

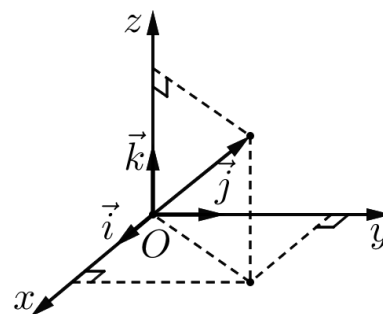
Bài 1 HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

I - TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ CỦA VECTƠ

1. Tọa độ của một điểm

Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M tùy ý. Vì ba vectơ \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} không đồng phẳng nên có một bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$



Ngược lại với bộ ba số $(x; y; z)$ ta có một điểm M duy nhất trong không gian thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Ta gọi bộ ba số $(x; y; z)$ đó là tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$ đã cho và viết

$$M = (x; y; z) \text{ hoặc } M(x; y; z).$$

2. Tọa độ của vectơ

Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} . Khi đó luôn tồn tại duy nhất bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ sao cho: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$.

Ta gọi bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ đó là tọa độ của vectơ \vec{a} đối với hệ tọa độ $Oxyz$ cho trước và viết $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ hoặc $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$.

II - BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

Định lí

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

a) $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.

b) $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$.

c) $k\vec{a} = k(a_1; a_2; a_3) = (ka_1; ka_2; ka_3)$ với k là một số thực.

Hệ quả

a) Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1; a_2 = b_2; a_3 = b_3.$$

b) Vectơ $\vec{0}$ có tọa độ là $(0; 0; 0)$.

c) Vectơ $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $a_1 = kb_1; a_2 = kb_2; a_3 = kb_3$.

d) Trong không gian $Oxyz$, nếu cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

III - TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

1. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Định lí

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ được xác định bởi công thức

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3.$$

2. Ứng dụng

a) *Độ dài của một vectơ*. Cho vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$. Ta biết rằng $|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$ hay $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$.

$$\text{Do đó } |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$

b) *Khoảng cách giữa hai điểm*. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Khi đó khoảng cách giữa hai điểm A và B chính là độ dài của vectơ \vec{AB} . Do đó ta có:

$$AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

c) *Góc giữa hai vectơ*. Nếu φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ với

\vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$ thì $\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. Do đó

$$\cos \varphi = \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}.$$

Từ đó suy ra $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$.

IV - TÍCH CÓ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

1. Định nghĩa

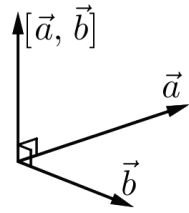
Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

Tích có hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là một vectơ, kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ và được xác định như sau:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2 b_3 - a_3 b_2; a_3 b_1 - a_1 b_3; a_1 b_2 - a_2 b_1).$$

2. Tính chất

- \vec{a} cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$
- $[\vec{a}, \vec{b}]$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{a} và \vec{b}
- $[\vec{b}, \vec{a}] = -[\vec{a}, \vec{b}]$
- $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}; \vec{b})$



3. Ứng dụng

- Xét sự đồng phẳng của ba vectơ:
 - +) Ba vectơ $\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$
 - +) Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$
- Diện tích hình bình hành: $S_{\square ABCD} = ||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]||$
- Tính diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]||$
- Tính thể tích hình hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = ||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}'||$
- Tính thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} ||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}'||$

V - PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Định lí

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có phương trình là

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$$

Nhận xét. Phương trình mặt cầu nói trên có thể viết dưới dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2.$$

Dạng 1. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ

Câu 1. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3; 3; -1)$. B. $(-1; -1; -3)$. C. $(3; 1; 1)$. D. $(1; 1; 3)$.

Câu 2. (ĐHSP Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; -4; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} = 2\vec{b}$. B. $\vec{b} = -2\vec{a}$. C. $\vec{a} = -2\vec{b}$. D. $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Câu 3. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 1)$, $B(0; 5; -1)$. Tích vô hướng của hai vectơ \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{OB} bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} thỏa mãn $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$.
Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(2;1;-3)$. B. $(2;-3;1)$. C. $(1;2;-3)$. D. $(1;-3;2)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}.$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (-3;4;0)$, $\vec{c} = (-1;-2;0)$.
B. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (-3;4;0)$, $\vec{c} = (0;-2;0)$.
C. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (0;-3;4)$, $\vec{c} = (-1;-2;0)$.
D. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (1;-3;4)$, $\vec{c} = (-1;-2;1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0;1;3)$ và $\vec{b} = (-2;3;1)$.

Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vectơ \vec{x} là

- A. $\left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. B. $\left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. D. $\left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a} = (-1;1;0), \quad \vec{b} = (1;1;0) \quad \text{và} \quad \vec{c} = (1;1;1).$$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $\vec{a} \perp \vec{b}$. D. $\vec{c} \perp \vec{b}$.

Câu 8. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin góc giữa vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 9. (ĐHSP Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 120° . D. 150° .

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ

$$\vec{p} = (3, -2, 1), \quad \vec{q} = (-1, 1, -2), \quad \vec{r} = (2, 1, -3) \quad \text{và} \quad \vec{c} = (11, -6, 5).$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} + \vec{r}$. B. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.
C. $\vec{c} = 2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{r}$. D. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} - 2\vec{r}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ

$$\vec{a} = (2;3;1), \quad \vec{b} = (-1;5;2), \quad \vec{c} = (4;-1;3) \quad \text{và} \quad \vec{x} = (-3;22;5).$$

Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

- A. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.
C. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1;0;-2)$, $\vec{b} = (-2;1;3)$, $\vec{c} = (-4;3;5)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$ ta được

A. $m = 2; n = -3$. B. $m = -2; n = -3$. C. $m = 2; n = 3$. D. $m = -2; n = 3$.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m+1; -1)$ và $\vec{b} = (1; -3; 2)$.

Giá trị nguyên của m để $|\vec{b}(2\vec{a} - \vec{b})| = 4$ là

A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; m+1)$ và $\vec{v} = (0; m-2; 1)$. Giá trị của m để hai vectơ \vec{u} và \vec{v} cùng phương là

A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai vectơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương khi

A. $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{2}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(-10; 5; 3)$ và $M(2m-1; 2; n+2)$. Để A, B, M thẳng hàng thì giá trị của m, n là

A. $m = 1, n = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{3}{2}, n = 1$. C. $m = -1, n = -\frac{3}{2}$. D. $m = \frac{2}{3}, n = \frac{3}{2}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (0; 2m; -4)$. Tìm giá trị của tham số m để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} vuông góc.

A. $m = -4$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài của vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ bằng

A. -54 . B. 6 . C. 9 . D. 54 .

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (2; -1; 2)$ và vectơ đơn vị \vec{v} thỏa mãn $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$. Độ dài của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ bằng

A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 20*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} thỏa mãn $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 1$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$. Góc giữa hai vectơ \vec{v} và $\vec{u} - \vec{v}$ bằng

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Dạng 2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM

Câu 21. (KHTN Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(0; -1; 1)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1; 1; 0)$. B. $(2; 2; 0)$. C. $(-2; -4; 2)$. D. $(-1; -2; 1)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-3; 0; -1)$ và điểm $A(0; 2; 1)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $M(-5; 1; 2)$. B. $M(3; -2; 1)$. C. $M(1; 4; -2)$. D. $M(5; 4; -2)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3;4;2)$, $B(-5;6;2)$, $C(-4;7;-1)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ là

- A. $(-10;17;-7)$. B. $(10;17;-7)$. C. $(10;-17;7)$. D. $(-10;-17;7)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(3;1;5)$. B. $(1;2;3)$. C. $(-2;8;6)$. D. $(3;9;4)$.

Câu 25. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $OABD$ có $\overrightarrow{OA} = (-1;1;0)$ và $\overrightarrow{OB} = (1;1;0)$ với O là gốc tọa độ. Tọa độ của điểm D là

- A. $(0;1;0)$. B. $(2;0;0)$. C. $(1;0;1)$. D. $(1;1;0)$.

Câu 26*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$. Biết $A(a;b;c)$, $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1;4;-2)$; điểm $G(3;-3;6)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$. Tổng $a + b + 3c$ bằng

- A. $\frac{17}{3}$. B. 21. C. 25. D. 33.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $(10;8;6)$. B. $(1;-2;0)$. C. $(13;0;17)$. D. $(8;4;10)$.

Câu 28. [ĐỀ THAM KHẢO 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3;0;0)$. B. $N(0;-1;1)$. C. $P(0;-1;0)$. D. $Q(0;0;1)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;-1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(-3;2;1)$. B. $(3;2;1)$. C. $(3;2-1)$. D. $(3;-2;-1)$.

Câu 30. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2;1;0)$. B. $(0;0;-1)$. C. $(2;0;0)$. D. $(0;1;0)$.

Câu 31. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(3;-1;-2)$. B. $(3;-1;2)$. C. $(3;1;-2)$. D. $(-3;-1;2)$.

Câu 32. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 3$. B. $OA = 9$. C. $OA = \sqrt{5}$. D. $OA = 5$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

- A. 10. B. $\sqrt{10}$. C. 2. D. 3.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Đối xứng của điểm M qua gốc tọa độ O là điểm $M'(-3; 1; -2)$.
 B. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng 14.
 C. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.
 D. Đối xứng của điểm O qua điểm M là điểm $O'(6; -2; 4)$.

Câu 35. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 2; -1)$, $B(-5; 4; 2)$, $C(-1; 0; 5)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(-1; 1; 1)$. B. $(-2; 2; 2)$. C. $(-3; 3; 3)$. D. $(-6; 6; 6)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$. Gọi A, B, C theo thứ tự là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) , (zOx) , (xOy) . Trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $G\left(\frac{-a+b+c}{3}; \frac{a-b+c}{3}; \frac{a+b-c}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$.
 C. $G\left(\frac{a+b+c}{3}; \frac{a+b+c}{3}; \frac{a+b+c}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{2a}{3}; \frac{2b}{3}; \frac{2c}{3}\right)$.

Câu 37*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho sáu điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 3; -3)$ và A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Nếu G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ thì G' có tọa độ là

- A. $\left(2; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $\left(2; -\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Gọi $M(a; 0; 0)$ là điểm có hoành độ dương sao cho $AM = BC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \leq -6$. B. $-6 < a \leq 5$. C. $a > 5$. D. $a > 6$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(3; 1; -1)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -2 . B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2 .

Câu 40*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-1; -2; 0)$, $C(2; 1; -1)$. Tọa độ chân đường cao H hạ từ A xuống BC là

- A. $H\left(\frac{5}{19}; -\frac{14}{19}; -\frac{8}{19}\right)$. B. $H\left(\frac{4}{9}; 1; 1\right)$.
 C. $H\left(1; 1; -\frac{8}{9}\right)$. D. $H\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Độ dài đường phân giác trong góc B của tam giác ABC bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;-4;0)$, $B(-5;6;0)$, $C(3;2;0)$. Tọa độ chân đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là
 A. $(15;-14;0)$. B. $(15;-4;0)$. C. $(-15;4;0)$. D. $(-15;-14;0)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có đỉnh $C(-2;2;2)$ và trọng tâm $G(-1;1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B của tam giác ABC , biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục cao.
 A. $A(-1;-1;0)$, $B(0;0;4)$. B. $A(-1;1;0)$, $B(0;0;4)$.
 C. $A(-1;0;1)$, $B(0;0;4)$. D. $A(-4;4;0)$, $B(0;0;1)$.

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-10)$ và $C(a;b;c)$. Trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng (Oxz) . Tổng $a+b+c$ bằng
 A. -3 . B. 1 . C. 7 . D. 11 .

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(1;0;-1)$ và $C(0;-1;2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
 B. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân.
 C. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác có một góc bằng 60° .
 D. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác vuông.

Dạng 3. TÍCH CÓ HƯỚNG CỦA 2 VECTO

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây sai?

- A. $[\vec{a}, \vec{b}]$ là một vectơ. B. $[2\vec{a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$.
 C. $[2\vec{a}, 2\vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$. D. $[\vec{a}, \vec{b}]$ vuông góc với hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Gọi $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$. Mệnh đề sau đây là đúng?

- A. \vec{c} cùng phương với \vec{a} . B. \vec{c} cùng phương với \vec{b} .
 C. \vec{c} vuông góc với hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . D. Cả A và B đều đúng.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các bộ ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sau đây, bộ nào thỏa mãn tính chất $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$ (hay còn gọi là ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng)?

- A. $\vec{a} = (1;-1;1)$, $\vec{b} = (0;1;2)$, $\vec{c} = (4;2;3)$. B. $\vec{a} = (4;3;4)$, $\vec{b} = (2;-1;2)$, $\vec{c} = (1;2;1)$.
 C. $\vec{a} = (1;7;9)$, $\vec{b} = (3;6;1)$, $\vec{c} = (2;1;7)$. D. $\vec{a} = (2;1;0)$, $\vec{b} = (1;-1;2)$, $\vec{c} = (2;2;-1)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3;-1;-2)$, $\vec{b} = (1;2;m)$ và $\vec{c} = (5;1;7)$. Giá trị của tham số m để $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (m; 3; -1)$ và $\vec{w} = (1; 2; 1)$. Để ba vectơ đã cho đồng phẳng khi m nhận giá trị nào sau đây?

- A. -8 . B. 4 . C. $-\frac{7}{3}$. D. $-\frac{8}{3}$.

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$ và $D(0; m; p)$. Hệ thức giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là

- A. $2m + p = 0$. B. $m + p = 1$. C. $m + 2p = 3$. D. $2m - 3p = 0$.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 4)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; 4; 0)$ và $D(a; b; 0)$. Điều kiện cần và đủ của a, b để hai đường thẳng AD và BC cùng thuộc một mặt phẳng là

- A. $3a + b = 7$. B. $3a - 5b = 0$. C. $4a + 3b = 2$. D. $a - 2b = 1$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{6}$.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi $H(a; b; c)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$. Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và $D(-2; 1; -1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1 . D. 2 .

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$ và $D(1; 1; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của đỉnh D là

A. $D(0;-7;0)$.

B. $D(0;8;0)$.

C. $D(0;-7;0)$ hoặc $D(0;8;0)$.

D. $D(0;7;0)$ hoặc $D(0;-8;0)$.

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;1;-6)$, $B(0;0;-2)$, $C(-5;1;2)$ và $D'(2;1;-1)$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 36.

B. 38.

C. 40.

D. 42.

Dạng 4. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Câu 61. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$.

B. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

D. $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 62. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. 3.

C. $\sqrt{15}$.

D. 9.

Câu 63. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm nằm trên trục Oz ?

A. $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$.

B. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 2 = 0$.

C. $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$.

D. $(S_4): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) ?

A. $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$.

B. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$.

C. $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6z - 2 = 0$.

D. $(S_4): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Câu 65. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;-4)$, bán kính bằng 4 có phương trình là

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16$.

B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 4$.

Câu 66. (ĐHSP Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3;0;4)$ và đi qua điểm $A(-3;0;0)$ có phương trình

A. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4$.

B. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16$.

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$.

D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 4$.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 69. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

- A. 2. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 70. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 10xy - 8y + 2z - 1 = 0$. B. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x - 6y + 4z - 1 = 0$.
 C. $x^2 + (y-z)^2 - 2x - 4(y-z) - 9 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x - 6y + 4z + 9 = 0$.

Câu 71. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$. B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

Câu 72. (KHTN Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m < 9$. B. $m \leq 9$. C. $m > 9$. D. $m \geq 9$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tập tất cả các giá trị của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là

- A. $\{1; -11\}$. B. $\{1; 10\}$. C. $\{-1; 11\}$. D. $\{-10; 2\}$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có phương trình nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

- A. $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$. B. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$.
 C. $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$. D. $(S_4): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Điểm nào sau đây nằm ngoài mặt cầu (S) ?

- A. $M(-1; 2; 5)$. B. $N(0; 3; 2)$. C. $P(-1; 6; -1)$. D. $Q(2; 4; 5)$.

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

- A. $M(0; 1; -1)$. B. $N(0; 3; 2)$. C. $P(-1; 6; -1)$. D. $Q(1; 2; 0)$.

Câu 77. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 25$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu (S) ?

- A. $M(3; -2; -4)$. B. $N(0; -2; -2)$. C. $P(3; 5; 2)$. D. $Q(1; 3; 0)$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 4$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) ?

- A. (Oxy) . B. (Oyz) . C. (Oxz) . D. Cả A, B, C.

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) ?

- A. $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$. B. $(S_2): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(S_3): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1.$ D. $(S_4): x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16.$

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây tiếp xúc với hai trục tọa độ Oy và Oz ?

A. $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2.$ B. $(S_2): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1.$
 C. $(S_3): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1.$ D. $(S_4): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2.$

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2,0,0)$, $B(0,4,0)$, $C(0,0,4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (O là gốc tọa độ)?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0.$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9.$
 C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 20.$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z = 9.$

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(0,2,0)$, $B(2;3;1)$, $C(0,3;1)$ và có tâm ở trên mặt phẳng (Oxz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $x^2 + (y-6)^2 + (z-4)^2 = 9.$ B. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 16.$
 C. $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 26.$ D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14.$

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4.$ B. $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4.$
 C. $(S): (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4.$ D. $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4.$

Câu 84. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) .

A. $m = 0.$ B. $m = \pm 2.$ C. $m = \sqrt{5}.$ D. $m = \pm \sqrt{5}.$

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 - 2cz = 0$ là phương trình mặt cầu, với a, b, c là các số thực và $c \neq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O .
- B. (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) .
- C. (S) tiếp xúc với trục Oz .
- D. (S) tiếp xúc với các mặt phẳng (Oyz) và (Ozx) .

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Mặt phẳng (Oxy) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

A. $r = 2.$ B. $r = \sqrt{5}.$ C. $r = \sqrt{6}.$ D. $r = 4.$

Câu 87. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm M thay đổi trên mặt cầu. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM bằng

A. 3. B. 6. C. 9. D. 12.

Câu 88*. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$ và điểm $A(4;4;0)$. Gọi $B(a;b;c)$ là điểm có hoành độ dương thuộc (S) sao cho tam giác OAB đều (O là gốc tọa độ). Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -8 . B. 0 . C. 4 . D. 8 .

Câu 89*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,3)$. Tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ thỏa $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính

- A. $R = \sqrt{2}$. B. $R = 2$. C. $R = 2\sqrt{2}$. D. $R = 4$.

Câu 90*. (ĐHSP Hà Nội lần 4, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(5;0;0)$. Gọi (\mathcal{H}) là tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (\mathcal{H}) là một đường tròn có bán kính bằng 2.
 B. (\mathcal{H}) là một đường tròn có bán kính bằng 4.
 C. (\mathcal{H}) là một mặt cầu có bán kính bằng 2.
 D. (\mathcal{H}) là một mặt cầu có bán kính bằng 4.

Bài 2 (PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

I - VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG

Định nghĩa

Cho mặt phẳng (α) . Nếu vectơ \vec{n} khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) thì \vec{n} được gọi là vectơ pháp tuyến của (α) .

Chú ý. Nếu \vec{n} là vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng thì $k\vec{n}$ với $k \neq 0$, cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

II - PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

1. Định nghĩa

Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0 được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét

- a) Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.
 b) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận vectơ $\vec{n} = (A; B; C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

2) Các trường hợp đặc biệt

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (α)	Tính chất mặt phẳng (α)
$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	(α) đi qua gốc tọa độ O
$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	(α) $\parallel Ox$ hoặc (α) $\supset Ox$
$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	(α) $\parallel Oy$ hoặc (α) $\supset Oy$
$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	(α) $\parallel Oz$ hoặc (α) $\supset Oz$
$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	(α) $\parallel (Oxy)$ hoặc (α) $\equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$By + D = 0$	(α) $\parallel (Oxz)$ hoặc (α) $\equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	(α) $\parallel (Oyz)$ hoặc (α) $\equiv (Oyz)$

Chú ý

- Nếu trong phương trình (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục tương ứng.
- Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn (α): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ với $abc \neq 0$.

III - VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$$(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \quad \text{và} \quad (\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

- $(\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$.
- $(\alpha) \parallel (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.
- $(\alpha) \cap (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$ hoặc $\frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$.
- $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

IV - KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Định lí

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α), được tính theo công thức:

$$d[M_0, (\alpha)] = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Dạng 1. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Câu 1. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$.

Câu 2. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $y - z = 0$. D. $z = 0$.

Câu 3. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 4. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $(P): x + y + 2z - 3 = 0$. B. $(P): x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(3; 4; 0)$ thuộc (S) . Phương trình mặt phẳng tiếp diện với (S) tại A là

- A. $2x - 2y - z + 2 = 0$. B. $2x - 2y + z + 2 = 0$.
C. $2x + 2y + z - 14 = 0$. D. $x + y + z - 7 = 0$.

Câu 6. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

- A. $2x - y - z + 5 = 0$. B. $2x - y - z - 5 = 0$.
C. $x + y + 2z - 3 = 0$. D. $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Câu 7. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oyz) và đi qua điểm $K(4; -5; 7)$ có phương trình

- A. $7y + 5z = 0$. B. $x - 4 = 0$. C. $y + 5 = 0$. D. $z - 7 = 0$.

Câu 8. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; 0)$, $B(0; 0; 3)$ và $C(1; 0; 0)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0$.
C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$.

Câu 9. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và đi qua điểm $I(1; 2; 3)$ có phương trình

A. $2x - y = 0$. B. $z - 3 = 0$. C. $x - 1 = 0$. D. $y - 2 = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; 5)$ và $N(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (α) chứa M, N và song song với trục Oy có phương trình

A. $(\alpha): 4x - z + 1 = 0$. B. $(\alpha): x - 4z + 2 = 0$.
 C. $(\alpha): 2x + z - 3 = 0$. D. $(\alpha): x + 4z - 1 = 0$.

Câu 11. (KHTN lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$, $(Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình

A. $x - y + z + 2 = 0$. B. $4x - y + z - 1 = 0$.
 C. $4x - y - 3z - 5 = 0$. D. $x + y + 2z - 1 = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình

A. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0$. B. $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0$.
 C. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$. D. $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0$.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 4x - 3y - 7z + 3 = 0$ và điểm $I(1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (β) đối xứng với (α) qua I là

A. $(\beta): 4x - 3y - 7z - 3 = 0$. B. $(\beta): 4x - 3y - 7z + 11 = 0$.
 C. $(\beta): 4x - 3y - 7z - 11 = 0$. D. $(\beta): 4x - 3y - 7z + 5 = 0$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$ và $P(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): \frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$. B. $(\alpha): \frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.
 C. $(\alpha): x - 4y + 2z = 0$. D. $(\alpha): x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự lần lượt là M, N, P . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$. B. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$.
 C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$. D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G và cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): 2x + 3y + 6z - 18 = 0$. B. $(\alpha): 3x + 2y + 6z - 18 = 0$.
 C. $(\alpha): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. D. $(\alpha): 6x + 3y + 3z - 18 = 0$.

Câu 17*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $(\alpha): 2x + y + z - 6 = 0$. B. $(\alpha): x + 2y + z - 6 = 0$.
 C. $(\alpha): x + y + 2z - 6 = 0$. D. $(\alpha): 2x + y + z + 6 = 0$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ bằng 2 và song song với mặt phẳng (Oxy) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $(P): z - 2 = 0$. B. $(P): x - 2 = 0$. C. $(P): y + z - 2 = 0$. D. $(P): x - y - 2 = 0$.

Câu 19. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$.
 C. $-2x + z + 6 = 0$. D. $-2x + z - 6 = 0$.

Câu 20*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (SBH) ?

- A. $x + 5y - 7z - 15 = 0$. B. $5x - y + 7z + 15 = 0$.
 C. $7x + 5y + z - 15 = 0$. D. $x - 7y + 5z + 15 = 0$.

Dạng 2. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẪNG

Câu 21. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

- A. $\frac{5}{\sqrt{29}}$. B. $\frac{5}{29}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 22. (Đại học Vinh lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (α) là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

Câu 23. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 24. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và cách (α) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

- A. $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$. B. $x + y - z + 6 = 0$.
 C. $x - y - z + 6 = 0; x - y - z = 0$. D. $x + y + z + 6 = 0; x + y + z = 0$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 3z + 6 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z + 2)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{6}$. C. 5. D. 6.

Câu 27. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$?

- A. $x + y + z + \sqrt{3} = 0$. B. $2x + 2y - z + 12 = 0$.
 C. $4x - 3y - z - 4\sqrt{26} = 0$. D. $3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$.

Câu 28. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.

Câu 29. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 2z + 15 = 0$. Khoảng cách ngắn nhất giữa điểm M trên (S) và điểm N trên (P) bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 30*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(2; 0; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (5; 2; -1)$. B. $\vec{n} = (5; -2; -1)$. C. $\vec{n} = (5; 2; 1)$. D. $\vec{n} = (-5; 2; -1)$.

Dạng 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 31. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $M(1; 1; 6)$. B. $N(-5; 0; 0)$. C. $P(0; 0; -5)$. D. $Q(2; -1; 5)$.

Câu 32. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?

- A. $M(1; -1; 1)$. B. $N(2; 2; 2)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $Q(3; 3; 0)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$ và $(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là

- A. Song song với nhau. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 14 = 0$ và $(Q): -x - 2y - 2z - 16 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là

- A. Song song với nhau. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 35. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$, $(\beta): x + y - z + 2 = 0$ và $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\gamma) \perp (\beta)$. C. $(\alpha) \parallel (\beta)$. D. $(\alpha) \perp (\gamma)$.

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): x - 4y + (m - 1)z + 1 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $m = -6$. B. $m = -3$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz - 3 = 0$ và $(\beta): 2x + my + 2z + 6 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì (α) song song với (β) ?

- A. $m = -2$ và $n = 1$. B. $m = 1$ và $n = -2$.
C. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$. D. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$.

Câu 38*. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 7x + 3ky + mz + 2 = 0$ và $(Q): kx - my + z + 5 = 0$. Khi giao tuyến của (P) và (Q) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z - 5 = 0$, hãy tính $T = m^2 + k^2$.

- A. $T = 5$. B. $T = 10$. C. $T = 13$. D. $T = 20$.

Câu 39. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z - 3 = 0$ và $(\lambda): ax + by + z + 2 = 0$. Biết rằng ba mặt phẳng đã cho cùng chứa một đường thẳng. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. -3 . B. 0 . C. 3 . D. 6 .

Câu 40. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

- A. $z = 0$. B. $x + y = 0$. C. $z = 1$. D. $x + 11y + 1 = 0$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2y + z = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $(\alpha) \parallel Ox$. B. $(\alpha) \parallel (yOz)$. C. $(\alpha) \parallel Oy$. D. $(\alpha) \supset Ox$.

Câu 42*. (ĐHSP Hà Nội lần 4, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, nếu mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ chứa trục Oz thì

- A. $a^2 + b^2 = 0$. B. $b^2 + c^2 = 0$. C. $c^2 + d^2 = 0$. D. $a^2 + c^2 = 0$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt các trục tọa độ?

- A. $(P): 3x - 2y + 6z - 6 = 0$. B. $(Q): x + 2 = 0$.

C. $(R): x + 2z - 2 = 0.$

D. $(S): y - 3z + 3 = 0.$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 24 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là

A. (P) đi qua tâm của (S) .

B. (P) không cắt (S) .

C. (P) tiếp xúc với (S) .

D. (P) cắt (S) nhưng không đi qua tâm.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + 2z + 1 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 14$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là

A. (P) đi qua tâm của (S) .

B. (P) không cắt (S) .

C. (P) tiếp xúc với (S) .

D. (P) cắt (S) nhưng không đi qua tâm.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) ?

A. $(P_1): x - y + z - 2 = 0.$

B. $(P_2): x + y + z + 2 = 0.$

C. $(P_3): x + y - z - 2 = 0.$

D. $(P_4): x + y + z - 2 = 0.$

Câu 47. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

A. $x + y - 3z - 8 = 0.$

B. $x - y - 3z + 3 = 0.$

C. $x + y + 3z - 9 = 0.$

D. $x + y - 3z + 3 = 0.$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) và song song với (α) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0.$

B. $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0.$

C. $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0.$

D. $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0.$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 3$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + (m - 4)y - 3mz + 2m - 8 = 0$. Với giá trị nào của m thì (α) tiếp xúc với (S) ?

A. $m = -1.$

B. $m = 0.$

C. $m = 1.$

D. $m = 2.$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$ là phương trình mặt cầu và $(P): 3x - 2y + 6z + m = 0$ là phương trình mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị thực của m để mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có điểm chung.

A. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$

B. $2 \leq m \leq 3.$

C. $-5 \leq m \leq 9.$

D. $\begin{cases} m > 9 \\ m < -5 \end{cases}$

Dạng 4. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Câu 51. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 52. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): x - y - 6 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 53. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 55. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là

- A. $m = \pm \frac{12}{5}$. B. $m = \pm \frac{2}{5}$. C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$. D. $m = \pm \frac{5}{2}$.

Dạng 5. TÌM ĐIỂM THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $M(0;b;0)$ là điểm thuộc tia Oy thỏa mãn khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 2 = 0$ bằng 4. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b \leq -5$. B. $b = 5$. C. $b \geq 5$. D. $b > 7$.

Câu 57. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Gọi $M(0;b;0)$ là điểm thuộc trục tung sao cho M cách đều (P) và (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b \leq -2$. B. $b = 0$. C. $b \geq 1$. D. $b > 5$.

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Gọi $M(0;0;c)$ là điểm thuộc trục cao sao cho M cách đều A và (α) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c \leq -3$. B. $c = 0$. C. $c > 1$. D. $c > 5$.

Câu 59. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x - y - z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm E thuộc mặt phẳng (Oxy) , có hoành độ bằng 1, tung độ nguyên và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) .

- A. $(1;4;0)$. B. $(1;-4;0)$. C. $(1;0;4)$. D. $(1;0;-4)$.

Câu 60*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm có tọa độ nguyên thuộc (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. -7 . D. 7 .

HUỶNH ĐỨC KHÁNH (chủ biên) - HUỶNH THANH TUẤN
NGUYỄN QUỐC HIỆU - VŨ QUỐC TRIỆU - ĐẶNG MẠNH HÙNG
HÀ HUY HOÀNG - NGUYỄN VĂN LÂM - HOÀNG QUỐC TUYÊN
LÊ QUANG KHANH - NGUYỄN VĂN VIÊN - NGUYỄN DUY HƯƠNG
HOÀNG KHẮC LỢI - NGUYỄN TẤN THUẬN - PHẠM VĂN NGHIỆP
LÊ THỊ MAI PHƯƠNG - ĐOÀN THANH HIỀN

EDUKING

TRẮC NGHIỆM 12

TUYỂN CHỌN

LUYỆN THI THPT QUỐC GIA



Bài 3 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I - VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Định nghĩa

Cho đường thẳng Δ . Nếu vectơ \vec{u} khác $\vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với Δ thì \vec{u} được gọi là vectơ chỉ phương của Δ .

Chú ý. Nếu \vec{u} là vectơ chỉ phương của một đường thẳng thì $k\vec{u}$ với $k \neq 0$, cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.

II - PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Định nghĩa

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ là phương trình có dạng

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Chú ý. Nếu a, b, c đều khác 0 thì người ta còn có thể viết phương trình của đường thẳng Δ dưới dạng chính tắc như sau:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

III - VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad \text{và} \quad d_2: \frac{x - x'_0}{a'} = \frac{y - y'_0}{b'} = \frac{z - z'_0}{c'}.$$

Đường thẳng d_1 có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (a; b; c)$ và đi qua $M_1(x_0; y_0; z_0)$.

Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (a'; b'; c')$ và đi qua $M_2(x'_0; y'_0; z'_0)$.

$$\bullet \quad d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = \vec{0} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} \vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2 \\ M_1 \in d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} \\ M_1 \in d_2 \end{cases}$$

$$\bullet \quad d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] \neq \vec{0} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} \vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2 \\ M_1 \notin d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} \\ M_1 \notin d_2 \end{cases}$$

$$\bullet \quad d_1 \text{ cắt } d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0 \end{cases}$$

$$\bullet \quad d_1 \text{ chéo } d_2 \Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0.$$

Dạng 1. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Câu 1. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

- A. $3x+2y+z-5=0$. B. $2x+y+3z+2=0$.
C. $x+2y+3z+1=0$. D. $2x+y+3z-2=0$.

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và chứa d là

- A. $23x+17y-z+14=0$. B. $23x-17y-z+14=0$.
C. $23x+17y+z-60=0$. D. $23x-17y-z-14=0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với (P) và song song với d là

- A. $2x+4y+5z=0$. B. $4x+2y+5z=0$.
C. $2x+5y+4z=0$. D. $5x+2y+4z=0$.

Câu 4. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. $(P): 2x-2z+1=0$. B. $(P): 2y-2z+1=0$.
C. $(P): 2x-2y+1=0$. D. $(P): 2y-2z-1=0$.

Câu 5. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với d, Δ ?

- A. $y+z+3=0$. B. $x+z+1=0$. C. $x+y+1=0$. D. $x+z-1=0$.

Dạng 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 6. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2;1;-3)$. B. $\vec{u}_2 = (-2;-1;3)$. C. $\vec{u}_3 = (-1;2;1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1;2;-1)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: x+3 = \frac{y-1}{-1} = \frac{5-z}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (0;1;2)$. B. $\vec{u}_2 = (1;-1;-2)$. C. $\vec{u}_3 = (0;-1;2)$. D. $\vec{u}_4 = (1;-1;2)$.

Câu 8. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Câu 9. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. B. $\vec{b} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{c} = (2; 0; -4)$. D. $\vec{d} = (-1; 0; -2)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ nào dưới đây làm một vectơ chỉ phương?

- A. $\vec{a} = (1; 1; 0)$. B. $\vec{b} = (-2; 2; 2)$. C. $\vec{c} = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{d} = (-1; 1; 0)$.

Câu 11. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2z + 3 = 0$. Một vectơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{a} = (1; 2; 0)$. B. $\vec{b} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{c} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{d} = (2; 0; -1)$.

Câu 12. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{-1} = z+1$.

Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tham số của d ?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Câu 14. (ĐHSP Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $I(1; -1; -1)$ và nhận $\vec{u} = (-2; 3; -5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-5}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{-1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{-1}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Câu 16. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;4;6)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng Δ ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = -10 - 4t \\ z = -15 - 6t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 6t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases}$$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(0;2;1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

Câu 18. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{B. } \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \quad \text{C. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1} \quad \text{D. } x - 2y + z = 0.$$

Câu 19. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

$$\text{A. } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{B. } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{C. } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{D. } d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Câu 21*. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;0;1)$, $B(-3;2;0)$, $C(2;-2;3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

$$\text{A. } M(-1;2;4). \quad \text{B. } N(0;2;-2). \quad \text{C. } P(-1;2;-2). \quad \text{D. } Q(-5;2;3).$$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O ,

vuông góc với trục Ox và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1-3t \end{cases}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3t \\ z=-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1 \\ y=-3t \\ z=-t \end{cases}$ C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$ D. $\begin{cases} x=0 \\ y=-3t \\ z=t \end{cases}$

Câu 23. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai

đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Đường thẳng đi

qua $A(1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình

A. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{4}$
 C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{4}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

Câu 24. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm

$A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=-1 \end{cases}$, điểm

$M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-1=0$. Đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d có phương trình

A. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-3}$ B. $\Delta: \frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$
 C. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$ D. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$ và hai đường

thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt d_1 , d_2

lần lượt tại A và B sao cho M là trung điểm của AB có phương trình

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2 \\ y=1+t \\ z=-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+t \\ z=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=-1 \end{cases}$

Câu 27*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}, \quad d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ qua } A, \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và}$$

cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 28*. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 29. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt trục Ox và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+3t \end{cases}$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm A , cắt trục Oz và song song với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1+5t \\ y = 2-6t \\ z = 3+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+6t \\ z = 3+t \end{cases}$

Câu 31. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
 C. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 32. [ĐỀ THAM KHẢO 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$, $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.
 B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.
 D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x=0 \\ y=4-2t' \\ z=5+3t' \end{cases}$$

Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là

- A. $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{-2}$.
 B. $\begin{cases} x=4-t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$.
 C. $\frac{x+4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$.
 D. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 34*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 35*. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường

thẳng $d: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-3+t \\ z=4-2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương

trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó?

- A. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
 B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
 C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.
 D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Dạng 3. HÌNH CHIẾU – KHOẢNG CÁCH

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-2t \\ z=t \end{cases}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên d là

- A. $(1;-2;0)$.
 B. $(-8;4;-3)$.
 C. $(1;2;1)$.
 D. $(4;-4;1)$.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d là

- A. $A'(3;1;-5)$. B. $A'(-3;0;5)$. C. $A'(3;0;-5)$. D. $A'(3;1;5)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(-1;3;2)$ trên mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 4z - 36 = 0$.

- A. $H(-1;-2;6)$. B. $H(1;2;6)$. C. $H(1;-2;6)$. D. $H(1;-2;-6)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;0;0)$, $B(0;-6;0)$, $C(0;0;6)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (α) là

- A. $(2;-1;3)$. B. $(2;1;3)$. C. $(-2;-1;3)$. D. $(2;-1;-3)$.

Câu 40. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) .

Độ dài đoạn thẳng OA' bằng

- A. $3\sqrt{26}$. B. $5\sqrt{3}$. C. $\sqrt{46}$. D. $\sqrt{186}$.

Câu 41. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (α) tại điểm H . Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(-3;0;-2)$. B. $H(-1;4;4)$. C. $H(3;0;2)$. D. $H(1;-1;0)$.

Câu 42. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, biết rằng mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$ cắt mặt cầu (S) có tâm $I(3,-1,-4)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Tâm H của đường tròn giao tuyến là điểm nào sau đây

- A. $H(1;1;3)$. B. $H(1;1;-3)$. C. $H(-1;1;3)$. D. $H(-3;1;1)$.

Câu 43*. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{-5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến

đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;0)$, $B(1;0;-2)$, $C(3;-1;-1)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC bằng

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{6}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ bằng

A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{14}$. C. 7. D. 14.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y - z + 5 = 0$. Khoảng cách giữa d và (P) bằng

A. $\sqrt{14}$. B. $\frac{14\sqrt{14}}{9}$. C. $\frac{6}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{9\sqrt{14}}{14}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-5}$ và $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{45}{\sqrt{14}}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, độ dài đoạn vuông góc chung của hai

đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 4 \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{6}$. D. 4.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phẳng $(P): x + 2y + 2z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Gọi I là giao điểm của d và (P) . Tính khoảng cách từ điểm M thuộc d đến (P) , biết $IM = 9$.

A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{15}$. D. 8.

Dạng 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 51. (KHTN Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

A. $M(-1;1;-2)$. B. $N(1;-1;2)$. C. $P(2;-1;3)$. D. $Q(-2;1;-3)$.

Câu 52. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm

nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

A. $M(1;1;3)$. B. $N(1;5;2)$. C. $P(1;2;5)$. D. $Q(-1;1;3)$.

Câu 53. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. (0;1;3). B. (2;3;3). C. (5;6;8). D. (1;-2;0).

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$ đi qua điểm $M(2;m;n)$. Tổng $m+n$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 3. D. 7.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giao điểm của hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 2 - 8t' \end{cases} \text{ có tọa độ là}$$

- A. (-3;-2;6). B. (3;7;18). C. (5;-1;20). D. (3;-2;1).

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}.$$

Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$, $B(-2;-2;-1)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. AB chéo d . B. AB cắt d . C. AB song song d . D. AB trùng d .

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}.$$

Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 - t \\ z = 0 \end{cases}.$$

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. d_1 song song d_2 . B. d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 cắt d_2 và vuông góc với nhau. D. d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau.

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Trong

các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với d ?

$$\text{A. } d_1 : \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = 5t \end{cases}$$

$$\text{B. } d_2 : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\text{C. } d_3 : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-5}$$

$$\text{D. } d_4 : \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$$

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với d ?

$$\text{A. } d_1 : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

$$\text{B. } d_2 : \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = 5t \end{cases}$$

$$\text{C. } d_3 : \frac{x+2}{-4} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-4}$$

$$\text{D. } d_4 : \frac{x}{6} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{6}$$

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}$. Trong

các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt d ?

$$\text{A. } d_1 : \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$$

$$\text{B. } d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$$

$$\text{C. } d_3 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$$

$$\text{D. } d_4 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + at \\ y = -2 + t \\ z = -2t \end{cases} \text{ và } d_2 : \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$$

Với giá trị nào sau đây của a thì d_1 và d_2 song song với nhau?

A. $a = -2$.

B. $a = 0$.

C. $a = 1$.

D. Không tồn tại.

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = n + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + mt \end{cases}$$

Khi hai đường thẳng đó trùng nhau thì tổng $m + n$ bằng

A. -7 .

B. -3 .

C. 3 .

D. 7 .

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$$

Với giá trị nào của a thì d_1 và d_2 cắt nhau?

- A. $a = 0$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = 1$. D. $a = 2$.

Câu 66. (Đại học Vinh lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

- A. $(2;1;-1)$. B. $(3;-1;-2)$. C. $(1;3;-2)$. D. $(1;3;2)$.

Câu 67. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M .

Tỉ số $\frac{AM}{BM}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 68. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mp $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+2t \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Câu 70. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (a, b, c là ba số cho trước khác 0) và đường thẳng $d: ax = by = cz$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. d nằm trong (P) .
B. d song song với (P) .
C. d cắt (P) tại một điểm nhưng không vuông góc với (P) .
D. d vuông góc với (P) .

Câu 72. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -52$. D. $m = 52$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = n + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Khi d nằm trong (P) thì tổng $2m + n$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. -11 . D. 11 .

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - n = 0$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + (2m - 1)t \end{cases}$. Để d song song (P) thì

- A. $\begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = 7 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \\ n = 7 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n \neq 7 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \\ n \neq 7 \end{cases}$.

Câu 75. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. Đường thẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) ?

- A. $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$. B. $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-1}$.
C. $d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-2}$. D. $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Dạng 5. GÓC

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc α giữa hai đường thẳng đường

thẳng $d_1: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+3}{-3}$ bằng

- A. $\alpha = 0^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 180^\circ$.

Câu 77. (Đại học Vinh lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai

đường thẳng đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \\ z = 2 + mt \end{cases}$$

Để hai đường thẳng hợp với nhau một góc bằng 60° thì giá trị của m bằng

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và mặt

phẳng $(P): 3x - 2y + 1 = 0$. Góc hợp bởi giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. $-\frac{\sqrt{78}}{9}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{78}}{9}$.

Dạng 6. TÌM ĐIỂM THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm có tung độ dương thuộc Δ sao cho $AM = \sqrt{35}$. Tổng $a + 2b + c$ bằng

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -1; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$.

Gọi $H(a; b; c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. 5 .

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Gọi $A(a; b; c)$ là điểm có hoành độ dương thuộc d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3 . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -3 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$. Gọi $A(a; 0; 0)$ là điểm thuộc Ox sao cho A cách đều d và (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \leq -3$. B. $a = -3$. C. $a > 2$. D. $a > 5$.

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$, điểm $I(1; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm có hoành độ dương thuộc d , N thuộc (S) sao cho I là trung điểm MN . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -4. B. -2. C. 8. D. 10.

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Đường thẳng qua $A(1;2;-1)$ và cắt (P) , d lần lượt tại $B, C(a;b;c)$ sao cho C là trung điểm của AB . Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -15. B. -12. C. -5. D. 11.

Câu 87. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2), B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm có cao độ dương thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. -7. D. 7.

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ và hai điểm $A(0;1;1), B(-5;0;5)$. Điểm M thuộc d thỏa mãn $MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{7}$. C. 28. D. 76.

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ và hai điểm $A(0;1;1), B(-5;0;5)$. Điểm M thuộc d sao cho $|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\sqrt{55}$. B. $\sqrt{110}$. C. 55. D. 110.

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-5;2), B(3;-1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm M thuộc d thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{29}$. C. 21. D. 29.

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và hai điểm $M(-1;3;1), N(0;2;-1)$. Điểm $P(a;b;c)$ thuộc d sao cho tam giác MNP cân tại P . Khi đó $3a+b+c$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 0 \end{cases}$ và điểm

$M(4;0;4)$. Gọi $A(m;n;p)$ với $m > 0$ và B là hai điểm thuộc d sao cho tam giác MAB đều. Tổng $m+n+p$ bằng

- A. -8. B. -4. C. 4. D. 8.

Câu 93. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -5. B. -1. C. 2. D. 3.

Câu 94*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;4)$, $B(2;-5;-5)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -4. B. -2. C. 2. D. 4.

Câu 95*. (KHTN lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (P) , giá trị lớn nhất của $|MA-MB|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 96*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -5. B. -3. C. 3. D. 5.

Câu 97*. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

- A. 105. B. 108. C. 135. D. 145.

Câu 98*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;5;-5)$, $B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho MA^2-2MB^2 có giá trị lớn nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -12. B. 0. C. 12. D. 36.

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $M(1;-1;0)$. Gọi $N(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho MN song song với d . Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -7. B. -3. C. 3. D. 7.

Câu 100*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $B(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm có tọa độ nguyên thuộc (P) sao cho tam giác ABC vuông cân tại B . Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -5. B. -1. C. 1. D. 5.

ĐÁP ÁN

Bài 1 (HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

I - TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ CỦA VECTƠ

Dạng 1. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ

Câu 1. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3;3;-1)$. B. $(-1;-1;-3)$. C. $(3;1;1)$. D. $(1;1;3)$.

Lời giải. Chọn D.

Câu 2. (ĐHSP Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;2;-3)$, $\vec{b} = (-2;-4;6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} = 2\vec{b}$. B. $\vec{b} = -2\vec{a}$. C. $\vec{a} = -2\vec{b}$. D. $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 3. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$, $B(0;5;-1)$. Tích vô hướng của hai vectơ \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{OB} bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải. Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (2;0;1) \\ \overrightarrow{OB} = (0;5;-1) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2 \cdot 0 + 0 \cdot 5 + 1 \cdot (-1) = -1$. Chọn B.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} thỏa mãn $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$.

Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(2;1;-3)$. B. $(2;-3;1)$. C. $(1;2;-3)$. D. $(1;-3;2)$.

Lời giải. Có $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1)$. Do đó $\vec{a} = (2;-3;1)$. Chọn B.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}.$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (-3;4;0)$, $\vec{c} = (-1;-2;0)$.

B. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (-3;4;0)$, $\vec{c} = (0;-2;0)$.

C. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.

D. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (1; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 1)$.

Lời giải. Dựa vào lý thuyết: $\vec{x} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$, suy ra $\vec{x} = (m; n; p)$. **Chọn C.**

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0; 1; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$.

Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vectơ \vec{x} là

A. $\left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. B. $\left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. D. $\left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải. Ta có $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b} \Rightarrow \vec{x} = 2\vec{b} + \left(-\frac{3}{2}\vec{a}\right)$. Suy ra $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **Chọn A.**

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a} = (-1; 1; 0), \quad \vec{b} = (1; 1; 0) \quad \text{và} \quad \vec{c} = (1; 1; 1).$$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $\vec{a} \perp \vec{b}$. D. $\vec{c} \perp \vec{b}$.

Lời giải. Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$; $|\vec{c}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$.

Xét $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$, suy ra $\vec{a} \perp \vec{b}$. Vậy đáp án còn lại D là sai. **Chọn D.**

Câu 8. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin góc giữa vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải. Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 12 \cdot 0}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = -\frac{3}{13}$. **Chọn D.**

Câu 9. (ĐHSP Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ bằng

A. 30° . B. 60° . C. 120° . D. 150° .

Lời giải. Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Suy ra $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ

$$\vec{p} = (3, -2, 1), \quad \vec{q} = (-1, 1, -2), \quad \vec{r} = (2, 1, -3) \quad \text{và} \quad \vec{c} = (11, -6, 5).$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} + \vec{r}$. B. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

C. $\vec{c} = 2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{r}$.

D. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} - 2\vec{r}$.

Lời giải. Kiểm tra các đáp án, ta thấy đáp án B đúng.

Thật vậy, ta có $2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r} = (11, -6, 5) = \vec{c}$. **Chọn B.**

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ

$$\vec{a} = (2; 3; 1), \vec{b} = (-1; 5; 2), \vec{c} = (4; -1; 3) \text{ và } \vec{x} = (-3; 22; 5).$$

Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải. Ta có $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c} = (-3; 22; 5)$. **Chọn A.**

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (-4; 3; 5)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$ ta được

A. $m = 2; n = -3$. B. $m = -2; n = -3$. C. $m = 2; n = 3$. D. $m = -2; n = 3$.

Lời giải. Ta có $m\vec{a} + n\vec{b} = (m - 2n; n; -2m + 3n)$.

$$\text{Suy ra } m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2n = -4 \\ n = 3 \\ -2m + 3n = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m + 1; -1)$ và $\vec{b} = (1; -3; 2)$.

Giá trị nguyên của m để $|\vec{b}(2\vec{a} - \vec{b})| = 4$ là

A. -4 .

B. -2 .

C. 2 .

D. 4 .

$$\text{Lời giải. Ta có } \begin{cases} 2\vec{a} - \vec{b} = (3; 2m + 5; -4) \\ \vec{b} = (1; -3; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{b}(2\vec{a} - \vec{b}) = -6m - 20.$$

$$\text{Do đó } |\vec{b}(2\vec{a} - \vec{b})| = 4 \Leftrightarrow |-6m - 20| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 10 = 2 \\ 3m + 10 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{8}{3} \notin \mathbb{Z} \\ m = -4 \in \mathbb{Z} \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; m + 1)$ và $\vec{v} = (0; m - 2; 1)$. Giá trị của m để hai vectơ \vec{u} và \vec{v} cùng phương là

A. $m = -1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

$$\text{Lời giải. YCBT } \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}^* : \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} m = k.0 \\ -2 = k.(m - 2) \\ m + 1 = k.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ k = 1 \end{cases}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai vectơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương khi

A. $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{2}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$.

Lời giải. YCBT $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}^* : \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m = k.1 \\ 2 = k.n \\ 3 = k.2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(-10; 5; 3)$ và $M(2m-1; 2; n+2)$. Để A, B, M thẳng hàng thì giá trị của m, n là

A. $m = 1, n = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{3}{2}, n = 1$. C. $m = -1, n = -\frac{3}{2}$. D. $m = \frac{2}{3}, n = \frac{3}{2}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$, $\overrightarrow{AM} = (2m-3; 3; n-1)$.

Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}^* : \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 = -12k \\ 3 = 6k \\ n-1 = 0.k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ n = 1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (0; 2m; -4)$. Tìm giá trị của tham số m để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} vuông góc.

A. $m = -4$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Lời giải. Ta có: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2m + (-2) \cdot (-4) = 0 \Leftrightarrow m = -4$. **Chọn A.**

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài của vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ bằng

A. -54 . B. 6 . C. 9 . D. 54 .

Lời giải. Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9$.

Sử dụng công thức: $|m\vec{a} + n\vec{b}| = \sqrt{(m\vec{a} + n\vec{b})^2} = \sqrt{m^2\vec{a}^2 + 2mn\vec{a}\vec{b} + n^2\vec{b}^2}$

Ta tính được $|3\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{3^2 \cdot 12 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 9 + 2^2 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$. **Chọn B.**

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (2; -1; 2)$ và vectơ đơn vị \vec{v} thỏa mãn $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$. Độ dài của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ bằng

A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Lời giải. Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} |\vec{u}| = 3 \Rightarrow \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 = 9 \\ |\vec{v}| = 1 \Rightarrow \vec{v}^2 = |\vec{v}|^2 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

Từ $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$, suy ra $16 = |\vec{u} - \vec{v}|^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 - 2\vec{u}\vec{v}$. (2)

Kết hợp (1) và (2), ta được $2\vec{u}\vec{v} = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2 = 9 + 1 - 4^2 = -6$.

Khi đó $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 + 2\vec{u}\vec{v} = 9 + 1 - 6 = 4$. Vậy $|\vec{u} + \vec{v}| = 2$. **Chọn B.**

Cách khác. Bạn đọc có thể giải bằng phương pháp hình học.

Câu 20*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} thỏa mãn $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 1$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$. Góc giữa hai vectơ \vec{v} và $\vec{u} - \vec{v}$ bằng

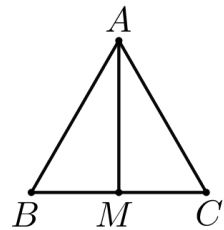
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải. Vẽ tam giác đều ABC , gọi M là trung điểm BC .

Ta chọn $\vec{u} = \overrightarrow{BA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BM}$ thỏa mãn giả thiết bài toán.

Suy ra $\vec{u} - \vec{v} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MA}$.

Khi đó $(\vec{v}, \vec{u} - \vec{v}) = (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{MA}) = 90^\circ$. **Chọn D.**



Dạng 2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM

Câu 21. (KHTN Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(0;-1;1)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(1;1;0)$. B. $(2;2;0)$. C. $(-2;-4;2)$. D. $(-1;-2;1)$.

Lời giải. Áp dụng công thức tìm tọa độ trung điểm

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}, z_I = \frac{z_A + z_B}{2}.$$

Suy ra $I(1;1;0)$. **Chọn A.**

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;1;-2)$, $\vec{b} = (-3;0;-1)$ và điểm $A(0;2;1)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $M(-5;1;2)$. B. $M(3;-2;1)$. C. $M(1;4;-2)$. D. $M(5;4;-2)$.

Lời giải. Ta có $2\vec{a} - \vec{b} = (5;2;-3)$. Gọi $M(x;y;z)$, suy ra $\overrightarrow{AM} = (x;y-2;z-1)$.

Theo giả thiết: $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ suy ra
$$\begin{cases} x = 5 \\ y - 2 = 2 \\ z - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \\ z = -2 \end{cases} \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3;4;2)$, $B(-5;6;2)$, $C(-4;7;-1)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ là

- A. $(-10;17;-7)$. B. $(10;17;-7)$. C. $(10;-17;7)$. D. $(-10;-17;7)$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;2;0)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;3;-3)$. Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Theo giả thiết: } \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = 2(-2)+3(-1) = -7 \\ y-4 = 2.2+3.3 = 13 \\ z-2 = 2.0+3(-3) = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = 17 \\ z = -7 \end{cases} \text{ . Chọn A.}$$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(3;1;5)$. B. $(1;2;3)$. C. $(-2;8;6)$. D. $(3;9;4)$.

Lời giải. Ta có $A(1;1;1)$, $B(5;1;-1)$ và $\overrightarrow{BC} = (2;8;3)$. Suy ra tọa độ điểm $C(7;9;2)$.

Gọi $D(x; y; z)$. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_A + x_C - x_B \\ y = y_A + y_C - y_B \\ z = z_A + z_C - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \\ z = 4 \end{cases} \text{ . Chọn D.}$$

Câu 25. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $OABD$ có $\overrightarrow{OA} = (-1;1;0)$ và $\overrightarrow{OB} = (1;1;0)$ với O là gốc tọa độ. Tọa độ của điểm D là

- A. $(0;1;0)$. B. $(2;0;0)$. C. $(1;0;1)$. D. $(1;1;0)$.

Lời giải. Từ giả thiết, suy ra $A(-1;1;0)$ và $B(1;1;0)$. Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Do } OABD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_B - x_A \\ y = y_B - y_A \\ z = z_B - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \text{ . Chọn B.}$$

Câu 26*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$. Biết $A(a;b;c)$, $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1;4;-2)$; điểm $G(3;-3;6)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$. Tổng $a+b+3c$ bằng

- A. $\frac{17}{3}$. B. 21. C. 25. D. 33.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GO} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AO}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AO} = 4\overrightarrow{AG}. \quad (1)$$

Mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AO} = (-a; 6-b; 1-c)$, $4\overrightarrow{AG} = (12-4a; -12-4b; 24-4c)$.

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 4a = -a \\ -12 - 4b = 6 - b \Leftrightarrow a = 4; b = -6; c = \frac{23}{3} \\ 24 - 4c = 1 - c \end{cases} \text{ Chọn B.}$$

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $(10;8;6)$. B. $(1;-2;0)$. C. $(13;0;17)$. D. $(8;4;10)$.

Lời giải. Do $ABCD.A'B'C'D'$ nên

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, suy ra $D(-3;8;-7)$.
- $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$, suy ra $B'(13;0;17)$. **Chọn C.**

Câu 28. [ĐỀ THAM KHẢO 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3;0;0)$. B. $N(0;-1;1)$. C. $P(0;-1;0)$. D. $Q(0;0;1)$.

Lời giải. Ta có
$$\begin{cases} M(a;b;c) \xrightarrow{\text{chiếu lên } (Oxy)} M'(a;b;0) \\ M(a;b;c) \xrightarrow{\text{chiếu lên } (Oyz)} M'(0;b;c) \\ M(a;b;c) \xrightarrow{\text{chiếu lên } (Oxz)} M'(a;0;c) \end{cases} \text{ Chọn B.}$$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;-1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(-3;2;1)$. B. $(3;2;1)$. C. $(3;2;-1)$. D. $(3;-2;-1)$.

Lời giải. Dễ dàng tìm được tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(-3;2;-1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $H(-3;2;0)$. Vì M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) nên H là trung điểm của MM' , suy ra $M'(-3;2;1)$. **Chọn A.**

Câu 30. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2;1;0)$. B. $(0;0;-1)$. C. $(2;0;0)$. D. $(0;1;0)$.

Lời giải. Ta có
$$\begin{cases} M(a;b;c) \xrightarrow{\text{chiếu lên trục } Ox} M'(a;0;0) \\ M(a;b;c) \xrightarrow{\text{chiếu lên trục } Oy} M'(0;b;0) \\ M(a;b;c) \xrightarrow{\text{chiếu lên trục } Oz} M'(0;0;c) \end{cases} \text{ Chọn B.}$$

Câu 31. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(3; -1; -2)$. B. $(3; -1; 2)$. C. $(3; 1; -2)$. D. $(-3; -1; 2)$.

Lời giải. Dễ dàng tìm được tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(-3; 1; 2)$ trên trục Oy là $H(0; 1; 0)$. Vì A' đối xứng với M qua trục Oy nên H là trung điểm của AA' , suy ra $A'(3; 1; -2)$. **Chọn C.**

Câu 32. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 3$. B. $OA = 9$. C. $OA = \sqrt{5}$. D. $OA = 5$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{OA} = (2; 2; 1)$. Suy ra $OA = |\overrightarrow{OA}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$. **Chọn A.**

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

- A. 10. B. $\sqrt{10}$. C. 2. D. 3.

Lời giải. Ta có
$$\begin{cases} M(a; b; c) \longrightarrow d[M, Ox] = \sqrt{b^2 + c^2} \\ M(a; b; c) \longrightarrow d[M, Oy] = \sqrt{a^2 + c^2} \\ M(a; b; c) \longrightarrow d[M, Oz] = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

Do đó $d[A, Oy] = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$. **Chọn B.**

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Đối xứng của điểm M qua gốc tọa độ O là điểm $M'(-3; 1; -2)$.
 B. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng 14.
 C. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.
 D. Đối xứng của điểm O qua điểm M là điểm $O'(6; -2; 4)$.

Lời giải. Ta có $MO = \sqrt{(x_O - x_M)^2 + (y_O - y_M)^2 + (z_O - z_M)^2} = \sqrt{14}$. **Chọn B.**

Câu 35. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 2; -1)$, $B(-5; 4; 2)$, $C(-1; 0; 5)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(-1; 1; 1)$. B. $(-2; 2; 2)$. C. $(-3; 3; 3)$. D. $(-6; 6; 6)$.

Lời giải. Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \quad z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}.$$

Suy ra tọa độ trọng tâm $G(-2; 2; 2)$. **Chọn B.**

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$. Gọi A, B, C theo thứ tự là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng $(yOz), (zOx), (xOy)$. Trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $G\left(\frac{-a+b+c}{3}; \frac{a-b+c}{3}; \frac{a+b-c}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$.
 C. $G\left(\frac{a+b+c}{3}; \frac{a+b+c}{3}; \frac{a+b+c}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{2a}{3}; \frac{2b}{3}; \frac{2c}{3}\right)$.

Lời giải. Dễ dàng tìm được $A(-a;b;c), B(a;-b;c), C(a;b;-c)$.

Do đó trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$. **Chọn B.**

Câu 37*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho sáu điểm $A(1;2;3), B(2;-1;1), C(3;3;-3)$ và A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Nếu G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ thì G' có tọa độ là

- A. $\left(2; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $\left(2; -\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{C'G'} + \overrightarrow{G'C} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) + (\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow (\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = \vec{0}$.

Suy ra G' cũng là trọng tâm của tam giác ABC nên có tọa độ $G'\left(2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **Chọn C.**

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3), C(3;1;0)$. Gọi $M(a;0;0)$ là điểm có hoành độ dương sao cho $AM = BC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \leq -6$. B. $-6 < a \leq 5$. C. $a > 5$. D. $a > 6$.

Lời giải. Ta có $AM = BC \Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2 + 16} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ a = 6 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(-1;1;0), C(3;1;-1)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -2 . B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2 .

Lời giải. Vì $M(a;b;c) \in (Oxz)$ nên suy ra $b = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Yêu cầu bài toán} &\Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (1-0)^2 + (1-c)^2 = (-1-a)^2 + (1-0)^2 + (0-c)^2 \\ (1-a)^2 + (1-0)^2 + (1-c)^2 = (3-a)^2 + (1-0)^2 + (-1-c)^2 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{5}{6}; c = -\frac{7}{6}. \text{ Chọn B.} \end{aligned}$$

Câu 40*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$, $C(2;1;-1)$. Tọa độ chân đường cao H hạ từ A xuống BC là

- A. $H\left(\frac{5}{19}; -\frac{14}{19}; -\frac{8}{19}\right)$. B. $H\left(\frac{4}{9}; 1; 1\right)$.
 C. $H\left(1; 1; -\frac{8}{9}\right)$. D. $H\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$.

Lời giải. Gọi $H(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AH} = (x; y; z-1)$, $\overrightarrow{BC} = (3; 3; -1)$, $\overrightarrow{BH} = (x+1; y+2; z)$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{BH} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot 3 + y \cdot 3 + (z-1) \cdot (-1) = 0 \\ \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-1} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{5}{19}; -\frac{14}{19}; -\frac{8}{19}\right). \text{ Chọn A.}$$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Độ dài đường phân giác trong góc B của tam giác ABC bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc B , ta có

$$\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{3}{15} \Rightarrow \overrightarrow{DA} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{DC} \longrightarrow D(0; 0; 3).$$

Khi đó $BD = 2\sqrt{5}$. **Chọn B.**

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; -4; 0)$, $B(-5; 6; 0)$, $C(3; 2; 0)$. Tọa độ chân đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là

- A. $(15; -14; 0)$. B. $(15; -4; 0)$. C. $(-15; 4; 0)$. D. $(-15; -14; 0)$.

Lời giải. Gọi F là chân đường phân giác ngoài góc A , ta có

$$\overrightarrow{FB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{FC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{FC} \longrightarrow F(15; -4; 0). \text{ Chọn B.}$$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có đỉnh $C(-2; 2; 2)$ và trọng tâm $G(-1; 1; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B của tam giác ABC , biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục cao.

- A. $A(-1; -1; 0)$, $B(0; 0; 4)$. B. $A(-1; 1; 0)$, $B(0; 0; 4)$.

C. $A(-1;0;1), B(0;0;4)$.

D. $A(-4;4;0), B(0;0;1)$.

Lời giải. Giả sử $A(x_A; y_A; 0) \in (Oxy)$ và $B(0;0; z_B) \in Oz$.

Vì $G(-1;1;2)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases} -1 = \frac{x_A + 0 + (-2)}{3} \\ 1 = \frac{y_A + 0 + 2}{3} \\ 2 = \frac{0 + z_B + 2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -1 \\ y_A = 1 \\ z_B = 4 \end{cases} \Rightarrow A(-1;1;0), B(0;0;4). \text{ Chọn B.}$$

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-10)$ và $C(a;b;c)$. Trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng (Oxz) . Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3 .

B. 1 .

C. 7 .

D. 11 .

Lời giải. Gọi $M(0; y; 0) \in Oy$ là trung điểm AC . Suy ra $C(4; 2y+1; -2)$.

Gọi N là trung điểm của BC , suy ra $N\left(\frac{7}{2}; y+3; -6\right)$.

Do $N \in (Oxz)$ nên $y+3=0 \Leftrightarrow y=-3 \Rightarrow C(4; -5; -2)$. **Chọn A.**

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(1;0;-1)$ và $C(0;-1;2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

B. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân.

C. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác có một góc bằng 60° .

D. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác vuông.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0; 2; -1) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; 1; 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow AB \perp AC$. **Chọn D.**

Dạng 3. TÍCH CÓ HƯỚNG CỦA 2 VECTO

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $[\vec{a}, \vec{b}]$ là một vectơ.

B. $[2\vec{a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$.

C. $[2\vec{a}, 2\vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$.

D. $[\vec{a}, \vec{b}]$ vuông góc với hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Lời giải. Chọn C.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Gọi $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

Mệnh đề sau đây là đúng?

- A. \vec{c} cùng phương với \vec{a} . B. \vec{c} cùng phương với \vec{b} .
 C. \vec{c} vuông góc với hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . D. Cả A và B đều đúng.

Lời giải. Dựa vào lý thuyết về tích có hướng của hai vectơ, suy ra $\begin{cases} \vec{c} \perp \vec{a} \\ \vec{c} \perp \vec{b} \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các bộ ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sau đây, bộ nào thỏa mãn tính chất $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$ (hay còn gọi là ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng)?

- A. $\vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (0; 1; 2), \vec{c} = (4; 2; 3)$. B. $\vec{a} = (4; 3; 4), \vec{b} = (2; -1; 2), \vec{c} = (1; 2; 1)$.
 C. $\vec{a} = (1; 7; 9), \vec{b} = (3; 6; 1), \vec{c} = (2; 1; 7)$. D. $\vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (1; -1; 2), \vec{c} = (2; 2; -1)$.

Lời giải. Kiểm tra ta thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Thật vậy, ta có $\vec{a} = (4; 3; 4), \vec{b} = (2; -1; 2) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = (10; 0; -10)$.

Suy ra $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 10 \cdot 1 + 0 \cdot 2 - 10 \cdot 1 = 0$. **Chọn B.**

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3; -1; -2), \vec{b} = (1; 2; m)$ và $\vec{c} = (5; 1; 7)$. Giá trị của tham số m để $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải. Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (4 - m; -2 - 3m; 7)$.

Do đó $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m = 5 \\ -2 - 3m = 1 \\ 7 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$. **Chọn A.**

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1), \vec{v} = (m; 3; -1)$ và $\vec{w} = (1; 2; 1)$. Để ba vectơ đã cho đồng phẳng khi m nhận giá trị nào sau đây?

- A. -8. B. 4. C. $-\frac{7}{3}$. D. $-\frac{8}{3}$.

Lời giải. Ta có: $[\vec{u}, \vec{w}] = (-3; -1; 5)$.

Để ba vectơ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{w}] \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -3m - 3 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$. **Chọn D.**

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0), B(1; 0; -1), C(0; -1; 2)$ và $D(0; m; p)$. Hệ thức giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là

- A. $2m + p = 0$. B. $m + p = 1$. C. $m + 2p = 3$. D. $2m - 3p = 0$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 2)$, $\overrightarrow{AD} = (-1; m+2; p)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (5; 1; 2)$.

Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow m + 2p = 3$. **Chọn C.**

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 4)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; 4; 0)$ và $D(a; b; 0)$. Điều kiện cần và đủ của a, b để hai đường thẳng AD và BC cùng thuộc một mặt phẳng là

- A. $3a + b = 7$. B. $3a - 5b = 0$. C. $4a + 3b = 2$. D. $a - 2b = 1$.

Lời giải. Ta có: $\overrightarrow{AD} = (a; b; -4)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 1; -4) \\ \overrightarrow{AC} = (1; 4; -4) \end{cases} \longrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 4; 7)$.

Hai đường thẳng AD và BC cùng thuộc một mặt phẳng \Leftrightarrow bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow 3a + b = 7$. **Chọn A.**

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải. Áp dụng công thức: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}] \right\| = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{6}$.

Lời giải. Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}] \right\| = \frac{\sqrt{6}}{2} \longrightarrow AH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$. **Chọn A.**

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi $H(a; b; c)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

Lời giải. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (a-1; b-2; c+1) \\ \overrightarrow{BH} = (a-2; b-1; c-1) \end{cases}$ và $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3) \\ \overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -5; -2)$.

Do H là trực tâm của tam giác ABC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(a-1) + (c+1) = 0 \\ -1(a-2) - 1(b-1) + 3(c-1) = 0 \\ -1(a-1) - 5(b-2) - 2(c+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \text{ Chọn D.}$$

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2};0;\frac{3}{2}\right)$. Diện tích của hình

bình hành $ABCD$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra I là trung điểm của BD , suy ra $D(1;-1;1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;1;1) \\ \overrightarrow{AD} = (0;-1;0) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (1;0;-1).$$

Diện tích của hình bình hành: $S_{\square ABCD} = \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \right\| = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 2.

Lời giải. Áp dụng công thức: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$, $C(3;-2;1)$ và $D(1;1;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải. Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \frac{25}{2}$.

Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{25}{3}$.

Suy ra độ dài đường cao $h = d[D, (ABC)] = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle ABC}} = 2$. **Chọn C.**

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của đỉnh D là

A. $D(0; -7; 0)$.

B. $D(0; 8; 0)$.

C. $D(0; -7; 0)$ hoặc $D(0; 8; 0)$.

D. $D(0; 7; 0)$ hoặc $D(0; -8; 0)$.

Lời giải. Gọi $D(0; y; 0) \in Oy$.

Áp dụng công thức: $V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 5 \Leftrightarrow |-4(y-1) - 2| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ y = 8 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 1; -6)$, $B(0; 0; -2)$, $C(-5; 1; 2)$ và $D'(2; 1; -1)$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 36.

B. 38.

C. 40.

D. 42.

Lời giải. Do $ABCD.A'B'C'D'$ nên ta có $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC}$, suy ra $A'(7; 0; -5)$.

Và $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ nên suy ra $B'(6; -1; -1)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{BA} = (1; 1; -4) \\ \overrightarrow{BC} = (-5; 1; 4) \\ \overrightarrow{BB'} = (6; -1; 1) \end{cases} \longrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{BA}| = 38$. **Chọn B.**

Dạng 4. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Câu 61. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải. **Chọn A.**

Câu 62. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. 3.

C. $\sqrt{15}$.

D. 9.

Lời giải. Viết lại $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$. **Chọn B.**

Câu 63. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm nằm trên trục Oz ?

A. $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$.

B. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 2 = 0$.

C. $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$.

D. $(S_4): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Lời giải. Phương trình $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 2 = 0$ vắng x và y nên tâm mặt cầu này nằm trên trục Oz . **Chọn B.**

Cách khác: Chuyển phương trình mặt cầu (S_2) về dạng: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 11$, suy ra tâm $I(0;0;-3) \in Oz$.

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) ?

A. $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0.$ **B.** $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0.$

C. $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6z - 2 = 0.$ **D.** $(S_4): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0.$

Lời giải. Phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$ vắng z nên tâm của mặt cầu này nằm trên mặt phẳng (Oxy) . **Chọn A.**

Cách khác: Chuyển phương trình mặt cầu (S_1) về dạng: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 7$, suy ra tâm $I(-1;2;0) \in (Oxy)$.

Câu 65. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;-4)$, bán kính bằng 4 có phương trình là

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16.$ **B.** $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 16.$

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 4.$ **D.** $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 4.$

Lời giải. Chọn B.

Câu 66. (ĐHSP Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3;0;4)$ và đi qua điểm $A(-3;0;0)$ có phương trình

A. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4.$ **B.** $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16.$

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16.$ **D.** $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 4.$

Lời giải. Bán kính mặt cầu $R = IA = 4$. **Chọn C.**

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9.$ **B.** $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9.$

C. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3.$ **D.** $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Lời giải. Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Suy ra tọa độ tâm mặt cầu là $I(0;3;-1)$. Bán kính mặt cầu: $R = \frac{AB}{2} = 3$. **Chọn D.**

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$. D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải. Bán kính mặt cầu: $R = d[I, (Oyz)] = |x_I| = 2$. **Chọn C.**

Câu 69. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

- A. 2. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải. Bán kính mặt cầu: $R = d[I, Oy] = \sqrt{x_I^2 + z_I^2} = \sqrt{10}$. **Chọn C.**

Câu 70. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 10xy - 8y + 2z - 1 = 0$. B. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x - 6y + 4z - 1 = 0$.
 C. $x^2 + (y-z)^2 - 2x - 4(y-z) - 9 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x - 6y + 4z + 9 = 0$.

Lời giải. Đáp án A có $-10xy$ nên loại. Đáp án C khai triển có $-2yz$ nên loại.

Xét đáp án B, ta có

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x - 6y + 4z - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{2}{3}x - 2y + \frac{4}{3}z - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + (y-1)^2 + \left(z + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 > 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 71. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$. B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải. Đáp án A: $D = -3 < 0$: Chắc chắn là phương trình mặt cầu.

Đáp án B: $D = 0$: Chắc chắn là phương trình mặt cầu.

Đáp án C: có $A = 1; B = -2; C = 2; D = 10$. Khi đó

$$A^2 + B^2 + C^2 - D = -1 < 0: \text{ Không thỏa mãn. Chọn C.}$$

Câu 72. (KHTN Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m < 9$. B. $m \leq 9$. C. $m > 9$. D. $m \geq 9$.

Lời giải. Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 1 + 4 + 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$. **Chọn A.**

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tập tất cả các giá trị của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là

- A. $\{1; -11\}$. B. $\{1; 10\}$. C. $\{-1; 11\}$. D. $\{-10; 2\}$.

Lời giải. Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$

$$\text{hay } (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-a)^2 = a^2 - 10a + 5.$$

Để (S) là phương trình của mặt cầu $a^2 - 10a + 5 > 0$. (*)

Khi đó mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{a^2 - 10a + 5}$.

Chu vi đường tròn lớn của mặt cầu (S) là: $P = 2\pi R = 2\pi\sqrt{a^2 - 10a + 5}$.

Theo giả thiết: $2\pi\sqrt{a^2 - 10a + 5} = 8\pi$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 - 10a + 5} = 4 \Leftrightarrow a^2 - 10a - 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \text{ (thỏa mãn *)} \\ a = 11 \text{ (thỏa mãn *)} \end{cases} \cdot \text{Chọn C.}$$

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có phương trình nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

- A. $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$. B. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$.
 C. $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$. D. $(S_4): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Lời giải. Phương trình $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$ vắng hệ số tự do nên mặt cầu (S_3) đi qua gốc tọa độ O . **Chọn C.**

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Điểm nào sau đây nằm ngoài mặt cầu (S) ?

- A. $M(-1; 2; 5)$. B. $N(0; 3; 2)$. C. $P(-1; 6; -1)$. D. $Q(2; 4; 5)$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 3$.

Xét điểm $P(-1; 6; -1)$, ta có $\overline{IP} = (-2; 4; -4)$. Suy ra $IP = \sqrt{4 + 16 + 16} = 6 > R$.

Do đó điểm P nằm ngoài mặt cầu (S) . **Chọn C.**

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z = 0$.

Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

- A. $M(0; 1; -1)$. B. $N(0; 3; 2)$. C. $P(-1; 6; -1)$. D. $Q(1; 2; 0)$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.

Xét điểm $M(0; 1; -1)$, ta có $\overline{IM} = (-3; -1; -2)$. Suy ra $IM = \sqrt{9 + 1 + 4} = \sqrt{14} = R$.

Do đó điểm M thuộc mặt cầu (S) . **Chọn A**

Câu 77. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 25$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu (S) ?

- A. $M(3; -2; -4)$. B. $N(0; -2; -2)$. C. $P(3; 5; 2)$. D. $Q(1; 3; 0)$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; 2)$, bán kính $R = 5$.

Xét điểm Q , ta có $\overline{IQ} = (1; 2; -2)$. Suy ra $IQ = \sqrt{1+4+4} = 3 < R$.

Do đó điểm Q nằm bên trong mặt cầu (S) . **Chọn D.**

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 4$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) ?

- A. (Oxy) . B. (Oyz) . C. (Oxz) . D. Cả A, B, C.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 5)$, bán kính $R = 2$.

Ta có $d[I, (Oxy)] = |z_I| = 5 > R$, $d[I, (Oyz)] = |x_I| = 1 < R$, $d[I, (Oxz)] = |y_I| = 2 = R$.

Vậy chỉ có mặt phẳng (Oyz) cắt mặt cầu (S) . **Chọn B.**

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) ?

- A. $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$. B. $(S_2): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(S_3): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$. D. $(S_4): x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16$.

Lời giải. Xét mặt cầu $(S_4): x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16$ có tâm $I(0; 0; -4) \in Oz$ và $R = 4$.

Ta có $d[I, (Oxy)] = |z_I| = 4 = R$. **Chọn D.**

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây tiếp xúc với hai trục tọa độ Oy và Oz ?

- A. $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$. B. $(S_2): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$.
C. $(S_3): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$. D. $(S_4): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải. Xét mặt cầu $(S_2): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$ có tâm $I(1; 0; 0)$, bán kính $R = 1$.

Ta có $d[I, Oy] = \sqrt{x_I^2 + z_I^2} = 1 = R$ và $d[I, Oz] = \sqrt{x_I^2 + y_I^2} = 1 = R$. **Chọn B.**

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (O là gốc tọa độ)?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$.
 C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 20$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z = 9$.

Lời giải. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} IO^2 = IA^2 \\ IO^2 = IB^2 \\ IO^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = (a-2)^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b-4)^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c-4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 4 = 0 \\ -8b + 16 = 0 \\ -8c + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R = IO = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm: Xét từng đáp án, thay tọa độ các điểm A, B, C, O vào. Nếu thỏa mãn hết thì nhận đáp án đó.

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(0,2,0)$, $B(2;3;1)$, $C(0,3;1)$ và có tâm ở trên mặt phẳng (Oxz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $x^2 + (y-6)^2 + (z-4)^2 = 9$. B. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 16$.
 C. $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 26$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.

Lời giải. Gọi tâm mặt cầu (S) là $I(a;0;b) \in (Oxz)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 4 + b^2 = (a-2)^2 + 9 + (b-1)^2 \\ a^2 + 4 + b^2 = a^2 + 9 + (b-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(1;0;3) \\ R = \sqrt{14} \end{cases}. \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$. B. $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.
 C. $(S): (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$. D. $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Lời giải. Gọi $I(a;0;0) \in Ox$ với $a > 0$ là tâm của (S) .

Theo giả thiết, ta có $d[I, (Oyz)] = R \Leftrightarrow |x_I| = 2 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $(S): (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$. **Chọn C.**

Câu 84. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) .

- A. $m = 0$. B. $m = \pm 2$. C. $m = \sqrt{5}$. D. $m = \pm\sqrt{5}$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;2)$, bán kính $R = \sqrt{m^2 + 4}$.

Để (S) tiếp xúc với (Oyz) khi $d[I, (Oyz)] = R \Leftrightarrow |x_I| = R \Leftrightarrow 3 = \sqrt{m^2 + 4} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$.

Chọn D.

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 - 2cz = 0$ là phương trình mặt cầu, với a, b, c là các số thực và $c \neq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O .
- B. (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) .
- C. (S) tiếp xúc với trục Oz .
- D. (S) tiếp xúc với các mặt phẳng (Oyz) và (Ozx) .

Lời giải. Viết lại $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = c^2$.

Suy ra (S) có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = |c|$.

Nhận thấy $R = |c| = d[I, (Oxy)] \longrightarrow (S)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) . **Chọn B.**

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Mặt phẳng (Oxy) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

- A. $r = 2$.
- B. $r = \sqrt{5}$.
- C. $r = \sqrt{6}$.
- D. $r = 4$.

Lời giải. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

Từ phương trình ta thấy đường tròn giao tuyến có tâm $J(1, 2, 0) \in (Oxy)$ và có bán kính $r = \sqrt{5}$. **Chọn B.**

Câu 87. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm M thay đổi trên mặt cầu. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM bằng

- A. 3.
- B. 6.
- C. 9.
- D. 12.

Lời giải. Từ phương trình (S) ta có bán kính $R = 3$. Dễ thấy $O(0; 0; 0)$ thuộc (S) .

Mà M thay đổi trên mặt cầu, do đó OM lớn nhất khi OM là đường kính của (S) .

Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM là $2R = 2.3 = 6$. **Chọn B.**

Câu 88*. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$ và điểm $A(4; 4; 0)$. Gọi $B(a; b; c)$ là điểm có hoành độ dương thuộc (S) sao cho tam giác OAB đều (O là gốc tọa độ). Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -8 .
- B. 0.
- C. 4.
- D. 8.

Lời giải. Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} B \in (S) \\ OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow \\ OA^2 = AB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 4a - 4b - 4c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 32 \\ (4-a)^2 + (4-b)^2 + c^2 = 32 \end{cases}.$$

Giải hệ ta tìm được hai nghiệm $(a; b; c) = (0; 4; 4)$ (loại) hoặc $(a; b; c) = (4; 0; 4)$. **Chọn D.**

Câu 89*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,3)$. Tập hợp các điểm $M(x; y; z)$ thỏa $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính

- A.** $R = \sqrt{2}$. **B.** $R = 2$. **C.** $R = 2\sqrt{2}$. **D.** $R = 4$.

Lời giải. Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x, y, z)$ thỏa mãn là mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 90*. (ĐHSP Hà Nội lần 4, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(5;0;0)$. Gọi (\mathcal{H}) là tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** (\mathcal{H}) là một đường tròn có bán kính bằng 2.
B. (\mathcal{H}) là một đường tròn có bán kính bằng 4.
C. (\mathcal{H}) là một mặt cầu có bán kính bằng 2.
D. (\mathcal{H}) là một mặt cầu có bán kính bằng 4.

Lời giải. Gọi I là trung điểm $AB \longrightarrow \begin{cases} I(3;0;0) \\ \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) = 0$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 - \overrightarrow{IA}^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = 0 \longrightarrow MI^2 = 4. \text{ Chọn C.}$$

Bài 2 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Dạng 1. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Câu 1. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$.

Lời giải. Chọn D.

Câu 2. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $y - z = 0$. D. $z = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng (Oyz) đi qua $O(0; 0; 0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ nên ta có phương trình $(Oyz): 1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0$ hay $x = 0$. **Chọn B.**

Câu 3. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Lời giải. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là: $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$. **Chọn C.**

Câu 4. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $(P): x + y + 2z - 3 = 0$. B. $(P): x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Lời giải. Chọn A.

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ và điểm $A(3; 4; 0)$ thuộc (S) . Phương trình mặt phẳng tiếp diện với (S) tại A là

- A. $2x - 2y - z + 2 = 0$. B. $2x - 2y + z + 2 = 0$.
C. $2x + 2y + z - 14 = 0$. D. $x + y + z - 7 = 0$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$. Suy ra $\overrightarrow{IA} = (2;2;1)$.

Mặt phẳng tiếp diện với (S) tại A đi qua điểm $A(3;4;0)$ và nhận $\overrightarrow{IA} = (2;2;1)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình: $2x + 2y + z - 14 = 0$. **Chọn C.**

Câu 6. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $2x - y - z + 5 = 0$.

B. $2x - y - z - 5 = 0$.

C. $x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$ của AB và có VTPT $\overrightarrow{AB} = (4;-2;-2)$ nên có phương trình $2x - y - z - 5 = 0$. **Chọn B.**

Câu 7. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oyz) và đi qua điểm $K(4;-5;7)$ có phương trình

A. $7y + 5z = 0$.

B. $x - 4 = 0$.

C. $y + 5 = 0$.

D. $z - 7 = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng (Oyz) có một VTPT là $\vec{i} = (1;0;0)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $K(4;-5;7)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) nên nhận $\vec{i} = (1;0;0)$ làm một vectơ pháp tuyến. **Chọn B.**

Câu 8. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;0)$, $B(0;0;3)$ và $C(1;0;0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$.

B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn. **Chọn C.**

Câu 9. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và đi qua điểm $I(1;2;3)$ có phương trình

A. $2x - y = 0$.

B. $z - 3 = 0$.

C. $x - 1 = 0$.

D. $y - 2 = 0$.

Lời giải. Trục Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $I(1;2;3)$ và có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{k}, \overrightarrow{OI}] = (2;-1;0)$ nên có phương trình: $2x - y = 0$. **Chọn A**

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;5)$ và $N(0;0;1)$. Mặt phẳng (α) chứa M, N và song song với trục Oy có phương trình

A. $(\alpha): 4x - z + 1 = 0$.

B. $(\alpha): x - 4z + 2 = 0$.

C. $(\alpha): 2x + z - 3 = 0$.

D. $(\alpha): x + 4z - 1 = 0$.

Lời giải. Trục Oy có một vectơ chỉ phương $\vec{j} = (0;1;0)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;-1;5)$ và có một VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \vec{j}] = (4;0;-1)$ nên có phương trình $(\alpha): 4x - z + 1 = 0$. **Chọn A**

Câu 11. (KHTN lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$, $(Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình

A. $x - y + z + 2 = 0$.

B. $4x - y + z - 1 = 0$.

C. $4x - y - 3z - 5 = 0$.

D. $x + y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải. Mp (P) có VTPT $\vec{n}_1 = (2;-1;3)$. Mp (Q) có VTPT $\vec{n}_2 = (1;1;1)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(1;2;-1)$ và có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-4;1;3)$ nên có phương trình: $4x - y - 3z - 5 = 0$. **Chọn C.**

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình

A. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0$.

B. $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0$.

C. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$.

D. $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;4)$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (3;2;-1)$.

Mặt phẳng (α) cần tìm qua $A(2;0;-1)$ và có một VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_p] = (-7;11;1)$ nên có phương trình $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$. **Chọn C.**

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 4x - 3y - 7z + 3 = 0$ và điểm $I(1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (β) đối xứng với (α) qua I là

A. $(\beta): 4x - 3y - 7z - 3 = 0$.

B. $(\beta): 4x - 3y - 7z + 11 = 0$.

C. $(\beta): 4x - 3y - 7z - 11 = 0$.

D. $(\beta): 4x - 3y - 7z + 5 = 0$.

Lời giải. Do (β) đối xứng với (α) qua I nên $(\beta) \parallel (\alpha)$.

Suy ra $(\beta): 4x - 3y - 7z + D = 0$ với $D \neq 3$.

Chọn $M(0;1;0) \in (\alpha)$, suy ra tọa độ điểm N đối xứng với M qua I là $N(2;-3;2)$.

Rõ ràng $N(2;-3;4) \in (\beta)$ nên thay tọa độ vào phương trình (β) ta được $D = 11$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x - 3y - 7z + 11 = 0$. **Chọn B.**

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): \frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.

B. $(\alpha): \frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

C. $(\alpha): x - 4y + 2z = 0$.

D. $(\alpha): x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Lời giải. Phương trình mặt phẳng (α) theo đoạn chắn là: $(\alpha): \frac{x}{8} - \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$

$\Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$. **Chọn D.**

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự lần lượt là M, N, P . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$.

B. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$.

C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$.

D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.

Lời giải. Từ giả thiết, ta có $M(4;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 3x - 4y + 6z - 12 = 0. \text{ **Chọn B.}**$$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G và cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): 2x + 3y + 6z - 18 = 0$.

B. $(\alpha): 3x + 2y + 6z - 18 = 0$.

C. $(\alpha): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(\alpha): 6x + 3y + 3z - 18 = 0$.

Lời giải. Do $A = (\alpha) \cap Ox \Rightarrow A(a;0;0)$. Tương tự $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$.

Suy ra tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right) \xrightarrow{G(1;2;3)} a = 3; b = 6; c = 9$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ hay $(\alpha): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **Chọn C.**

Câu 17*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $(\alpha): 2x + y + z - 6 = 0$. B. $(\alpha): x + 2y + z - 6 = 0$.
 C. $(\alpha): x + y + 2z - 6 = 0$. D. $(\alpha): 2x + y + z + 6 = 0$.

Lời giải. Vì $A(a;0;0) \in Ox, B(0;b;0) \in Oy, C(0;0;c) \in Oz$ nên (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $H(2;1;1) \in (\alpha) \longrightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow 2bc + ab + ac = abc$.

Do H là trực tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c - b = 0 \\ c - 2a = 0 \end{cases}$.

Từ đó, ta được $a = 3, b = c = 6$.

Suy ra phương trình $(\alpha): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1$ hay $(\alpha): 2x + y + z - 6 = 0$. **Chọn A.**

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ bằng 2 và song song với mặt phẳng (Oxy) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $(P): z - 2 = 0$. B. $(P): x - 2 = 0$. C. $(P): y + z - 2 = 0$. D. $(P): x - y - 2 = 0$.

Lời giải. Ta có $(P) \cap Oz = M(0;0;2)$. Mặt phẳng (Oxy) có VTPT $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng cần tìm (P) đi qua $M(0;0;2)$ và nhận $\vec{k} = (0;0;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $(P): z - 2 = 0$. **Chọn A.**

Câu 19. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0, (Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$.
 C. $-2x + z + 6 = 0$. D. $-2x + z - 6 = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng cần tìm đi qua $M(3;0;0)$ và có một VTPT $\vec{n} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3;3;3)$ nên có phương trình $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$. **Chọn A.**

Câu 20*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (SBH) ?

A. $x + 5y - 7z - 15 = 0$.

B. $5x - y + 7z + 15 = 0$.

C. $7x + 5y + z - 15 = 0$.

D. $x - 7y + 5z + 15 = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $B(0;3;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right], \overrightarrow{SB} \right] = (-6; -30; 42)$ nên có phương trình : $x + 5y - 7z - 15 = 0$. **Chọn A.**

Dạng 2. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẪNG

Câu 21. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. $\frac{5}{\sqrt{29}}$.

B. $\frac{5}{29}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải. Khoảng cách $d[A, (P)] = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$. **Chọn A.**

Câu 22. (Đại học Vinh lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (α) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

Lời giải. Từ tọa độ tâm $I(1; 2; 5)$ ta loại được hai đáp án B và D.

Theo bài ta có $R = d[I, (\alpha)] = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3$ nên đáp án A loại. **Chọn C.**

Câu 23. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải. Từ tọa độ tâm $I(1; 2; -1)$ ta loại được hai đáp án A và D.

Theo bài ta có $R = d[I, (P)] = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$ nên đáp án B loại. **Chọn C.**

Câu 24. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải. Dễ thấy $(P) \parallel (Q)$. Lấy điểm $M(0;0;5) \in (P)$.

Khi đó $d[(P), (Q)] = d[M, (Q)] = \frac{|0 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 5 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}$. **Chọn B.**

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và cách (α) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

- A. $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$. B. $x + y - z + 6 = 0$.
C. $x - y - z + 6 = 0; x - y - z = 0$. D. $x + y + z + 6 = 0; x + y + z = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng cần tìm có dạng $(P): x + y - z + c = 0$.

Do $d[(\alpha), (P)] = \sqrt{3} \Leftrightarrow d[A, (P)] = \sqrt{3}$ (với $A(0;0;3) \in (\alpha)$)

$$\Leftrightarrow \frac{|c-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \longrightarrow (P): x + y - z + 6 = 0 \\ c = 0 \longrightarrow (P): x + y - z = 0 \end{cases} . \text{ Chọn A.}$$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 3z + 6 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z + 2)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{6}$. C. 5. D. 6.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(4; -5; -2)$, bán kính $R = 5$.

$$\text{Ta có } d[I, (P)] = \frac{|3 \cdot 4 + (-5) - 3 \cdot (-2) + 6|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{19}.$$

Bán kính đường tròn giao tuyến: $r = \sqrt{R^2 - d^2[I, (P)]} = \sqrt{5^2 - 19} = \sqrt{6}$. **Chọn B.**

Câu 27. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$?

- A. $x + y + z + \sqrt{3} = 0$. B. $2x + 2y - z + 12 = 0$.
C. $4x - 3y - z - 4\sqrt{26} = 0$. D. $3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng (P) cần tìm cắt (S) theo đường tròn có bán kính $r = 3$ nên suy ra

$$d[I, (P)] = \sqrt{R^2 - r^2} = 4.$$

Tính khoảng cách từ I đến các mặt phẳng đã cho chỉ có kết quả D thỏa. **Chọn D.**

Câu 28. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9.$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3.$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

Lời giải. Gọi R là bán kính mặt cầu. Ta có $R = \sqrt{d^2[I, (P)] + 8} = 3.$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$ **Chọn B.**

Câu 29. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 2z + 15 = 0$. Khoảng cách ngắn nhất giữa điểm M trên (S) và điểm N trên (P) bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}.$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{3}.$ C. $\frac{3}{2}.$ D. $\frac{2}{3}.$

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}.$

Ta có $d[I, (P)] = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 15|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$

Vậy khoảng cách ngắn nhất: $h_{\min} = d[I, (P)] - R = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$ **Chọn A.**

Câu 30*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (5;2;-1).$ B. $\vec{n} = (5;-2;-1).$ C. $\vec{n} = (5;2;1).$ D. $\vec{n} = (-5;2;-1).$

Lời giải. Gọi H là hình chiếu của A trên BC , suy ra $H\left(2; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right).$

Mặt phẳng (P) cần tìm thỏa mãn bài toán, khi đó (P) nhận \overline{AH} là một VTPT.

Do đó một vectơ pháp tuyến của (P) là $\overline{AH} = \left(1; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right) \parallel \vec{n} = (5;-2;-1).$ **Chọn B.**

Dạng 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 31. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $M(1;1;6).$ B. $N(-5;0;0).$ C. $P(0;0;-5).$ D. $Q(2;-1;5).$

Lời giải. Ta có $1 - 2 \cdot 1 + 6 - 5 = 0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P) . **Chọn A.**

Câu 32. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?

- A. $M(1;-1;1)$. B. $N(2;2;2)$. C. $P(1;2;3)$. D. $Q(3;3;0)$.

Lời giải. Ta có: $1 - 1 + 1 - 6 = -5 \neq 0$ nên $M(1;-1;1)$ không thuộc (α) . **Chọn A.**

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$ và $(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là

- A. Song song với nhau. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhau. D. Vuông góc nhau.

Lời giải. Mp (P) có VTPT $\vec{n}_P = (2; -3; 4)$. Mp (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (4; -13; -6)$.

Ta có $\frac{2}{4} \neq \frac{-3}{-13}$ và $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q \neq 0$. Suy ra (P) cắt (Q) nhưng không vuông góc. **Chọn C.**

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 14 = 0$ và $(Q): -x - 2y - 2z - 16 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là

- A. Song song với nhau. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhau. D. Vuông góc nhau.

Lời giải. Ta có $\frac{1}{-1} = \frac{2}{-2} = \frac{2}{-2} \neq \frac{-14}{-16}$. Do đó (P) song song với (Q) . **Chọn A.**

Câu 35. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$, $(\beta): x + y - z + 2 = 0$ và $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\gamma) \perp (\beta)$. C. $(\alpha) \parallel (\beta)$. D. $(\alpha) \perp (\gamma)$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): x - 4y + (m - 1)z + 1 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $m = -6$. B. $m = -3$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải. Mp (P) có VTPT $\vec{n}_P = (1; 2; -1)$. Mp (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (1; -4; m - 1)$.

Để $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) + (-1) \cdot (m - 1) = 0 \longrightarrow m = -6$. **Chọn A.**

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz - 3 = 0$ và $(\beta): 2x + my + 2z + 6 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì (α) song song với (β) ?

A. $m = -2$ và $n = 1$.

B. $m = 1$ và $n = -2$.

C. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$.

D. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$.

Lời giải. Mp (α) có VTPT $\vec{n}_\alpha = (1; -1; n)$. Mp (β) có VTPT $\vec{n}_\beta = (2; m; 2)$.

Để $(\alpha) \parallel (\beta)$ khi và chỉ khi $\exists k \neq 0: \vec{n}_\alpha = k \cdot \vec{n}_\beta \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = k \cdot 2 \\ -1 = k \cdot m \\ n = k \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 38*. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 7x + 3ky + mz + 2 = 0$ và $(Q): kx - my + z + 5 = 0$. Khi giao tuyến của (P) và (Q) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z - 5 = 0$, hãy tính $T = m^2 + k^2$.

A. $T = 5$.

B. $T = 10$.

C. $T = 13$.

D. $T = 20$.

Lời giải. Do $\begin{cases} d = (P) \cap (Q) \\ d \perp (\alpha) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} (P) \perp (\alpha) \\ (Q) \perp (\alpha) \end{cases}$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} \vec{n}_P \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \\ \vec{n}_Q \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3k + 2m - 7 = 0 \\ k + m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = -1 \end{cases}$. Vậy $T = 10$. **Chọn B.**

Câu 39. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z - 3 = 0$ và $(\lambda): ax + by + z + 2 = 0$. Biết rằng ba mặt phẳng đã cho cùng chứa một đường thẳng. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. -3 .

B. 0 .

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải. Gọi $d = (\alpha) \cap (\beta) \longrightarrow d: \begin{cases} x + 2y - z - 1 = 0 \\ 2x + y - z - 3 = 0 \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Chọn $A(0; -2; -5), B(2; 0; 1)$ thuộc giao tuyến d của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Vì ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\lambda)$ cùng chứa d nên $\begin{cases} A \in (\lambda) \\ B \in (\lambda) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2b - 3 = 0 \\ 2a + 3 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow a = b = -\frac{3}{2} \longrightarrow a + b = -3$. **Chọn A.**

Câu 40. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

A. $z = 0$.

B. $x + y = 0$.

C. $z = 1$.

D. $x + 11y + 1 = 0$.

Lời giải. Trục Oz có một vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Kiểm tra các đáp án ta thấy đáp án D thỏa mãn. Vì phương trình mặt phẳng của đáp án D có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 11; 0)$, nên suy ra $\vec{k} \cdot \vec{n} = 0$. **Chọn D.**

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2y + z = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $(\alpha) \parallel Ox$. B. $(\alpha) \parallel (yOz)$. C. $(\alpha) \parallel Oy$. D. $(\alpha) \supset Ox$.

Lời giải. Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) có VTP $\vec{n} = (0; 2; 1)$.

Ta có $\vec{i} \cdot \vec{n} = 0$ và điểm $O(0; 0; 0) \in (\alpha)$. Suy ra mặt phẳng (α) chứa trục Ox . **Chọn D.**

Câu 42*. (ĐHSP Hà Nội lần 4, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, nếu mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ chứa trục Oz thì

- A. $a^2 + b^2 = 0$. B. $b^2 + c^2 = 0$. C. $c^2 + d^2 = 0$. D. $a^2 + c^2 = 0$.

Lời giải. Mp (P) chứa trục Oz nên (P) đi qua hai điểm $O(0; 0; 0)$ và $M(0; 0; 1)$.

Do đó ta có hệ $\begin{cases} d = 0 \\ c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ c = 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt các trục tọa độ?

- A. $(P): 3x - 2y + 6z - 6 = 0$. B. $(Q): x + 2 = 0$.
C. $(R): x + 2z - 2 = 0$. D. $(S): y - 3z + 3 = 0$.

Lời giải. Xét mặt phẳng (P) , ta có $\begin{cases} P \cap Ox = A(2; 0; 0) \\ P \cap Oy = B(0; -3; 0) \\ P \cap Oz = C(0; 0; 1) \end{cases}$. **Chọn A.**

Cách khác. Ta thấy (Q) vắng y và z nên song song với (Oyz) ; (R) vắng y nên song song với trục Oy ; (S) vắng x nên song song với trục Ox .

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 24 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là

- A. (P) đi qua tâm của (S) . B. (P) không cắt (S) .
C. (P) tiếp xúc với (S) . D. (P) cắt (S) nhưng không đi qua tâm.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 3$.

Khoảng cách từ tâm I đến mp (P) là: $d[I, (P)] = \frac{|1 - 4 + 6 + 24|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{27}{3} = 9 > R$.

Do đó (P) không cắt (S) . **Chọn B.**

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + 2z + 1 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 14$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là

- A. (P) đi qua tâm của (S) . B. (P) không cắt (S) .
 C. (P) tiếp xúc với (S) . D. (P) cắt (S) nhưng không đi qua tâm.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;1)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.

Khoảng cách từ tâm I đến mp (P) là: $d[I, (P)] = \frac{|9 + 2 + 2 + 1|}{\sqrt{9 + 1 + 4}} = \sqrt{14} = R$.

Do đó (P) tiếp xúc với (S) . **Chọn C.**

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) ?

- A. $(P_1): x - y + z - 2 = 0$. B. $(P_2): x + y + z + 2 = 0$.
 C. $(P_3): x + y - z - 2 = 0$. D. $(P_4): x + y + z - 2 = 0$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$. Nhận thấy $I \in (P_4)$.

Suy ra (P_4) đi qua tâm mặt cầu (S) nên cắt mặt cầu (S) . **Chọn D.**

Nhận xét: Nếu không có trường hợp đặc biệt thì ta tính khoảng cách từ tâm I đến từng mặt phẳng, kết quả nào cho khoảng cách bé hơn bán kính mặt cầu là chọn.

Câu 47. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

- A. $x + y - 3z - 8 = 0$. B. $x - y - 3z + 3 = 0$.
 C. $x + y + 3z - 9 = 0$. D. $x + y - 3z + 3 = 0$.

Lời giải. Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\vec{IA} = (-1; -1; 3)$ làm một vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (P) là $-x - y + 3z - 3 = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 3 = 0$. **Chọn D.**

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) và song song với (α) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$. B. $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$.
 C. $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. D. $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R = 2$.

Do $(P) \parallel (\alpha)$ nên suy ra $(P): 2x - y + 2z + D = 0$ với $D \neq -4$.

Lại có (P) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d[I, (P)] = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|(-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + D|}{3} = 2 \Leftrightarrow |D - 2| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 8 \\ D = -4 \text{ (loại)} \end{cases} \text{ Chọn B.}$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 3$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + (m-4)y - 3mz + 2m - 8 = 0$. Với giá trị nào của m thì (α) tiếp xúc với (S) ?

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; -1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

$$\begin{aligned} \text{Để } (\alpha) \text{ tiếp xúc } (S) \Leftrightarrow d[I, (\alpha)] = R &\Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 1 + (m-4)(-3) - 3m(-1) + 2m - 8|}{\sqrt{9 + (m-4)^2 + 9m^2}} = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{|2m+7|}{\sqrt{10m^2 - 8m + 25}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1. \text{ Chọn C.} \end{aligned}$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ là phương trình mặt cầu và $(P): 3x - 2y + 6z + m = 0$ là phương trình mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị thực của m để mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có điểm chung.

- A. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$. B. $2 \leq m \leq 3$. C. $-5 \leq m \leq 9$. D. $\begin{cases} m > 9 \\ m < -5 \end{cases}$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$, bán kính $R = 1$.

Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có điểm chung với nhau khi và chỉ khi

$$d[I, (P)] \leq R \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 6 \cdot (-1) + m|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{|m-2|}{7} \leq 1 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 9. \text{ Chọn C.}$$

Dạng 4. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Câu 51. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải. Mp (P) có một VTPT $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$. Mp (Q) có một VTPT $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$.

$$\text{Ta có } \cos[(P), (Q)] = |\cos(\vec{n}_P, \vec{n}_Q)| = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{4+1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 52. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): x - y - 6 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải. Mp (P) có một VTPT $\vec{n}_p = (2; -1; -2)$. Mp (Q) có một VTPT $\vec{n}_q = (1; -1; 0)$.

Ta có $\cos[(P), (Q)] = |\cos(\vec{n}_p, \vec{n}_q)| = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q|}{|\vec{n}_p| \cdot |\vec{n}_q|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 53. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải. Mặt phẳng (MNP) có một VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (1; 1; 1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một VTPT là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (Oxy) . Ta có

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}, \vec{k})| = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải. Từ giả thiết, suy ra $\overrightarrow{OH} = (2; -1; -2)$ là một VTPT của mặt phẳng (Q) .

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (1; -1; 0)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Ta có

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_p, \overrightarrow{OH})| = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = 45^\circ. \text{ Chọn B.}$$

Câu 55. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là

- A. $m = \pm \frac{12}{5}$. B. $m = \pm \frac{2}{5}$. C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$. D. $m = \pm \frac{5}{2}$.

Lời giải. Mặt phẳng (ABC) có một VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2m; m; 2)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một VTPT là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (Oxy) . Ta có

$$\cos \varphi = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}, \vec{k}) \right| = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{|2m \cdot 0 + m \cdot 0 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{(2m)^2 + m^2 + 2^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}. \text{ Chọn C.}$$

Dạng 5. TÌM ĐIỂM THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $M(0; b; 0)$ là điểm thuộc tia Oy thỏa mãn khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 2 = 0$ bằng 4. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b \leq -5$. B. $b = 5$. C. $b \geq 5$. D. $b > 7$.

Lời giải. Vì $M(0; b; 0)$ là điểm thuộc tia Oy nên suy ra $b > 0$.

Theo giả thiết: $d[M, (\alpha)] = 4 \Leftrightarrow \frac{|2b - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 4 \Leftrightarrow |b - 1| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7 \\ b = -5 (\text{loại}) \end{cases}. \text{ Chọn C.}$

Câu 57. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Gọi $M(0; b; 0)$ là điểm thuộc trục tung sao cho M cách đều (P) và (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b \leq -2$. B. $b = 0$. C. $b \geq 1$. D. $b > 5$.

Lời giải. Ta có: $d(M, P) = d(M, Q) \Leftrightarrow \frac{|b + 1|}{\sqrt{3}} = \frac{|b - 5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |b + 1| = |b - 5| \Leftrightarrow b = 2. \text{ Chọn C.}$

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Gọi $M(0; 0; c)$ là điểm thuộc trục cao sao cho M cách đều A và (α) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c \leq -3$. B. $c = 0$. C. $c > 1$. D. $c > 5$.

Lời giải. Ta có: $AM = d[M, (\alpha)] \Leftrightarrow \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 3)^2 + (c - 4)^2} = \frac{|2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + c - 17|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}}$
 $\Leftrightarrow 13 + (c - 4)^2 = \frac{(c - 17)^2}{14} \Leftrightarrow c^2 - 6c + 9 = 0 \Leftrightarrow c = 3. \text{ Chọn C.}$

Câu 59. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x - y - z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm E thuộc mặt phẳng (Oxy) , có hoành độ bằng 1, tung độ nguyên và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) .

- A. $(1; 4; 0)$. B. $(1; -4; 0)$. C. $(1; 0; 4)$. D. $(1; 0; -4)$.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra tọa độ điểm E có dạng $E(1; b; 0)$ với $b \in \mathbb{Z}$.

Theo giả thiết: $d[E, (\alpha)] = d[E, (\beta)] \Leftrightarrow \frac{|2b|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{|4 - b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-1)^2}}$

$$\Leftrightarrow |2b| = |4 - b| \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{3} \text{ (loại)} \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow E(1; -4; 0). \text{ Chọn B.}$$

Cách trắc nghiệm: Xét từng đáp án, tính khoảng cách từ điểm E đến (α) và (β) . Đáp án nào cho khoảng cách bằng nhau thì ta chọn.

Câu 60*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3)$, $B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Gọi $C(a; b; c)$ là điểm có tọa độ nguyên thuộc (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -3. B. 3. C. -7. D. 7.

Lời giải. Phương pháp:

- Viết phương trình mặt phẳng (α) trung trực của đoạn AB .
- Điểm C thỏa mãn bài toán thuộc (α) . Suy ra C thuộc giao tuyến của (α) và (P) .
- Dùng dữ kiện $\begin{cases} CA = AB \\ CB = AB \end{cases}$ để tìm tọa độ điểm C .

Dễ dàng tìm được $(\alpha): x + z + 1 = 0$.

$$\text{Giao tuyến } \Delta \text{ thỏa mãn } \begin{cases} 3x - 8y + 7z - 1 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases} \longrightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$$

$$\text{Điểm } C \in \Delta \Rightarrow C(2t; -1 - t; -1 - 2t). \text{ Ta có } CA = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (2t)^2 + (-1 - t)^2 + (2 - 2t)^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow 9t^2 - 6t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow C(2; -2; -3) \\ t = -\frac{1}{3} \rightarrow C\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ (loại)} \end{cases} \cdot \text{ Chọn B.}$$

Bài 3 (PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I - VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Câu 1. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x + 2y + z - 5 = 0$.

B. $2x + y + 3z + 2 = 0$.

C. $x + 2y + 3z + 1 = 0$.

D. $2x + y + 3z - 2 = 0$.

Lời giải. Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (2;1;3)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(1;2;-2)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}_\Delta = (2;1;3)$ làm một vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng cần tìm là

$$2(x-1) + (y-2) + 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z + 2 = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và chứa d là

A. $23x + 17y - z + 14 = 0$.

B. $23x - 17y - z + 14 = 0$.

C. $23x + 17y + z - 60 = 0$.

D. $23x - 17y - z - 14 = 0$.

Lời giải. Chọn điểm $B(0;1;-3) \in d$. Ta có $(\alpha): \begin{cases} \text{qua } A(1;2;3) \\ \text{VTPT } \vec{n} = [\vec{AB}, \vec{u}_d] = (-23;17;1) \end{cases}$ nên có

phương trình $(\alpha): 23x - 17y - z + 14 = 0$. **Chọn B.**

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với (P) và song song với d là

A. $2x + 4y + 5z = 0$.

B. $4x + 2y + 5z = 0$.

C. $2x + 5y + 4z = 0$.

D. $5x + 2y + 4z = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng (P) có $\vec{n}_P = (1;-2;2)$ và đường thẳng d có $\vec{u}_d = (-1;-2;3)$.

Ta có $(\alpha): \begin{cases} \text{qua } O(0;0;0) \\ \text{VTPT } \vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (-2;-5;-4) \end{cases}$ nên có phương trình $(\alpha): 2x + 5y + 4z = 0$.

Chọn C.

Câu 4. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$.

B. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$.

D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải. Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (2;-1;-1)$.

Từ giả thiết suy ra (P) có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0;1;-1)$.

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ của AB .

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): 2y - 2z + 1 = 0$. **Chọn B.**

Câu 5. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với d, Δ ?

A. $y + z + 3 = 0$.

B. $x + z + 1 = 0$.

C. $x + y + 1 = 0$.

D. $x + z - 1 = 0$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1-2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Từ giả thiết suy ra (P) có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_d, \vec{u}_\Delta] = (-1;0;-1)$. Suy ra mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát: $(P): x + z + D = 0$.

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d[I, (P)] = R \Leftrightarrow \frac{|-1-2+D|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |D-3| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 5 \\ D = 1 \end{cases}$.

Vậy $(P): x + z + 5 = 0$. hoặc $(P): x + z + 1 = 0$. **Chọn B.**

Dạng 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 6. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2;1;-3)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2;-1;3)$.

C. $\vec{u}_3 = (-1;2;1)$.

D. $\vec{u}_4 = (-1;2;-1)$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: x+3 = \frac{y-1}{-1} = \frac{5-z}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (0;1;2)$. B. $\vec{u}_2 = (1;-1;-2)$. C. $\vec{u}_3 = (0;-1;2)$. D. $\vec{u}_4 = (1;-1;2)$.

Lời giải. Viết lại $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$. **Chọn D.**

Câu 8. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (0;3;-1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;3;-1)$. C. $\vec{u}_3 = (1;-3;-1)$. D. $\vec{u}_4 = (1;2;5)$.

Lời giải. **Chọn A.**

Câu 9. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{a} = (1;0;2)$. B. $\vec{b} = (1;2;2)$. C. $\vec{c} = (2;0;-4)$. D. $\vec{d} = (-1;0;-2)$.

Lời giải. **Chọn C.**

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ nào dưới đây làm một vectơ chỉ phương?

- A. $\vec{a} = (1;1;0)$. B. $\vec{b} = (-2;2;2)$. C. $\vec{c} = (-1;2;1)$. D. $\vec{d} = (-1;1;0)$.

Lời giải. Trung điểm BC có tọa độ $I(0;2;1)$

→ trung tuyến từ A có một vectơ chỉ phương là $\vec{AI} = (-1;1;0)$. **Chọn D.**

Câu 11. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2z+3=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{a} = (1;2;0)$. B. $\vec{b} = (1;2;3)$. C. $\vec{c} = (1;0;2)$. D. $\vec{d} = (2;0;-1)$.

Lời giải. Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1;0;2)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1;0;2)$ của (α) làm một vectơ chỉ phương. **Chọn C.**

Câu 12. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{-1} = z+1$.

Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tham số của d ?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Lời giải. Viết lại $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1} \rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \xrightarrow{\text{cho } t=-1} \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$.

Điều đó chứng tỏ d đi qua điểm có tọa độ $(-1; 2; -2)$ nên $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 14. (ĐHSP Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $I(1; -1; -1)$ và nhận $\vec{u} = (-2; 3; -5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{-1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{-1}$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Lời giải. Ta có $\vec{a} = (4; -6; 2) \parallel \vec{a}' = (2; -3; 1)$. **Chọn C.**

Câu 16. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;4;6)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng Δ ?

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = -10 - 4t \\ z = -15 - 6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 6t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases}$.

Lời giải. Chọn D. Vì thay $x = 1, y = 2, z = 3$ vào thì không thỏa mãn.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(0;2;1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Lời giải. Đường thẳng d : $\begin{cases} \text{qua } A(2;-1;3) \\ \text{VTCP } \vec{BA} = (2;-3;2) \end{cases} \xrightarrow{\text{Pt tham số}} \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Cho $t = -1$, ta được $x = -2, y = 5, z = -1$. Nhận thấy đáp án C đúng. **Chọn C.**

Câu 18. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3), B(1;0;1), C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ D. $x - 2y + z = 0$.

Lời giải. Ta có d : $\begin{cases} \text{qua } A(0;-1;3) \\ \text{VTCP } \vec{BC} = (-2;1;1) \end{cases} \xrightarrow{\text{Pt chính tắc}} \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. **Chọn B.**

Chú ý: Đáp án A không nhận được, vì đó là phương trình tham số.

Câu 19. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải. Vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (1; 3; -1)$ nên suy ra đáp án **A** hoặc **B** đúng. Thử tọa độ điểm $A(2; 3; 0)$ vào ta thấy đáp án **B** thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

$$\text{A. } d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{B. } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{C. } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases} \quad \text{D. } d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t \\ z = 3-t \end{cases}$$

Lời giải. Ta có d song song với Oy nên có VTCP $\vec{j} = (0; 1; 0)$. **Chọn B.**

Câu 21*. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-3; 2; 0)$, $C(2; -2; 3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

$$\text{A. } M(-1; 2; 4). \quad \text{B. } N(0; 2; -2). \quad \text{C. } P(-1; 2; -2). \quad \text{D. } Q(-5; 2; 3).$$

Lời giải. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC vuông góc với AC , đồng thời nằm trong mặt phẳng (ABC) nên nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) làm một vectơ pháp tuyến.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; 2; -1) \\ \overrightarrow{AC} = (2; -2; 2) \end{cases} \Rightarrow \text{một VTPT của mp } (ABC) \text{ là } \vec{n}_{ABC} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2).$$

Suy ra đường cao kẻ từ B có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\overrightarrow{AC}; \vec{n}_{ABC}] = (-12; 0; 12)$.

$$\text{Do đó phương trình đường cao kẻ từ } B \text{ là } BH: \begin{cases} x = -3+t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}. \text{ Ta thấy } P(1; 2; -2) \in BH.$$

Chọn C.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O ,

$$\text{vuông góc với trục } Ox \text{ và vuông góc với đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1-3t \end{cases} \text{ có phương trình là}$$

$$\text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = -t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -3t \\ z = -t \end{cases} \quad \text{C. } \frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}. \quad \text{D. } \begin{cases} x = 0 \\ y = -3t \\ z = t \end{cases}$$

Lời giải. Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}_\Delta = (1; -1; -3)$. Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Do $d \perp Ox$ và $d \perp \Delta$ nên d có một VTCP là $\vec{u}_d = [\vec{i}; \vec{u}_\Delta] = (0; 3; -1)$. **Chọn D.**

Câu 23. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai

đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Đường thẳng đi

qua $A(1; -1; 2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình

A. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải. VTCP của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; -4; 6)$ và $\vec{u}_2 = (2; 1; -5)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1; -1; 2)$ và có một VTCP là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (14; 7; 9)$ nên có phương trình $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$. **Chọn A.**

Câu 24. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải. VTPT của $(P), (Q)$ lần lượt là $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$ và $\vec{n}_Q = (1; -1; 1)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1; -2; 3)$ và có một VTCP là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2; 0; -2)$.

Chọn D.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm

$M(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d có phương trình

A. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải. Đường thẳng Δ có một VTCP là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -2; 3)$. **Chọn D.**

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho M là trung điểm của AB có phương trình

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t. \\ z=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2 \\ y=1+t. \\ z=-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+t. \\ z=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t. \\ z=-1 \end{cases}$.

Lời giải. Do $A = \Delta \cap d_1$ suy ra $A \in d_1$ nên $A(2+t; 1-2t; 1+2t)$.

Vì M là trung điểm AB , suy ra $B(-t+2; 2t-3; -2t+1)$.

Theo giả thiết, $B \in d_2$ nên $\frac{-t+2-2}{2} = \frac{2t-3+3}{1} = \frac{-2t+1-1}{-1} \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow \begin{cases} A(2;1;1) \\ B(2;-3;1) \end{cases}$.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(2;1;1), B(2;-3;1)$ nên $\Delta: \begin{cases} x=2 \\ y=1+t. \\ z=1 \end{cases}$ **Chọn A.**

Câu 27*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t. \\ z=-1+t \end{cases}$. Đường thẳng Δ qua A , vuông góc với d_1 và

cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải. Gọi $B = \Delta \cap d_2$, suy ra $B \in d_2$ nên $B(1-t; 1+2t; -1+t)$.

Đường d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$. Đường Δ có VTCP $\vec{AB} = (-t; 2t-1; t-4)$.

Theo giả thiết, ta có $\Delta \perp d_1$ nên

$$\vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 2(-t) - 1(2t-1) + (t-4) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \longrightarrow B(2; -1; -2).$$

Khi đó Δ đi qua hai điểm A và B nên $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. **Chọn A.**

Câu 28*. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho

điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông

góc và cắt d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

$$\text{C. } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}.$$

Lời giải. Gọi $B = \Delta \cap d$, suy ra $B \in d$ nên $B(1+t; t; -1+2t)$.

Khi đó Δ có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (t; t; 2t-3)$. Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$.

Theo đề bài: $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = t+t+4t-6=0 \Leftrightarrow t=1 \longrightarrow B(2; 1; 1)$.

Đường thẳng Δ cần tìm đi qua hai điểm A, B nên $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$. **Chọn B.**

Câu 29. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt trục Ox và vuông góc với d có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+3t \end{cases}$$

Lời giải. Gọi $M = \Delta \cap Ox$. Suy ra $M(a; 0; 0)$.

Đường Δ có VTCP là $\overrightarrow{AM} = (a-1; -2; -3)$. Đường d có VTCP $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$.

Theo đề bài: $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2a-2-2+6=0 \Leftrightarrow a=-1 \longrightarrow M(-1; 0; 0)$.

Đường thẳng Δ cần tìm đi qua hai điểm A, M nên $\Delta: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm A , cắt trục Oz và song song với mặt phẳng (P) có phương trình

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1+5t \\ y = 2-6t \\ z = 3+t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+6t \\ z = 3+t \end{cases}$$

Lời giải. Gọi $d \cap Oz = B(0; 0; z_0) \longrightarrow d$ có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; z_0-3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2; 1; -4)$.

Theo giả thiết: $d \parallel (P)$ nên suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow -2-2-4z_0+12=0 \Leftrightarrow z_0=2$.

Đường thẳng d cần tìm đi qua hai điểm A, B nên $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 31. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
 C. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải. Xét hệ $\begin{cases} \Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1} \\ (P): x + 2y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 1; 1)$. Điều này chứng tỏ Δ cắt (P)

tại điểm $A(-3; 1; 1)$.

Từ giả thiết suy ra đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm $A(-3; 1; 1)$ và có một VTCP là

$\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (1; -2; -1)$ nên có phương trình $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. **Chọn C.**

Câu 32. [ĐỀ THAM KHẢO 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$, $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải. Gọi đường thẳng cần tìm là Δ .

Gọi $\Delta \cap d_1 = A(3-t_1; 3-2t_1; -2+t_1)$ và $\Delta \cap d_2 = B(5-3t_2; -1+2t_2; 2+t_2)$.

Suy ra đường thẳng Δ có một VTCP là $\overrightarrow{AB} = (2-3t_2+t_1; -4+2t_2+2t_1; 4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1; 2; 3)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ suy ra \overrightarrow{AB} và \vec{n}_P cùng phương nên

$$\frac{2-3t_2+t_1}{1} = \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \frac{4+t_2-t_1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

Đường Δ đi qua hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(2; -1; 3)$ nên $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. **Chọn A.**

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 0 \\ z = -5+t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = 4-2t' \\ z = 5+3t' \end{cases}$$

Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{-2}. & \text{B. } \begin{cases} x = 4-t \\ y = 3t \\ z = -2+t \end{cases} \\ \text{C. } \frac{x+4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}. & \text{D. } \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}. \end{array}$$

Lời giải. Gọi $\begin{cases} M(1+t; 0; t-5) \in d_1 \\ N(0; 4-2t'; 5+3t') \in d_2 \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{MN} = (-1-t; 4-2t'; 10+3t'-t).$

Đường thẳng d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 0; 1)$. Đường thẳng d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (0; -2; 3)$.

Để MN là đoạn vuông góc chung $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(4; 0; -2) \\ N(0; 6; 2) \end{cases}.$

Phương trình đường vuông góc chung là $MN: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$. **Chọn D.**

Câu 34*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases} \end{array}$$

Lời giải. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $(\alpha): 3x + y - 7 = 0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm A, B nên d thuộc mặt phẳng (α) .

Lại có $d \subset (P)$, suy ra $d = (P) \cap (\alpha)$ hay $d: \begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases}.$

Chọn $x = t$, ta được $\begin{cases} z = 2t \\ y = 7 - 3t \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 35*. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương

trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}. & \text{B. } \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}. \\ \text{C. } \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}. & \text{D. } \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}. \end{array}$$

Lời giải. Ta thấy hai đường d và d' có cùng vectơ chỉ phương. Kiểm tra lại ta có được $d \parallel d'$ nên đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 1; -2)$ và đi qua trung điểm $I(3; -2; 2)$ của AB , với $A(2; -3; 4) \in d$ và $B(4; -1; 0) \in d'$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm: $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$. **Chọn D.**

Dạng 3. HÌNH CHIẾU – KHOẢNG CÁCH

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -6; 3)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t. \\ z = t \end{cases} \text{ Tọa độ hình chiếu vuông góc của } M \text{ lên } d \text{ là}$$

- A. $(1; -2; 0)$. B. $(-8; 4; -3)$. C. $(1; 2; 1)$. D. $(4; -4; 1)$.

Lời giải. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d .

Suy ra $H \in d$ nên $H(1+3t; -2-2t; t)$. Suy ra $\overrightarrow{MH} = (3t-1; 4-2t; t-3)$.

Ta có $MH \perp d$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 3(3t-1) - 2(4-2t) + (t-3) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow H(4; -4; 1)$.

Chọn D.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d là

- A. $A'(3; 1; -5)$. B. $A'(-3; 0; 5)$. C. $A'(3; 0; -5)$. D. $A'(3; 1; 5)$.

Lời giải. Đường thẳng d có một VTCP $\vec{u}_d = (3; -1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d nên có một VTPT $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_d = (3; -1; 1)$. Do đó $(\alpha): 3x - y + z - 4 = 0$.

Tọa độ hình chiếu H của A trên d thỏa
$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1} \\ 3x - y + z - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(2; 1; -1)$$
.

Khi đó H là trung điểm của AA' nên suy ra $A'(3; 0; -5)$. **Chọn C.**

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(-1; 3; 2)$ trên mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 4z - 36 = 0$.

- A. $H(-1; -2; 6)$. B. $H(1; 2; 6)$. C. $H(1; -2; 6)$. D. $H(1; -2; -6)$.

Lời giải. Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_P = (2; -5; 4)$. Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P) nên có VTCP $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (2; -5; 4)$. Suy ra $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-2}{4}$.

Khi đó tọa độ hình chiếu $H(x; y; z)$ thỏa
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-2}{4} \\ 2x-5y+4z-36=0 \end{cases} \Rightarrow H(1; -2; 6). \text{ Chọn C.}$$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 0; 0)$, $B(0; -6; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (α) là

- A. $(2; -1; 3)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(-2; -1; 3)$. D. $(2; -1; -3)$.

Lời giải. Tọa độ trọng tâm $G(1; -2; 2)$. Như bài trên ta được $(2; -1; 3)$. **Chọn A.**

Câu 40. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) . Độ dài đoạn thẳng OA' bằng

- A. $3\sqrt{26}$. B. $5\sqrt{3}$. C. $\sqrt{46}$. D. $\sqrt{186}$.

Lời giải. Như các bài trước ta tìm được tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) là điểm $H(5; 1; 7)$. Điểm A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA' .

Suy ra $A'(11; -1; 8) \Rightarrow OA' = \sqrt{11^2 + (-1)^2 + 8^2} = \sqrt{186}$. **Chọn D.**

Câu 41. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (α) tại điểm H . Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(-3; 0; -2)$. B. $H(-1; 4; 4)$. C. $H(3; 0; 2)$. D. $H(1; -1; 0)$.

Lời giải. Tọa độ điểm H cần tìm là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) . Như các bài trước dễ dàng tìm được $H(3; 0; 2)$. **Chọn C.**

Câu 42. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, biết rằng mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$ cắt mặt cầu (S) có tâm $I(3, -1, -4)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Tâm H của đường tròn giao tuyến là điểm nào sau đây

- A. $H(1; 1; 3)$. B. $H(1; 1; -3)$. C. $H(-1; 1; 3)$. D. $H(-3; 1; 1)$.

Lời giải. Tọa độ điểm H cần tìm là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) . Như các bài trước dễ dàng tìm được $H(1; 1; -3)$. **Chọn B.**

Câu 43*. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải. Chọn C. Phương pháp: • Nếu d cắt (P) tại I , thì ta chọn trên d một điểm $A \neq I$. Sau đó xác định A' là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P) . Đường thẳng cần tìm đi qua hai điểm I và A' .
• Nếu d song song (P) thì ta chọn trên d hai điểm phân biệt A và B . Sau đó xác định A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên (P) . Đường thẳng cần tìm đi qua hai điểm A' và B' .

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến

đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \text{ bằng} \\ z = -t \end{cases}$

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải. [Dùng công thức] Đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;0)$, có VTCP $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = (0;2;2)$, $[\vec{u}; \overrightarrow{AM}] = (4;-2;2)$. Vậy $d[M, \Delta] = \frac{||[\vec{u}, \overrightarrow{AM}]||}{|\vec{u}|} = 2\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Cách 2. Tìm tọa độ hình chiếu H của M trên Δ . Khi đó $d(M, \Delta) = MH$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;0)$, $B(1;0;-2)$, $C(3;-1;-1)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC bằng

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;1;-2)$ và $\overrightarrow{BC} = (2;-1;1)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (-1;-4;-2)$.

Khi đó $d[A, BC] = \frac{||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]||}{|\overrightarrow{BC}|} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{14}$. C. 7. D. 14.

Lời giải. Bán kính mặt cầu cần tìm là khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d .
Chọn B.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y - z + 5 = 0$. Khoảng cách giữa d và (P) bằng

- A. $\sqrt{14}$. B. $\frac{14\sqrt{14}}{9}$. C. $\frac{6}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{9\sqrt{14}}{14}$.

Lời giải. Dễ dàng kiểm tra $d \parallel (P)$. Vì nếu ngược lại thì khoảng cách sẽ bằng 0.

Vì $d \parallel (P)$ nên $d[d, (P)] = d[M, (P)] \stackrel{M(1;7;3) \in d}{=} \frac{|3 - 14 - 3 + 5|}{\sqrt{9 + 4 + 1}} = \frac{9\sqrt{14}}{14}$. **Chọn D.**

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-5}$ và $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{45}{\sqrt{14}}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Lời giải. Chọn $M(2;3;1) \in \Delta$ và $N(1;0;-1) \in d$.

Áp dụng công thức $d[\Delta, d] = \frac{|[\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d] \cdot \overrightarrow{MN}|}{|[\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d]|} = \sqrt{5}$. **Chọn C.**

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, độ dài đoạn vuông góc chung của hai

đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 4 \end{cases}$ bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{6}$. D. 4.

Lời giải. Làm như câu 33, ta tìm được $M(1;2;0) \in d_1$ và $N(3;4;4) \in d_2$. **Chọn C.**

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phẳng $(P): x + 2y + 2z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Gọi I là giao điểm của d và (P) . Tính khoảng cách từ điểm M thuộc d đến (P) , biết $IM = 9$.

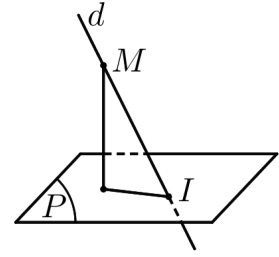
- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{15}$. D. 8.

Lời giải. Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (2; 2; 1)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_P = (1; 2; 2)$.

Suy ra sin của góc α tạo bởi d và (P) bằng $\frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_P|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_P|} = \frac{8}{9}$.

Khi đó $d[M, (P)] = IM \cdot \sin \alpha = 8$. **Chọn D.**



Dạng 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 51. (KHTN Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

- A. $M(-1; 1; -2)$. B. $N(1; -1; 2)$. C. $P(2; -1; 3)$. D. $Q(-2; 1; -3)$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 52. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2017-2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm

nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

- A. $M(1; 1; 3)$. B. $N(1; 5; 2)$. C. $P(1; 2; 5)$. D. $Q(-1; 1; 3)$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 53. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(0; 1; 3)$. B. $(2; 3; 3)$. C. $(5; 6; 8)$. D. $(1; -2; 0)$.

Lời giải. Ta có $(\alpha): \begin{cases} \text{qua } A(2; 3; 0) \in d \\ \text{VTPT } \vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{n}_\beta] = (-4; 4; 0) \end{cases} \longrightarrow (\alpha): x - y + 1 = 0$.

Khi đó giao tuyến thỏa hệ $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$

Thay các phương án vào hệ, ta nhận $(2; 3; 3)$. **Chọn B.**

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$

đi qua điểm $M(2; m; n)$. Tổng $m + n$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. 7 .

Lời giải. Vì $M(2; m; n) \in \Delta$ nên ta có $\frac{2}{1} = \frac{m+2}{-1} = \frac{n-1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 7 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giao điểm của hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 2 - 8t' \end{cases} \text{ có tọa độ là}$$

- A. $(-3; -2; 6)$. B. $(3; 7; 18)$. C. $(5; -1; 20)$. D. $(3; -2; 1)$.

Lời giải. Ta giải hệ $\begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' \\ -2 + 3t = -1 - 4t' \\ 6 + 4t = 2 - 8t' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases}$.

Thay $t = 3$ vào d , ta được $(x; y; z) = (3; 7; 18)$. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm: Thay từng đáp án vào hai đường thẳng d và d' .

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}.$$

Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Lời giải. Đường $d_1: \begin{cases} \text{qua } M_1(-1; 0; 1) \\ \text{VTCP } \vec{u}_1 = (3; -1; -2) \end{cases}$. Đường $d_2: \begin{cases} \text{qua } M_2(1; 2; 3) \\ \text{VTCP } \vec{u}_2 = (-3; 1; 2) \end{cases}$. Ta có

• $\frac{3}{-3} = \frac{-1}{1} = \frac{-2}{2}$ nên $\vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2$. (1)

• $\frac{-1-1}{-3} \neq \frac{0-2}{1} \neq \frac{1-3}{2}$ nên $M_1 \notin d_2$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra d_1 và d_2 song song. **Chọn A.**

Nhận xét: Nếu $\vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2$ và $M_1 \in d_2$ thì ta kết luận d_1 và d_2 trùng nhau.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 1)$, $B(-2; -2; -1)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. AB chéo d . B. AB cắt d . C. AB song song d . D. AB trùng d .

Lời giải. Chọn B. Ta có $\overrightarrow{BA} = (4; 2; 2)$, suy ra đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; 1; -1)$.

Do \vec{u}_1 không cùng phương với \vec{u}_2 nên AB và d chỉ có thể là chéo nhau hoặc cắt nhau. Đến đây ta có 2 cách xử lý:

- **Cách 1.** Viết phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số, sau đó xét hệ phương trình tọa độ giao điểm với đường thẳng d . Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì kết luận AB cắt d . Nếu hệ vô nghiệm thì kết luận AB chéo d .
- **Cách 2.** Xét $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MA}$ (với $M(0; -1; 0) \in d$). Nếu $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MA} = 0$ thì kết luận AB cắt d . Nếu $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MA} \neq 0$ thì kết luận AB chéo d .

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 2+t \end{cases}.$$

Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Lời giải. Đường $d_1: \begin{cases} \text{qua } M_1(3; 2; 1) \\ \text{VTCP } \vec{u}_1 = (1; 2; 1) \end{cases}$. Đường $d_2: \begin{cases} \text{qua } M_2(0; 2; 2) \\ \text{VTCP } \vec{u}_2 = (1; 0; 1) \end{cases}$.

Làm như câu 57, ta thấy d_1 và d_2 chéo nhau. **Chọn D.**

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}.$$

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. d_1 song song d_2 . B. d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 cắt d_2 và vuông góc với nhau. D. d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau.

Lời giải. Đường $d_1: \begin{cases} \text{qua } M_1(0; 0; 2) \\ \text{VTCP } \vec{u}_1 = (1; 2; -3) \end{cases}$. Đường $d_2: \begin{cases} \text{qua } M_2(0; -3; 0) \\ \text{VTCP } \vec{u}_2 = (2; -1; 0) \end{cases}$. Ta có

- $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 - 2 = 0 \longrightarrow d_1 \perp d_2$.
- $\begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -6; -5) \\ \overrightarrow{M_1M_2} = (0; -3; -2) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{M_1M_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 18 + 10 \neq 0$.

Vậy d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau. **Chọn D.**

Nhận xét: Nếu $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ và $\overrightarrow{M_1M_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0$ thì ta chọn đáp án C.

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Trong

các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với d ?

A. $d_1: \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = 5t \end{cases}$

B. $d_2: \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $d_3: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-5}$.

D. $d_4: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải. Chọn A.

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với d ?

A. $d_1: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

B. $d_2: \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = 5t \end{cases}$

C. $d_3: \frac{x+2}{-4} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

D. $d_4: \frac{x}{6} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{6}$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}$. Trong

các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt d ?

A. $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

B. $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $d_3: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$

D. $d_4: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Lời giải. Chọn B.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = -2 + t \\ z = -2t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}.$$

Với giá trị nào sau đây của a thì d_1 và d_2 song song với nhau?

A. $a = -2$.

B. $a = 0$.

C. $a = 1$.

D. Không tồn tại.

Lời giải. Đường d_1 : $\begin{cases} \text{qua } M_1(1; -2; 0) \\ \text{VTCP } \vec{u}_1 = (a; 1; -2) \end{cases}$. Đường d_2 : $\begin{cases} \text{qua } M_2(0; 3; -2) \\ \text{VTCP } \vec{u}_2 = (2; -1; 2) \end{cases}$. Ta có

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2 & (1) \\ M_1 \notin d_2 & (2). \end{cases}$$

Để thấy (2) thỏa mãn; Xét (1) $\Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{2} \Rightarrow a = -2$. **Chọn A.**

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = n + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + mt \end{cases}$$

Khi hai đường thẳng đó trùng nhau thì tổng $m+n$ bằng

- A. -7. B. -3. C. 3. D. 7.

Lời giải. Làm như bài trên, ta cần $\begin{cases} \vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2 \\ M_2 \in d_1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ m = 2 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$$

Với giá trị nào của a thì d_1 và d_2 cắt nhau?

- A. $a = 0$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = 1$. D. $a = 2$.

Lời giải. Để d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + at = 1 - t' & (1) \\ t = 2 + 2t' & (2) \\ -1 + 2t = 3 - t' & (3) \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Từ (2) và (3), ta có $\begin{cases} t = 2 \\ t' = 0 \end{cases}$. Thay vào (1), ta được $a = 0$. **Chọn A.**

Câu 66. (Đại học Vinh lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ

$Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

- A. $(2; 1; -1)$. B. $(3; -1; -2)$. C. $(1; 3; -2)$. D. $(1; 3; 2)$.

Lời giải. Xét hệ
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2t \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases} \xrightarrow{t=1} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3. \\ z = 2 \end{cases} \text{ Chọn D.}$$

Câu 67. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M .

Tỉ số $\frac{AM}{BM}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 3.

Lời giải. Dễ dàng tìm được $M(-9;0;0)$. **Chọn B.**

Câu 68. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mp $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Lời giải. Đường $d: \begin{cases} \text{qua } M(-1;0;5) \\ \text{VTCP } \vec{u}_d = (1; -3; -1) \end{cases}$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (3; -3; 2)$.

- $M \notin (P) \Rightarrow$ loại đáp án D.
- \vec{n}_p không cùng phương với $\vec{u}_d \Rightarrow$ loại đáp án B.
- $\vec{n}_p \cdot \vec{u}_d = 10 \longrightarrow \vec{n}_p$ không vuông góc với $\vec{u}_d \Rightarrow$ loại đáp án C.

Chọn A.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt

phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Lời giải. Dễ thấy $\vec{u}_d \parallel \vec{n}_p$ nên suy ra d vuông góc với (P) . **Chọn B.**

Câu 70. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
 C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Lời giải. Dễ dàng kiểm tra được $\begin{cases} M(1;2;3) \notin (P) \\ \vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0 \end{cases} \longrightarrow d \parallel (P)$. **Chọn C.**

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (a, b, c là ba số cho trước khác 0) và đường thẳng $d: ax = by = cz$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. d nằm trong (P) .
 B. d song song với (P) .
 C. d cắt (P) tại một điểm nhưng không vuông góc với (P) .
 D. d vuông góc với (P) .

Lời giải. Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n}_P = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right) = \frac{1}{abc}(bc; ac; ab)$.

Đường thẳng $d: ax = by = cz \Leftrightarrow \frac{x}{bc} = \frac{y}{ac} = \frac{z}{ab} \longrightarrow d$ có một VTCP $\vec{u}_d = (bc; ac; ab)$.

Nhận thấy \vec{n}_P cùng phương với \vec{u}_d . **Chọn D.**

Câu 72. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -52$. D. $m = 52$.

Lời giải. Để $\Delta \perp (P) \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta \parallel \vec{n}_P \Leftrightarrow \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = \frac{m}{1} \Leftrightarrow m = 2$. **Chọn B.**

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = n + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Khi d nằm trong (P) thì tổng $2m + n$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. -11 . D. 11 .

Lời giải. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ M \in (P) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - n = 0$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + (2m - 1)t \end{cases}$. Để d song song (P) thì

- A. $\begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = 7 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \\ n = 7 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n \neq 7 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \\ n \neq 7 \end{cases}$.

Lời giải. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 = 0 \\ 7 - n \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n \neq 7 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 75. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

Đường thẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) ?

- A. $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$. B. $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-1}$.
C. $d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-2}$. D. $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$, bán kính $R = 2$.

Lần lượt tính khoảng cách từ tâm I đến từng đường thẳng. Đáp án nào cho khoảng cách bé hơn R thì ta chọn. **Chọn D.**

Dạng 5. GÓC

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc α giữa hai đường thẳng đường

thẳng $d_1: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+3}{-3}$ bằng

- A. $\alpha = 0^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 180^\circ$.

Lời giải. Đường thẳng d_1 có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 4; 3)$, d_2 có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -4; -3)$. Nhận thấy $\vec{u}_1 = -\vec{u}_2$. **Chọn A.**

Câu 77. (Đại học Vinh lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai

đường thẳng đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải. Ta có $\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \\ z = 2 + mt \end{cases}.$$

Để hai đường thẳng hợp với nhau một góc bằng 60° thì giá trị của m bằng

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải. YCBT $\Leftrightarrow |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|m-1|}{2\sqrt{m^2+3}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -1$. **Chọn B.**

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và mặt

phẳng $(P): 3x - 2y + 1 = 0$. Góc hợp bởi giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Ta có $\sin \varphi = |\cos(\vec{u}_d, \vec{n}_P)| = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = 45^\circ$. **Chọn B.**

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$

và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. $-\frac{\sqrt{78}}{9}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{78}}{9}$.

Lời giải. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 2)$ và mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Ta có $\sin(\Delta, (\alpha)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{9} \rightarrow \cos(\Delta, (\alpha)) = \frac{\sqrt{78}}{9}$. **Chọn D.**

Lời bình: Câu hỏi không khó nhưng dễ nhầm. Câu hỏi yêu cầu tính cosin.

Dạng 6. TÌM ĐIỂM THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$

và điểm $A(2; -5; -6)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm có tung độ dương thuộc Δ sao cho $AM = \sqrt{35}$. Tổng $a + 2b + c$ bằng

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

Lời giải. Vì $M \in \Delta$ suy ra $M(1+2t; -2+t; -1-3t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2t-1; t+3; -3t+5)$.

Ta có $AM = \sqrt{35} \Leftrightarrow (2t-1)^2 + (t+3)^2 + (3t-5)^2 = 35$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1; -2; -1) \text{ (loại)} \\ M(5; 0; -7) \end{cases}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -1; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$.

Gọi $H(a; b; c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 5.

Lời giải. Vì $H \in d$ suy ra $H(1+2t; 2; -t)$.

Khi đó $AH = \sqrt{(1+2t)^2 + (2+1)^2 + (-t-3)^2} = \sqrt{5t^2 + 15t + 19} = \sqrt{5(t+1)^2 + 14} \geq \sqrt{14}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = -1$. Khi đó $H(-1; 2; 1)$. **Chọn B.**

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Gọi $A(a; b; c)$ là điểm có hoành độ dương thuộc d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

Lời giải. Gọi $A(2t; -t; t-1) \in d$ với $t > 0$.

$$\text{Ta có } d[A, (\alpha)] = 3 \Leftrightarrow \frac{|2t - 2(-t) - 2(t-1) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|2t + 7|}{3} = 3$$

$$\Leftrightarrow |2t + 7| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -8 \text{ (loại)} \end{cases} \rightarrow t = 1 \rightarrow A(2; -1; 0). \text{ Chọn C.}$$

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$. Gọi $A(a; 0; 0)$ là điểm thuộc Ox sao cho A cách đều d và (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \leq -3$. B. $a = -3$. C. $a > 2$. D. $a > 5$.

Lời giải. Đường thẳng d đi qua $M(1; 0; -2)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (1; 2; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (a-1; 0; 2)$, suy ra $[\vec{u}_d, \overrightarrow{MA}] = (4; 2a-4; -2a+2)$.

$$\text{YCBT: } d[A, d] = d[A, (P)] \Leftrightarrow \frac{|[\vec{u}_d, \overrightarrow{MA}]|}{|\vec{u}_d|} = \frac{|2a|}{\sqrt{4+1+4}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{16+(2a-4)^2+(-2a+2)^2}}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{|2a|}{\sqrt{4+1+4}} \longrightarrow a = 3. \text{ Chọn C.}$$

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$, điểm $I(1;2;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm có hoành độ dương thuộc d , N thuộc (S) sao cho I là trung điểm MN . Tổng $a+b+c$ bằng

A. -4. B. -2. C. 8. D. 10.

Lời giải. Ta có $M \in d$ nên $M(2+3t; 2+4t; -t)$.

Do I là trung điểm MN , suy ra $N(-3t; 2-4t; t)$.

Mặt khác, $N \in (S)$ nên $(-3t-1)^2 + (2-4t-2)^2 + (t-3)^2 = 36$

$$\Leftrightarrow 26t^2 - 26 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow M(5; 6; -1) \\ t = -1 \rightarrow M(-1; -2; 1) \text{ (loại)} \end{cases}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z+2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Đường thẳng qua $A(1;2;-1)$ và cắt (P) , d lần lượt tại B , $C(a;b;c)$ sao cho C là trung điểm của AB . Tổng $a+b+c$ bằng

A. -15. B. -12. C. -5. D. 11.

Lời giải. Ta có $C \in d \Rightarrow C(1+2t; -1-t; 4+t)$.

Do C là trung điểm của AB , suy ra $B(4t+1; -2t-4; 2t+9)$.

$$\text{Mà } B \in (P) \longrightarrow (4t+1) + 3(-2t-4) - 2(2t+9) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{9}{2} \longrightarrow C\left(-8; \frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Suy ra $a+b+c = -8 + \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = -5$. **Chọn C.**

Câu 87. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm có cao độ dương thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. -7. D. 7.

Lời giải. Ta có $M \in d \Rightarrow M(1+t; 2+t; 1+2t)$. Điều kiện: $t > -\frac{1}{2}$.

$$\text{YCBT: } MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow (-t)^2 + (-3-t)^2 + (1-2t)^2 + (-2-t)^2 + (-t)^2 + (2-2t)^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow 12t^2 - 2t - 10 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -\frac{5}{6} \text{ (loại)}. \text{ Khi đó } M(1; 3; 3). \text{ Chọn D.}$$

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ và hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-5;0;5)$. Điểm M thuộc d thỏa mãn $MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{7}$. C. 28. D. 76.

Lời giải. Điểm $M \in d \Rightarrow M(1-t; -2+t; 2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (t-1; 3-t; 1-2t)$, $\overrightarrow{MB} = (t-6; 2-t; 5-2t)$.

Khi đó $MA^2 + MB^2 = 12t^2 - 48t + 76 = 12(t-2)^2 + 28 \geq 28$. **Chọn C.**

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ và hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-5;0;5)$. Điểm M thuộc d sao cho $|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\sqrt{55}$. B. $\sqrt{110}$. C. 55. D. 110.

Lời giải. Điểm $M \in d \Rightarrow M(1-t; -2+t; 2t)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (t-1; 3-t; 1-2t) \\ \overrightarrow{MB} = (t-6; 2-t; 5-2t) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = (17-2t; 2t-3; 4t-14)$.

Khi đó $|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}| = \sqrt{24(t-4)^2 + 110} \geq \sqrt{110}$. **Chọn B.**

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -5; 2)$, $B(3; -1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm M thuộc d thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{29}$. C. 21. D. 29.

Lời giải. Điểm $M \in d \Rightarrow M(-3+4t; 2+t; -3+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (4-4t; -7-t; 5-2t)$ và $\overrightarrow{MB} = (6-4t; -3-t; 1-2t)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (4-4t)(6-4t) + (-7-t)(-3-t) + (5-2t)(1-2t) = 21(t-1)^2 + 29 \geq 29$.

Chọn D.

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và hai điểm $M(-1;3;1)$, $N(0;2;-1)$. Điểm $P(a;b;c)$ thuộc d sao cho tam giác MNP cân tại P . Khi đó $3a+b+c$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải. Điểm $P \in d \Rightarrow P(-1-2t; -t; 2+t)$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow PM = PN \Leftrightarrow (2t)^2 + (t+3)^2 + (t+1)^2 = (2t+1)^2 + (t+2)^2 + (t+3)^2 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}.$$

Suy ra $P\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right) \longrightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = \frac{4}{3} \Rightarrow 3a + b + c = 3$. **Chọn D.**

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 0 \end{cases}$ và điểm

$M(4;0;4)$. Gọi $A(m;n;p)$ với $m > 0$ và B là hai điểm thuộc d sao cho tam giác MAB đều. Tổng $m+n+p$ bằng

- A. -8 . B. -4 . C. 4. D. 8.

Lời giải. Do $A, B \in d$ nên suy ra $A(1+a; 1+a; 0)$, $B(1+b; 1+b; 0)$ với $\begin{cases} a \neq b \\ a > -1 \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (a-3; a+1; -4)$, $\overrightarrow{MB} = (b-3; b+1; -4)$, $\overrightarrow{AB} = (b-a; b-a; 0)$.

$$\text{Tam giác } MAB \text{ đều} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ MA = AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (a+1)^2 + 16 = (b-3)^2 + (b+1)^2 + 16 \\ (a-3)^2 + (a+1)^2 + 16 = (b-a)^2 + (b-a)^2 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$ (loại). Suy ra $A(4;4;0)$. **Chọn D.**

Câu 93. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -5 . B. -1 . C. 2. D. 3.

Lời giải. Điểm $C \in d \Rightarrow C(-1+2t; t; 2-t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$ và $\overrightarrow{AC} = (2t; t-3; 1-t)$.

$$\begin{aligned} \text{YCBT: } S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{2} &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{(3t-7)^2 + (-3t-1)^2 + (3t-3)^2} = 2\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 - 54t + 59} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow t = 1. \text{ Suy ra } C(1;1;1). \text{ Chọn D.} \end{aligned}$$

Câu 94*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;4)$, $B(2;-5;-5)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -4. B. -2. C. 2. D. 4.

Lời giải. Đặt $f = x + y + z - 4$.

Ta có $f(A) = 2 + 4 + 4 - 4 = 6 > 0$ và $f(B) = 2 - 5 - 5 - 4 = -12 < 0$.

Suy ra A, B ở khác phía đối với mặt phẳng (P) . Khi đó điểm M thỏa mãn bài toán chính là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) .

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$\text{Suy ra tọa độ điểm } M \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + 3t \\ x + y + z - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(2;1;1). \text{ Chọn D.}$$

Câu 95*. (KHTN lần 3, năm 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (P) , giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải. Kiểm tra như bài trên ta được hai điểm A, B nằm về khác phía so với (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) . Dễ dàng xác định được $A' = (3;-1;2)$.

Khi đó $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B = 2\sqrt{6}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M, B, A'$ thẳng hàng. **Chọn D.**

Câu 96*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -5. B. -3. C. 3. D. 5.

Lời giải. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, suy ra $I(4;-1;-3)$.

Ta có $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{MI}$. Suy ra $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MI}| = MI$.

Do đó $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) . Dễ dàng tìm được $M(1; -4; 0)$. **Chọn B.**

Câu 97*. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

- A. 105. B. 108. C. 135. D. 145.

Lời giải. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, suy ra $I(-1; 1; 1)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2MA^2 + 3MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2 + 3\overrightarrow{MB}^2 = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}(2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB}) + 2\overrightarrow{IA}^2 + 3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2. \end{aligned}$$

Do đó $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P) . Dễ dàng tìm được $M(1; 0; 3)$.

Khi đó $2MA^2 + 3MB^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 135$. **Chọn C.**

Câu 98*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 5; -5)$, $B(5; -3; 7)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ có giá trị lớn nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -12. B. 0. C. 12. D. 36.

Lời giải. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, suy ra $I(13; -11; 19)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 - 2MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 - 2\overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= -MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}) + IA^2 - 2IB^2 = -MI^2 + IA^2 - 2IB^2. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow -MI^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P) . Dễ dàng tìm được $M(6; -18; 12)$. **Chọn B.**

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $M(1; -1; 0)$. Gọi $N(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho MN song song với d . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -7. B. -3. C. 3. D. 7.

Lời giải. Phương pháp: Điểm N cần tìm là giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (P) , trong đó Δ đi qua M và song song với d .

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$.

Tọa độ điểm N thỏa mãn hệ $\begin{cases} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3} \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow N(2; -2; 3)$. **Chọn C.**

Câu 100*. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $B(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm có tọa độ nguyên thuộc (P) sao cho tam giác ABC vuông cân tại B . Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -5. B. -1. C. 1. D. 5.

Lời giải. Phương pháp:

- Viết phương trình mặt phẳng (α) qua B và vuông góc với AB .
- Điểm C thuộc giao tuyến của (α) và (P) .
- Dùng dữ kiện $BA=BC$ để tìm tọa độ điểm C .

Dễ dàng xác định được $(\alpha): x+2z+1=0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (α)

và (P) có phương trình $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Vì $C \in \Delta \Rightarrow C(-1-2t; t; t)$.

Theo giả thiết: $BA=BC \Leftrightarrow \sqrt{5} = \sqrt{(-2t)^2 + (t-1)^2 + t^2}$

$$\Leftrightarrow 6t^2 - 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2/3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(-3; 1; 1) \\ C(1/3; -2/3; -2/3) \end{cases} \text{ (loại)}. \text{ **Chọn B.**}$$

----- HẾT -----

MUA WORD BẰNG CÁCH

- INBOX RIÊNG TÁC GIẢ: HUỲNH ĐỨC KHÁNH

<https://www.facebook.com/duckhanh0205>

- 0975.120.189 (thầy Khánh)

HUỶNH ĐỨC KHÁNH (chủ biên) - HUỶNH THANH TUẤN
NGUYỄN QUỐC HIỆU - VŨ QUỐC TRIỆU - ĐẶNG MẠNH HÙNG
HÀ HUY HOÀNG - NGUYỄN VĂN LÂM - HOÀNG QUỐC TUYÊN
LÊ QUANG KHANH - NGUYỄN VĂN VIỄN - NGUYỄN DUY HƯƠNG
HOÀNG KHẮC LỢI - NGUYỄN TẤN THUẬN - PHẠM VĂN NGHIỆP
LÊ THỊ MAI PHƯƠNG - ĐOÀN THANH HIỀN

EDUKING

TRẮC NGHIỆM 12

TUYỂN CHỌN

LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

