

CHUYÊN ĐỀ 8: ĐẠO HÀM
CHỦ ĐỀ 1: TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG ĐỊNH NGHĨA

Câu 1. Trong các phát biểu sau phát biểu nào là đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.
- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

Câu 2. Cho f là hàm số liên tục tại x_0 . Đạo hàm của f tại x_0 là :

- A. $f(x)$
- B. $\frac{f(x_0 + h) - f(x)}{h}$.
- C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
- D. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.
- B. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.
- C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.
- D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = \frac{1}{4}$.
- B. $f'(0) = \frac{1}{16}$.
- C. $f'(0) = \frac{1}{32}$.
- D. Không tồn tại.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = 0$.
- B. $f'(0) = 1$.
- C. $f'(0) = \frac{1}{2}$.
- D. Không tồn tại.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

- A. $f'(1) = \frac{3}{2}$. B. $f'(1) = 1$. C. $f'(1) = 0$. D. không tồn tại.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. Hàm số không liên tục tại $x = 0$. B. Hàm số có đạo hàm tại $x = 2$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 2$. D. Hàm số có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} mx^2 + 2x + 2 & \text{khi } x > 0 \\ nx + 1 & \text{khi } \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của các tham số m, n sao cho

$f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

- A. Không tồn tại m, n . B. $m = 2, \forall n$.
C. $n = 2, \forall m$. D. $m = n = 2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ ax + b & \text{khi } > 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của các tham số a, b sao cho $f(x)$ có

đạo hàm tại điểm $x = 1$.

- A. $a = 1, b = -\frac{1}{2}$. B. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$. D. $a = 1, b = \frac{1}{2}$.

Câu 10. Tính số gia của hàm số $y = x^2 + 2$ tại điểm $x_0 = 2$ ứng với số gia $\Delta x = 1$.

- A. $\Delta y = 13$. B. $\Delta y = 9$. C. $\Delta y = 5$. D. $\Delta y = 2$.

Câu 11. Tính số gia của hàm số $y = x^3 + x^2 + 1$ tại điểm x_0 ứng với số gia $\Delta x = 1$.

- A. $\Delta y = 3x_0^2 + 5x_0 + 3$. B. $\Delta y = 2x_0^3 + 3x_0^2 + 5x_0 + 2$.
C. $\Delta y = 3x_0^2 + 5x_0 + 2$ D. $\Delta y = 3x_0^2 - 5x_0 + 2$.

Câu 12. Tính số gia của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ tại điểm $x_0 = -1$ ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \frac{1}{2}(\Delta x)^2 - \Delta x$. B. $\Delta y = \frac{1}{2}[(\Delta x)^2 - \Delta x]$.
C. $\Delta y = \frac{1}{2}[(\Delta x)^2 + \Delta x]$. D. $\Delta y = \frac{1}{2}(\Delta x)^2 + \Delta x$.

Câu 13. Tính số gia của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$ tại điểm x_0 ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \Delta x(\Delta x + 2x_0 - 4)$. B. $\Delta y = 2x_0 + \Delta x$.
C. $\Delta y = \Delta x(2x_0 - 4\Delta x)$. D. $\Delta y = 2x_0 - 4\Delta x$.

Câu 14. Tính số gia của hàm số $y = \frac{1}{x}$ tại điểm x (bất kì khác 0) ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$ B. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$ C. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x + \Delta x}$ D. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x + \Delta x}$

Câu 15. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = 3x + 1$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3$.

Câu 16. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = x^2 - 1$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \Delta x + 2x$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \Delta x$.

Câu 17. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = 2x^3$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x^3 - 2(\Delta x)^3}{\Delta x}$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2(\Delta x)^2$.
 C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$. B. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 1$
 C. Hàm số có đạo hàm tại $x = 1$ D. Hàm số có tập xác định là \mathbb{R}

Câu 19. Cho $f(x) = x^{2018} - 1009x^2 + 2019x$. Giá trị của $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x}$ bằng

- A. 1009. B. 1008. C. 2018. D. 2019.

Câu 20. Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} + 2x}{x-1}, & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4}, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

- A. Không tồn tại. B. 0. C. $-\frac{9}{64}$ D. $-\frac{7}{50}$

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-2)\dots(x-2019)}$. Giá trị của $f'(0)$ là

- A. $-\frac{1}{2019!}$. B. $\frac{1}{2019!}$. C. $-2019!$. D. $2019!$.

Câu 22. Cho $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = 0$. B. $f'(0) = n$. C. $f'(0) = n!$. D. $f'(0) = \frac{n(n+1)}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại điểm $x = 1$. Giá trị của biểu thức

$$P = 2017a + 2018b - 1.$$

- A. 6051. B. 6055. C. 6052. D. 6048.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = |x - 2|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $f(2) = 0$. B. $f(x)$ nhận giá trị không âm.
C. $f(x)$ liên tục tại $x = 2$. D. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & (x \neq 0) \text{ khi } x \geq 1 \\ 0 & (x \neq 0) \text{ khi } x < 1 \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ là

- A. 0. B. Không tồn tại. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{khi } x \geq 2 \\ x^3 - x^2 - 8x + 10 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Biết hàm số có đạo hàm tại $x = 2$. Giá trị của

$$a^2 + b^2 \text{ bằng}$$

- A. 18. B. 20. C. 25. D. 17.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(6) = 2$. Tính giá trị của biểu thức

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}.$$

- A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 12.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 0$ là

- A. $f'(0) = 0$. B. $f'(0) = 1$. C. $f'(0) = -2$. D. Không tồn tại.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf'(2)}{x - 2}$.

- A. 0. B. $f'(2)$. C. $2f'(2) - f(2)$. D. $f(2) - 2f'(2)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & x \geq 0 \\ ax - b - 1, & x < 0 \end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 = 0$. Hãy tính

$$T = a + 2b.$$

- A. $T = -4$ B. $T = 0$ C. $T = -6$ D. $T = 4$

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

- A. $f'(1) = \frac{3}{2}$ B. $f'(1) = 1$ C. $f'(1) = 0$ D. Không tồn tại.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số không liên tục tại $x = 0$ B. Hàm số có đạo hàm tại $x = 2$
C. Hàm số liên tục tại $x = 2$ D. Hàm số có đạo hàm tại $x = 0$

Câu 33. Tính số gia của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ tại điểm $x_0 = -1$ ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \frac{1}{2}(\Delta x)^2 - \Delta x$. B. $\Delta y = \frac{1}{2}[(\Delta x)^2 - \Delta x]$.
C. $\Delta y = \frac{1}{2}[(\Delta x)^2 + \Delta x]$ D. $\Delta y = \frac{1}{2}(\Delta x)^2 + \Delta x$.

Câu 34. Tính số gia của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$ tại điểm x_0 ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \Delta x(\Delta x + 2x_0 - 4)$. B. $\Delta y = 2x_0 + \Delta x$.
C. $\Delta y = \Delta x(2x_0 - 4\Delta x)$. D. $\Delta y = 2x_0 - 4\Delta x$.

Câu 35. Tính số gia của hàm số $y = \frac{1}{x}$ tại điểm x (bất kì khác 0) ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$. B. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$. C. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x + \Delta x}$. D. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x + \Delta x}$.

Câu 36. Tính tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = 2x^3$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x^3 - 2(\Delta x)^3}{\Delta x}$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2(\Delta x)^2$.
C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} mx^2 + 2x + 2 & \text{khi } x > 0 \\ nx + 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của các tham số m, n sao cho $f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

- A. Không tồn tại m, n B. $m = 2, \forall n$ C. $n = 2, \forall m$ D. $m = n = 2$

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ ax + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của các tham số a, b sao cho $f(x)$

có đạo hàm tại điểm $x = 1$.

- A. $a = 1, b = -\frac{1}{2}$. B. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$. D. $a = 1, b = \frac{1}{2}$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1- C	2- C	3- D	4- D	5- B	6- D	7- D	8- A	9- A	10- C
11- C	12- B	13- A	14- B	15- D	16- C	17- C	18- B	19- D	20- A
21- A	22- C	23- A	24- D	25- C	26- B	27- A	28- D	29- C	30- C
31- D	32- D	33- D	34- A	35- B	36- C	37- A	38- A		

Câu 1: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó còn nếu hàm số liên tục tại điểm x_0 thì nó chưa chắc có đạo hàm tại điểm đó. **Chọn C.**

Câu 2: $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$. **Chọn C.**

Câu 3: Ta có $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

và $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ là những khẳng định đúng.

Khẳng định sai là $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$ **Chọn D.**

Câu 4: Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{4 - x}}{4x}$ (không tồn tại giới hạn)

Do đó không tồn tại $f'(0)$. **Chọn D.**

Câu 5: Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2(\sqrt{x^2 + 1} + x)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 6:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x - 0}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^3 - 4x + 3)}{(x-1)(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x^2 + x + 3)}{(x-1)^2(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^2 + x + 3)}{(x-1)(x-2)} \rightarrow \text{Không tồn tại. Chọn D.}$$

Câu 7: Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = -1$

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$ do đó hàm số không liên tục tại điểm $x = 0$ nên hàm số không đạo hàm tại $x = 0$. **Chọn D.**

Câu 8: Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (mx^2 + 2x + 2) = 2$

Do đó hàm số không liên tục tại điểm $x = 0$ nên hàm số không thể có đạo hàm tại điểm $x = 0$. **Chọn A.**

Câu 9: Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \frac{1}{2}$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a + b = \frac{1}{2}$

Mặt khác $f'(x) \begin{cases} x & \text{khi } x < 1 \\ ax & \text{khi } x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'(1^-) = 1, f'(1^+) = a$

Suy ra hàm số có đạo hàm tại điểm $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 10: $\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = (x_0 + \Delta x)^2 + 2 - [x_0^2 + 2]$

$$= 2x_0 \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 = 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1^2 = 5. \text{ Chọn C.}$$

Câu 11: $\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = (x_0 + \Delta x)^3 + (x_0 + \Delta x)^2 + 1 - x_0^3 - x_0^2 - 1$

$$= (x_0 + 1)^3 + (x_0 + 1)^2 - x_0^3 - x_0^2 = 3x_0^2 + 5x_0 + 2. \text{ Chọn C.}$$

Câu 12: $\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = \frac{(x_0 + \Delta x)^2}{2} - \frac{x_0^2}{2} = \frac{1}{2} [(-1 + \Delta x)^2 - 1] = \frac{1}{2} [(\Delta x)^2 - 2\Delta x]$. **Chọn B.**

Câu 13: $\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = (x_0 + \Delta x)^2 - 4(x_0 + \Delta x) + 1 - (x_0^2 - 4x_0 + 1)$

$$= 2x_0 \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 + 4\Delta x = \Delta x(2x_0 + \Delta x + 4). \text{ Chọn A.}$$

Câu 14: $\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = \frac{1}{x_0 + \Delta x} - \frac{1}{x_0} = \frac{x_0 - (x_0 + \Delta x)}{(x_0 + \Delta x)x_0} = \frac{-\Delta x}{(x_0 + \Delta x)x_0}$. **Chọn B.**

Câu 15: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3(x_0 + \Delta x) + 1 - 3x_0 - 1}{\Delta x} = \frac{3\Delta x}{\Delta x} = 3$. **Chọn D.**

Câu 16: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x_0 + \Delta x) - y(x_0)}{\Delta x} = \frac{(x_0 + \Delta x)^2 - 1 - (x_0^2 - 1)}{\Delta x} = \frac{2x_0 \cdot \Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x}$
 $= \frac{(2x_0 + \Delta x)\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 + \Delta x$. **Chọn C.**

Câu 17: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} = \frac{2(x + \Delta x)^3 - 2x^3}{\Delta x} = \frac{2[x^3 + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3]}{\Delta x}$
 $= \frac{2[3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3]}{\Delta x} = 6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2$. **Chọn C.**

Câu 18: Ta có $y = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} -x & \text{khi } x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} y = 1$ và $y'(1^-) = -1, y'(1^+) = -1$

Do đó hàm số liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 1$.

Mệnh đề sai là **B. Chọn B.**

Câu 19: Ta có $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x} = f'(1)$

Mặt khác $f'(x) = 2018x^{2017} - 2018x + 2019$ suy ra $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x} = f'(1) = 2019$.

Chọn D.

Câu 20: Ta có $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} + 2x}{x-1} + \frac{5}{4}$ (Không tồn tại). **Chọn A.**

Câu 21: Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(x-1)(x-2)\dots(x-2019)}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x-1)(x-2)\dots(x-2019)} = \frac{1}{-2019!}$. **Chọn A.**

Câu 22: Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)\dots(x+n)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)(x+2)\dots(x+n)$

$= 1.2...n = n!$. **Chọn C.**

Câu 23: Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 3x - 1) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 1$ khi $3 = a + b$

Lại có: $f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x > 1 \\ a & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ để hàm số có đạo hàm tại điểm $x = 1$ thì hàm số liên tục tại

điểm $x = 1$ và $\begin{cases} f'(1^+) = f'(1^-) \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Do đó $P = 2017a + 2018b - 1 = 6051$. **Chọn A.**

Câu 24: Ta có $f(x) = |x - 2| = \begin{cases} x - 2 & \text{khi } x \geq 2 \\ -x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x > 2 \\ -1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$ nên hàm số liên tục tại điểm $x = 2$.

Mặt khác $f'(2^+) \neq f'(2^-)$ nên hàm số không có đạo hàm tại điểm $x = 2$. **Chọn D.**

Câu 25: Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1 - 1}{x^2(\sqrt{x^2 + 1} + 1)}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} = \frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 26: Ta có $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{khi } x \geq 2 \\ x^3 - x^2 - 8x + 10 & \text{khi } x < 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{khi } x > 2 \\ 3x^2 - 2x - 8 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

Lại có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + b) = 4 + 2a + b$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 2$ khi $4 + 2a + b = -2 \Leftrightarrow 2a + b = -6$

Hàm số có đạo hàm tại điểm $x = 2$ khi $\begin{cases} 2a + b = -6 \\ f'(2^+) = f'(2^-) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -6 \\ 4 + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \end{cases}$

Suy ra $a^2 + b^2 = 20$. **Chọn B.**

Câu 27: Ta có $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = f'(6) = 2$. **Chọn A.**

Câu 28: $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2(x-1) & \text{khi } x > 0 \\ -2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Ta có: $f'(0^+) = -2$, $f'(0^-) = 0$ nên hàm số không có đạo hàm tại điểm $x = 0$. **Chọn D.**

Câu 29:
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x[f(x) - f(2)] + 2f(x) - xf(2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x[f(x) - f(2)]}{x-2} + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)(2-x)}{x-2} = 2f'(2) + \lim_{x \rightarrow 2} [-f(x)] = 2f'(2) - 2f(2). \text{ Chọn C.}$$

Câu 30:
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx + 1) = 1 = f(0)$$

Mặt khác
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax - b - 1) = -b - 1$$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 0$ thì $-b - 1 = 1 \Leftrightarrow b = -2$

Lại có:
$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b, & x > 0 \\ a, & x < 0 \end{cases} \text{, để } f'(0^+) = f'(0^-) \Leftrightarrow b = a = -2$$

Do đó $T = -6$. **Chọn C.**

Câu 31:
$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2 - 4x + 3)}{(x-1)(x-2)} = 0 = f(0)$$
 nên hàm số liên tục tại điểm $x = 0$

Khi đó
$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(0)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x(x^2 - 4x + 3)}{(x-1)(x-2)}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x-3)}{(x-1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-3)}{(x-1)(x-2)}$$

Không tồn tại giới hạn nên hàm số không có đạo hàm tại điểm $x = 1$. **Chọn D.**

Câu 32: Do $x = 1$. Khi $x \geq 0$ nên hàm số liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 2$.

Lại có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số không liên tục tại } x = 0. \text{ Do đó hàm số không có đạo hàm tại}$$

$x = 0$. **Chọn D.**

Câu 33:
$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = \frac{(x_0 + \Delta x)^2}{2} - \frac{x_0^2}{2} = \frac{1}{2} [(-1 + \Delta x)^2 - 1] = \frac{1}{2} [(\Delta x)^2 - 2\Delta x]$$

$$= \frac{1}{2} (\Delta x)^2 + \Delta x. \text{ Chọn D.}$$

Câu 34:
$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = (x_0 + \Delta x)^2 - 4(x_0 + \Delta x) + 1 - (x_0^2 - 4x_0 + 1)$$

$$= 2x_0 \Delta x + (\Delta x)^2 + 4\Delta x = \Delta x(2x_0 + \Delta x + 4). \text{ Chọn A.}$$

Câu 35:
$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = \frac{1}{x_0 + \Delta x} - \frac{1}{x_0} = \frac{x_0 - (x_0 + \Delta x)}{(x_0 + \Delta x)x_0} = \frac{-\Delta x}{(x_0 + \Delta x)x_0}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 36:
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x_0 + \Delta x) - y(x_0)}{\Delta x} = \frac{2(x_0 + \Delta x)^3 - 2x_0^3}{\Delta x} = \frac{2[x_0^3 + 3x_0^2\Delta x + 3x_0(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x_0^3]}{\Delta x}$$

$$= \frac{2 \left[3x^2 \Delta x + 3x (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 \right]}{\Delta x} = 6x^2 + 6x \Delta x + 2(\Delta x)^2. \text{ Chọn C.}$$

Câu 37: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (mx^2 + 2x + 2) = 2$

Do đó hàm số không liên tục tại điểm $x = 0$ nên hàm số không thể có đạo hàm tại điểm $x = 0$. **Chọn A.**

Câu 38: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \frac{1}{2}, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a + b = \frac{1}{2}$

Mặt khác $f'(x) = \begin{cases} x & \text{khi } x < 1 \\ ax & \text{khi } x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'(1^-) = 1, f'(1^+) = a$

Suy ra hàm số có đạo hàm tại điểm $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Chọn A.}$

CHỦ ĐỀ 2. TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG CÔNG THỨC

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$, có đạo hàm là $f'(x)$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x) = 0$ là

- A. $\{-2\sqrt{2}\}$ B. $\{2;\sqrt{2}\}$ C. $\{-4\sqrt{2}\}$ D. $\{2\sqrt{2}\}$

Câu 2. Cho hàm số $y = 3x^3 + x^2 + 1$, có đạo hàm là y' . Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. $\left[-\frac{2}{9}; 0\right]$ B. $\left[-\frac{9}{2}; 0\right]$
C. $\left(-\infty; -\frac{9}{2}\right] \cup [0; +\infty)$ D. $\left(-\infty; -\frac{2}{9}\right] \cup [0; +\infty)$

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ tại điểm $x = -1$.

- A. $f'(-1) = 4$ B. $f'(-1) = 14$ C. $f'(-1) = 15$ D. $f'(-1) = 24$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 - mx - 4$, có đạo hàm là y' . Tìm tất cả các giá trị của m để $y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ B. $m \in \left[-1; -\frac{1}{4}\right]$
C. $m \in (-\infty; -1] \cup \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ D. $m \in \left[-1; \frac{1}{4}\right]$

Câu 5. Biết hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a > 0$) có đạo hàm là $f'(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $b^2 - 3ac > 0$ B. $b^2 - 3ac \geq 0$ C. $b^2 - 3ac < 0$ D. $b^2 - 3ac \leq 0$

Câu 6. Hàm số $y = \sqrt{x^3 + x}$ có đạo hàm bằng

- A. $\frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}}$ B. $\frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^3 + x}}$ C. $\frac{3x^2 + x}{2\sqrt{x^3 + x}}$ D. $\frac{x^3 + x}{2\sqrt{x^3 + x}}$

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = (7x - 5)^4$

- A. $y' = 4(7x - 5)^3$ B. $y' = -28(7x - 5)^3$
C. $y' = -28(5 - 7x)^3$ D. $y' = 28(5 - 7x)^3$

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 - x^3)^5$

- A. $y' = 5x^2(1 - x^3)^4$ B. $y' = -15x^2(1 - x^3)^4$

$$C. y' = -3x^2(1-x^3)^4$$

$$D. y' = -5x^2(1-x^3)^4$$

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^{2016}$

$$A. y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}$$

$$B. y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}(3x^2 - 4x)$$

$$C. y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}(3x^2 - 4x)$$

$$D. y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 2x)$$

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2)(2x - 1)$

$$A. y' = 4x$$

$$B. y' = 3x^2 - 6x + 2$$

$$C. y' = 2x^2 - 2x + 4$$

$$D. y' = 6x^2 - 2x - 4$$

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-2018)$ tại điểm $x = 0$

$$A. f'(0) = 0$$

$$B. f'(0) = -2018!$$

$$C. f'(0) = 2018!$$

$$D. f'(0) = 2018$$

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)(x+2)\dots(x+2018)$ tại điểm $x = -1004$

$$A. f'(-1004) = 0$$

$$B. f'(-1004) = 1004!$$

$$C. f'(-1004) = -1004!$$

$$D. f'(-1004) = (1004!)^2$$

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ tại điểm $x = -1$

$$A. f'(-1) = 1$$

$$B. f'(-1) = -\frac{1}{2}$$

$$C. f'(-1) = -2$$

$$D. f'(-1) = 0$$

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$

$$A. y' = 1 + \frac{3}{(x+2)^2}$$

$$B. y' = \frac{x^2 + 6x + 7}{(x+2)^2}$$

$$C. y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{(x+2)^2}$$

$$D. y' = \frac{x^2 + 8x + 1}{(x+2)^2}$$

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x(1-3x)}{x+1}$

$$A. y' = \frac{-9x^2 - 4x + 1}{(x+1)^2}$$

$$B. y' = \frac{-3x^2 - 6x + 1}{(x+1)^2}$$

$$C. y' = 1 - 6x^2$$

$$D. y' = \frac{1 - 6x^2}{(x+1)^2}$$

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ tại điểm $x = 1$

$$A. f'(1) = -4$$

$$B. f'(1) = -3$$

$$C. f'(1) = -2$$

$$D. f'(1) = -5$$

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{1-3x+x^2}{x-1}$. Giải bất phương trình $f'(x) > 0$

A. $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in (1; +\infty)$

D. $x \in \mathbb{R}$

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3x^2 + 4}$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 + 4}}$

B. $y' = \frac{x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$

C. $y' = \frac{6x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$

D. $y' = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là

A. $y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2+x}}$

B. $y' = \frac{8x^2 + 4x + 1}{2\sqrt{x^2+x}}$

C. $y' = \frac{4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

D. $y' = \frac{6x^2 + 2x - 1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$

B. $y' = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$

C. $y' = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$

D. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = 6x^5 + 4x^4 - x^3 + 10$ là

A. $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2$

B. $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2 + 10$

C. $y' = 5x^4 + 4x^3 - 3x^2$

D. $y' = 20x^4 + 16x^3 - 3x^2$

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 3x - 1$ tại $x_0 = 1$ là

A. 3

B. 0

C. 2

D. 1

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

A. $y' = 4x^3 - 8x$

B. $y' = -4x^3 + 8x$

C. $y' = 4x^2 - 8x$

D. $y' = -4x^2 + 8x$

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$ bằng

A. $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

B. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

C. $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

D. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

Câu 25. Cho hàm số $y = \sqrt{10x - x^2}$. Giá trị của $y'(2)$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $-\frac{3}{2}$

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$

$$\text{A. } y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$$

$$\text{B. } y' = \frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$$

$$\text{C. } y' = (2x-2)(x^2-2x+5)$$

$$\text{D. } y' = \frac{1}{2x-2}$$

Câu 27. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là hàm số $2x + \frac{1}{x^2}$?

$$\text{A. } y' = \frac{x^3-1}{x}$$

$$\text{B. } y' = \frac{3(x^2+x)}{x^3}$$

$$\text{C. } y' = \frac{x^3+5x-1}{x}$$

$$\text{D. } y' = \frac{2x^2+x-1}{x}$$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{-2x^2+x-7}{x^2+3}$

$$\text{A. } y' = \frac{-3x^2-13x-10}{(x^2+3)^2}$$

$$\text{B. } y' = \frac{-x^2+x+3}{(x^2+3)^2}$$

$$\text{C. } y' = \frac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}$$

$$\text{D. } y' = \frac{-7x^2-13x-10}{(x^2+3)^2}$$

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1-2x^2}$

$$\text{A. } y' = \frac{1}{2\sqrt{1-2x^2}}$$

$$\text{B. } y' = \frac{-4x}{\sqrt{1-2x^2}}$$

$$\text{C. } y' = \frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$$

$$\text{D. } y' = \frac{2x}{\sqrt{1-2x^2}}$$

Câu 30. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2-4x^3}$

$$\text{A. } y' = \frac{x-6x^2}{\sqrt{x^2-4x^3}}$$

$$\text{B. } y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$$

$$\text{C. } y' = \frac{x-12x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$$

$$\text{D. } y' = \frac{x-6x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$$

Câu 31. Tính đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$

$$\text{A. } y' = 2\sqrt{x^2+x} - \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

$$\text{B. } y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{\sqrt{x^2+x}}$$

$$\text{C. } y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

$$\text{D. } y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2+1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

Câu 32. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$$\text{A. } y' = \frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{B. } y' = -\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{C. } y' = \frac{x}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{D. } y' = -\frac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}$$

Câu 33. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ tại điểm $x=0$

A. $f'(0) = \frac{1}{2}$

B. $f'(0) = \frac{1}{3}$

C. $f'(0) = 1$

D. $f'(0) = 2$

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

A. $y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

B. $y' = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

C. $y' = \frac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

D. $y' = \frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Câu 35. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$

A. $y' = \frac{5}{(2x-1)^2} \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$

B. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(2x-1)^2} \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$

C. $y' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$

D. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$

Câu 36. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$.

A. $y' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x^2+1}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

B. $y' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$

C. $y' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x^2+1}} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$

D. $y' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x^2+1}} \left(x - \frac{1}{x^2}\right)$

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$

A. $y' = -\frac{1}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})^2}$

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-1}}$

C. $y' = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}$

D. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Câu 38. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{a^3}{\sqrt{a^2-x^2}}$ (a là hằng số)

A. $y' = \frac{a^3 x}{(a^2-x^2)\sqrt{a^2-x^2}}$

B. $y' = \frac{a^3 x}{a^2-x^2}$

C. $y' = \frac{a^3 x}{2(a^2-x^2)\sqrt{a^2-x^2}}$

D. $y' = \frac{a^3(3a^2-2x)}{2(a^2-x^2)\sqrt{a^2-x^2}}$

Câu 39. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2+1}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y'\sqrt{x^2+1} = y$ B. $2y'\sqrt{x^2+1} = y$ C. $y'\sqrt{x^2+1} = 2y$ D. $2y\sqrt{x^2+1} = y'$

Câu 40. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là

A. $y' = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$ B. $y' = \frac{8x^2+4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

C. $y' = \frac{4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$ D. $y' = \frac{6x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$. Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm S là

A. $S = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$ B. $S = \left\{-\frac{2}{3}; 0\right\}$ C. $S = \left\{0; \frac{3}{2}\right\}$ D. $S = \left\{-\frac{3}{2}; 0\right\}$

Câu 42. Cho hàm số $y = -2\sqrt{x} + 3x$. Tập nghiệm S của bất phương trình $y' > 0$ là

A. $S = (-\infty; +\infty)$ B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{9}\right)$ C. $S = \left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$ D. $S = \emptyset$

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2-2x}$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \geq f(x)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2+14x-9}$. Tập hợp các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là

A. $\left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$ B. $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$ C. $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$ D. $\left(1; \frac{7}{5}\right)$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Xét các hàm số $g(x) = f(x) - f(2x)$ và $h(x) = f(x) - f(4x)$. Biết rằng $g'(1) = 18$ và $g'(2) = 1000$. Tính $h'(1)$

A. -2018 B. 2018 C. 2020 D. -2020

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$

Tính giá trị của biểu thức $P = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$

A. $\frac{1-\sqrt{2018}}{\sqrt{2018}}$ B. $\frac{-1+\sqrt{2019}}{2\sqrt{2018}}$ C. $\frac{1-\sqrt{2019}}{2\sqrt{2019}}$ D. $\frac{1-\sqrt{2019}}{\sqrt{2019}}$

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

A. $2017 \cdot 2^{2018} + 1$ B. $2019 \cdot 2^{2017} + 1$ C. $2017 \cdot 2^{2018} - 1$ D. $2018 \cdot 2^{2017} + 1$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f(-1) = 2$, $f(1) = 4$, $f'(1) = 0$.

Viết $f(x) = \frac{ax^2}{2} - \frac{b}{x} + c$. Tính abc

- A. $\frac{5}{2}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. 1 D. -1

Câu 49. Cho $f(x)$ là hàm số thỏa mãn $f(1) = f'(1) = 1$. Giả sử $g(x) = x^2 f(x)$. Tính $g'(1)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 50. Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax + b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị ab bằng bao nhiêu?

- A. -4 B. -1 C. 0 D. 1

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1- D	2- A	3- D	4- B	5- C	6- A	7- C	8- B	9- B	10- D
11- C	12- D	13- B	14- A	15- B	16- D	17- A	18- D	19- D	20- C
21- A	22- A	23- A	24- C	25- C	26- B	27- A	28- C	29- C	30- A
31- C	32- B	33- A	34- B	35- D	36- A	37- C	38- A	39- B	40- A
41- C	42- C	43- A	44- C	45- B	46- C	47- A	48- B	49- D	50- B

Câu 1: $f'(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 2: $y' = 9x^2 + 2x$; $y' \leq 0 \Leftrightarrow 9x^2 + 2x \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{9} \leq x \leq 0$. Vậy $S = \left[-\frac{2}{9}; 0\right]$. **Chọn A.**

Câu 3: $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2 \Rightarrow f'(-1) = 24$. **Chọn D.**

Câu 4: $y' = x^2 - 2(2m+1)x - m$

Khi đó $y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (2m+1)^2 + m \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 5m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq -\frac{1}{4}$

Vậy $m \in \left[-1; -\frac{1}{4}\right]$ là giá trị thỏa mãn bài toán. **Chọn B.**

Câu 5: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c > 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 6: $y' = \frac{(x^3 + x)'}{2\sqrt{x^3 + x}} = \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}}$. **Chọn A.**

Câu 7: $y' = 4 \cdot (7x-5)' \cdot (7x-5)^3 = 28(7x-5)^3$. **Chọn C.**

Câu 8: $y' = 5 \cdot (1-x^3)' \cdot (1-x^3)^4 = -15x^2(1-x^3)^4$. **Chọn B.**

Câu 9: $y' = 2016 \cdot (x^3 - 2x^2)' \cdot (x^3 - 2x^2)^{2015} = 2016 \cdot (3x^2 - 4x) \cdot (x^3 - 2x^2)^{2015}$. **Chọn B.**

Câu 10: $y' = (x^2 - 2)'(2x-1) + (x^2 - 2)(2x-1)' = 2x(2x-1) + 2x^2 - 4 = 6x^2 - 2x - 4$. **Chọn D.**

Câu 11:

$$f'(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2018) + x(x-2)\dots(x-2018) + \dots + x(x-1)\dots(x-2017)$$

Suy ra $f'(0) = (0-1)\cdot(0-2)\dots(0-2018) = 1\cdot 2\cdot 3\dots 2018 = 2018!$. **Chọn C.**

Câu 12:

$$f'(x) = (x+1)(x+2)\dots(x+2018) + x(x+2)\dots(x+2018) + \dots + x(x+1)\dots(x+2017)$$

Suy ra $f'(-1004) = x\cdot(x+1)\cdot(x+2)\dots(x+1003)\cdot(x+1005)\dots(x+2018)|_{x=-1004}$
 $= (-1004)\cdot(-1003)\cdot(-1002)\dots(-1)\cdot(-2)\dots 1003\cdot 1004 = (1004!)^2$. **Chọn D.**

Câu 13: $f'(x) = \frac{2\cdot(x-1)-2x}{(x-1)^2} = -\frac{2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(-1) = -\frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 14: $y' = \frac{(2x+2)\cdot(x+2)-(x^2+2x-3)}{(x+2)^2} = \frac{2x^2+6x+4-x^2-2x+3}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x+7}{(x+2)^2}$. **Chọn A.**

Câu 15: $y = \frac{x-3x^2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{(1-6x)\cdot(x+1)-(x-3x^2)}{(x+1)^2} = \frac{-3x^2-6x+1}{(x+1)^2}$. **Chọn B.**

Câu 16: $f'(x) = \frac{(2x+1)\cdot(x-2)-(x^2+x)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2} \Rightarrow f'(1) = -5$. **Chọn D.**

Câu 17: $f'(x) = \frac{(2x-3)\cdot(x-1)-(x^2-3x+1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+2}{(x-1)^2} > 0$

Mà $x^2-2x+2 = (x-1)^2+1 > 0; \forall x$ nên $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. **Chọn A.**

Câu 18: $y' = \frac{(3x^2+4)'}{2\sqrt{3x^2+4}} = \frac{6x}{2\sqrt{3x^2+4}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2+4}}$. **Chọn D.**

Câu 19: $y' = (2x-1)'\cdot\sqrt{x^2+x} + (2x-1)\cdot\frac{(x^2+x)'}{2\sqrt{x^2+x}}$
 $= 2\sqrt{x^2+x} + \frac{(2x-1)\cdot(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}} = \frac{2x^2+2x+4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}} = \frac{6x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$. **Chọn D.**

Câu 20: $y' = \frac{(x^2-x+1)'}{2\sqrt{x^2-x+1}} = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$. **Chọn C.**

Câu 21: $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2$. **Chọn A.**

Câu 22: $f'(x) = 3 \Rightarrow f'(1) = 3$. **Chọn A.**

Câu 23: $y' = 4x^3 - 8x$. **Chọn A.**

Câu 24: $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)' = 3\left(2x + \frac{2}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)$. **Chọn C.**

Câu 25: $y' = \frac{(10x - x^2)'}{2\sqrt{10x - x^2}} = \frac{10 - 2x}{2\sqrt{10x - x^2}} = \frac{5 - x}{\sqrt{10x - x^2}} \Rightarrow y'(2) = \frac{3}{4}$. **Chọn C.**

Câu 26: $y' = \frac{-(x^2 - 2x + 5)'}{x^2 - 2x + 5} = \frac{-2x + 2}{x^2 - 2x + 5}$. **Chọn B.**

Câu 27: $(x^2)' = 2x, \left(\frac{-1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ do đó $y = x^2 - \frac{1}{x} = \frac{x^3 - 1}{x}$. **Chọn A.**

Câu 28: $y' = \frac{(-4x + 1)(x^2 + 3) - 2x(-2x^2 + x - 7)}{(x^2 + 3)^2}$
 $= \frac{-4x^3 + x^2 - 12x + 3 + 4x^3 - 2x^2 + 14x}{(x^2 + 3)^2} = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$. **Chọn C.**

Câu 29: $y' = \frac{(1 - 2x^2)'}{2\sqrt{1 - 2x^2}} = \frac{-4x}{2\sqrt{1 - 2x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$. **Chọn C.**

Câu 30: $y' = \frac{(x^2 - 4x^3)'}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$. **Chọn A.**

Câu 31: $y' = 2\sqrt{x^2 + x} + (2x - 1)(\sqrt{x^2 + x})' = 2\sqrt{x^2 + x} + (2x - 1) \cdot \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$
 $= 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. **Chọn C.**

Câu 32: $y' = \frac{-(\sqrt{x^2 + 1})'}{x^2 + 1} = \frac{-\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}}{x^2 + 1} = \frac{-x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$. **Chọn B.**

Câu 33: $f'(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2} - \frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} \cdot x}{4 - x^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 34: $y' = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}(x - 1)}{x^2 + 1} = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1 - x^2 + x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$
 $= \frac{x + 1}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$. **Chọn B.**

Câu 35: $y' = \frac{\left(\frac{2x - 1}{x + 2}\right)'}{2\sqrt{\frac{2x - 1}{x + 2}}} = \frac{\frac{5}{(x + 2)^2}}{2\sqrt{\frac{2x - 1}{x + 2}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x + 2)^2} \cdot \sqrt{\frac{x + 2}{2x - 1}}$. **Chọn D.**

Câu 36: $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}} \Rightarrow y' = \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)'}{2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2 + 1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x^2 + 1}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. **Chọn A.**

Câu 37: $y = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{x+1 - (x-1)} = \frac{1}{2} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})$

Suy ra $y' = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}$. **Chọn C**

Câu 38: $y = \frac{a^3}{\sqrt{a^2 - x^2}} \Rightarrow y' = a^3 \cdot \frac{-\left(\sqrt{a^2 - x^2}\right)'}{a^2 - x^2} = -a^3 \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^3 x}{\sqrt{a^2 - x^2} (a^2 - x^2)}$

Chọn A.

Câu 39: $y' = \frac{\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)'}{2\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}} = \frac{1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}}{2y} = \frac{\frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{2y} = \frac{y^2}{2y\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{y}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

Do đó $2y'\sqrt{x^2 + 1} = y$. **Chọn B.**

Câu 40: $y' = 2\sqrt{x^2 + x} + (2x - 1)\left(\sqrt{x^2 + x}\right)' = 2\sqrt{x^2 + x} + (2x - 1) \cdot \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$
 $= 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{4x^2 + 4x + 4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. **Chọn A.**

Câu 41: $f'(x) = \frac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 42: $y' = -2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3 = \frac{-1}{\sqrt{x}} + 3 = \frac{-1 + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} > 0$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} > 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{9}$. **Chọn C.**

Câu 43: $f'(x) \geq f(x) \Leftrightarrow \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} > \sqrt{x^2-2x}$ (với $x^2 - 2x > 0$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \\ x - 1 > x^2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \\ 0 > x^2 - x + 1 \end{cases}$ (vô nghiệm). **Chọn A.**

Câu 44: $f'(x) = \frac{-10x + 14}{2\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}} = \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}}$

Điều kiện $-5x^2 + 14x - 9 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{9}{5}$

Khi đó $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -5x + 7 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{5}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$. **Chọn C.**

Câu 45: $g'(x) = f'(x) - 2f'(2x)$ và $h'(x) = f'(x) - 4f'(4x)$

Do $g'(1) = 18$ và $g'(2) = 1000$ nên $\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ f'(2) - 2f'(4) = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ 2f'(2) - 4f'(4) = 2000 \end{cases}$

Cộng vế theo vế ta được $f'(1) - 4f'(4) = 2018 \Rightarrow h'(1) = 2018$. **Chọn B.**

Câu 46: $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

Suy ra $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)$

Khi đó $P = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2018}} - \frac{1}{\sqrt{2019}} \right) = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2019}} \right) = \frac{1 - \sqrt{2019}}{2\sqrt{2019}}$

Chọn C.

Câu 47: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$

Mặt khác $f(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018} = x \cdot \frac{1 - x^{2018}}{1 - x} = \frac{x - x^{2019}}{1 - x}$

Do đó $f'(x) = \frac{(1 - 2019x^{2018})(1 - x) + (x - x^{2019})}{(1 - x)^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{2019 \cdot 2^{2018} - 1 + 2 - 2^{2019}}{1}$

$= 2017 \cdot 2^{2018} + 1$. **Chọn A.**

Câu 48: Ta có $\begin{cases} f'(1) = a + b = 0 \\ f(-1) = \frac{a}{2} - \frac{b}{-1} + c = 2 \\ f(1) = \frac{a}{2} - \frac{b}{1} + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow abc = -\frac{5}{2}$. **Chọn B**

Câu 49: $g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x)$

Suy ra $g'(1) = 2f(1) + f'(1) = 3$. **Chọn D.**

Câu 50: $y' = \frac{(x^2 - 2x + 3)'}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$

Do đó $a = 1, b = -1 \Rightarrow ab = -1$. **Chọn B.**

CHỦ ĐỀ 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

A. $y' = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

B. $y' = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

C. $y' = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

D. $y' = -3 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$.

A. $y' = x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$.

B. $y' = \frac{1}{2} x^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$.

C. $y' = \frac{1}{2} x \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$.

D. $y' = \frac{1}{2} x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$

A. $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$.

B. $y' = (2x - 3) \sin(x^2 - 3x + 2)$.

C. $y' = (2x - 3) \cos(x^2 - 3x + 2)$.

D. $y' = -(2x - 3) \cos(x^2 - 3x + 2)$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 \tan x + \sqrt{x}$.

A. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

B. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

C. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \cos x^2$.

A. $y' = -2 \sin x^2$.

B. $y' = -4x \cos x^2$.

C. $y' = -2x \sin x^2$.

D. $y' = -4x \sin x^2$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan \frac{x+1}{2}$.

A. $y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

B. $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

C. $y' = -\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

D. $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin \sqrt{2+x^2}$.

A. $y' = \frac{2x+2}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$.

B. $y' = -\frac{x}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$.

$$C. y' = \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}.$$

$$D. y' = \frac{x+1}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}.$$

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{2x+1}$.

$$A. y' = -\frac{\sin \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}.$$

$$B. y' = \frac{\sin \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}.$$

$$C. y' = -\sin \sqrt{2x+1}.$$

$$D. y' = -\frac{\sin \sqrt{2x+1}}{2\sqrt{2x+1}}.$$

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cot \sqrt{x^2+1}$.

$$A. y' = -\frac{x}{\sqrt{x^2+1} \sin^2 \sqrt{x^2+1}}.$$

$$B. y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1} \sin^2 \sqrt{x^2+1}}.$$

$$C. y' = -\frac{1}{\sin^2 \sqrt{x^2+1}}.$$

$$D. y' = \frac{1}{\sin^2 \sqrt{x^2+1}}.$$

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin(\sin x)$.

$$A. y' = \cos(\sin x).$$

$$B. y' = \cos(\cos x).$$

$$C. y' = \cos x \cdot \cos(\sin x).$$

$$D. y' = \cos x \cdot \cos(\cos x).$$

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos(\tan x)$.

$$A. y' = \sin(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$B. y' = -\sin(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$C. y' = \sin(\tan x).$$

$$D. y' = -\sin(\tan x).$$

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin^2 x - \cos 2x + x$.

$$A. y' = 4 \sin x + \sin 2x + 1.$$

$$B. y' = 4 \sin 2x + 1.$$

$$C. y' = 4 \sin x + 2 \sin 2x + 1.$$

$$D. y' = 4 \sin x - 2 \sin 2x + 1.$$

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4}$.

$$A. y' = -2 \sin(\pi - 4x) + \frac{\pi}{2}.$$

$$B. y' = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \frac{\pi}{2}.$$

$$C. y' = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \frac{\pi}{2}.$$

$$D. y' = -2 \sin(\pi - 4x).$$

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos^3(2x-1)$.

$$A. y' = -3 \sin(4x-2) \cos(2x-1).$$

$$B. y' = 3 \cos^2(2x-1) \sin(2x-1).$$

$$C. y' = -3 \cos^2(2x-1) \sin(2x-1).$$

$$D. y' = 6 \cos^2(2x-1) \sin(2x-1).$$

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^3(1-x)$.

$$A. y' = \cos^3(1-x).$$

$$B. y' = -\cos^3(1-x).$$

C. $y' = -3\sin^2(1-x)\cos(1-x)$.

D. $y' = 3\sin^2(1-x)\cos(1-x)$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan^3 x + \cot 2x$

A. $y' = 3 \tan^2 x \cot x + 2 \tan 2x$.

B. $y' = -\frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} + \frac{2}{\sin^2 2x}$.

C. $y' = 3 \tan^2 x - \frac{1}{\sin^2 2x}$.

D. $y' = \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 2x}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

A. $y' = -\frac{\sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2}$.

B. $y' = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$.

C. $y' = \frac{2 - 2 \sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2}$.

D. $y' = -\frac{2}{(\sin x - \cos x)^2}$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = -\frac{2}{\tan(1-2x)}$.

A. $y' = \frac{4}{\sin^2(1-2x)}$.

B. $y' = -\frac{4}{\sin(1-2x)}$.

C. $y' = -\frac{4x}{\sin^2(1-2x)}$.

D. $y' = -\frac{4}{\sin^2(1-2x)}$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 2x}{3x+1}$.

A. $y' = \frac{-2(3x+1)\sin 2x - 3\cos 2x}{(3x+1)^2}$.

B. $y' = \frac{-2(3x+1)\sin 2x - 3\cos 2x}{3x+1}$.

C. $y' = \frac{-(3x+1)\sin 2x - 3\cos 2x}{(3x+1)^2}$.

D. $y' = \frac{2(3x+1)\sin 2x + 3\cos 2x}{(3x+1)^2}$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - x + 2$ và $g(x) = f(\sin x)$. Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$.

A. $g'(x) = 2 \cos 2x - \sin x$.

B. $g'(x) = 2 \sin 2x + \cos x$.

C. $g'(x) = 2 \sin 2x - \cos x$.

D. $g'(x) = 2 \cos 2x + \sin x$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 5 \sin x - 3 \cos x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{2}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

B. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$.

C. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -5$.

D. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{5} - 2x\right)$ tại điểm $x = -\frac{\pi}{5}$.

A. $f'\left(-\frac{\pi}{5}\right) = 4$.

B. $f'\left(-\frac{\pi}{5}\right) = -4$.

C. $f'\left(-\frac{\pi}{5}\right) = 2.$

D. $f'\left(-\frac{\pi}{5}\right) = -2.$

Câu 23. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2 \tan x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{4}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$

B. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4.$

C. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$

D. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4.$

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ tại điểm $x = 0$.

A. $f'(0) = -\sqrt{3}.$

B. $f'(0) = 4.$

C. $f'(0) = -3.$

D. $f'(0) = \sqrt{3}.$

Câu 25. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin 3x \cos 5x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{8}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 - \sqrt{2}.$

B. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -\frac{15\sqrt{2}}{2}.$

C. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 + \sqrt{2}.$

D. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2 + 4\sqrt{2}.$

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{8}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{3}{4}.$

B. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1.$

C. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -1.$

D. $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.$

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{4}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$

B. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$

C. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2.$

D. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x - 2x \cos 2x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{4}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}.$

B. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}.$

C. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$

D. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \pi.$

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{\cos 3x}$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$

B. $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}.$

C. $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.$

D. $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.$

Câu 30. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin 3x + \cos 2x$.

A. $y' = -6 \cos 3x + 2 \sin 2x.$

B. $y' = 2 \cos 3x + \sin 2x.$

C. $y' = 2 \cos 3x - \sin 2x.$

D. $y' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x.$

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin^2(3x - 1)$. Tập giá trị của hàm số $f'(x)$ là

A. $[-4; 4].$

B. $[-2; 2].$

C. $[-12; 12].$

D. $[0; 4].$

Câu 32. Hàm số nào dưới đây thỏa mãn hệ thức $y' + 2y^2 + 2 = 0$?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \tan 2x$. C. $y = \cos 2x$. D. $y = \cot 2x$.

Câu 33. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x - \sin^2 x$

- A. $f'(x) = \sin 2x$. B. $f'(x) = -2 \sin 2x - 2 \sin x$.
C. $f'(x) = -3 \sin 2x$. D. $f'(x) = -\sin 2x$.

Câu 34. Cho hai hàm số $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}$ và $g(x) = \sin x$. Tính giá trị của $\frac{f'(0)}{g'(0)}$.

- A. 0. B. 1. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{6}{5}$.

Câu 35. Cho $f(x) = \sin^3 ax$, $a > 0$. Tính $f'(\pi)$.

- A. $f'(\pi) = 2 \sin^2(a\pi) \cos(a\pi)$. B. $f'(\pi) = 0$.
C. $f'(\pi) = 3a \sin^2(a\pi)$. D. $f'(\pi) = 3a \sin^2(a\pi) \cos(a\pi)$.

Câu 36. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \sin x + \cos x$.

- A. $y' = 2 \cos x$. B. $y' = 2 \sin x$. C. $y' = \sin x - \cos x$. D. $y' = \cos x - \sin x$.

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3 \sin 4x$.

- A. $y' = 12 \cos 4x - 2 \sin 4x$. B. $y' = 12 \cos 4x + 2 \sin 4x$.
C. $y' = -12 \cos 4x + 2 \sin 4x$. D. $y' = 3 \cos 4x - \frac{1}{2} \sin 4x$.

Câu 38. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ là

- A. $y' = 2 \cos 2x$. B. $y' = 2 \sin 2x$. C. $y' = \sin 4x$. D. $y' = 2 \sin 4x$.

Câu 39. Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + 3 \sin 2x)^4$.

- A. $y' = 24(1 + 3 \sin 2x)^3 \cos 2x$. B. $y' = 24(1 + 3 \sin 2x)^3$.
C. $y' = 4(1 + 3 \sin 2x)^3$. D. $y' = 12(1 + 3 \sin 2x)^3 \cos 2x$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$.

- A. $f'(x) = 2 \sin 2x$. B. $f'(x) = 2 \cos 2x$.
C. $f'(x) = \cos 2x$. D. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$.

Câu 41. Đạo hàm của hàm số $y = \tan^2 x - \cot^2 x$ là

- A. $y' = 2 \tan x - 2 \cot x$. B. $y' = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$.
C. $y' = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$. D. $y' = -\frac{2 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$.

Câu 42. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - 2 \cos x + 1$ là:

A. $y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x$.

B. $y' = -\cos 2x - 2 \sin x$.

C. $y' = 2 \cos 2x - 2 \sin x$.

D. $y' = -2 \cos 2x + 2 \sin x$.

Câu 43. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$.

A. $y' = -\frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

B. $y' = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

C. $y' = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

D. $y' = -\frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó đạo hàm cấp 3 của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng

A. 2.

B. $-2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. -2.

Câu 45. Hàm số $y = \cos x \cdot \sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

A. $\sin x(3 \cos^2 x + 1)$.

B. $\sin x(\cos^2 x - 1)$.

C. $\sin x(\cos^2 x + 1)$.

D. $\sin x(3 \cos^2 x - 1)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y' + y'' = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $4y - y'' = 2$.

C. $4y + y'' = 2$.

D. $2y' + y' \cdot \tan x = 0$.

Câu 47. Đạo hàm của hàm số $y = \cos(2x+1)$ là

A. $y' = 2 \sin(2x+1)$.

B. $y' = -2 \sin(2x+1)$.

C. $y' = -\sin(2x+1)$.

D. $y' = \sin(2x+1)$.

Câu 48. Xét hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ khi $x \neq 0$ và $f(x) = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ là một hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là một hàm tuần hoàn chu kỳ 2π .

C. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 0$ bằng 0.

D. $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 49. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

A. $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

B. $y' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

C. $y' = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

D. $y' = -\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

Câu 50. Đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$ là

- A. $y' = \sin x - x \cos x$. B. $y' = \sin x + x \cos x$. C. $y' = -x \cos x$. D. $y' = x \cos x$.

Câu 51. Hàm số $y = x^2 \cos x$ có đạo hàm là

- A. $y' = 2x \sin x + x^2 \cos x$. B. $y' = 2x \cos x - x^2 \sin x$.
C. $y' = 2x \cos x + x^2 \sin x$. D. $y' = 2x \sin x - x^2 \cos x$.

Câu 52. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin 4x}{4} + \cos x - \sqrt{3} \left(\sin x + \frac{\cos 4x}{4} \right)$. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$

thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2} \right]$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 53. Công thức nào sau đây đúng?

- A. $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$. C. $(\tan x)' = -\frac{1}{\cos^2 x}$.
B. $(\sin x)' = -\cos x$. D. $(\cos x)' = -\sin x$.

Câu 54. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

- A. $y' = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. B. $y' = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.
C. $y' = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. D. $y' = -3 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

Câu 55. Tính đạo hàm của hàm số $y = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$.

- A. $y' = x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$. B. $y' = \frac{1}{2} x^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$.
C. $y' = \frac{1}{2} x \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$. D. $y' = \frac{1}{2} x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$.

Câu 56. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$.

- A. $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$. B. $y' = (2x - 3) \sin(x^2 - 3x + 2)$.
C. $y' = (2x - 3) \cos(x^2 - 3x + 2)$ D. $y' = -(2x - 3) \cos(x^2 - 3x + 2)$.

Câu 57. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 \tan x + \sqrt{x}$.

- A. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. B. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
C. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 58. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \cos x^2$.

A. $y' = -2 \sin x^2$.

B. $y' = -4x \cos x^2$.

C. $y' = -2x \sin x^2$.

D. $y' = -4x \sin x^2$.

Câu 59. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan \frac{x+1}{2}$.

A. $y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

B. $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

C. $y' = -\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

D. $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1-B	2-A	3-C	4-C	5-D	6-A	7-C	8-A	9-A	10-C
11-B	12-B	13-A	14-A	15-C	16-D	17-D	18-D	19-A	20-C
21-A	22-A	23-D	24-B	25-A	26-C	27-C	28-D	29-D	30-D
31-C	32-D	33-C	34-C	35-D	36-D	37-A	38-D	39-A	40-B
41-B	42-A	43-D	44-C	45-D	46-C	47-B	48-D	49-A	50-B
51-B	52-C	53-D	54-B	55-A	56-C	57-C	58-D	59-A	

Câu 1: $y' = \left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)' \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) = -3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. **Chọn B.**

Câu 2: $y' = -\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)' \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right) = -\frac{1}{2} \cdot (-2x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right) = x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$. **Chọn A.**

Câu 3: $y' = (x^2 - 3x + 2)' \cdot \cos(x^2 - 3x + 2) = (2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$. **Chọn C.**

Câu 4: $y' = (x^2)' \tan x + (\tan x)' \cdot x^2 + (\sqrt{x})' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **Chọn C.**

Câu 5: $y' = -2 \cdot (x^2)' \cdot \sin x^2 = -2 \cdot 2x \cdot \sin x^2 = -4x \cdot \sin x^2$. **Chọn D.**

Câu 6: $y' = \left(\tan \frac{x+1}{2}\right)' = \frac{\left(\frac{x+1}{2}\right)'}{\cos^2 \frac{x+1}{2}} = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$. **Chọn A.**

Câu 7: $y' = (\sqrt{2+x^2})' \cos \sqrt{2+x^2} = \frac{(2+x^2)'}{2\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2} = \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$. **Chọn C.**

Câu 8: $y' = -(\sqrt{2x+1})' \sin \sqrt{2x+1} = \frac{(2x+1)'}{2\sqrt{2x+1}} \sin \sqrt{2x+1} = -\frac{\sin \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}$. **Chọn A.**

Câu 9: $y' = -\frac{(\sqrt{x^2+1})'}{\sin^2 \sqrt{x^2+1}} = -\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{\sin^2 \sqrt{x^2+1}} = -\frac{x}{\sqrt{x^2+1} \cdot \sin^2 \sqrt{x^2+1}}$. **Chọn A.**

Câu 10: $y' = [\sin(\sin x)]' = (\sin x)' \cdot \cos(\sin x) = \cos x \cdot \cos(\sin x)$. **Chọn C.**

Câu 11: $y' = -(\tan x)' \sin(\tan x) = -\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \sin(\tan x)$. **Chọn B.**

Câu 12: $y' = 2 \cdot 2 \cdot (\sin x)' \cdot \sin x + (2x)' \sin 2x + 1 = 4 \cos x \cdot \sin x + 2 \sin 2x + 1$
 $= 2 \sin 2x + 2 \sin 2x + 1 = 4 \sin 2x + 1$. **Chọn B.**

Câu 13: $y = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4} = \frac{1 - \cos(\pi - 4x)}{2} + \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4}$

$= -\frac{1}{2} \cos(\pi - 4x) + \frac{\pi}{2}x + \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow y' = \left(-\frac{1}{2} \cos(\pi - 4x) + \frac{\pi}{2}x + \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right)'$

$= \frac{1}{2}(\pi - 4x)' \cdot \sin(\pi - 4x) + \frac{\pi}{2} = -2 \sin(\pi - 4x) + \frac{\pi}{2}$. **Chọn A.**

Câu 14: $y' = [\cos^3(2x-1)]' = 3 \cos^2(2x-1) [\cos(2x-1)]'$

$= -6 \sin(2x-1) \cos^2(2x-1) = -3 \sin(4x-2) \cos(2x-1)$. **Chọn A.**

Câu 15: $y' = [\sin^3(1-x)]' = 3[\sin(1-x)]' \cdot \sin^2(1-x) = -3 \cdot \cos(1-x) \cdot \sin^2(1-x)$. **Chọn C.**

Câu 16: $y' = (\tan^3 x + \cot 2x)' = 3 \tan^2 x \cdot (\tan x)' - \frac{2}{\sin^2 2x} = \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 2x}$. **Chọn D.**

Câu 17: Ta có $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{-\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. **Chọn D.**

Suy ra $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{1}{\left(\frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{-2}{(\sin x - \cos x)^2}$. **Chọn D.**

Câu 18: $y' = -\frac{2(\tan(1-2x))'}{\tan^2(1-2x)} = \frac{-4 \cdot \frac{1}{\cos^2 x(1-2x)}}{\tan^2(1-2x)} = \frac{-4}{\sin^2(1-2x)}$. **Chọn A.**

Câu 19: $y' = \frac{(\cos 2x)' \cdot (3x+1) - (3x+1)' \cdot \cos 2x}{(3x+1)^2} = \frac{-2(3x+1) \sin 2x - 3 \cos 2x}{(3x+1)^2}$. **Chọn A.**

Câu 20: $f'(x) = 4x - 1 \Rightarrow f'(\sin x) = 4 \sin x - 1$. **Chọn C.**

Suy ra $g'(x) = (\sin x)' \cdot f'(\sin x) = \cos x \cdot (4 \sin x - 1) = 2 \sin 2x - \cos x$. **Chọn A.**

Câu 21: $f'(x) = (5 \sin x - 3 \cos x)' = 5(\sin x)' - 3(\cos x)' = 5 \cos x + 3 \sin x$

Suy ra $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5 \cos \frac{\pi}{2} + 3 \sin \frac{\pi}{2} = 3$. **Chọn A.**

Câu 22: $f'(x) = \left[2 \sin\left(\frac{3\pi}{5} - 2x\right)\right]' = 2\left(\frac{3\pi}{5} - 2x\right)' \cos\left(\frac{3\pi}{5} - 2x\right) = -4 \cos\left(\frac{3\pi}{5} - 2x\right)$

Suy ra $f'\left(-\frac{\pi}{5}\right) = -4 \cos\left(\frac{3\pi}{5} - \frac{2\pi}{5}\right) = -4 \cos \pi = 4$. **Chọn A.**

Câu 23: $f'(x) = (2 \tan x)' = \frac{2}{\cos^2 x} \longrightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{\cos^2 \frac{\pi}{4}} = 4$. **Chọn D.**

Câu 24: $f'(x) = \left[\tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)\right]' = \frac{\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)'}{\cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)}$.

Suy ra $f'(0) = \frac{1}{\cos^2\left(0 - \frac{2\pi}{3}\right)} = 4$. **Chọn B.**

Câu 25: Ta có $f(x) = 2 \sin 3x \cos 5x = \sin 8x - \sin 2x$.

Do đó $f'(x) = (\sin 8x - \sin 2x)' = 8 \cos 8x - 2 \cos 2x$.

Suy ra $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 8 \cos\left(8 \cdot \frac{\pi}{8}\right) - 2 \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = -8 - \sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 26: Ta có $f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$

$\longrightarrow f'(x) = -\sin 4x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -\sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$. **Chọn C.**

Câu 27: Ta có $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \longrightarrow f'(x) = -2 \sin 2x$

Suy ra $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = -2$. **Chọn C.**

Câu 28: $f'(x) = (\sin 2x - 2x \cos 2x)' = 2 \cos 2x - 2 \cos 2x + 4x \sin 2x = 4x \sin 2x$

Suy ra $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = \pi$. **Chọn D.**

Câu 29: $f'(x) = -\sqrt{2} \cdot \frac{(\cos 3x)'}{\cos^2 3x} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sin 3x}{\cos^2 3x} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sin \pi}{\cos^2 \pi} = 0$. **Chọn D**

Câu 30: $y' = 2 \cdot (\cos 3x \cdot 3) + (-\sin 2x \cdot 2) = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x$. **Chọn D.**

Câu 31: Ta có $f'(x) = 4 \cdot 2 \sin(3x-1) \cdot [\sin(3x-1)]' = 8 \sin(3x-1) \cdot 3 \cos(3x-1)$
 $= 12 \cdot 2 \sin(3x-1) \cos(3x-1) = 12 \sin(6x-2)$

Mặt khác $-1 \leq \sin(6x-2) \leq 1$ nên $f'(x)$ thuộc đoạn $[-12; 12]$. **Chọn C.**

Câu 32: Với $y = \tan 2x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 2x} \cdot 2$

Do đó $y' + 2y^2 + 2 = \frac{2}{\cos^2 2x} + 2 \tan^2 2x + 2 = \frac{4}{\cos^2 2x}$

Với $y = \cot 2x \Rightarrow y' = \frac{-1}{\sin^2 2x} \cdot 2$ suy ra $y' + 2y^2 + 2 = \frac{-2}{\sin^2 2x} + 2 \cot^2 2x + 2 = 0$. **Chọn D.**

Câu 33: $f'(x) = -\sin 2x \cdot 2 - 2 \sin x (\sin x)' = -2 \sin 2x - 2 \sin x \cos x = -3 \sin 2x$. **Chọn C.**

Câu 34: $f(x) = \sqrt{1+3x} - (1+2x)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{1}{3}(1+2x)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 \Rightarrow f'(0) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

Lại có $g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1$ suy ra $\frac{f'(0)}{g'(0)} = \frac{5}{6}$. **Chọn C.**

Câu 35: $f'(x) = 3 \sin^2(ax) (\sin ax)' = 3 \sin^2(ax) (a \cos ax)$

Suy ra $f'(\pi) = 3a \sin^2(a\pi) \cos(a\pi)$. **Chọn D.**

Câu 36: $y' = \cos x - \sin x$. **Chọn D.**

Câu 37: $y' = \frac{-\sin 4x \cdot 4}{2} + 3 \cos 4x \cdot 4 = -2 \sin 4x + 12 \cos 4x$. **Chọn A.**

Câu 38: $y = \sin^2 2x \Rightarrow y' = 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)' = 2 \sin 2x \cdot (\cos 2x \cdot 2) = 2 \cdot 2 \sin 2x \cos 2x = 2 \sin 4x$. **Chọn D.**

Câu 39: $y' = 4(1+3 \sin 2x)^3 \cdot (1+3 \sin 2x)' = 4(1+3 \sin 2x)^3 \cdot 3 \cos 2x \cdot 2$
 $= 24(1+3 \sin 2x)^3 \cdot \cos 2x$. **Chọn A.**

Câu 40: $f'(x) = \cos 2x \cdot 2 = 2 \cos 2x$. **Chọn B.**

Câu 41: $y' = 2 \tan x \cdot (\tan x)' + 2 \cot x \cdot (\cot x)' = 2 \tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 2 \cot x \cdot \frac{1}{\sin^2 x}$. **Chọn B.**

Câu 42: $y' = \cos 2x \cdot 2 - 2(-\sin x) = 2 \cos 2x + 2 \sin x$. **Chọn A.**

Câu 43:
$$y' = \frac{\cos x(\sin x - \cos x) - (\sin x - \cos x)' \sin x}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{\sin x \cos x - \cos^2 x - (\cos x + \sin x) \cdot \sin x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 44: $y' = 2 \cos x (\cos x)' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -2 \sin 2x$

Suy ra $y'' = -\cos 2x \cdot 2 \Rightarrow y'' = -(-\sin 2x \cdot 2) = 4 \sin 2x$.

Do đó $y''\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 45: $y' = (-\sin x) \cdot \sin^2 x + \cos x (\sin^2 x)' = -\sin^2 x + \cos x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x$

$$= -\sin^3 x + 2 \sin x \cos^2 x = \sin x (2 \cos^2 x - \sin^2 x) = \sin x (2 \cos^2 x - (1 - \cos^2 x))$$

$$= \sin x (3 \cos^2 x - 1). \text{ Chọn D.}$$

Câu 46: $y' = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \sin 2x, y'' = 2 \cos 2x = 2(1 - 2 \sin^2 x) = 2 - 4 \sin^2 x$

Do đó $4y + y'' = 4 \sin^2 x + 2 - 4 \sin^2 x = 2$. **Chọn C.**

Câu 47: $y' = -\sin(2x+1) \cdot 2 = -2 \sin(2x+1)$. **Chọn B.**

Câu 48: $y(-x) = \frac{1 - \cos(-x)}{(-x)^2} = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ khi $x \neq 0$ và $f(0) = 0$. Do đó, $f(x)$ là một hàm số chẵn, $f(x)$

không là hàm số tuần hoàn

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ nên hàm số không liên tục tại điểm

$x = 0$ do đó $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = 0$. **Chọn D.**

Câu 49: $y' = \frac{\left(\frac{\pi}{4} - x\right)'}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \Rightarrow y' = -\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. **Chọn A.**

Câu 50: $y' = x' \sin x + x (\sin x)' = \sin x + x \cos x$. **Chọn B**

Câu 51: $y' = (x^2)' \cdot \cos x + x^2 (\cos x)' = 2x \cos x + x^2 \cdot (-\sin x)$

Suy ra $y' = 2x \cos x - x^2 \sin x$. **Chọn B.**

Câu 52: $f'(x) = \frac{\cos 4x \cdot 4}{4} - \sin x - \sqrt{3} \left(\cos x + \frac{-\sin 4x \cdot 4}{4} \right)$

$$= \cos 4x - \sin x - \sqrt{3} \cos x + \sqrt{3} \sin 4x$$

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 4x + \cos 4x = \sin x + \sqrt{3} \cos x \Leftrightarrow 2 \sin \left(4x + \frac{\pi}{6} \right) = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{6} = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{6} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + l \cdot 2\pi \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{l \cdot 2\pi}{5} \end{cases}$$

Kết hợp $x \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow x = \left\{ \frac{\pi}{18}; \frac{\pi}{2} \right\}$. **Chọn C.**

Câu 53: Ta có $(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$, $(\sin x)' = \cos x$, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(\cos x)' = -\sin x$. **Chọn D.**

Câu 54: $y' = \cos \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right) \cdot (-3) = -3 \cos \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right)$. **Chọn B.**

Câu 55: $y' = \frac{-1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{3} - x^2 \right) \cdot \left(\frac{\pi}{3} - x^2 \right)' = \frac{-1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{3} - x^2 \right) \cdot (-2x)$

Do đó $y' = x \cos \left(\frac{\pi}{3} - x^2 \right)$. **Chọn A.**

Câu 56: $y' = \cos(x^2 - 3x + 2) \cdot (x^2 - 3x + 2)' = \cos(x^2 - 3x + 2) \cdot (2x - 3)$

Do đó $y' = (2x - 3) \cos(x^2 - 3x + 2)$. **Chọn C.**

Câu 57: $y' = (x^2 \tan x)' + (\sqrt{x})' = \left(2x \tan x + x^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \right) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Do đó $y' = 2x \tan x + x^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **Chọn C.**

Câu 58: $y' = -2 \sin x^2 \cdot (x^2)' = -2 \sin x^2 \cdot 2x = -4x \sin x^2$. **Chọn D.**

Câu 59: $y' = \frac{\left(\frac{x+1}{2} \right)'}{\cos^2 \frac{x+1}{2}} = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$. **Chọn A.**

CHỦ ĐỀ 4. VI PHÂN VÀ ĐẠO HÀM CẤP CAO

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Tính vi phân của hàm số $f(x) = 3x^2 - x$ tại điểm $x = 2$ ứng với $\Delta x = 0,1$.

- A. $df(2) = -0,07$. B. $df(2) = 10$. C. $df(2) = 1,1$. D. $df(2) = -0,4$.

Câu 2. Tính vi phân của hàm số $f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}$ tại điểm $x = 4$ ứng với $\Delta x = 0,002$.

- A. $df(4) = \frac{1}{8}$. B. $f(4) = \frac{1}{8000}$. C. $df(4) = \frac{1}{400}$. D. $df(4) = \frac{1}{1600}$.

Câu 3. Tính vi phân của hàm số $f(x) = \sin 2x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ ứng với $\Delta x = 0,001$.

- A. $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$. B. $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = -0,1$. C. $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,001$. D. $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = -0,001$.

Câu 4. Tính vi phân của hàm số $f(x) = \frac{x+3}{1-2x}$ tại điểm $x = -3$.

- A. $dy = \frac{1}{7}dx$. B. $dy = 7dx$. C. $dy = -\frac{1}{7}dx$. D. $dy = -7dx$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$. B. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.
C. $df(x) = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$. D. $df(x) = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

Câu 6. Tính vi phân của hàm số $y = (x-1)^2$.

- A. $dy = 2(x-1)dx$. B. $dy = 2(x-1)$. C. $dy = (x-1)dx$. D. $dy = (x-1)^2 dx$.

Câu 7. Tính vi phân của hàm số $y = x^3 + 9x^2 + 12x - 5$.

- A. $dy = (3x^2 + 18x + 12)dx$. B. $dy = (-3x^2 + 18x + 12)dx$.
C. $dy = -(3x^2 + 18x + 12)dx$. D. $dy = (-3x^2 + 18x - 12)dx$.

Câu 8. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{2x+3}{2x-1}$.

- A. $dy = -\frac{8}{(2x-1)^2} dx$. B. $dy = \frac{4}{(2x-1)^2} dx$.
C. $dy = -\frac{4}{(2x-1)^2} dx$. D. $dy = -\frac{7}{(2x-1)^2} dx$.

Câu 9. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$.

A. $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2} dx$.

B. $dy = \frac{2x+1}{(x-1)^2} dx$

C. $dy = -\frac{2x+1}{(x-1)^2} dx$.

D. $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2} dx$.

Câu 10. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

A. $dy = -\frac{4x}{(1+x^2)^2} dx$.

B. $dy = -\frac{4}{(1+x^2)^2} dx$.

C. $dy = -\frac{4}{1+x^2} dx$.

D. $dy = -\frac{dx}{(1+x^2)^2}$.

Câu 11. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{a+b}$ với a, b là hằng số thực dương.

A. $dy = \frac{1}{2(a+b)\sqrt{x}} dx$.

B. $dy = \frac{2}{(a+b)\sqrt{x}} dx$.

C. $dy = \frac{2\sqrt{x}}{a+b} dx$.

D. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x}(a+b)} dx$.

Câu 12. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}}$.

A. $dy = \frac{8-x}{(x^2+2)^{\frac{1}{2}}} dx$.

B. $dy = \frac{8+x}{(x^2+2)^{\frac{1}{2}}} dx$.

C. $dy = \frac{8+x}{(x^2+2)^{\frac{3}{2}}} dx$.

D. $dy = \frac{8+x}{(x^2+2)^{\frac{3}{2}}} dx$.

Câu 13. Tính vi phân của hàm số $y = (x-2)\sqrt{x^2+3}$.

A. $dy = \frac{x^2-x+3}{\sqrt{x^2+3}} dx$.

B. $dy = \frac{x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+3}} dx$.

C. $dy = \frac{2x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+3}} dx$.

D. $dy = \frac{2x^2-x+3}{\sqrt{x^2+3}} dx$.

Câu 14. Tính vi phân của hàm số $y = \sqrt{x+\sqrt{x}}$.

A. $dy = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x^2+x\sqrt{x}}} dx$.

B. $dy = \frac{2\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x^2+x\sqrt{x}}} dx$.

C. $dy = \frac{\sqrt{x}+2}{4\sqrt{x^2+x}} dx$.

D. $dy = \frac{2\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x^2+\sqrt{x}}} dx$.

Câu 15. Tính vi phân của hàm số $y = \cot(2017x)$.

A. $dy = -2017 \sin(2017x) dx$.

B. $dy = \frac{2017}{\sin^2(2017x)} dx$.

C. $dy = -\frac{2017}{\cos^2(2017x)} dx$.

D. $dy = -\frac{2017}{\sin^2(2017x)} dx$.

Câu 16. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

A. $dy = \frac{2\sqrt{x}}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

B. $dy = \frac{\sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

C. $dy = \frac{2\sqrt{x} - \sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

D. $dy = \frac{2\sqrt{x} - \sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

Câu 17. Tính vi phân của hàm số $y = \sqrt{\sin x + 2x}$.

A. $dy = \frac{2 - \cos x}{2\sqrt{\sin x + 2x}} dx$.

B. $dy = \frac{\cos x + 2}{2\sqrt{\sin x + 2x}} dx$.

C. $dy = \frac{\cos x + 1}{\sqrt{\sin x + 2x}} dx$.

D. $dy = \frac{\cos x - 1}{\sqrt{\sin x + 2x}} dx$.

Câu 18. Tính vi phân của hàm số $y = \cos^2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)$.

A. $dy = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \sin\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) dx$.

B. $dy = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \cos\left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right] dx$.

C. $dy = -\frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \sin\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) dx$.

D. $dy = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \sin\left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right] dx$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 6$. Tập nghiệm của bất phương trình $f''(x) \leq f'(x) - 1$ là

A. $x \in [1; 3]$.

B. $x \in \mathbb{R}$.

C. $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

D. $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 20. Cho hai hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ và $g(x) = 3 + 10x - 7x^2$. Nghiệm của phương trình

$f''(x) + g'(x) = 0$ là

A. $x = 1; x = \frac{1}{6}$.

B. $x = -1; x = \frac{1}{6}$.

C. $x = -1; x = -\frac{1}{6}$.

D. $x = 1; x = -\frac{1}{6}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = 3x^5 - 5x^4 + 3x - 2$. Giải bất phương trình $y'' < 0$.

A. $x \in (1; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}$.

C. $x \in (-1; 1)$.

D. $x \in (-2; 2)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = (x+10)^6$. Tính giá trị của $f''(2)$.

- A. $f''(2) = 622080$. B. $f''(2) = 1492992$. C. $f''(2) = 124416$. D. $f''(2) = 103680$.

Câu 23. Cho hàm số $y = -3x^3 + 3x^2 - x + 5$. Tính giá trị của $y^{(3)}(2017)$.

- A. $y^{(3)}(2017) = 0$. B. $y^{(3)}(2017) = -2017$. C. $y^{(3)}(2017) = 2017$. D. $y^{(3)}(2017) = -18$.

Câu 24. Tính đạo hàm cấp 3 của hàm số $f(x) = (2x+5)^5$.

- A. $f^3(x) = 80(2x+5)^3$. B. $f^3(x) = 480(2x+5)^3$.
C. $f^3(x) = 480(2x+5)^2$. D. $f^3(x) = 180(2x+5)^3$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. Giải phương trình $f'(x) = f''(x)$.

- A. $x = 3; x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 5; x = 6$. D. $x = -3$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{3x-4}{x+2}$. Tìm x sao cho $y'' = 20$.

- A. $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{1-x}$. Giải bất phương trình $y'' > 0$.

- A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x \neq 1$. D. Vô nghiệm.

Câu 28. Cho hàm số $y = \frac{1}{(x+1)^3}$. Giải bất phương trình $y'' < 0$.

- A. $x < -1$. B. $x > -1$. C. $x \neq 1$. D. Vô nghiệm.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{2}{1+x}$. Tính giá trị của $y^{(3)}(1)$.

- A. $y^{(3)}(1) = -\frac{3}{4}$. B. $y^{(3)}(1) = \frac{3}{4}$. C. $y^{(3)}(1) = -\frac{4}{3}$. D. $y^{(3)}(1) = \frac{4}{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{1}{x^2-1}$. Tính giá trị của $y^{(3)}(2)$.

- A. $y^{(3)}(2) = \frac{80}{27}$. B. $y^{(3)}(2) = -\frac{80}{27}$. C. $y^{(3)}(2) = \frac{40}{27}$. D. $y^{(3)}(2) = -\frac{40}{27}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \sin^3 x + x^2$. Tính giá trị của $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$. B. $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1$. C. $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2$. D. $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 5$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 16 \cos x - \cos 2x$. Tính giá trị của $f''(\pi)$.

- A. $f''(\pi) = 24$. B. $f''(\pi) = 4$. C. $f''(\pi) = -16$. D. $f''(\pi) = -8$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \sin 2x - \cos 2x$. Giải phương trình $y'' = 0$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \sin 5x \cos 2x$.

A. $y'' = 49 \sin 7x + 9 \sin 3x$.

B. $y'' = -49 \sin 7x - 9 \sin 3x$.

C. $y'' = \frac{49}{2} \sin 7x + \frac{9}{2} \sin 3x$.

D. $y'' = -\frac{49}{2} \sin 7x - \frac{9}{2} \sin 3x$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Tính giá trị của $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$.

B. $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}$.

C. $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3}$.

D. $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x \sin x$. Biểu thức $P = f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right) + f''\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'''\left(\frac{\pi}{2}\right)$ có giá trị bằng:

A. $P = 2$.

B. $P = -2$.

C. $P = 4$.

D. $P = -4$.

Câu 37. Cho hàm số $y = (x^2 - 1)^2$. Tính giá trị của biểu thức $M = y^4 + 2xy''' - 4y''$.

A. $M = 0$.

B. $M = 20$.

C. $M = 40$.

D. $M = 100$.

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = (y')^2 - 2yy''$.

A. $M = 0$.

B. $M = 2$.

C. $M = -1$.

D. $M = 1$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$ có đạo hàm là $f'(x)$ và $f''(x)$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = f'(\sqrt{2}) + \frac{2}{3}f''(\sqrt{2}).$$

A. $M = 8\sqrt{2}$.

B. $M = 6\sqrt{2}$.

C. $M = 7$.

D. $M = \frac{13}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x + \frac{5}{x}$ có đạo hàm là y' . Rút gọn biểu thức $M = xy' + y$.

A. $M = 2x$.

B. $M = -2x$.

C. $M = x$.

D. $M = \frac{10}{x}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = 5 - \frac{3}{x}$. Tính giá trị của biểu thức $M = xy'' + 2y'$.

A. $M = 0$.

B. $M = 1$.

C. $M = 4$.

D. $M = 10$.

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+4}$ có đạo hàm là y' và y'' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2(y')^2 = (y+1)y''$.

B. $2(y')^2 = (y-1)y''$.

C. $2(y')^2 = (y-1)y''$.

D. $2(y')^2 = (-y-1)y''$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+4}$ và biểu thức $M = 2(y')^2 + (1-y)y''$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = 0$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{x+4}$. D. $M = \frac{2x}{(x+4)^2}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$. Tính giá trị của biểu thức $M = y^{(3)}y'' + 1$.

- A. $M = 0$. B. $M = 1$. C. $M = -1$. D. $M = 2$.

Câu 45. Cho hàm số $y = \sin 2x$ có đạo hàm là y' và y'' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $y^2 + (y')^2 = 4$. B. $4y + y'' = 0$. C. $y = y' \tan 2x$. D. $4y - y'' = 0$.

Câu 46. Cho hàm số $y = \cos 2x$ có đạo hàm là y' và y'' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $y + y'' = 0$. B. $4y'' - y = 0$. C. $y'' + 4y = 0$. D. $y + 2y' = 0$.

Câu 47. Cho hàm số $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ có đạo hàm là y' và y'' và biểu thức $M = y'' + \omega^2 y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = 1$. B. $M = -1$. C. $M = \cos^2(\omega x + 4)$. D. $M = 0$.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$, $g(x) = 3 + 10x - 7x^2$. Nghiệm của phương trình $f''(x) + g'(x) = 0$ là

- A. $1; \frac{1}{6}$ B. $-1; \frac{1}{6}$ C. $-1; -\frac{1}{6}$ D. $1; -\frac{1}{6}$

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$ có đạo hàm là $f'(x)$ và $f''(x)$. Tính giá trị của biểu thức $M = f'(\sqrt{2}) + \frac{2}{3}f''(\sqrt{2})$

- A. $8\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2}$ C. 7 D. $\frac{13}{3}$

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+4}$ có đạo hàm là y' và y'' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2(y')^2 = (y+1)y''$ B. $2(y')^2 = (y-1)y''$
C. $2(y')^2 = -(y-1)y''$ D. $2(y')^2 = (-y-1)y''$

Câu 51. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+4}$ và biểu thức $M = 2(y')^2 + (1-y)y''$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = 0$ B. $M = 1$ C. $M = \frac{1}{x+4}$ D. $M = \frac{2x}{(x+4)^2}$

Câu 52. Cho hàm số $y = x \sin x$ và biểu thức $M = xy - 2(y' - \sin x) + xy''$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = 1$ B. $M = 0$ C. $M = 2$ D. $M = \sin x$

Câu 53. Cho hàm số $y = x \cos x$. Tính giá trị biểu thức $M = xy + xy'' - 2(y' - \cos x)$

A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

Câu 54. Cho hàm số $y = x \tan x$. Rút gọn biểu thức $M = x^2 y'' + 2(x^2 + y^2)(1 - y)$

A. $\frac{4x^2}{\cos^2 x}$ B. 1 C. $x^2 - \tan^2 x$ D. 0

Câu 55. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm của phương trình $2f'(x) - xf''(x) - 6 = 0$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 56. Đạo hàm bậc 21 của hàm số $f(x) = \cos(x + a)$ là

A. $f^{(21)}(x) = \sin\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right)$. B. $f^{(21)}(x) = -\sin\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right)$.
C. $f^{(21)}(x) = -\cos\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right)$. D. $f^{(21)}(x) = \cos\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 57. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$. Tính $f^{(30)}(x)$.

A. $f^{(30)}(x) = 30!(1-x)^{-30}$. B. $f^{(30)}(x) = 30!(1-x)^{-31}$.
C. $f^{(30)}(x) = -30!(1-x)^{-30}$. D. $f^{(30)}(x) = -30!(1-x)^{-31}$.

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$. Tìm đạo hàm cấp 2018 của hàm số $f(x)$.

A. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2018}}{(1-x)^{2018}}$. B. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$.
C. $f^{(2018)}(x) = -\frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$. D. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2018}}{(1-x)^{2019}}$.

Câu 59. Cho số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 131072$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $n \in [15; 20)$. B. $n \in [5; 10)$. C. $n \in [10; 15)$. D. $n \in [1; 5)$.

Câu 60. Cho đa thức $f(x) = (1+3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm hệ số a_3 , biết rằng $a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 49152n$.

A. $a_3 = 945$. B. $a_3 = 252$. C. $a_3 = 5670$. D. $a_3 = 1512$.

Câu 61. Cho khai triển $(x^3 - 3x^2 + 4)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_{3n}x^{3n}$, biết $a_0 + a_1 + \dots + a_{3n} = 4096$. Tìm a_2 ?

A. $a_2 = -9 \cdot 2^{24}$. B. $a_2 = 3 \cdot 2^{23}$. C. $a_2 = -7 \cdot 2^{21}$. D. $a_2 = 5 \cdot 2^{22}$.

Câu 62. Cho hàm số $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^9$. Tính $f^{(5)}(0)$.

A. $f^{(5)}(0) = 15120$. B. $f^{(5)}(0) = \frac{201}{20}$. C. $f^{(5)}(0) = 144720$. D. $f^{(5)}(0) = 1206$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1-C	2-B	3-D	4-A	5-A	6-A	7-A	8-A	9-D	10-A
11-A	12-D	13-C	14-B	15-D	16-C	17-B	18-D	19-C	20-A
21-B	22-A	23-D	24-B	25-D	26-B	27-B	28-A	29-A	30-B
31-D	32-A	33-B	34-D	35-B	36-B	37-C	38-C	39-D	40-A
41-A	42-B	43-A	44-A	45-B	46-C	47-D	48-A	49-D	50-B
51-A	52-B	53-C	54-A	55-B	56-D	57-B	58-C	59-C	60-A
61-A	62-D								

Câu 1: Ta có $f'(x) = 6x - 1 \Rightarrow f'(2) = 11$

Vậy $df(2) = f'(2)\Delta x = 11 \cdot 0,1 = 1,1$. **Chọn C.**

Câu 2: Ta có $f(x) = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{16}$.

Vậy $df(4) = f'(4)\Delta x = \frac{1}{16} \cdot 0,002 = \frac{1}{8000}$. **Chọn B.**

Câu 3: $f'(x) = 2 \cos 2x \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{3}\right) = -1$.

Vậy $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = f'\left(\frac{\pi}{3}\right)\Delta x = -1 \cdot 0,001 = -0,001$. **Chọn D.**

Câu 4: $y' = \frac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(3) = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$. Vậy $dy = y'(3)dx = \frac{1}{7}dx$. **Chọn A.**

Câu 5: $f'(x) = \frac{(1 + \cos^2 2x)'}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = -\frac{2 \cos 2x \sin 2x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = -\frac{\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$.

Vậy $df(x) = f'(x)dx = -\frac{\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$. **Chọn A.**

Câu 6: $y' = 2(x-1) \Rightarrow dy = d(x-1)^2 = y'dx = 2(x-1)dx$. **Chọn A.**

Câu 7: $y' = 3x^2 - 18x + 12$.

Vậy $dy = d(x^3 - 9x^2 + 12x - 5) = y'dx = (3x^2 - 18x + 12)dx$. **Chọn A.**

Câu 8: $y = \frac{2x+3}{2x-1} \rightarrow y' = -\frac{8}{(2x-1)^2}$.

Vậy $dy = d\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right) = y'dx = -\frac{8}{(2x-1)^2} dx$. **Chọn A.**

Câu 9: $y = \frac{x^2+x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{(2x+1)(x-1) - x^2 - x - 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}$.

Vậy $dy = d\left(\frac{x^2+x+1}{x-1}\right) = y'dx = \frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2} dx$. **Chọn D.**

Câu 10: $y = \frac{1-x^2}{1+x^2} \rightarrow y' = \frac{-2x(1+x^2) - 2x(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = -\frac{4x}{(1+x^2)^2}$.

Vậy $dy = d\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) = y'dx = -\frac{4x}{(1+x^2)^2} dx$. **Chọn A.**

Câu 11: $y = \frac{\sqrt{x}}{a+b} \rightarrow y' = \frac{1}{a+b}(\sqrt{x})' = \frac{1}{2(a+b)\sqrt{x}}$.

Vậy $dy = d\left(\frac{\sqrt{x}}{a+b}\right) = y'dx = \frac{1}{2(a+b)\sqrt{x}} dx$. **Chọn A.**

Câu 12: $y' = \frac{(4x+1)' \sqrt{x^2+2} - (4x+1)(\sqrt{x^2+2})'}{x^2+2} = \frac{4\sqrt{x^2+2} - \frac{4x^2+x}{\sqrt{x^2+2}}}{x^2+2}$
 $= \frac{4(\sqrt{x^2+2})^2 - 4x^2 - x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}} = \frac{4x^2+8-4x^2-x}{(x^2+2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{8-x}{(x^2+2)^{\frac{3}{2}}}$.

Vậy $dy = d\left(\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}}\right) = y'dx = \frac{8-x}{(x^2+2)^{\frac{3}{2}}} dx$. **Chọn D.**

Câu 13: $y' = (x-2)' \sqrt{x^2+3} + (x-2)(\sqrt{x^2+3})' = \frac{2x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+3}}$.

Vậy $dy = d\left((x-2)\sqrt{x^2+3}\right) = y'dx = \frac{2x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+3}} dx$. **Chọn C.**

Câu 14: $y' = \left(\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)' = \frac{(x+\sqrt{x})'}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{1+\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{2\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x^2+x\sqrt{x}}}$.

Vậy $dy = d\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}\right) = y'dx = \frac{2\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x^2+x\sqrt{x}}} dx$. **Chọn B.**

Câu 15: $y = \cot(2017x) \rightarrow y' = -\frac{2017}{\sin^2(2017x)}$.

Vậy $dy = d(\cot(2017x)) = y'dx = -\frac{2017}{\sin^2(2017x)} dx$. **Chọn D.**

Câu 16:
$$y' = \frac{(\tan \sqrt{x})' \cdot \sqrt{x} - (\sqrt{x})' \tan \sqrt{x}}{x} = \frac{\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}} - \frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{1}{2\cos^2 \sqrt{x}} - \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - \sin \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}}{2x\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} - \sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}}$$

Vậy $dy = d\left(\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right) = y'dx = \frac{2\sqrt{x} - \sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$. **Chọn C.**

Câu 17: $y = \sqrt{\sin x + 2x} \longrightarrow y' = \frac{(\sin x + 2x)'}{2\sqrt{\sin x + 2x}} = \frac{\cos x + 2}{2\sqrt{\sin x + 2x}}$

Vậy $dy = d(\sqrt{\sin x + 2x}) = y'dx = \frac{\cos x + 2}{2\sqrt{\sin x + 2x}} dx$. **Chọn B.**

Câu 18: $y = \cos^2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right]$.

Khi đó $y' = -\frac{1}{2} \cdot \left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right]' \cdot \sin\left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right] = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \cdot \sin\left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right]$.

Vậy $dy = d\left(\cos^2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right) = y'dx = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} \cdot \sin\left[2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\right] dx$. **Chọn D.**

Câu 19: $f'(x) = 3x^2 - 6x + 4 \longrightarrow f''(x) = 6x - 6$

Do đó $f''(x) \leq f'(x) - 1 \Leftrightarrow 6x - 6 \leq 3x^2 - 6x + 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 20: Ta có $\begin{cases} f'(x) = 4x^3 - 8x \\ g'(x) = -14x + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f''(x) = 12x^2 - 8 \\ g'(x) = -14x + 10 \end{cases}$

Khi đó, phương trình $f''(x) + g'(x) = 0 \Leftrightarrow (12x^2 - 8) + (-14x + 10) = 0$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 14x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 21: $y' = 15x^4 - 20x^3 + 3 \Rightarrow y'' = 60x^3 - 60x^2$

Do đó $y'' < 0 \Leftrightarrow 60x^3 - 60x^2 < 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 22: $f'(x) = 6(x+10)^5 \Rightarrow f''(x) = 30(x+10)^4$

Vậy $f''(2) = 30(2+10)^4 = 622080$. **Chọn A.**

Câu 23: $y' = -9x^2 + 6x - 1 \Rightarrow y'' = -18x + 6 \longrightarrow y^{(3)} = -18$. **Chọn D.**

Câu 24: $f'(x) = 10(2x+5)^4 \Rightarrow f''(x) = 80(2x+5)^3 \Rightarrow f^{(3)}(x) = 480(2x+5)^2$. **Chọn B.**

Câu 25: $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2(x+1) \cdot 3}{(x+1)^4} = -\frac{6}{(x+1)^3}$.

Phương trình $f'(x) = f''(x) \Leftrightarrow \frac{3}{(x+1)^2} = -\frac{6}{(x+1)^3} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2}{x+1} = 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$. **Chọn D.**

Câu 26: $y' = \frac{10}{(x+2)^2} \Rightarrow y'' = \frac{-2(x+2) \cdot 10}{(x+2)^4} = -\frac{20}{(x+2)^3}$

Khi đó $y'' = 20 \Leftrightarrow -\frac{20}{(x+2)^3} = 20 \Leftrightarrow -\frac{1}{(x+2)^3} = 1 \Leftrightarrow (x+2)^3 = -1 \Leftrightarrow x = -3$. **Chọn B.**

Câu 27: $y' = \frac{1}{(x-1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{-2(x-1)}{(x-1)^4} = -\frac{2}{(x-1)^3}$.

Bất phương trình $y'' > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{(x-1)^3} > 0 \Leftrightarrow (x-1)^3 < 0 \Leftrightarrow x < 1$. **Chọn B.**

Câu 28: $y' = \frac{-3(x+1)^2}{(x+1)^6} = -\frac{3}{(x+1)^4} \Rightarrow y'' = \frac{12(x+1)^3}{(x+1)^8} = \frac{12}{(x+1)^5}$.

Do đó $y'' < 0 \Leftrightarrow \frac{12}{(x+1)^5} < 0 \Leftrightarrow (x+1)^5 < 0 \Leftrightarrow x < -1$. **Chọn A.**

Câu 29: $y' = -\frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{4(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{4}{(x+1)^3}$

$\Rightarrow y^{(3)} = -\frac{12(x+1)^2}{(x+1)^6} = -\frac{12}{(x+1)^4}$. Vậy $y^{(3)}(1) = -\frac{12}{(1+1)^4} = -\frac{3}{4}$. **Chọn A.**

Câu 30: Ta có $y = \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right)$

$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} \right] \Rightarrow y'' = \frac{1}{2} \left[\frac{2(x-1)}{(x-1)^4} - \frac{2(x+1)}{(x+1)^4} \right] = \frac{1}{(x-1)^3} - \frac{1}{(x+1)^3}$

$\Rightarrow y^{(3)} = -\frac{3(x-1)^2}{(x-1)^6} + \frac{3(x+1)^2}{(x+1)^6} = -\frac{3}{(x-1)^4} + \frac{3}{(x+1)^4}$. Vậy $y^{(3)}(2) = -\frac{80}{27}$. **Chọn B.**

Câu 31: Ta có $f'(x) = 3 \cos x \cdot \sin^2 x + 2x \Rightarrow f''(x) = 6 \cos^2 x \cdot \sin x - 3 \sin^3 x + 2 \Rightarrow f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 5$.

Chọn D.

Câu 32: $f'(x) = 4x - 16 \sin x + 2 \sin 2x \Rightarrow f''(x) = 4 - 16 \cos x + 4 \cos 2x \Rightarrow f''(\pi) = 24$. **Chọn A.**

Câu 33: $y' = 2 \cos 2x + 2 \sin 2x \Rightarrow y'' = -4 \cos 2x + 4 \sin 2x$

Phương trình $y'' = 0 \Leftrightarrow -4 \cos 2x + 4 \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$. **Chọn B.**

Câu 34: Ta có $y = \sin 5x \cos 2x = \frac{1}{2}(\sin 7x + \sin 3x)$

$\Rightarrow y' = \frac{1}{2}(7 \cos 7x + 3 \cos 3x) \Rightarrow y'' = \frac{1}{2}(-49 \sin 7x - 9 \sin 3x)$. **Chọn D.**

Câu 35: $y' = -2 \sin x \cos x = -\sin 2x \Rightarrow y'' = -2 \cos 2x \Rightarrow y^{(3)} = 4 \sin 2x$

Vậy $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = 2\sqrt{3}$. **Chọn B.**

Câu 36: $f'(x) = \sin x + x \cos x \Rightarrow f''(x) = \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - f(x)$

$\longrightarrow f'''(x) = -2 \sin x - f'(x)$

Khi đó $f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x)$

$= f(x) + f'(x) + [2 \cos x - f(x)] + [-2 \sin x - f'(x)] = 2(\cos x - \sin x)$

Vậy $P = f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right) + f''\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2(\cos x - \sin x)\Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = -2$. **Chọn B.**

Câu 37: $y = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$; $y'' = 12x^2 - 4$; $y''' = 24x$; $y^{(4)} = 24$

Khi đó $M = y^{(4)} + 2xy''' - 4y'' = 24 + 2x \cdot 24x - 4(12x^2 - 4) = 40$. **Chọn C.**

Câu 38: $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \longrightarrow y' = x + 1$ và $y'' = 1$

Khi đó $M = (y')^2 - 2y \cdot y'' = (x+1)^2 - 2\left(\frac{1}{2}x^2 + x + 1\right) = x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x - 2 = -1$. **Chọn C.**

Câu 39: Ta có $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $f''(x) = 6x - 4$.

Khi đó $\begin{cases} f'(\sqrt{2}) = 7 - 4\sqrt{2} \\ f''(\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} - 4 \end{cases} \longrightarrow M = 7 - 4\sqrt{2} + \frac{2}{3}(6\sqrt{2} - 4) = \frac{13}{3}$. **Chọn D.**

Câu 40: $y' = 1 - \frac{5}{x^2} \longrightarrow M = x\left(1 - \frac{5}{x^2}\right) + x + \frac{5}{x} = 2x$. **Chọn A.**

Câu 41: $y' = \frac{3}{x^2} \Rightarrow y'' = -\frac{6}{x^3}$ nên $M = x \cdot \left(-\frac{6}{x^3}\right) + 2 \cdot \frac{3}{x^2} = -\frac{6}{x^2} + \frac{6}{x^2} = 0$. **Chọn A.**

Câu 42: $y' = \frac{7}{(x+4)^2} \rightarrow y'' = -\frac{14}{(x+4)^3}$

Khi đó $2(y')^2 = 2 \left[\frac{7}{(x+4)^2} \right]^2 = 2 \cdot \frac{49}{(x+4)^4} = \left(-\frac{7}{x+4}\right) \cdot \left[-\frac{14}{(x+4)^3}\right] = (y-1)y''$. **Chọn B.**

Câu 43: $y' = \frac{7}{(x+4)^2} \Rightarrow y'' = -\frac{14}{(x+4)^3}$ và $1-y = 1 - \frac{x-3}{x+4} = \frac{7}{x+4}$.

Vậy $M = 2(y')^2 + (1-y) \cdot y'' = 2 \cdot \frac{49}{(x+4)^4} + \frac{7}{x+4} \cdot \left[-\frac{14}{(x+4)^3}\right] = 0$. **Chọn A.**

Câu 44: $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \rightarrow y'' = \frac{g(x)}{2x-x^2}$.

Với $g(x) = (1-x)' \cdot \sqrt{2x-x^2} - (1-x) \left(\sqrt{2x-x^2}\right)' = -\sqrt{2x-x^2} - \frac{(1-x)^2}{\sqrt{2x-x^2}}$

Do đó $y'' = -\frac{1}{(2x-x^2)\sqrt{2x-x^2}} = -\frac{1}{y^3} \rightarrow y^3 \cdot y'' + 1 = 0$. **Chọn A.**

Câu 45: $y' = 2 \cos 2x \Rightarrow y'' = -4 \sin 2x = -4y \Rightarrow y'' + 4y = 0$. **Chọn B.**

Câu 46: $y' = -2 \sin 2x \Rightarrow y'' = -4 \cos 2x = -4y \Rightarrow y'' + 4y = 0$. **Chọn C.**

Câu 47: $y' = A\omega \cos(\omega x + \varphi) \rightarrow y'' = -A\omega^2 \sin(\omega x + \varphi)$

Do đó $M = y'' + \omega^2 y = -A\omega^2 \sin(\omega x + \varphi) + A\omega^2 \sin(\omega x + \varphi) = 0$. **Chọn D.**

Câu 48: $f'(x) = 4x^3 - 8x \Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 8$ và $g'(x) = 10 - 14x$

Khi đó $f''(x) + g'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 8 + 10 - 14x = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 14x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 49: $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$, $f''(x) = 6x - 4$

Khi đó $M = f'(\sqrt{2}) + \frac{2}{3} f''(\sqrt{2}) = 3 \cdot 2 - 4 \cdot \sqrt{2} + 1 + \frac{2}{3} (6\sqrt{2} - 4) = \frac{13}{3}$. **Chọn D.**

Câu 50: $y' = \frac{7}{(x+4)^2}$, $y''(x) = \frac{-7 \cdot 2(x+4)}{(x+4)^4} = -\frac{14}{(x+4)^3}$

Do đó $2(y')^2 = 2 \cdot \frac{49}{(x+4)^4} = -\frac{14}{(x+4)^3} \cdot \frac{7}{x+4} = y''(y-1)$. **Chọn B.**

Câu 51: $2(y')^2 = 2 \cdot \frac{49}{(x+4)^4} = -\frac{14}{(x+4)^3} \cdot \frac{7}{x+4} = y''(y-1) \Rightarrow M = 2(y')^2 + (1-y)y'' = 0$. **Chọn A.**

Câu 52: $y' = \sin x + x \cos x$, $y'' = \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - x \sin x$

$$M = x^2 \sin x - 2(\sin x + x \cos x - \sin x) + x(2 \cos x - x \sin x)$$

$$= x^2 \sin x - 2x \cos x + 2x \cos x - x^2 \sin x = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 53: $y' = \cos x + x \sin x \Rightarrow y'' = -\sin x - (\sin x + x \cos x) = -2 \sin x - x \cos x$

$$\text{Do đó } M = x^2 \cos x + x(-2 \sin x - x \cos x) - 2(\cos x - x \sin x - \cos x)$$

$$= x^2 \cos x - 2x \sin x - x^2 \cos x + 2x \sin x = 0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 54: $y' = \tan x + x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \tan x + x(1 + \tan^2 x) = \tan x + x + x \tan^2 x$

$$\text{Suy ra } y'' = \frac{1}{\cos^2 x} + 1 + \tan^2 x + x \cdot 2 \tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x} + 2x \tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\cos^2 x}(1 + x \tan x)$$

$$\text{Khi đó } M = \frac{2x^2}{\cos^2 x}(1 + x \tan x) + 2(x^2 + x^2 \tan^2 x)(1 - y)$$

$$= 2x^2(1 + \tan^2 x)(1 + x \tan x) + 2x^2(1 + \tan^2 x)(1 - y)$$

$$= 2x^2(1 + \tan^2 x)(1 + y + 1 - y) = 4x^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 55: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$, $f''(x) = 6x - 12$

$$\text{Do đó } 2f'(x) - xf''(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Giải } x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 1 \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 56: $f'(x) = -\sin(x+a) = -\cos\left(x+a-\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$

$$f''(x) = \cos\left(x+a+2\frac{\pi}{2}\right), f'''(x) = \cos\left(x+a+3\frac{\pi}{2}\right)$$

Do đó $f^{(21)}(x) = \cos\left(x+a+21\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+10\pi+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$. **Chọn D.**

Câu 57: $f(x) = \frac{x^2}{1-x} = \frac{x^2-1+1}{1-x} = \frac{(x-1)(x+1)}{1-x} + \frac{1}{1-x} = -x-1-\frac{1}{1-x}$

$$\text{Khi đó } f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}, f''(x) = \frac{-2 \cdot (x-1)}{(x-1)^4} = \frac{-2}{(x-1)^3} = \frac{-2!}{(x-1)^3}$$

Tương tự $f^{(3)}(x) = \frac{3!}{(x-1)^4} \Rightarrow f^{(30)}(x) = \frac{-30!}{(x-1)^{31}} = \frac{30!}{(1-x)^{31}} = 30!(1-x)^{-31}$. **Chọn B.**

Câu 58: $f(x) = \frac{x^2 - 1 + 1}{1-x} = \frac{(x-1)(x+1)}{1-x} + \frac{1}{1-x} = -x - 1 - \frac{1}{1-x}$

Khi đó $f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}$, $f''(x) = \frac{-2 \cdot (x-1)}{(x-1)^4} = \frac{-2}{(x-1)^3} = \frac{-2!}{(x-1)^3}$

Tương tự $f^{(3)}(x) = \frac{3!}{(x-1)^4}$, từ đó ta có công thức tổng quát $f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{2k+1} k!}{(x-1)^{k+1}}$

$\Rightarrow f^{(2018)}(x) = \frac{-2018!}{(x-1)^{2019}}$. **Chọn C.**

Câu 59: Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + \dots + C_n^n x^n$

Nhân cả 2 vế với x ta được: $x(1+x)^n = xC_n^0 + C_n^1 x^2 + \dots + C_n^n x^{n+1}$

Đạo hàm 2 vế ta được $(1+x)^n + n(1+x)^{n-1} \cdot x = C_n^0 + 2C_n^1 x + \dots + (n+1)C_n^n x^n$

Thay $x=1$ ta được $2^n + n \cdot 2^{n-1} = C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 131072$.

$\Leftrightarrow 2^{n-1}(2+n) = 131072 \Leftrightarrow n = 14$. **Chọn C.**

Câu 60: $f(x) = (1+3x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

Đạo hàm 2 vế ta được $n(1+3x)^{n-1} \cdot 3 = a_1 + 2a_2 x + \dots + na_n x^{n-1}$

Thay $x=1$ ta được $n \cdot 4^{n-1} \cdot 3 = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 49152n \Rightarrow n = 7$

Số hạng tổng quát của khai triển $(1+3x)^7$ là $C_7^k (3x)^k$

Suy ra $a_3 = C_7^3 (3^3) = 945$. **Chọn A.**

Câu 61: Thay $x=1$ ta cả vế ta được $(1-3+4)^n = a_0 + a_1 + \dots + a_{3n} = 4096$

$\Leftrightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$

Xét biểu thức $(x^3 - 3x^2 + 4)^{12} = a_0 + a_1 x + \dots + a_{3n} x^{36}$

Đạo hàm 2 vế ta được $12(x^3 - 3x^2 + 4)^{11} (3x^2 - 6x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots + 36a_{3n} x^{35}$

Tiếp tục đạo hàm 2 vế ta có:

$121(x^3 - 3x^2 + 4)^{10} \cdot (3x^2 - 6x)^2 + 12 \cdot (x^3 - 3x^2 + 4)^{11} \cdot (6x - 6) = 2a_2 + 6a_3 x + \dots$

Cho hệ số tự do của 2 vế bằng nhau ta được $12 \cdot 4^{11} \cdot (-6) = 2a_2 \Leftrightarrow a_2 = -6^2 \cdot 4^{11} = -9 \cdot 2^{24}$. **Chọn A.**

Câu 62: $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^9 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{27} x^{27}$

Để thấy $f'(0) = a_1$, $f''(0) = a_2$, $f^{(5)}(0) = a_5$

Bây giờ ta tìm hệ số a_5 trong khai triển $(x^3 + x^2 + x + 1)^9 = [x^2(x+1) + x + 1]^9 = [(x^2 + 1)(x+1)]^9$

$$= (x^2 + 1)^9 (x+1)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{2k} \cdot \sum_{i=0}^9 C_9^i x^i$$

Cho $2k + i = 5$ ta được $(k; i) = \{(0; 5); (1; 3); (2; 1)\} \Rightarrow a_5 = C_9^0 \cdot C_9^5 + C_9^1 \cdot C_9^3 + C_9^2 \cdot C_9^1 = 1206$. **Chọn D.**