall t > 0)$

Do đó:

$$\log_7 7(x-1)^2 + 7(x-1)^2 = \log_7(3y+1)+3y+1$$
$$\Rightarrow 7(x-1)^2 = 3y+1 \Rightarrow 7(x-1)^2 - 1 = 3y$$

Khi đó, $P = 28x-3y = 28x-7(x-1)^2+1 = 57-7(x-3)^2 \le 57$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=27 \end{cases} \Rightarrow T = 3x-2y = 3.3-2.27 = -45$

Cho hai số phức $z_1;\ z_2$ là nghiệm của phương trình $|z-1-2i| = \left|\frac{1}{2}z-2-4i\right|$ và $|z_1-z_2| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |iz_1+1|^2 - |iz_2+1|^2$

A. $\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

+ Gọi số phức $z = x+yi,\ z_1 = a+bi,\ z_2 = c+di,\ \left(x,\ y\ a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R}\right)$.

+ Ta có $|z-1-2i| = \left|\frac{1}{2}z-2-4i\right| \Leftrightarrow \left|(x-1)+(y-2)i\right| = \left|\left(\frac{1}{2}x-2\right)+\left(\frac{1}{2}y-4\right)i\right|$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2 = \left(\frac{1}{2}x-2\right)^2+\left(\frac{1}{2}y-4\right)^2 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 20.$$

+ Theo giả thiết ta có $\begin{cases} a^2+b^2 = 20 \\ c^2+d^2 = 20 \end{cases}$.

$+|z_1-z_2| = 1 \Leftrightarrow \left|(a-c)+(b-d)i\right| = 1 \Leftrightarrow (a-c)^2+(b-d)^2 = 1$.

+ $P = |iz_1+1|^2 - |iz_2+1|^2 = \left|(1-b)+ai\right|^2 - \left|(1-d)+ci\right|^2 = (1-b)^2+a^2-(1-d)^2-c^2$

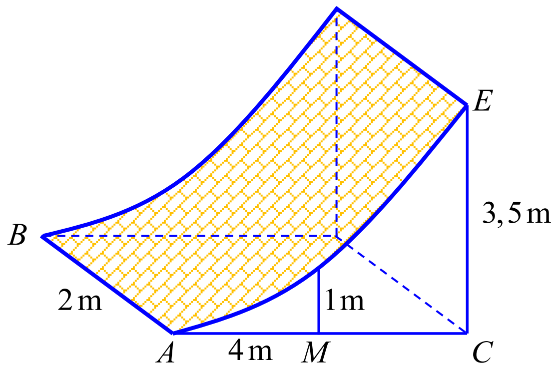
$$= a^2+b^2-(c^2+d^2)-2(b-d) = 20-20-2(b-d) = -2(b-d) \le 2|b-d| = 2\sqrt{(b-d)^2}$$

$$= 2\sqrt{1-(a-c)^2} \le 2.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a=c \\ a^2+b^2=20 \\ c^2+d^2=20 \\ |b-d|=-(b-d) \\ (a-c)^2+(b-d)^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c \\ b=-d=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

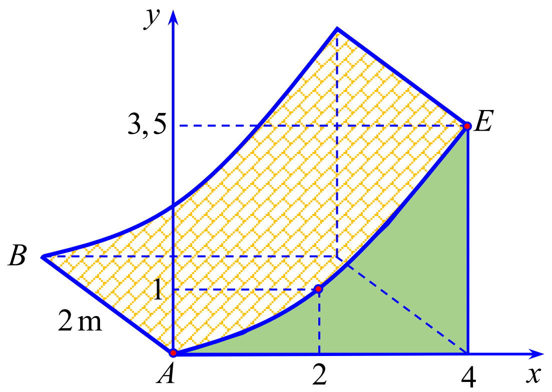
Vậy $\max P=2$.

Câu 47: Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5\,\text{m}$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2\,\text{m}$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4\,\text{m}$, $CE=3,5\,\text{m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao $1\,\text{m}$. Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



A. $9,75\,\text{m}^3$. **B.** $10,5\,\text{m}^3$. **C.** $10\,\text{m}^3$. **D.** $10,25\,\text{m}^3$.

Lời giải



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ sao cho $A\equiv O$

$\Rightarrow$ cạnh cong AE nằm trên parabol $(P): y=ax^2+bx$ đi qua các điểm $(2;1)$ và $\left(4;\dfrac{7}{2}\right)$ nên

$(P): y=\dfrac{3}{16}x^2+\dfrac{1}{8}x$

Khi đó diện tích tam giác cong ACE có diện tích $S=\int\limits_0^4\left(\dfrac{3}{16}x^2+\dfrac{1}{8}x\right)\mathrm{d}x=5\,\text{m}^2$.

Vậy thể tích khối bê tông cần sử dụng là $V=5.2=10\,\text{m}^3$.

Câu 48: Cho z_1 và z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\dfrac{z-4-3i}{z+4+3i}$ là số thuần ảo và $|z_1-z_2|=8$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|z_1+z_2+3-3i|$

A. $5+3\sqrt{2}$. **B.** $3+3\sqrt{2}$. **C.** $6+3\sqrt{2}$. **D.** $4+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z=x+yi$. ĐK: $x\neq -4$ và $y\neq -3$.

Ta có: $\dfrac{z-4-3i}{z+4+3i}=\dfrac{x-4+(y-3)i}{x+4+(y+3)i}=\dfrac{x^2-16+y^2-9}{(x+4)^2+(y+3)^2}+\dfrac{-6x+8y}{(x+4)^2+(y+3)^2}.i$.

Để $\dfrac{z-4-3i}{z+4+3i}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \dfrac{x^2+y^2-25}{(x+4)^2+(y+3)^2}=0\Leftrightarrow x^2+y^2-25=0$

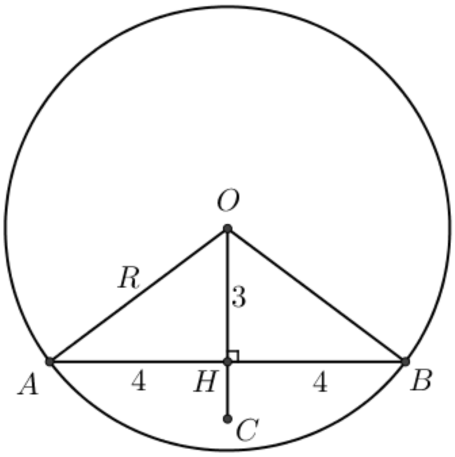
Suy ra điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 thuộc đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=5$.

Gọi $z_1=x_1+y_1.i$ có điểm biểu diễn $A(x_1;y_1)$; $z_2=x_2+y_2.i$ có điểm biểu diễn $B(x_2;y_2)$ và $z_3=3-3i$ có điểm biểu diễn $C(3;-3)$.

Ta có: $|z_1-z_2|=8\Leftrightarrow\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=8\Leftrightarrow AB=8$.

Xét $T=|z_1+z_2+3-3i|=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|$

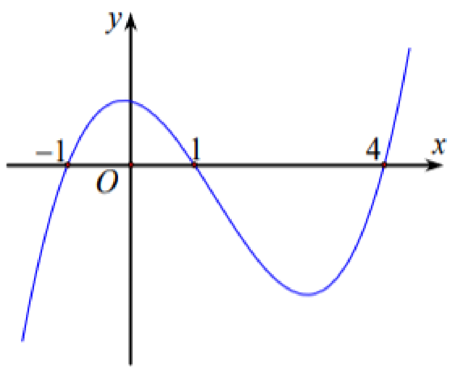
Gọi H là trung điểm AB $\Rightarrow AH=4$ và $OH\perp AB\Rightarrow OH=3$.



Suy ra: $T=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=\left|2.\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OC}\right|\le\left|2.\overrightarrow{OH}\right|+\left|\overrightarrow{OC}\right|=2.OH+OC$

$\Rightarrow T\le 6+3\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $\overrightarrow{OH}$ cùng hướng $\overrightarrow{OC}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|4-2x|+m-6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng



A. 18. **B.** 11. **C.** 2. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $y = f\left(|4-2x|+m-6\right)$ là hàm số chẵn với biến số $2x-4$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ làm trục đối xứng.

+) Xét hàm số $y = f\left[\left(2x-4\right)+m-6\right]$ (1) có $y' = 2f'\left(2x+m-10\right)$.

Theo đầu bài $y'=0$ tại các điểm $x_1=-1; x_2=1; x_3=4$.

Ta có $\left[\begin{array}{l} 2x_1+m-10=-1 \\ 2x_2+m-10=1 \\ 2x_3+m-10=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{9-m}{2} \\ x_2=\dfrac{11-m}{2} \\ x_3=\dfrac{14-m}{2} \end{array}\right.$ (x_1, x_2, x_3 là các nghiệm đơn).

Suy ra hàm số (1) có 3 điểm cực trị (2 cực tiểu và 1 cực đại vì là hàm bậc 4 có hệ số $a>0$).

+) Đồ thị hàm số $y = f\left(|4-2x|+m-6\right)$ gồm 2 phần:

Phần 1: Đồ thị hàm số (1) phía bên phải đường thẳng $x=2$.

Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua đường thẳng $x=2$.

Do đó hàm số $y = f\left(|4-2x|+m-6\right)$ có 3 điểm cực tiểu thì hàm số $y = f\left[\left(2x-4\right)+m-6\right]$ có 3 cực trị x_1, x_2, x_3 với $x_1<x_2<x_3$ và thỏa mãn $\begin{cases} x_1 \le 2 \\ x_2 > 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{9-m}{2} \le 2 \\ \dfrac{11-m}{2} > 2 \end{cases} \Rightarrow 5 \le m < 7 \Rightarrow m \in \{5;6\} \Rightarrow S = 11.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+5=0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (S) sao cho $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\vec{a}=(-2;1;-1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB.

A. $2+3\sqrt{6}$. **B.** $4+3\sqrt{6}$. **C.** $2+\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $4+\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

+) (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=2$.

+) (P) có VTPT $\vec{n}=(1;1;2)$, đường thẳng AB có VTVP $\vec{a}=(-2;1;-1)$.

+) Ta có $\sin\left(AB;(P)\right)=\dfrac{1}{2}$, suy ra góc giữa AB và (P) bằng 30^0.

+) Gọi H là hình chiếu của (P). A trên (P). Ta có $AB = 2.AH$. Do đó $AB\ max$ khi và chỉ khi $AH\ max$

$$AH\ max = d\left(I;(P)\right)+R = 2+\frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

+) Vậy $AB\ max = 4+3\sqrt{6}$

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 09 – MÃ ĐỀ: 109

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $x+3\ln\left(x-1\right)+C.$ **B.** $x-3\ln\left(x-1\right)+C.$ **C.** $x-\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C.$ **D.** $x+\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C.$

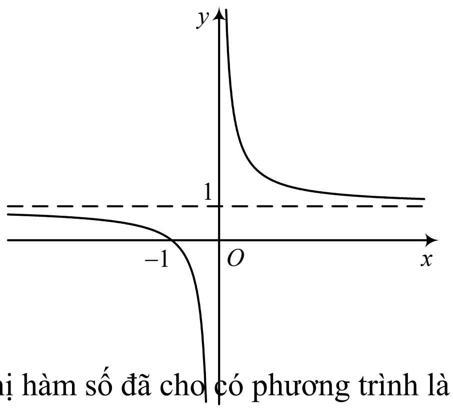
Câu 3: Số nghiệm dương của phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4x}=9$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;2;-1\right),\overrightarrow{AB}=\left(1;3;1\right)$ thì tọa độ của điểm B là:

A. $B\left(2;5;0\right)$. **B.** $B\left(0;-1;-2\right)$. **C.** $B\left(0;1;2\right)$. **D.** $B\left(-2;-5;0\right)$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty\ \|\ -\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=(-\infty;2)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 8: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng *MN* có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=3-2i$?

A. $P(-3;2)$. **B.** $Q(2;-3)$. **C.** $N(3;-2)$. **D.** $M(-2;3)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$ **B.** $x^2+z^2+3x-2y+4z-1=0$

C. $x^2+y^2+z^2+2xy-4y+4z-1=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+8=0$

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3}\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x>2$ là:

A. $\left(0;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;1)$ và $B(-2;2;-3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y+z+6=0$. **B.** $y-2z+3=0$. **C.** $y-2z-3=0$. **D.** $2x-y+z-6=0$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 18: Nếu $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = -1$ và $\int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 19: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2, \int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int_2^1\left(f(x)-2g(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -1.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích mặt đáy là a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $9a^3$. **B.** a^3. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 22: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $6a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

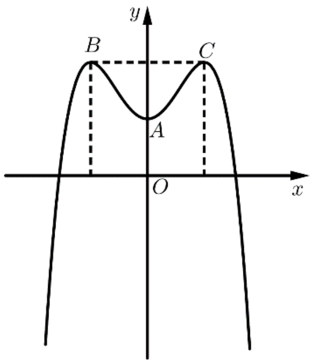
Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh để tham gia đội văn nghệ?

A. 5^{10}. **B.** A_{10}^5. **C.** 10^5. **D.** C_{10}^5

Câu 24: Hàm số $F(x) = \sin(2x)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = \dfrac{\cos(2x)}{2}$. **B.** $f_1(x) = -\dfrac{\cos(2x)}{2}$. **C.** $f_2(x) = -2.\cos(2x)$. **D.** $f_3(x) = 2.\cos(2x)$.

Câu 25: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho cắt trục tung tại bao nhiêu điểm?



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^3. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $5\pi a^3$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_5 = 96$. **B.** $u_5 = 32$. **C.** $u_5 = 48$. **D.** $u_5 = 24$.

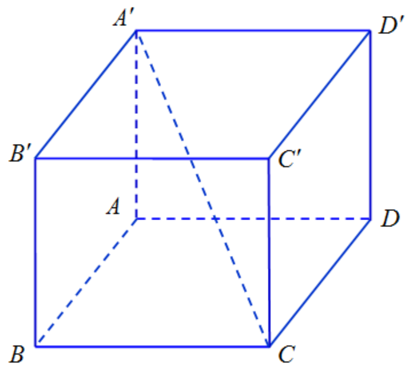
Câu 28: Cho số phức $z = 2 + 9i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

A. -77. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 29: Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2^2$ bằng bao nhiêu

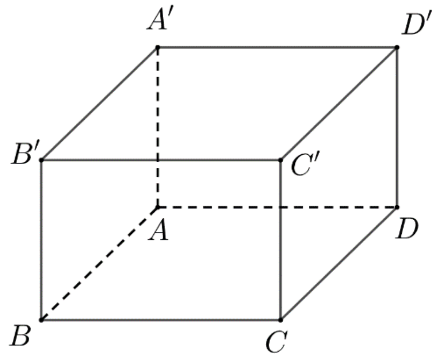
A. $4 + 3i$. **B.** $2 + i$. **C.** $-5 + 10i$. **D.** $3 + 2i$.

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AD = a, AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 31: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 2$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(1-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 33: Có 5 bông hoa màu đỏ, 6 bông hoa màu xanh và 7 bông hoa màu vàng. Một người chọn ngẫy nhiên ra 4 bông hoa từ các bông trên. Xác suất để người đó chọn được bốn bông hoa có cả ba màu là

A. $\frac{35}{68}$. **B.** $\frac{11}{612}$. **C.** $\frac{11}{14688}$. **D.** $\frac{35}{1632}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ và các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 f(x)\,dx = 2$ và $\int_1^3 [af(x) + b + 1]\,dx = 10$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 4$. **B.** $a + b = 8$. **C.** $a + b = 12$. **D.** $a + b = 0$.

Câu 35: Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 1. **B.** $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 36: Cho a,b,c là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\log_a b = 5$, $\log_a c = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{c}\right)$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 1$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm $I(-3;2;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz?

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 2$. **B.** $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 4$. **D.** $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 16$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$ và mặt phẳng $(P): -x + 2y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Ox và song song với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-3}$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{-4}$.

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z-16}{-3}$.

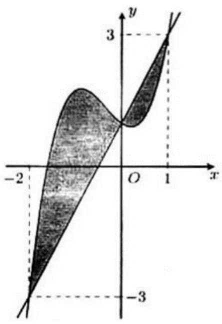
Câu 39: Cho a,b,c là ba số thực dương khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 5 = 3, \log_b 5 = 4, \log_{abc} 5 = \frac{10}{17}$. Khi đó giá trị của $\log_c 5$ bằng bao nhiêu?

A. $\log_c 5 = 2$. **B.** $\log_c 5 = \frac{1}{5}$. **C.** $\log_c 5 = \frac{67}{60}$. **D.** $\log_c 5 = \frac{60}{67}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-15;15)$ để hàm số $y = x^4 - 6x^2 - mx + 2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 25. **D.** 6.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và hàm số bậc nhất $y = g(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{19}{12}$. Giá trị $\int_{-1}^0 x.f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{607}{348}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{20}{3}$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 6 - 13i| + |z - 3 - 7i| = 3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. 145. **B.** $\sqrt{145}$. **C.** 3. **D.** 9.

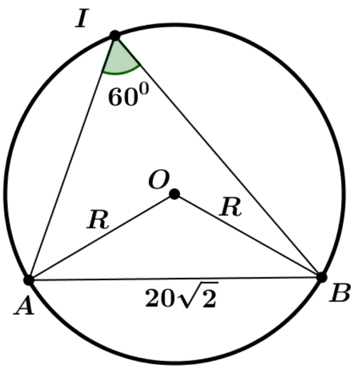
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh là a. Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

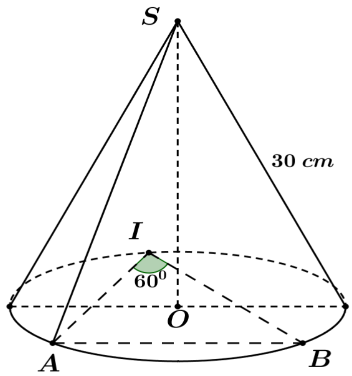
A. $V=\frac{3a^3}{32}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{3a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{16}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c),(a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu $(S),(A,B,C$ là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB}=60^0, \widehat{BMC}=90^0, \widehat{CMA}=120^0$. Tính $a^3+b^3+c^3$.

A. $a^3+b^3+c^3=\frac{173}{9}$. **B.** $a^3+b^3+c^3=\frac{112}{9}$. **C.** $a^3+b^3+c^3=-8$. **D.** $a^3+b^3+c^3=\frac{23}{9}$.

Câu 45: Bà Hương nhận làm 100 chiếc nón lá giống nhau có độ dài đường sinh là $30\,cm$. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón bà Hương thuê người sơn và vẽ hình trang trí. Biết $AB=20\sqrt{2}\,cm$ và giá tiền công để sơn trang trí $1m^2$ là 50.000 đồng. Tính số tiền mà bà Hương phải thuê sơn trang trí cho cả đợt làm nón.





A. 128.000 đồng. **B.** 257.000 đồng. **C.** 384.000 đồng. **D.** 209.000 đồng.

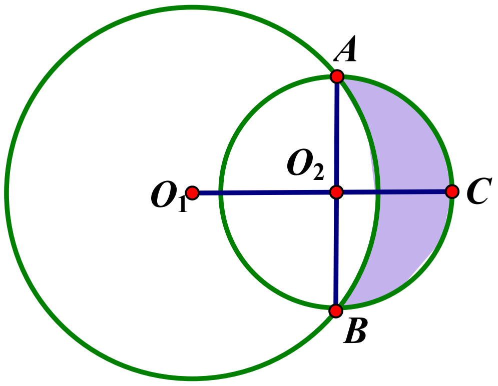
Câu 46: Với x,y là hai số thực và $y>0$ thỏa mãn $\log_2\left[6-(x-1)\sqrt{x+2}\right]=3^y.\left(\sqrt[4]{3}\right)^{\frac{1}{y}}$. Giá trị của biểu thức $P=(x+6y)^2-5x+1$ bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 10. **D.** 32.

Câu 47: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-3i|=1$ và $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|$ bằng

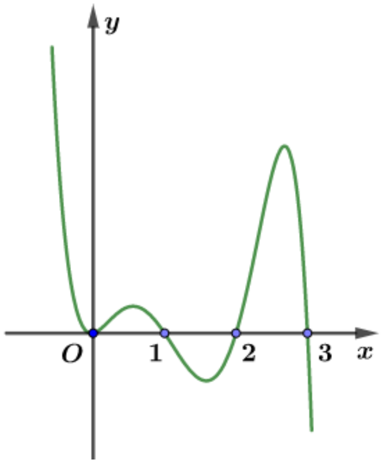
A. $\sqrt{10}-1$. **B.** $\sqrt{10}+1$. **C.** 3. **D.** $\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Câu 48: Cho hai đường tròn $(O_1;10)$ và $(O_2;8)$ cắt nhau tại hai điểm A,B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.



A. $\frac{824\pi}{3}$. **B.** $\frac{608}{3}\pi$. **C.** $\frac{97}{3}\pi$. **D.** $\frac{145}{3}\pi$

Câu 49: Cho hàm đa thức $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị của $m\in[2;6);2m\in\mathbb{Z}$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x-1|-2x+m-1\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-2;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I là trung điểm của AB, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) đi qua điểm $C\left(2;\sqrt{3};3\right)$ và có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=b+c+d$.

A. $-5+\sqrt{3}$. **B.** $-2+\sqrt{3}$. **C.** $5+\sqrt{3}$. **D.** $-2+\sqrt{3}$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CĐ}=2$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ là

A. $x+3\ln\left(x-1\right)+C.$ **B.** $x-3\ln\left(x-1\right)+C.$

C. $x-\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C.$ **D.** $x+\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C.$

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ thì $x-1>0$ nên

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x+2}{x-1}\mathrm{d}x=\int\left(1+\frac{3}{x-1}\right)\mathrm{d}x=x+3\ln\left|x-1\right|+C=x+3\ln\left(x-1\right)+C.$$

Câu 3: Số nghiệm dương của phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4x}=9$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4x}=9\Leftrightarrow x^2-4x=-2\Leftrightarrow x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=2\pm\sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;2;-1\right),\overrightarrow{AB}=\left(1;3;1\right)$ thì tọa độ của điểm B là:

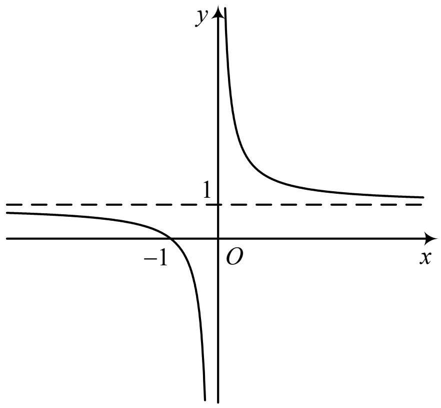
A. $B\left(2;5;0\right)$. **B.** $B\left(0;-1;-2\right)$. **C.** $B\left(0;1;2\right)$. **D.** $B\left(-2;-5;0\right)$

Lời giải

Gọi $B\left(x;y;z\right)$

Có $A\left(1;2;-1\right)$ $\overrightarrow{AB}=\left(1;3;1\right)=\left(x-1;y-2;z+1\right)\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=5\\z=0\end{cases}\Rightarrow B\left(2;5;0\right)$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có hai tiệm cận $x=-1$ và $y=2$.

Hơn nữa $y'>0$. Do đó hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=(-\infty;2)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{3}$ là số vô tỷ nên điều kiện xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là $2-x>0\Leftrightarrow x<2$.

Vậy $D=(-\infty;2)$.

Câu 8: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng *MN* có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án A, B và **C.**

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=3-2i$?

A. $P(-3;2)$. **B.** $Q(2;-3)$. **C.** $N(3;-2)$. **D.** $M(-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=a+bi \Rightarrow N(a;b)$ là điểm biểu diễn của số phức z

$z=3-2i \Rightarrow N(3;-2)$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$ **B.** $x^2+z^2+3x-2y+4z-1=0$

C. $x^2+y^2+z^2+2xy-4y+4z-1=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+8=0$

Lời giải

Chọn A

Đáp án B vì không có số hạng y^2. Đáp án C loại vì có số hạng $2xy$. Đáp án D loại vì $a^2+b^2+c^2-d=1+1+4-8=-2<0$.

Đáp án A thỏa mãn vì $a^2+b^2+c^2-d=1+0+4+1=6>0$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3}\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_5 a^3=3\log_5 a$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

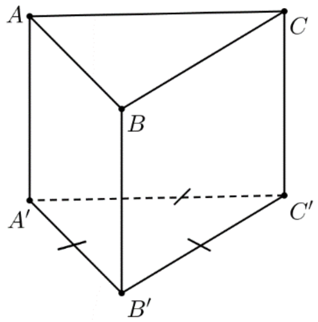
Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = B.h = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là:

A. $\left(0;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{2}{3}} x > 2 \Leftrightarrow 0 < x < \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{4}{9}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là $\left(0;\frac{4}{9}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y = \log_2 x$. **C.** $y = 2^x$. **D.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên ngịch biến trên $(0;+\infty)$

Hàm số $y = \log_2 x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên $(0;+\infty)$

Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Hàm số $y = 2^x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;1)$ và $B(-2;2;-3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x - y + z + 6 = 0$. **B.** $y - 2z + 3 = 0$. **C.** $y - 2z - 3 = 0$. **D.** $2x - y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ là một véc tơ pháp tuyến.

Ta có $I(-2;1;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (0;2;-4)$. Chọn vtpt $\vec{n} = (0;1;-2)$.

Khi đó phương trình của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là: $y - 2z - 3 = 0$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Đạo hàm đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = -1$ và $\int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

$\int_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]dx = \int_{-2}^{5} f(x)dx + \int_{-2}^{5} g(x)dx = -1+6=5$.

Câu 19: Biết $\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2,\ \int_{1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int_{2}^{1}\left(f(x)-2g(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -1.

Lời giải

Ta có

$\int_{2}^{1}\left(f(x)-2g(x)\right)\mathrm{d}x = -\int_{1}^{2}\left(f(x)-2g(x)\right)\mathrm{d}x = -\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x + 2\int_{1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -2+2.3=4$.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích mặt đáy là a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $9a^3$. **B.** a^3. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Ta có $V = \dfrac{1}{3}Sh = a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

$z_1 - z_2 = 2-i-(1+3i) = 1-4i$.

Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng 1.

Câu 22: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $6a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

$S_{xq} = \pi R.l = \pi.a.6a = 6\pi a^2$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh để tham gia đội văn nghệ?

A. 5^{10}. **B.** A_{10}^{5}. **C.** 10^5. **D.** C_{10}^{5}

Lời giải

Câu 24: Hàm số $F(x) = \sin(2x)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

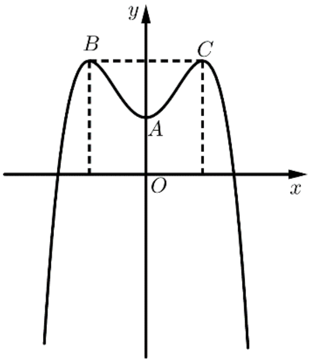
A. $f_4(x) = \dfrac{\cos(2x)}{2}$. **B.** $f_1(x) = -\dfrac{\cos(2x)}{2}$. **C.** $f_2(x) = -2.\cos(2x)$. **D.** $f_3(x) = 2.\cos(2x)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x) = f(x)$ nên $f(x) = (\sin(2x))' = 2.\cos(2x)$.

Câu 25: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho cắt trục tung tại bao nhiêu điểm?



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại 1 điểm.

Câu 26: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^3. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $5\pi a^3$.

Lời giải

Chu vi thiết diện qua trục là $P = 2(h+2r) = 2(h+2a) = 10a \Leftrightarrow h = 3a$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi .a^2.3a = 3\pi a^3$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_5 = 96$. **B.** $u_5 = 32$. **C.** $u_5 = 48$. **D.** $u_5 = 24$.

Lời giải

$u_5 = u_1.q^4 = 3.2^4 = 48$.

Câu 28: Cho số phức $z = 2+9i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

A. -77. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

$z = 2+9i \Rightarrow z^2 = -77+36i$.

Vậy phần ảo của số phức z^2 bằng 36.

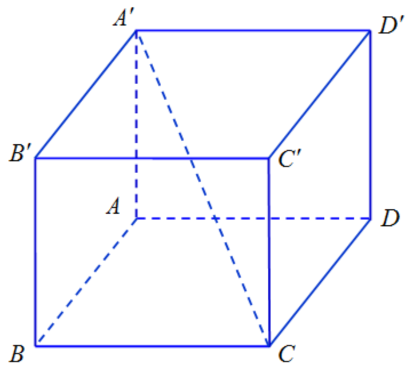
Câu 29: Cho 2 số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = 1-i$. Số phức $z_1 + z_2^2$ bằng bao nhiêu

A. $4+3i$. **B.** $2+i$. **C.** $-5+10i$. **D.** $3+2i$.

Lời giải

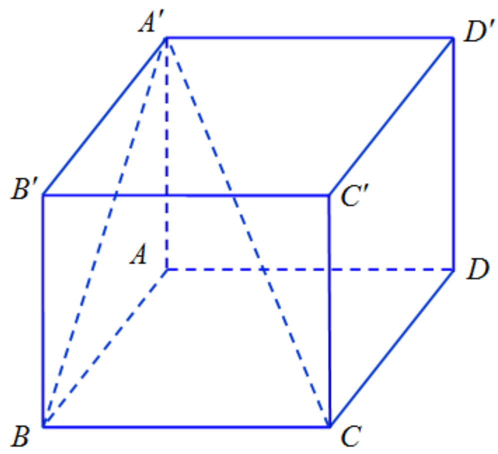
$z_1 + z_2^2 = 2+3i+(1-i)^2 = 2+i$.

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AD = a, AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

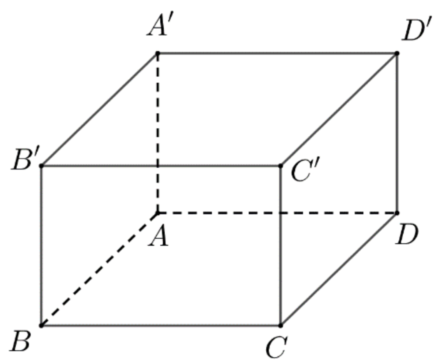


Có $CB \perp (AA'B'B)$, suy ra hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên $(ABB'A')$ là $A'B$. Do đó góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng góc giữa $A'C$ và $A'B$ và bằng góc $\widehat{CA'B}$.

Trong tam giác vuông $A'BC$ có

$$\tan\widehat{CA'B} = \frac{BC}{A'B} = \frac{AD}{\sqrt{AA'^2 + AB^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CA'B} = 30^\circ.$$

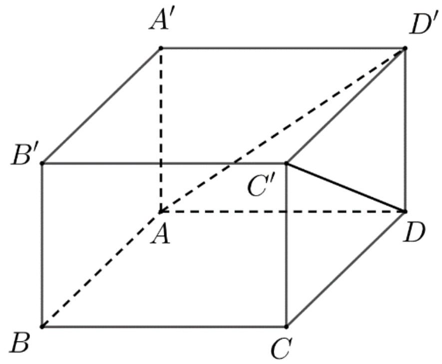
Câu 31: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 2$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Ta có $AD' \subset (AD'B')$, $DC' \subset (DC'B)$ và $(AD'B') \,//\, (DC'B)$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng khoảng cách giữa $(AD'B')$ và $(DC'B)$.

$d\big((AD'B');(DC'B)\big) = d\big(A;(DC'B)\big) = d\big(C;(DC'B)\big) = h$

Xét tứ diện $C.BC'D$ có các cạnh CD, CB, CC' đôi một vuông góc nên ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(1-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2(1-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x>0 \\ (x-2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 33: Có 5 bông hoa màu đỏ, 6 bông hoa màu xanh và 7 bông hoa màu vàng. Một người chọn ngẫu nhiên ra 4 bông hoa từ các bông trên. Xác suất để người đó chọn được bốn bông hoa có cả ba màu là

A. $\frac{35}{68}$. **B.** $\frac{11}{612}$. **C.** $\frac{11}{14688}$. **D.** $\frac{35}{1632}$.

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{18}^4 = 3060$

Gọi A là biến cố "lấy được bốn bông hoa có cả ba màu"

Lấy 1 bông đỏ - 1 bông xanh - 2 bông vàng có $C_5^1.C_6^1.C_7^2$ cách

Lấy 1 bông đỏ - 2 bông xanh - 1 bông vàng có $C_5^1.C_6^2.C_7^1$ cách

Lấy 2 bông đỏ - 1 bông xanh - 1 bông vàng có $C_5^2.C_6^1.C_7^1$ cách

Suy ra $n(A) = C_5^1.C_6^1.C_7^2 + C_5^1.C_6^2.C_7^1 + C_5^2.C_6^1.C_7^1 = 1575$

Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{68}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ và các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và

$\int\limits_1^3 \left[af\left(x\right) + b + 1 \right] \mathrm{d}x = 10$. Tính $a+b$.

A. $a+b=4$. **B.** $a+b=8$. **C.** $a+b=12$. **D.** $a+b=0$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^3 f\left(x\right) \mathrm{d}x = 2$ nên

$$\int\limits_1^3 \left[af\left(x\right) + b + 1 \right] \mathrm{d}x = a.\int\limits_1^3 f\left(x\right) \mathrm{d}x + \int\limits_1^3 \left(b+1\right) \mathrm{d}x = 2a + \left(b+1\right)x\Big|_1^3 = 2a + 2\left(b+1\right) = 2\left(a+b\right) + 2$$

Vì $\int\limits_1^3 \left[af\left(x\right) + b + 1 \right] \mathrm{d}x = 10$ nên $2\left(a+b\right) + 2 = 10 \Leftrightarrow a+b=4$.

Câu 35: Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt[3]{4}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

• $y' = 2x - \dfrac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

• BBT:

x	0		$1/\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖	$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy với $x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ thì hàm số đạt GTNN trên $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 36: Cho a,b,c là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\log_a b = 5$, $\log_a c = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right)$.

A. $P=-4$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}\left(\dfrac{b}{c}\right) = 2\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = 2\left(\log_a b - \log_a c\right) = 2\left(5-7\right) = -4$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm $I\left(-3;2;-4\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz?

A. $\left(x-3\right)^2 + \left(y+2\right)^2 + \left(z-4\right)^2 = 2$. **B.** $\left(x+3\right)^2 + \left(y-2\right)^2 + \left(z+4\right)^2 = 9$.

C. $\left(x+3\right)^2 + \left(y-2\right)^2 + \left(z+4\right)^2 = 4$. **D.** $\left(x-3\right)^2 + \left(y+2\right)^2 + \left(z-4\right)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu tâm $I\left(-3;2;-4\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz nên $R = d\left(I,\left(Oxz\right)\right) = \left|2\right| = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu là $\left(x+3\right)^2 + \left(y-2\right)^2 + \left(z+4\right)^2 = 4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Ox và song song với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-4}{-3}$.
B. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-4}{-4}$.

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z}{4}$.
D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+11}{2}=\frac{z-16}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

(P) có một vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(-1;2;1)$

Gọi M là giao điểm của (d) với Ox thì $M(t;0;0)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(t-2;3;-4)$ là một vec tơ chỉ phương của (d).

Vì $(d)//(P)\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0\Leftrightarrow-1(t-2)+2.3+1(-4)=0\Leftrightarrow t=4$.

Do đó: $\overrightarrow{AM}=(2;3;-4)$ và phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-4}{-4}$.

Câu 39: Cho a,b,c là ba số thực dương khác 1 và $abc\neq1$. Biết $\log_a 5=3,\log_b 5=4,\log_{abc}5=\frac{10}{17}$. Khi đó giá trị của $\log_c 5$ bằng bao nhiêu?

A. $\log_c 5=2$.
B. $\log_c 5=\frac{1}{5}$.
C. $\log_c 5=\frac{67}{60}$.
D. $\log_c 5=\frac{60}{67}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a 5=3\Rightarrow\log_5 a=\frac{1}{3}$.

$\log_b 5=4\Rightarrow\log_5 b=\frac{1}{4}$.

$\log_{abc}5=\frac{10}{17}\Rightarrow\log_5 abc=\frac{17}{10}$.

Khi đó:

$\log_5 abc=\log_5 a+\log_5 b+\log_5 c\Rightarrow\log_5 c=\log_5 abc-\log_5 a-\log_5 b=\frac{17}{10}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{67}{60}$ Vậy:

$\log_c 5=\frac{60}{67}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-15;15)$ để hàm số $y=x^4-6x^2-mx+2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. 8.
B. 7.
C. 25.
D. 6.

Lời giải

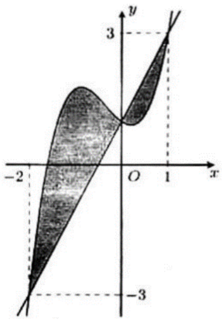
Ta có $y'=4x^3-12x-m$.

Hàm số $y=x^4-6x^2-mx+2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y'\le0,\ \forall x\in(-1;1)$

$\Leftrightarrow4x^3-12x-m\le0,\forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow m\ge4x^3-12x,\forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow m\ge8$.

Vì m nguyên thuộc khoảng $(-15;15)$ nên có 7 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc nhất $y=g(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{19}{12}$. Giá trị $\int_{-1}^0 x.f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{607}{348}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{20}{3}$.

Lời giải

$I=\int_{-1}^0 x.f'(2x)\mathrm{d}x$

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$ Suy ra $I=\int\limits_{-2}^{0}\frac{t}{2}f'(t)\frac{\mathrm{d}t}{2}=\frac{1}{4}\int\limits_{-2}^{0}xf'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}x=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Suy ra: $I=\frac{1}{4}\int\limits_{-2}^{0}xf'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left[xf(x)\Big|_{-2}^{0}-\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x\right]=\frac{1}{4}\left[2f(-2)-\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x\right](**)$.

Quan sát đồ thị ta thấy:

$f(1)=3;f(-2)=-3$.

Gọi $g(x)=ax+b\Rightarrow\begin{cases}a+b=3\\-2a+b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}\Rightarrow g(x)=2x+1$.

$$\int\limits_{-2}^{1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}\left[f(x)-2x-1\right]\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}\left[f(x)-2x-1\right]\mathrm{d}x=\frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}\left[f(x)-2x-1\right]\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}\left[f(x)-2x-1\right]\mathrm{d}x=\frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\frac{37}{12}-4$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\frac{19}{12}=\frac{37}{12}-4\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}.$$

$$I=\frac{1}{4}\left[2f(-2)-\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x\right]=\frac{1}{4}\left[2(-3)-\frac{2}{3}\right]=-\frac{5}{3}.$$

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. 145. **B.** $\sqrt{145}$. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$, $A(-6;13), B(3;7)$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

+) $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13} \Leftrightarrow MA+MB=3\sqrt{13}$, mà $AB=3\sqrt{13} \Rightarrow M$ nằm trong đoạn AB.

Ta có phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x=3+3t \\ y=7-2t \end{cases} \Rightarrow M(3+3t;7-2t)$

Vì M nằm trong đoạn AB nên $-6\le x_M\le 3 \Rightarrow t\in[-3;0]$

+) $(12-5i)(z-2+i)^2=(12-5i)\left[(3t+1)+(7-2t)i\right]^2$

$=(12-5i)\left[(x-2)^2-(y+1)^2+2i(x-2)(y+1)\right]$

$=12.\left[(x-2)^2-(y+1)^2\right]+10.(x-2)(y+1)+i\left[-5(x-2)^2+5(y+1)^2+24.(x-2)(y+1)\right]$

Vì $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm nên

$$\begin{cases} 12.\left[(x-2)^2-(y+1)^2\right]+10.(x-2)(y+1)<0 & (**) \\ -5(x-2)^2+5(y+1)^2+24.(x-2)(y+1)=0 & (*) \end{cases}$$

$(*)\Leftrightarrow 24(3t+1)(8-2t)-5(3t+1)^2+5(8-2t)^2=0 \Leftrightarrow -169t^2+338t+507=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3\ (loai) \\ t=-1\,(tm) \end{array}\right.$

$\Rightarrow M(0;9)$ thỏa mãn

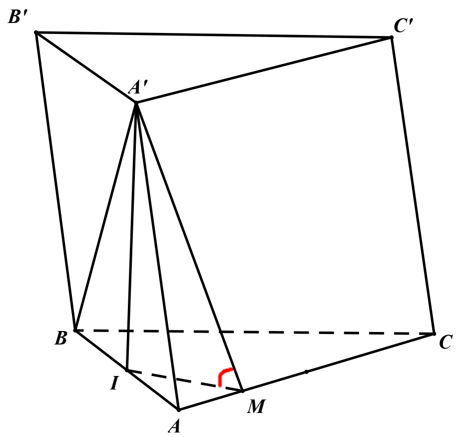
$\Rightarrow |z|=9$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh là a. Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V=\dfrac{3a^3}{32}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB.

Tam giác $A'AB$ cân tại A' nên $A'I \perp AB$.

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} (A'BA) \perp (ABC) \\ (A'BA) \cap (ABC) = AB \\ A'I \perp AB, A'I \subset (A'BA) \end{cases} \Rightarrow A'I \perp (ABC)$.

Kẻ $IM \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} IM \perp AC \\ A'I \perp AC \end{cases} \Rightarrow (A'IM) \perp AC \Rightarrow A'M \perp AC$.

Lại có $\begin{cases} (ACC'A') \cap (ABC) = AC \\ A'M \perp AC \\ IM \perp AC \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(ACC'A');(ABC)}\right) = \left(\widehat{A'M;IM}\right) = \widehat{A'MI} = 45°$.

Xét tam giác IAM vuông tại M nên $IM = A'I.\sin\widehat{IAM} = \frac{a}{2}.\sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác $A'MI$ vuông tại I nên $A'I = IM.\tan\widehat{A'MI} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.\tan 45° = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ là

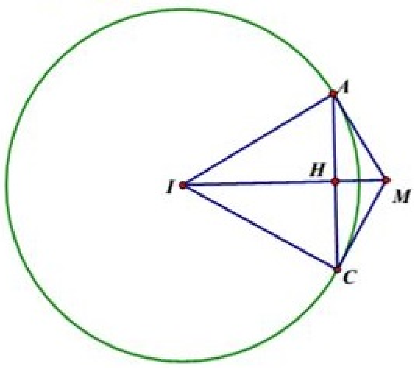
$V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c), (a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S), (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB} = 60^0, \widehat{BMC} = 90^0, \widehat{CMA} = 120^0$. Tính $a^3+b^3+c^3$.

A. $a^3+b^3+c^3 = \frac{173}{9}$. **B.** $a^3+b^3+c^3 = \frac{112}{9}$. **C.** $a^3+b^3+c^3 = -8$. **D.** $a^3+b^3+c^3 = \frac{23}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S).

Đặt $MA = MB = MC = x$ khi đó $AB = x, BC = x\sqrt{2}, CA = x\sqrt{3}$ do đó ΔABC vuông tại B nên trung điểm H của AC là tâm đường tròn (C) và H, I, M thẳng hàng.

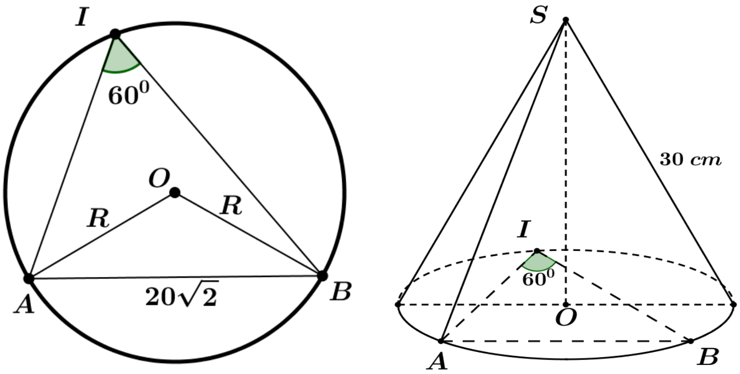
Vì $\widehat{AMC} = 120^0$ nên ΔAIC đều do đó $x\sqrt{3} = R \Leftrightarrow 3$ suy ra $IM = 2AM = 2x = 6$.

Lại có $M \in d$ nên $M\left(-1+t;-2+t;1+t\right),(t>1)$.

Mà $IM=6$ nên $(t-2)^2+(t-4)^2+(t+4)^2=36 \Leftrightarrow 3t^2-4t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\frac{4}{3} \end{array}\right.$.

Do $a>0$ nên $t=\frac{4}{3}$ suy ra $H\left(\frac{1}{3};\frac{-2}{3};\frac{7}{3}\right)$. Vậy $a^3+b^3+c^3=\frac{112}{9}$.

Câu 45: Bà Hương nhận làm 100 chiếc nón lá giống nhau có độ dài đường sinh là $30\,cm$. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón bà Hương thuê người sơn và vẽ hình trang trí. Biết $AB=20\sqrt{2}\,cm$ và giá tiền công để sơn trang trí $1m^2$ là 50.000 đồng. Tính số tiền mà bà Hương phải thuê sơn trang trí cho cả đợt làm nón.



A. 128.000 đồng. **B.** 257.000 đồng. **C.** 384.000 đồng. **D.** 209.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Chiếc nón lá có dạng hình nón có đường tròn đáy bán kính R ngoại tiếp tam giác IAB.
Áp dụng định lý sin trong tam giác IAB ta có

$$\frac{AB}{\sin 60^0}=2R \Rightarrow R=\frac{AB}{2\sin 60^0}=\frac{20\sqrt{2}}{2.\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{20\sqrt{6}}{3}\ (cm).$$

Diện tích xung quanh của hình nón

$$S_{xq}=\pi Rl=\pi.\frac{20\sqrt{6}}{3}.30=200\pi\sqrt{6}\ \left(cm^2\right) \text{ hay } S_{xq}=\frac{1}{50}\pi\sqrt{6}\ \left(m^2\right).$$

Diện tích phần mặt trước của chiếc nón được bà Hương thuê sơn là

$$S=\frac{1}{3}S_{xq}=\frac{1}{150}\pi\sqrt{6}\ \left(m^2\right).$$

Vậy số tiền bà Hương thuê sơn 100 chiếc nón $(50.000.S).100 \approx 257.000$ đồng.

Câu 46: Với x,y là hai số thực và $y>0$ thỏa mãn $\log_2\left[6-(x-1)\sqrt{x+2}\right]=3^y.\left(\sqrt[4]{3}\right)^{\frac{1}{y}}$. Giá trị của biểu thức $P=(x+6y)^2-5x+1$ bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 10. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C

Xét VP: Theo bđt Cosi ta có $y+\frac{1}{4y}\ge 2\sqrt{y.\frac{1}{4y}} \Rightarrow 3^{y+\frac{1}{4y}}\ge 3$ hay $VP\ge 3, \forall y>0$.

Xét VT:

- Đặt $\sqrt{x+2}=t$; $t\ge 0$. Khi đó $6-(x-1)\sqrt{x+2}=-t^3+3t+6$.

- Đặt $f(t)=-t^3+3t+6$; $f'(t)=-3t^2+3$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$.

- Bảng biến thiên của $f(t)$ trên $[0;+\infty)$

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	6	$\nearrow$	8	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT ta thấy $f(t)\le 8\Rightarrow \log_2 f(t)\le 3,\forall t\ge 0$ hay $VT\le 3,\forall x\in\mathbb{R}$.

Theo giả thiết: $\log_2\left[6-(x-1)\sqrt{x+2}\right]=3^{y+\frac{1}{4y}}$ chỉ có thể xảy ra khi $VP=VT=3$. Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\sqrt{x+2}=1\\ y+\dfrac{1}{4y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy $P=(x+6y)^2-5x+1=10$.

Câu 47: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-3i|=1$ và $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|$ bằng

A. $\sqrt{10}-1$. **B.** $\sqrt{10}+1$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

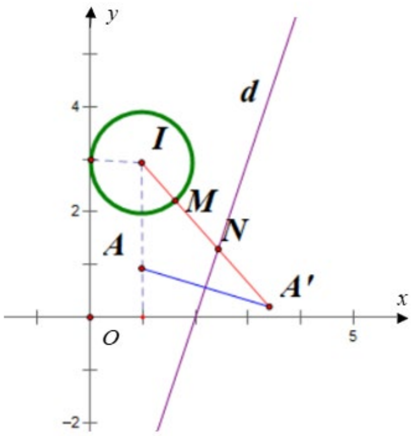
Lời giải

Chọn D

Gọi M,N lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2 trên mặt phẳng Oxy

+ Ta có: $|z_1-1-3i|=1\Rightarrow M$ thuộc đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$, bán kính $R=1$

+ $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|\Rightarrow N$ thuộc đường thẳng $d:3x-y-6=0$.



+ $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|=AN+MN$ với $A(1;1)$.

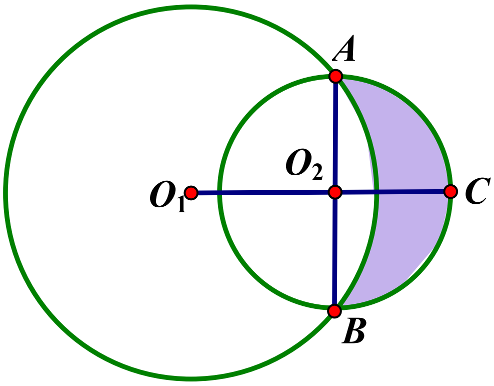
+ Gọi A' đối xứng với $A(1;1)$ qua đường thẳng $\Delta:3x-y-6=0\Rightarrow A'\left(\frac{17}{5};\frac{1}{5}\right)$ khi đó

$\forall N\in d\Rightarrow NA=NA'$

+ $P=AN+NM=A'N+NM\ge A'M\ge A'I-R$

Dấu bằng xảy ra khi 4 điểm A',N,M,I thẳng hàng. Khi đó P đạt giá trị nhỏ nhất $P_{\min}=A'I-R=\sqrt{\left(1-\frac{17}{5}\right)^2+\left(3-\frac{1}{5}\right)^2}-1=\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Câu 48: Cho hai đường tròn $(O_1;10)$ và $(O_2;8)$ cắt nhau tại hai điểm A,B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.



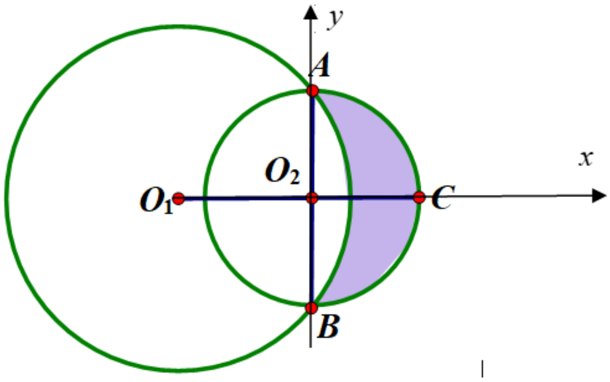
A. $\frac{824\pi}{3}$.

B. $\frac{608}{3}\pi$.

C. $\frac{97}{3}\pi$.

D. $\frac{145}{3}\pi$

Lời giải



Ta xây dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Ta có $O_1O_2=\sqrt{O_1A^2-O_2A^2}=6$.

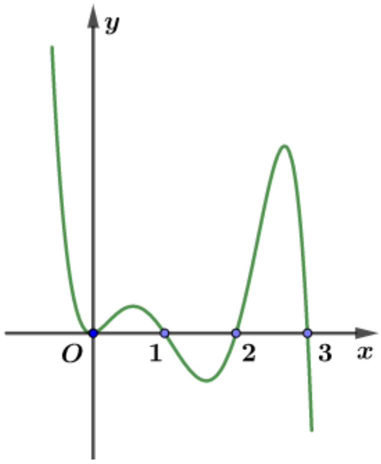
Ta có $O_2\left(0;0\right),O_1\left(-6;0\right)$.

Đường tròn $\left(O_2;8\right)$ có phương trình là: $x^2+y^2=64 \Rightarrow y=\sqrt{64-x^2}$.

Đường tròn $\left(O_1;10\right)$ có phương trình là: $\left(x+6\right)^2+y^2=100 \Rightarrow y=\sqrt{100-\left(x+6\right)^2}$.

Thể tích cần tìm $V=\pi\int\limits_0^8\left(64-x^2\right)dx-\pi\int\limits_0^4\left[100-\left(x+6\right)^2\right]dx=\dfrac{608\pi}{3}$.

Câu 49: Cho hàm đa thức $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị của $m\in\left[2;6\right);2m\in\mathbb{Z}$ để hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\left|x-1\right|-2x+m-1\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x)=\dfrac{2\left(x-1\right)\left(\left|x-1\right|-1\right)}{\left|x-1\right|}f'\left(x^2-2\left|x-1\right|-2x+m-1\right)$

$$g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\f'\left(x^2-2\left|x-1\right|-2x+m-1\right)=0\end{array}\right.$$; $g'\left(x\right)$ không xác định tại $x=1$

Dựa vào đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$, ta có

$$f'\left(x^2-2|x-1|-2x+m-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2|x-1|-2x+m-1=1 \\ x^2-2|x-1|-2x+m-1=2 \\ x^2-2|x-1|-2x+m-1=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2|x-1|-2x=2-m \\ x^2-2|x-1|-2x=3-m \\ x^2-2|x-1|-2x=4-m \end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x)=x^2-2|x-1|-2x$, ta có bảng biến thiên sau

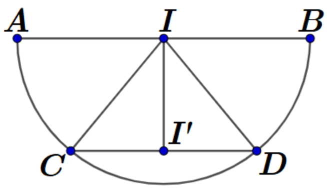
Hàm số đã cho có 9 cực trị $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-m\ge -1 \\ -2<3-m<-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 3 \\ 4<m<5 \end{array}\right. \Rightarrow m\in\left\{2;3;\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right\}$.

Vậy có bốn giá trị của m.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-2;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I là trung điểm của AB, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) đi qua điểm $C\left(2;\sqrt{3};3\right)$ và có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=b+c+d$.

A. $-5+\sqrt{3}$. **B.** $-2+\sqrt{3}$. **C.** $5+\sqrt{3}$. **D.** $-2+\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-4)\Rightarrow AB=4\sqrt{3}$.

Gọi (C) là mặt cầu tâm I, đường kính AB nên $(C):\begin{cases} I(1;0;3) \\ R=2\sqrt{3} \end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đáy hình nón.

Gọi CD là đường kính đường tròn giao tuyến của (P) và (C) nên $r=\frac{CD}{2}$.

Gọi I' là hình chiếu của I trên (P) nên $h=II'$ và $h^2+r^2=R^2=12$.

Áp dụng bất đẳng thức Am – gm:

$$V^2=\frac{\pi^2}{9}h^2r^4=\frac{\pi^2}{18}2h^2r^2r^2\le\frac{\pi^2}{18}\frac{\left(2h^2+r^2+r^2\right)^3}{3}=256\pi^2\Rightarrow V\le 16\pi.$$

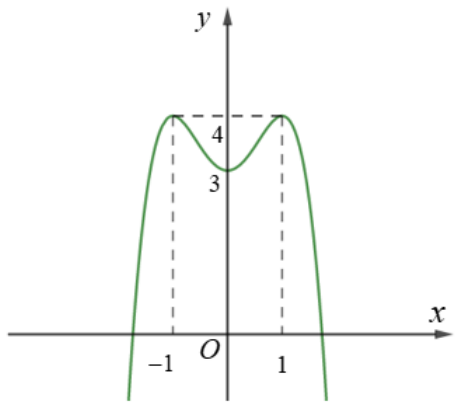
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2h^2=r^2\Rightarrow h=2\Rightarrow d\left(I,(P)\right)=2$.

Mặt khác $\overrightarrow{IC}=\left(1;\sqrt{3};0\right)\Rightarrow IC=d\left(I,(P)\right)$ nên $IC\perp(P)$ và $C\in(P)\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{IC}=\left(1;\sqrt{3};0\right)$

$\Rightarrow(P):x+\sqrt{3}y-5=0\Rightarrow b+c+d=-5+\sqrt{3}$.

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 10 – MÃ ĐỀ: 110

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 3. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \dfrac{2}{x-2} + C$ **B.** $3\ln(x-2) - \dfrac{2}{x-2} + C$

C. $3\ln(x-2) - \dfrac{4}{x-2} + C$ **D.** $3\ln(x-2) + \dfrac{4}{x-2} + C$.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\log\left(x^2 - 2x + 2\right) = 1$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{-2;4\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-2\}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$ Nếu điểm E thỏa nãm đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

A. $\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$ **B.** $\left(\dfrac{8}{3};3;-\dfrac{8}{3}\right)$. **C.** $\left(3;3;-\dfrac{8}{3}\right)$ **D.** $\left(1;2;\dfrac{1}{3}\right)$

Câu 5: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x - 5$. **D.** $y = \dfrac{x-3}{x-1}$.

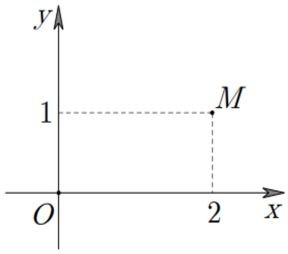
Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(x^2+x+m\right)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\le\frac{1}{4}$. **B.** $m>\frac{1}{4}$. **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m<\frac{1}{4}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$.Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=6t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ là:



A. $1-2i$. **B.** $2+i$. **C.** $1+2i$. **D.** $2-i$.

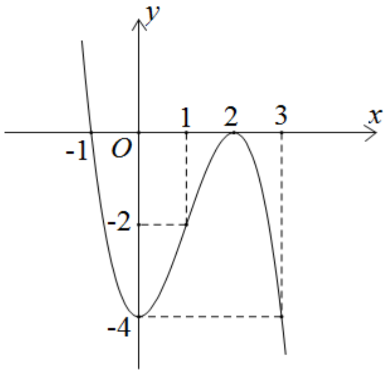
Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+1=0$ có tâm là

A. $(-4;2;-6)$ **B.** $(2;-1;3)$ **C.** $(-2;1;-3)$ **D.** $(4;-2;6)$

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

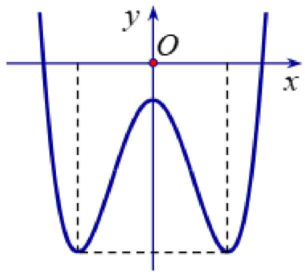
Câu 15: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=5^{-x}$. **B.** $y=\pi^x$. **C.** $y=\left(\frac{3}{4}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng Oxy và đi qua điểm $A(2;2;2)$ có phương trình là

A. $y-2=0$. **B.** $x+y+z-1=0$. **C.** $z-2=0$. **D.** $x-2=0$.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$. Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 1. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 19: Nếu $\int_{1}^{4} f(x)dx=6$ thì $\int_{4}^{1} 2f(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=2+6i$. Tích $z_1.z_2$ bằng

A. $-10+2i$. **B.** $14-10i$. **C.** $2-12i$. **D.** $14+2i$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{20\pi}{3}$. **B.** 20π. **C.** $\frac{10\pi}{3}$. **D.** 10π.

Câu 23: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số $1;2;3;4;5;6$?

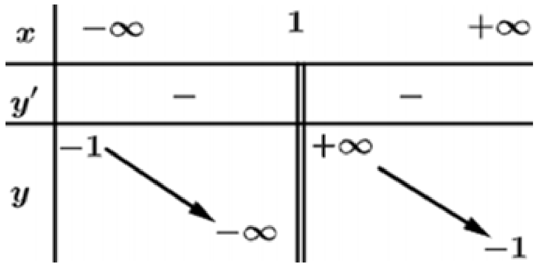
A. 18. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 60.

Câu 24: Hàm số $F(x)=6x^5-\frac{4}{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x)=x^6-\frac{5}{x}+C$. **B.** $f_1(x)=30x^4-\frac{10}{x^3}$.

C. $f_2(x)=x^6+\dfrac{5}{x}+C$. **D.** $f_3(x)=30x^4+\dfrac{10}{x^3}$.

Câu 25: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0 **D.** 2.

Câu 26: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $5a^2$ và chiều cao $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $30a^3$. **B.** $15a^2$. **C.** $15a^3$. **D.** $5a^3$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2=2$ và $u_3=5$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. $d=3$. **B.** $d=-3$. **C.** $d=7$. **D.** $d=-7$.

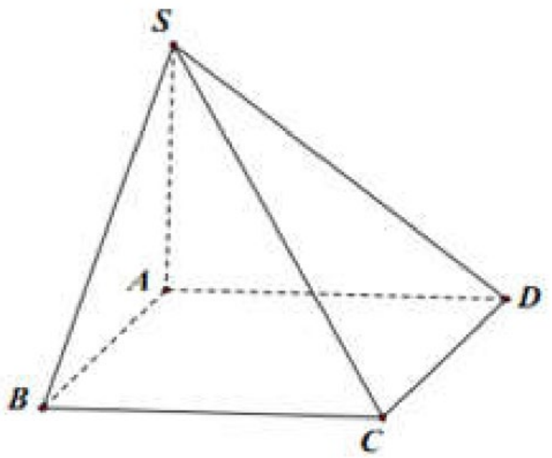
Câu 28: Phần thực của số phức $z=\dfrac{1-3i}{1+i}$ là:

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

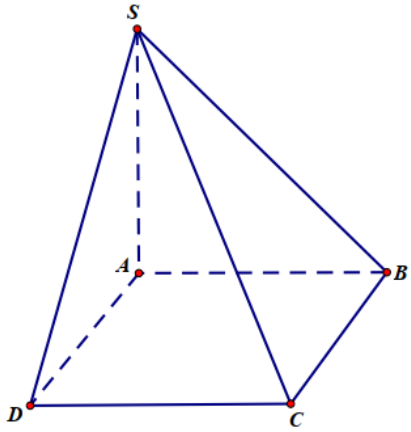
A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



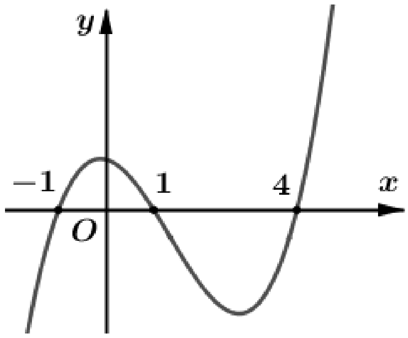
A. 45°. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC



A. $\dfrac{a}{4}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục, có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y=g(x)=f\left(2-x\right)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh tham gia đội xung kích. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn không cùng một khối?

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{6}{55}$. **C.** $\dfrac{12}{55}$. **D.** $\dfrac{49}{55}$.

Câu 34: Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2\sin x-f(x)\right].dx=-8$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x).dx$

A. $I=4$. **B.** $I=6$. **C.** $I=8$. **D.** $I=10$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 36: Cho hai số dương $a,b,a\neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2$. Tính $\log_a b$.

A. 4. **B.** 2. **C.** $\dfrac{8}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua hai điểm $A\left(-1;2;4\right)$, $B\left(2;-2;1\right)$ và tâm thuộc trục Oy có đường kính bằng

A. $\dfrac{\sqrt{43}}{2}$. **B.** $\sqrt{69}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{69}}{2}$. **D.** $\sqrt{43}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t \\ z=4 \end{cases}$ và $d_2:\frac{x+2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Đường thẳng qua A, cắt đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 39: Cho các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$ và $\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}$. Giá trị của biểu thức $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2018}$. **B.** $\sqrt{2024}$. **C.** $\sqrt{2022}$. **D.** $\sqrt{2020}$.

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2-3(m+1)x-m-1$ nghịch biến trên đoạn $[-1;3]$.

A. $m\le 2$. **B.** $m\ge \frac{1}{2}$. **C.** $m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge 2$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $2\ln 2$.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1|=|z_2|=2$ và $|z_1+2z_2|=4$. Giá trị của $|2z_1-z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 8.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A=A'B=A'C$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC=2a$. Hai mặt phẳng $(A'ABB')$ và $(A'B'C)$ vuông góc nhau. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$, có các đỉnh $S(1;2;-2)$, $A(-1;0;-2)$, $C(3;-4;0)$. Tam giác ABC vuông tại B có độ dài cạnh $BC=3\sqrt{3}$ đồng thời mặt phẳng (ABC) vuông góc với (SAC). Gọi I là trung điểm của AC. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{18}{17}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{72}{17}$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{18}{11}$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{72}{11}$.

Câu 45: Trong khu du lịch sinh thái người ta đặt một mô hình nón lớn với chiều cao $1.35m$ và sơn trang trí hoa văn một phần mặt ngoài của hình nón ứng với cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ như hình vẽ. Biết $AB = 1.45m, \widehat{ACB} = 150°$ và giá tiền để sơn trang trí là $3.500.000$ đồng mỗi mét vuông. Hỏi số tiền chi phí mà người ta cần dùng để trang trí là bao nhiêu?

A. $5.264.000$ đồng. **B.** $5.624.000$ đồng. **C.** $5.426.000$ đồng. **D.** $5.246.000$ đồng.

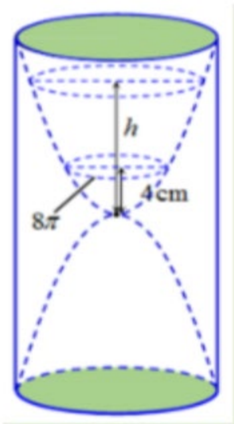
Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2\left(x^2+y^2+4\right)+\log_{2022}\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}\right)=\frac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 47: Cho 2 số phức z, w phân biệt thỏa mãn $|z| = |\mathrm{w}| = 4$ và $(z-i)\left(\overline{\mathrm{w}}+i\right)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-\mathrm{w}|$ bằng

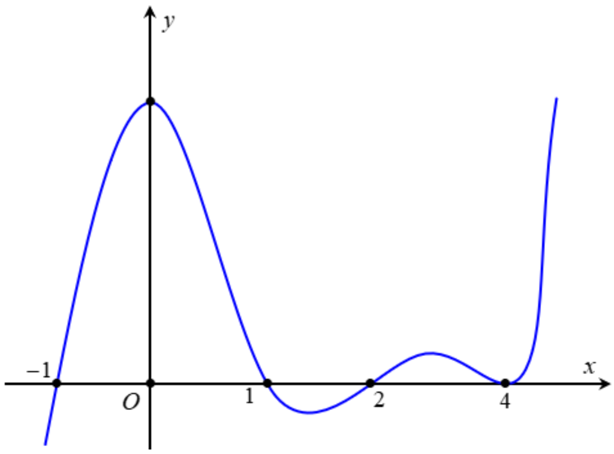
A. $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 48: Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua mặt của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng với nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của bên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $2,90cm^3$ / phút. Khi chiều cao cát còn $4cm$ thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi $8\pi\, cm$. Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài là bao nhiêu cm?



A. $8cm$. **B.** $12cm$. **C.** $10cm$. **D.** $9cm$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2021\right) + 2022m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

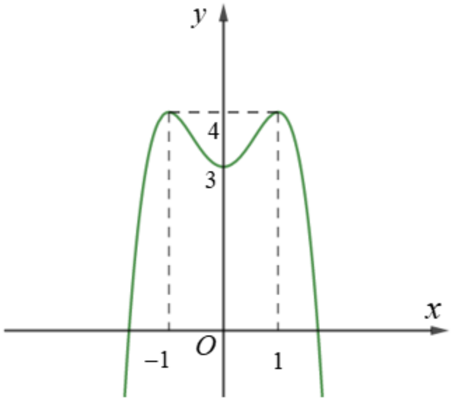
Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-5), I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM = 5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biển thức $T = a + b + 2c$ bằng

A. **11.** **B.** **6.** **C.** -1. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 3. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu: $y_{CT}=3$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{3x-2}{\left(x-2\right)^2}$ trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$ là

A. $3\ln\left(x-2\right)+\dfrac{2}{x-2}+C$ **B.** $3\ln\left(x-2\right)-\dfrac{2}{x-2}+C$

C. $3\ln\left(x-2\right)-\dfrac{4}{x-2}+C$ **D.** $3\ln\left(x-2\right)+\dfrac{4}{x-2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(x\right)=\dfrac{3x-2}{\left(x-2\right)^2}=\dfrac{3\left(x-2\right)+4}{\left(x-2\right)^2}=\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{4}{\left(x-2\right)^2}$. Do đó

$$\int\frac{3x-2}{\left(x-2\right)^2}dx=\int\left(\frac{3}{x-2}+\frac{4}{\left(x-2\right)^2}\right)dx=3\ln\left(x-2\right)-\frac{4}{x-2}+C.$$

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\log\left(x^2-2x+2\right)=1$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{-2;4\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-2\}$.

Lời giải

Ta có $\log\left(x^2-2x+2\right)=1\Leftrightarrow x^2-2x+2=10\Leftrightarrow x^2-2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\end{array}\right.$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B\left(1;2;-3\right)$, $C\left(7;4;-2\right)$ Nếu điểm E thỏa nãm đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

A. $\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$ **B.** $\left(\dfrac{8}{3};3;-\dfrac{8}{3}\right)$. **C.** $\left(3;3;-\dfrac{8}{3}\right)$ **D.** $\left(1;2;\dfrac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $E\left(x;y;z\right)$

Ta có: $\overrightarrow{CE}=\left(x-7;y-4;z+2\right)$; $2\overrightarrow{EB}=\left(2-2x;4-2y;-6-2z\right)$

$$\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 = 2-2x \\ y-4 = 4-2y \\ z+2 = -6-2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{8}{3} \\ z = -\dfrac{8}{3} \end{cases}$$

Câu 5: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1} = -\infty$.

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ làm đường tiệm cận đứng.

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1} = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1} = 2$.

Do đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ và đường thẳng $y = 2$ làm hai đường tiệm cận ngang.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x - 5$. **D.** $y = \dfrac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Bảng biến thiên là BBT của hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$. Chọn đáp án A.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \left(x^2+x+m\right)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \le \dfrac{1}{4}$. **B.** $m > \dfrac{1}{4}$. **C.** $m \ge \dfrac{1}{4}$. **D.** $m < \dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Để thoả mãn yêu cầu bài toán thì $x^2 + x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{4}$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4;-6;2)$.Phương trình tham số của Δ là

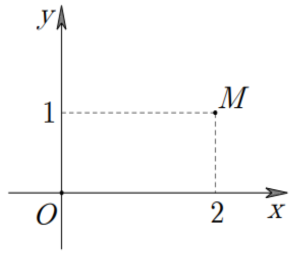
A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=6t \\ z=1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

$\vec{a}=(4;-6;2)=2(2;-3;1)$ \

Do đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;1)$. Vậy phương trình tham số của Δ đi qua $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;1)$ là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ là:



A. $1-2i$. **B.** $2+i$. **C.** $1+2i$. **D.** $2-i$.

Lời giải

Điểm $M(2;1)$ trong hệ tọa độ vuông góc cuả mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=2+i$ suy ra $\bar{z}=2-i$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+1=0$ có tâm là

A. $(-4;2;-6)$ **B.** $(2;-1;3)$ **C.** $(-2;1;-3)$ **D.** $(4;-2;6)$

Lời giải

Chọn B

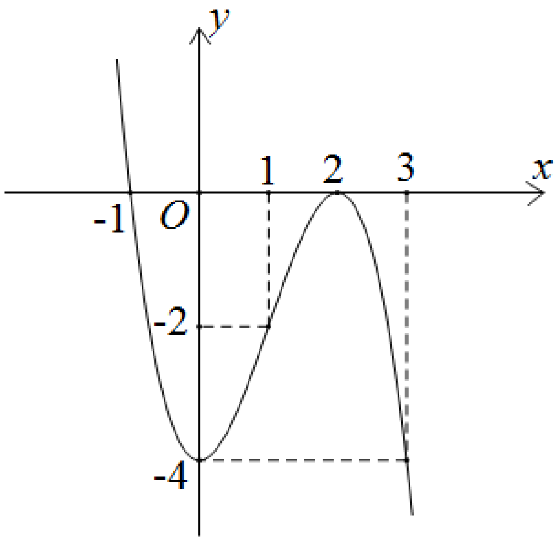
Từ phương trình mặt cầu suy ra tâm của mặt cầu là $(2;-1;3)$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Lời giải

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Mà $(0;1) \subset (0;2)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = S_d.h = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > 8$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > 8 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^3 \Leftrightarrow -x > 3 \Leftrightarrow x < -3$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > 8$ là $(-\infty;-3)$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = 5^{-x}$. **B.** $y = \pi^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{3}{4}\right)^x$. **D.** $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y = \pi^x$ có cơ số $\pi > 1$ nên đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng Oxy và đi qua điểm $A(2;2;2)$ có phương trình là

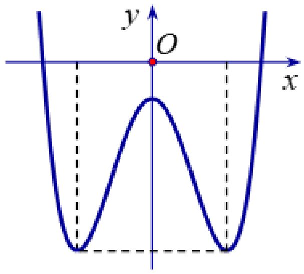
A. $y - 2 = 0$. **B.** $x + y + z - 1 = 0$. **C.** $z - 2 = 0$. **D.** $x - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có $(Oxy): z=0$, suy ra mặt phẳng cần tìm $(P): z-a=0\ (a\neq 0)$.

Điểm $A(2;2;2)\in(P)\Rightarrow a=2\Rightarrow(P): z-2=0$.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 18: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$. Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 1. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{-1}^{4} g(x)\,\mathrm{d}x=2-3=-1$.

Câu 19: Nếu $\int_{1}^{4} f(x)dx=6$ thì $\int_{4}^{1} 2f(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

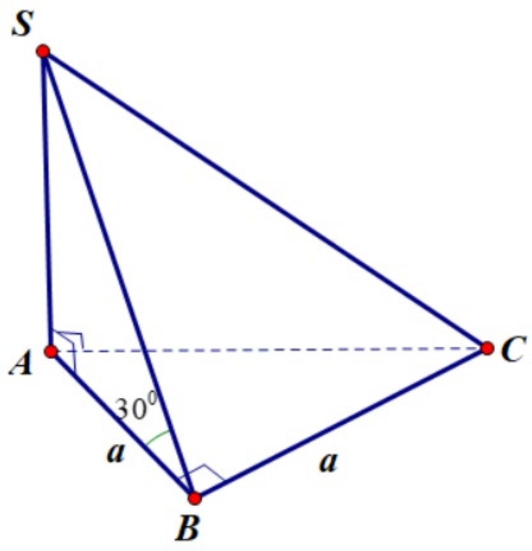
Lời giải

Ta có: $\int_{4}^{1} 2f(x)dx=-\int_{1}^{4} 2f(x)dx=-2\int_{1}^{4} f(x)dx=-2.6=-12$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SBA} = 30^0$.

Ta có: $SA = AB.\tan 30^0 = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.a.a = \dfrac{a^2}{2}$.

Vậy: $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1.z_2$ bằng

A. $-10 + 2i$. **B.** $14 - 10i$. **C.** $2 - 12i$. **D.** $14 + 2i$.

Lời giải

Ta có $z_1.z_2 = (1 - 2i)(2 + 6i) = 14 + 2i$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{20\pi}{3}$. **B.** 20π. **C.** $\dfrac{10\pi}{3}$. **D.** 10π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi.2.5 = 10\pi$.

Câu 23: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số $1;2;3;4;5;6$?

A. 18. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 60.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ 6 chữ số đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của của 5 phần tử. Nên số số tự nhiên cần tìm là $A_6^3 = 120$ số.

Câu 24: Hàm số $F(x) = 6x^5 - \dfrac{4}{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = x^6 - \dfrac{5}{x} + C$. **B.** $f_1(x) = 30x^4 - \dfrac{10}{x^3}$.

C. $f_2(x) = x^6 + \dfrac{5}{x} + C$. **D.** $f_3(x) = 30x^4 + \dfrac{10}{x^3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x)=f(x)$ nên $f(x)=\left(6x^5-\dfrac{5}{x^2}\right)'=30x^4+\dfrac{10}{x^3}$.

Câu 25: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-1

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0 **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại 1 điểm duy nhất.

Câu 26: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $5a^2$ và chiều cao $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $30a^3$. **B.** $15a^2$. **C.** $15a^3$. **D.** $5a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ: $V=B.h=5a^2.3a=15a^3$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2=2$ và $u_3=5$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. $d=3$. **B.** $d=-3$. **C.** $d=7$. **D.** $d=-7$.

Lời giải

Ta có: $d=u_3-u_2=5-2=3$

Câu 28: Phần thực của số phức $z=\dfrac{1-3i}{1+i}$ là:

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $z=\dfrac{1-3i}{1+i}=\dfrac{(1-3i)(1-i)}{1^2+1^2}=\dfrac{-2-4i}{2}=-1-2i$.

Vậy phần thực của số phức $z=\dfrac{1-3i}{1+i}$ là: -1.

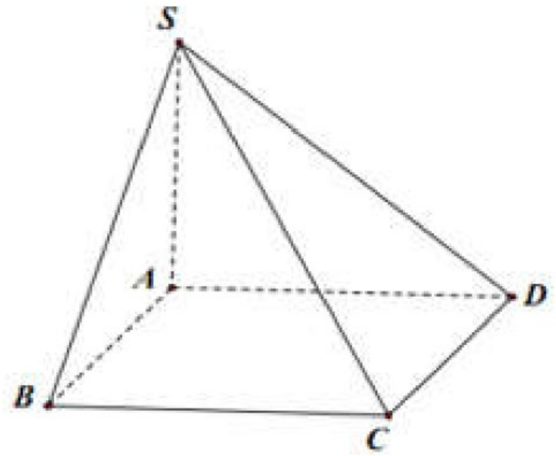
Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $(1+2i)z=3-4i \Leftrightarrow z=\dfrac{3-4i}{1+2i} \Leftrightarrow z=-1-2i$. Phần ảo của số phức z bằng -2.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



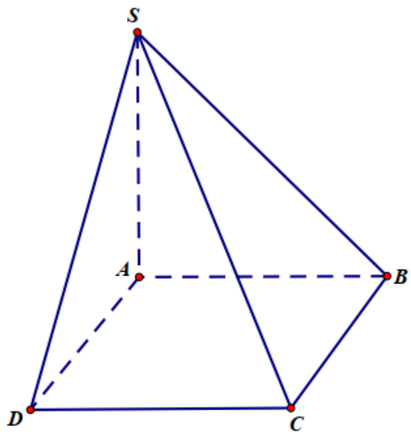
A. 45°.   **B.** 60^{0}.   **C.** 30^{0}.   **D.** 90^{0}.

Lời giải

Có $\left(SC;\left(ABCD\right)\right)=\widehat{SCA}$

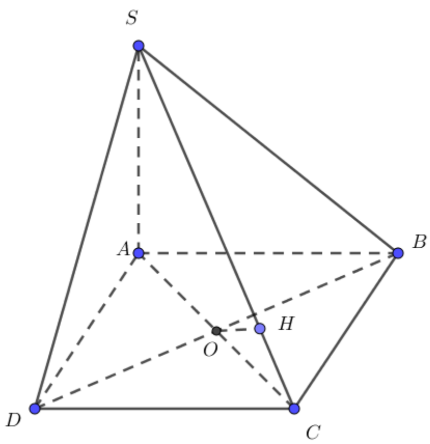
Xét ΔSCA, $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45^{0}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Tình khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC



A. $\dfrac{a}{4}$.   **B.** $\dfrac{a}{2}$.   **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.   **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của $AC;BD$.

Trong mặt phẳng (SAC) kẻ $OH \perp SC$. Ta có

$$\begin{cases} BD \perp AC \subset (SAC) \\ BD \perp SA \subset (SAC) \\ AC \cap SA = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH.$$

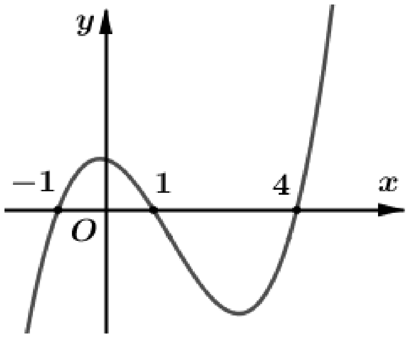
Từ đó $\begin{cases} OH \perp SC \\ OH \perp BD \end{cases}$ nên $d(SC;BD) = OH$.

Ta lại có, $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{OCH} = 45^o$

Trong tam giác vuông OHC có $OC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $OH = OC\sin\widehat{OCH} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $d(SC;BD) = \dfrac{a}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = g(x) = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu của đạo hàm là:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $g'(x) = -f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x=-1 \\ 2-x=1 \\ 2-x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y = g(x) = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh tham gia đội xung kích. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn không cùng một khối?

A. $\frac{1}{5}$.　　**B.** $\frac{6}{55}$.　　**C.** $\frac{12}{55}$.　　**D.** $\frac{49}{55}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{12}^3=220$.

Gọi biến cố A: " Ba học sinh được chọn không cùng một khối ".

Khi đó, biến cố $\overline{A}$: " Ba học sinh được **Chọn C**ùng một khối ".

Ta có $n(\overline{A})=C_6^3+C_4^3=24$.

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là:

$P(\overline{A})=\frac{24}{220}=\frac{6}{55}$.

Vậy xác suất của biến cố A là:

$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{6}{55}=\frac{49}{55}$.

Câu 34: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2\sin x-f(x)\right].dx=-8$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x).dx$

A. $I=4$.　　**B.** $I=6$.　　**C.** $I=8$.　　**D.** $I=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2\sin x-f(x)\right].dx=-8\Leftrightarrow 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=-8$

$\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx+8=-2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+8=10$.

Vậy, $I=10$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 1.　　**B.** 3.　　**C.** 2.　　**D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=(x+\frac{1}{x})+1\ge 2\sqrt{x.\frac{1}{x}}+1\Leftrightarrow f(x)\ge 3$. Dấu bằng xảy ra khi $x=1$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)}f(x)=3$.

Câu 36: Cho hai số dương $a,b,a\ne 1$, thỏa mãn $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2$. Tính $\log_a b$.

A. 4.　　**B.** 2.　　**C.** $\frac{8}{5}$.　　**D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log_a b+2\log_a b=2\Leftrightarrow\log_a b=\frac{4}{5}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(2;-2;1)$ và tâm thuộc trục Oy có đường kính bằng

A. $\dfrac{\sqrt{43}}{2}$. **B.** $\sqrt{69}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{69}}{2}$. **D.** $\sqrt{43}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm mặt cầu. Vì $I \in Oy$ nên $I(0;y;0)$.

Mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(2;-2;1)$ suy ra

$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow 1^2 + (y-2)^2 + 4^2 = 2^2 + (y+2)^2 + 1^2 \Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2}$.

Do đó mặt cầu có tâm $I\left(0;\dfrac{3}{2};0\right)$.

Vậy đường kính mặt cầu bằng $d = 2IA = 2.\dfrac{\sqrt{69}}{2} = \sqrt{69}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x = 3+t \\ y = -1+2t \\ z = 4 \end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng qua A, cắt đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$\Delta \cap d_1 = M(3+t_1; -1+2t_1; 4)$; $\Delta \cap d_2 = N(-2+t_2; t_2; 2+2t_2)$.

$\overrightarrow{AM} = (2+t_1; -2+2t_1; 2)$; $\overrightarrow{AN} = (-3+t_2; -1+t_2; 2t_2)$.

Ta có: $A,\ M,\ N$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+t_1 = k(-3+t_2) \\ -2+2t_1 = k(-1+t_2) \\ 2 = 2kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 3k = -1 \\ 2t_1 + k = 3 \\ 1 = kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ k = -1 \\ t_2 = -1 \end{cases}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (4; 2; 2)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;2)$, một VTCP là $\vec{u} = (2;1;1)$ có phương trình là:

$\Delta:\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$.

Câu 39: Cho các số thực a,b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\dfrac{1}{\log_b a} + \dfrac{1}{\log_a b} = \sqrt{2024}$. Giá trị của biểu thức $P = \dfrac{1}{\log_{ab} b} - \dfrac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2018}$. **B.** $\sqrt{2024}$. **C.** $\sqrt{2022}$. **D.** $\sqrt{2020}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}\Leftrightarrow\frac{1}{\log_b a}+\log_b a=2\sqrt{506}\Leftrightarrow\left(\log_b a\right)^2-2\sqrt{506}\log_b a+1=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_b a=\sqrt{506}+\sqrt{505}\\ \log_b a=\sqrt{506}-\sqrt{505}\end{array}\right..$$

Ta có $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}=\log_b ab-\log_a ab=1+\log_b a-1-\log_a b$.

+) Với $\log_b a=\sqrt{506}-\sqrt{505}$. Suy ra:

$$\log_a b=\frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}\Rightarrow P=\frac{-1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}+\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=-2\sqrt{505}.$$

+) Với $\log_b a=\sqrt{506}+\sqrt{505}$. Suy ra:

$$\log_a b=\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}\Rightarrow P=\sqrt{506}+\sqrt{505}-\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=\frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}-\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=2\sqrt{505}.$$

Vậy $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}=2\sqrt{505}=\sqrt{2020}$.

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2-3\left(m+1\right)x-m-1$ nghịch biến trên đoạn $\left[-1;3\right]$.

A. $m\le 2$. **B.** $m\ge\frac{1}{2}$. **C.** $m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x-3\left(m+1\right)$.

Để hàm số nghịch biến trên $\left[-1;3\right]$ thì $y'\le 0$, với mọi $x\in\left[-1;3\right]$.

Suy ra $3x^2-6x-3\left(m+1\right)\le 0;\forall x\in\left[-1;3\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x-3m-3\le 0;\forall x\in\left[-1;3\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x-3\le 3m;\forall x\in\left[-1;3\right]$

$\Leftrightarrow x^2-2x-1\le m;\forall x\in\left[-1;3\right](*)$

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^2-2x-1;\ \forall x\in\left[-1;3\right]$.

Ta có: $g'\left(x\right)=2x-2=2\left(x-1\right)$; $g'\left(x\right)=0\Rightarrow x=1$.

Vì $g\left(-1\right)=2;\ \ g\left(1\right)=-2;\ \ g\left(3\right)=2$ nên (*) $\Leftrightarrow m\ge\max\limits_{x\in\left[-1;3\right]}g\left(x\right)=2$.

Vậy $m\ge 2$ là giá trị cần tìm.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{1;2\right\}$.

Câu 41: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+f'\left(x\right)+f''\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị là là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $2\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$f'(x)=3x^2+2ax+b$;

$f''(x)=6x+2a$;

$f'''(x)=6$;

$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)\Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Vì $g(x)$ có hai giá trị cực trị là là -3 và 6 nên không giảm tổng quát, $g(x)$ có hai điểm cực trị là x_1,x_2 và $g(x_1)=-3$, $g(x_1)=6$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1$

$\Leftrightarrow f(x)=g(x)+6$

$\Leftrightarrow f(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)+6$

$\Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0$

$\Leftrightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là:

$$S=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)}{g(x)+6}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{-f'(x)-f''(x)-6}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|$$

$$=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{-g'(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\ln\left|g(x)+6\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|=\left|\ln 12-\ln 3\right|=2\ln 2.$$

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1|=|z_2|=2$ và $|z_1+2z_2|=4$. Giá trị của $|2z_1-z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 8.

Lời giải

Giả sử $z_1=a+bi$, (a, $b\in\mathbb{R}$); $z_2=c+di$, (c, $d\in\mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases}|z_1|=2\\|z_2|=2\\|z_1+2z_2|=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4\\c^2+d^2=4\\(a+2c)^2+(b+2d)^2=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4 & (1)\\c^2+d^2=4 & (2)\\a^2+b^2+4(c^2+d^2)+4(ac+bd)=16 & (3)\end{cases}$$

Thay $(1),(2)$ vào (3) ta được $ac+bd=-1$ (4).

Ta có $|2z_1-z_2|=\sqrt{(2a-c)^2+(2b-d)^2}=\sqrt{4(a^2+b^2)+(c^2+d^2)-4(ac+bd)}$ (5).

Thay $(1),(2),(4)$ vào (5) ta có $|2z_1-z_2|=2\sqrt{6}$.

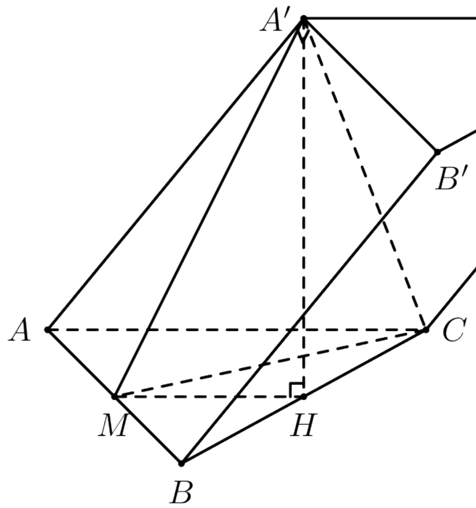
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A=A'B=A'C$. Tam giác ABC vuông cân tại A có

$BC = 2a$. Hai mặt phẳng $(A'ABB')$ và $(A'B'C)$ vuông góc nhau. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M trung điểm AB.

Gọi H là trung điểm BC. Theo giả thiết có $A'H \perp (ABC)$ và $HM \parallel AC$.

Suy ra $\begin{cases} AB \perp HM \\ AB \perp A'H \end{cases} \Rightarrow AB \perp A'M$.

Theo giả thiết $\begin{cases} (A'B'BA) \perp (A'B'C) \\ A'B'BA) \cap (A'B'C) = A'B'. \end{cases}$

Từ, suy ra $A'M \perp (CA'B')$ hay $A'M \perp A'C$.

Gọi $A'H = x$.

Xét tam giác AMC có $CM = a\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$.

Xét tam giác $A'MH$ có $A'M = \sqrt{x^2 + a^2}$.

Xét tam giác $A'CM$ có $AC = \sqrt{x^2 + \dfrac{a^2}{2}}$.

Xét tam giác $A'CM$ vuông tại A' có $CM^2 = A'M^2 + A'C^2 \Leftrightarrow \dfrac{5a^2}{2} = x^2 + a^2 + x^2 + \dfrac{a^2}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

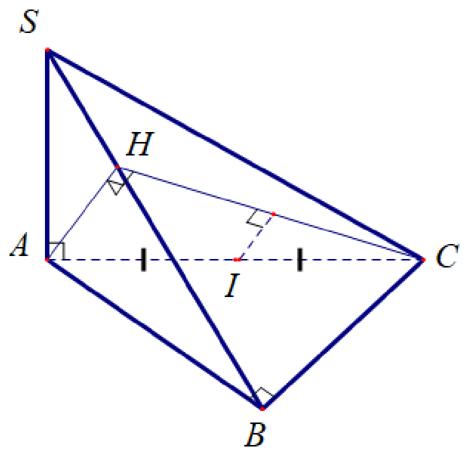
Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$, có các đỉnh $S(1;2;-2)$, $A(-1;0;-2)$, $C(3;-4;0)$. Tam giác ABC vuông tại B có độ dài cạnh $BC = 3\sqrt{3}$ đồng thời mặt phẳng (ABC) vuông góc với (SAC). Gọi I là trung điểm của AC. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = \dfrac{18}{17}$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = \dfrac{72}{17}$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{18}{11}$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{72}{11}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác SAC có $\overrightarrow{AC}=(4;-4;2)$, $\overrightarrow{AS}=(2;2;0)$, thì $AC=6$, $SA=2\sqrt{2}$ và $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AS}=0$, suy ra $SA\perp AC$. Mà $(SAC)\perp(ABC)$ nên $SA\perp(ABC)$. Đoạn thẳng AC có trung điểm $I(1;-2;-1)$.

Gọi (S) là mặt cầu có tâm I tiếp xúc với (SBC) có bán kính bằng

$R=d(I,(SBC))=\frac{1}{2}d(A,(SBC))$.

Ta có $\left.\begin{matrix}BC\perp BA\\BC\perp SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow(SBC)\perp(SAB)$. Kẻ $AH\perp SB\Rightarrow AH\perp(SBC)$

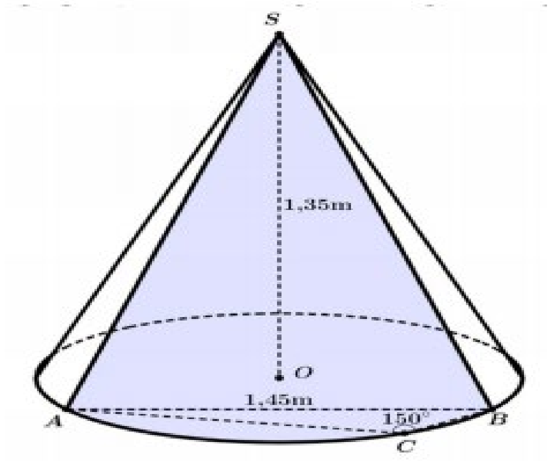
Trong tam giác SAB vuông tại A: $AH=\frac{SA.AB}{SB}=\frac{SA.\sqrt{AC^2-BC^2}}{SB}=\frac{2\sqrt{2}.3}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2+3^2}}=\sqrt{\frac{72}{17}}$

Suy ra $R=\frac{1}{2}AH=\sqrt{\frac{18}{17}}$.

Vậy, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\frac{18}{17}$.

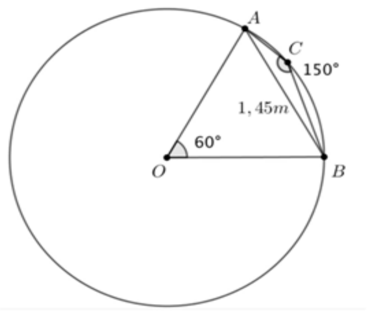
Câu 45: Trong khu du lịch sinh thái người ta đặt một mô hình nón lớn với chiều cao $1.35m$ và sơn trang trí hoa văn một phần mặt ngoài của hình nón ứng với cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ như hình vẽ. Biết $AB=1.45m, \widehat{ACB}=150°$ và giá tiền để sơn trang trí là $3.500.000$ đồng mỗi mét vuông. Hỏi số tiền chi phí mà người ta cần dùng để trang trí là bao nhiêu?

A. $5.264.000$ đồng. **B.** $5.624.000$ đồng. **C.** $5.426.000$ đồng. **D.** $5.246.000$ đồng.



Lời giải

Chọn A



Gọi O, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC cũng là bán kính của đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích đường tròn đáy của hình nón là: $S_{(O)} = \pi R^2$.

Áp dụng định lý sin ta có: $R = \dfrac{AB}{2\sin\widehat{ACB}} = \dfrac{1,45}{2\sin 150°} = 1,45 \Rightarrow R = OA = OB = AB \Rightarrow \Delta ABC$ đều

$\Rightarrow \widehat{AOB} = 60^0 \Rightarrow$ diện tích hình quạt AOB là: $S_{quatAOB} = \pi.\dfrac{R^2.60°}{360°} = \dfrac{1}{6}\pi R^2 = \dfrac{1}{6}S_{(O)}$.

Do đó diện tích mặt được sơn chiếm $\dfrac{1}{6}$ diện tích xung quanh của hình nón.

Vì vậy số tiền cần sơn là:

$T = \dfrac{1}{6}\pi Rl.2.10^6 = \dfrac{1}{6}\pi.2.10^6.1,45.\sqrt{1,35^2 + 1,45^2} \approx 1,504.3,5.10^6 = 5.264.000$ đồng.

Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2\left(x^2 + y^2 + 4\right) + \log_{2022}\left(\dfrac{2}{x} + \dfrac{2}{y}\right) = \dfrac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\dfrac{y}{x}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\left(x^2 + y^2 + 4\right) + \log_{2022}\left(\dfrac{2}{x} + \dfrac{2}{y}\right) = \dfrac{1}{2}(xy-4)^2$

$\Leftrightarrow 4(x^2+y^2+4)+2\log_{2022}\left(\dfrac{2(x+y)}{xy}\right)=(xy-4)^2$

$\Leftrightarrow 4(x^2+2xy+y^2)+2\log_{2022}\left(2\left(x+y\right)\right)=2\log_{2022}\left(xy\right)+\left(xy\right)^2$

$\Leftrightarrow 4(x+y)^2+\log_{2022}\left(4\left(x+y\right)^2\right)=\log_{2022}\left(\left(xy\right)^2\right)+\left(xy\right)^2 \;\; (1)$

Ta xét hàm số $f(t)=\log_{2022}\left(t\right)+t$ với $(t>0)$ ta có:

$f'\left(t\right)=\dfrac{1}{t\ln\left(2022\right)}+1>0$ với $t>0$

Vậy $f(t)$ là hàm đồng biến với $t>0$ từ đây ta suy ra được:

$4(x+y)^2=\left(xy\right)^2 \Rightarrow 2\left(x+y\right)=xy \quad \Leftrightarrow x=\dfrac{2y}{y-2}$

Vì $x,y>0$ nên ta suy ra $y-2>0$ hay $y>2$

Ta có: $P=x+4y=\dfrac{2y}{y-2}+4y=10+\dfrac{4}{y-2}+4\left(y-2\right)\geq 10+2\sqrt{\dfrac{16\left(y-2\right)}{\left(y-2\right)}}=18$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{4}{y-2}=4\left(y-2\right)\Leftrightarrow\left(y-2\right)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y-2=1\\y-2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=3\Rightarrow x=6\\y=1(l)\end{array}\right.$

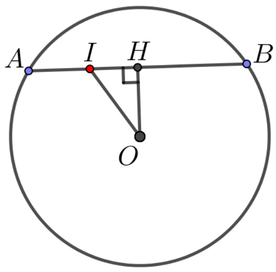
Vậy $\dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 47: Cho 2 số phức z,w phân biệt thỏa mãn $|z|=|\text{w}|=4$ và $\left(z-i\right)\left(\overline{\text{w}}+i\right)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-\text{w}|$ bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z và w (A khác B). Do $|z|=|\text{w}|=4$ nên A,B

nằm trên đường tròn tâm $O\left(0;0\right)$ bán kính bằng 4.Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P=|z-\text{w}|=AB$.

Theo giả thiết $\left(z-i\right)\left(\overline{\text{w}}+i\right)$ là số thực nên giả sử

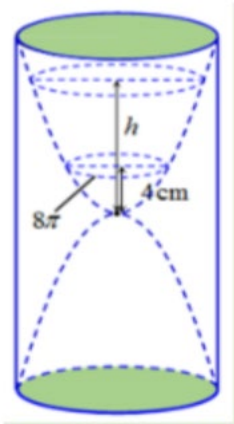
$(z-i)(\overline{w}+i)=k\in\mathbb{R} \Leftrightarrow z-i=\dfrac{k}{\overline{w}+i}$ $(w\neq i)$

$\Leftrightarrow z-i=\dfrac{k(w-i)}{|\overline{w}+i|^2}$ (1)

Gọi $I(0;1)$ là điểm biểu diễn của số phức i. Từ (1) suy ra $\overrightarrow{IA}=\dfrac{k}{|\overline{w}+i|^2}\overrightarrow{IB}$ $\Rightarrow$ 3 điểm I,A,B thẳng hàng hay AB luôn đi qua điểm cố định $I(0;1)$. Gọi H là trung điểm của AB.

Ta có $P=AB=2AH=2\sqrt{OA^2-OH^2}\geq 2\sqrt{4^2-OI^2}=2\sqrt{15}$. Dấu bằng xảy ra khi $H\equiv I$ hay $OI\perp AB$.

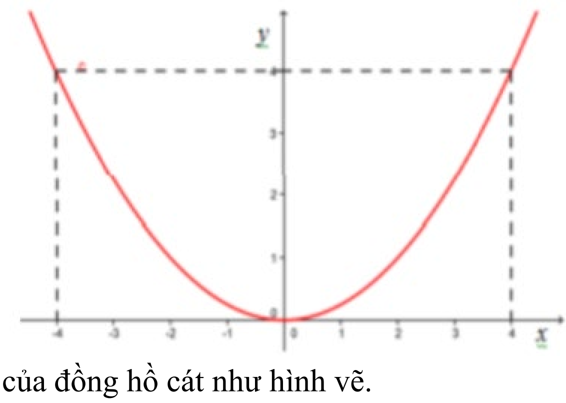
Câu 48: Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua mặt của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng với nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\dfrac{3}{4}$ chiều cao của bên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $2,90cm^3$/phút. Khi chiều cao cát còn $4cm$ thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi $8\pi\,cm$. Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài là bao nhiêu cm?



A. $8\,cm$. **B.** $12\,cm$. **C.** $10\,cm$. **D.** $9\,cm$.

Lời giải

Chọn C



Xem thiết diện chứa trục của đồng hồ cát như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh là điểm $O(0;0)$ nên có dạng: $y=ax^2$

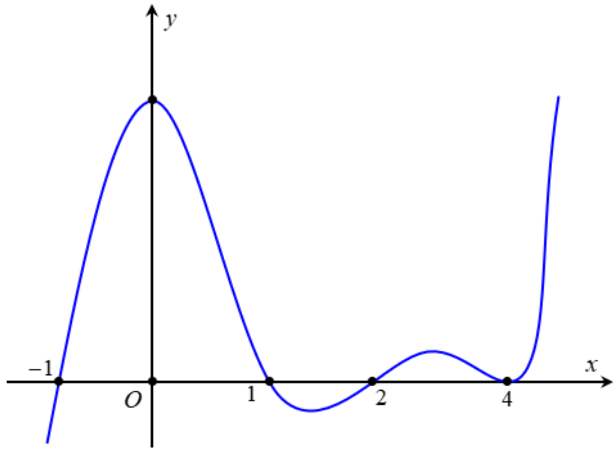
Parabol đi qua điểm $A(4;4)$ nên $a=\dfrac{1}{4}\Rightarrow y=\dfrac{1}{4}x^2$.

Thể tích của cát ban đầu bằng thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi ta quay nhánh bên phải của parabol
trên quanh trục Oy và bằng lượng cát đã chảy trong 30 phút.

Ta có thể tích: $V=\pi\int_0^h\left(2\sqrt{y}\right)^2dy=2,9.30=87\Leftrightarrow\left(2y^2\pi\right)\Big|_0^h=87\Leftrightarrow h=\sqrt{\dfrac{87}{2\pi}}$

Vậy chiều cao của hình trụ bên ngoài bằng: $2.\dfrac{4}{3}.h=2.\dfrac{4}{3}.\sqrt{\dfrac{87}{2\pi}}\approx 10\,cm\Rightarrow$ **Chọn C**

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)+2022m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Với mỗi tham số m thì số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)+2022m^3$ và $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ bằng nhau.

Do đó ta chỉ cần tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ có đúng 11 điểm cực trị.

Xét $x>0$: Hàm số có dạng $y=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$.

Khi đó ta có đạo hàm như sau: $y'=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2021\right)$.

Do nghiệm của phương trình $x^3-3x+m+2021=4$ là các nghiệm bội bậc chẵn của phương trình $y'=0$ nên ta chỉ cần quan tâm đến các nghiệm còn lại. Tức là

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-3=0\\ f'\left(x^3-3x+m+2021\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \ (\text{do } x>0)\\ x^3-3x+m+2021=-1\\ x^3-3x+m+2021=1\\ x^3-3x+m+2021=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \ (\text{do } x>0)\\ m+2021=-x^3+3x-1\\ m+2021=-x^3+3x+1\\ m+2021=-x^3+3x+2\end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị ba hàm số $y=-x^3+3x-1$; $y=-x^3+3x+1$; $y=-x^3+3x+2$ với $x>0$ trên cùng một hệ trụ **C.**

Hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ có đúng 11 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$ có đúng 5 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f'\left(x^3-3x+m+2021\right)=0$ có đúng 4 nghiệm bội lẻ dương và khác 1

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m+2021$ cắt đồ thị ba hàm số $y=-x^3+3x-1$; $y=-x^3+3x+1$; $y=-x^3+3x+2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ dương khác 1

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1<m+2021<1\\2<m+2021<3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2022<m<-2020\\-2019<m<-2018\end{array}\right.$.

Do điều kiện m nguyên nên $m=-2021$.

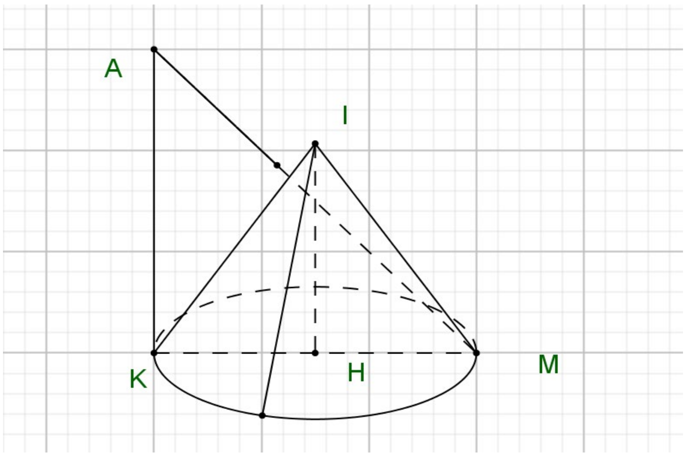
Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-5), I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM=5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biển thức $T=a+b+2c$ bằng

A. **11.** **B.** **6.** **C.** -1**.** **D.** $-\frac{1}{3}$**.**

Lời giải

Chọn A



$IH=d\left(I,(P)\right)=\frac{|2.2+2+5|}{3}=\frac{11}{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I xuống mặt phẳng $(P) \Rightarrow H\left(\frac{-4}{9};\frac{11}{9};\frac{13}{9}\right)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng $(P) \Rightarrow K\left(\frac{-26}{9};\frac{-5}{9};\frac{-1}{9}\right)$.

Do Điểm M thay đổi thuộc mặt phẳng (P) và $IM=5$ nên M nằm trên đường tròn tâm H, bán kính $HM=\sqrt{IM^2-IH^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{11}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{26}}{3}$.

$\overrightarrow{HK}=\left(\frac{-22}{9};\frac{-16}{9};-\frac{14}{9}\right) \Rightarrow HK=\frac{2\sqrt{26}}{3} \Rightarrow K\in\left(H,HK\right)$. **Do đó** Để AM lớn nhất thì KM lớn nhất khí và chỉ khi M là điểm đối xứng với K qua H.

Khi đó tọa độ điểm $M(2;3;3) \Rightarrow a=2, b=3, c=3 \Rightarrow a+b+2c=11$.