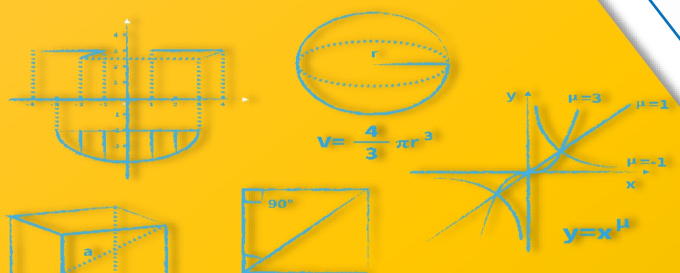
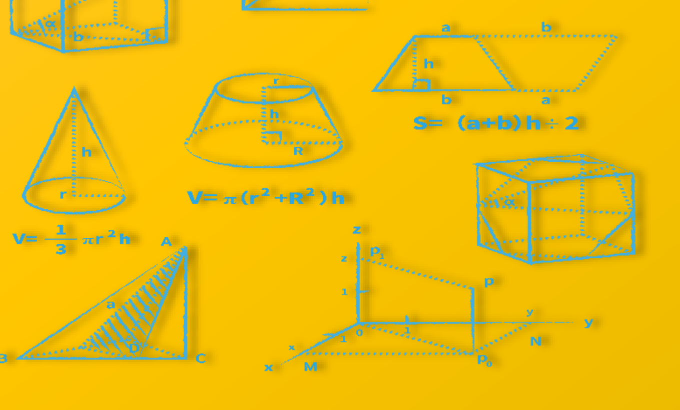
Bùi Đình Thông

MẶT NÓN – MẶT TRỤ & MẶT CẦU

HÌNH HỌC KHÔNG CÒN LÀ ĐIỀU LO SỢ

- Tài liệu được biên soạn dễ tiếp cận, ví dụ và bài tập theo mức độ dễ đến nâng cao.
- Giúp học sinh không còn sợ hình và thích thú khi học hình.
- Học sinh yếu hình sẽ dần cải thiện về điểm số phần hình học.





Lớp toán thầy Thông Đình Đình

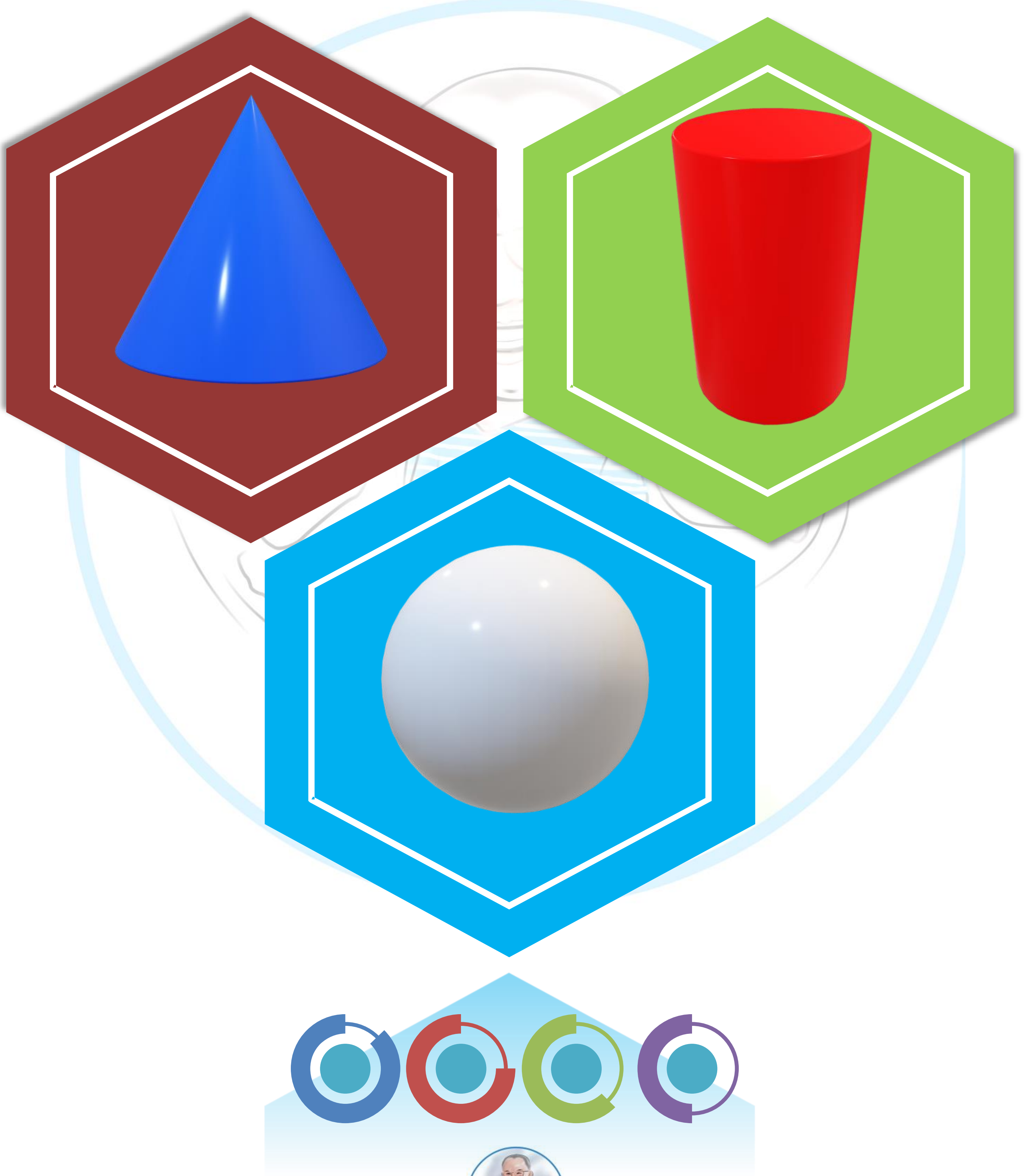
TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG – NĂM HỌC 2020 – 2021

HÌNH HỌC 12: CHƯƠNG II

Dạy thật – Học thật - Giá trị thật

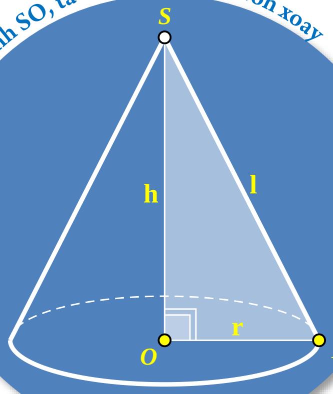
MẶT TRÒN XOAY

MẶT NÓN – MẶT TRỤ – MẶT CẦU

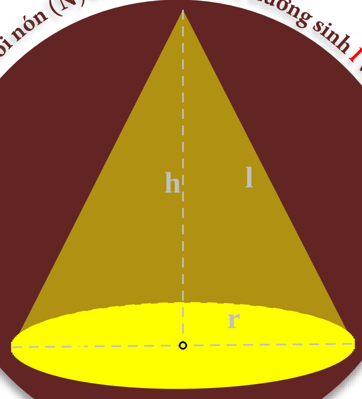


MẶT NÓN TRÒN XOAY

Quay đường gấp khúc SBO quanh cạnh SO, ta được hình nón tròn xoay



Khối nón (N) có: chiều cao h, đường sinh l và bán kính đường tròn đáy là r.



Diện tích xung quanh

$$S_{xq} = \pi . r . l$$

Góc tạo bởi thiết diện và đáy nón là góc $\widehat{SIO} = \alpha$. K/c từ tâm O đến thiết diện $d(O,(SCD)) = OH$

[By: Thông đình đình]

Thể Tích Khối nón

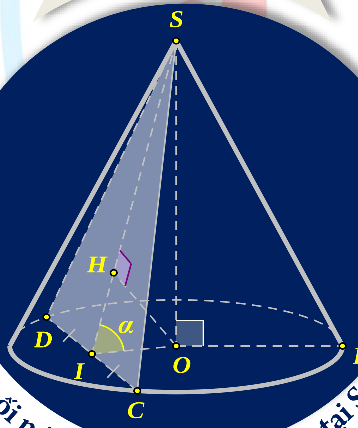
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Chiều cao h, đường sinh l và bán kính đường tròn đáy là r.

Góc tạo bởi đường sinh và đáy là góc $\widehat{SAO}$

[By: Thông đình đình]

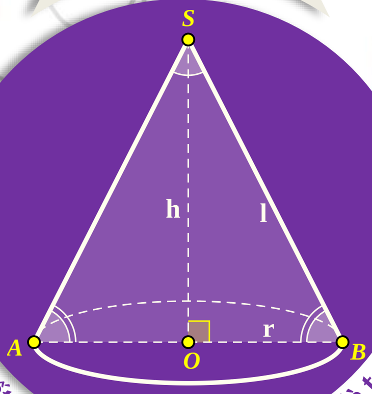
Thiết diện qua đỉnh của khối nón là tam giác SCD cân tại S



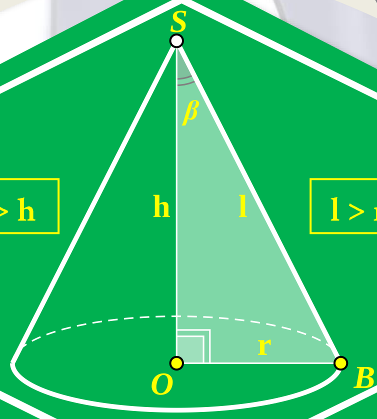
Diện tích toàn phần

$$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$$

Thiết diện qua trục của khối nón là tam giác SAB cân tại S



l > h



l > r

$$l^2 = h^2 + r^2$$

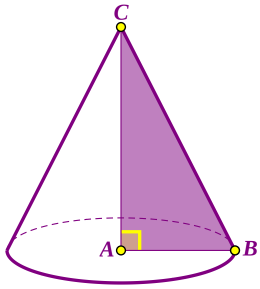
$$r = l.\sin\beta$$

$$h = l.\cos\beta$$

$$r = h.\tan\beta$$

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 2$, $AC = \sqrt{5}$. Quay đường gấp khúc CBA xung quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

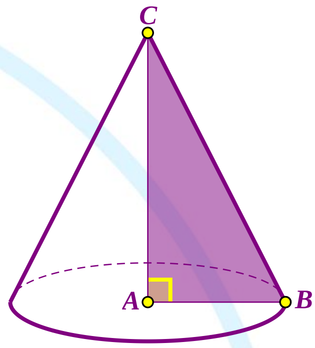


A. $S_{xq} = 2\sqrt{5}\pi$ **B.** $S_{xq} = 12\pi$

C. $S_{xq} = 6\pi$ **D.** $S_{xq} = 3\sqrt{5}\pi$

Lời giải: Ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi.AB.BC = \pi.2\sqrt{AB^2 + AC^2} = 2\pi\sqrt{4+5} = 6\pi$.

Ví dụ 2: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^o$. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay nhận được khi quay đường gấp khúc ABC quanh cạnh AC.



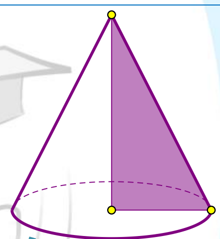
A. $V = \pi a^3$ **B.** $V = \sqrt{3}\pi a^3$

C. $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Lời giải: Ta có $AC = AB.\cot 30^o = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là : $V = \dfrac{1}{3}\pi a^2.a\sqrt{3} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 3: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

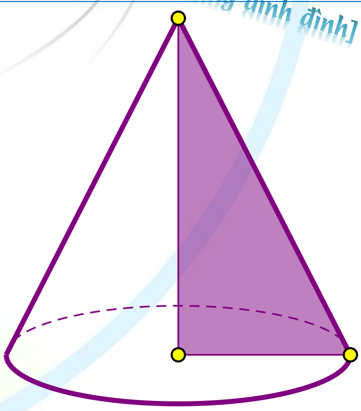


A. $V = 4$. **B.** $V = 4\pi$.

C. $V = 12$. **D.** $V = 12\pi$.

Lời giải: Ta có $V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.4 = 4\pi$.

Ví dụ 4: Tính thể tích V_N của khối nón tròn xoay, biết bán kính đường tròn đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 4.



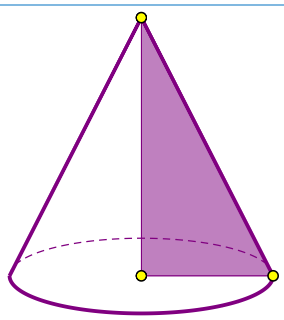
A. $V_N = 8\sqrt{3}\pi$. **B.** $V_N = 16\pi$.

C. $V_N = \dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** $V_N = \dfrac{16}{3}\pi$.

Lời giải: Theo giả thiết, đáy của hình nón có bán kính $R = 2$ nên diện tích đáy bằng: $S = \pi R^2 = 4\pi$. Do đường sinh có độ dài $l = 4$ nên đường cao hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón cần tính là: $V_N = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}.4\pi.2\sqrt{3} = \dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.

Ví dụ 5: Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích của khối nón đã cho



A. 12π. **B.** 60π.

C. 20π. **D.** 36π.

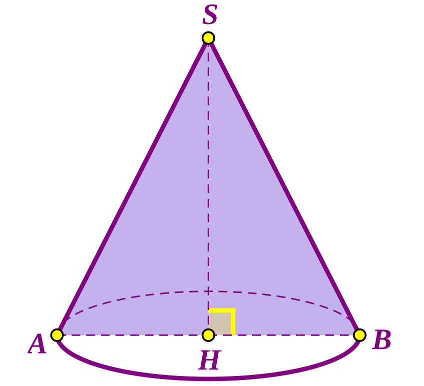
Lời giải: Ta có: $S_{xq} = \pi rl = 15\pi \Leftrightarrow l = \dfrac{S_{xq}}{\pi r} = \dfrac{15\pi}{3\pi} = 5$.

Lại có $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Suy ra $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi$.

Ví dụ 6: Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân cạnh bên bằng a. Thể tích khối nón là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$.



Lời giải: Xét khối nón như hình vẽ trên. Trong tam giác vuông SAB:

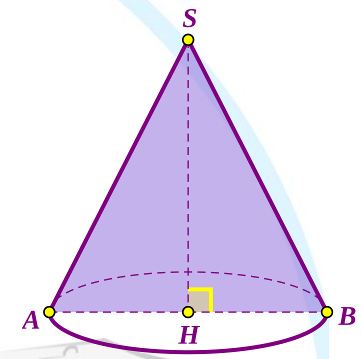
$$AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = SH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi AH^2.SH = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ví dụ 7: Cho khối nón có bán kính đáy bằng a, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30^o. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

C. $\sqrt{3}\pi a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$



Lời giải: Theo giả thiết ta có $r = HB = a$, $SBH = 30^O \Rightarrow SH = HB.\tan 30^o = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2.\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$.

Ví dụ 8: Cho khối nón đỉnh O, I là tâm đường tròn đáy. Mặt phẳng trung trực của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần chứa đỉnh O và phần không chứa đỉnh O là.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

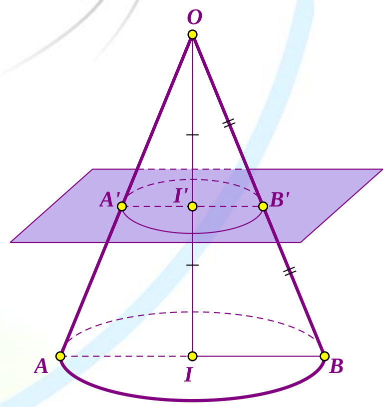
Lời giải: Gọi AB là đường kính của đường tròn đáy. Ta có $V_{non} = \frac{1}{3}\pi R^2.h$ với

$\begin{cases} R = \frac{AB}{2} = AI \\ h = OI \end{cases}$. Mặt phẳng trung trực của OI cắt OA, OI, OB lần lượt tại A', I', B'.

Gọi V' là thể tích của khối nón có đỉnh O và đáy là đường tròn đường kính $A'B'$.

Đặt $A'I' = r; AI = R$.

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{1}{3}\pi.r^2.OI'}{\frac{1}{3}\pi.R^2.OI} = \frac{\frac{1}{3}\pi.r^2.OI'}{\frac{1}{3}\pi.4r^2.2OI} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V'}{V - V'} = \frac{1}{7}.$$



Ví dụ 9: Cho hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh là $2a$, góc ở đỉnh của hình nón bằng $60°$. Thể tích V của khối nón đã cho là

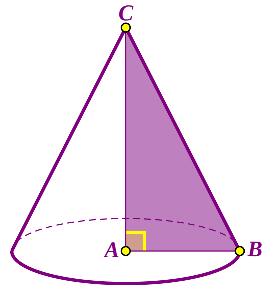
A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \pi\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = \pi a^3$. **D.** $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải: Ta có $l = CB = 2a$, $\widehat{BCA} = 30°$. Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$\sin 30° = \dfrac{AB}{CB} = \dfrac{r}{l} \Rightarrow r = l.\sin 30° = 2a.\dfrac{1}{2} = a$.

$\cos 30° = \dfrac{CA}{CB} = \dfrac{h}{l} \Rightarrow h = l.\cos 30° = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Suy ra $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi a^2.a\sqrt{3} = \dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.



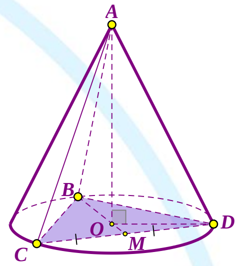
Ví dụ 10: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

A. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$ **B.** $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$ **C.** $S_{xq} = 12\pi a^2$ **D.** $S_{xq} = 6\pi a^2$.

Lời giải: Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

Ta có $BM = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$; $r = \dfrac{2}{3}BM = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

$S_{xq} = \pi.r.l = \pi r.AB = \pi a\sqrt{3}.3a = 3\sqrt{3}.\pi a^2$.



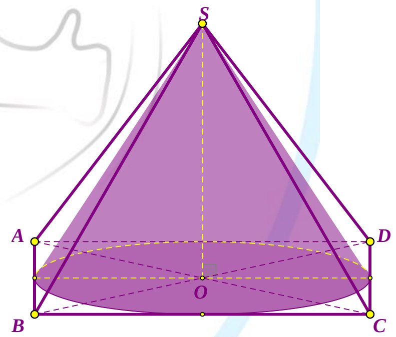
Ví dụ 11: Trong hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$ **B.** $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$ **C.** $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$

Lời giải: Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$. Lại có $OC = \dfrac{AC}{2} = a$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OC^2} = a$.

Bán kính $r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$. Suy thể tích khối nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right)^2.a = \dfrac{\pi a^3}{6}$.



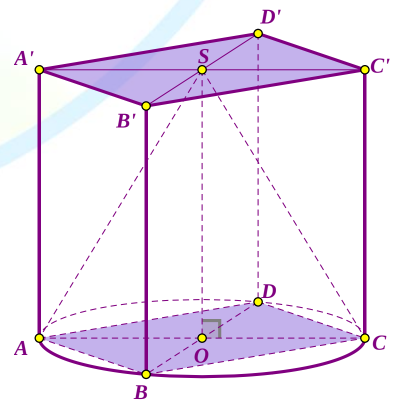
Ví dụ 12: Cho hình lập phương cạnh $1\,cm$. Một hình nón có đỉnh là tâm một mặt của hình lập phương, đáy hình nón ngoại tiếp mặt đối diện với mặt chứa đỉnh. Khi đó, thể tích V của khối nón đó là bao nhiêu ?

A. $V = \dfrac{\pi}{6}cm^3$ **B.** $V = \dfrac{\pi}{2}cm^3$

C. $V = \dfrac{\pi}{4}cm^3$ **D.** $V = \dfrac{\pi}{3}cm^3$

Lời giải: Gọi $S = A'C' \cap B'D'$ là đỉnh của hình nón, và $O = AC \cap BD$ là tâm của đáy hình nón.

Ta có $h = SO = 1$ và $r = AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. $V = \dfrac{1}{3}\pi hr^2 = \dfrac{1}{3}\pi.1.\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi}{6}cm^3$.

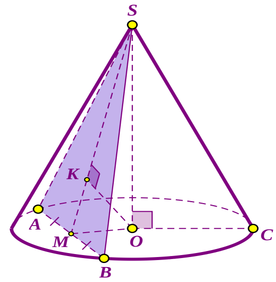


Ví dụ 13: Cho một hình nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $d=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$ **B.** $d=a$ **C.** $d=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ **D.** $d=\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$

Lời giải: Có $(P)\equiv(SAB)$. Ta có $SO=a=h, OA=OB=r=2a, AB=2a\sqrt{3}$, gọi M là hình chiếu của O lên AB suy ra M là trung điểm AB, gọi K là hình chiếu của O lên SM suy ra $d(O;(SAB))=OK$.

Ta tính được $OM=\sqrt{OA^2-MA^2}=a$ suy ra SOM là tam giác vuông cân tại O, suy ra K là trung điểm của SM nên $OK=\dfrac{SM}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$



Ví dụ 14: Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$; AB là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IAB) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc $60°$. Tính theo a diện tích S của tam giác IAB.

A. $S=\dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$ **B.** $S=\dfrac{2a^2}{3}$ **C.** $S=\dfrac{a^2}{3}$ **D.** $S=\dfrac{\sqrt{2}a^2}{6}$

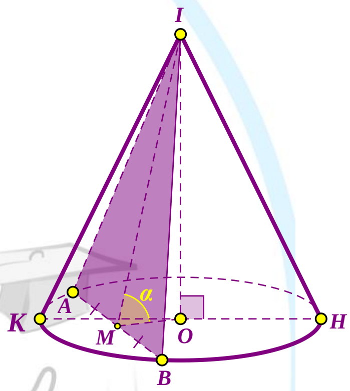
Lời giải: Vì cạnh huyền $HK=a\sqrt{2}$ nên cạnh góc vuông $IK=a$ hay đường sinh $l=IK=a$. Ta có $r=\dfrac{1}{2}HK=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $h=OI=\dfrac{1}{2}HK=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta kẻ $OM\perp AB$, mặt khác $OI\perp AB$ nên $AB\perp(OIM)$. Suy ra $AB\perp IM$.

Do đó, góc giữa (IAB) và mặt phẳng đáy bằng $IMO=60^0$.

Ta có $OM=\dfrac{OI}{\tan 60^0}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. $MA=\sqrt{OA^2-OM^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $AB=2MA=\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$

$IM=\sqrt{OI^2+OM^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $S_{IAB}=\dfrac{1}{2}IM.AB=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

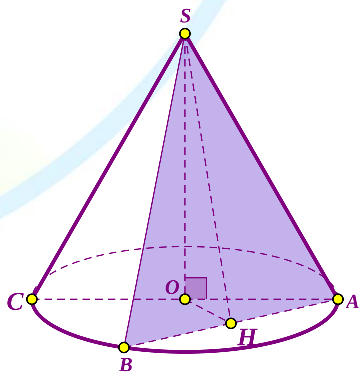


Ví dụ 15: Cho hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

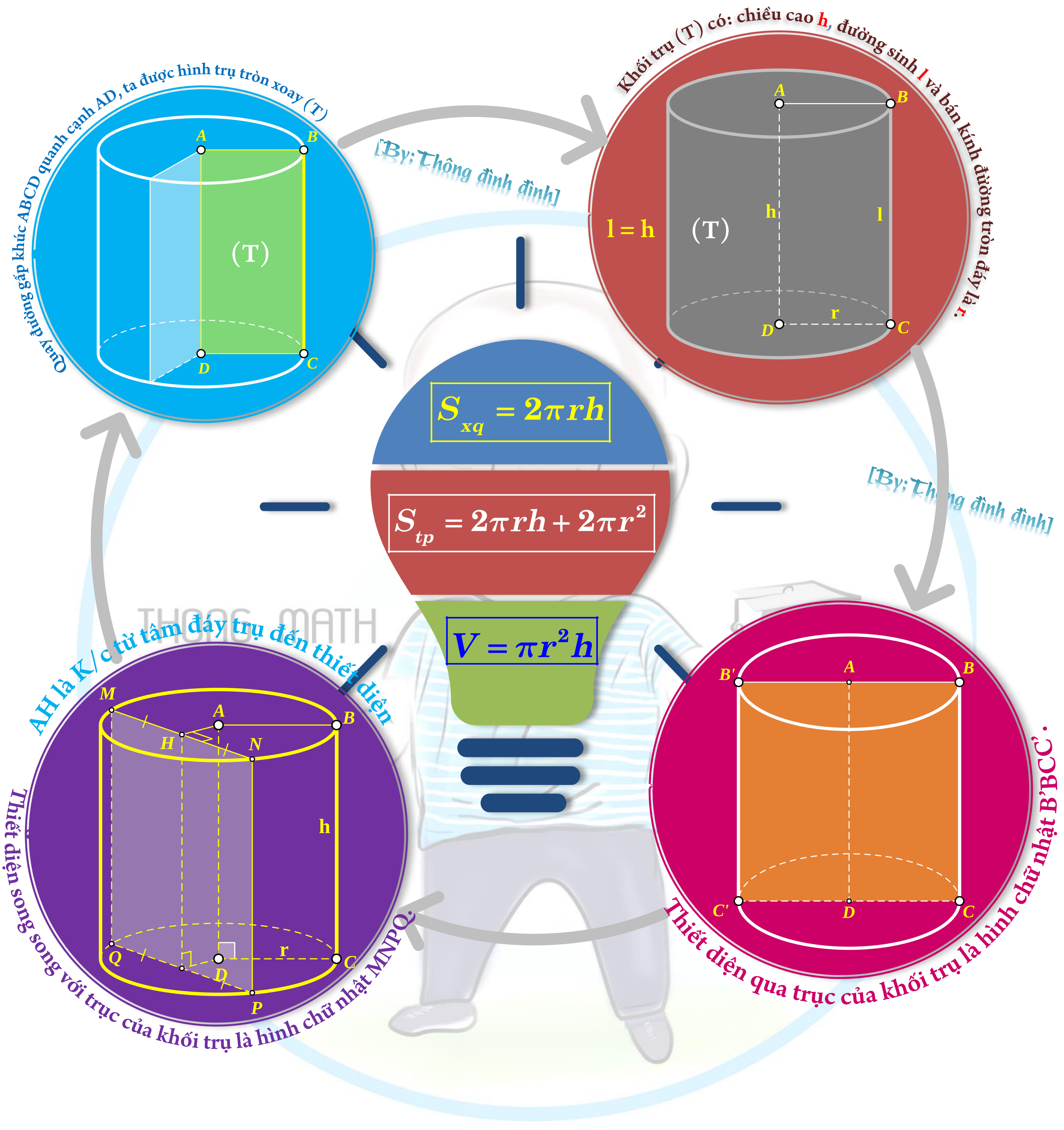
A. $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$ **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$ **C.** $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$ **D.** $S_{xq}=9\sqrt{3}\pi$

Lời giải: Theo bài ra ta có tam giác SAB vuông tại S và $OH=3$; và $BSO=60°$. Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón thì đường sinh $l=SB=\dfrac{r}{\sin 60°}\Rightarrow l=\dfrac{2r}{\sqrt{3}}$. Suy ra $AB=l\sqrt{2}=\dfrac{2\sqrt{2}r}{\sqrt{3}}\Rightarrow BH=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{r\sqrt{6}}{3}$.

Dễ thấy OH là đoạn vuông góc chung của SO và AB nên $d(SO,AB)=OH=3$. Xét tam giác OBH vuông tại H, ta có $9+\dfrac{6r^2}{9}=r^2\Leftrightarrow r=3\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.3\sqrt{3}.\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=18\pi\sqrt{3}$.



MẶT TRỤ TRÒN XOAY

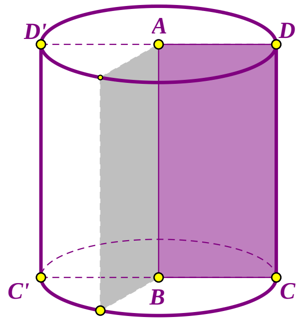


Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Thể tích của khối trụ tròn xoay được tạo thành khi quay đường gấp khúc $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 48π. **B.** 36π
C. 12π **D.** 24π

Lời giải: Dựa vào giả thiết ta có khối trụ có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 3$ nên có thể tích: $V = \pi.h.R^2 = \pi.4.3^2 = 36\pi.$

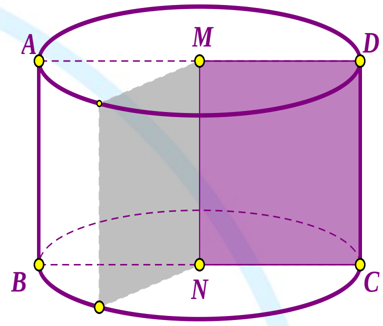


Ví dụ 2: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay đường gấp khúc $ABCD$ đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ tròn xoay. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 4\pi$ **B.** $S_{tp} = 2\pi$
C. $S_{tp} = 10\pi$ **D.** $S_{tp} = 6\pi$

Lời giải: Diện tích toàn phần là

$S_{Tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi.AM.AB + 2\pi.AM^2 = 2\pi.1.1 + 2\pi.1^2 = 4\pi$

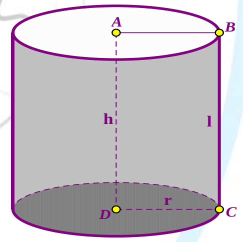


Ví dụ 3: Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ lần lượt có giá trị là

A. $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$ **B.** $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$
C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$ **D.** $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2 + R^2$

Lời giải: Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi R.R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$.
Diện tích toàn phần của hình trụ:

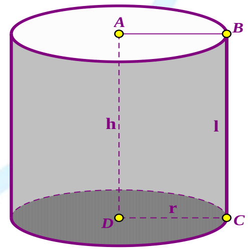
$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{day} = 2\sqrt{3}\pi R^2 + 2\left(\pi R^2\right) = 2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$



Ví dụ 4: Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 30π **B.** 75π
C. 15π **D.** 45π

Lời giải: Ta có $S_{xq} = 2\pi rl = 30\pi$ nên $r = 3$. Từ đó suy ra $V = \pi r^2 h = 45\pi$.

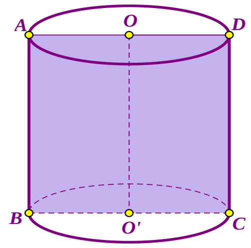


Ví dụ 5: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ.

A. 3π **B.** 2π
C. 4π **D.** π

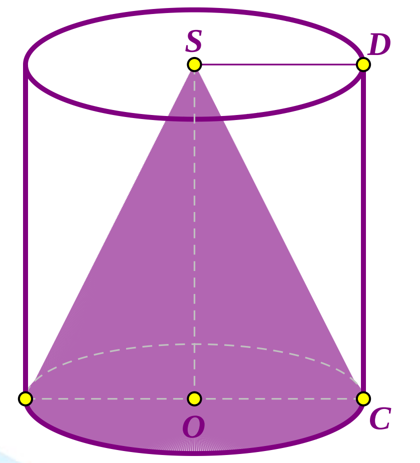
Lời giải: Ta có: Vì thiết diện qua trục của nó là một hình vuông nên $l = 2r.$

$S_{xp} = 2\pi rl = 4\pi r^2 = 4\pi \Rightarrow r = 1 \Rightarrow V = \pi r^2 l = 2\pi.$



Ví dụ 6: Cho khối nón và khối trụ có cùng chiều cao và cùng bán kính đường tròn đáy. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón và khối trụ. Biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{\pi}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.



Lời giải: Giả sử khối nón và khối trụ có cùng chiều cao h và cùng bán kính đường tròn đáy R. Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2 h}{\pi R^2 h} = \frac{1}{3}$.

Ví dụ 7: Cho hình trụ có đường cao $h = 5cm$, bán kính đáy $r = 3cm$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục $2cm$. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P).

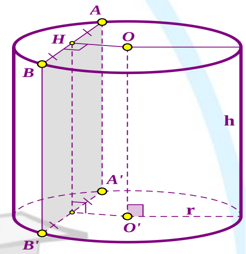
A. $S = 5\sqrt{5}cm^2$ **B.** $S = 6\sqrt{5}cm^2$ **C.** $S = 3\sqrt{5}cm^2$ **D.** $S = 10\sqrt{5}cm^2$

Lời giải: Giả sử mặt phẳng (P) cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$ như hình vẽ. Gọi $OH \perp AB$ tại H, khi đó $OH = 2cm$.

Trong ΔOHA có $HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5}$. Khi đó $AB = 2HA = 2\sqrt{5}$.

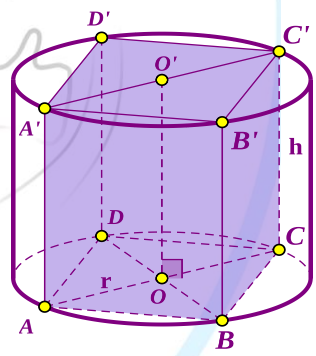
Vậy diện tích của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) là

$S_{ABB'A'} = AB.AA' = 2\sqrt{5}.5 = 10\sqrt{5}$.



Ví dụ 8: Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$ **B.** $V = \pi a^3$ **C.** $V = \frac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$



Lời giải: Bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; chiều cao $h = a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.\frac{a^2}{2}.a = \frac{\pi a^3}{2}$.

Ví dụ 9: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện.

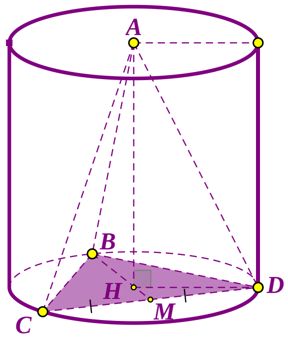
A. $\frac{2\pi\sqrt{2}.a^2}{3}$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}.a^2}{3}$ **C.** $\pi\sqrt{3}.a^2$ **D.** $\frac{\pi\sqrt{3}.a^2}{2}$

Lời giải: Do tam giác BCD là tam giác đều nên bán kính đường tròn đáy là

$R = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi AH là chiều cao của tứ diện.

Ta có $AH = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{xq} = 2.\pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.



Ví dụ 10: Cho một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

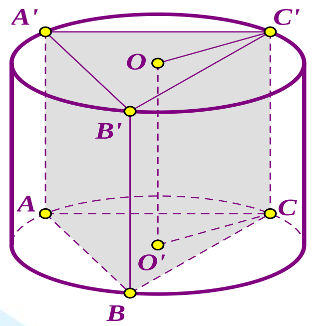
Lời giải: Gọi h là chiều cao lăng trụ.

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Khi đó $AB = R\sqrt{3}$. Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = h.\frac{3R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3hR^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow hR^2 = \frac{2}{3}a^3$.

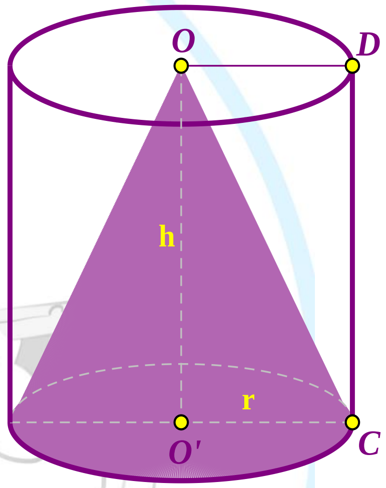
Thể tích khối trụ $V_1 = \pi R^2.h = \frac{2\pi a^3}{3}$.



Ví dụ 11: Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Một hình nón có đỉnh O và có đáy là hình tròn $(O';r)$. Mặt xung quanh của hình nón chia khối trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối nón, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$ **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$



Lời giải: Ta có: $V_{tru} = \pi R^2.h$, $V_1 = \frac{1}{3}\cdot\pi R^2 h = \frac{1}{3}V_{tru} \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3}V_{tru}$. Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

Ví dụ 12: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD = a\sqrt{2}$, $DAC = 60^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$ **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$ **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$ **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$

Lời giải: Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên tam giác ADC vuông tại D và $BD = AC = a\sqrt{2}$. Xét tam giác ADC vuông tại D ta có:

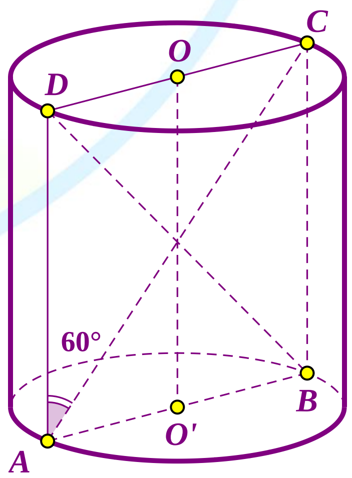
$DC = AC\sin DAC \Leftrightarrow DC = a\sqrt{2}.\sin 60^\circ \Leftrightarrow DC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Suy ra bán kính mặt đáy của hình trụ là $r = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

$\cos DAC = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AD = AC\cos DAC \Leftrightarrow AD = a\sqrt{2}\cos 60^\circ \Leftrightarrow AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Chiều cao của hình trụ là $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.



Ví dụ 13: Cho hình trụ có chiều cao $h = a\sqrt{3}$, bán kính đáy $r = a$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đường tròn đáy. Trên hai đường tròn đáy lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho hai đường thẳng AB và OO' chéo nhau và góc giữa hai đường thẳng AB với OO' bằng 30°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$	B. $a\sqrt{3}$	C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$	D. $a\sqrt{6}$

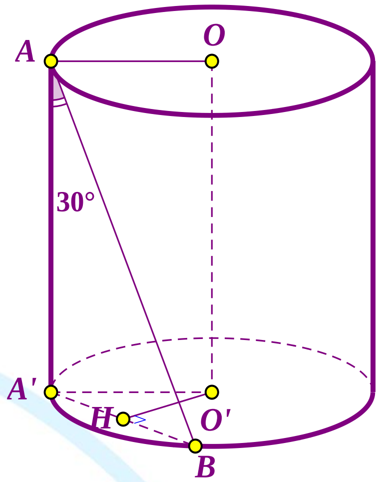
Lời giải: Giả sử $A\in(O)$, $B\in(O')$ và A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa (O'). Ta có $AA'//OO' \Rightarrow (AA',OO')=A'AO$.

Tam giác ABA' vuông tại A' có $A'B=AA'.\tan 30^\circ=a \Rightarrow$ tam giác $O'A'B$ là tam giác đều $\Rightarrow O'H=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, với H là trung điểm $A'B$.

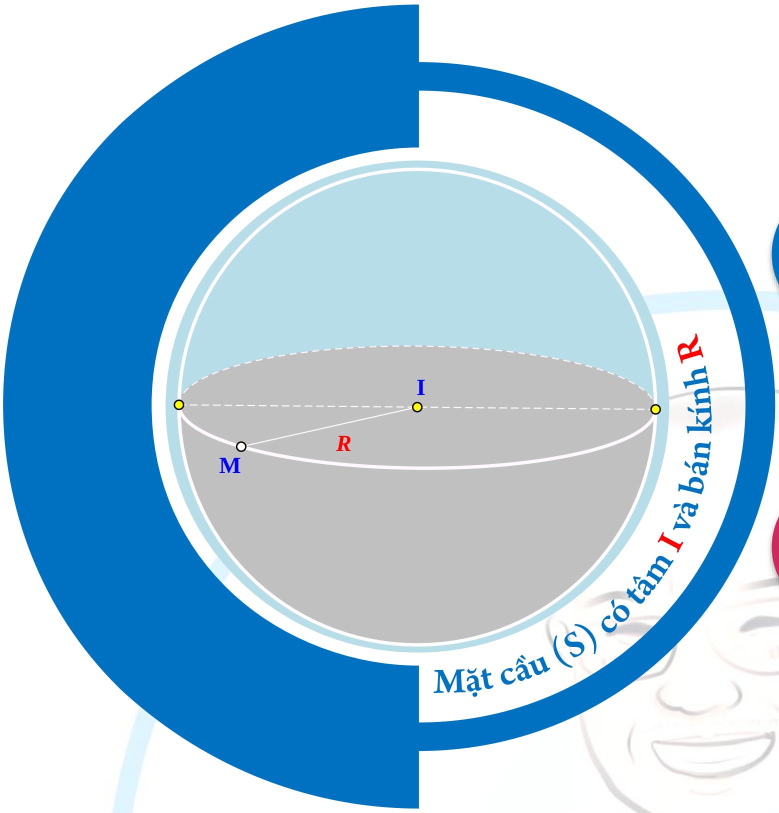
Mặt khác $\begin{cases}AA'//OO'\\ AA'\subset(ABA')\end{cases} \Rightarrow d(AB,OO')=d(OO',(ABA'))=d(O',(ABA'))$

Mà $\begin{cases}O'H\perp A'B\\ O'H\perp AA'\end{cases} \Rightarrow O'H\perp(ABA') \Rightarrow O'H=d(O',(ABA'))=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(AB,OO')=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



MẶT CẦU



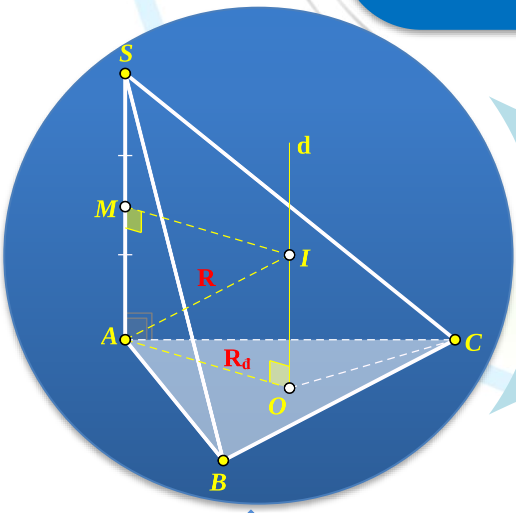
Diện Tích mặt cầu: $\boxed{S = 4\pi R^2}$

[By:Thông đình đình]

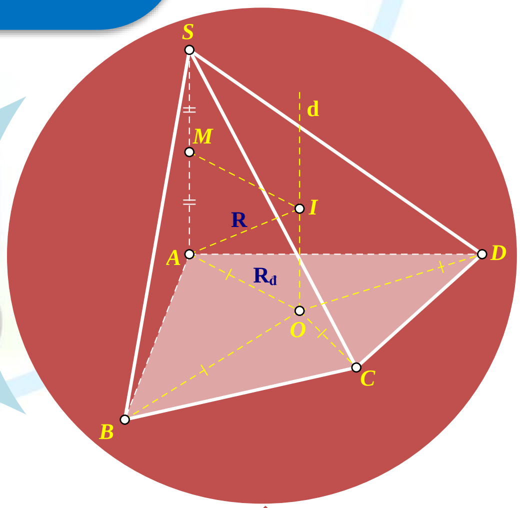
Thể tích mặt cầu: $\boxed{V = \dfrac{4}{3}\pi R^3}$

MẶT CẦU NGOẠI TIẾP KHỐI ĐA DIỆN

Khối chóp có cạnh bên vuông với đáy và có chiều cao h. Đa giác đáy nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R_d.



$$\boxed{R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + R_d^2}}$$



[By:Thông đình đình]

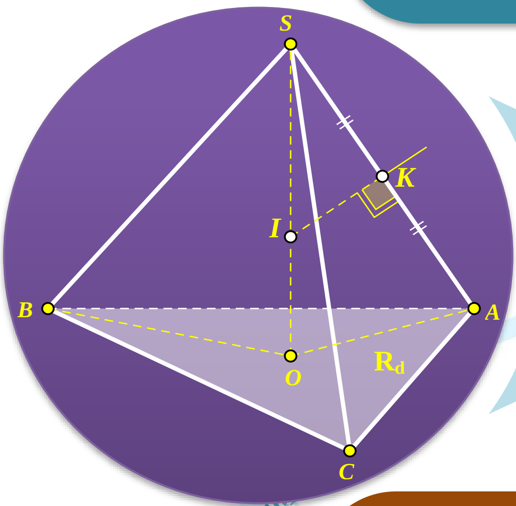
Nếu đáy ABC là tam giác vuông tại B thì

$$\boxed{R = \frac{SC}{2}}$$

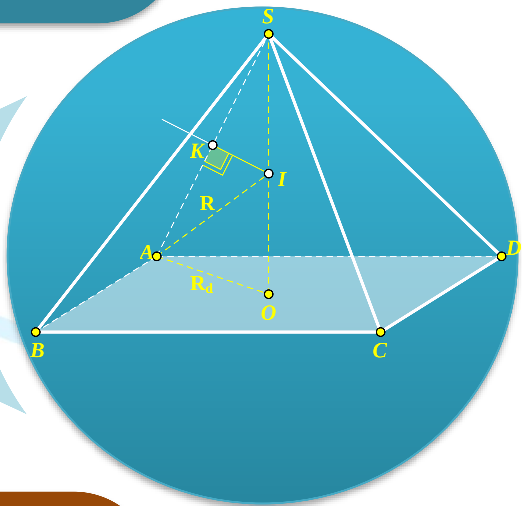
Nếu đáy ABCD là hình chữ nhật thì

$$\boxed{R = \frac{SC}{2}}$$

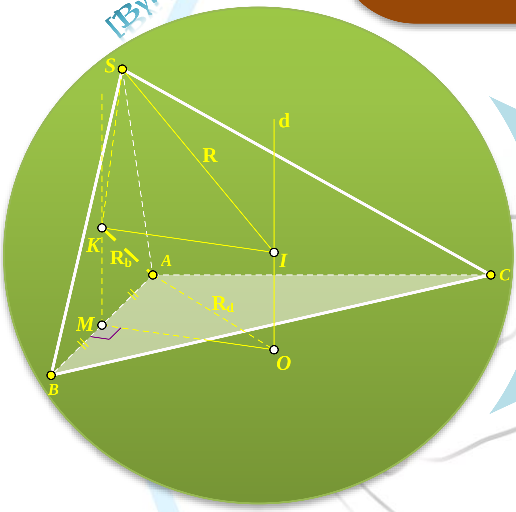
Khối chóp chiều cao h, các cạnh bên bằng nhau. Đa giác đáy nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R_d.



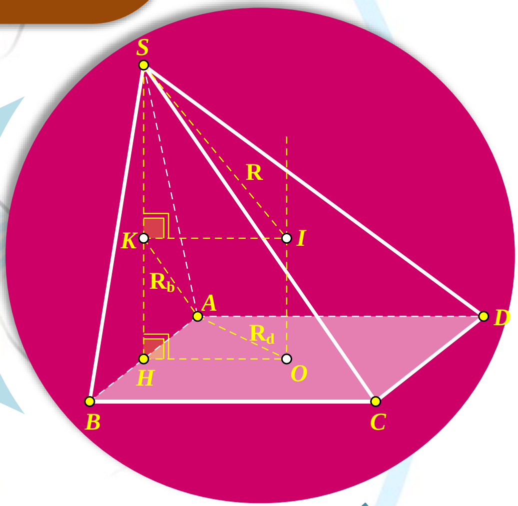
$$R = \frac{h^2 + R_d^2}{2h}$$



Khối chóp có mặt bên là tam giác có bán kính R_b và nằm trong mp vuông với đáy. Đa giác đáy nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R_d.

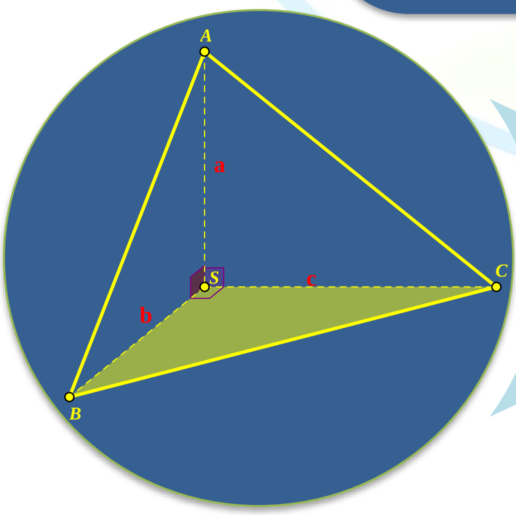


$$R = \sqrt{R_d^2 + R_b^2 - \frac{AB^2}{4}}$$

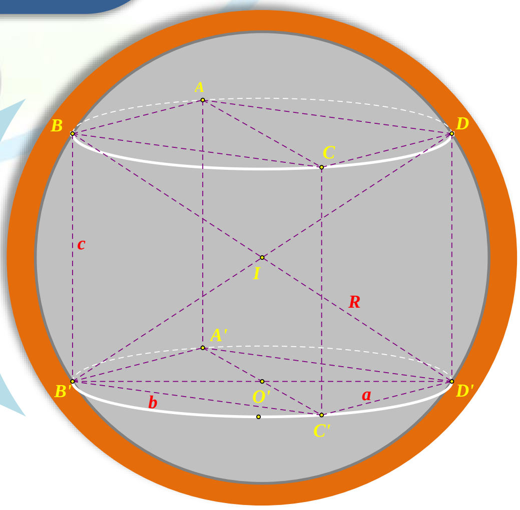


Khối chóp có ba cạnh đôi một vuông góc, độ dài 3 cạnh lần lượt là a;b;c

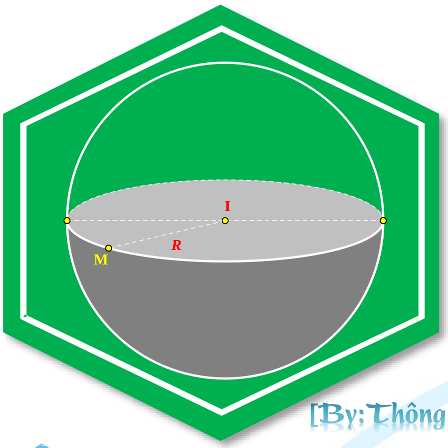
Hình hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh (dài; rộng; cao) lần lượt là (a; b; c).



$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$

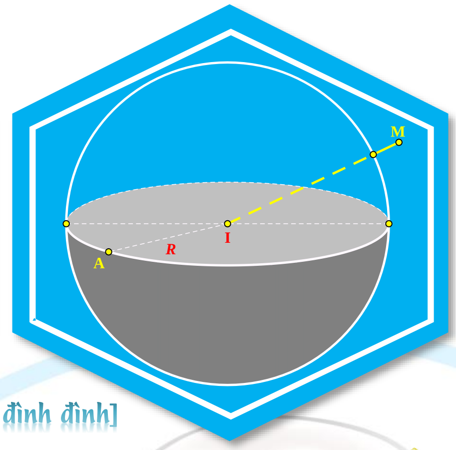


Vị trí tương đối của điểm và mặt cầu



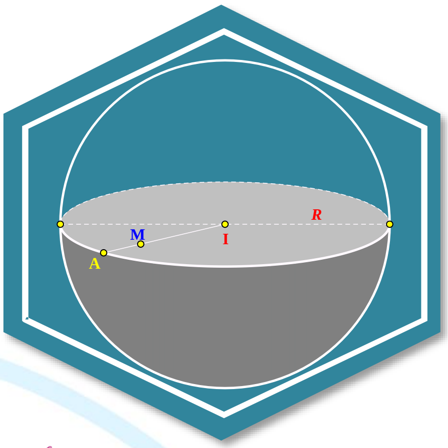
M thuộc mặt cầu (S)

$\boxed{IM = R}$



M nằm ngoài mặt cầu (S)

$\boxed{IM > R}$

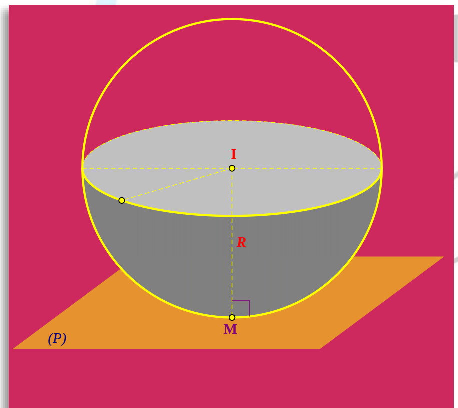


M nằm trong mặt cầu (S)

$\boxed{IM < R}$

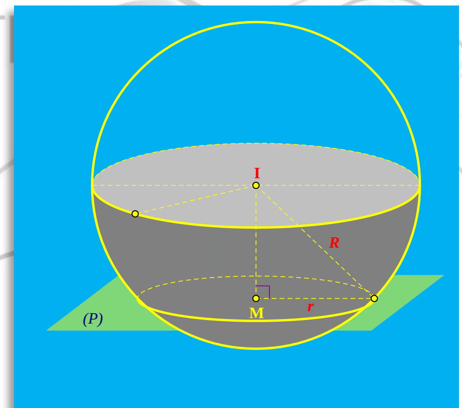
[By:Thông đình đình]

Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu



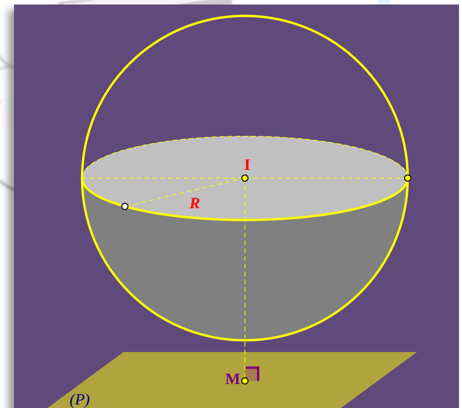
(P) tiếp xúc mặt cầu (S)

$\boxed{d(I,(P)) = IM = R}$



(P) cắt mặt cầu (S)

$\boxed{d(I,(P)) = IM < R}$



(P) không cắt mặt cầu (S)

$\boxed{d(I,(P)) = IM > R}$

[By:Thông đình đình]

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Diện tích của hình cầu đường kính bằng $4a$ là

A. $S = \dfrac{64}{3}\pi a^2$ **B.** $S = \dfrac{16}{3}\pi a^2$ **C.** $S = 64\pi a^2$ **D.** $S = 16\pi a^2$

Lời giải: Áp dụng công thức $S = 4\pi R^2 = 64\pi a^2$

Ví dụ 2: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2$ (cm^2). Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

A. $\dfrac{64\pi a^3}{3}\ cm^3$ **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}\ cm^3$ **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}\ cm^3$ **D.** $\dfrac{16\pi a^3}{3}\ cm^3$

Lời giải: Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 4\pi a^2 \Leftrightarrow R = a$.

Vậy thể tích khối cầu (S) là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4\pi a^3}{3}\ cm^3$.

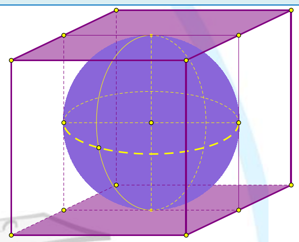
Ví dụ 3: Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

A. $V = \dfrac{64\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{8\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{16\pi a^3}{3}$.

Lời giải: Hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$, suy ra cạnh hình lập phương là $4a$

Khối cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính bằng $\dfrac{1}{2}$ cạnh hình lập phương.

$\Rightarrow R = 2a$. Vậy $V = V_{k/c} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{32\pi a^3}{3}$.



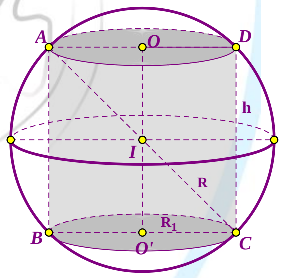
Ví dụ 4: Cho hình trụ có chiều cao bằng 8 nội tiếp trong hình cầu bán kính bằng 5. Tính thể tích khối trụ này

A. 36π. **B.** 200π. **C.** 144π. **D.** 72π.

Lời giải: Theo giả thiết: Hình trụ có chiều cao $h = 8$, bán kính của mặt trụ là R_1.
Bán kính của hình cầu là $R = 5$. Do thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có một cạnh bằng h, một cạnh là đường kính đáy của hình trụ, nên ta có:

$$R_1 = \sqrt{R^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

Thể tích của khối trụ là: $V = \pi R_1^2 h = \pi.3^2.8 = 72\pi$



Ví dụ 5: Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

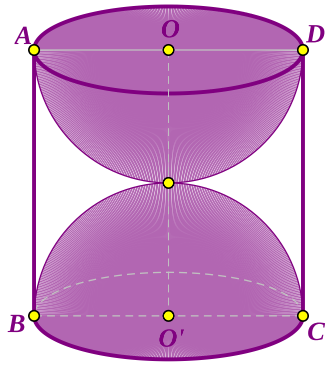
A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải: Thể tích của khối trụ là $V = \pi.1^2.2 = 2\pi$.
Vì đường tròn đáy của khối trụ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu nên bán kính của mỗi nửa khối cầu là $R = 1$.

Thể tích của hai nửa khối cầu bị khoét đi là $V_1 = 2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4\pi.1^3}{3} = \dfrac{4\pi}{3}$.

Thể tích của phần còn lại của khối gỗ là $V_2 = V - V_1 = 2\pi - \dfrac{4\pi}{3} = \dfrac{2\pi}{3}$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\dfrac{V_2}{V} = \dfrac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi} = \dfrac{1}{3}$.

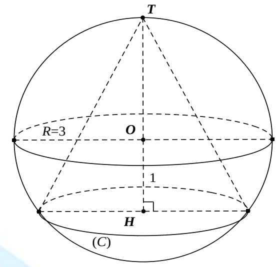


Ví dụ 6: Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H. Gọi T là giao điểm của tia HO với (S), tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C).

A. $V=\frac{32\pi}{3}$ **B.** $V=16\pi$ **C.** $V=\frac{16\pi}{3}$ **D.** $V=32\pi$

Lời giải: Gọi r là bán kính đường tròn (C) thì r là bán kính đáy của hình nón ta có: $r^2=R^2-OH^2=8$; $HT=HO+OT=1+3=4=h$ là chiều cao của hình nón.

Suy ra: $V_n=\frac{1}{3}.h.S_{(C)}=\frac{1}{3}.4.\pi.8=\frac{32\pi}{3}$.



Ví dụ 7: Cho hình nón (N) có đỉnh H đáy là đường tròn tâm O có bán kính R, góc ở đỉnh bằng 60^0. Một mặt cầu (S) tâm I thuộc đoạn OH, tiếp xúc với mặt xung quanh và mặt đáy của hình nón. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. πR^2 **B.** $\frac{2\pi R^2}{3}$ **C.** $\frac{4\pi R^2}{3}$ **D.** $4\pi R^2$

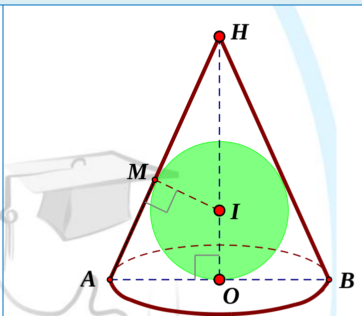
Lời giải: Theo giả thiết $AHB=60^0 \Rightarrow AHO=30^0$, $AM=AO=R$

Nên $OH=OA\cot 30^0=R\cot 30^0=R\sqrt{3}$. $AH=\frac{OA}{\sin 30^0}=2R$

$MH=AH-AM=R$. Mặt cầu (S) có bán kính là MI.

Hai tam giác $\Delta MHI,\Delta OHA$ đồng dạng suy ra $\frac{MI}{OA}=\frac{MH}{OH}\Leftrightarrow MI=\frac{OA.MH}{OH}$

$MI=\frac{OA.MH}{OH}=\frac{R.R}{R\sqrt{3}}=\frac{R}{\sqrt{3}}$. Vậy diện tích mặt cầu (S) bằng $4\pi IM^2=\frac{4\pi R^2}{3}$.



Ví dụ 8: Một hình nón có bán kính đáy R, đường sinh hợp với mặt đáy một góc $30°$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn đáy của hình nón đã cho, tính diện tích của (S).

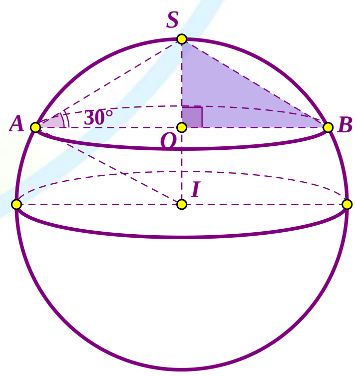
A. $\frac{8}{3}\pi R^2$ **B.** $3\pi R^2$ **C.** $4\pi R^2$ **D.** $\frac{16}{3}\pi R^2$.

Lời giải: **Cách 1:** Ta có $SO=AO.\tan 30°=R\frac{\sqrt{3}}{3}$. Gọi bán kính mặt cầu là $x, x>0$. Trong tam giác IAO, ta có $IA^2=AO^2+IO^2$

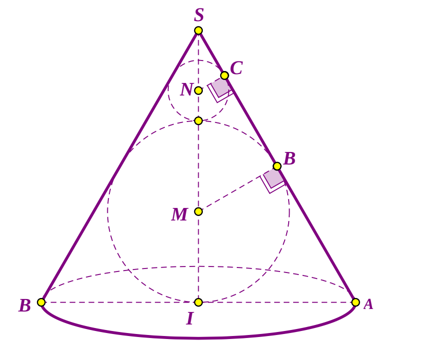
$\Leftrightarrow x^2=R^2+\left(x-\frac{R\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow x=\frac{2\sqrt{3}R}{3}$. Diện tích mặt cầu $S=4\pi x^2=\frac{16}{3}\pi R^2$.

Cách 2.: $SAO=30°\Rightarrow ASI=60° \Rightarrow \Delta SAI$ đều cạnh $SA=\frac{SO}{\sin 30°}=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow$ bán kính mặt cầu là $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.



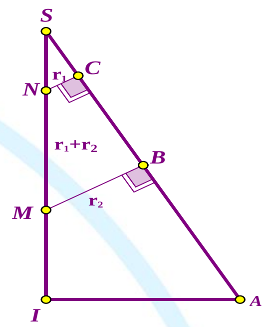
Ví dụ 9: Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng



A. $\dfrac{112\pi}{3}$ **B.** $\dfrac{40\pi}{3}$

C. $\dfrac{38\pi}{3}$ **D.** $\dfrac{100\pi}{3}$

Lời giải: Gọi N, r_1 tâm và bán kính của đường tròn nhỏ. M, r_2 là tâm và bán kính của mặt cầu lớn. Do các mặt cầu tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với mặt nón nên tam giác SCN vuông tại C, tam giác SBM vuông tại B.



Hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60°$ nên $ASO = 30°$.

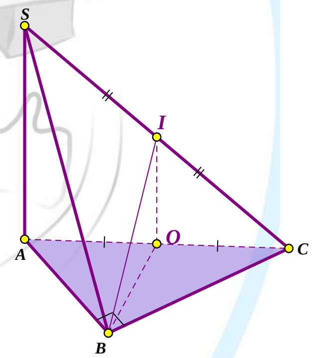
Ta có $r_2 = sin30°.SM = \dfrac{1}{2}SM = \dfrac{1}{2}\left(SO - r_2\right) \Rightarrow r_2 = \dfrac{SO}{3} = 3$;

$r_1 = \dfrac{1}{2}SN = sin30°\left(SO - r_1 - 2r_2\right) \Rightarrow r_1 = \dfrac{SO - 2r_2}{3} = 1$.

Ví dụ 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và cạnh $AB = 3$. Cạnh bên $SA = \sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là ?

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ **B.** 9 **C.** $\sqrt{6}$ **D.** $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

Lời giải: Gọi I là trung điểm SC.



Ta có ΔSAC vuông tại A nên $IA = IC = IS$ (1)

Lại có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B. Suy ra $IB = IC = IS(2)$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $\left(I; \dfrac{SC}{2}\right)$ là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

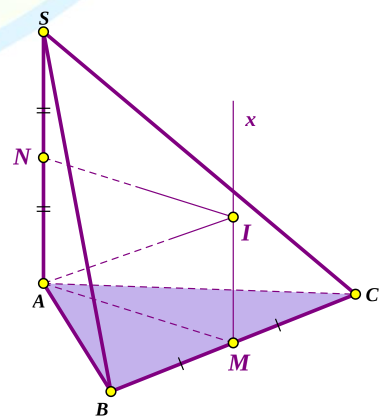
Vì ΔABC vuông tại B nên: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.

Vì ΔSAC vuông tại A nên: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{6 + 18} = 2\sqrt{6}$. Vậy $R = \sqrt{6}$.

Ví dụ 11: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2$, $AC = 4$, $SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R = \dfrac{10}{3}$ **B.** $R = 5$ **C.** $R = \dfrac{5}{2}$ **D.** $R = \dfrac{25}{2}$

Lời giải: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SA. Vì ΔABC vuông tại A nên $MB = MA = MC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{\sqrt{2^2 + 4^2}}{2} = \sqrt{5}$. Gọi Mx là trục đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow Mx \perp (ABC)$ tại M. Mặt phẳng trung trực của cạnh SA qua N và $\perp SA$ cắt trục Mx tại I. Vì $I \in Mx$ nên $IB = IA = IC$, I thuộc trung trực SA nên $IS = IA$. Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$



Vì $AMIN$ là hình chữ nhật nên $IM = AN = \dfrac{1}{2}SA = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Xét ΔMAI vuông tại M nên $IA = \sqrt{IM^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \sqrt{5}^2} = \dfrac{5}{2}$. Vậy: $R = \dfrac{5}{2}$.

Ví dụ 12: Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

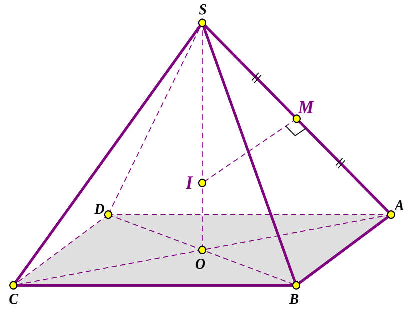
A. $4\pi a^2$ **B.** πa^2 **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$ **D.** $2\pi a^2$

Lời giải: Gọi O là tâm mặt đáy, M là trung điểm SA, kẻ $MI \perp SA$, $(I \in SO)$.

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, bán kính $R = IS$. Ta có $\Delta SMI \backsim \Delta SOA$

$$\Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{\frac{1}{2}SA^2}{\sqrt{SA^2 - OA^2}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$.



Ví dụ 13: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng.

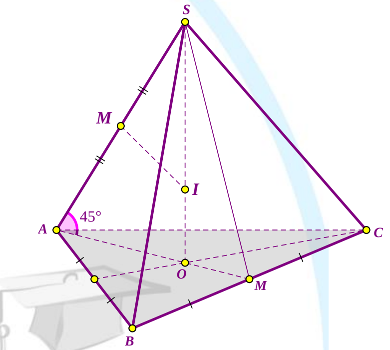
A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $4\pi a^3\sqrt{2}$ **C.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $4\pi a^3\sqrt{3}$

Lời giải: Gọi O là tâm tam giác ABC. M là trung điểm BC.

Ta có: $AO = \frac{2}{3}.\frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$; ΔSAO vuông cân $\Rightarrow SO = AO = a\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là: $R = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{6a^2}{2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(a\sqrt{3}\right)^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$.



Ví dụ 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a, AB = a$, $AC = 2a$, $BAC = 60^0$. Tính diện tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{5}{3}.\pi a^2$ **B.** $20\pi a^2$ **C.** $\frac{20}{3}\pi a^2$ **D.** $5\pi a^2$

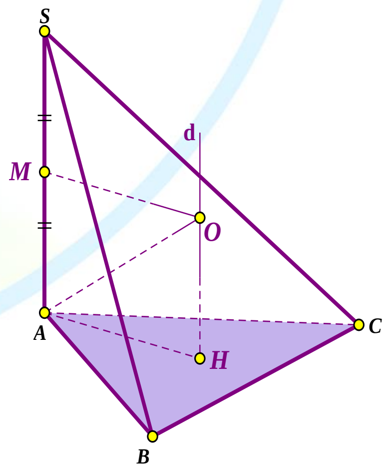
Lời giải: Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, d là đường thẳng đi qua H và $d \perp (ABC)$, gọi (α) là mặt phẳng trung trực của SA, O là giao điểm của d và (α). Khi đó O là tâm của hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Theo định lí hàm số cosin ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC} = \sqrt{a^2 + (2a)^2 - 2a.2a.\cos 60^0} = a\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin BAC = \frac{a^2.\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{AB.BC.AC}{4.S_{\Delta ABC}} = \frac{a.2a.a\sqrt{3}}{4.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = a.$$

Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$: $R = OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Diện tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 5\pi a^2$



Ví dụ 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = 1$, $AC = 2$ và $BAC = 60°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, M, N.

A. $R = \sqrt{2}$ **B.** $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $R = \frac{4}{\sqrt{3}}$ **D.** $R = 1$

Lời giải: Gọi K là trung điểm của AC suy ra $AK = AB = KC = 1$

Lại có $BAC = 60° \Rightarrow ABK = 60°$, $KBC = 30° \Rightarrow ABC = 90°(1)$

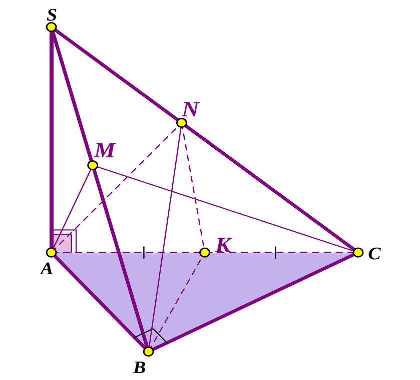
Theo giả thiết $ANC = 90°(2)$, chứng minh $AMC = 90°(3)$

Thật vậy, ta có: $BC \perp SA$, $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

$AM \perp SB \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC$

Từ $(1);(2);(3)$ suy ra các điểm A, B, C, M, N nội tiếp đường tròn tâm K, bán kính

$KA = KB = KC = KM = KN = \dfrac{1}{2}AC = 1$.



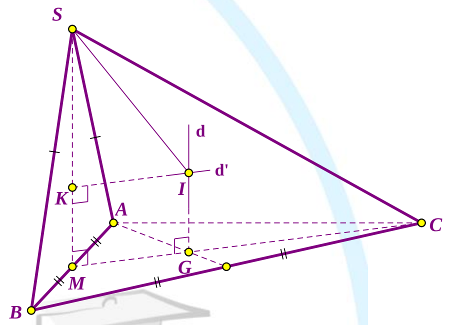
Ví dụ 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{18}$ **B.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$ **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$ **D.** $\dfrac{5\pi a^3}{3}$

Lời giải: Gọi M là trung điểm AB, G, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SAB.

Ta có: $\left.\begin{matrix}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SM\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow SM\perp(ABC)$.

Dựng d, d' lần lượt là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, SAB, suy ra $d \perp (ABC)$ tại G, $d' \perp (SAB)$ tại K.



Gọi $I = d \cap d'$ suy ra $IS = IA = IB = IC$, nên I là tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp và có bán kính là IS.

Ta có $GMKI$ là hình chữ nhật $\Rightarrow KI = GM = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $SK = \dfrac{2}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $IS = \sqrt{SK^2 + KI^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$. Vậy $V_{(S)} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{5a^3\sqrt{15}}{54}$.

Ví dụ 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2a$, góc $BAC = 120°$, $BC = a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

A. $\dfrac{3\pi\sqrt{3}a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải: Gọi E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

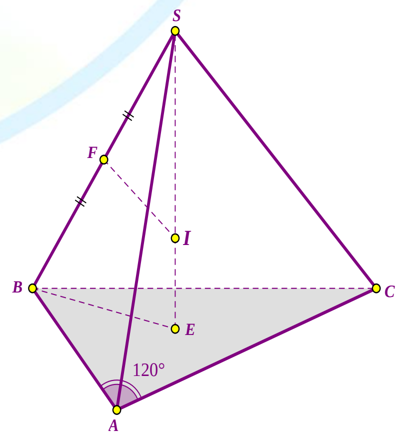
Do $SA = SB = SC = 2a$ nên hình chiếu của S lên (ABC) là E hay $SE \perp (ABC)$ tại E. Gọi F là trung điểm SB. Dựng mặt phẳng trung trực (α) của cạnh bên SB.

Trong (α), đường trung trực của SB trong mặt phẳng (SBE) cắt SE tại I, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ và bán kính $R = IS$.

Ta có $\cos BSE = \dfrac{SE}{SB} = \dfrac{SF}{SI} \Rightarrow R = SI = \dfrac{SB.SF}{SE} = \dfrac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - BE^2}}$

$$= \frac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - R^2_{ABC}}} = \frac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - \left(\dfrac{BC}{2\sin BAC}\right)^2}} = \frac{4a^2}{2\sqrt{4a^2 - \dfrac{3a^2}{4.\dfrac{3}{4}}}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

Nên $S = 4\pi R^2 = \dfrac{16\pi a^2}{3}$.



Bài tập rèn luyện

Lớp toán thầy Thông Đình Đình

Dạy thật – Học thật - Giá trị thật

TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG – NĂM HỌC 2020 – 2021

HÌNH HỌC 12: CHƯƠNG II

MẶT TRÒN XOAY –TM1

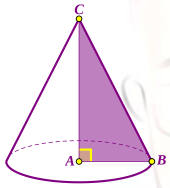
BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.

PHẦN ĐỀ

Câu 1: Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ thì có đường sinh bằng:

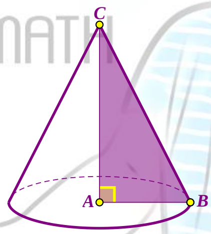
Ⓐ. 2.
Ⓑ. 3.
Ⓒ. 16.
Ⓓ. 4.



Lời giải:

Câu 2: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường cao h của hình nón đã cho.

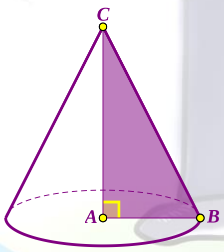
Ⓐ. $l = \dfrac{\sqrt{5}a}{2}$.
Ⓑ. $l = 2\sqrt{2}a$.
Ⓒ. $l = \dfrac{3a}{2}$.
Ⓓ. $l = 3a$.



Lời giải:

Câu 3: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính đáy là r. Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho.

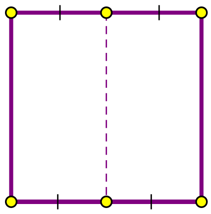
Ⓐ. $l = \dfrac{S_{xq}}{2\pi r}$.
Ⓑ. $l = \dfrac{2S_{xq}}{\pi r}$.
Ⓒ. $l = 2\pi S_{xq} r$.
Ⓓ. $l = \dfrac{S_{xq}}{\pi r}$.



Lời giải:

Câu 4: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay đường gấp khúc $ABCD$ xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

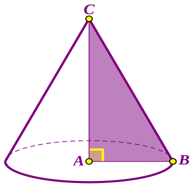
Ⓐ. $S_{tp} = 4\pi$.
Ⓑ. $S_{tp} = 2\pi$.
Ⓒ. $S_{tp} = 10\pi$.
Ⓓ. $S_{tp} = 6\pi$.



Lời giải:

Câu 5: Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

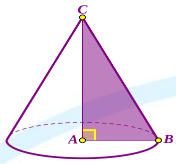
Ⓐ. $S=16\pi$.
Ⓑ. $S=8\sqrt{2}\pi$.
Ⓒ. $S=16\sqrt{2}\pi$.
Ⓓ. $S=4\sqrt{2}\pi$.



Lời giải: ....

Câu 6: Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là α, diện tích xung quanh của hình nón là:

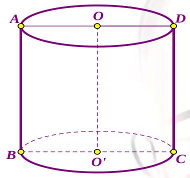
Ⓐ. $\pi a^2 \sin\alpha$.
Ⓑ. $2\pi a \cos\alpha$.
Ⓒ. $\pi a^2 \cos\alpha$.
Ⓓ. $2\pi a \sin\alpha$.



Lời giải: ....

Câu 7: Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy bằng $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

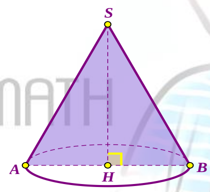
Ⓐ. $\sqrt{3}$. Ⓑ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
Ⓒ. $\frac{1}{3}$. Ⓓ. 3.



Lời giải: ....

Câu 8: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h=26$ cm, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón .

Ⓐ. $S_{xq}=353{,}953\text{ cm}^2$.
Ⓑ. $S_{xq}=796{,}394\text{ cm}^2$.
Ⓒ. $S_{xq}=1415{,}811\text{ cm}^2$.
Ⓓ. $S_{xq}=707{,}906\text{ cm}^2$.



Lời giải: ....

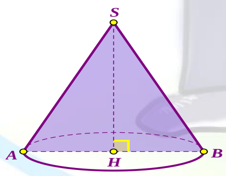
Câu 9: Trong không gian, cho tam giác OAB vuông tại O có $OA=4a$, $OB=3a$. Nếu quay đường gấp khúc OAB quanh cạnh OA thì mặt nón tạo thành có diện tích xung quanh S_{xq} bằng bao nhiêu?

Ⓐ. $S_{xq}=9\pi a^2$.
Ⓑ. $S_{xq}=16\pi a^2$.
Ⓒ. $S_{xq}=15\pi a^2$.
Ⓓ. $S_{xq}=12\pi a^2$.

Lời giải: ....

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy là 6, thể tích là 96π. Diện tích xung quanh của hình nón là

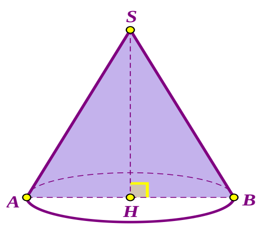
Ⓐ. 36π.
Ⓑ. 56π.
Ⓒ. 60π.
Ⓓ. 72π.



Lời giải: ....

Câu 11: Thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích toàn phần của hình nón này?

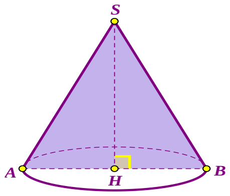
Ⓐ. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}$.
Ⓑ. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.
Ⓒ. $S_{tp}=\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)$.
Ⓓ. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(1+2\sqrt{2}\right)}{2}$.



Lời giải: ....

Câu 12: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh $2a$. Đường cao của hình nón là:

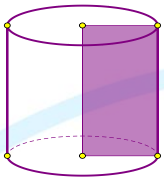
Ⓐ. $h = 2a$.
Ⓑ. $h = a$.
Ⓒ. $h = a\sqrt{3}$.
Ⓓ. $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải:

Câu 13: Cho hình trụ có bán kính bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

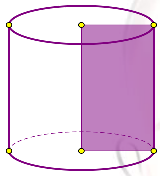
Ⓐ. $R = h$.
Ⓑ. $R = 2h$.
Ⓒ. $h = 2R$.
Ⓓ. $h = \sqrt{2}R$.



Lời giải:

Câu 14: Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π. Thể tích khối trụ (T) bằng

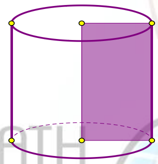
Ⓐ. 30π.
Ⓑ. 75π.
Ⓒ. 15π.
Ⓓ. 45π.



Lời giải:

Câu 15: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

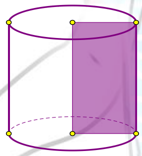
Ⓐ. $V = 32\pi$.
Ⓑ. $V = 64\sqrt{2}\pi$.
Ⓒ. $V = 128\pi$.
Ⓓ. $V = 32\sqrt{2}\pi$.



Lời giải:

Câu 16: Một khối trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Thể tích khối trụ bằng:

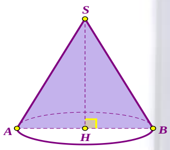
Ⓐ. 35π.
Ⓑ. 125π.
Ⓒ. 175π.
Ⓓ. 70π.



Lời giải:

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều dài đường sinh của hình nón là $5a$. Tính thể tích của khối nón tạo bởi hình nón đã cho.

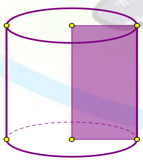
Ⓐ. $V = 20\pi a^3$.
Ⓑ. $V = 12\pi a^3$.
Ⓒ. $V = 16\pi a^3$.
Ⓓ. $V = 5\pi a^3$.



Lời giải:

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và diện tích xung quanh $S = 6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

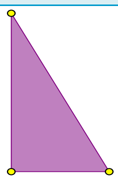
Ⓐ. $V = 3\pi$.
Ⓑ. $V = 9\pi$.
Ⓒ. $V = 18\pi$.
Ⓓ. $V = 6\pi$.



Lời giải:

Câu 19: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = 2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quay đường gấp khúc ABC quanh cạnh AB bằng

Ⓐ. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. Ⓑ. $\dfrac{8\pi a^3}{3}$.
Ⓒ. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. Ⓓ. $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.



Lời giải:

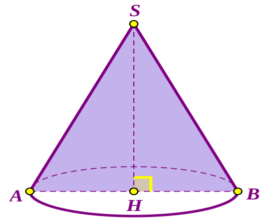
Câu 20: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

Ⓐ. $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Ⓑ. $\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Ⓒ. πa^3.

Ⓓ. $\dfrac{\pi a^3}{6}$.



Lời giải: ....

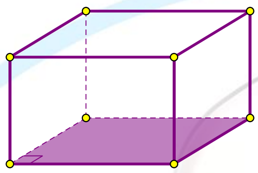
Câu 21: Cho hình lập phương cạnh $1cm$. Một hình nón có đỉnh là tâm một mặt của hình lập phương, đáy hình nón ngoại tiếp mặt đối diện với mặt chứa đỉnh. Khi đó, thể tích V của khối nón đó là bao nhiêu ?

Ⓐ. $V = \dfrac{\pi}{6}cm^3$.

Ⓑ. $V = \dfrac{\pi}{2}cm^3$.

Ⓒ. $V = \dfrac{\pi}{4}cm^3$.

Ⓓ. $V = \dfrac{\pi}{3}cm^3$.



Lời giải: ....

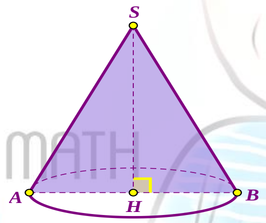
Câu 22: Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được thiết diện là tam giác vuông với cạnh huyền bằng $2a$. Tính thể tích của khối nón.

Ⓐ. $\dfrac{\pi.a^3}{3}$.

Ⓑ. $\dfrac{\pi\sqrt{2}.a^3}{3}$.

Ⓒ. $\dfrac{4\pi\sqrt{2}.a^3}{3}$.

Ⓓ. $\dfrac{2\pi.a^3}{3}$.



Lời giải: ....

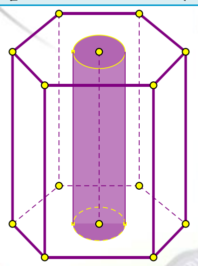
Câu 23: Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính đáy 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá a , 1 m^3 than chì có giá $8a$. Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

Ⓐ. $9,7a$.

Ⓑ. $97,03a$.

Ⓒ. $90,7a$.

Ⓓ. $9,07a$.



Lời giải: ....

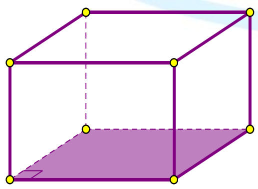
Câu 24: Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Tính theo a thể tích V của khối trụ đó.

Ⓐ. $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

Ⓑ. $V = \dfrac{\pi a^3}{4}$.

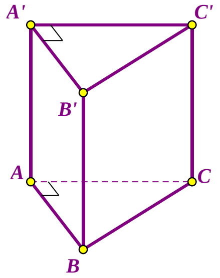
Ⓒ. $V = \pi a^3$.

Ⓓ. $V = 2\pi a^3$.



Lời giải: ....

Câu 25: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, góc giữa AC' và mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng $30°$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

Ⓐ. πa^3. Ⓑ. $2\pi a^3$. Ⓒ. $4\pi a^3$. Ⓓ. $3\pi a^3$.	 	Lời giải: ....

---------HẾT---------

Lớp toán thầy Thông Đình Đình

Dạy thật – Học thật - Giá trị thật

TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG – NĂM HỌC 2020 – 2021

HÌNH HỌC 12: CHƯƠNG II

MẶT TRÒN XOAY -TM2

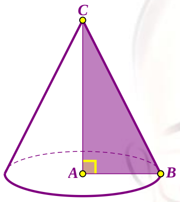
BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.

PHẦN ĐỀ

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

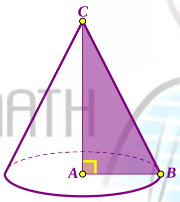
Ⓐ. $S_{xq}=12\pi$.
Ⓑ. $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$.
Ⓒ. $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$.
Ⓓ. $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$



Lời giải: ...

Câu 2: Cho khối nón (N) có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón (N).

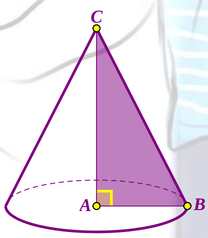
Ⓐ. 2.
Ⓑ. 1.
Ⓒ. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
Ⓓ. $\frac{4}{3}$



Lời giải: ...

Câu 3: Cho hình nón có đường cao là $h=\sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l=\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

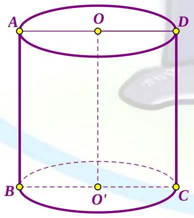
Ⓐ. $S=4\pi$.
Ⓑ. $S=2\sqrt{5}\pi$.
Ⓒ. $S=5\pi$.
Ⓓ. $S=\sqrt{5}\pi$



Lời giải: ...

Câu 4: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

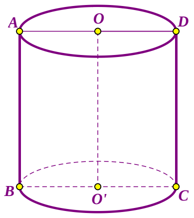
Ⓐ. $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$.
Ⓑ. $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$.
Ⓒ. $\pi a^2\sqrt{3}$.
Ⓓ. $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$



Lời giải: ...

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=2$ và đường sinh $l=3$ bằng

Ⓐ. 12π.
Ⓑ. 6π.
Ⓒ. 4π.
Ⓓ. 24π



Lời giải: ...

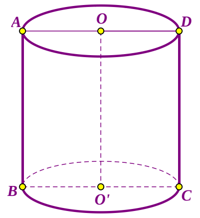
Câu 6: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

Ⓐ. $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Ⓑ. $r=5$.

Ⓒ. $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$.

Ⓓ. $r=5\sqrt{\pi}$.



Lời giải:

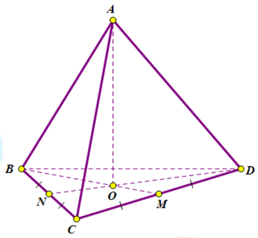
Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

Ⓐ. $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Ⓑ. $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$.

Ⓒ. $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

Ⓓ. $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$



Lời giải:

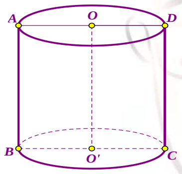
Câu 8: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ.

Ⓐ. 3π.

Ⓑ. 2π.

Ⓒ. 4π.

Ⓓ. π



Lời giải:

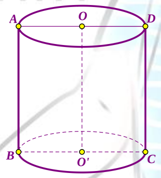
Câu 9: Cho hình trụ có đường cao $h=5cm$, bán kính đáy $r=3cm$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục $2cm$. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P).

Ⓐ. $S=5\sqrt{5}cm^2$.

Ⓑ. $S=6\sqrt{5}cm^2$.

Ⓒ. $S=3\sqrt{5}cm^2$.

Ⓓ. $S=10\sqrt{5}cm^2$

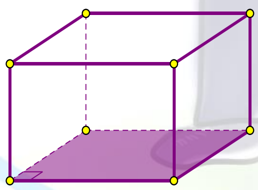


Lời giải:

Câu 10: Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình lập phương, S_2 là diện tích toàn phần của hình trụ (T). Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

Ⓐ. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{4}{\pi}$. Ⓑ. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{24}{5\pi}$.

Ⓒ. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{6}{\pi}$. Ⓓ. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{8}{\pi}$



Lời giải:

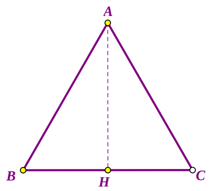
Câu 11: Cho tam giác đều ABC cạnh a, quay quay đường gấp khúc ABC xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

Ⓐ. $S_{xq}=\pi a^2$.

Ⓑ. $S_{xq}=\dfrac{1}{2}\pi a^2$.

Ⓒ. $S_{xq}=\dfrac{3}{4}\pi a^2$.

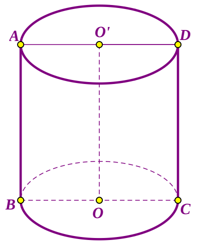
Ⓓ. $S_{xq}=2\pi a^2$



Lời giải:

Câu 12: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;\,R)$, với $OO' = R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;\,R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k = \dfrac{S_1}{S_2}$.

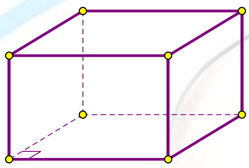
Ⓐ. $k = \dfrac{1}{3}$.
Ⓑ. $k = \sqrt{2}$.
Ⓒ. $k = \sqrt{3}$.
Ⓓ. $k = \dfrac{1}{2}$.



Lời giải: ....

Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc ACA' khi quay quanh trục AA'.

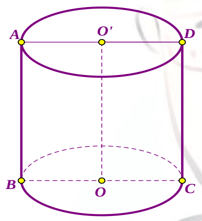
Ⓐ. $\pi\sqrt{6}$.
Ⓑ. $\pi\sqrt{5}$.
Ⓒ. $\pi\sqrt{3}$.
Ⓓ. $\pi\sqrt{2}$



Lời giải: ....

Câu 14: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

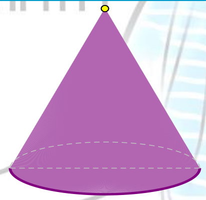
Ⓐ. $3a$.
Ⓑ. $2a$.
Ⓒ. $\dfrac{3}{2}a$.
Ⓓ. $\dfrac{2}{3}a$



Lời giải: ....

Câu 15: Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:

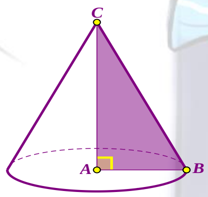
Ⓐ. một hình chữ nhật.
Ⓑ. một tam giác cân.
Ⓒ. một đường elip.
Ⓓ. một đường tròn



Lời giải: ....

Câu 16: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

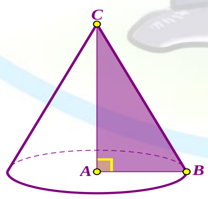
Ⓐ. $18\pi a^2$.
Ⓑ. $20\pi a^2$.
Ⓒ. $12\pi a^2$.
Ⓓ. $15\pi a^2$.



Lời giải: ....

Câu 17: Tính thể tích V của khối nón (N) có bán kính đáy $R = 3$ và góc ở đỉnh bằng $90°$.

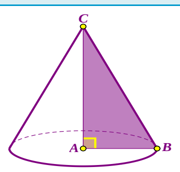
Ⓐ. $V = 27\pi$.
Ⓑ. $V = 3\pi$.
Ⓒ. $V = 36\pi$.
Ⓓ. $V = 9\pi$.



Lời giải: ....

Câu 18: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

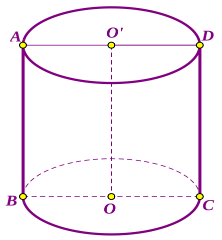
Ⓐ. $V = 12\pi$.
Ⓑ. $V = 20\pi$.
Ⓒ. $V = 36\pi$.
Ⓓ. $V = 60\pi$.



Lời giải: ....

Câu 19: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $AC = a\sqrt{2}$, $DCA = 30°$. Tính thể tích khối trụ.

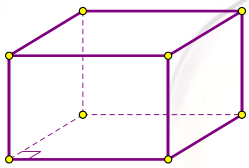
Ⓐ. $\dfrac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$.
Ⓑ. $\dfrac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$.
Ⓒ. $\dfrac{3\sqrt{3}}{16}\pi a^3$.
Ⓓ. $\dfrac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$



Lời giải: ...

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tạo thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'. Thể tích của khối trụ (T) bằng

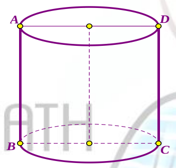
Ⓐ. $\dfrac{1}{3}\pi a^3$.
Ⓑ. $\dfrac{1}{2}\pi a^3$.
Ⓒ. $\dfrac{1}{6}\pi a^3$.
Ⓓ. $2\pi a^3$



Lời giải: ...

Câu 21: Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(I;r)$ và $(I';r)$. Mặt phẳng (β) đi qua I và I' đồng thời cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng 18. Tính thể tích khối trụ đã cho.

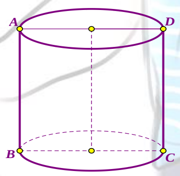
Ⓐ. $V=1458$.
Ⓑ. $V=486$.
Ⓒ. 486π .
Ⓓ. $V=1458\pi$.



Lời giải: ...

Câu 22: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

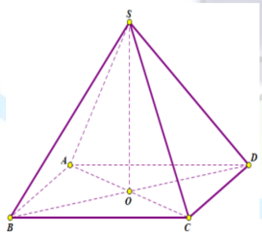
Ⓐ. $S=56$.
Ⓑ. $S=28$.
Ⓒ. $S=7\sqrt{34}$.
Ⓓ. $S=14\sqrt{34}$.



Lời giải: ...

Câu 23: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Diện tích mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng?

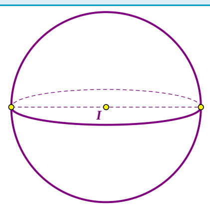
Ⓐ. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.
Ⓑ. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$.
Ⓒ. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$.
Ⓓ. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.



Lời giải: ...

Câu 24: Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng?

Ⓐ. 4π.
Ⓑ. 16π.
Ⓒ. $\dfrac{4\pi}{3}$.
Ⓓ. 2π



Lời giải: ...

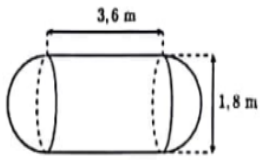
Câu 25: Một bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu có đường kính $1,8\,m$ và một hình trụ có chiều cao bằng $3,6\,m$. Thể tích của bồn chứa gần nhất với kết quả nào sau đây?

Ⓐ. $12,21\ m^3$

Ⓑ. $3,05\ m^3$

Ⓒ. $24,43\ m^3$

Ⓓ. $9,16\ m^3$



Lời giải: ....

....

....

....

....

....

---------HẾT---------

Lớp toán thầy Thông Đình Đình

Dạy thật – Học thật - Giá trị thật

TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG – NĂM HỌC 2020 – 2021

HÌNH HỌC 12: CHƯƠNG II

MẶT TRÒN XOAY -TM3

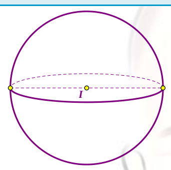
BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.

PHẦN ĐỀ

Câu 1: Thể tích của một khối cầu bằng $36\pi\left(cm^3\right)$. Đường kính của khối cầu bằng ?

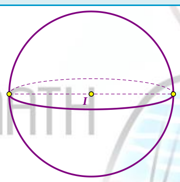
Ⓐ. $3cm$.
Ⓑ. $4cm$.
Ⓒ. $5cm$.
Ⓓ. $6cm$.



Lời giải: ....

Câu 2: Cho mặt cầu tâm I, bán kính $R=10$. Một mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính $r=6$. Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng?

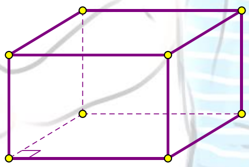
Ⓐ. 6.
Ⓑ. 9.
Ⓒ. 7.
Ⓓ. 8.



Lời giải: ....

Câu 3: Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối lập phương cạnh $2a$ có độ dài bằng?

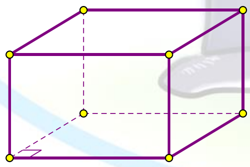
Ⓐ. a.
Ⓑ. $2a$.
Ⓒ. $a\sqrt{2}$.
Ⓓ. $a\sqrt{3}$.



Lời giải: ....

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (H) là hình cầu nội tiếp hình lập phương. Khi đó $\dfrac{V_{(H)}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}$ bằng?

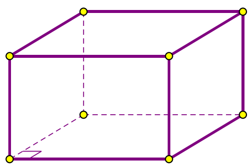
Ⓐ. $\dfrac{\pi}{6}$.
Ⓑ. $\dfrac{\pi}{4}$.
Ⓒ. $\dfrac{\pi}{3}$.
Ⓓ. $\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}$



Lời giải: ....

Câu 5: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước $3;\,4;\,12$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật là

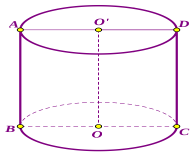
Ⓐ. 5.
Ⓑ. $\dfrac{13}{2}$.
Ⓒ. 10.
Ⓓ. 13.



Lời giải: ....

Câu 6: Một khối trụ có thể tích bằng 16π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

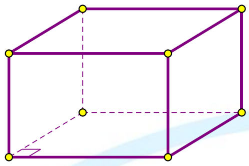
Ⓐ. $r=1$.
Ⓑ. $r=4$.
Ⓒ. $r=3$.
Ⓓ. $r=8$.



Lời giải: ...

Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8$, $CD=6$, $AC'=12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

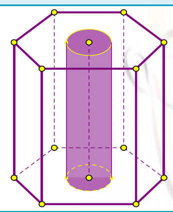
Ⓐ. $S_{tp}=576\pi$.
Ⓑ. $S_{tp}=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi$.
Ⓒ. $S_{tp}=26\pi$.
Ⓓ. $S_{tp}=5\left(4\sqrt{11}+4\right)\pi$.



Lời giải: ...

Câu 8: Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy $3\ (mm)$ và chiều cao bằng $200\ (mm)$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính $1\ (mm)$. Giả định $1\ m^3$ gỗ có giá a triệu đồng, $1\ m^3$ than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

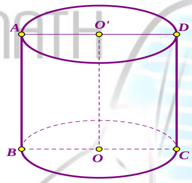
Ⓐ. $84{,}5.a$ đồng.
Ⓑ. $78{,}2.a$ đồng.
Ⓒ. $8{,}45.a$ đồng.
Ⓓ. $7{,}82.a$ đồng.



Lời giải: ...

Câu 9: Cho hình trụ có chiều cao bằng 4 nội tiếp trong hình cầu bán kính bằng 3. Tính thể tích khối trụ này.

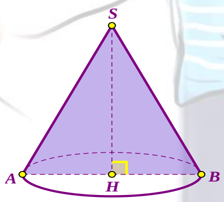
Ⓐ. 40π.
Ⓑ. 20π.
Ⓒ. $\dfrac{20\pi}{3}$.
Ⓓ. 36π.



Lời giải: ...

Câu 10: Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π. Tính thể tích V của khối nón đó.

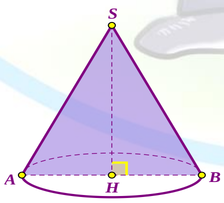
Ⓐ. $V=4\pi\sqrt{5}$.
Ⓑ. $V=\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.
Ⓒ. $V=12\pi$.
Ⓓ. $V=4\pi$.



Lời giải: ...

Câu 11: Cạnh bên của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng $120°$. Diện tích toàn phần của hình nón là

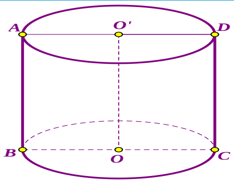
Ⓐ. $\pi^2\left(3+\sqrt{3}\right)$
Ⓑ. $2\pi a^2\left(3+\sqrt{3}\right)$
Ⓒ. $6\pi a^2$
Ⓓ. $\pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$



Lời giải: ...

Câu 12: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h. Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

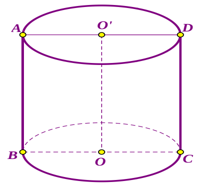
Ⓐ. 6 lần
Ⓑ. 36 lần
Ⓒ. 12 lần
Ⓓ. 18 lần



Lời giải: ...

Câu 13: Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính $50\ (\text{cm})$. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính $45\ (\text{cm})$. Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét ?

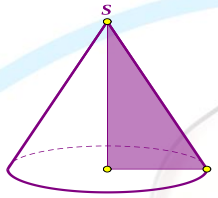
Ⓐ. $373\ (\text{m})$
Ⓑ. $187\ (\text{m})$
Ⓒ. $384\ (\text{m})$
Ⓓ. $192\ (\text{m})$



Lời giải:

Câu 14: Cho hình nón đỉnh S, góc ở đỉnh bằng $120°$, đáy là hình tròn $\left(O;3R\right)$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua S và tạo với đáy góc $60°$. Diện tích thiết diện là

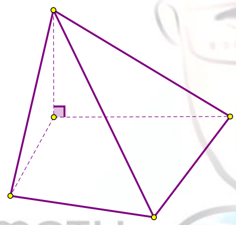
Ⓐ. $2\sqrt{2}R^2$
Ⓑ. $4\sqrt{2}R^2$
Ⓒ. $6\sqrt{2}R^2$
Ⓓ. $8\sqrt{2}R^2$



Lời giải:

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác có $AB = a,\ BC = a\sqrt{3},\ CD = a\sqrt{2},\ DA = a\sqrt{2},\ AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

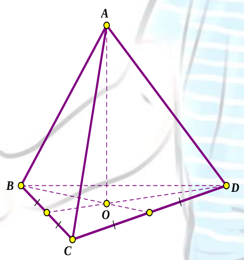
Ⓐ. $R = \dfrac{3a}{2}$.
Ⓑ. $R = \dfrac{a}{2}$.
Ⓒ. $R = 2a$.
Ⓓ. $R = a$.



Lời giải:

Câu 16: Nếu khối cầu ngoại tiếp một tứ diện đều có bán kính bằng R thì thể tích của tứ diện đều bằng

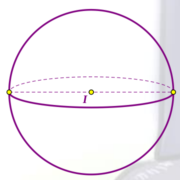
Ⓐ. $\dfrac{8R^3\sqrt{3}}{27}$. Ⓑ. $\dfrac{8R^3\sqrt{3}}{9}$.
Ⓒ. $\dfrac{4R^3\sqrt{3}}{9}$. Ⓓ. $\dfrac{4R^3\sqrt{3}}{27}$.



Lời giải:

Câu 17: Cho mặt cầu $S\left(I,r\right)$ và một điểm A biết $IA = 2r$. Qua A kẻ một tiếp tuyến với mặt cầu tại B. AB có độ dài là

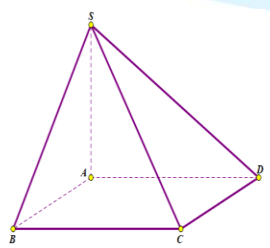
Ⓐ. $r\sqrt{3}$.
Ⓑ. $2r\sqrt{3}$.
Ⓒ. $\sqrt{3}$.
Ⓓ. $r\sqrt{2}$.



Lời giải:

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a,\ BC = a\sqrt{3},\ SA = a\sqrt{5}$ và SA vuông góc với mặt đáy. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

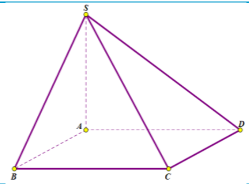
Ⓐ. $R = \dfrac{a}{3}$.
Ⓑ. $R = \dfrac{3a}{2}$.
Ⓒ. $R = \dfrac{a}{2}$.
Ⓓ. $R = \dfrac{3a}{4}$.



Lời giải:

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là điểm nào?

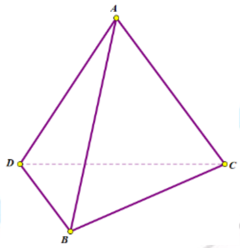
Ⓐ. Trung điểm SC.
Ⓑ. Trung điểm SB.
Ⓒ. Trung điểm SA.
Ⓓ. Trung điểm CA



✎ *Lời giải:* ....

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a,\ AC = BD = b,\ AD = BC = c$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

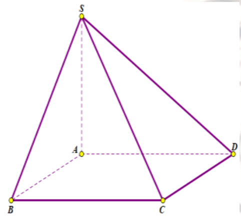
Ⓐ. $R = \sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}}$.
Ⓑ. $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.
Ⓒ. $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}}$.
Ⓓ. $R = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$.



✎ *Lời giải:* ....

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$ và $SA = a$. Gọi E là trung điểm CD. Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn điểm

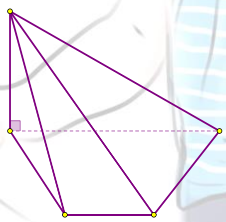
Ⓐ. $S = \dfrac{\pi a^2}{3}$.
Ⓑ. $S = \dfrac{41\pi a^2}{16}$.
Ⓒ. $S = \dfrac{41\pi a^2}{4}$.
Ⓓ. $S = \dfrac{2\pi a^2}{3}$.



✎ *Lời giải:* ....

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều $AB = BC = CD = a$ và $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

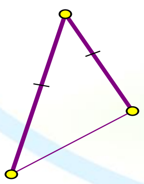
Ⓐ. $R = \dfrac{a}{2}$.
Ⓑ. $R = a$.
Ⓒ. $R = 2a$.
Ⓓ. $R = \dfrac{3a}{2}$.



✎ *Lời giải:* ....

Câu 23: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$. Từ B và C dựng các đoạn BD, CE vuông góc với mặt phẳng (ABC) ở về một phía của (ABC) sao cho $BD = CE = a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCED$ là

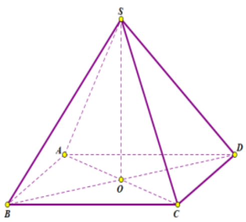
Ⓐ. $S = 2\pi a^2$.
Ⓑ. $S = \pi a^2$.
Ⓒ. $S = 3\pi a^2$.
Ⓓ. $S = 4\pi a^2$.



✎ *Lời giải:* ....

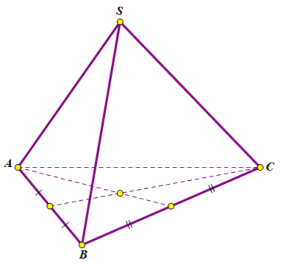
Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đó là

Ⓐ. $\dfrac{a}{4}$.
Ⓑ. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Ⓒ. $\dfrac{a}{2}$.
Ⓓ. $2a$.



✎ *Lời giải:* ....

Câu 25: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đường cao $SH = h$, $\widehat{SAB} = 45^0$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

Ⓐ. $R=\dfrac{h}{2}$. Ⓑ. $R=\dfrac{3h}{2}$. Ⓒ. $R=\dfrac{h}{3}$. Ⓓ. $R=\dfrac{2h}{3}$.	 	Lời giải: ....

---------HẾT---------