CHƯƠNG VIII. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

BÀI 28: BIẾN CỐ HỢP, BIẾN CỐ GIAO, BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. BIẾN CỐ HỢP

HĐ1. Một tổ trong lớp 11A có 10 học sinh. Điểm kiểm tra học kì I của 10 bạn này ở hai môn Toán và Ngữ văn được cho như sau:

Môn / Tên học sinh	Toán	Ngữ văn
Bảo	7	6
Dung	5	9
Định	5	6
Lan	8	7
Long	6	8
Hương	9	7
Phúc	8	6
Cường	8	9
Tuấn	4	5
Trang	10	8

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

A:"Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn";

B: "Học sinh đó được điểm giỏi môn Toán";

C: "Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn hoặc điểm giỏi môn Toán".

a) Mô tả không gian mẫu và các tập con $A,\ B,\ C$ của không gian mẫu.

b) Tìm $A \cup B$.

Lời giải

a) Ta có $\Omega = \{$Bảo, Dung, Định, Lan, Long, Hương, Phúc, Cường, Tuấn, Trang}.

$A =$ {Dung, Long, Cường, Trang}.

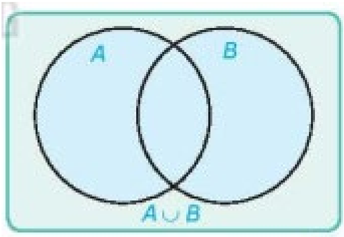
$B =$ Lan, Hương, Phúc, Cường, Trang $\}$.

$C = \{$ Dung, Lan, Long, Hương, Phúc, Cường, Trang}.

b) $A \cup B = \{$ Dung, Long, Cường, Trang, Lan, Hương, Phúc}.

Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: "A hoặc B xảy ra" được gọi là biến cố hợp của A và B, kí hiệu là $A \cup B$.
Biến cố hợp của A và B là tập con $A \cup B$ của không gian mẫu Ω.

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133



Hình 8.1

Ví dụ 1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ củng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi E là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ"; F là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nêu nội dung của biến cố hợp $G = E \cup F$. Hỏi G là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15\}$.

b) $E \cup F$ là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ hoặc số nguyên tố".

Ta có $E = \{1;3;5;7;9;11;13;15\}; F = \{2;3;5;7;11;13\}$.

Vậy $G = E \cup F = \{1;2;3;5;7;9;11;13;15\}$.

Luyện tập 1. Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài.

Xét các biến cố sau:

H: "Học sinh đó là một bạn nữ";

K: "Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nêu nội dung của biến cố hợp $M = H \cup K$. Mối biến cố H, K, M là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu của bài toán này là tập hợp các học sinh trong tổ lớp, nó có 9 phần tử và được ký hiệu là: $\Omega =${Hương, Hồng, Dung, Phương, Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải}.

b) Biến cố H xảy ra khi học sinh được chọn là một bạn nữ, nó là tập hợp các học sinh nữ và được ký hiệu là:

$H =${Hương, Hồng, Dung, Phương}.

Biến cố K xảy ra khi học sinh được chọn có tên bắt đầu là chữ cái H, được ký hiệu là:

$K =${Hương, Hồng,Hoàng}.

Biến cố hợp M xảy ra khi học sinh được chọn là một bạn nữ hoặc có tên bắt đầu bằng chữ H, nó là tập hợp các học sinh trong tập H hoặc K (bao gồm cả những học sinh trùng nhau của hai tập này) và được ký hiệu là

$M = H \cup K =${Hương, Hồng, Dung, Phương,Hoàng}.

2. BIẾN CỐ GIAO

HĐ2. Trở lại tình huống trong HĐ1. Xét biến cố D : "Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn và điểm giỏi môn Toán".

a) Hỏi D là tập con nào của không gian mẫu?

b) Tìm $A \cap B$.

Lời giải

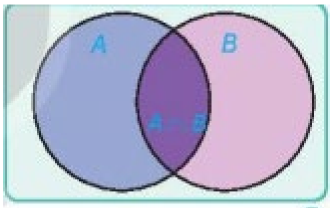
a) Biến cố D là tập hợp các điểm số mà học sinh đạt giỏi cả 2 môn Toán và Ngữ văn. Do đó, biến cố D là tập con của không gian mẫu: $D = \{(8,7)\}$.

b) Tập $A \cap B$ là tập hợp các điểm số mà học sinh đạt giỏi cả môn Ngữ văn và môn Toán.

Ta có: $A \cap B = \{(8,8),(8,7),(7,9)\}$.

Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: "Cả A và B đều xảy ra" được gọi là biến cố giao của A và B, kí hiệu là AB.

Biến cố giao của A và B là tập con $A \cap B$ của không gian mẫu Ω.



Hình 8.2

Ví dụ 2. Một tổ trong lớp 11C có 9 học sinh. Phỏng vấn 9 bạn này với câu hỏi: "Bạn có biết chơi môn thể thao nào trong hai môn này không?". Nếu biết thì đánh dấu X vào ô ghi tên môn thể thao đó, không biết thì để trống. Kết quả thu được như sau:

Môn thể thao / Tên học sinh	Cầu lông	Bóng bàn
Bảo	X	
Đăng	X	
Giang		X
Hoa		
Long	X	X
Mai		
Phúc	X	X
Tuấn	X	X
Yến	X	

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

U: "Học sinh được chọn biết chơi cầu lông";

V: "Học sinh được chọn biết chơi bóng bàn".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nội dung của biến cố giao $T = UV$ là gì? Mỗi biến cố U, V, T là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega =$ {Bảo; Đăng; Giang; Hoa; Long; Mai; Phúc; Tuấn; Yến}.
b) T là biến cố "Học sinh được chọn biết chơi cả cầu lông và bóng bàn".
Ta có: $U = \{$ Bảo; Đăng; Long; Phúc; Tuấn; Yến}; $V = \{Giang;$ Long; Phúc; Tuấn $\}$.

Vậy $T = U \cap V = \{$ Long; Phúc; Tuấn $\}$.

Luyện tập 2. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố P: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4"; Q: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6".
a) Mô tả không gian mẫu.
b) Nội dung của biến cố giao $S = PQ$ là gì? Mỗi biến cố P, Q, S là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu là tập hợp các số từ 1 đến 25, được ký hiệu là $\Omega = \{1, 2, 3, \ldots, 25\}$

b) Biến cố P là tập hợp các số chia hết cho 4, được ký hiệu là $P = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

Biến cố Q là tập hợp các số chia hết cho 6, được ký hiệu là $Q = \{6, 12, 18, 24\}$

Biến cố S là giao của hai biến cố P và Q, nghĩa là các số vừa chia hết cho 4 và vừa chia hết cho 6, được ký hiệu là $S = P \cap Q = \{12, 24\}$.

Vậy P, Q và S lần lượt là các tập con của không gian mẫu Ω.

Vận dụng. Trở lại *tình huống mở đầu*. Sử dụng khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố đối, ta biểu diễn biến cố G, H theo các biến cố M và N như sau:

Biến cố G xảy ra khi và chỉ khi hoặc gia đình đó có ti vi và không có máy vi tính hoặc gia đình đó không có ti vi và có máy vi tính. Vậy $G = M\overline{N} \cup \overline{M}N$.
Biến cố H xảy ra khi và chỉ khi gia đình đó không có cả ti vi và máy vi tính.

Vậy $H = \overline{M}\,\overline{N}$.
Hãy biểu diễn mỗi biến cố E, F theo các biến cố M và N.

Lời giải

Biến cố E xảy ra khi và chỉ khi gia đình đó có cả ti vi và máy vi tính. Vậy $E = MN$.

Biến cố F xảy ra khi và chỉ khi gia đình đó không có ti vi hoặc không có máy vi tính.

Tức là, nếu không có ti vi thì phải có máy vi tính, hoặc nếu không có máy vi tính thì phải có ti vi.

Vậy $F = \overline{M}N \cup M\overline{N}$.

3. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

HĐ3. Hai bạn Minh và Sơn, mỗi người gieo đồng thời một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:
A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số chẵn";
B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3 ".
Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A có ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố B không? Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố B có ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố A không?

Lời giải

Việc xảy ra biến cố A không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố B, và ngược lại, việc xảy ra biến cố B cũng không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố A. Trong trường hợp này, hai biến cố là độc lập với nhau.

Cặp biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Chú ý. Nếu cặp biến cố A và B độc lập thì các cặp biến cố: A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và B; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

Ví dụ 3. Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh, có cùng kích thước và khối lượng.

a) Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi, ghi lại màu của viên bi được lấy ra rồi trả lại viên bi vào hộp. Tiếp theo, bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:

A:"Minh lấy được viên bi màu đỏ";

B:"Hùng lấy được viên bi màu xanh".

Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.

b) Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi và không trả lại vào hộp. Tiếp theo, bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:

C: "Sơn lấy được viên bi màu đỏ";

D: "Tùng lấy được viên bi màu xanh".

Chứng tỏ rằng hai biến cố C và D không độc lập.

Lời giải

a) Nếu A xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu đỏ. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B)=\frac{5}{9}$.

Nếu A không xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu xanh. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp vẫn có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B)=\frac{5}{9}$.

Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố B không thay đổi bởi việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A

Vì Hùng lấy sau Minh nên $P(A)=\frac{4}{9}$ dù biến cố B xảy ra hay không xảy ra. Vậy A và B độc lập.

b) Nếu C xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu đỏ. Vì Sơn không trả lại viên bi đó vào hộp nên trong hộp có 8 viên bi với 3 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(D)=\frac{5}{8}$.

Nếu C không xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu xanh. Vì Sơn không trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Vậy $P(D)=\frac{4}{8}$.

Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố D đã thay đồi phụ thuộc vào việc biến cố C xảy ra hay không xảy ra. Do đó, hai biến cố C và D không độc lập.

Luyện tập 3. Trở lại tình huống trong HĐ3. Xét hai biến cố sau:

E: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số nguyên tố";

B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3 ".

Hai biến cố E và B độc lập hay không độc lập?

Lời giải

Hai biến cố E *và* B độc lập.

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Ví dụ 1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ”, B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số chẵn”.

a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB.

b) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\overline{A}B$.

c) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $A\overline{B}$.

d) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\overline{\overline{A}\overline{B}}$.

e) Hãy xác định cặp biến cố xung khắp trong các cặp biến cố A và B; A và $\overline{B}$.

Lời giải

Gọi Ω là không gian mẫu.

Suy ra $\Omega = \{(i;j) \mid i,j = 1;2;...;6\}$.

•$(i.j)$ là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số i và j đều là số lẻ.

•$(i.j)$ là số chẵn khi và chỉ khi ít nhất một trong hai số i hoặc j là số chẵn.

•$(i+j)$ là số chẵn khi và chỉ khi hai số i,j đều là số lẻ hoặc đều là số chẵn.

•$(i+j)$ là số lẻ khi và chỉ khi trong hai số i,j có đúng một số lẻ và một số chẵn.

a) Biến cố $A = \{(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5);(5;1);(5;3);(5;5)\}$.

Biến cố $B = \left\{\begin{matrix}(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5);(5;1);(5;3);(5;5); \\ (2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;4);(4;6);(6;2);(6;4);(6;6)\end{matrix}\right\}$.

Biến cố $AB = \{(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5);(5;1);(5;3);(5;5)\}$.

b) Biến cố $\overline{A} = \Omega \setminus A$.

Biến cố $\overline{A}B = \{(2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;4);(4;6);(6;2);(6;4);(6;6)\}$.

c) Biến cố $\overline{B} = \Omega \setminus B$.

Biến cố $A\overline{B} = \varnothing$.

d) Biến cố $\overline{\overline{A}\overline{B}} = \left\{\begin{matrix}(1;2);(1;4);(1;6);(2;1);(2;3);(2;5);(3;2);(3;4);(3;6); \\ (4;1);(4;3);(4;5);(5;2);(5;4);(5;6);(6;1);(6;3);(6;5)\end{matrix}\right\}$.

e) Vì $A \cap B \neq \varnothing$ nên A và B là hai biến cố không xung khắc.

Vì $A \cap \overline{B} = \varnothing$ nên A và $\overline{B}$ là hai biến cố xung khắc.

Ví dụ 2. Một hộp chứa 30 quả cầu cùng kích thước được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên quả cầu được chọn là một số lẻ", B là biến cố " Số ghi trên quả cầu được chọn là một số chia hết cho 5".

a) Hãy mô tả bằng lời biến cố $\overline{A}B$.

b) Hai biến cố $\overline{A}$ và B có độc lập không? Vì sao?

Lời giải

a) Biến cố $\overline{A}$: "Số ghi trên quả cầu được chọn là một số chẵn".

Biến cố $\overline{A}B$: " Số ghi trên quả cầu được chọn chia hết cho 10".

b) Nếu $\overline{A}$ xảy ra thì xác suất của biến cố B là $\frac{1}{5}$.

Nếu $\overline{A}$ không xảy ra thì xác suất của biến cố B là $\frac{1}{5}$.

Vậy $\overline{A}$ và B là hai biến cố độc lập với nhau.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 8.1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15 . Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và quan sát số ghi trên thẻ. Gọi A là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7 "; B là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Mỗi biến cố $A \cup B$ và AB là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}$

b) A : số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7. $A=\{1,2,3,4,5,6\}$

B : số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố. $B=\{2,3,5,7,11,13\}$

$A\cup B$: số ghi trên tấm thè có thể là số nhỏ hơn 7 hoặc là số nguyên tố (có thể không nhỏ hơn 7).

$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,11,13\}$

AB : số ghi trên tấm thè vừa là số nhỏ hơn 7 vừa là số nguyên tố. $AB=\{2,3,5\}$

Bài 8.2. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

F : "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn";

F : "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc khác tính chẵn lẻ";

K : "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn".

Chứng minh rằng K là biến cố hợp của E và F .

Lời giải

Để tích của hai số chẵn là số chẵn, thì cả hai số đều phải chẵn. Vì vậy, khi biến cố K xảy ra, biến cố E cũng phải xảy ra. Đồng thời, khi tích của hai số không phải là số chẵn (tức là một số lẻ nhân một số chẵn), thì ít nhất một trong hai số phải là số lẻ. Do đó, khi biến cố K không xảy ra (tức là tích của hai số là số lẻ), biến cố F cũng không xảy ra.

Vậy nếu biến cố K xảy ra, thì biến cố E và biến cố F cũng phải xảy ra. Do đó, ta có thể kết luận rằng biến cố K là biến cố hợp của biến cố E và biến cố F .

Bài 8.3. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Xét hai biến cố sau:

P : "Học sinh đó bị cận thị";

Q : "Học sinh đó học giỏi môn Toán".

Nêu nội dung của các biến cố $P\cup Q; PQ$ và $\overline{P}\overline{Q}$.

Lời giải

Biến cố $P\cup Q$ xảy ra khi học sinh đó bị cận thị hoặc học giỏi môn Toán hoặc cả hai đều xảy ra. Biến cố PQ xảy ra khi học sinh đó vừa bị cận thị vừa học giỏi môn Toán.

Biến cố $\overline{P}\overline{Q}$ xảy ra khi học sinh đó không bị cận thị và không học giỏi môn Toán cùng lúc.

Bài 8.4. Có hai chuồng nuôi thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra một con thỏ. Xét hai biến cố sau:

A : "Bắt được con thỏ trắng từ chuồng I ";

B : "Bắt được con thỏ đen từ chuồng II ".

Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.

Lời giải

Xác suất để bắt được con thỏ trắng từ chuồng I là: $P(A)=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$.

Xác suất để bắt được con thỏ đen từ chuồng II là: $P(B)=\frac{7}{10}$.

Xác suất bắt được cả một con thỏ trắng từ chuồng I và một con thỏ đen từ chuồng II . Do các sự kiện này là độc lập nhau, nên ta có: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{10}=\frac{7}{15}$

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Do đó, hai biến cố A và B độc lập.

Bài 8.5. Có hai chuồng nuôi gà. Chuồng I có 9 con gà mái và 3 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái và 6 con gà trống. Bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng I để đem bán rồi dồn các con gà còn lại của chuồng I vào chuồng II. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng II. Xét hai biến cố sau:

E: "Bắt được con gà trống từ chuồng I ";

F: "Bắt được con gà mái từ chuồng II ".

Chứng tỏ rằng hai biến cố E và F không độc lập.

Lời giải

Xác suất bắt được con gà trống từ chuồng $I: P(E)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

Xác suất bắt được con gà mái từ chuồng II sau khi dồn con gà từ chuồng I vào: $P(F)=\frac{3}{11}$

Vì số lượng gà mái và gà trống trong chuồng I đã thay đổi sau khi bán một con gà, nên xác suất bắt được con gà từ chuồng II sẽ phụ thuộc vào giới tính của con gà đã bán từ chuồng I. Nếu con gà bán là con gà mái, thì số lượng gà mái trong chuồng I sẽ giảm xuống còn 8 con, do đó xác suất để bắt được con gà mái từ chuồng II sẽ giảm đi. Ngược lại, nếu con gà bán là con gà trống, thì xác suất để bắt được con gà mái từ chuồng II sẽ không bị ảnh hưởng.

Do đó, hai biến cố $E \text{ và } F$ không độc lập.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hai biến cố A và B. Biến cố " A hoặc B xảy ra" được gọi là

A. Biến cố giao của A và B. **B.** Biến cố đối của A.

C. Biến cố hợp của A và B. **D.** Biến cố đối của B.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa, biến cố " A hoặc B xảy ra" được gọi là biến cố hợp của A và B.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B. Biến cố " Cả A và B đều xảy ra" được gọi là

A. Biến cố giao của A và B. **B.** Biến cố đối của A.

C. Biến cố hợp của A và B. **D.** Biến cố đối của B.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa, biến cố "Cả A và B đều xảy ra" được gọi là biến cố giao của A và B.

Câu 3: Cho hai biến cố A và B. Nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia thì hai biến cố A và B được gọi là

A. Xung khắc với nhau. **B.** Biến cố đối của nhau.

C. Độc lập với nhau. **D.** Không giao với nhau.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa, nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia thì hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau.

Câu 4: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hai biến cố A và $\overline{B}$ không độc lập. **B.** Hai biến cố $\overline{A}$ và $\overline{B}$ không độc lập.

C. Hai biến cố $\overline{A}$ và B độc lập. **D.** Hai biến cố A và $A\cup B$ độc lập.

Lời giải

Chọn C

Nếu A và B độc lập thì các cặp biến cố A và $\overline{B}$, $\overline{A}$ và B, $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

Câu 5: Câu lạc bộ cờ vua của một trường THPT có 20 thành viên ở ba khối, trong đó khối 10 có 3 nam và 2 nữ, khối 11 có 4 nam và 4 nữ, khối 12 có 5 nam và 2 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ để tham gia thi đấu giao hữu. Xét các biến cố sau:

A: "Thành viên được chọn là học sinh khối 11";

B: "Thành viên được chọn là học sinh nam".

Khi đó biến cố $A\cup B$ là

A. "Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và là học sinh nam".

B. "Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và không là học sinh nam".

C. "Thành viên được chọn là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam".

D. "Thành viên được chọn không là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam".

Lời giải

Chọn C

Biến cố $A\cup B$ bao gồm việc chọn thành viên là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam.

Câu 6: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xét các biến cố A:"Số được chọn chia hết cho 3"; B:"Số được chọn chia hết cho 4". Khi đó biến cố $A\cap B$ là

A. $\{3;4;12\}$. **B.** $\{3;4;6;8;9;12;15;16;18;20\}$.

C. $\{12\}$. **D.** $\{3;6;9;12;15;18\}$.

Lời giải

Chọn C

Các phần tử của biến cố $A\cup B$ là số tự nhiên từ 1 đến 20 thỏa mãn vừa chia hết cho 3, vừa chia hết cho 4, tức là số đó chia hết cho 12.

Câu 7: Một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

P: "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2".

Q: "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4".

Khi đó biến cố $P\cap Q$ là

A. "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 8".

B. "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2".

C. "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 6".

D. "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4".

Lời giải

Chọn D

Biến cố $P\cap Q$: "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho cả 2 và 4", tức là chia hết cho 4.

Câu 8: Hai xạ thủ tham gia thi đấu bắn súng, mỗi người bắn vào bia của mình một viên đạn một cách độc lập với nhau. Gọi A và B lần lượt là các biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia"; "Người thứ hai bắn trúng bia". Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai biến cố A và B bằng nhau.

B. Hai biến cố A và B đối nhau.

C. Hai biến cố A và B độc lập với nhau.

D. Hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

Lời giải

Chọn C

Do hai xạ thủ thi đấu một cách độc lập nên việc xảy ra biến cố A không ảnh hưởng đến việc xác suất xảy ra biến cố B và ngược lại, do đó hai biến cố A và B độc lập với nhau.

Câu 9: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố sau:

P: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo là số chẵn";

Q: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo là số lẻ";

R: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo khác tính chẵn lẻ".

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Hai biến cố P và Q độc lập với nhau.

B. Hai biến cố P và R không độc lập với nhau.

C. Hai biến cố Q và R không độc lập với nhau.

D. R là biến cố hợp của P và Q.

Lời giải

Chọn D

Biến cố hợp của hai biến cố P và Q là "Số chấm ở cả hai lần gieo có cùng tính chẵn lẻ", do đó mệnh đề ở đáp án **D** là sai.

Câu 10: Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Hộp thứ hai có 5 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Xét các biến cố sau:

A: "Viên bi được lấy ở hộp thứ nhất có màu đỏ, ở hộp thứ hai có màu xanh";

B: "Viên bi được lấy ở hộp thứ nhất có màu xanh, ở hộp thứ hai có màu đỏ".

Khi đó hai biến cố A và B là

A. Hai biến cố độc lập với nhau.

B. Hai biến cố bằng nhau.

C. Hai biến cố đối của nhau.

D. Hai biến cố xung khắc.

Lời giải

Chọn A

Việc xảy ra biến cố A không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố B nên hai biến cố này độc lập với nhau.

BÀI 29: CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ XUNG KHẮC

a) Biến cố xung khắc

HĐ1: Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:

A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chia hết cho 3";

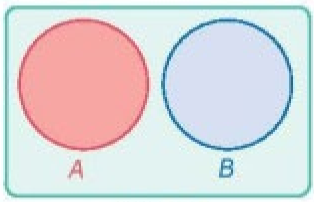
B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chia hết cho 4".

Hai biến cố A và B có đồng thời xảy ra hay không? Vì sao?

Lời giải

Do các số chia hết cho 3 và chia hết cho 4 không có số nào chung, vì vậy hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra. Nếu một số có chia hết cho cả 3 và 4 thì nó phải là số chia hết cho bội số của 3 và 4, tức là số chia hết cho 12. Tuy nhiên, không có số nào chia hết cho cả 3 và 4 trên con xúc xắc đồng chất. Do đó, ta có thể kết luận rằng hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra.

Biến cố A và biến cố B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.
Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \varnothing$.



Hình 8.3

Ví dụ 1. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 7 ";

B: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 4";

C: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố".

Trong các cặp biến cố A và $B; A$ và $C; B$ và C, cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?

Lời giải

Cặp biến cố A và B là xung khắc vì A và B không đồng thời xảy ra.

Cặp biến cố A và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 thì cả A và C xảy ra.

Cặp biến cố B và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 3 thì cả B và C xảy ra.

Luyện tập 1. Một tổ học sinh có 8 bạn, trong đó có 6 bạn thích môn Bóng đá, 4 bạn thích môn Cầu lông và 2 bạn thích cả hai môn Bóng đá và Cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

E : "Học sinh được chọn thích môn Bóng đá";

F : "Học sinh được chọn thích môn Cầu lông".

Hai biến cố E và F có xung khắc không?

Lời giải

$$P(E)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4},\ \mathrm{P}(F)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(E\cap F)=P(E).P(F)=\frac{6}{8}.\frac{4}{8}=\frac{3}{8}=0,375$$

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Trong trường hợp này, xác suất của biến cố E và F là khác không, nên hai biến cố E và F được gọi là có xung khắc (hay không độc lập) với nhau.

b) Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

HĐ2. Trở lại tình huống trong HĐ1. Hãy tính $P(A), P(B)$ và $P(A \cup B)$.

Lời giải

$$P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3},\ P(B)=\frac{1}{6}, P(A\cup B)=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$

Với hai biến cố xung khắc, ta có công thức tính xác suất của biến cố hợp như sau:

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

Ví dụ 2. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9 . Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A: "Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn";

B: "Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn";

C: "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn".

a) Chứng minh rằng $C = A\cup B$.

b) Tính $P(C)$.

Lời giải

a) Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi trong hai tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ ghi số chẵn. Nếu cả hai tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố A xảy ra. Nếu chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố B xảy ra. Vậy C là biến cố hợp của A và B.

b) Hai biến cố A và B là xung khắc. Do đó $P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

Ta cần tính $P(A)$ và $P(B)$.

Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{1;2;\ldots;9\}$.

Do đó $n(\Omega)=\mathrm{C}_9^2=36$.

- Tính $P(A)$: Biến cố A là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{2;4;6;8\}$. Do đó $n(A)=\mathrm{C}_4^2=6$. Suy ra $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6}{36}$.

- Tính $P(B)$: Mỗi phần tử của B được hình thành từ hai công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn một số chẵn từ tập $\{2;4;6;8\}$. Có 4 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn một số lẻ từ tập $\{1;3;5;7;9\}$. Có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, tập B có $4\cdot 5=20$ (phần tử).

Do đó $n(B)=20$. Suy ra $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{20}{36}$.

Vậy $P(C)=P(A)+P(B)=\dfrac{6}{36}+\dfrac{20}{36}=\dfrac{26}{36}=\dfrac{13}{18}$.

Luyện tập 2. Một hộp đựng 5 quả cầu màu xanh và 3 quả cầu màu đỏ, có củng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên hai quả cầu trong hộp. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu có cùng màu.

Lời giải

Số cách chọn 2 quả cầu từ hộp mà không xếp theo thứ tự là: $C\left(5,2\right)=\dfrac{8!}{2!3!}=28$

Số cách chọn 2 quả cầu có cùng màu là số cách chọn 2 quả cầu trong số 5 quả cầu màu xanh và số cách chọn 2 quả cầu trong số 3 quả cầu màu đỏ, rồi cộng lại: $C\left(5,2\right)+C\left(3,2\right)=\dfrac{5!}{2!3!}+\dfrac{3!}{2!1!}=10+3=13$

Vậy xác suất để chọn được hai quả cầu có cùng màu là: $P=\dfrac{C(5,2)+C(3,2)}{C(8,2)}=\dfrac{13}{28}$

2. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

HĐ3. Ở một trường trung học phổ thông X, có 19% học sinh học khá môn Ngữ văn, 32% học sinh học khá môn Toán, 7% học sinh học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X. Xét hai biến cố sau:

A:"Học sinh đó học khá môn Ngữ văn";

B: "Học sinh đó học khá môn Toán".

a) Hoàn thành các mệnh đề sau bằng cách tìm cụm từ thích hợp thay cho dấu "?".

$P\left(A\right)$ là tỉ lệ ...(?)..

$P\left(AB\right)$ là ...(?)...

$P\left(B\right)$ là ...(?)...

$P\left(A\cup B\right)$ là ...$(?)\ldots$

b) Tại sao để tính $P\left(A\cup B\right)$ ta không áp dụng được công thức $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)$?

Lời giải

a) $P(A)$ là tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn trong tổng số học sinh của trường X, vậy $P(A)=0,19$.

$P(B)$ là tỉ lệ học sinh học khá môn Toán trong tổng số học sinh của trường X, vậy $P(B)=0,32$.

$P(AB)$ là tỉ lệ học sinh học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán trong tổng số học sinh của trường X, vậy $P(AB)=0,07$.

$P(A\cup B)$ là tỉ lệ học sinh học khá ít nhất một trong hai môn Ngữ văn và Toán trong tổng số học sinh của trường X. Để tính được $P(A\cup B)$ ta có thể áp dụng công thức sau:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,19+0,32-0,07=0,44$

b) Ta không thể áp dụng công thức $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ vì hai biến cố $A\,và\,B$ không độc lập với nhau, tức là việc xảy ra của một biến cố ảnh hưởng đến xác suất của biến cố còn lại. Cụ thể ở đây, học sinh học khá môn Ngữ văn có thể cũng đang học khá môn Toán, do đó nếu ta tính $P(A)+P(B)$ thì sẽ đếm những học sinh này hai lần, dẫn đến sai sót trong tính toán.

Cho hai biến cố A và B. Khi đó, ta có: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right)$.

Công thức này được gọi là công thức cộng xác suất.

? Tại sao công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc là hệ quả của công thức cộng xác suất?

Ví dụ 3. Trở lại tình huống trong HĐ3. Hãy tính tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X.

Lời giải

Theo đề bài, ta có: $P\left(A\right)=19\%=0,19;P\left(B\right)=32\%=0,32$ và $P\left(AB\right)=7\%=0,07$.

Theo công thức cộng xác suất, ta có: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right)=0,19+0,32-0,07=0,44$

Do đó, xác suất để chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán là 0,44 .

Vậy tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X là 44%.

Luyện tập 3. Phỏng vấn 30 học sinh lớp $11A$ về môn thể thao yêu thích thu được kết quả có 19 bạn thích môn Bóng đá, 17 bạn thích môn Bóng bàn và 15 bạn thích cả hai môn đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 11A. Tính xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn.

Lời giải

Ta có:

$P(A)=\frac{19}{30}$ xác suất để chọn được học sinh thích môn Bóng đá.

$P(B)=\frac{17}{30}$ xác suất để chọn được học sinh thích môn Bóng .

$P(A\cap B)=\frac{15}{30}$ xác suất để chọn được học sinh thích cả hai môn.

Vậy xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn là:

$P(A\cup B)=\frac{19}{30}+\frac{17}{30}-\frac{15}{30}=\frac{7}{10}$

Vận dụng. Giải quyết bài toán trong tình huống mở đầu.

Gợi ý. Chọn ngẫu nhiên một người dân trên 50 tuổi của tỉnh X. Gọi A là biến cố "Người đó mắc bệnh tim"; B là biến cố "Người đó mắc bệnh huyết áp"; E là biến cố "Người đó không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp". Khi đó $\overline{E}$ là biến cố "Người đó mắc bệnh tim hoặc mắc bệnh huyết áp". Ta có $\overline{E}=A\cup B$. Áp dụng công thức cộng xác suất và công thức xác suất của biến cố đối để tính $P(E)$.

Lời giải

$P(A)=0,082$ là xác suất một người trên 50 tuổi của tỉnh X mắc bệnh tim.

$P(B)=0,125$ là xác suất một người trên 50 tuổi của tỉnh X mắc bệnh huyết áp.

$P(A\cap B)=0,057$ là xác suất một người trên 50 tuổi của tỉnh X mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp.

Áp dụng công thức cộng xác suất, ta có:

$P(\overline{E})=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,082+0,125-0,057=0,15$

Vậy tỉ lệ dân cư trên 50 tuổi của tỉnh X không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp là 15%.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Quy tắc cộng cho 2 biến cô xung khắc

1. Phương pháp

Cho hai biến cố xung khắc A và B. Khi đó: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Một lớp học 40 học sinh gồm có 15 học sinh nam giỏi toán và 8 học sinh nữ giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.Hãy tính xác suất để chọn được một nam sinh giỏi toán hay một nữ sinh giỏi lý

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn một nam sinh giỏi toán và B là biến cố chọn một nữ sinh giỏi lý thì $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}$ là biến cố chọn một nam sinh giỏi toán hay một nữ sinh giỏi lý.

Ta có $P(A)=\frac{15}{40}=\frac{3}{8}$ và $P(B)=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$ A và B là hai biến cố xung khắc nên

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{8}+\frac{1}{5}=\frac{23}{40}$

Ví dụ 2: Chọn ngẫu nhiên 8 lá bài trong cổ bài 32 lá. Tính xác suất để được ít nhất 3 lá già.

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được 3 lá già và B là biến cố chọn được 4 lá già thì $A\cup B$ là biến cố chọn được ít nhất 3 lá già

Ta có : $P(A)=\frac{C_4^3\cdot C_{28}^5}{C_{32}^8}$ và $P(B)=\frac{C_4^4\cdot C_{28}^4}{C_{32}^8}$

A và B là hai biến cố xung khắc .

Vậy $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{C_4^3\cdot C_{28}^5+C_4^4\cdot C_{28}^4}{C_{32}^8}=0,04$

Ví dụ 3: Một tổ công nhân có 5 nam và 6 nữ. Cần chọn ngẫu nhiên hai công nhân đi thực hiện một nhiệm vụ mới. Tính xác suất của biến cố "Cả hai công nhân được chọn cùng giới tính".

Lời giải

Số kết quả chọn được hai công nhân bất kì là $C_{11}^2=55$

Gọi A là biến cố "Hai công nhân được chọn là nam", số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2=10$.

Gọi B là biến cố "Hai công nhân được chọn là nữ", số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_6^2=15$.

Do đó $A\cup B$ là biến cố "Cả hai công nhân được chọn có cùng giới tính". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)=\frac{10}{55}+\frac{15}{55}=\frac{5}{11}$.

Ví dụ 4: Trên kệ sách đang có 4 cuốn sách Toán và 5 cuống sách Văn. Lần lượt lấy xuống ngẫu nhiên ba cuốn sách, tính xác suất của biến cố "Ba cuốn sách được chọn cùng loại".

Lời giải

Số kết quả chọn được hai cuốn sách bất kì là $C_9^3=84$

Gọi A là biến cố "Ba cuốn sách được chọn là sách Toán", số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_4^3=4$

.

Gọi B là biến cố "Ba cuốn sách được chọn là sách Văn", số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_5^3=10$

.

Do đó $A\cup B$ là biến cố "Cả ba cuốn sách được chọn cùng loại". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên:

$P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)=\frac{4}{84}+\frac{10}{84}=\frac{1}{6}$.

Dạng 2: Quy tắc cộng cho 2 biến cố bất kì

1. Phương pháp

Cho hai biến cố A và B bất kì. Khi đó: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A.B\right)$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1 : Gieo một con xúc sắc .Gọi A là biến cố được số chẵn và B là biến cố được một bội số của 2. Kiểm lại rằng : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

Lời giải

Ta có $A = \{2,4,6\}, B = \{3,6\}$ .Do đó $A \cup B = \{2,3,4,6\}$ và $AB = \{6\}$

Vậy $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ và $P(AB) = \frac{1}{6}$

Suy ra : $P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{2}{3} = P(A \cup B)$

Ví dụ 2: Một lớp học gồm 40 học sinh trong đó có : 15 học sinh giỏi toán , 10 học sinh giỏi Lý và 5 học sinh giỏi Toán lẫn Lý.Chọn ngẫu nhiên một học sinh.Hãy tính xác suất để học sinh đó giỏi toán hay giỏi lý

Lời giải

A là biến cố học sinh giỏi toán

B là biến cố học sinh giỏi lý

Ta có : AB là biến cố học sinh giỏi toán và lý

$A \cup B$ là biến cố học sinh giỏi toán hay lý

Ta có : $P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}; P(AB) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$

Vậy $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Ví dụ 3: Trong một thùng phiếu bốc thăm trúng thưởng có 30 lá phiếu được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Người ta rút ra từ thùng phiếu một lá thăm bất kì. Tính xác suất của biến cố "Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4 hoặc 5"

Lời giải

Gọi A là biến cố "Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4".

Từ 1 đến 30 có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố A, nên $P(A) = \frac{7}{30}$.

Gọi B là biến cố "Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 5".

Từ 1 đến 30 có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố B, nên $P(B) = \frac{6}{30}$.

Một số chia hết cho cả 4 và 5 thì nó chia hết cho 20, từ 1 đến 30 có 1 kết quả, nên $P(A.B) = \frac{1}{30}$.

Vậy $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = \frac{7}{30} + \frac{6}{30} + \frac{1}{30} = \frac{7}{15}$.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 8.6. Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp). Tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh.

Lời giải

Ta có số cách chọn một viên bi trong hộp là 8+6=14.

P (Sơn lấy được bi màu xanh) $= \frac{8}{14}$

$P($ Sơn lấy được bi màu đỏ $) = \frac{6}{14}$

P (Tùng lấy được bi màu xanh, Sơn lấy được bi màu xanh) $=\frac{7}{13}$

P (Tùng lấy được bi màu xanh, Sơn lấy được bi màu đỏ) $=\frac{8}{13}$

Xác suất để bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh là $\mathrm{P}=\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}+\frac{6}{14}\cdot\frac{8}{13}=\frac{28}{91}$

Bài 8.7. Lớp 11A của một trường có 40 học sinh, trong đó có 14 bạn thích nhạc cổ điển, 13 bạn thích nhạc trẻ và 5 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính xác suất để:

a) Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ;

b) Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.

Lời giải

a) $P(A)=\frac{14}{30}$ xác suất bạn đó thích nhạc cổ điển.

$P(B)=\frac{13}{40}$ xác suất bạn đó thích nhạc trẻ.

$P(A\cap B)=\frac{5}{40}$ xác suất bạn đó thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.

Xác suất để bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ là: $P(A\cup B)=\frac{14}{30}+\frac{13}{40}-\frac{5}{40}=\frac{22}{40}=\frac{11}{20}$

b) Xác suất bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ là:

$P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{11}{20}=\frac{9}{20}$

Bài 8.8. Một khu phố có 50 hộ gia đinh nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để:

a) Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;

b) Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.

Lời giải

a) Số hộ nuôi chó hoặc nuôi mèo là $18+16-7=27$.

Vậy xác suất để hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo là $P=\frac{27}{50}$

b) Số hộ không nuôi cả chó và mèo $50-7=43$.

Vậy xác suất để hộ đó không nuôi cả chó và mèo là $P=\frac{43}{50}$

Bài 8.9. Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B. Thống kê cho thấy có 50% người mua sách $A; 70\%$ người mua sách $B; 30\%$ người mua cả sách A và sách B. Chọn ngẫu nhiên một người mua. Tính xác suất để:

a) Người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B;

b) Người mua đó không mua cả sách A và sách B.

Lời giải

a) Số người mua sách A hoặc sách B là $50\%+70\%$ - 30% = 90%.

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Vậy, xác suất để người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B là 90%.

b) Số người mua không mua cả sách A và sách B là $100\% - 30\% = 70\%$.

Vậy, xác suất để người mua đó không mua cả sách A và sách B là 70%.

Bài 8.10. Tại các trường trung học phổ thông của một tỉnh, thống kê cho thấy có 63% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa A, 56% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa B và $28,5\%$ giáo viên môn Toán tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B. Tính tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B.

Lời giải

Tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B là $100\% - 28.5\% = 71.5\%$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ **B.** $P(A\cup B)=P(A).P(B)$

C. $P(A\cup B)=P(A)-P(B)$ **D.** $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A\cap B=\varnothing$. Từ đó suy ra $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{4}, P(A\cup B)=\frac{1}{2}$. Ta kết luận hai biến cố A và B là:

A. Độc lập. **B.** Không xung khắc. **C.** Xung khắc. **D.** Không rõ.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ nên $P(A\cap B)=\frac{1}{12}\neq 0$

Suy ra hai biến cố A và B là hai biến cố không xung khắc.

Câu 3: Cho A,B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A)=\frac{1}{5}$, $P(A\cup B)=\frac{1}{3}$. Tính $P(B)$.

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn C

A,B là hai biến cố xung khắc

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)\Rightarrow P(B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$$

Câu 4: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{1}{3}, \mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{4}$. Tính $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$

A. $\frac{7}{12}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{7}$ **D.** $\frac{1}{2}$

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Lời giải

Chọn A

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\right)=\mathrm{P}\left(\mathrm{A}\right)+\mathrm{P}\left(\mathrm{B}\right)=\frac{7}{12}$$

Câu 5: Cho A,B là hai biến cố. Biết P = $\frac{1}{2}$, P = $\frac{3}{4}$. P = $\frac{1}{4}$. Biến cố $A\cup B$ là biến cố

A. Có xác suất bằng $\frac{1}{4}$. **B.** Chắc chắn.

C. Không xảy ra. **D.** Có xác suất bằng $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

A,B là hai biến cố bất kỳ ta luôn có: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=1$

Vậy $A\cup B$ là biến cố chắc chắn.

Câu 1: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu.

A. $P(\overline{X})=\frac{13}{18}$. **B.** $P(\overline{X})=\frac{5}{18}$. **C.** $P(\overline{X})=\frac{3}{18}$. **D.** $P(\overline{X})=\frac{11}{18}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi xanh"; B là biến cố "Chọn được 2 viên bi đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có $X=A\cup B\cup C$ và các biến cố A,B,C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có: $P(X)=P(A)+P(B)+P(C)$.

Mà: $P(A)=\frac{C_4^2}{C_9^2}=\frac{1}{6};P(B)=\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{1}{12};P(C)=\frac{C_2^2}{C_9^2}=\frac{1}{36}$

Vậy $P(X)=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{36}=\frac{5}{18}$.

Biến cố "Chọn được 2 viên bi khác màu" chính là biến cố $\overline{X}$.

Vậy $P(\overline{X})=1-P(X)=\frac{13}{18}$.

Câu 6: Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên hai bi, tính xác suất biến cố A: "hai viên bi cùng màu".

A. $P\left(A\right)=\frac{4}{195}$. **B.** $P\left(A\right)=\frac{6}{195}$. **C.** $P\left(A\right)=\frac{4}{15}$. **D.** $P\left(A\right)=\frac{64}{195}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left|\Omega\right|=C_{40}^2$

Gọi các biến cố: D: "lấy được 2 bi viên đỏ" ta có: $|\Omega_D| = C_{20}^2 = 190$;

X: "lấy được 2 bi viên xanh" ta có: $|\Omega_X| = C_{10}^2 = 45$;

V: "lấy được 2 bi viên vàng" ta có: $|\Omega_V| = C_6^2 = 15$;

T: " lấy được 2 bi màu trắng" ta có: $|\Omega_T| = C_4^2 = 6$.

Ta có $\mathrm{D}, \mathrm{X}, \mathrm{V}, \mathrm{T}$ là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(\mathrm{D}) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

Câu 7: Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố A: "2 viên bi cùng màu".

A. $P(C) = \frac{1}{9}$. **B.** $P(C) = \frac{2}{9}$. **C.** $P(C) = \frac{4}{9}$. **D.** $P(C) = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n(\Omega) = C_{10}^2$

Gọi các biến cố: D: "lấy được 2 viên đỏ"; X: "lấy được 2 viên xanh";

V: "lấy được 2 viên vàng"

Ta có D, X, V là các biến cố đôi một xung khắc và $C = D \cup X \cup V$

$$P(C) = P(\mathrm{D}) + P(X) + P(V) = \frac{2}{5} + \frac{C_3^2}{45} + \frac{1}{15} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

Câu 8: Một lớp có 60 sinh viên trong đó 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên. Tính xác suất của các biến cố sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn C

Gọi A: "Sinh viên được chọn học tiếng Anh";

B: "Sinh viên được chọn chỉ học tiếng Pháp";

D: "Sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp ".

Ta có:

Rõ ràng $P(A) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ và $P(A \cap B) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$.

Từ đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

và $P(D) = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

Câu 9: Cho tập $X = \{1,2,3,4,5\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập X. Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

A. $\frac{12}{25}$. **B.** $\frac{12}{23}$. **C.** $\frac{21}{25}$. **D.** $\frac{21}{23}$.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập X là: $5.4.3 = 60$.

Trong đó số các số không có mặt chữ số 5 là $4.3.2 = 24$ và số các số có mặt chữ số 5 là $60 - 24 = 36$.

Gọi *A* là biến cố hai số được viết lên bảng đều có mặt chữ số 5; B là biến cố hai số được viết lên bảng đều không có mặt chữ số 5.

Rõ ràng *A* và *B* xung khắc. Do đó áp dụng quy tắc cộng xác suất ta có:

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_{36}^1.C_{36}^1}{C_{60}^1.C_{60}^1} + \frac{C_{24}^1.C_{24}^1}{C_{60}^1.C_{60}^1} = \frac{13}{25}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P = 1 - P(A\cup B) = 1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25}$.

Câu 10: Gieo hai hột súc sắc màu xanh và trắng. Gọi x là số nút hiện ra trên hột xanh và y là số nút hiện ra trên hột trắng. Gọi A là biến cố $(x < y)$ và B là biến cố $5 < x + y < 8$. Khi đó $P(A\cup B)$ có giá trị là:

A. $\frac{11}{8}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{7}{12}$

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu co 36 phần tử.

Số phần tử của biến cố A là $\frac{36-6}{2} = 15$

Biến cố $B = \{(1;6);(6,1);(1;5);(5,1),(2;4);(4,2);(2,5);(5,2);(3,3);(3,4);(4,3)\}$

Biến cố giao A và B gồm các phần tử $\{(1;6);(1;5);(2;4);(2,5);(3,4)\}$

Vậy $P = (A\cup B) = \frac{15+11-5}{36} = \frac{7}{12}$

Câu 11: Gieo hai con súc sắc xanh, đỏ. Gọi **x, y** là số nút xuất hiện ra hột xanh và đỏ. Gọi **A, B** là hai biến cố sau đây. $A = \{(x;y)/x \vdots y\}, B = \{(x;y)/3 \le x + y \le 8\}$. Tìm $P(A\cup B)$

A. $\frac{19}{24}$ **B.** $\frac{59}{72}$ **C.** $\frac{29}{36}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn B

$$P(A) = \frac{14}{36}, P(B) = \frac{25}{36}, P(A\cap B) = \frac{10}{36} \Rightarrow P(A\cup B) = \frac{29}{36}$$

Câu 12: Trong một lớp 10 có 50 học sinh. Khi đăng ký cho học phụ đạo thì có 38 học sinh đăng ký học Toán, 30 học sinh đăng ký học Lý, 25 học sinh đăng ký học cả Toán và Lý. Nếu chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp đó thì xác suất để em này không đăng ký học phụ đạo môn nào cả là bao nhiêu

A. 0,07 **B.** 0,14 **C.** 0,43 **D.** Kết quả khác

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố “học sinh đăng ký Toán”

Gọi B là biến cố “học sinh đăng ký Lý”

$A\cap B$ “học sinh đăng ký Toán, Lý”

$A\cup B$ là biến cố “học sinh có đăng ký học phụ đạo”

$$P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=\frac{38}{50}+\frac{30}{50}-\frac{25}{50}=\frac{43}{50}$$

$\overline{A\cup B}$ là biến cố “học sinh không đăng ký môn nào cả”

$$P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-Q\left(A\cup B\right)=\frac{8}{50}=0,14$$

BÀI 30: CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

HĐ1. Có hai hộp đựng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hộp I có 6 quả màu trắng và 4 quả màu đen. Hộp II có 1 quả màu trắng và 7 quả màu đen. Bạn Long lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I, bạn Hải lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xét các biến cố sau:

A: "Bạn Long lấy được quả bóng màu trắng";

B: "Bạn Hải lấy được quả bóng màu đen".

a) Tính $P(A), P(B)$ và $P(AB)$.

b) So sánh $P(AB)$ và $P(A).P(B)$.

Lời giải

a) Ta có:

$P(A)$: Xác suất để bạn Long lấy được quả bóng màu trắng từ hộp I là $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

$P(B)$: Xác suất để bạn Hải lấy được quả bóng màu đen từ hộp II là $\frac{7}{8}$.

$P(AB)$: Xác suất để cả hai bạn đều lấy được quả bóng như mô tả là xác suất để bạn Long lấy được quả bóng màu trắng và bạn Hải lấy được quả bóng màu đen là: $\frac{6}{10}.\frac{7}{8}=\frac{21}{40}$

b) $P(A).P(B)=\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}=\frac{21}{40}$.

Vậy ta thấy $P(AB)=P(A).P(B)$.

Do đó, việc lấy hai quả bóng từ hai hộp là độc lập.

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$.

Công thức này gọi là công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

? Hai biến cố A và B trong HĐ1 độc lập hay không độc lập? Tại sao?

Chú ý. Với hai biến cố A và B, nếu $P(AB)\neq P(A)P(B)$ thì A và B không độc lập.

Ví dụ 2. Trở lại tình huống mở đầu. Gọi A là biến cố "Vận động viên An đạt huy chương"; B là biến cố "Vận động viên Bình đạt huy chương".

a) Giải thích tại sao hai biến cố A và B là độc lập.

b) Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.

c) Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
- Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
- Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.4

Lời giải

a) Vì hai vận động viên An và Bình thi đấu hai môn thể thao khác nhau nên hai biến cố A và B là độc lập.

b) Vì A và B là hai biến cố độc lập nên áp dụng công thức nhân xác suất, ta có:

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

$$P(AB)=P(A)P(B)=0,8\cdot 0,9=0,72.$$

c) Ta dùng sơ đồ hình cây để mô tả như sau: Theo sơ đồ hình cây, ta có:

$$P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=0,2\cdot 0,1=0,02;P\left(A\overline{B}\right)=0,8\cdot 0,1=0,08;P\left(\overline{A}B\right)=0,2\cdot 0,9=0,18$$

Luyện tập 1. Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống A và B. Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88 . Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B là độc lập với nhau. Dựng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

a) Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;

b) Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;

c) Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

Lời giải

a) Xác suất để hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm là:

$P\left(A\cap\overline{B}\right)=P(A).P\left(\overline{B}\right)=0,92.0,12=0,1104$

b) Xác suất để hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm là :

$P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(\overline{A}\right).P(B)=0,08.0,88=0,0704$

c) Xác suất để ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm là bù của xác suất để cả hai loại hạt giống đều không nảy mầm, tức là $1-P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=1-P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)=1-0,88-0,12=0,9904$

2. VẬN DỤNG

Ví dụ 2. Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có 0,37% người tử vong; 29% người không thắt dây an toàn và $0,28\%$ người không thắt dây an toàn và tử vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên một người đã bị tai nạn ô tô.

Gọi A là biến cố "Người đó đã tử vong"; B là biến cố "Người đó đã không thắt dây an toàn".

Chú ý trong Mục 1 được sử dụng để phát hiện mối liên quan giữa hai biến cố.

Khi đó, AB là biến cố "Người đó không thắt dây an toàn và đã tử vong".

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1 236 người

Kông nghiện thuốc lá	575 người	2 437 người

Ta có $P(A)=0,37\%=0,0037; P(B)=29\%=0,29$; suy ra $P(A)P(B)=0,0037\cdot 0,29=0,001073$.

Mặt khác $P(AB)=0,28\%=0,0028$.

Vì $P(AB)\neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Vậy việc không thắt dây an toàn khi lái xe có liên quan tới nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn.

Luyện tập 2. Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Lời giải

Tỷ lệ mắc bệnh ở nhóm nghiện thuốc lá là: $\dfrac{752}{752+1236}\approx 0,378$

Tỷ lệ mắc bệnh ở nhóm không nghiện thuốc lá là: $\dfrac{575}{2437+575}\approx 0,191$

Vậy, tỷ lệ tương đối là: $\dfrac{0,378}{0,191}\approx 1,98$

Kết quả này cho thấy tỷ lệ mắc bệnh viêm phổi của nhóm người nghiện thuốc lá gần gấp đôi so với nhóm không nghiện thuốc lá. Tức là, người có thói quen hút thuốc lá có xu hướng cao hơn để mắc bệnh viêm phổi hơn so với người không có thói quen này.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp

+ Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB)=P(A).P(B)$.
+ Nếu $P(AB)\neq P(A).P(B)$ thì A và B là hai biến cố không độc lập.

Ví dụ 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(A)=0,6$ và $P(B)=0,2$. Hãy tính xác suất các biến cố $AB, \overline{A}B, A\overline{B}$ và $\overline{A}\overline{B}$.

b) Biết $P(A)=0,3$ và $P(AB)=0,12$. Hãy tính xác suất các biến cố $B, \overline{A}B$ và $\overline{A}\overline{B}$.

Lời giải

Vì hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập nên $\overline{A}$ và B; A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

a) • $P(\overline{A})=1-P(A)=0,4; P(\overline{B})=1-P(B)=0,8.$

• $P(AB)=P(A)P(B)=0,6.0,2=0,12$.

• $P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B)=0,4.0,2=0,08.$

$\bullet P\left(A\overline{B}\right)=P\left(A\right)P\left(\overline{B}\right)=0,6.0,8=0,48.$

$\bullet P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)P\left(\overline{B}\right)=0,4.0,8=0,32.$

b) $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=0,7.$

$\bullet P\left(AB\right)=P\left(A\right)P\left(B\right)\Rightarrow P\left(B\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(A\right)}=\dfrac{0,12}{0,3}=0,4.$

$\bullet P\left(\overline{A}B\right)=P\left(\overline{A}\right)P\left(B\right)=0,7.0,4=0,28.$

$\bullet P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)P\left(\overline{B}\right)=0,7.0,6=0,42.$

Ví dụ 2. Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn không trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là $0,2$ và $0,3$. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau

a) "Cả hai lần bắn đều không trúng đích".

b) "Cả hai lần bắn đều trúng đích".

c) "Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích ".

d) "Có ít nhất một lần bắn trúng đích".

Lời giải

Gọi biến cố A_i: " Lần bắn thứ i không trúng đích" với $i=1,2$.

Biến cố $\overline{A_i}$: " Lần bắn thứ i trúng đích" với $i=1,2$.

Ta có $P\left(A_1\right)=0,2, P\left(A_2\right)=0,3; P\left(\overline{A_1}\right)=0,8, P\left(\overline{A_2}\right)=0,7.$

a) Gọi biến cố A: "Cả hai lần bắn đều không trúng đích".

Ta có $A=A_1A_2$ và A_1; A_2 là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow P\left(A\right)=P\left(A_1\right).P\left(A_2\right)=0,2.0,3=0,06.$

b) Gọi biến cố B: "Cả hai lần bắn đều trúng đích".

Ta có $B=\overline{A_1}\,\overline{A_2}$ và $\overline{A_1}$; $\overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow P\left(B\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right)=0,8.0,7=0,56.$

c) Gọi biến cố C : "Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích ".

Ta có $C=A_1\overline{A_2}$ và A_1; $\overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow P\left(C\right)=P\left(A_1\right).P\left(\overline{A_2}\right)=0,2.0,7=0,14.$

d) Gọi biến cố D: "Có ít nhất một lần bắn trúng đích ".

biến cố $\overline{D}$: "Cả hai lần bắn đều không trúng đích".

$\Rightarrow \overline{D}=A\Rightarrow P\left(\overline{D}\right)=P\left(A\right)=0,06.$

$\Rightarrow P\left(D\right)=1-P\left(\overline{D}\right)=0,94.$

Ví dụ 3. Một chiếc xe máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt tương ứng là $0,8$ và $0,6$. Bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất để

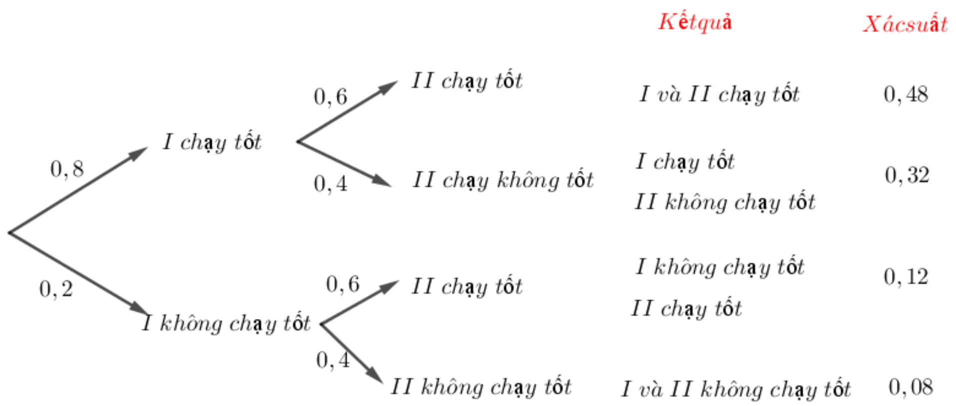
a) Cả hai động cơ đều chạy tốt.

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

b) Cả hai động cơ đều không chạy tốt.

c) Động cơ I chạy tốt, động cơ II chạy không tốt.

Lời giải



Theo sơ đồ trên, ta có

a) Xác suất cả hai động cơ đều chạy tốt là $0,48$.

b) Xác suất cả hai động cơ đều không chạy tốt là $0,08$.

c) Xác suất động cơ I chạy tốt, động cơ II chạy không tốt là $0,32$.

Ví dụ 4. Một trò chơi có xác suất thắng mỗi ván là $0,2$. Nếu một người chơi 10 ván thì xác suất để người này thắng ít nhất một ván là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người ấy thắng ít nhất một ván khi chơi 10 ván ".

$\overline{A}$ là biến cố "Người ấy chơi 10 ván mà không thắng ván nào cả".

Xác suất thua mỗi ván là $1-0,2=0,8$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\left(0,8\right)^{10}$.

$\Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\left(0,8\right)^{10}=0,8926258176$.

Ví dụ 5. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là $0,7$ nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là $0,2$ nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó trong mỗi trường hợp sau.

a) Anh Bình tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang.

b) Anh Bình tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang.

Lời giải

a) Gọi biến cố A: "Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang".

Biến cố $\overline{A}$: "Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang".

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là $0,7$.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là $1-0,7=0,3$.

$P\left(\overline{A}\right)=\left(0,3\right)^5$.

$\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-(0,3)^5=0,99757.$

b) Gọi biến cố B: " Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần , trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang ".

Biến cố $\overline{B}$: " Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 2 lần , trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang ".

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không khẩu trang là $0,2$.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang là $1-0,2=0,8$.

$P(\overline{B})=0,3.0,8=0,24.$

$\Rightarrow P(B)=1-P(\overline{B})=1-0,24=0,76.$

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 8.11. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc với $P(A)>0, P(B)>0$. Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B không độc lập.

Lời giải

Giả sử rằng hai biến cố A và B là độc lập. Điều này có nghĩa là xác suất của A xảy ra không bị ảnh hưởng bởi việc B xảy ra và ngược lại. Khi đó, xác suất của biến cố A và B xảy ra cùng lúc là tích của xác suất của A và xác suất của B, tức là: $P(A \cap B)=P(A) \cdot P(B)$

Tuy nhiên, nếu A và B là hai biến cố xung khắc, tức là không thể xảy ra cùng một lúc, thì xác suất của biến cố A và B xảy ra cùng lúc phải bằng 0 , tức là: $P(A \cap B)=0$

Ta có $P(A).P(B)=0$

Do đó, ít nhất một trong hai xác suất $P(A)$ hoặc $P(B)$ phải bằng 0 . Tuy nhiên, giả thiết ban đầu đã chỉ ra rằng cả hai xác suất này đều lớn hơn 0 , vì vậy giả định ban đầu là sai. Do đó, hai biến cố A và B không độc lập.

Bài 8.12. Một thùng đựng 60 tấm thè cùng loại được đánh số từ 1 đến 60 . Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau:

A : "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 60 " và

B : "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 48 ".

Chứng tỏ rằng A và B là hai biến cố không độc lập.

Lời giải

Tổng số các số ước của 60 là 12.

Tổng số các số ước của 48 là 8 .

Tổng số ước của cà 60 và 48 là 5.

Xác suất để một số được rút ra từ thùng là ước của 60 là $\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$

Xác suất để một số được rút ra từ thùng là ước của 48 là $\frac{5}{48}$.

Xác suất để số được rút ra là một số ước của 60 và 48 và là ước của 12 là $\frac{1}{12}$.

Xác suất để số được rút ra từ thùng là ước của 48 , biết rằng số đó cũng là ước của 12 là $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

Vì vậy, xác suất của biến cố B phụ thuộc vào việc số đó có phải là một số ước của 60 hay không.

Do đó, hai biến cố A và B không độc lập.

Bài 8.13. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để:

a) Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;

b) Hai viên bi được lấy có cung màu đỏ;

c) Hai viên bi được lấy có cùng màu;

d) Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Lời giải

a) Xác suất để lấy được hai viên bi màu xanh từ hai túi là tích của hai xác suất đó:

$P($ Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh $) = P$ (bi xanh từ túi I). P (bi xanh túi II) $= \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16}$

b) Xác suất Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ:

$P($ Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ $) = P$ (bi đổ từ túi I). $P($ bi đỏ túi $II) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{8} = \frac{21}{80}$

c) Xác suất Hai viên bi được lấy có cùng màu.

$P($ Hai viên bi được lấy có cùng màu $) = P$ (bi đỏ từ túi $1) + P($ bi đỏ túi $\text{II}) = \frac{3}{16} + \frac{21}{80} = \frac{33}{80}$

d) Xác suất Hai viên bi được lấy không cùng màu.

$P($ Hai viên bi được lấy không cùng màu $) = P$ (bi xanh từ túi $I) + P($ bi đỏ túi II). $P($ bi đỏ từ túi $\text{I}) + P$ (bi đỏ túi II) $= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{8} + \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{5}$

Bài 8.14. Có hai túi mỗi túi đựng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5 .

Lời giải

Ta có

Xác suất lấy ra quả cầu không có số 1 hoặc số 5 từ túi đầu tiên: $\frac{6}{10}$

Xác suất lấy được quả cầu không có số 1 hoặc số 5 từ túi thứ hai là: $\frac{6}{9}$

Vậy xác suất để trong hai quà cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5 là:

$$P = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$$

Bài 8.15. Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để:

a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;

b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;

c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;

d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

Lời giải

a) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu là: $P = 0,93 - 0,87 = 0,8091$

b)Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu là: $P=(1-0,93).(1-0.87)=0,0198$

c) Xác suất để chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu là:

$$P=0.93.(1-0,87)+(1-0,93)\cdot 0,87=0,1716$$

d) Xác suất để ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu là: $P=1-0,0198=0.9802$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{9}$. Tính $P(B)$

A. $\frac{7}{36}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn C

A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(A\cap B)=P(A).P(B)\Leftrightarrow \frac{1}{9}=\frac{1}{4}.P(B)\Leftrightarrow P(B)=\frac{4}{9}$.

Câu 2: Cho A và B là 2 biến cố độc lập với nhau, $\mathrm{P}(\mathrm{A})=0,4$; $\mathrm{P}(\mathrm{B})=0,3$. Khi đó $\mathrm{P}(\mathrm{A.B})$ bằng

A. 0,58 **B.** 0,7 **C.** 0,1 **D.** 0,12

Lời giải

Chọn D

Do A và B là 2 biến cố độc lập với nhau nên $\mathrm{P}(\mathrm{A.B})=\mathrm{P}(\mathrm{A}).\mathrm{P}(\mathrm{B})=0,12$

Câu 3: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

A. $0,24$. **B.** $0,36$. **C.** $0,16$. **D.** $0,48$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(A)=P(B)=0,6\Rightarrow P(\overline{A})=P(\overline{B})=0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P=P(\overline{A}).P(B)+P(A).P(\overline{B})=0,48$.

Câu 4: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số $1,\ 2,\ \ldots,\ 9$. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là:

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: "lấy được cả hai viên bi mang số chẵn. "
Gọi A là biến cố: "lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I "

=> $P(A)=\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{4}{9}$

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Gọi B là biến cố: "lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II " $P(B)=\frac{3}{10}$

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(X)=P(A.B)=P(A).P(B)=\frac{4}{9}.\frac{3}{10}=\frac{1}{15}$.

Câu 5: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $P(A)=\frac{12}{35}$. **B.** $P(A)=\frac{1}{25}$. **C.** $P(A)=\frac{4}{49}$. **D.** $P(A)=\frac{2}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. "

Gọi X là biến cố: "người thứ nhất ném trúng rổ" $\Rightarrow P(X)=\frac{1}{5}$.

Gọi Y là biến cố: "người thứ hai ném trúng rổ" $\Rightarrow P(Y)=\frac{2}{7}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(A)=P(X.Y)=P(X).P(Y)=\frac{1}{5}.\frac{2}{7}=\frac{2}{35}$.

Câu 6: Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là $0,51$. Tìm các suất sao cho 3 lần sinh có ít nhất một con trai.

A. $P(A)\approx 0,88$. **B.** $P(A)\approx 0,23$. **C.** $P(A)\approx 0,78$. **D.** $P(A)\approx 0,32$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố ba lần sinh có ít nhất 1 con trai, suy ra $\overline{A}$ là xác suất 3 lần sinh toàn con gái.

Gọi B_i là biến cố lần thứ i sinh con gái ($i=1,2,3$)

Suy ra $P(B_1)=P(B_2)=P(B_3)=0,49$

Ta có: $\overline{A}=B_1\cap B_2\cap B_3$

$\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-P(B_1)P(B_2)P(B_3)=1-(0,49)^3\approx 0,88$.

Câu 7: Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất làm bàm tương ứng là $0,8$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ làm bàn.

A. $P(X)=0,42$. **B.** $P(X)=0,94$. **C.** $P(X)=0,234$. **D.** $P(X)=0,9$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố cầu thủ thứ nhất làm bàn

B là biến cố cầu thủ thứ hai làm bàn

X là biến cố ít nhất 1 trong hai cầu thủ làm bàn

Ta có: $X=(A\cap\overline{B})\cup\left(\overline{A}\cap B\right)\cup\left(A\cap B\right)$

$\Rightarrow P\left(X\right)=P(A).P(\overline{B})+P(B).P(\overline{A})+P(A).P(B)=0,94$.

Câu 8: Một cặp vợ chồng mong muốn sinh bằng được sinh con trai. Xác suất sinh được con trai trong một lần sinh là $0,51$. Tìm xác suất sao cho cặp vợ chồng đó mong muốn sinh được con trai ở lần sinh thứ 2.

A. $P(C)=0,24$. **B.** $P(C)=0,299$. **C.** $P(C)=0,24239$. **D.** $P(C)=0,2499$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố: " Sinh con gái ở lần thứ nhất", ta có:

$$P(A)=1-0,51=0,49.$$

Gọi B là biến cố: " Sinh con trai ở lần thứ hai", ta có: $P(B)=0,51$

Gọi C là biến cố: "Sinh con gái ở lần thứ nhất và sinh con trai ở lần thứ hai"

Ta có: $C=AB$, mà A,B độc lập nên ta có:

$$P(C)=P(AB)=P(A).P(B)=0,2499.$$

Câu 9: Ba người cùng bắn vào 1 bia Xác suất để người thứ nhất, thứ hai,thứ ba bắn trúng đích lần lượt là $0,8$; $0,6$; $0,5$. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

A. $0,24$. **B.** $0,96$. **C.** $0,46$. **D.** $0,92$.

Lời giải

Chọn C

Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bán trúng đích lần lượt là: $P\left(A_1\right)=0,8$;

$P\left(A_2\right)=0,6$; $P\left(A_1\right)=0,5$

Xác suất để có đúng hai người bán trúng đích bằng:

$P\left(A_1\right).P\left(A_2\right).\overline{P\left(A_3\right)}+P\left(A_1\right).\overline{P\left(A_2\right)}.P\left(A_3\right)+\overline{P\left(A_1\right)}.P\left(A_2\right).P\left(A_3\right)=0,46$.

Câu 10: Gieo một con súc sấc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất sao cho tổng só chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn A

Kí hiệu A: "Lần đầu xuất hiện mặt chẵn chấm";

B: "Lần thứ hai xuất hiện mặt chẵn chấm ";

C: "Tổng số chấm trong hai lần gieo là chẩn".

Ta có $C=AB\cup\overline{A}\overline{B}$. Dễ thấy AB và $\overline{A}\cdot\overline{B}$ xung khắc nên

$P(C)=P(AB)+P(\overline{A}\overline{B})$

Vì A và B đợc lập nên $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng đợc lập, do đó

$P(C)=P(A)P(B)+P(\overline{A})P(\overline{B})=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Câu 11: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Xác suất để xạ thủ này đạt loại giỏi là

A. ,00935 **B.** 0,0755 **C.** 0,0365 **D.** 0,0855

Lời giải

Chọn A

Gọi H là biến cố "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi". A; B; C; D là các biến cố sau.

A: "Ba viên trúng vòng 10"

B: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9"

C: "Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9"

D: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8"

Các biến cố A; B; C; D là các biến cố xung khắc từng đôi một và $H = A \cup B \cup C \cup D$

+ Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$

Mặt khác $P(A) = (0,2).(0,2).(0,2) = 0,008$

$P(B) = (0,2).(0,2).(0,25) + (0,2)(0,25)(0,2) + (0,25)(0,2)(0,2) = 0,03$

$P(C) = (0,2).(0,25).(0,25) + (0,25)(0,2)(0,25) + (0,25)(0,25)(0,2) = 0,0375$

$P(D) = (0,2).(0,2).(0,15) + (0,2)(0,15)(0,2) + (0,15)(0,2)(0,2) = 0,018$

+ Do đó $P(H) = 0,008 + 0,03 + 0,0375 + 0,018 = 0,0935$

Câu 12: Ba người xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

A. 0,45 **B.** 0,21 **C.** 0,75 **D.** 0,94

Lời giải

Chọn D

Gọi $\overline{X}$ là biến cố: "Không có xạ thủ nào bắn trúng mục tiêu".

Khi đó P($\overline{X}$) = P($\overline{A}$).P($\overline{B}$).P($\overline{C}$)=0,3.0,4.0,5=0,14

$\Rightarrow$ P = 1- P($\overline{X}$)=0,94.

Câu 13: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

A. 0,45. **B.** 0,4. **C.** 0,48. **D.** 0,24.

Lời giải

Chọn C

Gọi A_1 là biến cố viên thứ nhất trúng mục tiêu

Gọi A_2 là biến cố viên thứ hai trúng mục tiêu

Do A_1, A_2 là hai biến cố độc lập nên xác suất để có một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là $p = p\left(A_1\overline{A_2}\right) + p\left(\overline{A_1}A_2\right) = p\left(A_1\right)p\left(\overline{A_2}\right) + p\left(\overline{A_1}\right)p\left(A_2\right) = 0,6.0,4 + 0,4.0,6 = 4,8$.

Câu 14: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Gọi biến cố A:"Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ".

Khi đó biến cố A có 3 khả năng xảy ra:

+) Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia, người thứ hai không bắn trúng bia: $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

+) Xác suất người thứ nhất không bắn trúng bia, người thứ hai bắn trúng bia: $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$.

+) Xác suất cả hai người đều bắn không trúng bia:

Khi đó $P(A)=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}+\frac{1}{2}.\frac{1}{3}+\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Câu 15: Ba xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là $0,7$; $0,6$ và $0,5$. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

A. $0,45$. **B.** $0,21$. **C.** $0,75$. **D.** $0,94$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_i: "Xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu" với $i=\overline{1,3}$.

Khi đó $\overline{A_i}$: "Xạ thủ thứ i bắn không trúng mục tiêu".

Ta có $P(A_1)=0,7\Rightarrow P(\overline{A_1})=0,3$; $P(A_2)=0,6\Rightarrow P(\overline{A_2})=0,4$; $P(A_3)=0,5\Rightarrow P(\overline{A_3})=0,5$

.

Gọi B: "Cả ba xạ thủ bắn không trúng mục tiêu".

Và $\overline{B}$: "có ít nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu".

Ta có $P(B)=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})=0,3.0,4.0,5=0,06$.

Khi đó $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,06=0,94$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

A - TRẮC NGHIỆM

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời các câu hỏi trong các Bài 8.16, 8.17. Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20 . Rút ngẫu nhiêu một tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9 "; B là biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15 ".

Câu 8.16: Số phần tử của $A \cup B$ là

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A = 6,\ B = 8$

Có 3 số 16, 18, 20 trong biến cố A thuộc B.

Như vậy ta có: $A \cup B = A + B - (A \cap B) = 6 + 8 - 3 = 11$

Câu 8.17: Số phần tử của AB là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Số tấm thẻ thỏa cả hai biến cố A *và* B là tấm thẻ số 10, 12, 14. Vì vậy, số phần tử của AB là 3.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời các câu hỏi trong các Bài 8.18, 8.19.

Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo.

Câu 8.18: Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là:

A. $\frac{47}{50}$. **B.** $\frac{37}{50}$. **C.** $\frac{39}{50}$. **D.** $\frac{41}{50}$.

Lời giải

Chọn A

Số người thành thạo ít nhất tiếng Anh hoặc Pháp là 31 +21 - 5 = 47. Tổng số người trong hội thảo là 50.

Câu 8.19: Xác suất để người được chọn không thành thạo cả hai thứ tiếng Anh hay Pháp là:

A. $\frac{7}{50}$. **B.** $\frac{3}{50}$. **C.** $\frac{9}{50}$. **D.** $\frac{11}{50}$.

Lời giải

Chọn B

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời các câu hỏi trong các Bài 8.20, 8.21.

Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thich bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

Câu 8.20: Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là:

A. $\frac{18}{40}$. **B.** $\frac{14}{40}$. **C.** $\frac{19}{40}$. **D.** $\frac{21}{40}$.

Lời giải

Chọn B

Số học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là: 40 -(23 +18 -15) = 14.

Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là $P=\frac{14}{40}$.

Câu 8.21: Xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là:

A. $\frac{7}{40}$. **B.** $\frac{9}{40}$. **C.** $\frac{8}{40}$. **D.** $\frac{11}{40}$.

Lời giải

Chọn C

Số học sinh thích cả bóng chuyền và bóng rổ là 15, số học sinh chỉ thích bóng chuyền là 23. Vậy có 23 - 15 = 8 học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ.

Xác suất để chọn được một học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là: $P=\frac{8}{40}$

B- TỰ LUẬN

Bài 8.22. Hai vận động viên bắn súng A và B mỗi người bắn một viên đạn vào tấm bia một cách độc lập. Xét các biến cố sau:

M : "Vận động viên A bắn trúng vòng 10";

N : "Vận động viên B bắn trủng vòng 10".

Hãy biểu diễn các biến cố sau theo biến cố M và N :

- C: "Có ít nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10";
- D: "Cả hai vận động viên bắn trúng vòng 10 ";
- E : "Cả hai vận động viên đều không bắn trúng vòng 10 ";
- F: "Vận động viên A bắn trúng và vận động viên B không bắn trúng vòng 10";
- G: "Chỉ có duy nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10 ".

Lời giải

Biến cố C có thể biểu diễn là: $\overline{\left(\overline{M}\cap\overline{N}\right)}=M\cup N$.

Biến cố D có thể biểu diễn là: $M\cap N$.

Biến cố E có thể biểu diễn là: $\overline{M}\cap\overline{N}$.

Biến cố F có thể biểu diễn là: $M\cap\overline{N}$.

Biến cố G có thể biểu diễn là: $\left(M\cap\overline{N}\right)\cup\left(\overline{M}\cap N\right)$

Bài 8.23. Một đoàn khách du lịch gồm 31 người, trong đó có 7 người đến từ Hà Nội, 5 người đến từ Hải Phòng. Chọn ngẫu nhiên một người trong đoàn. Tính xác suất để người đó đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng.

Lời giải

Số cách chọn một người trong đoàn là: 31 .

Số người đến tử Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng là: $7+5=12$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P\left(A\cup B\right)=\frac{12}{31}$

Bài 8.24. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xét các biến cố sau:

A:"Ở lần gieo thứ nhất, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1"';
B:"Ở lần gieo thứ hai, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2 ";
C: "Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 8";
D: "Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 7".
Chứng tỏ rằng các cặp biến cố A và $C; B$ và $C; C$ và D không độc lập.

Lời giải

- A *và* C: Hai biến cố này không độc lập vì kết quả của biến cố A ảnh hưởng đến khả năng xảy ra của biến cố C. Nếu số chấm trên lần gieo thứ nhất là 1 , thì để tổng số chấm là 8 thì lần gieo thứ hai phải ra số 7 . Nếu số chấm trên lần gieo thứ nhất không phải là 1 thì biến cố C không thể xảy ra.
- B *và* C: Tương tự, hai biến cố này cũng không độc lập vì kết quả của biến cố B ảnh hưởng đến khả năng xảy ra của biến cố .
- C: Nếu số chấm trên lần gieo thứ hai là 2 , thì để tổng số chấm là 8 thì lần gieo thứ nhất phải ra số 6 . Nếu số chấm trên lần gieo thứ hai không phải là 2 thì biến cố C không thể xảy ra.
- C và D : Hai biến cố này cũng không độc lập vì kết quả của biến cố C ành hưởng đến khả năng xảy ra của biến cố D. Nếu tổng số chấm trên hai lần gieo là 8 , thì để tổng số chấm là 7 thì cả hai lần gieo đều phải ra số 3 , nhưng điều này không thể xảy ra. Nếu tổng số chấm trên hai lần gieo không phải là 8 thì biến cố D không thể xảy ra.

Vậy các cặp biến cố A và C; B và C, C và D không độc lập.

Bài 8.25. Hai chuyến bay của hai hãng hàng không X và Y, hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để chuyến bay của hãng X và hãng Y khởi hành đúng giờ tương ứng là 0,92 và 0,98 . Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:
a) Cả hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;
b) Chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;
c) Có ít nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ.

Lời giải

a) Xác suất để cả hai chuyến bay khởi hành đúng giờ là tích của xác suất của hai biến cố đó, vì các chuyến bay hoạt động độc lập với nhau. Vậy ta có: $P=0,92.0,98=0,9016$

b) Xác suất chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ là:

c) Có ít nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ xảy ra khi: (1) cả hai chuyến bay đều đúng giờ, hoặc (2) chỉ có duy nhất một chuyến bay đúng giờ. Vì hai trường hợp độc lập với nhau, ta có:
$P=0,0348+0,9016=0,9364$

BÀI TẬP TỔNG ÔN VIII

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Nếu A và B xung khắc thì có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

(I). $P(A.B)=P(A).P(B)$.

(II). $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$.

(III). $A\cap B=\phi$.

(IV). $A\cap B\neq\phi$.

A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng là 80%. Xác suất người thứ hai bắn trúng là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng là

A. 50%. **B.** $32,6\%$. **C.** 60%. **D.** 56%.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_i là biến cố người thứ i bắn trúng $(i=1;2)$

A là biến cố cả hai người cùng bắn trúng. Lúc đó: $A=A_1\cap A_2$.

Vì A_1, A_2 là hai biến cố độc lập nên:

$P(A)=P(A_1\cap A_2)=P(A_1).P(A_2)=0,8.0,7=0,56=56\%$.

Câu 3: 3 hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$. **B.** $\frac{44}{135}$. **C.** $\frac{88}{135}$. **D.** $\frac{45}{88}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi biến cố A: "Hai viên bi được lấy ra có cùng màu".

A_1: " Hai viên bi lấy ra màu trắng". Lúc đó: $P(A_1)=\frac{4}{15}.\frac{7}{18}$.

A_2: " Hai viên bi lấy ra màu đỏ". Lúc đó: $P(A_2)=\frac{5}{15}.\frac{6}{18}$.

A_3: " Hai viên bi lấy ra màu xanh". Lúc đó: $P(A_3)=\frac{6}{15}.\frac{5}{18}$.

Lúc đó: $A=A_1\cup A_2\cup A_3$ và A_1, A_2, A_3 là các biến cố xung khắc nên:

$P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=\frac{44}{135}$.

Câu 4: Xác suất sinh con trai trong một lần sinh là 0,51. Một người sinh hai lần, mỗi lần một con. Tính xác suất P để người đó sau khi sinh 2 lần có ít nhất một con trai.

A. $P=\frac{2499}{10000}$ **B.** $P=\frac{7599}{10000}$ **C.** $P=\frac{51}{100}$ **D.** $P=\frac{2601}{10000}$

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: " Sau khi sinh hai lần có ít nhất người đó sinh được một con trai"

A_1 là biến cố: " Người đó sinh được một con trai lần thứ nhất"

A_2 là biến cố: " Người đó sinh được một con trai lần thứ hai"

Khi đó $X=A_1\overline{A_2}\cup\overline{A_1}A_2\cup A_1A_2$

$\Rightarrow P(X)=P(A_1).P\left(\overline{A_2}\right)+P\left(\overline{A_1}\right).P(A_2)+P(A_1).P(A_2)=\frac{7599}{10000}$

Câu 5: Hai xạ thủ bắn súng độc lập. Xác suất bắn trúng của xạ thủ A là 0,9 và xác suất bắn trúng của xạ thủ B là 0,8. Hai xạ thủ mỗi người bắn một viên đạn. Tính xác suất để chỉ có một xạ thủ bắn trúng bia.

A. $0,18$ **B.** $0,72$ **C.** $0,26$ **D.** $0,98$

Lời giải

Chọn C

Gọi A và B là bến cố xạ thủ A và xạ thủ B bắn trúng

Ta có xác suất cần tìm là: $P=P\left(\overline{A}B\cup A\overline{B}\right)=0.08+0.18=0.26$

Câu 6: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số $1,\ 2,\ \ldots,\ 9$. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: "lấy được cả hai viên bi mang số chẵn. "

Gọi A là biến cố: "lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I "

$\Rightarrow P(A)=\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{4}{9}$.

Gọi B là biến cố: "lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II " $P(B)=\frac{3}{10}$.

Ta thấy biến cố A,B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(X)=P(A.B)=P(A).P(B)=\frac{4}{9}.\frac{3}{10}=\frac{1}{15}$.

Câu 7: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $P(A)=\frac{12}{35}$. **B.** $P(A)=\frac{1}{25}$. **C.** $P(A)=\frac{4}{49}$. **D.** $P(A)=\frac{2}{35}$.

Lời giải

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Chọn D

Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. “

Gọi X là biến cố: “người thứ nhất ném trúng rổ.“ $\Rightarrow P(X)=\frac{1}{5}$.

Gọi Y là biến cố: “người thứ hai ném trúng rổ.“ $\Rightarrow P(Y)=\frac{2}{7}$.

Ta thấy biến cố X,Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(A)=P(X.Y)=P(X).P(Y)=\frac{1}{5}.\frac{2}{7}=\frac{2}{35}$.

Câu 8: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

A. $0,24$. **B.** $0,36$. **C.** $0,16$. **D.** $0,48$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(A)=P(B)=0,6 \Rightarrow P(\overline{A})=P(\overline{B})=0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P=P(\overline{A}).P(B)+P(A).P(\overline{B})=0,48$.

Câu 9: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai,thứ ba bắn trúng đích lần lượt là $0,8;\ 0,6;\ 0,5$. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

A. $0,24$. **B.** $0,96$. **C.** $0,46$. **D.** $0,92$.

Lời giải

Chọn C

Gọi X là biến cố: “có đúng 2 người bắn trúng đích “

Gọi A là biến cố: “người thứ nhất bắn trúng đích “$\Rightarrow P(A)=0,8$; $P(\overline{A})=0,2$.

Gọi B là biến cố: “người thứ hai bắn trúng đích “$\Rightarrow P(B)=0,6$, $P(\overline{B})=0,4$.

Gọi C là biến cố: “người thứ ba bắn trúng đích “$\Rightarrow P(C)=0,5$, $P(\overline{C})=0,5$.

Ta thấy biến cố A,B,C là 3 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(X)=P(A.B.\overline{C})+P(A.\overline{B}.C)+P(\overline{A}.B.C)=0,8.0,6.0,5+0,8.0,4.0,5+0,2.0,6.0,5=0,46$.

Câu 10: Ba người cùng bắn vào 1 bia Xác suất để người thứ nhất, thứ hai,thứ ba bắn trúng đích lần lượt là $0,8$; $0,6$; $0,5$. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng

A. $0,24$. **B.** $0,96$. **C.** $0,46$. **D.** $0,92$.

Lời giải

Chọn C

Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bán trúng đích lần lượt là: $P(A_1)=0,8$;

$P(A_2)=0,6$; $P(A_1)=0,5$

Xác suất để có đúng hai người bán trúng đích bằng:

$P(A_1).P(A_2).\overline{P(A_3)}+P(A_1).\overline{P(A_2)}.P(A_3)+\overline{P(A_1)}.P(A_2).P(A_3)=0,46$.

Câu 11: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là

A. $0,24$. **B.** $0,36$. **C.** $0,16$. **D.** $0,48$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(A)=P(B)=0,6 \Rightarrow P(\overline{A})=P(\overline{B})=0,4$.

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P=P(\overline{A}).P(B)+P(A).P(\overline{B})=0,48$.

B. TỰ LUẬN

Câu 12: Gieo môt đồng xu 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để có một lần lật ngửa.

Lời giải

Gọi A là biến cố được lần thứ nhất ngửa

B là biến cố lần 2 ngửa

A và B là hai biến cố độc lập.

$\mathrm{A}\overline{B}$ là biến cố lần 1 ngửa và lần 2 sấp

$\overline{A}\mathrm{B}$ là biến cố lần 1 sấp và lần 2 ngửa Xác suất để một lần lật ngửa là

$\mathrm{P}=\mathrm{P}(\mathrm{A})\times\mathrm{P}(\overline{B})+\mathrm{P}(\overline{A})\times\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=0.5$

Câu 13: Gieo 3 đồng xu cân đối. Gọi A là biến cố có ít nhất một đồng xu lật ngửa và B là biến cố có đúng 2 đồng xu lật ngửa.

a) Tính xác suất để có ít nhất một đg xu ngửa.

b) Tính $\mathrm{P}(A\cap B)$

Lời giải

Gieo 3 đồng xu thì không gian mẫu là

$\mathrm{E}=\{NNN,NNS,NSN,SNN,NSS,SNS,SSN,SSS\}$

a) Xác suất để ít nhất một đồng xu lật ngửa là $\mathrm{P}(\mathrm{A})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

b) Ta có $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{3}{8}$.

A và B là hai biến cố độc lập nên $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(\mathrm{A})\cdot\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{7}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{21}{64}$

Câu 14: Cho $\mathrm{P}(\mathrm{A})=2/5;\mathrm{P}(\mathrm{B})=5/12$ và $\mathrm{P}(\mathrm{AB})=1/6$. Hỏi 2 biến cố A và B có:

a) Xung khắc hay không?

b) Độc lập với nhau hay không?

Lời giải

a) Vì$\mathrm{P}(\mathrm{AB})=\frac{1}{6}\neq 0$ nên A và B không xung khắcl

b) Ta có $\mathrm{P}(\mathrm{A})\times\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{2}{5}\times\frac{5}{12}=\frac{1}{6}=P(AB)$

Vậy A và B là 2 biến cố độc lập

Câu 15: Cho hai biến cố A và B biết $\mathrm{P}(\mathrm{A})=0,3;\mathrm{P}(\mathrm{B})=0,5$ và $\mathrm{P}(A\cap B)=0,1$.

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133

Tính $P(A\cup B), P(\overline{A}), P(\overline{B}), P(\overline{A\cap B}), P(\overline{A\cup B})$.

Lời giải

Ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,3+0,5-0,1=0,7$

Ta có $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,3=0,7$

$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,5=0,5$

$P(\overline{AB})=1-P(AB)=1-0,1=0,9$

$P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-0,7=0,3$

Câu 16: Chọn ngẫu nhiên một lá bài trong cổ bài 32 lá, trả lá bài trong cổ bài và rút lá bài khác.

a) Tính xác suất để hai lá bài rút được là lá già và lá đầm

b) Tính xác suất trong hai lá bài r được không có lá cơ

Lời giải

Trong cổ bài 32 lá có 4 lá già và 4 lá đầm.

Gọi A là biến cố được lá già và B là biến cố được giá đầm

Rút là bài thứ nhất và trả lại vào cổ bài rồi rút lá thứ hai nên hai biến cố A và B độc lập a)

$P(AB)=P(A)\times P(B)=\frac{C_4^1}{C_{32}^1}\times\frac{C_4^1}{C_{32}^1}=\frac{4}{32}\times\frac{4}{32}=\frac{1}{64}$

b) Trong cổ bài 32 lá có 8 lá cơ.Do đó xác suất rút được 2 lá cơ là

$\frac{8}{32}\times\frac{8}{32}=\frac{1}{16}$

Vậy xác suất để 2 lá bài rút được không có lá cơ là $P=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

Câu 17: Một bình đựng 2 bi xanh và 4 bi đỏ. Lần lượt lấy một bi liên tiếp 3 lần và mỗi lần trả lại bi đã lấy vào bình.

a) Tính xác suất để được 3 bi xanh

b) Tính xác suất để được 3 bi đỏ

c) Tính xác suất để được 3 bi không cùng một màu

Lời giải

a) $P(A)=\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{27}$

b) $P(B)=\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{8}{27}$.

c) Xác suất được 3 bi cùng màu là $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{27}+\frac{8}{27}=\frac{1}{3}$.

Vậy $P(C)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Câu 18: Có 3 chiếc hộp. Hộp A chứa 3 bi đỏ, 5 bi trắng. Hộp B chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một bi từ hộp đó. Xác suất để được một bi đỏ

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên một hộp

Gọi C_1 là biến cố lấy được hộp A

Gọi C_2 là biến cố lấy được hộp B

Gọi C_3 là biến cố lấy được hộp C

Vậy $P(C_1)=P(C_2)=P(C_3)=\frac{1}{3}$

Gọi C là biến cố " lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi đỏ ". Xác suất cần tính là

$E=(C\cap C_1)\cup(C\cap C_2)\cup(C\cap C_3)\Rightarrow P(E)=P(C\cap C_1)+P(C\cap C_2)+P(C\cap C_3)$

$=\frac{1}{3}.\frac{3}{8}+\frac{1}{3}.\frac{2}{4}+\frac{1}{3}.\frac{2}{5}=\frac{17}{40}$.

Câu 19: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i=1,2,3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1)=x,\ P(A_2)=y,\ P(A_3)=0,6$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B: " Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

C: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"

Ta có: $\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P(\overline{A})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})=0,4(1-x)(1-y)$

Nên $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,4(1-x)(1-y)=0,976$

Suy ra $(1-x)(1-y)=\frac{3}{50}\Leftrightarrow xy-x-y=-\frac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B=A_1.A_2.A_3$, suy ra:

$P(B)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=0,6xy=0,336$ hay là $xy=\frac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases}xy=\frac{14}{25}\\ x+y=\frac{3}{2}\end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x>y$ ta tìm được

$x=0,8$ và $y=0,7$.

Ta có: $C=\overline{A_1}A_2A_3+A_1\overline{A_2}A_3+A_1A_2\overline{A_3}$

Nên $P(C)=(1-x)y.0,6+x(1-y).0,6+xy.0,4=0,452$.

Câu 20: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

Lời giải

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10-x$

Số điểm học sinh này đạt được là: $4x-2(10-x)=6x-20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x-20<1 \Leftrightarrow x<\frac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: $0,1,2,3$.

Gọi A_i ($i=0,1,2,3$) là biến cố: "Học sinh trả lời đúng i câu"

A là biến cố: " Học sinh nhận điểm dưới 1"

Suy ra: $A=A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và $P(A)=P(A_0)+P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

Mà: $P(A_i)=C_{10}^i.\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A)=\sum_{i=0}^{3}C_{10}^i.\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}=0,7759$.

GV: TRẦN ĐÌNH CƯ – 0834332133