CHUYÊN ĐỀ 22	PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

MỤC LỤC

Phần A. CÂU HỎI

Dạng 1. Xác định VTPT

Câu 1. (ĐỀ MINH HỌA BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$ B. $\vec{n}_1 = (3;-1;2)$ C. $\vec{n}_3 = (3;-1;0)$ D. $\vec{n}_4 = (-1;0;-1)$

Câu 2. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_3} = (2;1;3)$ B. $\overrightarrow{n_2} = (-1;3;2)$ C. $\overrightarrow{n_4} = (1;3;2)$ D. $\overrightarrow{n_1} = (3;1;2)$

Câu 3. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3} = (1;2;-1)$. B. $\overrightarrow{n_4} = (1;2;3)$. C. $\overrightarrow{n_1} = (1;3;-1)$. D. $\overrightarrow{n_2} = (2;3;-1)$.

Câu 4. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không giam $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;3;-1)$ B. $\overrightarrow{n_3} = (1;3;2)$ C. $\overrightarrow{n_4} = (2;3;1)$ D. $\overrightarrow{n_2} = (-1;3;2)$

Câu 5. (Mã 102 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3} = (2;3;1)$. B. $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;-3)$. C. $\overrightarrow{n_4} = (2;1;3)$. D. $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;3)$.

Câu 6. (Mã 103 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_1 = (2;-3;1)$. B. $\vec{n}_4 = (2;1;-2)$. C. $\vec{n}_3 = (-3;1;-2)$. D. $\vec{n}_2 = (2;-3;-2)$.

Câu 7. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_4 = (3;1;-1)$. B. $\vec{n}_3 = (4;3;1)$. C. $\vec{n}_2 = (4;-1;1)$. D. $\vec{n}_1 = (4;3;-1)$.

Câu 8. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;1)$ B. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$ C. $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;3)$ D. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;-3)$

Câu 9. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3=(-1;2;3)$ B. $\vec{n}_4=(1;2;-3)$ C. $\vec{n}_2=(1;2;3)$ D. $\vec{n}_1=(3;2;1)$

Câu 10. (MÃ ĐỀ 123 BGD&DT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$ B. $\vec{m}=(1;1;1)$ C. $\vec{j}=(0;1;0)$ D. $\vec{k}=(0;0;1)$

Câu 11. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α)

A. $\vec{n}=(2;3;-4)$. B. $\vec{n}=(2;-3;4)$. C. $\vec{n}=(-2;3;4)$. D. $\vec{n}=(-2;3;1)$.

Câu 12. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-1;0;-1)$ B. $\overrightarrow{n_1}=(3;-1;2)$ C. $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$ D. $\overrightarrow{n_2}=(3;0;-1)$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+1=0$?

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$ B. $\vec{b}=(2;1;-3)$ C. $\vec{c}=(2;-3;0)$ D. $\vec{d}=(3;2;0)$

Câu 14. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$ B. $\vec{n}=(2;-1;3)$ C. $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ D. $\vec{n}=(-2;-1;3)$

Câu 15. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x-6y-8z+1=0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là:

A. $(-1;\ -3;4)$ B. $(1;3;4)$ C. $(1;-3;-4)$ D. $(1;-3;4)$

Câu 16. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y-3z+1=0$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(2;0;-3)$. B. $\overrightarrow{u_2}=(0;2;-3)$. C. $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;1)$. D. $\overrightarrow{u_3}=(2;-3;0)$.

Câu 17. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Cho mặt phẳng $(P): 3x-y+2=0$. Véc tơ nào trong các véctơ dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(3;-1;2)$. B. $(-1;0;-1)$. C. $(3;0;-1)$. D. $(3;-1;0)$.

Dạng 2. Xác định phương trình mặt phẳng

Dạng 2.1 Xác định phương trình mặt phẳng cơ bản

Câu 18. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $x=0$ B. $z=0$ C. $x+y+z=0$ D. $y=0$

Câu 19. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$ B. $x=0$ C. $y-z=0$ D. $z=0$

Câu 20. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z=0$. B. $x+y+z=0$. C. $x=0$. D. $y=0$.

Câu 21. (CHUYÊN HƯNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 03) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx?

A. $x=0$. B. $y-1=0$. C. $y=0$. D. $z=0$.

Dạng 2.2 Xác định phương trình mặt phẳng khi biết yếu tố vuông góc

Câu 22. (MĐ 104 BGD&DT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z+12=0$ B. $x-2y-3z-6=0$ C. $x-2y+3z-12=0$ D. $x-2y-3z+6=0$

Câu 23. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ B. $x+y+2z-6=0$ C. $x+3y+4z-7=0$ D. $x+3y+4z-26=0$

Câu 24. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x-y-z=0$. B. $3x+y+z-6=0$. C. $x+y+2z-6=0$. D. $6x-2y-2z-1=0$.

Câu 25. (Mã 102 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y+z-3=0$. B. $2x-y+z+2=0$. C. $2x+y+z-4=0$. D. $2x-y+z-2=0$.

Câu 26. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z-20=0$ B. $3x-y+3z-25=0$ C. $2x-3y-z+8=0$ D. $3x-y+3z-13=0$

Câu 27. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x+y+z-6=0$ B. $3x-y-z=0$ C. $6x-2y-2z-1=0$ D. $3x-y-z+1=0$

Câu 28. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x+y+2z-3=0$. B. $3x+2y-z-14=0$. C. $2x-y-z+5=0$. D. $2x-y-z-5=0$.

Câu 29. (Mã 103 - BGD - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. B. $4x+3y-z-26=0$.
C. $2x+2y-3z+17=0$. D. $2x+2y+3z-11=0$.

Câu 30. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+3y+z-5=0$ B. $x+3y+z-6=0$ C. $3x-y-z-6=0$ D. $3x-y-z+6=0$

Câu 31. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x+2z+1=0$ B. $x+2y-2z+1=0$ C. $x+2y-2z-1=0$ D. $3x+2z-1=0$

Câu 32. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x-y+3z-25=0$ B. $2x-3y-z+8=0$ C. $3x-y+3z-13=0$ D. $2x-3y-z-20=0$

Câu 33. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$ có phương trình là

A. $3x-y+4z-12=0$. B. $3x-y+4z+12=0$. C. $x-y+2z-12=0$. D. $x-y+2z+12=0$.

Câu 34. (CHUYÊN THÁI BÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB.

A. $(\alpha): 4x+2y+12z+7=0$. B. $(\alpha): 4x-2y+12z+17=0$.
C. $(\alpha): 4x+2y-12z-17=0$. D. $(\alpha): 4x-2y-12z-7=0$.

Câu 35. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 2x-y+3=0$ B. $(Q): x+z=0$ C. $(Q): -x+y+z=0$ D. $(Q): 3x-y+z=0$

Câu 36. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $2y+3z-11=0$. B. $2x-3y-11=0$. C. $x-3y+2z-5=0$. D. $3y+2z-11=0$.

Câu 37. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;3;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-z-2=0$. B. $x+y-z+2=0$. C. $x+2y-z-3=0$. D. $x+2y-z+3=0$.

Câu 38. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $x-2y-5z-5=0$. B. $2x-y+5z-5=0$. C. $x-2y-5=0$. D. $x-2y-5z+5=0$.

Câu 39. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+y-z=0$. B. $x-y-z-2=0$. C. $x+y+z-4=0$. D. $x-y-z+2=0$.

Câu 40. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-z=0$ có phương trình là

A. $4x-3y+2z+3=0$. B. $4x-3y-2z+3=0$. C. $2x+y-3z-1=0$. D. $4x+y-2z-1=0$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $3x+14y+4z+5=0$. B. $2x-y+2z-2=0$.
C. $2x-y+2z+2=0$. D. $3x+14y+4z-5=0$.

Câu 42. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

A. $2x-y-2z=0.$ B. $2x-y+2z=0.$
C. $2x+y-2z=0.$ D. $2x+y-2z+1=0.$

Câu 43. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b+c=5$. B. $a+b+c=15$. C. $a+b+c=-5$. D. $a+b+c=-15$.

Câu 44. (THPT YÊN PHONG SỐ 1 BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2); B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $3x-2y-z-3=0$. B. $x+y+z-2=0$. C. $-x+y=0$. D. $3x-2y-z+3=0$.

Câu 45. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$, $(Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

A. $x+y+z-3=0$ B. $x+y+z+3=0$ C. $-2x+z+6=0$ D. $-2x+z-6=0$

Câu 46. (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

A. $2x+y-2z+1=0$. B. $2x+y-2z=0$. C. $2x-y-2z=0$. D. $2x-y+2z=0$.

Câu 47. (ĐỀ HỌC SINH GIỎI TỈNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ và hai điểm $A(1;-1;2); B(2;1;1)$. Mặt phẳng (Q) chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $3x-2y-z+3=0$. B. $x+y+z-2=0$. C. $3x-2y-z-3=0$. D. $-x+y=0$.

Câu 48. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;0), B(2;0;1)$ và
vuông góc với mặt phẳng $(P): x-y-1=0$ là:

A. $x+y-3z-1=0$. B. $2x+2y-5z-2=0$.
C. $x-2y-6z+2=0$. D. $x+y-z-1=0$.

Câu 49. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $H(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A; B; C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2x+y+z-6=0$. B. $x+2y+z-6=0$. C. $x+2y+2z-6=0$. D. $2x+y+z+6=0$.

Dạng 2.3 Xác định phương trình mặt phẳng khi biết yếu tố song song

Câu 50. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $3x-y+2z-6=0$ B. $3x-y+2z+6=0$
C. $3x-y-2z+6=0$ D. $3x+y+2z-14=0$

Câu 51. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x-y+3z+11=0$ B. $2x-y-3z+11=0$
C. $2x-y+3z-11=0$ D. $2x+y+3z-9=0$

Câu 52. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{7}+\frac{z}{3}=1$ B. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=0$ C. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=1$ D. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}+1=0$

Câu 53. Mặt phẳng (P) đi qua $A(3;0;0),B(0;0;4)$ và song song trục Oy có phương trình

A. $4x+3z-12=0$ B. $3x+4z-12=0$ C. $4x+3z+12=0$ D. $4x+3z=0$

Câu 54. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+4=0$ là:

A. $2x+y+3z+7=0$. B. $2x+y-3z+7=0$.
C. $2x-y+3z+7=0$. D. $2x-y+3z-7=0$.

Câu 55. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1),B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y-2z+2=0$. B. $x+2z-3=0$. C. $2y-z+1=0$. D. $x+y-z=0$.

Câu 56. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa trục Ox là:

A. $x+y=0$. B. $x+z=0$. C. $y-z=0$. D. $y+z=0$.

Câu 57. (CHUYEN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q):x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song mặt phẳng (Q) và $d\left[(P);(Q)\right]=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z+1=0$. B. $x+2y+2z=0$.
C. $x+2y+2z-6=0$. D. $x+2y+2z+3=0$.

Câu 58. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z-1=0$ có phương trình là

A. $2x-2y+z+2=0$ B. $2x-2y+z=0$
C. $2x-2y+z-6=0$ D. $(\alpha): 2x-2y+z-2=0$

Câu 59. (THPT QUANG TRUNG ĐỐNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q): 2x-2y+z+4=0$. B. $(Q): 2x-2y+z-14=0$.
C. $(Q): 2x-2y+z-19=0$. D. $(Q): 2x-2y+z-8=0$.

Câu 60. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song với mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z+1=0$ B. $x+2y+2z=0$ C. $x+2y+2z-6=0$ D. $x+2y+2z+3=0$

Câu 61. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Mặt phẳng (P) đi qua $A(3;0;0)$, $B(0;0;4)$ và song song với trục Oy có phương trình là

A. $4x+3z-12=0$. B. $3x+4z-12=0$. C. $4x+3z+12=0$. D. $4x+3z=0$.

Câu 62. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$. B. $6x+3y+2z-12=0$.
C. $6x+3y+2z=0$. D. $6x+3y+2z-36=0$.

Câu 63. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN LẦN 1 NĂM 2018-2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng (P) không qua O, song song mặt phẳng (Q) và $d((P);(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z+3=0$. B. $x+2y+2z=0$.
C. $x+2y+2z+1=0$. D. $x+2y+2z-6=0$.

Dạng 2.4 Xác định phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Câu 64. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. B. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$ D. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$.

Câu 65. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=-1$. B. $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. C. $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$.

Câu 66. (CHUYÊN THÁI BÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox,Oy,Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. B. $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. D. $-\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 67. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$; $B(0;4;0)$ và $C(0;0;-2)$ là.

A. $4x-3y+6z+12=0$. B. $4x+3y+6z+12=0$.
C. $4x+3y-6z+12=0$. D. $4x-3y+6z-12=0$.

Câu 68. (THPT GANG THÉP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

A. $15x+5y+3z+15=0$. B. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}+1=0$.

C. $x+3y+5z=1$. D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1$.

Câu 69. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. B. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=-1$. C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=0$. D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 70. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M,N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$

A. $(P):3x+y+2z-6=0$ B. $(P):2x+3y-z-4=0$
C. $(P):2x+y+z-4=0$ D. $(P):x+2y-z-2=0$

Câu 71. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, nếu ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=1$. B. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. C. $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=0$. D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Câu 72. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $-3x+6y-2z+6=0$. B. $-3x-6y+2z+6=0$.
C. $-3x+6y+2z+6=0$. D. $-3x-6y+2z-6=0$.

Câu 73. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x-4y+2z-8=0$ B. $x-4y+2z-18=0$ C. $x+4y+2z-8=0$ D. $x+4y-2z-8=0$

Câu 74. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

A. $2x+5y+z-6=0.$ B. $2x+y-6z-23=0.$

C. $2x+y-3z-14=0.$ D. $3x+4y+3z-1=0.$

Câu 75. (ĐỀ GK2 VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi các điểm A,B,C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Khi đó hoành độ điểm A là:

A. -3. B. -5. C. 3. D. 5

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. B. 14. C. $T=6$. D. 11.

Câu 77. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a+2b+3c$ bằng

A. 12. B. 21. C. 15. D. 18.

Câu 78. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz tại $A,\ B,\ C$ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+y+z-8=0$. B. $x+2y+5z-30=0$.

C. $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$. D. $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+4y-2z-6=0$, $(Q): x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm $A,\ B,\ C$ sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x+y+z-6=0$. B. $x+y+z+6=0$. C. $x+y+z-3=0$. D. $x+y-z-6=0$.

Câu 80. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C (A,B,C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$. B. $\frac{243}{2}$. C. $\frac{81}{6}$. D. 243.

Dạng 3. Một số bài toán liên quan điểm với mặt phẳng
Dạng 3.1 Điểm thuộc mặt phẳng

Câu 81. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α)?

A. $Q(3;3;0)$ B. $N(2;2;2)$ C. $P(1;2;3)$ D. $M(1;-1;1)$

Câu 82. (MÃ ĐỀ 123 BGD&DT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(0;0;-5)$ B. $M(1;1;6)$ C. $Q(2;-1;5)$ D. $N(-5;0;0)$

Câu 83. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;-1;-1)$ B. $N(1;1;1)$ C. $P(-3;0;0)$ D. $Q(0;0;-3)$

Câu 84. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-3=0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

A. $M(2;1;0)$. B. $M(2;-1;0)$. C. $M(-1;-1;6)$. D. $M(-1;-1;2)$.

Câu 85. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$.

A. $Q(1;-2;2)$. B. $P(2;-1;-1)$. C. $M(1;1;-1)$. D. $N(1;-1;-1)$.

Dạng 3.2 Phương trình mặt phẳng qua 3 điểm

Câu 86. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$. B. $3x-2y+6z=6$.

C. $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=0$. D. $3x-2y+6z-12=0$.

Câu 87. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;4)$ và $C(1;1;4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$. B. $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$. C. $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$. D. $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 88. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+y-z+d=0$. Hãy xác định a và d.

A. $a=1, d=1$. B. $a=6, d=-6$. C. $a=-1, d=-6$. D. $a=-6, d=6$.

Câu 89. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$ và $C(2;1;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Khi đó $a+2b+c$ bằng

A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Dạng 3.3 Khoảng cách từ điểm đến mặt

Câu 90. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)

A. $d=\frac{5}{29}$ B. $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$ C. $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $d=\frac{5}{9}$

Câu 91. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$. B. $d=\frac{5}{29}$. C. $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 92. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$.

A. $\frac{11}{3}$. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 93. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5. B. 2. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 94. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z+4=0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d=3$. B. $d=4$. C. $d=1$. D. $d=\frac{1}{3}$.

Câu 95. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P):x+y-z+1=0$ và $(Q):x-y+z-5=0$ có tọa độ là

A. $M(0;-3;0)$. B. $M(0;3;0)$. C. $M(0;-2;0)$. D. $M(0;1;0)$.

Câu 96. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q):x+2y-2z+1=0$ và điểm $M(1;-2;1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 97. (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) 2 Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

A. $m=2$. B. $m=-2$. C. $m=-3$. D. $m=\pm 2$.

Câu 98. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+z-1=0\\3x+y+7z+6=0\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z-1=0\\-2x+3y+6z+13=0\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-1=0\\-2x+3y+7z+23=0\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}x+y+z-1=0\\-23x+37y+17z+23=0\end{array}\right.$

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$ B. $6x+3y+2z-12=0$

C. $6x+3y+2z=0$ D. $6x+3y+2z-36=0$

Câu 100. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN LẦN 1 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

A. 12. B. 6. C. 4. D. 8.

Dạng 3.4 Cực trị

Câu 101. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 145 B. 135 C. 105 D. 108

Câu 102. (ĐỀ GK2 VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là

A. $(P): 3x+3y+3z-10=0$. B. $(P): x+y+z-1=0$.

C. $(P): x+y+z-10=0$. D. $(P): x+y+z+10=0$.

Câu 103. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10;-5;8)$, $B(2;1;-1)$, $C(2;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $MA^2+2MB^2+3MC^2$.

A. 54. B. 282. C. 256. D. 328.

Câu 104. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-y+2=0$ và hai điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;1)$. Điểm $C(a;b;-2)\in(P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $a+b$

A. 0. B. -3. C. 1. D. 2.

Câu 105. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó a,b,c là các số thực thỏa mãn $\frac{2}{a}-\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

A. 3 B. 4 C. 2 D. 1

Câu 106. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;5)$. Gọi M là một điểm di động trên (P). Giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{MA+2\sqrt{3}}{MB}$ bằng

A. $3\sqrt{3+\sqrt{78}}$. B. $\sqrt{54+6\sqrt{78}}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{3}$.

Câu 107. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho $A(4;5;6);B(1;1;2)$, M là một điểm di động trên mặt phẳng $(P):2x+y+2z+1=0$.

Khi đó $|MA-MB|$ nhận giá trị lớn nhất là?

A. $\sqrt{77}$. B. $\sqrt{41}$. C. 7. D. $\sqrt{85}$.

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):(m-1)x+y+mz-1=0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. $2<m<6$. B. $m>6$. C. $-2<m<2$. D. $-6<m<2$.

Câu 109. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$ cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C (A,B,C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $N(0;2;2)$ B. $M(0;2;1)$ C. $P(2;0;0)$ D. $Q(2;0;-1)$

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;-2;6);B(2;4;2);M\in(\alpha):x+2y-3z-7=0$ sao cho $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất, khi đó tọa độ của M là

A. $\left(\frac{29}{13};\frac{58}{13};\frac{5}{13}\right)$ B. $(4;3;1)$ C. $(1;3;4)$ D. $\left(\frac{37}{3};\frac{-56}{3};\frac{68}{3}\right)$

Câu 111. (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 2 NĂM 2018-2019) Trong hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;5)$, $B(2;6;-1)$, $C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z-5=0$. Gọi M là điểm di động trên (P). Gía trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là

A. 42. B. 14. C. $14\sqrt{3}$. D. $\frac{14}{\sqrt{3}}$.

Câu 112. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-1;0)$, $C(-4;0;-2)$. Gọi I là điểm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P):4x+3y+2=0$.

A. $\frac{17}{5}$. B. 6. C. $\frac{12}{5}$. D. 9.

Câu 113. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1),B(3;0;3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $x-2y+2z+5=0$. B. $x-y+2z+3=0$.

C. $2x-2y+4z+3=0$. D. $2x-y+2z=0$.

Câu 114. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm

B', C', D' thỏa mãn $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt $(B'C'D')$, biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $16x+40y+44z-39=0$.
B. $16x-40y-44z+39=0$.
C. $16x-40y-44z-39=0$.
D. $16x+40y-44z+39=0$.

Câu 115. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P).

A. $d=\frac{36}{7}$.
B. $d=\frac{24}{5}$.
C. $d=\frac{8}{3}$.
D. $d=\frac{26}{\sqrt{14}}$.

Câu 116. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;2), B(-2;2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2AM^2+3BN^2$ bằng

A. $49,8$.
B. 45.
C. 53.
D. $55,8$.

Câu 117. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$.
B. $\frac{243}{2}$.
C. $\frac{81}{6}$.
D. 243.

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P).

A. $d=\frac{36}{7}$
B. $d=\frac{24}{5}$
C. $d=\frac{8}{3}$
D. $d=\frac{26}{\sqrt{14}}$

Câu 119. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{2}{a}-\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

A. 3
B. 4
C. 2
D. 1

Câu 120. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a+2b+3c$ bằng

A. 12.
B. 21.
C. 15.
D. 18.

Câu 121. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(a;b;c)$ với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $5(a^2+b^2+c^2)=9(ab+2bc+ca)$ và $Q=\frac{a}{b^2+c^2}-\frac{1}{(a+b+c)^3}$ có giá trị lớn nhất. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các tia Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x+4y+4z-12=0$.
B. $3x+12y+12z-1=0$.

C. $x+4y+4z=0$. D. $3x+12y+12z+1=0$.

Dạng 4. Một số bài toán liên quan giữa mặt phẳng – mặt cầu

Dạng 4.1 Viết phương trình mặt cầu

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới dây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$ B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$ D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$

Câu 123. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+8=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P):

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$ B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$ D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$

Câu 124. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-7=0$.

A. $x^2+y^2+z^2+4x+2y-8z-4=0$. B. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-4=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+8z-4=0$. D. $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z-4=0$.

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(0;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$?

A. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$. B. $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=9$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$. D. $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=3$.

Câu 126. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng
$(P): x-2y+2z+4=0$ là

A. $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0$. B. $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+10z+21=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z-21=0$. D. $(S): x^2+y^2+z^2+x-2y-5z-21=0$.

Câu 127. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 128. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x-2y-2z-1=0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=4$. B. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$. D. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

Câu 129. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π. Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$ B. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$

C. $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$ D. $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$

Câu 130. (CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH YÊN BÁI LẦN 01 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;\,2;\,-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25.$ B. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16.$

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34.$ D. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34.$

Dạng 4.2 Vị trí tương đối, giao tuyến

Câu 131. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y+3z-9=0$ B. $x+y-3z+3=0$ C. $x+y-3z-8=0$ D. $x-y-3z+3=0$

Câu 132. (MĐ 104 BGD&DT NĂM 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$.

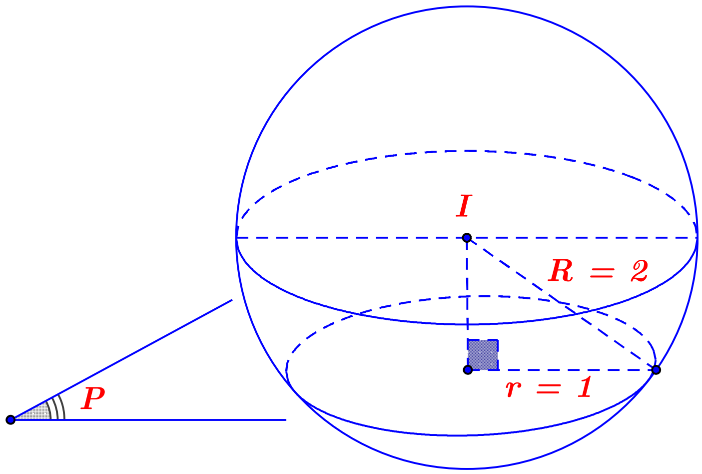
A. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$ B. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$

C. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$ D. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0;\ n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$. B. $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $R=\frac{3}{2}$. D. $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 134. (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) 1 Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng (P): $x+my+z-3m-1=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.



A. $m=1$. B. $m=-1$ hoặc $m=-2$.
C. $m=1$ hoặc $m=2$. D. $m=-1$

Câu 135. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz). Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $|a|=1$. B. $a+b+c=1$. C. $|b|=1$. D. $|c|=1$.

Câu 136. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+10=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (P) tiếp xúc với (S).

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

C. (P) và (S) không có điểm chung.

D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 137. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-11=0$ có phương trình là:

A. $2x-y+2z-7=0$. B. $2x-y+2z+9=0$.
C. $2x-y+2z+7=0$. D. $2x-y+2z-9=0$.

Câu 138. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$ và $(Q): 2x-y+z+1=0$. Số mặt cầu đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ là

A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Câu 139. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(6;2;-5)$, $B(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A.

A. $(P): 5x+y-6z+62=0$. B. $(P): 5x+y-6z-62=0$.
C. $(P): 5x-y-6z-62=0$. D. $(P): 5x+y+6z+62=0$.

Câu 140. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S).

A. $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=5 \end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-5 \end{array}\right.$.
C. $m=2$.
D. $m=-5$.

Câu 141. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ trục tọa độ $0xyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+7=0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng

A. 12π
B. 48π
C. 36π
D. 24π

Câu 142. (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S); song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x+3y-12z-78=0$.
B. $4x+3y-12z-26=0$.
C. $4x+3y-12z+78=0$.
D. $4x+3y-12z+26=0$.

Câu 143. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-1=0$ và điểm $M(1;-2;0)$. Mặt cầu tâm M, bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 2.
B. $\sqrt{2}$.
C. $2\sqrt{2}$.
D. $\sqrt{3}-1$.

Câu 144. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x-2y+z-5=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2;-2;1)$.
B. $(1;-2;0)$.
C. $(0;-1;-5)$.
D. $(-2;2;-1)$.

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-12=0$. Mặt phẳng nào sau đây cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$?

A. $4x-3y-z-4\sqrt{26}=0$.
B. $2x+2y-z+12=0$.
C. $3x-4y+5z-17+20\sqrt{2}=0$.
D. $x+y+z+\sqrt{3}=0$.

Câu 146. (ĐỀ GK2 VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$. Phương trình mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0;4;-2)$ là

A. $x+6y-6z+37=0$
B. $x-2y-2z-4=0$
C. $x-2y-2z+4=0$
D. $x+6y-6z-37=0$

Câu 147. (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P): $4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=1$.
B. $m=-1$ hoặc $m=-21$.

C. $m=1$ hoặc $m=21$. D. $m=-9$ hoặc $m=31$.

Câu 148. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): mx+2y-z+1=0$ (m là tham số). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$ theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m ?

A. $m=\pm 1$. B. $m=\pm 2+\sqrt{5}$. C. $m=\pm 4$. D. $m=6\pm 2\sqrt{5}$.

Câu 149. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn bán kính bằng 3.

A. $(Q): y+3z=0$. B. $(Q): x+y-2z=0$. C. $(Q): y-z=0$. D. $(Q): y-2z=0$.

Câu 150. (ĐỀ 15 LOVE BOOK NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+4y-2z-7=0$ và đường thẳng d_m là giao tuyến của hai mặt phẳng $x+(1-2m)y+4mz-4=0$ và $2x+my-(2m+1)z-8=0$. Khi đó m thay đổi các giao điểm của d_m và (S) nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=\sqrt{\dfrac{142}{15}}$. B. $r=\sqrt{\dfrac{92}{3}}$. C. $r=\sqrt{\dfrac{23}{3}}$. D. $r=\sqrt{\dfrac{586}{15}}$.

Dạng 4.3 Cực trị

Câu 151. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$

A. $T=3$ B. $T=4$ C. $T=5$ D. $T=2$

Câu 152. (THPT QUANG TRUNG ĐỐNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA^2+OB^2+OC^2=27$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $9\sqrt{3}$.

Câu 153. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho x, y, z, a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$ và $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2$.

A. $\sqrt{3}-1$. B. $\sqrt{3}+1$. C. $4-2\sqrt{3}$. D. $4+2\sqrt{3}$.

Câu 154. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;0)$ và $B(2;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$ và $(S_2): x^2+y^2+z^2+2y-2=0$. Xét M, N là hai điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 155. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia Ox; Oy; Oz tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2)$ là:

A. 24. B. 27. C. 64. D. 8.

Câu 156. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$. B. $MN=1+2\sqrt{2}$. C. $MN=3\sqrt{2}$. D. $MN=14$.

Câu 157. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$, $D(2;0;\sqrt{7})$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=39$ thỏa mãn: $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$. Biết độ dài đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó.

A. $2\sqrt{7}$. B. $\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $4\sqrt{7}$.

Dạng 5. Một số bài toán liên quan giữa mặt phẳng – mặt phẳng
Dạng 5.1 Vị trí tương đối, khoảng cách, giao tuyến

Câu 158. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. 3.

Câu 159. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x-y+z=0$ và $2x-y+z-7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 7. B. $7\sqrt{6}$. C. $6\sqrt{7}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$ B. $m=-1$ C. $m=-6$ D. $m=6$

Câu 161. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. B. $m=-2$. C. $m=2$. D. Không tồn tại m.

Câu 162. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$, với $m,n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q).

A. $m=n=-4$. B. $m=4; n=-4$. C. $m=-4; n=4$. D. $m=n=4$.

Câu 163. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$ B. $m=-1$ C. $m=-6$ D. $m=6$

Câu 164. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$; (Q): $2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của (R): $m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là

A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Câu 165. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x-y-z-2=0$. B. $x-y-z-2=0$. C. $x+y+z-2=0$. D. $2x+y+z-2=0$.

Câu 166. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b.c\neq 0$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Mối liên hệ giữa b,c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $2b=c$. B. $b=2c$. C. $b=c$. D. $b=3c$.

Câu 167. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+5=0$ và $(Q): 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m=-3$. B. $m=-2$. C. $m=3$. D. $m=2$.

Câu 168. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-8=0$

và $(Q): x+2y+2z-4=0$ bằng

A. 1. B. $\frac{4}{3}$. C. 2. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 169. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-16=0$ và

$(Q): x+2y-2z-1=0$ bằng

A. 5. B. $\frac{17}{3}$. C. 6. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 170. (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{8}{\sqrt{14}}$ C. 14 D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 171. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\mathrm{P}): x-y-z+1=0$ và $(\mathrm{Q}): x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

A. -16. B. -8. C. 0. D. 8.

Câu 172. (TT THANH TƯỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 6x+3y+2z-1=0$ và $(Q): x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+8=0$ bằng

A. 7. B. 8. C. 9. D. 6.

Câu 173. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

A. $m+n=0$. B. $m+n=2$. C. $m+n=1$. D. $m+n=3$.

Câu 174. (CHUYÊN KHTN LẦN 2 NĂM 2018-2019) Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

A. 7. B. -9. C. -7. D. 9.

Dạng 5.2 Góc của 2 mặt phẳng

Câu 175. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$

A. 60^0 B. 30^0 C. 45^0 D. 90^0

Câu 176. (THPT QUANG TRUNG ĐỐNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2\sqrt{2} \end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=4 \end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 177. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $ax+by+cz-1=0$ với $c<0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc $60°$. Khi đó $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;8)$. B. $(8;11)$. C. $(0;3)$. D. $(3;5)$.

Câu 178. Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;\ 1;\ 2)$. Điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc toạ độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$ là

A. $90°$. B. $30°$. C. $60°$. D. $45°$.

Câu 179. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\frac{2}{7}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} 2x+3y+6z-12=0 \\ 2x+3y-6z=0 \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z=0 \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}2x-3y+6z-12=0\\2x-3y-6z+1=0\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+6z+12=0\\2x+3y-6z-1=0\end{array}\right.$

Câu 180. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$, $(Q):x+my+(m-1)z+2019=0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

A. $M(2019;-1;1)$ B. $M(0;-2019;0)$ C. $M(-2019;1;1)$ D. $M(0;0;-2019)$

Dạng 6. Một số bài toán liên khác quan điểm – mặt phẳng – mặt cầu

Câu 181. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z+15=0$ B. $x+y+z+7=0$

C. $2x+2y+2z-15=0$ D. $x+y+z-7=0$

Câu 182. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x-2y-6z+9=0$. B. $2x-2y+6z-9=0$.

C. $2x+2y+6z+9=0$. D. $2x-2y+6z+9=0$.

Câu 183. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x-2y-6z+9=0$. B. $2x-2y-6z-9=0$.

C. $2x+2y+6z+9=0$. D. $2x-2y+6z+9=0$.

Câu 184. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $x+y+z-6=0$. B. $x+y+z-4=0$. C. $3x+3y+3z-8=0$. D. $3x+3y+3z-4=0$.

Câu 185. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3).

A. 8 B. 5 C. 7 D. 6

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$, điểm $M(7;1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng di động luôn đi qua M và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N. Tiếp điểm N di động trên đường tròn (T) có tâm $J(a,b,c)$. Gọi $k=2a-5b+10c$, thì giá trị của k là

A. 45. B. 50. C. -45. D. -50.

Câu 187. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P. Tìm c biết rằng $a+b+c<5$

A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 188. (CHUYÊN KHTN LẦN 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. 243π. B. 81π. C. $\frac{81}{2}\pi$. D. $\frac{243\pi}{2}$.

Câu 189. (ĐỀ HỌC SINH GIỎI TỈNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6;0;0)$, $N(0;6;0)$, $P(0;0;6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$ và $(S_2): x^2+y^2+z^2-8x+2y+2z+1=0$ cắt nhau theo đường tròn (C). Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM.

A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 4.

Câu 190. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(-3;1;1)$, $B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+11=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T).

A. $r=4$. B. $r=2$. C. $r=\sqrt{3}$. D. $r=\sqrt{2}$.

Câu 191. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2};\frac{7-\sqrt{3}}{2};3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2};\frac{7+\sqrt{3}}{2};3\right)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=6$. Xét mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$, $(a,b,c,d\in\mathbb{Z}: d<-5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Tính giá trị của $T=|a+b+c+d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

A. $T=4$. B. $T=6$. C. $T=2$. D. $T=12$.

Câu 192. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m\in(0;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+10=0$ và $(\beta): \frac{x}{m}+\frac{y}{1-m}+\frac{z}{1}=1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

A. 6 B. 3 C. 9 D. 12

Câu 193. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2;-2;5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P): x=1, (Q): y=-1$ và $(R): z=1$ có bán kính bằng

A. 3. B. 1. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 194. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 8 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 195. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 196. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0), B(-2;2;-1), C(5;-1;3)$. Tích abc bằng

A. 6 B. -6 C. 0 D. 5

Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Xác định VTPT

Câu 1. Chọn A

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$ là $\vec{n}_2=(3;0;-1)$.

Câu 2. Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $(2;1;3)$.

Câu 3. Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$.

Câu 4. Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4}=(2;3;1)$.

Câu 5.

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$

Câu 6. Chọn A

$(P): 2x-3y+z-2=0$. Véctơ $\vec{n}_1=(2;-3;1)$ là một véctơ pháp tuyến của (P).

Câu 7. Chọn B

$(P): 4x+3y+z-1=0$.

Véctơ $\vec{n}_3=(4;3;1)$ là một véctơ pháp tuyến của (P).

Câu 8. Chọn A

Mặt phẳng $(P): 3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(3;2;1)$.

Câu 9. Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ là: $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Câu 10. Chọn D

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận véctơ $\vec{k}=(0;0;1)$ làm một véc tơ pháp tuyến

Câu 11. Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$ có một véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_0}=(2;-3;-4)$.

Nhận thấy $\vec{n}=(-2;3;4)=-\overrightarrow{n_0}$, hay $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_0}$.

Do đó véc tơ $\vec{n}=(-2;3;4)$ cũng là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Câu 12. Chọn D

Câu 13. Chọn C

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n}=(2;-3;0)=\vec{c}$.

Câu 14. Phương trình $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x-y+\frac{1}{3}z-1=0. \Leftrightarrow 3x+6y-2z+6=0.$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Câu 15. Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x-6y-8z+1=0$ nên một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là $(2;-6;-8)$ hay $(1;-3;-4)$.

Câu 16. Ta có $\overrightarrow{u_2}=(0;2;-3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y-3z+1=0$.

Câu 17. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x-y+2=0$ là $(3;-1;0)$.

Dạng 2. Xác định phương trình mặt phẳng

Dạng 2.1 Xác định phương trình mặt phẳng cơ bản

Câu 18. Chọn D

Câu 19. Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là : $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 20. Chọn C.

Câu 21. Ta có mặt phẳng Ozx đi qua điểm $O(0;0;0)$ và vuông góc với trục Oy nên có VTPT $\vec{n}=(0;1;0)$. Do đó phương trình của mặt phẳng Ozx là $y=0$.

Dạng 2.2 Xác định phương trình mặt phẳng khi biết yếu tố vuông góc

Câu 22. Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$ là

$1(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$(P): 1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 24. Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng AB. Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:

$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$

Câu 25. Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra $I(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vtpt, nên có phương trình là $(\alpha): 2x-y+z-2=0$.

Câu 26. Chọn A

$\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)=-2(2;-3;-1)$

(P) đi qua $A(5;-4;2)$ nhận $\vec{n}=(2;-3;-1)$ làm VTPT

(P): $2x-3y-z-20=0$

Câu 27. Chọn B

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

(α) đi qua $I(1;1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ làm một VTPT.

$\Rightarrow (\alpha):-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Rightarrow (\alpha):\ 3x-y-z=0$.

Câu 28. Chọn D

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$, có vec tơ pháp tuyến

$\vec{n}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1)$ có phương trình: $2(x-3)-1(y-2)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Chọn đáp án B.

Câu 29. Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4;3;-1)$ và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)$ nên có phương trình là

$4(x-4)+4(y-3)-6(z+1)=0$

$\Leftrightarrow 2(x-4)+2(y-3)-3(z+1)=0$

$\Leftrightarrow 2x+2y-3z-17=0$

Câu 30. Chọn D

$\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$. Do mặt phẳng (α) cần tìm vuông góc với AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$ làm vtpt. Suy ra, phương trình mặt phẳng $(\alpha):3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0.$

Câu 31. Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;2)$ là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n}=-\overrightarrow{BC}=(1;2;-2)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y-2z+1=0$.

Câu 32. Chọn D

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến, $\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)$

Mặt phẳng đi qua $A(5;-4;2)$ và có vectơ pháp tuyến, $\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)$ có phương trình

$-4(x-5)+6(y+4)+2(z-2)=0$ hay $2x-3y-z-20=0$. Vậy chọn D.

Câu 33. Chọn C

(P) có dạng: $1.(x-3)-1(y+1)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-12=0$.

Câu 34. Gọi $I\left(0;\frac{5}{2};-1\right)$ là trung điểm của AB; $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;6)$.

Mặt phẳng (α) qua $I\left(0;\frac{5}{2};-1\right)$ và có VTPT $\vec{n}=(-2;-1;6)$ nên có PT:

$(\alpha):-2(x)-\left(y-\frac{5}{2}\right)+6(z+1)=0 \Leftrightarrow 4x+2y-12z-17=0$.

Câu 35. Chọn B

$\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)=-2(1;1;-1), \vec{u}=(1;1;-1)$

$\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-1)$

$\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;0;1)$

Vậy $(Q): x+z=0$.

Câu 36. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, vectơ pháp tuyến của mp(P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;-3;2)$.

Từ giả thiết suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;8;12)$ là vectơ pháp tuyến của mp(Q).

Mp (Q) đi qua điểm $A(2;4;1)$ suy ra phương trình tổng quát của mp(Q) là:

$0(x-2)+8(y-4)+12(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Câu 37. Ta có $\overrightarrow{AB}=2(1;2;-1)$.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2;1;1)$.

+ Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua I và nhận $\vec{n}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$x-2+2(y-1)-(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-3=0$.

Vậy mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $x+2y-z-3=0$.

Câu 38. Do mặt phẳng vuông góc với BC nên $\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Vì vậy phương trình mặt phẳng là : $1(x-2)-2(y-1)-5(z+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-5z-5=0$.

Câu 39. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

$(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow x-y-z+2=0$.

Câu 40. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$, vectơ pháp tuyến mặt phẳng (Q): $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;-1)$.

Theo đề bài ta có vectơ pháp tuyến mặt phẳng (P): $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_Q}\wedge\overrightarrow{AB}=(4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x-3y-2z+C=0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;0)$ nên: $-3+C=0 \Leftrightarrow C=3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x-3y-2z+3=0$.

Câu 41. Gọi $\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;5)$, $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;2)$.

Vì (Q) đi qua A,B và $(Q)\perp(P)$ nên $\overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{n_P}$, chọn $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}\right]=(3;14;4)$.

Do đó phương trình của (Q) là

$3(x-1)+14(y-0)+4(z+2)=0$ hay $3x+14y+z+5=0$.

Câu 42. Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\overrightarrow{n_\alpha}=(3;-2;2),\overrightarrow{n_\beta}=(5;-4;3)$.

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;1;-2)$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O,VTPT $\vec{n}=(2;1;-2)$: $2x+y-2z=0$.

Câu 43. Chọn A

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vtpt $\vec{n}=(1;-3;2)$ của (P) làm vtcp

Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ làm vtcp

(Q) nhận $\overrightarrow{n_Q}=\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right]=(0;8;12)$ làm vtpt

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 0(x+1)+8(y-1)+12(z-3)=0$, hay $(Q): 2y+3z-11=0$

Vậy $a+b+c=5$. Chọn A.

Câu 44. Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$

Từ (P) suy ra vec tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

Gọi vec tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}$

Vì (Q) chứa A, B nên $\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{AB}$ (1)

Mặt khác $(Q)\perp(P)$ nên $\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{n_P}$ (2)

Từ $(1),(2)$ ta được $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right]=(3;-2;-1)$

(Q) đi qua $A(1;-1;2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(3;-2;-1)$ nên (Q) có phương trình là

$3(x-1)-2(y+1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z-3=0$.

Câu 45. Chọn A

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-3;2)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;0;-1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là

$\left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right]=(3;3;3)=3(1;1;1)$.

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;1;1)$ nên (α) có phương trình:

$x+y+z-3=0$.

Câu 46. Gọi mặt phẳng phải tìm là (P). Khi đó véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;\ 1;\ -2)$.

Phương trình của (P) là $2x+y-2z=0$.

Câu 47.

Lờigiải

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_p}=(1;1;1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của (Q), do (Q) vuông góc với (P) nên $\vec{n}$ có giá vuông góc với $\overrightarrow{n_p}$, mặt khác véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có giá nằm trong mặt phẳng (Q) nên $\vec{n}$ cũng vuông góc với $\overrightarrow{AB}$

Mà $\vec{n}_P$ và $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương nên ta có thể chọn $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{AB}\right]=(-3;2;1)$, mặt khác (Q) đi qua $A(1;-1;2)$ nên phương trình của mặt phẳng (Q) là:

$-3(x-1)+2(y+1)+1(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z-3=0$.

Câu 48. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-1;1)$. Mặt phẳng (P) có 1 véctơ pháp tuyến là: $\vec{n}_{(P)}=(1;-1;0)$.

Gọi $\vec{n}$ là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm. Khi đó $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\vec{n}_{(P)}\end{cases} \Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\vec{n}_{(P)}\right]=(1;1;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $1(x-0)+1(y-1)-1(z-0)=0 \Leftrightarrow x+y-z-1=0$.

Câu 49. Ta có: $\begin{cases}\mathrm{AB}\perp\mathrm{OC}\\ \mathrm{AB}\perp\mathrm{CH}\end{cases} \Rightarrow \mathrm{AB}\perp(\mathrm{OHC}) \Rightarrow \mathrm{AB}\perp\mathrm{OH}$.

Tương tự $\begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp OH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OH \\ BC \perp OH \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$.

Do $OH \perp (ABC) \Rightarrow \overrightarrow{n_{ABC}} = \overrightarrow{OH} = (2;1;1)$

Phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-2)+(y-1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+z-6=0$.

Dạng 2.3 Xác định phương trình mặt phẳng khi biết yếu tố song song

Câu 50.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(\beta)//(\alpha)$, PT có dạng $(\beta): 3x-y+2z+D=0$ (điều kiện $D \neq 4$);

Ta có: (β) qua $M(3;-1;-2)$ nên $3.3-(-1)+2.(-2)+D=0 \Leftrightarrow D=-6$ (thoả đk);

Vậy $(\beta): 3x-y+2z-6=0$

Câu 51. Chọn C

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng (P).

Do $(Q)//(P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x-y+3z+d=0$ ($d \neq 2$).

Do $A(2;-1;2) \in (Q)$ nên $2.2-(-1)+3.2+d=0 \Leftrightarrow d=-11$ (nhận).

Vậy $(Q): 2x-y+3z-11=0$.

Câu 52. Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$ là

$\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=1$

Câu 53. Chọn A

$\overrightarrow{u_{Oy}}=(0;1;0); \overrightarrow{AB}=(-3;0;4)$

Lấy $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_{Oy}}.\overrightarrow{AB}\right]=(4;0;3)$

Do đó $(P): 4(x-3)+3z=0 \Leftrightarrow 4x+3z-12=0$

Câu 54. Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì $(\alpha)//(P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}=\vec{n}_{(P)}=(2;-1;3)$

Ta có: (α) đi qua $A(1;3;-2)$ và có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;-1;3)$.

Do đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) là:

$2(x-1)-1(y-3)+3(z+2)=0$ hay $2x-y+3z+7=0$.

Câu 55. Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;2;1)$.

Gọi mặt phẳng cần viết phương trình là (P) suy ra $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{i}\right]=(0;1;-2)$.

Vậy PT mặt phẳng (P) có dạng: $y-2(z-1)=0 \Leftrightarrow y-2z+2=0$.

Câu 56. Mặt phẳng (P) chứa trục Ox nên có dạng: $By+Cz=0$ $\left(B^2+C^2 \neq 0\right)$.

(P) đi qua điểm $A(1;1;-1)$ nên $B.1+C.(-1)=0 \Leftrightarrow B=C$.

Chọn $B=C=1$ ta được $(P): y+z=0$.

Câu 57. Mặt phẳng (P) không qua O, song song mặt phẳng (Q)

$\Rightarrow (P): x+2y+2z+d=0\,(d\neq 0,\ d\neq -3)$.

Ta có $d\left[(P);(Q)\right]=1\Rightarrow \dfrac{\left|d-(-3)\right|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1\Leftrightarrow \left|d+3\right|=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=0\\ d=-6\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện ta nhận $d=-6$.

Vậy $(P): x+2y+2z-6=0$.

Câu 58. Chọn A

Có (P) song song $(\alpha): 2x-2y+z-1=0$ nên $(P): 2x-2y+z+m=0$, với $m\neq -1$.

Do (P) đi qua điểm $A(-1;1;2)$ nên $-2-2+2+m=0\Leftrightarrow m=2$ (nhận)

Vậy mặt phẳng cần tìm là $(P): 2x-2y+z+2=0$.

Câu 59. Ta có, (Q) song song (P) nên phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+C=0$; $C\neq -5$

Chọn $M(0;0;5)\in(P)$

Ta có $d((P);(Q))=d(M;(Q))=\dfrac{\left|5+C\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C=4\\ C=-14\end{array}\right.$

$C=4\Rightarrow (Q): 2x-2y+z+4=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_1(-2;0;0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này (Q) không thỏa đề bài.

$C=-14\Rightarrow (Q): 2x-2y+z-14=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_2(7;0;0)$ có hoành độ dương do đó $(Q): 2x-2y+z-14=0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

Câu 60. Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

$\Rightarrow vtpt\overrightarrow{n_P}=vtpt\overrightarrow{n_Q}=(1;2;2)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+D=0$

Gọi $A(3;0;0)\in(Q)$

$\Rightarrow d((P),(Q))=d(A,(P))=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left|3+D\right|}{3}=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3+D=3\\ 3+D=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=0\quad (l), qua\, O\\ D=-6\ (n)\end{array}\right.$

Câu 61. $\overrightarrow{AB}=(-3;0;4)$.

Oy có một vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do $\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{j}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\end{cases}$ nên ta có thể chọn $\vec{n}=\left[\vec{j},\overrightarrow{AB}\right]=(4;0;3)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng cần tìm qua điểm $A(3;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;0;3)$ là $(P): 4(x-3)+3(z-0)=0$.

Vậy $(P): 4x+3z-12=0$.

Câu 62. Phương trình $mp(ABC)$: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình có dạng:

$$6x+3y+2z+d=0,\ d\neq -12.$$

Mặt phẳng (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC)

$\Leftrightarrow d((ABC),(P))=d(D,(P)) \Leftrightarrow d(A,(P))=d(D,(P))$

$\Leftrightarrow \dfrac{|6.2+d|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\dfrac{|6.2+3.4+2.6+d|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} \Leftrightarrow |d+12|=|d+36| \Leftrightarrow d=-24$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $6x+3y+2z-24=0$.

Câu 63. Gọi phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+d=0$ Với $d\neq 0; d\neq -3$.

Có $d((P);(Q))=1 \Leftrightarrow \dfrac{|d+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=0 \\ d=-6 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow (P)$ có dạng: $x+2y+2z-6=0$.

Dạng 2.4 Xác định phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Câu 64.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2) \Rightarrow (MNP): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$

Câu 65. Ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$

Câu 66. Ta có $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ lần lượt là hình chiếu của M lên Ox, Oy, Oz.

Phương trình đoạn chắn có dạng: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 67. Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 4x-3y+6z+12=0$.

Câu 68. Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình mặt phẳng qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{5}=1$.

Câu 69. Ta có phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là:

$\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 70. Chọn D

Cách 1.

Giả sử (P) đi qua 3 điểm $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

Suy ra $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

Mà (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ nên ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1 \\ \dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ \dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \end{cases}$

Theo giả thuyết ta có $OM=2ON \Leftrightarrow |a|=2|b| \Leftrightarrow |b|=1$

TH1. $b=1 \Rightarrow c=-2$ suy ra $(P): x+2y-z-2=0$

TH1. $b=-1 \Rightarrow c=-\dfrac{2}{3}$ suy ra $(P): x-2y+3z-2=0$

Câu 71. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên Ox, Oy, Oz.

Suy ra: $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 72. Phương trình mặt phẳng (ABC) (theo đoạn chắn) là

$\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{-3}=1 \Leftrightarrow -3x+6y+2z+6=0$.

Câu 73. $M(8;-2;4)$ chiếu lên $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt là $A(8;0;0),\ B(0;-2;0),\ C(0;0;4)$

Phương trình đoạn chắn qua A, B, C là: $\frac{x}{8}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow x-4y+2z-8=0$

Câu 74. Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc \neq 0$.

Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do $M \in (\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a}+\frac{1}{b}-\frac{3}{c}=1 \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2-a;1;-3), \overrightarrow{BM}=(2;1-b;-3), \overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Do M là trực tâm tam giác ABC nên: $\begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b-3c=0 \\ -2a-3c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3c \\ a=-\frac{3c}{2} \end{cases} \quad (2)$

Thay (2) vào (1) ta có: $-\frac{4}{3c}-\frac{1}{3c}-\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow c=-\frac{14}{3} \Rightarrow a=7, b=14$.

Do đó $(\alpha): \frac{x}{7}+\frac{y}{14}-\frac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0$.

Câu 75. Giả sử $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$. Khi đó mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

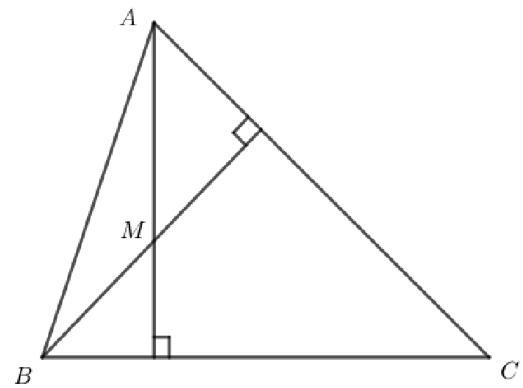
Ta có:

$\overrightarrow{AH}=(2-a;1;1);\ \overrightarrow{BH}=(2;1-b;1)$

$\overrightarrow{BC}=(0;-b;c);\ \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} H \in (ABC) \\ \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1 \\ -b+c=0 \\ -2a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=6 \end{cases}$

Vậy $A(3;0;0)$



Câu 76.

Mặt phẳng (α) cắt các trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A(m;0;0),\ B(0;n;0),\ C(0;0;p),\ m,n,p\neq 0$. Ta có phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1$.

Mà $M\in(\alpha)\Leftrightarrow \frac{1}{m}+\frac{2}{n}+\frac{3}{p}=1$. (1)

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-m;2;3),\ \overrightarrow{BM}=(1;2-n;3),\ \overrightarrow{BC}=(0;-n;p),\ \overrightarrow{AC}=(-m;0;p)$.

M là trực tâm tam giác $ABC\Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3p-2n=0\\ 3p-m=0\end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $m=14;\ n=7;\ p=\frac{14}{3}$.

Suy ra (α) có phương trình $\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{3z}{14}=1\Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Vậy $T=a+b+c=1+2+3=6$.

Câu 77. Từ giả thiết ta có $a>0,b>0,c>0$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc$.

Ta có phương trình đoạn chắn mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mà $M\in(P)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho ba số ta có: $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}\Rightarrow abc\geq 27$.

Do đó $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc\geq\frac{9}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=3$.

Vậy $\min_{V_{OABC}}=\frac{9}{2}\Leftrightarrow a=b=c=3$. Khi đó $a+2b+3c=18$.

Câu 78. Cách 1 :

Ta có tính chất hình học sau : tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc thì điểm M là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của điểm O lên mặt phẳng (ABC).

Do đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;5)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM}(1;2;5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(x-1)+2(y-2)+5(z-5)=0\Leftrightarrow x+2y+5z-30=0$.

Cách 2:

Giả sử $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Theo giả thiết ta có $M\in(P)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{5}{c}=1(1)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-a;2;5);\overrightarrow{BC}(0;-b;c);\overrightarrow{BM}=(1;2-b;5);\overrightarrow{AC}(-a;0;c)$

Mặt khác M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=5c\\ a=5c\end{cases}(2)$

Từ (1) và (2) ta có $a=30;b=15;c=6$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{30}+\frac{y}{15}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow x+2y+5z-30=0.$

Câu 79. Mặt phẳng $(P):x+4y-2z-6=0$ có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;4;-2)$.

Mặt phẳng $(Q):x-2y+4z-6=0$ có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;4)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(12;-6;-6)$, cùng phương với $\vec{u}=(2;-1;-1)$.

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Ta có đường thẳng d có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;-1)$ và đi qua điểm $M(6;0;0)$.

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng (α) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(\frac{1}{a};\frac{1}{b};\frac{1}{c}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa $d\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\ M\in(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0\\ \frac{6}{a}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\ \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{3}(*)\end{cases}$.

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Leftrightarrow OA=OB=OC\Leftrightarrow|a|=|b|=|c|\Leftrightarrow|b|=|c|=6$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b=c=6$.

Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{6}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow x+y+z-6=0$.

Câu 80. Giả sử $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình (theo đoạn chắn): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}}\Rightarrow a.b.c\geq243$.

$V_{OABC}=\frac{1}{6}a.b.c\geq\frac{243}{6}=\frac{81}{2}$. Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Dạng 3. Một số bài toán liên quan điểm với mặt phẳng

Dạng 3.1 Điểm thuộc mặt phẳng

Câu 81. Chọn D

Ta có: $1-1+1-6=-5\neq 0 \Rightarrow M(1;-1;1)$ là điểm không thuộc (α).

Câu 82. Chọn B

Ta có $1-2.1+6-5=0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 83. Điểm $N(1;1;1)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $N\in(P)$.

Câu 84. Ta có: $2.2-1+0-3=0 \Rightarrow M(2;1;0)\in(P): 2x-y+z-3=0$.

Câu 85. + Thay toạ độ điểm Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1-(-2)+2-2=4\neq 0$ nên $Q\notin(P)$.

+ Thay toạ độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.2-(-1)+(-1)-2=2\neq 0$ nên $P\notin(P)$.

+ Thay toạ độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1-1+(-1)-2=-2\neq 0$ nên $M\notin(P)$.

+ Thay toạ độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1-(-1)+(-1)-2=0$ nên $N\in(P)$.

Dạng 3.2 Phương trình mặt phẳng qua 3 điểm

Câu 86. Không mất tính tổng quát, ta giả sử M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oxz), (Oyz).

Khi đó, $M(2;-3;0)$, $N(2;0;1)$ và $P(0;-3;1)$

$\overrightarrow{MN}=(0;3;1)$ và $\overrightarrow{MP}=(-2;0;1)$.

Ta có, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vectơ không cùng phương và có giá nằm trong (MNP)

Do đó, (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(3;-2;6)$.

Mặt khác, (MNP) đi qua $M(2;-3;0)$ nên có phương trình là:

$3(x-2)-2(y+3)+6(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+6z-12=0$.

Câu 87. Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-3;3);\overrightarrow{AC}=(2;-1;3)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-6;-3;3)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có vecto chỉ phương $\vec{u}$ vuông góc với $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$

nên $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ do đó chọn $\vec{u}(2;1;-1)$.

Câu 88. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1)$; $\overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$.

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 0 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2 & -3\\ -2 & 0\end{vmatrix}\right)=(6;6;-6).$$

Chọn $\vec{n}=\frac{1}{6}\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-1)$ là một VTPT của $mp(ABC)$. Ta có pt $mp(ABC)$ là:

$x+y-1-z+2=0 \Leftrightarrow x+y-z+1=0$. Vậy $a=1,d=1$.

Câu 89.

Lờigiải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;1)$.

Mặt phẳng (ABC) có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;2;-1)$ đi qua A có phương trình là:

$-1(x-1)+2y-z=0 \Leftrightarrow -x+2y-z+1=0$.

Ta có $\begin{cases} IA = IB \\ IB = IC \\ I \in mp(ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + b^2 + (c-1)^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \\ -a + 2b - c + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 2c = 0 \\ 4a + 2b = 5 \\ -a + 2b - c + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \dfrac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow I\left(1;\dfrac{1}{2};1\right) \Rightarrow a + 2b + c = 1 + 1 + 1 = 3$.

Dạng 3.3 Khoảng cách từ điểm đến mặt

Câu 90. Chọn B

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d = \dfrac{|3.1 + 4.(-2) + 2.3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 91. Khoảng cách d từ A đến (P) là $d(A,(P)) = \dfrac{|3x_A + 4y_A + 2z_A + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \dfrac{|3 - 8 + 6 + 4|}{\sqrt{29}}$

$\Rightarrow d(A,(P)) = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$

Câu 92. $d\left(M;(P)\right) = \dfrac{|1 + 2.2 + 2.(-3) - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \dfrac{|-11|}{3} = \dfrac{11}{3}$.

Câu 93. Ta có $d\left(M,(P)\right) = \dfrac{|2.(-1) - 2.2 + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{5}{3}$.

Câu 94. Khoảng cách d từ điểm $M(1;2;1)$ đến mp(P) là $d = d\left(M,(P)\right) = \dfrac{|2.1 - 2.2 + 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 1$.

Câu 95. Ta có $M \in Oy \Rightarrow M(0;y;0)$.

Theo giả thiết: $d\left(M(P)\right) = d\left(M(Q)\right) \Leftrightarrow \dfrac{|y+1|}{\sqrt{3}} = \dfrac{|-y-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow y = -3$.

Vậy $M(0;-3;0)$

Câu 96. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng $d\left(M,(Q)\right) = \dfrac{|1 + 2(-2) - 2.1 + 1|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = \dfrac{4}{3}$.

Câu 97. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;1) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3 \quad (1)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P): $d\left(A,(P)\right) = \dfrac{|2.1 + 2 + m.3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + m^2}} = \dfrac{|3m + 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \quad (2)$.

Để $AB = d\left(A,(P)\right) \Rightarrow 3 = \dfrac{|3m + 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \Leftrightarrow 9\left(5 + m^2\right) = 9(m+1)^2 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 98. Gọi $(P): \begin{cases} qua\ A(1;0;0) \\ VTPT\ \vec{n} = (A;B;C) \neq \vec{0} \end{cases}$

$(P): A.(x-1) + By + Cz = 0$

$B \in (P): -A - 2B + 3C = 0 \Leftrightarrow A = -2B + 3C \quad (1)$

$d(C;(P))=\frac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\frac{|B+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow 3(B^2+C^2+2BC)=4(A^2+B^2+C^2)$

$\Leftrightarrow B^2+C^2-6BC+4A^2=0$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có: $B^2+C^2-6BC+4(-2B+3C)^2=0\Leftrightarrow 17B^2-54BC+37C^2=0$

Cho $C=1$: $17B^2-54B+37=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}B=1\Rightarrow A=1\\ B=\frac{37}{17}\Rightarrow A=\frac{-23}{17}\end{array}\right.$

$(P): x+y+x-1=0$

$(P): -23x+37y+17z+23=0$

Câu 99. Chọn A

$(ABC): \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

$(P)//(ABC)\Rightarrow(P): 6x+3y+2z+m=0\ (m\neq-12)$.

(P) cách đều D và mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow d(D,(P))=d(A,(P))$

$\Leftrightarrow\frac{|6.2+3.4+2.6+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{|6.2+3.0+2.0+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}\Leftrightarrow|36+m|=|12+m|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}36+m=12+m\\ 36+m=-12-m\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow m=-24$ (nhận).

Vậy phương trình của (P) là $6x+3y+2z-24=0$.

Câu 100. Vì $d(B;(P))=2d(A;(P))$ và (P) cắt đoạn AB tại I nên

$$\overrightarrow{BI}=-2\overrightarrow{AI}\Leftrightarrow\begin{cases}a-5=-2(a-1)\\ b+4=-2(b-2)\\ c+1=-2(c-3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{7}{3}\\ b=0\\ c=\frac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=4.$$

Dạng 3.4 Cực trị

Câu 101. Chọn B

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ suy ra $I(-1;1;1)$

$IA^2=27$; $IB^2=12$; $d(I,(P))=3$

$$2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2=5MI^2+90$$

Mà $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MI nhỏ nhất

Suy ra $MI\geq d(I,(P))=3$

Vậy $2MA^2+3MB^2\geq 5.9+90=135$

Câu 102. Ta có: $d(M,(P))\leq MA$

Nên $d(M,(P))_{max}=MA$ khi A là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P).

Suy ra $AM\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$ là vectơ pháp tuyến của (P).

(P) đi qua $A(1;7;2)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$-3(x-1)-3(y-7)-3(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-10=0$.

Câu 103. Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-10-x;-5-y;8-z)$, $\overrightarrow{IB}=(2-x;1-y;-1-z)$, $\overrightarrow{IC}=(2-x;3-y;-z)$.

Khi đó, $\begin{cases}(-10-x)+2(2-x)+3(2-x)=0\\(-5-y)+2(1-y)+3(3-y)=0\\(8-z)+2(-1-z)+3(-z)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=1\\z=1\end{cases} \Rightarrow I(0;1;1)$.

Với điểm M thay đổi trên (P), ta có

$MA^2+2MB^2+3MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right)$

$=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2$ (Vì $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$).

Ta lại có $IA^2+2IB^2+3IC^2=185+2.8+3.9=228$.

Do đó, $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Khi đó, $MI=d(I,(P))=3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2+2MB^2+3MC^2$ bằng

$$6MI^2+228=6.9+228=282.$$

Giá trị nhỏ nhất của $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt được khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Câu 104. $C(a;b;-2)\in(P)\Rightarrow a-b+2=0\Rightarrow b=a+2\Rightarrow C(a;a+2;-2)$.

$\overrightarrow{AB}=(0;-2;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(a-1;a;-5)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(10+2a;-2a+2;2a-2)$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{(2a+10)^2+2(2a-2)^2}}{2}=\frac{\sqrt{12a^2+24a+108}}{2}=\sqrt{3(a^2+2a+9)}=\sqrt{3(a+1)^2+24}$

$\geq 2\sqrt{6}$ với $\forall a$.

Do đó $\min S_{\Delta ABC}=2\sqrt{6}$ khi $a=-1$. Khi đó ta có $C(-1;1;-2)\Rightarrow a+b=0$.

Câu 105.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

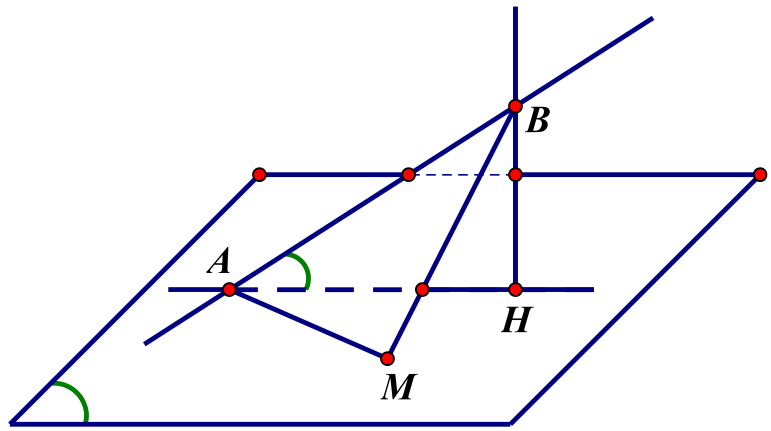
Nhận thấy, điểm $M(2;-2;1)\in(ABC)$; $\overrightarrow{OM}=(2;-2;1)$, $OM=3$.

Ta có: $d(O;(ABC))=OH\leq OM\Rightarrow$ khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất

khi $OM\perp(ABC)\Leftrightarrow\overrightarrow{n_{(ABC)}}=k.\overrightarrow{OM},(k\neq0)\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{a}=2k\\\frac{1}{b}=-2k\\\frac{1}{c}=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2k}\\b=-\frac{1}{2k}\\c=\frac{1}{k}\end{cases}$.

Mà $\frac{2}{a}-\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$ nên $\frac{2}{\frac{1}{2k}}-\frac{2}{-\frac{1}{2k}}+\frac{1}{\frac{1}{k}}=1\Leftrightarrow 9k=1\Leftrightarrow k=\frac{1}{9}$. Do đó $a=\frac{9}{2};b=-\frac{9}{2};c=9$.

Vậy $d_{\max}\left(O;(ABC)\right)=OM=3$ khi $a=\frac{9}{2};b=-\frac{9}{2};c=9$.



Câu 106.

+) Nhận xét: $\overrightarrow{AB}(2;2;2)\Rightarrow AB=2\sqrt{3};A\in(P)$.

+) Xét tam giác MAB ta có $P=\frac{MA+2\sqrt{3}}{MB}=\frac{MA+AB}{MB}=\frac{\sin B+\sin M}{\sin A}$

$$\Leftrightarrow P=\frac{2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B-M}{2}}{2\cos\frac{A}{2}\sin\frac{A}{2}}=\frac{\cos\frac{B-M}{2}}{\sin\frac{A}{2}}\le\frac{1}{\sin\frac{A}{2}}$$

+) Để $P_{\max}\Leftrightarrow\sin\frac{A}{2}$ min, dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}AB=AM\\ \widehat{ABM}=\widehat{ABH}\end{cases}$

$(P):x-2y+2z-3=0\Rightarrow d_{B/(P)}=\frac{2}{3}\Rightarrow BM=\sqrt{\frac{24\sqrt{3}-8\sqrt{26}}{\sqrt{3}}}$

$\Rightarrow P_{\max}=\sqrt{54+6\sqrt{78}}$.

Câu 107. Ta có $|MA-MB|\le AB$ với mọi điểm $M\in(P)$

Vì $(2.4+5+2.6+1).(2.1+1+2.2+1)=208>0$ nên hai điểm A,B nằm cùng phía với (P)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $M=AB\cap(P)$

Khi đó, $|MA-MB|$ nhận giá trị lớn nhất là: $AB=\sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2+(6-2)^2}=\sqrt{41}$.

Câu 108. Cách 1:

Ta có $d\left(A;(P)\right)=\frac{|m-1+1+2m-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1+m^2}}=\sqrt{\frac{(3m-1)^2}{2\left(m^2-m+1\right)}}$.

Xét $f(m)=\frac{(3m-1)^2}{2\left(m^2-m+1\right)}\Rightarrow f'(m)=\frac{(5-m)(3m-1)}{2\left(m^2-m+1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{3}\\ m=5\end{array}\right.$.

m	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		5		$+\infty$
$f'(m)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(m)$	$\frac{9}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{14}{3}$	$\searrow$	$\frac{9}{2}$

Vậy $\max d\left(A;(P)\right)=\sqrt{\frac{14}{3}}$ khi $m=5\in(2;6)$.

Câu 109. Chọn A

Gọi (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$ $(a,b,c>0)$

Ta có $(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Vì $M\in(P)$ nên ta có $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$

Áp dụng bất đẳng thức côsi ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}\geq\frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{abc}}\Leftrightarrow abc\geq 54$

Thể tích khối chóp $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc\geq 9$

Dấu bằng xảy ra khi các số tham gia cô si bằng nhau nghĩa là $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1\\ \frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{1}{c}\end{cases}\Leftrightarrow a=3;b=6;c=3$

Vậy pt mặt phẳng $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=1\Rightarrow N(0;2;2)\in(P)$

Câu 110. Chọn B.

Gọi $M(x;y;z)\in(\alpha)\Rightarrow x+2y-3z-7=0$

$\overrightarrow{MA}=(4-x;-2-y;6-z)$; $\overrightarrow{MB}=(2-x;4-y;2-z)$

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=(4-x)(2-x)+(-2-y)(4-y)+(6-z)(2-z)$

$=x^2+y^2+z^2-6x-2y-8z+12 \;=(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2-12$

Áp dụng bđt B. C. S:

$\left[1^2+2^2+(-3)^2\right]\left[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2\right]\geq\left[x-3+2(y-1)-3(z-4)\right]^2$

$\Leftrightarrow 14\left[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2\right]\geq\left[x+2y-3z+7\right]^2$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2\geq\frac{(7+7)^2}{14}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2-12\geq 2$

$Min\left(\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}\right)=2$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2y-3z-7=0 \\ \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}.$

Câu 111. Gọi $G\left(x_1;y_1;z_1\right)$ là trọng tâm tam giác ABC.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm tùy ý nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MG}=3\overrightarrow{MG}.$

Vậy $S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG.$

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_1=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{-1+2-4}{3}=-1 \\ y_1=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{3+6-12}{3}=-1 \\ z_1=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}=\dfrac{5-1+5}{3}=3 \end{cases} \Rightarrow G\left(-1;-1;3\right).$

Vì G cố định nên $S=3MG$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Tức là $MG\perp\left(P\right)$.

Ta có: $d\left(G,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|-1.1+2.\left(-1\right)-2.3-5\right|}{\sqrt{1^2+2^2+\left(-2\right)^2}}=\dfrac{14}{3}=MG.$

Vậy giá trị nhỏ nhất $S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG=3.\dfrac{14}{3}=14.$

Câu 112. Gọi $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

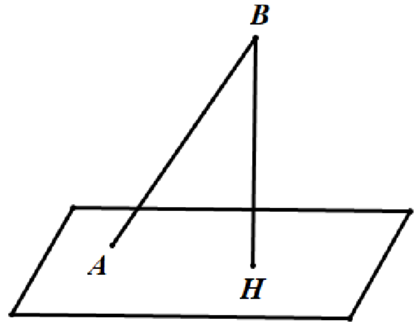
Khi đó: $\begin{cases} -1-a-2\left(3-a\right)+3\left(-4-a\right)=0 \\ 2-b-2\left(-1-b\right)+3\left(0-b\right)=0 \\ 5-c-2\left(0-c\right)+3\left(-2-c\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{19}{2} \\ b=2 \\ c=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(-\dfrac{19}{2};2;-\dfrac{1}{2}\right).$

Ta có: $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|=\left|\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{IM}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{IM}+3\overrightarrow{MC}\right|$

$=\left|2\overrightarrow{IM}+\left(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right)\right|=2\left|\overrightarrow{IM}\right|=2IM$.

Biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của M lên $\left(Oxy\right)\Leftrightarrow I\left(-\dfrac{19}{2};2;0\right)$.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $d\left(I;\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|4.\left(-\dfrac{19}{2}\right)+3.2+2\right|}{\sqrt{4^2+3^2}}=6$.



Câu 113.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)\Rightarrow AB=2\sqrt{6}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (P).

Ta có $d(B,(P))=BH\le BA=2\sqrt{6}\Rightarrow max d(B,(P))=2\sqrt{6}$, đạt được khi $H\equiv A$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$ là véctơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-1)-2(y-2)+4(z+1)=0\Leftrightarrow x-y+2z+3=0$.

Câu 114. Chọn D

Ta có $\dfrac{V_{A.BCD}}{V_{A.B'C'D'}}=\dfrac{AB}{AB'}.\dfrac{AC}{AC'}.\dfrac{AD}{AD'}\le\dfrac{1}{27}\left(\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}\right)^3=\dfrac{64}{27}\Rightarrow\dfrac{V_{A.BCD}}{V_{A.B'C'D'}}\ge\dfrac{64}{27}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{AB}{AB'}=\dfrac{AC}{AC'}=\dfrac{AD}{AD'}=\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow\dfrac{AB'}{AB}+\dfrac{AC'}{AC}+\dfrac{AD'}{AD}=\dfrac{3}{4}$

Như vậy, tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $\dfrac{AB'}{AB}+\dfrac{AC'}{AC}+\dfrac{AD'}{AD}=\dfrac{3}{4}$.

Khi đó $(B'C'D')\,//\,(BCD)$.

Ta có $(BCD):4x+10y-11z+14=0$.

Suy ra $(B'C'D'):4x+10y-11z+m=0, m\ne 14$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{AB'}=\left(\dfrac{3}{4};-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right)\Rightarrow B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$.

Thay tọa độ điểm $B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$ vào phương trình $(B'C'D')\Rightarrow m=\dfrac{39}{4}$ (nhận).

Vậy $(B'C'D'):16x+40y-44z+39=0$

Câu 115. Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Phương trình mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

$M(1;4;9)\in(P)\Rightarrow\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}=1$.

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki:

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}\right)(a+b+c)=\left(\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{4}{b}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{9}{c}}\right)^2\right)\left(\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2+\left(\sqrt{c}\right)^2\right)\ge(1+2+3)^2.$$

$\Rightarrow a+b+c\ge 49$.

Dấu "$=$" xảy ra khi $\begin{cases} \dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}=1 \\ \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{c} \end{cases} \xrightarrow{a+b+c=49} \begin{cases} a=6 \\ b=12 \\ c=18 \end{cases}$. Nên $(P):\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{18}=1$.

Vậy $d=\dfrac{36}{7}$.

Câu 116. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A,B trên mặt phẳng (P)

$\Rightarrow AH=BK=3, H(1;-1;0), K(0;1;2), HK=3$. Đặt $HM=t$ ta có:

$HM+MN+NK\ge HK=3\Rightarrow NB\ge 2-t$

$2AM^2+3BN^2=2AH^2+2HM^2+3BK^2+3KN^2\ge 45+2t^2+(2-t)^2\ge 49,8$

Dấu bằng xảy ra khi $M,N\in$ đoạn thẳng HK. Vậy Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2AM^2+3BN^2$ bằng $49,8$

Câu 117. Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình (theo đoạn chắn): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\dfrac{9}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Ta có $1=\dfrac{9}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{9}{a.b.c}}\Rightarrow a.b.c\ge 243$.

$V_{OABC}=\dfrac{1}{6}a.b.c\ge\dfrac{243}{6}=\dfrac{81}{2}$. Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\dfrac{81}{2}$.

Câu 118. Chọn A

Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;4;9)$ cắt các tia tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$ ta có $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ suy ra $\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}=1$ và $OA+OB+OC=a+b+c$ đạt giá trị nhỏ nhất khi

$1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}=\dfrac{1^2}{a}+\dfrac{2^2}{b}+\dfrac{3^2}{c}\ge\dfrac{(1+2+3)^2}{a+b+c}\Rightarrow a+b+c\ge 36$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a=6 \\ b=12 \\ c=18 \end{cases}\Rightarrow (P):\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{18}=1$

Nên $d(o;(p))=\dfrac{\left|\dfrac{0}{6}+\dfrac{0}{12}+\dfrac{0}{18}-1\right|}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(\dfrac{1}{12}\right)^2+\left(\dfrac{1}{18}\right)^2}}=\dfrac{36}{7}$

Câu 119.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Nhận thấy, điểm $M(2;-2;1)\in(ABC)$; $\overrightarrow{OM}=(2;-2;1)$, $OM=3$.

Ta có: $d\left(O;(ABC)\right)=OH\le OM \Rightarrow$ khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất

khi $OM\perp(ABC)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(ABC)}}=k.\overrightarrow{OM},(k\neq 0)\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{a}=2k\\ \dfrac{1}{b}=-2k\\ \dfrac{1}{c}=k\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{1}{2k}\\ b=-\dfrac{1}{2k}\\ c=\dfrac{1}{k}\end{cases}$.

Mà $\dfrac{2}{a}-\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}=1$ nên $\dfrac{2}{\frac{1}{2k}}-\dfrac{2}{-\frac{1}{2k}}+\dfrac{1}{\frac{1}{k}}=1\Leftrightarrow 9k=1\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{9}$. Do đó $a=\dfrac{9}{2};b=-\dfrac{9}{2};c=9$.

Vậy $d_{\max}\left(O;(ABC)\right)=OM=3$ khi $a=\dfrac{9}{2};b=-\dfrac{9}{2};c=9$.

Câu 120. Từ giả thiết ta có $a>0,b>0,c>0$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc$.

Ta có phương trình đoạn chắn mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mà $M\in(P)\Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho ba số ta có: $1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{abc}}\Rightarrow abc\ge 27$.

Do đó $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc\ge\dfrac{9}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=3$.

Vậy $\min_{V_{OABC}}=\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow a=b=c=3$. Khi đó $a+2b+3c=18$.

Câu 121. Đặt $t=b+c\ \ (t>0)$; $b^2+c^2\ge\dfrac{t^2}{2}$; $bc\le\dfrac{t^2}{4}$.

$5\left(a^2+b^2+c^2\right)=9\left(ab+2bc+ca\right)\Leftrightarrow 5a^2+5\left(b+c\right)^2-9a\left(b+c\right)=28bc\Rightarrow 5a^2+5t^2-9at\le 7t^2$

$\Leftrightarrow\left(5a+t\right)\left(a-2t\right)\le 0\Leftrightarrow a\le 2t$.

Vậy $Q\le\dfrac{4}{t}-\dfrac{1}{27t^3}=f\left(t\right)$ với $t>0$.

Ta có $f'\left(t\right)=-\dfrac{4}{t^2}+\dfrac{1}{9t^4}=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{6}$ (vì $t>0$).

Ta có bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Vậy $Q_{max}=16 \Leftrightarrow a=\frac{1}{3};\ b=c=\frac{1}{12}$.

Suy ra tọa độ điểm $A\left(\frac{1}{3};\frac{1}{12};\frac{1}{12}\right)$; tọa độ các điểm $M\left(\frac{1}{3};0;0\right)$; $N\left(0;\frac{1}{12};0\right)$; $P\left(0;0;\frac{1}{12}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) $\frac{x}{\frac{1}{3}}+\frac{y}{\frac{1}{12}}+\frac{z}{\frac{1}{12}}=1 \Leftrightarrow 3x+12y+12z-1=0$.

Dạng 4. Một số bài toán liên quan giữa mặt phẳng – mặt cầu

Dạng 4.1 Viết phương trình mặt cầu

Câu 122. Chọn B

Gọi mặt cầu cần tìm là (S).

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R.

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên ta có

$$R=d\left(I;(P)\right)=\frac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 123. Chọn D

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P):

$$\Rightarrow R=d\left(I;(P)\right)=\frac{|-1+4-2+8|}{\sqrt{1+4+4}}=3$$

Vậy: $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$

Câu 124. Mặt cầu cần tìm có bán kính $R=d\left(I,(\alpha)\right)=\frac{|2-2.1+2.(-4)-7|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=5$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=25$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x-2y+8z-4=0$.

Câu 125. Ta có: Bán kính mặt cầu là: $R=d\left(I;(P)\right)=\frac{|-1-6-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=3$.

Phương trình mặt cầu là: $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 126. Ta có bán kính của mặt cầu (S) là $R=d\left(I;(P)\right)=\frac{|-1-2.2+2.5+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=3$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;5)$ và bán kính của $R=3$ suy ra phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=3^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0$.

Câu 127. Theo giả thiết $R=d\left(I,(P)\right)=\frac{|2.1-(-2)+2.3-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3$

Vậy (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

Câu 128. Chọn C

Gọi S, r lần lượt là diện tích hình tròn và bán kính hình tròn.

Ta có: $S=\pi r^2=\pi \Rightarrow r=1$

$d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|-3-2.0-2.1-1|}{\sqrt{1+4+4}}=2$

(S) có tâm $I(-3;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{d^2\left(I;(P)\right)+r^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

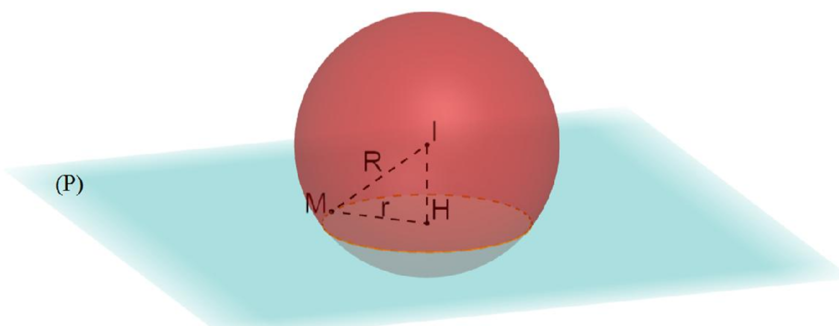
Câu 129. Chọn B

Gọi R,r lần lượt là bán kính của mặt cầu và đường tròn giao tuyến. Theo giải thiết ta có:

$$\pi r^2=2\pi \Leftrightarrow r^2=2$$

Mặt khác $\mathrm{d}\left(I,(P)\right)=1$ nên $R^2=r^2+\left[d\left(I,(P)\right)\right]^2=3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=3$.



Câu 130.

Gọi M là điểm nằm trên đường tròn giao tuyến của (S) và (P). Ta có $IM=R$. Áp dụng công thức tính bán kính mặt cầu trong trường hợp mặt cầu (S) giao với mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r là

$$IM^2=R^2=d^2_{(I;(P))}+r^2 \qquad (*)$$

Ta có: $d_{(I;(P))}=\dfrac{|-1-2.2+2.(-1)-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=3=IH$.

Từ $(*)\Rightarrow R^2=3^2+5^2=34$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu đề bài là

$(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

Dạng 4.2 Vị trí tương đối, giao tuyến

Câu 131. Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (P) là

$-x-y+3z-3=0 \Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

Câu 132. Chọn D

Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Điều kiện: $a^2+b^2+c^2-d>0\,(*)$

Vì mặt cầu (S) đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm I thuộc $mp(P)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4a+6b+6c-d=22 \\ 4a-2b-2c-d=6 \\ 4a+2b-6c+d=-14 \\ 2a+3b-c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=3 \\ d=-2 \end{cases} :T/m(*)$

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

Câu 133. Chọn A

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy)

Ta có: Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+z=1$

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx+my+mnz-mn=0$

Mặt khác $d(I;(ABC))=\frac{|1-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=1$ (vì $m+n=1$) và $ID=1=d((I;(ABC))$.

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D. Khi đó $R=1$.

Câu 134. Mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R=2$.

Ta có $d(I,(P))=\frac{|2+4m+1-3m-1|}{\sqrt{1+m^2+1}}=\frac{|m+2|}{\sqrt{m^2+2}}$

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2 nên bán kính đường tròn giao tuyến $r=1$.

Ta có $R^2=d^2(I,(P))+r^2 \Leftrightarrow 4=\frac{(m+2)^2}{m^2+2}+1 \Leftrightarrow m^2+4m+4=3(m^2+2) \Leftrightarrow 2m^2-4m+2=0 \Leftrightarrow m=1$.

Câu 135. Phương trình mặt phẳng (Oxz): $y=0$.

Vì mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1 tiếp xúc với (Oxz) nên ta có:

$d(I;(Oxz))=1 \Leftrightarrow |b|=1$.

Câu 136. Mặt cầu (S) có tâm $I=(2;-1;-1)$, bán kính $R=\sqrt{4+1+1-(-10)}=\sqrt{16}=4$

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là: $d(I,(P))=\frac{|2+2.(-1)-2(-1)+10|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{12}{3}=4$

Ta thấy: $d(I,(P))=R$, vậy (P) tiếp xúc với (S).

Câu 137. Ta gọi phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-11=0$ có dạng : $(Q):2x-y+2z+D=0,(D\neq -11)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+3^2-5}=3$

Vì mặt phẳng tiếp xúc với (S) nên ta có :

$d(I,(Q))=R \Leftrightarrow \frac{|2.(-1)-2+2.3+D|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3 \Leftrightarrow \frac{|2+D|}{3}=3$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2+D=9 \\ 2+D=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=7 \\ D=-11 \end{array}\right.$. Do $D\neq -11 \Rightarrow D=7$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x-y+2z+7=0$.

Câu 138. Ta có $M(0;0;2)\in(P)\Rightarrow d((P);(Q))=d(\mathrm{M};(Q))=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$d(\mathrm{A};(P))=\dfrac{\sqrt{6}}{2};d(\mathrm{A};(Q))=\sqrt{6}\Rightarrow d(\mathrm{A};(Q))=d(\mathrm{A};(P))+d((Q);(P))$

Vậy không có mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán

Câu 139. Gọi I là trung điểm của AB $\Rightarrow I(1;1;1)$.

Mặt cầu (S) có đường kính AB nên có tâm là điểm I.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A nên mặt phẳng (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{IA}=(5;1;-6)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P):

$$5(x-6)+1(y-2)-6(z+5)=0\Leftrightarrow 5x+y-6z-62=0.$$

Câu 140. Chọn B

Ta có $(S):\begin{cases}I(1;-1;1)\\R=3\end{cases}$.

Để (P) tiếp xúc với (S) thì $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\dfrac{|1-m^2-3m|}{3}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2+3m-10=0\\m^2+3m+8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-5\end{array}\right.$.

Câu 141. Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=5$

Ta có chiều cao của khối nón $h=d(I,(P))=\dfrac{|1+2+2+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=4$

Bán kính đáy của hình nón là $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{25-16}=3$

Thể tích của khối nón $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.3^3.4=12\pi$.

Câu 142. Mặt cầu (S) có: tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2+2}=4$.

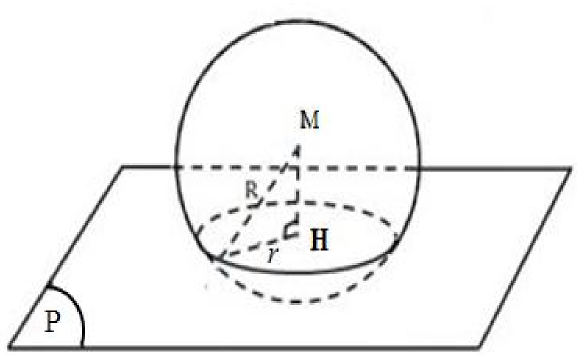
Vì $(\alpha)||(\beta)$ nên phương trình mp (α) có dạng: $4x+3y-12z+d=0,(d\neq10)$.

Vì (β) tiếp xúc mặt cầu (S) nên: $d_{(I,(\beta))}=R\Leftrightarrow\dfrac{|4.1+3.2-12.3+d|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}}=4\Leftrightarrow|d-26|=52\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-26\\d=78\end{array}\right.$.

Do (β) cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương nên chọn $d=78$.

Vậy mp (β): $4x+3y-12z+78=0$.

Câu 143.



Mặt cầu tâm tâm M, bán kính bằng $R=\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn tâm H, bán kính r suy ra $r=\sqrt{R^2-MH^2}$.

Với $MH=d\left(M,(P)\right)=\dfrac{\left|2.1-(-2)-2.0-1\right|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=1$. Suy ra $r=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\sqrt{2}$.

Câu 144. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{15}$.

Đường tròn có chu vi bằng 6π nên có bán kính $r=\dfrac{6\pi}{2\pi}=3$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-2y+z+D=0$, $D\neq -5$.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π nên

$d\left(I;(P)\right)=\sqrt{R^2-r^2}\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right)=\sqrt{6}$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|1-2.0-2+D\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow |D-1|=6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D-1=6\\D-1=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=7\\D=-5\end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện ta được $D=7$. Do đó phương trình mặt phẳng $(P): x-2y+z+7=0$.

Nhận thấy điểm có tọa độ $(-2;2;-1)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 145. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-6x+4y-12=0$ có tâm $I(3;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Ta gọi khoảng cách từ tâm I của mặt cầu tới các mặt phẳng ở các đáp án là h, khi đó để mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$ thì $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{25-9}=4$.

Đáp án A loại vì $h=\dfrac{\left|18-4\sqrt{26}\right|}{\sqrt{26}}\neq 4$.

Đáp án B loại vì $h=\dfrac{14}{3}\neq 4$.

Chọn đáp án C vì $h=4$.

Đáp án D loại vì $h=\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\neq 4$.

Câu 146. Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$ có tâm $I(1;2;-4)$.

$\overrightarrow{IM}=(-1;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng (β) đi qua $M(0;4;-2)$ nhận $\overrightarrow{IM}=(-1;2;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến là

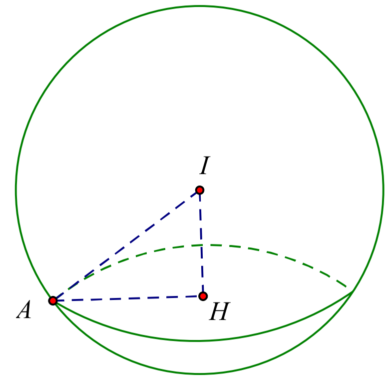
$$-1(x-0)+2(y-4)+2(z+2)=0\Leftrightarrow x-2y-2z+4=0.$$

Câu 147. Ta có mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ có tâm $I(2;-1;-2)$, bán kính $R=2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu

$$(S)\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)=R\Leftrightarrow \frac{\left|4.2-3.(-1)-m\right|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2\Leftrightarrow |11-m|=10\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\m=21\end{array}\right..$$

Câu 148. Từ $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$ ta có tâm $I=(2;1;0)$ bán kính $R=3$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) và $(P)\cap(S)=C(H;r)$ với $r=2$



Ta có $IH=d\left(I;(P)\right)\Leftrightarrow IH=\dfrac{|2m+2-0+1|}{\sqrt{m^2+4+1}}=\dfrac{|2m+3|}{\sqrt{m^2+5}}$

Theo yêu cầu bài toán ta có $R^2=IH^2+r^2\Leftrightarrow 9=\dfrac{(2m+3)^2}{m^2+5}+4$

$\Leftrightarrow m^2-12m+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6-2\sqrt{5}\\m=6+2\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Câu 149. (Q) chứa trục Ox nên có dạng $By+Cz=0$ $(B^2+C^2\neq 0)$.

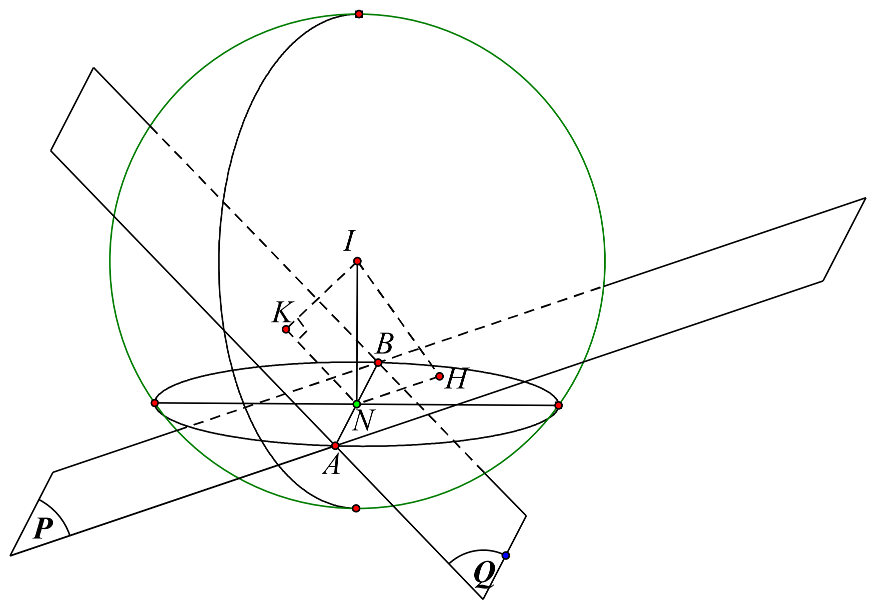
(S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=3$.

Bán kính đường tròn giao tuyến $r=3$.

Vì $R=r$ nên $I\in(Q)$.

$\Leftrightarrow -2B-C=0$ vì B, C không đồng thời bằng 0 nên chọn $B=1\Rightarrow C=-2$.

Vậy $(Q): y-2z=0$.



Câu 150.

Giả sử đường thẳng d_m cắt mặt cầu tại hai điểm A,B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-2;1)$, bán kính $R=4$.

Đường thẳng $M(x;y)\in d_m$ thỏa $\begin{cases}x+(1-2m)y+4mz-4=0\\2x+my-(2m+1)z-8=0\end{cases}\Rightarrow 5x+y-2z-20=0$ nên các giao điểm của (S) và d_m thuộc đường tròn giao tuyến giữa (S) và $(P): 5x+y-2z-20=0$.

$d\left(I,(P)\right)=\dfrac{14}{\sqrt{30}}$ nên $r=\sqrt{R^2-d^2\left(I,(P)\right)}=\sqrt{4^2-\dfrac{14^2}{30}}=\sqrt{\dfrac{142}{15}}$.

Dạng 4.3 Cực trị

Câu 151. Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$

Ta có $\begin{cases} A\in(P) \\ B\in(P)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b+6c-2=0 \\ b-2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2-2c \\ b=2\end{cases}$

Bán kính của đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2}=\sqrt{25-\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2}$

Bán kính của đường tròn giao tuyến nhỏ nhất khi và chỉ khi $d\left(I;(P)\right)$ lớn nhất

Ta có $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|a+2b+3c-2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|2-2c+4+3c-2|}{\sqrt{(2-2c)^2+2^2+c^2}}=\sqrt{\dfrac{(c+4)^2}{5c^2-8c+8}}$

Xét $f(c)=\sqrt{\dfrac{(c+4)^2}{5c^2-8c+8}} \Rightarrow f'(c)=\dfrac{-48c^2-144c+192}{\left(5c^2-8c+8\right)^2\sqrt{\dfrac{(c+4)^2}{5c^2-8c+8}}}$

$f'(c)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=1 \\ c=-4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$\dfrac{1}{\sqrt{5}}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt{5}$	$\searrow$	$\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Vậy $d\left(I;(P)\right)$ lớn nhất bằng $\sqrt{5}$ khi và chỉ khi $c=1\Rightarrow a=0, b=2\Rightarrow a+b+c=3$.

Câu 152. Gọi $H(a;b;c)$ là tiếp điểm của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S). Từ giả thiết ta có a, b, c là các số dương. Mặt khác, $H\in(S)$ nên $a^2+b^2+c^2=3$ hay $OH^2=3\Leftrightarrow OH=\sqrt{3}$. (1)

Mặt phẳng (α) đi qua điểm H và vuông góc với đường thẳng OH nên nhận $\overrightarrow{OH}=(a;b;c)$ làm véctơ pháp tuyến. Do đó, mặt phẳng (α) có phương trình là

$a(x-a)+b(y-b)+c(z-c)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-\left(a^2+b^2+c^2\right)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-3=0$

Suy ra: $A\left(\dfrac{3}{a};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{3}{b};0\right)$, $C\left(0;0;\dfrac{3}{c}\right)$.

Theo đề: $OA^2+OB^2+OC^2=27 \Leftrightarrow \dfrac{9}{a^2}+\dfrac{9}{b^2}+\dfrac{9}{c^2}=27 \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=3$ (2)

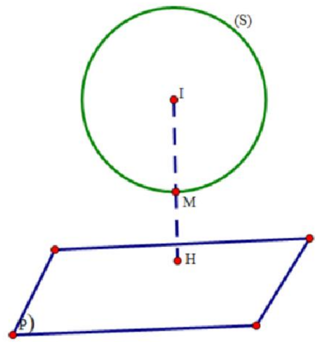
Từ (1) và (2) ta có: $\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)=9$.

Mặt khác, ta có: $\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)\geq 9$ và dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$. Suy ra,

$OA=OB=OC=3$ và $V_{O.ABC}=\dfrac{OA.OB.OC}{6}=\dfrac{9}{2}$.

Lúc đó: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{3V_{O.ABC}}{OH}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 153. Chọn C



Gọi $M(x;y;z)\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S) tâm $I(-1;-1;2)$ bán kính $R=1$

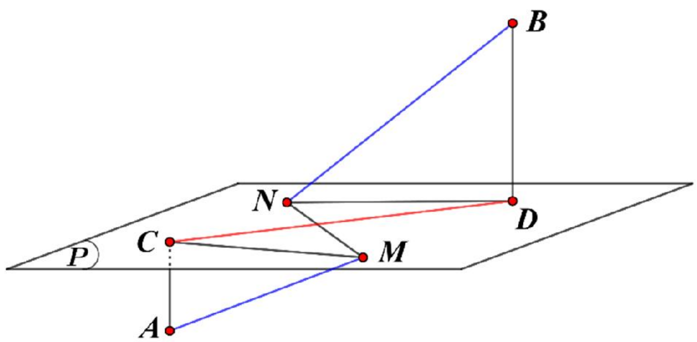
Gọi $H(a;b;c)\Rightarrow H$ thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$

Ta có $d(I,(P))=\dfrac{|-1-1+2-3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}>R\Rightarrow(P)$ và (S) không có điểm chung

$P=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=MH^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi vị trí của M và H như hình vẽ

Khi đó $HI=d(I,(P))=\sqrt{3}\Rightarrow HM=HI-R=\sqrt{3}-1$

Do đó $P_{\min}=\left(\sqrt{3}-1\right)^2=4-2\sqrt{3}$.



Câu 154.

• Xét hệ $\begin{cases}(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4\\ x^2+y^2+z^2+2y-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+2y-2=0\\ x^2+y^2+z^2\qquad\quad +2y-2=0\end{cases}\Rightarrow x=0$

Vậy $(P): x=0$ $\left((P)\right.$ chính là mặt phẳng $\left.(Oyz)\right)$.

Gọi $C(0;0;0)$ và $D(0;3;4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(-1;0;0)$ và $B(2;3;4)$ trên mặt phẳng (P). Suy ra $AC=1$, $BD=2$, $CD=5$.

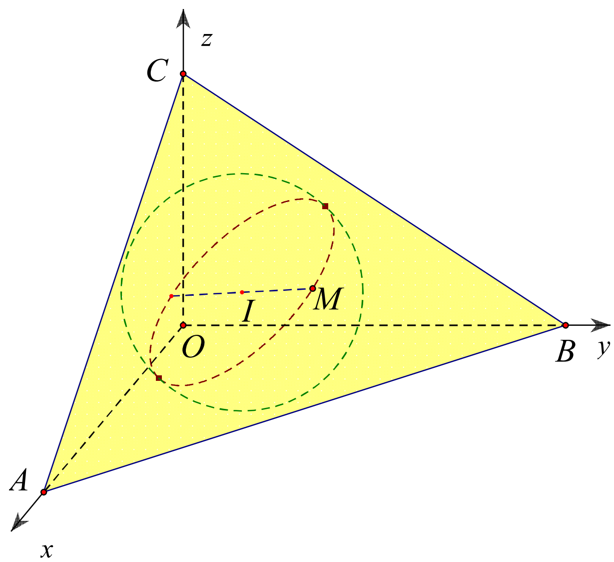
• Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$, ta được

$$\begin{aligned}AM+BN&=\sqrt{AC^2+CM^2}+\sqrt{BD^2+DN^2}\\&\ge\sqrt{(AC+BD)^2+(CM+DN)^2}\\&\ge\sqrt{9+(CM+DN)^2}\end{aligned}$$

Lại có $CM+MN+ND\ge CD=5$ nên suy ra $CM+ND\ge 4$. Do đó $AM+BN\ge 5$.

Đẳng thức xảy ra khi C, M, N, D thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{AC}{CM}=\frac{BD}{DN}$, tức là $M\left(0;\frac{4}{5};\frac{16}{15}\right)$ và $N\left(0;\frac{7}{5};\frac{28}{15}\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là 5.



Câu 155.

(S) có tâm (O) và bán kính $R=1$.

Theo đề bài ta có $A(a,0,0);B(0,b,0);C(0,0,c)$; $(a,b,c>0)$ khi đó phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

(P) tiếp xúc với (S) tại $M\in(S)\Leftrightarrow d(O;(P))=1\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=1$

$\Leftrightarrow abc=\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}\ge\sqrt{3\sqrt[3]{a^4b^4c^4}}\Rightarrow abc\ge 3\sqrt{3}\quad(1)$ vì $(a,b,c>0)$.

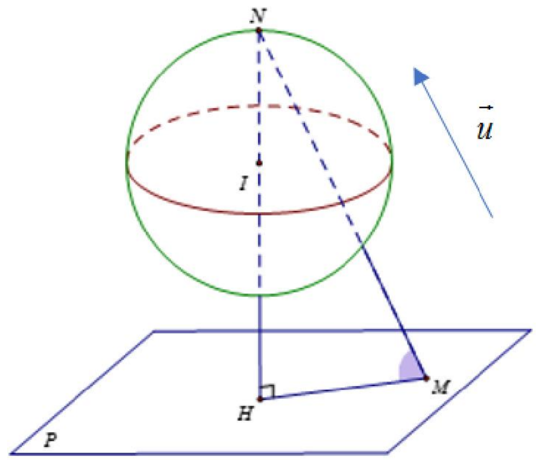
Khi đó: $T=(1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2)=(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)$

$\Rightarrow T=1+a^2+b^2+c^2+a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2c^2=1+a^2+b^2+c^2+2a^2b^2c^2$

Mặt khác $1+a^2+b^2+c^2+2a^2b^2c^2\ge 1+3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}+2a^2b^2c^2\ge 64\quad(2)\Rightarrow T\ge 64$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 64 khi (1) và (2) xảy ra dấu bằng $\Leftrightarrow a=b=c=\sqrt{3}$.

Câu 156. (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=1$. Ta có: $\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|-1-2.2+2.1-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2>R$.

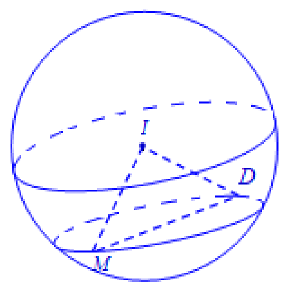


Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (P) và α là góc giữa MN và NH.

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên góc α có số đo không đổi, $\alpha = \widehat{HNM}$.

Có $HN = MN.\cos\alpha \Rightarrow MN = \dfrac{1}{\cos\alpha}.HN$ nên MN lớn nhất $\Leftrightarrow$ HN lớn nhất $\Leftrightarrow HN = d\left(I,(P)\right) + R = 3$.

Có $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{u}, \overrightarrow{n_P}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $MN = \dfrac{1}{\cos\alpha}HN = 3\sqrt{2}$.



Câu 157.

+) Mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=39$ có tâm là $I(-2;4;0)$, bán kính $R=\sqrt{39}$.

Gọi $M(x,y,z)\in(S)$. Ta có: $x^2+y^2+z^2=19-4x+8y$.

$MA^2=(x-1)^2+y^2+z^2=20-6x+8y$.

$\overrightarrow{MB}=(2-x;1-y;3-z)$; $\overrightarrow{MC}=(-x;2-y;-3-z)$.

$\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=-2x+x^2+2-3y+y^2-9+z^2=19-4x+8y-2x-3y-7 \; =-6x+5y+12$.

Suy ra $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=-18x+18y+44$.

Theo giả thiết $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8 \Leftrightarrow -18x+18y+44=8 \Leftrightarrow -x+y+2=0$.

Do đó $M\in(P):-x+y+2=0$.

Ta có $d(I;(P))=\dfrac{|8|}{\sqrt{2}}=\sqrt{32}<\sqrt{39}$ nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính R_1 với $R_1=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{39-32}=\sqrt{7}$.

Mặt khác ta có $\begin{cases} D,M\in(P) \\ D,M\in(S) \end{cases} \Rightarrow D,M\in(\mathrm{C})$. Do đó độ dài MD lớn nhất bằng $2R_1=2\sqrt{7}$.

Vậy chọn *A*.

Dạng 5. Một số bài toán liên quan giữa mặt phẳng – mặt phẳng

Dạng 5.1 Vị trí tương đối, khoảng cách, giao tuyến

Câu 158. Chọn C

Lấy $A(2;1;3)\in(P)$.Do (P) song song với (Q) nên Ta có $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\dfrac{|2+2.1+2.3-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{7}{3}$

Câu 159. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$.

Do mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

$d\left((P),(Q)\right)=d\left(O,(Q)\right)=\dfrac{|-7|}{\sqrt{6}}=\dfrac{7}{\sqrt{6}}$.

Câu 160. Chọn D

Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$1.m-2.1+2.(-2)=0\Leftrightarrow m=6$

Câu 161. Ta có $(\alpha)\,//\,(\beta)\Leftrightarrow\dfrac{2}{1}=\dfrac{4}{2}=\dfrac{-m}{-1}\neq\dfrac{-2}{-1}$ (vô lý vì $\dfrac{2}{1}=\dfrac{4}{2}=\dfrac{-2}{-1}$).

Vậy không tồn tại m để hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ song song với nhau.

Câu 162. Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_1}(2;m;3)$

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_2}(n;-8;-6)$

Mặt phẳng $(P)//(Q)\Rightarrow\vec{n_1}=k\,\vec{n_2}\ (k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}2=kn\\ m=-8k\\ 3=-6k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-1/2\\ m=4\\ n=-4\end{cases}$

Nên chọn đáp án B

Câu 163. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$1.m-2.1+2.(-2)=0\Leftrightarrow m=6$

Câu 164. Vì (R): $m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$ đi qua điểm $M(1;1;1)$ nên ta có:

$m(1-2.1-1+3)+(2.1+1+1-1)=0\Leftrightarrow m=-3$.

Câu 165. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;1;1)$.

Mặt phẳng (Q): $x-y-z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;-1)$.

Mà $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}=2-1-1=0\Rightarrow\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}\Rightarrow(P)\perp(Q)$.

Vậy mặt phẳng $x-y-z-2=0$ là mặt phẳng cần tìm.

Câu 166. • Phương trình (ABC): $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1\Rightarrow(ABC)$ có VTPT: $\vec{n}=\left(1;\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{c}\right)$.

• Phương trình (P): $y-z+1=0$ $\Rightarrow(P)$ có VTPT: $\vec{n}'=(0;1;-1)$.

• $(ABC)\perp(P)\Leftrightarrow\vec{n}.\vec{n}'=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0\Leftrightarrow b=c$.

Câu 167. Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (Q) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(4;2-m;m)$.

Ta có: $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}\perp\overrightarrow{n_{(Q)}}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}=0\Leftrightarrow 4.1+2-m-2m=0\Leftrightarrow m=2$.

Nên $m=2$.

Câu 168. Ta có $\begin{cases}(P)//(Q)\\ A(8;0;0)\in(P)\end{cases}\Rightarrow d\big((P);(Q)\big)=d\big(A;(Q)\big)=\dfrac{|8+2.0+2.0-4|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Nhận xét:

Nếu mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d$ *và* $(Q): ax+by+cz+d'$ $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ *song song với nhau* $(d\neq d')$ *thì* $d\big((P);(Q)\big)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$..

Câu 169. Ta có $\begin{cases}(P)//(Q)\\ A(16;0;0)\in(P)\end{cases}\Rightarrow d\big((P);(Q)\big)=d\big(A;(Q)\big)=\dfrac{|16+2.0-2.0-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=5$.

Câu 170. $(P): x+2y+3z-1=0$ $(Q): x+2y+3z+6=0$. Ta có: $\dfrac{1}{1}=\dfrac{2}{2}=\dfrac{3}{3}\neq\dfrac{-1}{6}$

Các giải trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh: $(P): Ax+By+Cz+D_1=0;\ (Q)\ Ax+By+Cz+D_2=0$

$$\mathrm{d}\big((P);(Q)\big)=\frac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$(P)//(Q)$ áp dụng công thức: $\mathrm{d}\big((P);(Q)\big)=\dfrac{|-1-6|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 171. Gọi $\Delta=(P)\cap(Q)$. Chọn $A(0;0;1)$, $B(-1;2;-2)\in\Delta$.

Theo giả thiết ta có $\Delta\subset(\alpha)\Leftrightarrow A,B\in(\alpha)\Leftrightarrow\begin{cases}2+b=0\\-a-6+b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2\\a=-8\end{cases}$.

Do đó $a+4b=-16$.

Câu 172. Vì $\dfrac{6}{1}=\dfrac{3}{\frac{1}{2}}=\dfrac{2}{\frac{1}{3}}\neq\dfrac{-1}{8}\Rightarrow(P)//(Q)$ nên $d\big((P);(Q)\big)=d\big(M;(Q)\big)$ với $M(0;1;-1)\in(P)$

$$d\big((P);(Q)\big)=d\big(M;(Q)\big)=\frac{\left|x_M+\frac{1}{2}y_M+\frac{1}{3}z_M+8\right|}{\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2}}=\frac{\left|0+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+8\right|}{\sqrt{\frac{49}{36}}}=7.$$

Câu 173. + $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(m;2;n)$.

$(Q_m): x-my+nz+2=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}(1;-m;n)$.

$(\alpha): 4x-y-6z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}(4;-1;-6)$.

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) và (Q_m) vuông góc với mặt phẳng (α) nên

$$\begin{cases}(P_m)\perp(\alpha)\\(Q_m)\perp(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\\overrightarrow{n_2}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_\alpha}=0\\\overrightarrow{n_2}.\overrightarrow{n_\alpha}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-2-6n=0\\4+m-6n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}.$$

Vậy $m+n=3$.

Câu 174. Cách 1

Xét mặt phẳng (α) có phương trình $x+by+cz+d=0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox,Oy tại hai điểm cách đều O.

Vì (α) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}1+b+c+d=0\\-2b+2c+d=0\end{cases}\quad(*)$$

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox,Oy lần lượt tại $M(-d;0;0),N\left(0;\frac{-d}{b};0\right)$.

Vì M,N cách đều O nên $OM=ON$. Suy ra: $|d|=\left|\frac{d}{b}\right|$.

Nếu $d=0$ thì chỉ tồn tại duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán (mặt phẳng này sẽ đi qua điểm O).

Do đó để tồn tại hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán thì: $|d|=\left|\frac{d}{b}\right|\Leftrightarrow b=\pm1$.

- Với $b=1$, $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}c+d=-2\\2c+d=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=4\\d=-6\end{cases}$. Ta được mặt phẳng (P): $x+y+4z-6=0$
- Với $b=-1$, $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}c+d=0\\2c+d=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=-2\\d=2\end{cases}$. Ta được mặt phẳng (Q): $x-y-2z+2=0$

Vậy: $b_1b_2+c_1c_2=1.(-1)+4.(-2)=-9$.

Cách 2

$\overrightarrow{AB}=(-1;-3;1)$

Xét mặt phẳng (α) có phương trình $x+by+cz+d=0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox,Oy tại hai điểm cách đều O

lần lượt tại M,N. Vì M,N cách đều O nên ta có 2 trường hợp sau:

TH1: $M(a;0;0),N(0;a;0)$ với $a\neq0$ khi đó (α) chính là (P). Ta có $\overrightarrow{MN}=(-a;a;0)$, chọn $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_1}\right]=(-1;-1;-4)$,

suy ra $(P):x+y+4z+d_1=0$

TH2: $M(-a;0;0),N(0;a;0)$ với $a\neq0$ khi đó (α) chính là (Q). Ta có $\overrightarrow{MN}=(a;a;0)$, chọn $\overrightarrow{u_2}=(1;1;0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;1;2)$,

suy ra $(Q):x-y-2z+d_2=0$

Vậy: $b_1b_2+c_1c_2=1.(-1)+4.(-2)=-9$.

Dạng 5.2 Góc của 2 mặt phẳng

Câu 175. Chọn C

(P) qua O và nhận $\overrightarrow{OH}=(2;1;2)$ làm VTPT

$(Q):x-y-11=0$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;0)$

Ta có $\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right)=\frac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{n}\right|}{OH.\left|\vec{n}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\left(\widehat{(P),(Q)}\right)=45^0$

Câu 176. Mặt phẳng (P), (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_p}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;0;2m-1)$

Vì (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$ nên

$$\cos\frac{\pi}{4}=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_p};\overrightarrow{n_Q}\right)\right|\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|1+2(2m-1)|}{3.\sqrt{1+(2m-1)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2(4m-1)^2=9\left(4m^2-4m+2\right)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2-20m+16=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=4\end{array}\right..$$

Câu 177. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B nên $\begin{cases}b-1=0\\a-1=0\end{cases}\Rightarrow a=b=1$.

Và (P) tạo với (Oyz) góc $60°$ nên $\cos((P),(Oyz))=\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1}}=\frac{1}{2}$ (*).

Thay $a=b=1$ vào phương trình được $\sqrt{2+c^2}=2\Rightarrow c=-\sqrt{2}$.

Khi đó $a+b+c=2-\sqrt{2}\in(0;3)$.

Câu 178. Ta có H là hình chiếu vuông góc của O xuống mặt phẳng (P) nên $OH\perp(P)$. Do đó $\overrightarrow{OH}=(2;\ 1;\ 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;\ 1;\ 0)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q).

Ta có $\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|2.1+1.1+2.0|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}.\sqrt{1^2+1^2+0^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=45°$.

Vây góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) là $45°$.

Câu 179. Giả sử (P) có VTPT $\overrightarrow{n_1}=(a;b;c)$

(P) có VTCP $\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)$ suy ra $\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{AB}=0$

$$\Rightarrow 3a+b(-2)+0.c=0\Rightarrow 3a-2b=0\Rightarrow a=\frac{2}{3}b \qquad (1)$$

(Oyz) có phương trình $x=0$ nên có VTPT $\overrightarrow{n_2}=(1;0;0)$

Mà $\cos\alpha=\frac{2}{7}\Leftrightarrow\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{2}{7}\Leftrightarrow\frac{|a.1+b.0+c.0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+0^2+0^2}}=\frac{2}{7}$

$$\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.}=\frac{2}{7}\Leftrightarrow 7|a|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow 49a^2=4\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 45a^2-4b^2-4c^2=0 \qquad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được $4b^2-c^2=0$

Chọn $c=2$ ta có $4b^2-2^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\\b=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{2}{3}\\a=\dfrac{-2}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\vec{n}=\left(\dfrac{2}{3};1;2\right)\\\vec{n}=\left(-\dfrac{2}{3};-1;2\right)\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}\vec{n}=(2;3;6)\\\vec{n}=(2;3;-6)\end{array}\right.$

Vậy $(P)\left[\begin{array}{l}2x+3y+6z-12=0\\2x+3y-6z=0\end{array}\right.$

Câu 180. Chọn C

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Khi đó: $\cos\varphi=\dfrac{|1.1+2.m-2.(m-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}.\sqrt{1^2+m^2+(m-1)^2}}=\dfrac{1}{3\sqrt{2m^2-2m+2}}=\dfrac{1}{3.\sqrt{2\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}}}\le\dfrac{1}{3\sqrt{\dfrac{3}{2}}}$

Góc φ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $\cos\varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $m=\dfrac{1}{2}$.

Khi $m=\dfrac{1}{2}$ thì $(Q): x+\dfrac{1}{2}y-\dfrac{1}{2}z+2019=0$, đi qua điểm $M(-2019;1;1)$.

Dạng 6. Một số bài toán liên khác quan điểm – mặt phẳng – mặt cầu

Câu 181. Chọn D

Dễ thấy A nằm ngoài mặt cầu (S). Tâm mặt cầu là $I(1;2;3)$.

Đường thẳng AM tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow AM\perp IM\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{IM}=0$

$\Leftrightarrow(x-2)(x-1)+(y-3)(y-2)+(z-4)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow(x-1-1)(x-1)+(y-2-1)(y-2)+(z-3-1)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2-(x+y+z-7)=0$

$\Leftrightarrow x+y+z-7=0$ (Do $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0$).

Câu 182. Giả sử $M(x;y;z)$ thì $\overrightarrow{OM}=(x;y;z)$, $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+2;z-2)$.

Vì $M\in(S)$ và $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$ nên ta có hệ $\begin{cases}x(x-2)+y(y+2)+z(z-2)=6\\x^2+y^2+(z+2)^2=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z=6\\x^2+y^2+z^2+4z+4=1\end{cases}\Rightarrow 2x-2y+6z+9=0$.

Vậy điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình: $2x-2y+6z+9=0$.

Câu 183. Chọn D

Gọi điểm $M(x;y;z)\in(S)$ là điểm cần tìm.

Khi đó: $x^2+y^2+(z+2)^2=1\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4z+4=1\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=-4z-3\quad(1)$

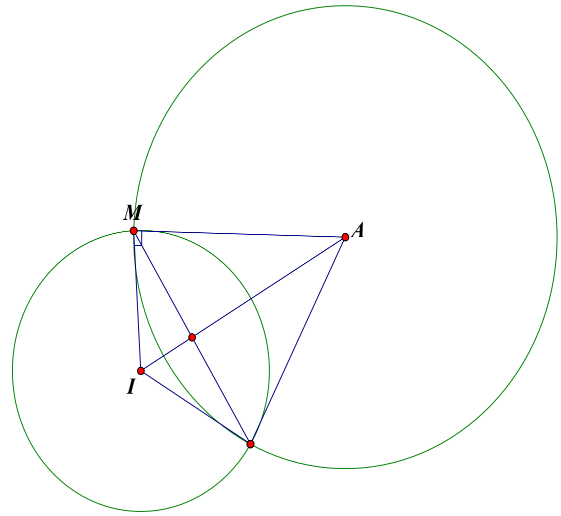
Ta có: $\overrightarrow{OM}=(x;y;z)$ và $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+2;z-2)$.

Suy ra $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6\Leftrightarrow x(x-2)+y(y+2)+z(z-2)=6$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z=6\quad(2)$

Thay (1) vào (2) ta được

$-4z-3-2x+2y-2z-6=0\Leftrightarrow 2x-2y+6z+9=0$.



Câu 184.

(S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=1$.

Do $IA=\sqrt{1+1+1}=\sqrt{3}>R$ nên điểm A nằm ngoài mặt cầu (S).

ΔAMI vuông tại M: $AM=\sqrt{AI^2-IM^2}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S') có tâm A bán kính $\sqrt{2}$.

Ta có phương trình $(S'):(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2$.

Ta có $M\in(S)\cap(S')$.

Tọa độ của M thỏa hệ phương trình $\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1\\(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2\end{cases}(I)$.

Ta có $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+2=0\\x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z+10=0\end{cases}\Rightarrow 2x+2y+2z-8=0\Leftrightarrow x+y+z-4=0$

Suy ra $M\in(P):x+y+z-4=0$.

Câu 185. Chọn C

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là: $ax+by+cz+d=0$ (đk: $a^2+b^2+c^2>0$).

Khi đó ta có hệ điều kiện sau: $\begin{cases}d(A;(P))=2\\d(B;(P))=1\\d(C;(P))=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2\\\dfrac{|3a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1\\\dfrac{|-a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}|a+2b+c+d|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2}\\|3a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\\|-a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\end{cases}.$$

Khi đó ta có: $|3a-b+c+d|=|-a-b+c+d|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3a-b+c+d=-a-b+c+d\\3a-b+c+d=a+b-c-d\end{array}\right.$

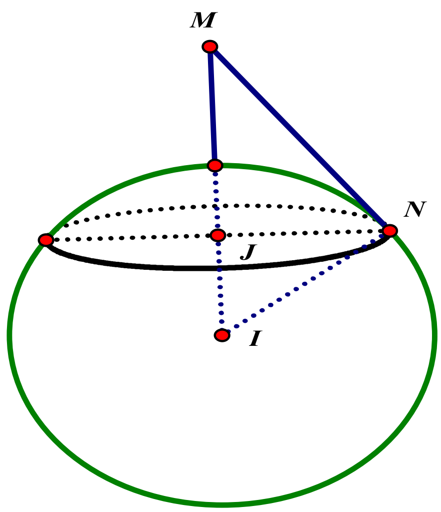
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a-b+c+d=0 \end{array}\right.$.

với $a=0$ thì ta có $\begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d|=2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ \left[\begin{array}{l} 4b-c-d=0 \\ c+d=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c+d=0 \Rightarrow c=d=0, b\neq 0 \\ c+d=4b, c=\pm 2\sqrt{2}b \end{array}\right.$

do đó có 3 mặt phẳng.

Với $a-b+c+d=0$ thì ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=4|a| \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b|=\dfrac{4}{3}|a| \\ |c|=\dfrac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$

do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.



Câu 186.

Mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$ có tâm $I(-3;2;5)$, bán kính $R=6$.

Có $IM=\sqrt{25+16+4}=3\sqrt{5}>6=R$, nên M thuộc miền ngoài của mặt cầu (S).

Có MN tiếp xúc mặt cầu (S) tại N, nên $MN\perp IN$ tại N.

Gọi J là điểm chiếu của N lên MI .

Có $IN^2=IJ.IM$. Suy ra $IJ=\dfrac{IN^2}{IM}=\dfrac{36}{3\sqrt{5}}=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$ (không đổi), I cố định.

Suy ra N thuộc (P) cố định và mặt cầu (S), nên N thuộc đường tròn (C) tâm J.

Gọi $N(x;y;z)$, có $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{IJ}{IM}\overrightarrow{IM}=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}\dfrac{1}{3\sqrt{5}}\overrightarrow{IM}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=8 \\ y-2=-\dfrac{4}{5} \\ z-5=-\dfrac{2}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow N\left(5;\dfrac{6}{5};\dfrac{23}{5}\right)$, $k=2a-5b+10c=50$. Vậy $k=50$.

Câu 187. Chọn B

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ là $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Đk: $a^2+b^2+c^2-d>0$

(S) đi qua các điểm M, N, P và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) $\Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b-8c+d=-21 \\ -10a+d=-25 \\ -2a+6b-2c+d=-11 \\ R=|a| \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b-8c+10a-25=-21 \\ d=10a-25 \\ -2a+6b-2c+10a-25=-11 \\ a^2+b^2+c^2-d=a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a-2b-8c=4 \\ d=10a-25 \\ 8a+6b-2c=14 \\ b^2+c^2-d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a-2b-8c=4 \\ d=10a-25 \\ 32a+24b-8c=56 \\ b^2+c^2-d=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a-2b-8c=4 \\ d=10a-25 \\ 26a+26b=52 \\ b^2+c^2-d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=a-1 \\ d=10a-25 \\ b=-a+2 \\ b^2+c^2-d=0 \end{cases}$

$\Rightarrow (-a+2)^2+(a-1)^2-10a+25=0$

$\Leftrightarrow 2a^2-16a+30=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=5 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \\ c=2 \\ d=5 \end{cases} hay \begin{cases} a=5 \\ b=-3 \\ c=4 \\ d=25 \end{cases}$

Vì $a+b+c<5$ nên chọn $c=2$.

Câu 188. Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Do H là trực tâm tam giác ABC nên $a,b,c\neq 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mà $H(1;2;-2)\in(\alpha)$ nên: $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}-\frac{2}{c}=1$ (1).

Ta có: $\overrightarrow{AH}=(1-a;2;-2)$, $\overrightarrow{BH}=(1;2-b;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Lại có H là trực tâm tam giác ABC, suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} b=-c \\ a=-2c \end{cases}$ (2).

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{1}{-2c}+\frac{2}{-c}-\frac{2}{c}=1 \Leftrightarrow c=-\frac{9}{2}$, khi đó $a=9, b=\frac{9}{2}$.

Vậy $A(9;0;0)$, $B\left(0;\frac{9}{2};0\right)$, $C\left(0;0;-\frac{9}{2}\right)$.

Khi đó, giả sử mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có phương trình là: $x^2+y^2+z^2-2a'x-2b'y-2c'z+d=0$.

Với $(a')^2+(b')^2+(c')^2-d>0$

Vì 4 điểm O, A, B, C thuộc mặt cầu nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} d=0 \\ -18a'+d=-81 \\ -9b'+d=-\dfrac{81}{4} \\ 9c'+d=-\dfrac{81}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ a'=\dfrac{9}{2} \\ b'=\dfrac{9}{4} \\ c'=-\dfrac{9}{4} \end{cases}.$$

Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là: $x^2+y^2+z^2-9x-\frac{9}{2}y+\frac{9}{2}z=0$, có tâm $I\left(\frac{9}{2};\frac{9}{4};-\frac{9}{4}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{9}{4}\right)^2+\left(\frac{9}{4}\right)^2-0}=\frac{9\sqrt{6}}{4}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tự diện $OABC$ là $S=4\pi R^2=4\pi.\left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2=\frac{243\pi}{2}$.

Câu 189. □ Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I\in(C)$ và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (MNP).

Ta có: (S) tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM

$\Leftrightarrow d(I,MN)=d(I,NP)=d(I,PM) \Leftrightarrow d(H,MN)=d(H,NP)=d(H,PM)$

$\Leftrightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp hoặc tâm đường tròn bàng tiếp của tam giác MNP.

□ (MNP) có phương trình là $\frac{x}{6}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1$ hay $x+y+z-6=0$.

□ $(C)=(S_1)\cap(S_2)$ $\Rightarrow$ Tọa độ các điểm thuộc trên (C) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0 \\ x^2+y^2+z^2-8x+2y+2z+1=0 \end{cases} \Rightarrow 3x-2y-z=0.$$

Do đó, phương trình chứa mặt phẳng chứa (C) là $(\alpha): 3x-2y-z=0$.

□ Vì $1.3+1.(-2)+1.(-1)=0 \Rightarrow (MNP)\perp(\alpha)$. (1)

□ Ta có: $MN=NP=PM=6\sqrt{2} \Rightarrow \Delta MNP$ đều.

Gọi G là trọng tâm tam giác MNP $\Rightarrow G(2;2;2)$ và G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MNP. Thay tọa độ của điểm G vào phương trình mặt phẳng (α), ta có: $G\in(\alpha)$.

□ Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với (MNP) tại G.

Vì $\begin{cases} (MNP)\perp(\alpha) \\ G\in(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \Delta\subset(\alpha)$.

Khi đó: $\forall I\in\Delta \Rightarrow d(I,MN)=d(I,NP)=d(I,PM)=r$

$\Rightarrow$ Mặt cầu tâm I bán kính r tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM.

Vậy có vô số mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, MP, PM.

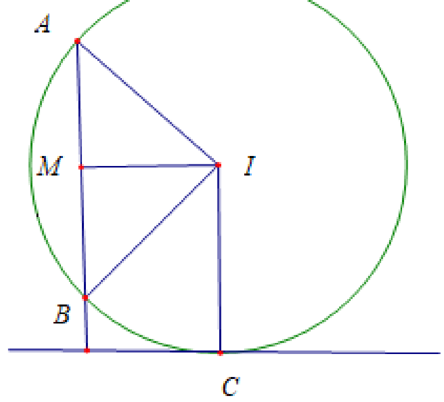
Câu 190. Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)$ và mp (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$. Do đó AB vuông góc với (P).

Giả sử mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên ta có

$\begin{cases} 9+1+1+6a-2b-2c+d=0 \\ 1+1+25-2a+2b-10c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a-2b-2c+d=-11 \\ 2a-2b+10c-d=27 \end{cases}$.

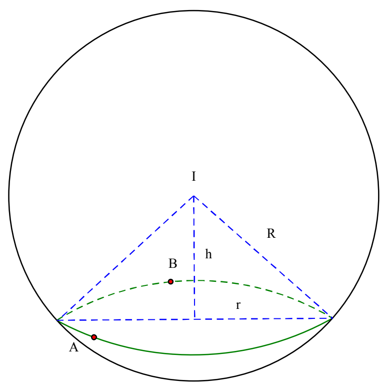
Suy ra $8a-4b+8c=16 \Leftrightarrow 2a-b+2c=4$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên ta có $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2a-b+2c+11|}{3}=5$.



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4) \Rightarrow AB=\sqrt{16+4+16}=6$. Goi M là trung điểm AB ta có

$d(C,AB)=IM=\sqrt{5^2-3^2}=4$. Vậy C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định có bán kính $r=4$..



Câu 191.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

Có $IA=IB=\sqrt{6}$ nên A,B thuộc mặt cầu (S).

$\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{3};\sqrt{3};0\right)=-\sqrt{3}(1;-1;0)=-\sqrt{3}\vec{a}$, $M\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2};3\right)$ là trung điểm của AB.

Gọi $\vec{a}=(1;-1;0)$ và $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2>0$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

Vì $A,B\in(P)$ nên có $\begin{cases} I\in(P) \\ \vec{a}.\vec{n}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5}{2}a+\dfrac{7}{2}b+3c+d=0 \\ a-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-6a-3c \\ a=b \end{cases}$.

Gọi $h=d\left(I,(P)\right)$, $(C)=(P)\cap(S)$, r là bán kính đường tròn (C).

$r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{6-h^2}$.

Diện tích thiết diện qua trục của hình nón (N).

$S=\dfrac{1}{2}.h.2r=h.\sqrt{6-h^2}\le\dfrac{h^2+6-h^2}{2}=3$.

$MaxS=3$ khi $h^2=6-h^2 \Rightarrow h=\sqrt{3}$.

$h=d\left(I,(P)\right)\Leftrightarrow\sqrt{3}=\dfrac{|a+2b+3c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

$\Leftrightarrow a^2=c^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=c\\a=-c\end{array}\right.$.

Nếu $a=c$ thì $b=a;d=-9a$ và $(P):ax+ay+az-9a=0\Leftrightarrow x+y+z-9=0$ (nhận).

Nếu $a=-c$ thì $b=a;d=-3a$ và $(P):ax+ay-az-3a=0\Leftrightarrow x+y-z-3=0$ (loại).

Vậy $T=|a+b+c+d|=6$.

Câu 192. Chọn C

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu.

Theo giả thiết ta có $R=d\left(I,(\alpha)\right)=d\left(I,(\beta)\right)$.

Mà $d\left(I,(\beta)\right)=\dfrac{\left|\dfrac{a}{m}+\dfrac{b}{1-m}+c-1\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{(1-m)^2}+1}}$

Ta có

$\sqrt{\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{(1-m)^2}+1}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{1-m}\right)^2-2\dfrac{1}{m}.\dfrac{1}{1-m}+1}$

$=\sqrt{\left[\dfrac{1}{m(1-m)}\right]^2-2\dfrac{1}{m}.\dfrac{1}{1-m}+1}=\dfrac{1}{m(1-m)}-1(\text{do } m\in(0;1))$

Nên

$R=\dfrac{\left|\dfrac{a(1-m)+bm+cm(1-m)-m(1-m)}{m(1-m)}\right|}{\dfrac{1}{m(1-m)}-1}$

$\Leftrightarrow R=\dfrac{|a-am+bm+cm-cm^2-m+m^2|}{m^2-m+1}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}R-Rm+Rm^2=a-am+bm+cm-cm^2-m+m^2\\-R+Rm-Rm^2=a-am+bm+cm-cm^2-m+m^2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2(R+c-1)+m(a-b-c-R+1)+R-a=0(1)\\m^2(R+c-1)+m(b+c-a-R-1)+R+a=0(2)\end{array}\right.$

Xét (1) do mặt cầu tiếp xúc với tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ với mọi $m\in(0;1)$ nên pt (1) nghiệm đúng với mọi $m\in(0;1)$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}R+c-1=0\\a-b-c-R+1=0\\R-a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=R\\b=R\\c=1-R\end{cases}\Rightarrow I(R;R;1-R)$.

Mà $R=d\left(I,(\alpha)\right)\Leftrightarrow R=\dfrac{|2R-R+2(1-R)+10|}{3}\Leftrightarrow 3R=|12-R|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}R=3\\R=-6(l)\end{array}\right.$

Xét (2) tương tự ta được

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R+c-1=0 \\ b+c-a-R-1=0 \\ R+a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-R \\ b=-R \\ c=R+1 \end{cases} \Rightarrow I(-R;-R;R+1)$$

Mà $R=d(I,(\alpha)) \Leftrightarrow R=\dfrac{|-2R+R+2(1+R)+10|}{3} \Leftrightarrow 3R=|12+R| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=6 \\ R=-3(l) \end{array}\right.$.

Vậy $R_1+R_2=9$.

Câu 193. Gọi $I(a;b;c)$ và R là tâm và bán kính của (S). Khi đó ta có

$$R=IA=d(I;(P))=d(I;(Q))=d(I;(R)) \Leftrightarrow IA=|a-1|=|b+1|=|c-1| \Leftrightarrow \begin{cases} IA=|a-1| \\ a-1=\pm(b+1) \\ a-1=\pm(c-1) \end{cases}$$

TH1: $\begin{cases} IA=|a-1| \\ a-1=b+1 \\ a-1=c-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a-2 \\ c=a \\ (2-a)^2+a^2+(5-a)^2=(a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a-2 \\ c=a \\ 2a^2-12a+28=0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

TH2: $\begin{cases} IA=|a-1| \\ a-1=-b-1 \\ a-1=c-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ c=a \\ (2-a)^2+(-2+a)^2+(5-a)^2=(a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ c=a \\ 2a^2-16a+32=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-4 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow R=1$

TH3: $\begin{cases} IA=|a-1| \\ a-1=b+1 \\ a-1=-c+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a-2 \\ c=2-a \\ (2-a)^2+a^2+(3+a)^2=(a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ c=a \\ 2a^2+4a+12=0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

TH4: $\begin{cases} IA=|a-1| \\ a-1=-b-1 \\ a-1=-c+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ c=2-a \\ (2-a)^2+(-2+a)^2+(3+a)^2=(a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ c=a \\ 2a^2+12=0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Vậy mặt cầu có bán kính $R=1$

Câu 194. Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ và $OA=OB=OC$ nên ta có hệ:

$\begin{cases} \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \quad (1) \\ |a|=|b|=|c| \quad (2) \end{cases}$. Ta có: $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=c \\ a=b=-c \\ a=c=-b \\ b=c=-a \end{array}\right.$

- Với $a=b=c$ thay vào (1) được $a=b=c=4$

- Với $a=b=-c$ thay vào (1) được $0=1$ (loại).

- Với $a=c=-b$ thay vào (1) được $a=c=-b=2$.

- Với $b=c=-a$ thay vào (1) được $b=c=-a=2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$(P_1): \frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1;\ (P_2): \frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1;\ (P_3): \frac{x}{-2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$

Câu 195. Gọi $M(a;b;c)$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{R}$, $c\in\mathbb{R}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(a-3;b-1;c-7)$ và $\overrightarrow{BM}=(a-5;b-5;c-1)$.

Vì $\begin{cases} M\in(P) \\ MA=MB=\sqrt{35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M\in(P) \\ MA^2=MB^2 \\ MA^2=35 \end{cases}$ nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2a-b-c+4=0 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=(a-5)^2+(b-5)^2+(c-1)^2 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b-c=-4 \\ 4a+8b-12c=-8 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=c \\ c=a+2 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a+2 \\ c=a+2 \\ 3a^2-14a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}, \text{(do } a\in\mathbb{Z}\text{)}.$$

Ta có $M(2;2;0)$. Suy ra $OM=2\sqrt{2}$.

Câu 196. Chọn A

Ta có: $\begin{cases} a+b+c=6 \\ MA^2=MB^2 \\ MA^2=MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+b^2=(a+2)^2+(b-2)^2+(c+1)^2 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a-5)^2+(b+1)^2+(c-3)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ 3a+4b+c=14 \\ 4a-7b+3b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \Rightarrow abc=6. \\ c=3 \end{cases}$$