MỤC LỤC

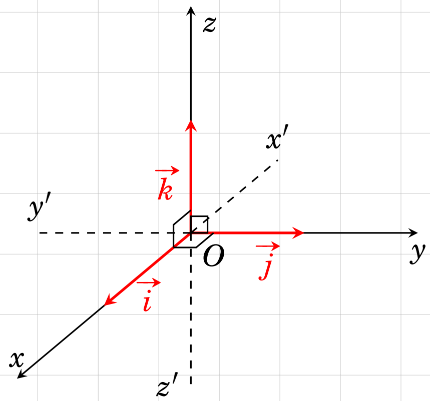
BÀI 1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1 HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Hệ trục toạ độ Đề - các vuông góc trong không gian gồm ba trục $x'Ox, y'Oy$, $z'Oz$ vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là *các véc-tơ đơn vị* trên các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$. Điểm O được gọi là gốc toạ độ. Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ được gọi là *các mặt phẳng toạ độ*.

Không gian gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ được gọi *là không gian $Oxyz$*.



2 TỌA ĐỘ MỘT ĐIỂM

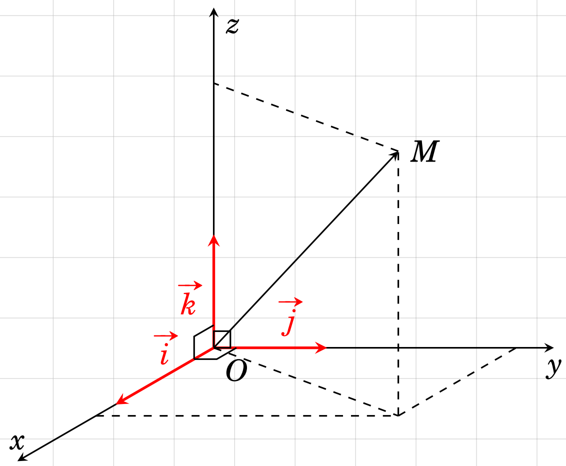
Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm tuỳ ý M.
Khi đó tồn tại duy nhất bộ số $(x; y; z)$ thoả mãn

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.}$$

Ta nói rằng điểm M có toạ độ là $(x; y; z)$ và viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$.

!

1. Nếu điểm A thuộc trục Ox thì toạ độ của A có dạng $A(a; 0; 0)$.
2. Nếu điểm B thuộc trục Oy thì toạ độ của B có dạng $B(0; b; 0)$.
3. Nếu điểm C thuộc trục Oz thì toạ độ của C có dạng $C(0; 0; c)$.



3 TỌA ĐỘ CỦA MỘT VÉC-TƠ

Trong không gian Oxyz cho véc-tơ $\vec{a}$ bất kì. Khi đó tồn tại duy nhất bộ số $(x; y; z)$ thoả mãn $\vec{a} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$. Ta nói rằng véc-tơ $\vec{a}$ có toạ độ là $(x; y; z)$ và viết là $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.

4 BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VÉC-TƠ

Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (x; y; z)$, $\vec{b} = (x'; y'; z')$ và một số thực k. Khi đó ta có:

1. $\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z')$
2. $\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z')$
3. $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$.
4. $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z'. \end{cases}$
5. Cho véc-tơ $\vec{a} \neq \vec{0}$. Khi đó véc-tơ $\vec{b}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{a}$ khi và chỉ khi tồn tại

một số thực k sao cho $\vec{b} = k\vec{a}$, điều đó tương đương với $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \\ z' = kz. \end{cases}$

⑥ Nếu $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

⑦ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương, nghĩa là tồn tại một số thực k sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

5 BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ MỘT SỐ ỨNG DỤNG

Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (x;y;z)$, $\vec{b} = (x';y';z')$. Ta có:

① Biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}$ là

$$\vec{a}.\vec{b} = x.x' + y.y' + z.z'.$$

Đặc biệt $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x.x' + y.y' + z.z' = 0$.

② Độ dài của véc-tơ: $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}.\vec{a}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

③ Gọi φ là góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Khi đó

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.\left|\vec{b}\right|} = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}.$$

④ Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ là:

$$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

⑤ Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số $k \neq 1$.

$$\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A - k.x_B}{1-k} \\ y_M = \dfrac{y_A - k.y_B}{1-k} \\ z_M = \dfrac{z_A - k.z_B}{1-k} \end{cases}$$

⑥ Nếu M là trung điểm của AB thì toạ độ của M được xác định bởi công thức:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$$

⑦ Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì toạ độ của G được xác định bởi công thức:

$$M\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$$

6 TÍCH CÓ HƯỚNG CỦA HAI VÉC-TƠ VÀ ỨNG DỤNG

6.1 TÍCH CÓ HƯỚNG

Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (x_1;y_1;z_1)$, $\vec{v} = (x_2;y_2;z_2)$. Khi đó tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{u}, \vec{v}$ kí hiệu là $[\vec{u}, \vec{v}]$ xác định bởi:

$$\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1\\ y_2 & z_2\end{vmatrix};\begin{vmatrix} z_1 & x_1\\ z_2 & x_2\end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}\right).$$

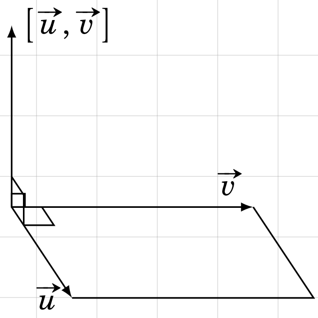
Tính chất 1.

① $\left[\vec{u},\vec{v}\right]\perp\vec{u}, \left[\vec{u},\vec{v}\right]\perp\vec{v}$

② $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|\sin\left(\vec{u},\vec{v}\right)$

③ $\vec{u},\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\vec{0}$

④ $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{w}=0.$



6.2 ỨNG DỤNG

① Diện tích hình bình hành $ABCD$:

$$S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$$

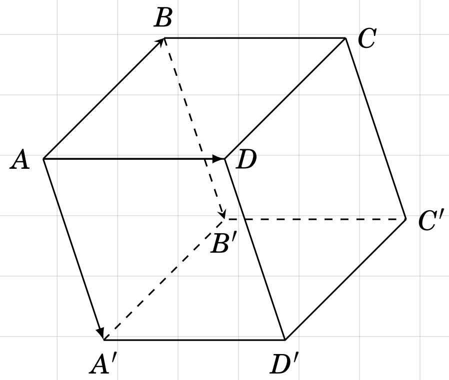
② Diện tích tam giác ABC:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$$

③ Thể tích khối hộp có đáy là hình bình hành $ABCD$ và cạnh bên AA':

$$V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\cdot\overrightarrow{AA'}\right|$$

④ Thể tích khối tứ diện $S.ABC$: $V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{SA}\right|$



7 CÁC BẤT ĐẲNG THỨC VECTƠ

Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$; $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$.

① $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$

Dấu "=" xảy ra khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

$$\Leftrightarrow\sqrt{(a_1+b_1)^2+(a_2+b_2)^2+(a_3+b_3)^2}\le\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}+\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}$$

② $\left|\vec{a}.\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$

Dấu "=" xảy ra khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

$$\Leftrightarrow(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)\le\left(a_1^2+a_2^2+a_3^2\right)\left(b_1^2+b_2^2+b_3^2\right)$$

8 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

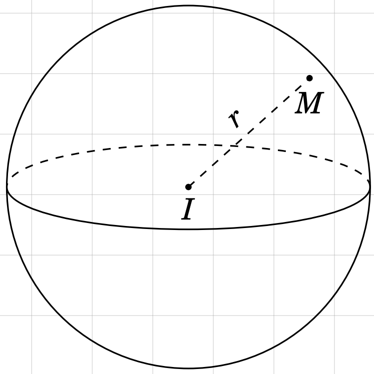
Trong không gian $Oxyz$, *phương trình chính tắc* của mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R là

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

Phương trình tổng quát của mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$$

với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$. Khi đó (S) có tâm là $I(a;b;c)$ và có bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$



B CÁC DẠNG TOÁN

1 TÌM TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ VÀ CỦA ĐIỂM

Phương pháp:

① Muốn tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ trong hệ trục $Oxyz$, ta tìm cách biến đổi đưa về dạng: $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$. Bô ba số thực $(x_1;x_2;x_3)$ là tọa độ của vectơ $\vec{x}$.

② Tọa độ của một điểm M là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ đối với hệ trục $Oxyz$, nghĩa là ta biểu thị vectơ $\overrightarrow{OM}$ dưới dạng:

$$\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

③ Trong quá trình biến đổi ta cần chú ý sử dụng các tính chất của các phép toán đã nêu trong phần lý thuyết.

Ví dụ 1. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm: $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2-2)$.

① Tìm tọa độ của $\overrightarrow{BC}$ và tình độ dài đoạn thẳng BC.

② Tìm trọng tâm G của tam giác ABC.

✍Lời giải.

① $\overrightarrow{BC}=(1-2;-2-1;-2+1)=(-1;-3;-1)$
$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2}=\sqrt{11}$

② Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC: $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=\frac{1+2+1}{3}=\frac{4}{3}$$
$$y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=\frac{0+1-2}{3}=-\frac{1}{3}$$
$$z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}=\frac{-2-1-2}{3}=-\frac{5}{3}$$

Vậy $G\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$

□

Ví dụ 2. Cho ba vectơ $\vec{a}=(2;-5;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(1;7;2)$.

① Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d}=4\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+3\vec{c}$

② Tìm tọa độ của vectơ $\vec{e}=\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{c}$

✍Lời giải.

① $4\vec{a}=(8;-20;12); -\dfrac{1}{3}\vec{b}=\left(0;-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right); 3\vec{c}=(3;21;6) \Rightarrow \vec{d}=\left(11;\dfrac{1}{3};18\dfrac{1}{3}\right)$

② $\vec{a}=(2;-5;3); -4\vec{b}=(0;-8;4); -2\vec{c}=(-2;-4;4) \Rightarrow \vec{e}=(0;-27;3)$

□

Ví dụ 3. Tìm tọa độ của $\vec{x}$, biết rằng:

① $\vec{a}+\vec{x}=\vec{0}$ với $\vec{a}=(1;-2;1)$.

② $\vec{b}+\vec{x}=4\vec{b}$ với $\vec{b}=(0;-2;1)$.

③ $\vec{m}+2\vec{x}=\vec{n}$ với $\vec{m}=(5;4;-1), \vec{n}=(2;-5;3)$

✍Lời giải.

① $\vec{x}=-\vec{a}$, do đó $\vec{x}=(-1;2;-1)$.

② $\vec{x}=3\vec{b}$, do đó $\vec{x}=(0;-6;3)$.

③ $\vec{x}=\dfrac{\vec{n}-\vec{m}}{2}$. Ta có $\vec{n}-\vec{m}=(-3;-9;4)$. Vậy $\vec{x}=\dfrac{1}{2}(\vec{n}-\vec{m})=\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{2};2\right)$

□

2 CHỨNG MINH BA VECTƠ ĐỒNG PHẲNG HOẶC KHÔNG ĐỒNG PHẲNG

Phương pháp:

① Muốn chứng minh ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng ta chứng minh có hệ thức: $\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$ trong đó $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

② Muốn chứng minh ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng ta dùng *phương pháp phản chứng*, giả sử chúng đồng phẳng nghĩa là có hệ thức $\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$ trong đó $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.
Sau đó chứng tỏ rằng không tồn tại đẳng thức trên (tồn tại là vô lý).

Ví dụ 4. Trong không gian $Oxyz$ cho ba vectơ: $\vec{a}=(2;3;1), \vec{b}=(5;7;0), \vec{c}=(3;-2;4)$.

① Hãy chứng tỏ rằng ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng.

② Cho vectơ $\vec{d}=(4;12;-3)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{d}$ theo ba vectơ không đồng phẳng $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đã cho.

✍Lời giải.

① Ta dùng phương pháp phản chứng. Theo giả thiết $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không đồng phẳng vì $\dfrac{5}{3}\neq\dfrac{7}{-2}\neq\dfrac{0}{4}$.
Giả sử $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng, nghĩa là $\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$.
Thay tọa độ của các vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ vào ta được hệ 3 phương trình với 2 ẩn m,n:

$$\begin{cases} 2=5m+3n & (1)\\ 3=7m-2n & (2)\\ 1=4n & (3)\end{cases}$$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow \begin{cases} n=\dfrac{1}{4}\\ m=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Thay các giá trị của m,n vào (1) ta có: $2\neq\dfrac{5}{2}+\dfrac{3}{4}$. Vậy hệ phương trình vô nghiệm, nghĩa là không tồn tại hệ thức $\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$. Do đó, ba vectơ: $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng.

② Ta tìm các số p,q,r sao cho $\vec{d} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$. Ta có:

$$\begin{cases} 4 = 2p + 5q + 3r \\ 12 = 3p + 7q + 2r \\ -3 = p + 0 + 4r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q = 1 \\ r = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$

.

□

Ví dụ 5. Trong không gian $Oxyz$ cho ba vectơ: $\vec{a} = (1;2;3), \vec{b} = (4;5;6), \vec{c} = (2;1;0)$. Chứng tỏ rằng ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

✍**Lời giải.**

Ta nhận thấy hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương vì $\frac{1}{4} \neq \frac{2}{5} \neq \frac{3}{6}$.

Để chứng minh $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng ta cần tìm hai số m,n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} 2 = m + 4n \\ 1 = 2m + 5n \\ 0 = 3m + 6n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases}$.

Do đó $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, nghĩa là ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. □

Ví dụ 6. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;1;02), B(4;0;-1), C(-1;7;0), D(0;-2;-4)$. Chứng tỏ rằng bốn điểm A,B,C,D cùng nằm trên một mặt phẳn.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-1;1), \overrightarrow{AC} = (-2;6) \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương vì $\frac{3}{2} \neq -\frac{1}{6} \neq \frac{1}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (-1;-3;-2)$. Muốn chứng minh A,B,C,D cùng nằm trên một phẳng, ta chứng minh ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng nghĩa là tồn tại hai số m,n sao cho $\overrightarrow{AD} = m.\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$.

Ta có $\begin{cases} -1 = 3m - 2n \\ -3 = -m + 6n \\ -2 = m + 2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \dfrac{-5}{8} \\ m = -\dfrac{6}{5} \end{cases}$. Do đó $\overrightarrow{AD} = -\frac{6}{8}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{8}\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ 3 vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

Ta suy ra 4 điểm A,B,C,D cùng nằm trên một mặt phẳng. □

3 TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ CÁC ỨNG DỤNG

Phương pháp:

① $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$

② $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}].\vec{w} = 0$.

③ Diện tích hình bình hành $ABCD$:

$$S_{ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right]\right|$$

④ Diện tích tam giác ABC:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$$

⑤ Thể tích khối hộp có đáy là hình bình hành $ABCD$ và cạnh bên AA':

$$V = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right] \cdot \overrightarrow{AA'}\right|$$

Ví dụ 7. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$.

① Chứng minh A,B,C thẳng hàng.

② Tính diện tích tam giác ABC. Suy ra độ dài đường cao hạ từ A.

③ Tính độ dài đường phân giác trong vẽ từ B.

✍Lời giải.

① Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1,-3,4);\overrightarrow{BC}=(-6,8,2);\overrightarrow{AC}=(-5,5,6)\Rightarrow[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-38,-26,-1)\neq\overrightarrow{0}$
Vậy $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương $\overrightarrow{AC}$ nên A,B,C không thẳng hàng.

② Ta có: $S=S_{DeltaABC}=\dfrac{1}{2}[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=\dfrac{1}{2}\sqrt{38^2+26^2+10^2}=\sqrt{554}$

Mà $S=S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AH.BC\Rightarrow AH=\dfrac{2S}{BC}=\dfrac{2\sqrt{554}}{\sqrt{104}}=\dfrac{\sqrt{554}}{\sqrt{26}}=\dfrac{\sqrt{277}}{\sqrt{13}}$

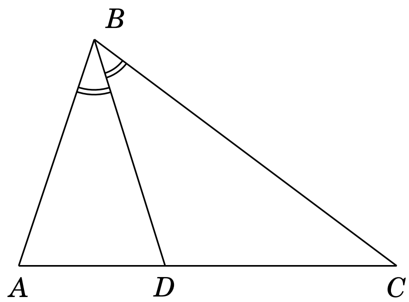
③ Gọi D là chân đường phân giác trong vẽ từ B, ta có:

$\dfrac{DA}{DC}=\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{\sqrt{26}}{\sqrt{104}}=\dfrac{1}{2}$

Mà D nằm giữa A và C nên:

$\overrightarrow{DA}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CD}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-x_D)=x_D+4\\2(2-y_D)=y_D-7\\2(-1-z_D)=z_D-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-\dfrac{2}{3}\\y_D=\dfrac{11}{3}\\z_D=1\end{cases}$. Vậy $D\left(-\dfrac{2}{3},\dfrac{11}{3},1\right)$



□

Nhận xét. *Chúng ta nên né tránh dùng công thức điểm M chia đoạn AB theo tỷ số k vì thường xác định k sai, và mất công nhớ công thức.*

Ví dụ 8. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $abc>0$.

① Chứng tỏ $\triangle ABC$ không thể là tam giác vuông.

② Tính thể tích hình chóp $OABC$ và diện tích $\triangle ABC$ theo a,b,c?

✍Lời giải.

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$ và $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$. Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=a^2>0$. Do đó $\widehat{BAC}$ là góc nhọn.
Tương tự $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}>0$, $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}>0$.
Vậy $\widehat{ABC}$ và $\widehat{ACB}$ là góc nhọn nên $\triangle ABC$ không thể vuông.

② Ta có $\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right]=(bc;ac;ba)$

Vậy $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+a^2c^2+b^2a^2}$.

Ta có $\overrightarrow{AO}=(-a;0;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AO}=-abc$.

Vậy: $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AO}\right|=\dfrac{abc}{6}$.

□

Ví dụ 9. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$ và D nằm trên trục tung. Biết thể tích V của ABC bằng 5. Tìm tọa độ điểm D.

✍Lời giải.

Gọi $D(0;d;0) \in Oy$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{AD}=(-2;d-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(0;2;4)$.
$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-4;-2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=-4(d-1)-2=-4d+2$.
Ta có: $V_{ABCD}=5 \Leftrightarrow \dfrac{1}{6}|-4d+2|=5 \Leftrightarrow -4d+2=\pm 30 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=-7 \\ d=8 \end{array}\right.$.
Do đó có 2 điểm D là $D(0;-7;0)$ và $D(0;8;0)$. □

Ví dụ 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;-1;6)$, $B(-3;-1;-4)$; $C(5;-1;0)$, $D(1;2;1)$.

① Chứng minh $\triangle ABC$ vuông. Tính bán kính đường tròn ngoại nội tiếp $\triangle ABC$.

② Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

✍Lời giải.

① Ta có $\overrightarrow{BA}=(5;0;10)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;0;6)$; $\overrightarrow{CB}=(-8;0;-4)$.
Do $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=24-20=0$ nên $\triangle ABC$ vuông tại C.
Vậy $\S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}CA.CB=\dfrac{1}{2}.3\sqrt{5}.4\sqrt{5}=30$.
Ta có $p=\dfrac{1}{2}(AB+AC+CB)=\dfrac{1}{2}\left(5\sqrt{5}+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}\right)=6\sqrt{5}$.
Mà $S=pr$, nên bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$: $r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{30}{6\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

② Ta có: $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CA}\right]=(0;-60;0)$; $\overrightarrow{DC}=(-4;3;1)$.
Vậy $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{DC}\right].\overrightarrow{DC}\right|=\dfrac{1}{6}|-60|=10$(đvtt).

□

Ví dụ 11. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-1;-2;4)$;$B(-4;-2;0)$;$C(3;-2;1)$;$D(1;1;1)$
Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$ và độ dài đườn cao hạ từ D.

✍Lời giải.
Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3,0,-4)$;$\overrightarrow{AD}=(2,3,-3)$;$\overrightarrow{AC}=(4,0,-3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(0,-25,0)$
Vậy $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right|=\dfrac{|-75|}{6}=\dfrac{25}{2}$
Do đó độ dài đường cao hạ từ D: $DH=\dfrac{3V}{S}=3$. □

Ví dụ 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;4)$; $B(2;-1;0)$; $C(-2;3;-1)$.

① Tìm tọa độ điểm D biết rằng $ABCD$ là hình bình hành.

② Tìm diện tích hình bình hành $ABCD$.

✍Lời giải.

① Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
Gọi $D(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{DC}=(-2-x;3-y;-1-z)$; $\overrightarrow{AB}=(1;-3;-4)$.
Từ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=-2-x \\ -3=3-y \\ -4=-1-z \end{cases} \Rightarrow D(-3;6;3)$

② Ta có: $S_{ABCD}=2S_{\triangle ABC}$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;-4)$; $\overrightarrow{AC}=(-3;1;-5) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(19;17;-8)$.
$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\dfrac{1}{2}\sqrt{19^2+17^2+(-8)^2}=\dfrac{\sqrt{714}}{2}$. Suy ra $S_{ABCD}=\sqrt{714}$(đvdt).

□

4 CHỨNG MINH CÁC TÍNH CHẤT HÌNH HỌC

- Chứng minh ba điểm A,B,C thẳng hàng.
- Chứng mình hai đường thẳng song song.
- Chứng mình hai đường thẳng vuông góc.

Phương pháp:

① Muốn chứng minh ba điểm A,B,C thẳng hàng, ta chứng minh:

$$\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$$

② Muốn chứng minh hai đường thẳng $a \parallel b$, trên a ta lấy vectơ $\overrightarrow{AB}$ và trên b ta lấy vectơ $\overrightarrow{CD}$ rồi chứng minh $\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{CD}$.

③ Muốn chứng minh hai đường thẳng $a \perp b$, trên a lấy vectơ $\overrightarrow{AB}$ và trên b lấy vectơ $\overrightarrow{CD}$ rồi chứng minh $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$.

Ví dụ 13. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;6;6)$ và $B(3;-6;-2)$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $AM+MB$ ngắn nhất.

Lời giải.

Hai điểm A,B nằm về hai phía khác nhau của mặt phẳng Oxy vì $z_A=6$ và $z_B=-2$. Do đó, khi ba điểm A,M,B thẳng hàng ta có $AM+MB$ ngắn nhất.

A,M,B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}$:

Ta có: $M(x;y;0)$ vì $M\in(Oxy)$; $\overrightarrow{AM}=(x+1;y-6;-6)$; $\overrightarrow{AB}=(4;-12;-8)$.

$\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-6}{-12}=\dfrac{-6}{-8}=\dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=-3\\z=0\end{cases}$. Vậy $M(2;-3;0)$. □

Ví dụ 14. Cho hình hộp xiên $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy tìm điểm M trên đường chéo AC của mặt đáy $ABCD$ và điểm N trên đường chéo $C'D$ của mặt $CDD'C'$ sao cho $MN \parallel BD'$. Khi đó tính $\dfrac{MN}{BD'}$.

Lời giải.

Đặt: $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$; $\overrightarrow{BB'}=\vec{b}$; $\overrightarrow{BC}=\vec{c}$.

Ta có: $\overrightarrow{BD'}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Vì $MN \parallel BD'$ nên ta có: $\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{BD'}$ hay

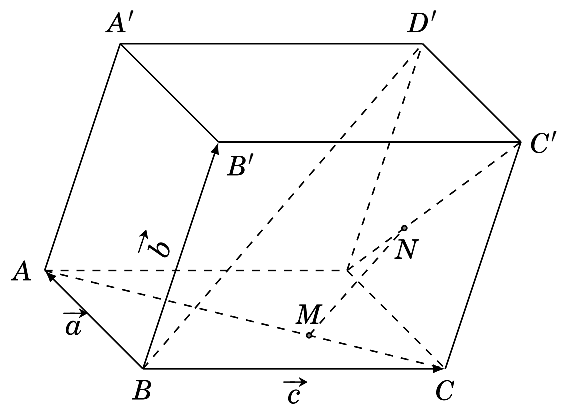
$\overrightarrow{MN}=k\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)=k.\vec{a}+k.\vec{b}+k.\vec{c}$ (1)

Mặt khác ta có: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'N}$.

Giả sử: $\overrightarrow{MC}=n.\overrightarrow{AC}=n.\left(\vec{c}-\vec{a}\right)$;

$\overrightarrow{C'N}=m.\overrightarrow{C'D}=m.\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$.

Do đó: $\overrightarrow{MN}=n.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CC'}+m\overrightarrow{C'D}$ với $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{BB'}=\vec{b}$.



$$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=n\left(\vec{c}-\vec{a}\right)+\vec{b}+m\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=(m-n)\vec{a}+(1-m)\vec{b}+n\vec{c} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2), ta có hệ 3 phương trình 3 ẩn. $\begin{cases}m-n=k\\1-m=k\\n=k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=\dfrac{1}{3}\\n=\dfrac{1}{3}\\n=\dfrac{2}{3}\end{cases}$.

Vậy: $\overrightarrow{MC} = n\overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{C'N} = m\overrightarrow{C'D} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{C'D}$.

Như vậy các điểm M,N đã được xác định trên AC và $C'D$.

Do $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BD'}$ nên ta có $\dfrac{\overrightarrow{MN}}{\overrightarrow{BD'}} = \dfrac{1}{3}$ hay $\dfrac{MN}{BD'} = \dfrac{1}{3}$. □

Ví dụ 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và AB'. Chứng minh $MN \perp AC$.

✍**Lời giải.**

Chọn hệ trục như hình vẽ.

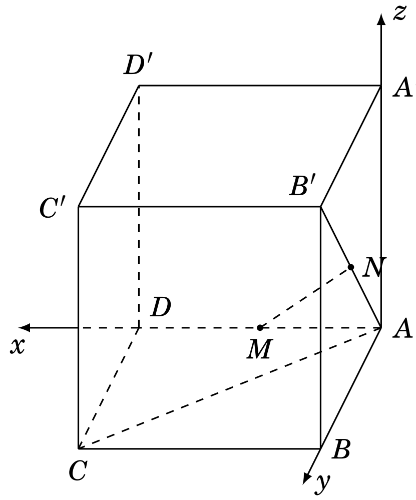
Ta có: $A(0;0;0)$; $B(0;a;0)$; $C(a;a;0)$; $D(a;0;0)$;
$A'(0;0;a)$; $B'(0;0;a)$

M là trung điểm của AD nên $M\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, N là trung điểm của AB' nên $N\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Do đó $\overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$; $\Rightarrow \overrightarrow{AC} = (a;a;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AC} = -\dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^2}{2} = 0$.

Vậy $MN \perp AC$.



□

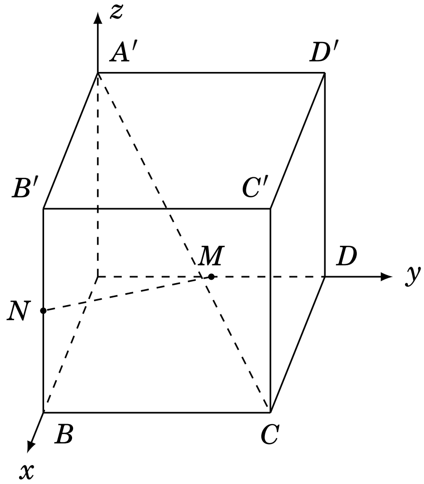
Ví dụ 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BB'.

① Chứng minh rằng $MN \perp A'C$.

② Tính cosin góc tạo bởi $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AC'}$.

✍**Lời giải.**

① Chọn hệ trục như hình vẽ.
$A(0;0;0)$; $B(a;0;0)$; $C(a;a;0)$; $D(0;a;0)$; $A'(0;0;a)$; $B'(a;0;a)$.
$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0;a;0)$, $\overrightarrow{DC} = (a;0;0)$, $\overrightarrow{AA'} = (0;0;a)$.
Suy ra $M\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$; $N\left(a;0;\dfrac{a}{2}\right)$
$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$; $\overrightarrow{A'C} = (-a;a;-a)$
$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{A'C} = \dfrac{a^2}{2} + 0 - \dfrac{a^2}{2} = 0$.
Vậy $MM \perp A'C$.



② Ta có $C'(a;a;a) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (a;a;a)$.

$$\cos\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{AC'}\right) = \dfrac{\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AC'}}{MN.AC'} = \dfrac{a^2 - \dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^2}{2}}{\sqrt{\dfrac{3a^2}{2}}.\sqrt{3a^2}} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{3a^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}.$$

□

! **Nhận xét.** *Chúng ta cần quan tâm đến dạng toán phải gắn trong hệ trục tọa độ và xác định đúng tọa độ các đỉnh của các khối đa diện quen thuộc, điều này sẽ gặp trong các đề thi.*

5 CHỨNG MINH CÁC BẤT ĐẲNG THỨC

Phương pháp:
Sử dụng các tính chất

① $|\vec{u}|+|\vec{v}| \geq |\vec{u}+\vec{v}|$ ② $|\vec{u}.\vec{v}| \leq |\vec{u}|.|\vec{v}|$

Ví dụ 17. Chứng minh bất đẳng thức: $a+b+c \leq \sqrt{3\left(a^2+b^2+c^2\right)}$, với a,b,c là ba số thực cho trước.

Lời giải.

Đặt $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{v}=(1;1;1)$ trong hệ trục tọa độ $Oxyz$.
Ta có: $\vec{u}.\vec{v} \leq |\vec{u}|.|\vec{v}|$. hay $a+b+c \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+1^2+1^2}$.
Vậy $a+b+c \leq \sqrt{3\left(a^2+b^2+c^2\right)}$ □

Ví dụ 18. Với x là một số thực. Chứng minh rằng:

$$\left|\sin x+\sqrt{2-\sin^2 x}+\sin x\sqrt{2-\sin^2 x}\right| \leq 3$$

Lời giải.

Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ: $\vec{a}=\left(\sin x;1;\sqrt{2-\sin^2 x}\right)$, $\vec{b}=\left(1;\sqrt{2-\sin^2 x};\sin x\right)$.
Ta có $\vec{a}.\vec{b}=\sin x+\sqrt{2-\sin^2 x}+\sin x\sqrt{2-\sin^2 x}$.
và $|\vec{a}|.\left|\vec{b}\right|=\sqrt{\sin^2 x+1+2-\sin^2 x}.\sqrt{1+2-\sin^2 x+\sin^2}=3$.
Vì $\left|\vec{a}.\vec{b}\right| \leq |\vec{a}|.\left|\vec{b}\right|$ nên $\left|\sin x+\sqrt{2-\sin^2 x}+\sin x\sqrt{2-\sin^2 x}\right| \leq 3$. □

Ví dụ 19. Với a,b,c là các số thức, chứng minh rằng:

① $\sqrt{a^2+b^2+c^2}+\sqrt{3} \geq \sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2+(1-c)^2}$.

② $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2+b^2+c^2)$.

Lời giải.

① Trong không gian $Oxyz$ cho các vectơ:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}=\overrightarrow{OM}=(a;b;c)\\ \vec{v}=\overrightarrow{ON}=(1;1;1)\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v}-\vec{u}=\overrightarrow{MN}=(1-a;1-b;1-c).$$

Ta có $\left|\overrightarrow{OM}\right|+\left|\overrightarrow{ON}\right| \geq \left|\overrightarrow{MN}\right|$.
Do đó: $\sqrt{a^2+b^2+c^2}+\sqrt{3} \geq \sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2+(1-c)^2}$.

② Với $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{v}=(1;1;1)$, ta có: $\left(\vec{u}.\vec{v}\right)^2 \leq \vec{u}^2.\vec{v}^2$ hay $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2+b^2+c^2)$.

□

6 MẶT CẦU

Phương pháp:
Sử dụng các công thức:
Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R là

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

Mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$$

với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$. Khi đó (S) có tâm là $I(a;b;c)$ và có bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

Ví dụ 20. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm và bán kính của mặt cầu sau đây:

① $(x-4)^2+(y-1)^2+z^2=16$

② $3x^2+3y^2+3z^2-6x+8y+15z-3=0$

Lời giải.

① Phương trình mặt cầu viết dưới dạng: $(x-4)^2+(y-1)^2+z^2=16$
Vậy mặt cầu có tâm $I(4;1;0)$, bán kính $R=4$

② Phương trình mặt cầu đã cho có thể viết lại:
$x^2+y^2+z^2-2x+\frac{8}{3}y+5z-1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+\left(y+\frac{4}{3}\right)^2+\left(z+\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{19}{6}\right)^2.$
Vậy mặt cầu có tâm: $I\left(1;-\frac{4}{3};-\frac{5}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{19}{6}$.

□

Ví dụ 21. Trong không gian $Oxyz$. Viết phương trình mặt cầu trong các trường hợp sau:

① Có đường kính AB với $A(4;-3;7)$, $B(2;1;3)$.

② Đi qua điểm $A(5;-2;1)$ và có tâm $I(3;-3;1)$.

Lời giải.

① Tâm I của mặt cầu là trung điểm của AB, suy ra $I(3;-1;5)$, bán kính của mặt cầu $R=\frac{AB}{2}$ nên

$$R=\frac{1}{2}\sqrt{(2-4)^2+(1+3)^2+(3-7)^2}=3$$

Phương trình mặt cầu: $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.

② Bán kính của mặt cầu $IA=R \Leftrightarrow R^2=IA^2=(5-3)^2+(-2+3)^2+(1-1)^2=5$.
Vậy phương trình mặt cầu: $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

□

Ví dụ 22. Trong không gian $Oxyz$ hãy viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;4)$ và gốc tọa tọa độ O. Hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

Lời giải.
Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.
Vì $A(1;0;0)\in(S)$ nên ta có: $1-2a+d=0$ (1)

Vì $B(0;-2;0) \in (S)$ nên ta có: $4+4b+d=0$ (2)
Vì $C(0;0;4) \in (S)$ nên ta có: $16-8c+d=0$ (3)
Vì $O(0;0;0) \in (S)$ nên ta có: $d=0$ (4)
Giải hệ 4 phương trình ta được: $d=0; a=\frac{1}{2}; b=-1; c=2$.
Vậy phương trình mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-x+2y-4z=0$.
Phương trình mặt cầu có thể viết lại:

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{21}{4}$$

Vậy mặt cầu có tâm $I\left(\frac{1}{2};-1;2\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{21}}{2}$. □

C BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Cho các điểm $A(1;1;-1), B(2;0;0), C(1;0;1)$, $D(0;1;0)$ và $S(1;1;1)$.

① Chứng minh $ABCD$ là hình chữ nhật. ② Chứng minh $S \notin (ABCD)$.

③ Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và suy ra khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

✍**Lời giải.**

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$, $\overrightarrow{DC}=(1;-1;1)$, $\overrightarrow{BC}=(-1;0;1)$. Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$, suy ra $ABCD$ là hình bình hành có $\widehat{B}=90^\circ$ nên là hình chữ nhật.

② Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1), \overrightarrow{BC}=(-1;0;1)$ và $\overrightarrow{SA}=(0;0;-2)$ thì $[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}]\cdot\overrightarrow{SA}=2\neq 0$ nên 4 điểm A,B,C,S không đồng phẳng, do đó $S\notin(ABC)\equiv(ABCD)$.

③ Ta có $\overrightarrow{SA}=(0;0;-2), \overrightarrow{SB}=(1;-1;-1), \overrightarrow{SC}=(0;-1;0)$ thì $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}|[\overrightarrow{SA};\overrightarrow{SB}]\overrightarrow{SC}|=\frac{1}{3}$, do vậy $V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}$ (đvtt).
Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD}=AB\cdot BC=\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{6}$ nên

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}\cdot \mathrm{d}[S;(ABCD)]\cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \mathrm{d}[S;(ABCD)]=\frac{3V}{S}=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

□

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$ và $D\in Oy$. Biết thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5 (đvtt). Tìm tọa độ đỉnh D.
✍**Lời giải.**
Gọi $D(0,b,0)\in Oy$. Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{6}|[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}]\overrightarrow{AD}|$ và $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-2;4)$, và $\overrightarrow{AD}=(-2;b-1;1)$. Khi đó $[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}]=(0;-4;-2)$ và $[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}]\overrightarrow{AD}=-4(b-1)-2=-4b+2$. Theo đề thì

$$\frac{1}{6}|-4b+2|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-4b+2=30\\ -4b+2=-30\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b=-7\\ b=8.\end{array}\right.$$

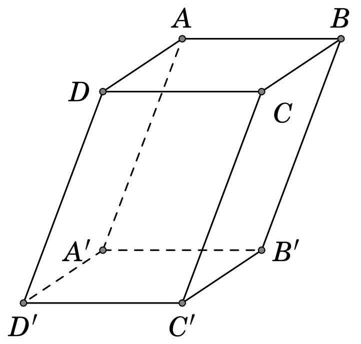
Suy ra $D(0;-7;0)$ hoặc $D(0;8;0)$. □

Bài 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm toạ độ các đỉnh còn lại và tính thể tích của khối hộp đã cho.

① $A(0;0;1), B(0;2;1), D(3;0;1), A'(0;0;0)$.

② $A(0;2;2), B(0;1;2), C(-1;1;1), C'(1;-2;-1)$.

✍**Lời giải.**



① Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;2;0)$, $\overrightarrow{AA'}(0;0;-1)$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên các mặt bên và mặt đáy là các hình bình hành.

Do $\overrightarrow{DC} = (x_C - 3; y_C; z_C - 1) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 3 = 0 \\ y_C = 2 \\ z_C - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3 \\ y_C = 2 \\ z_C = 1 \end{cases} \Rightarrow C(3;2;1)$.

Do $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}(x_{B'}; y_{B'} - 2; z_{B'} - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 0 \\ y_{B'} - 2 = 0 \\ z_{B'} - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 0 \\ y_{B'} = 2 \\ z_{B'} = 0 \end{cases} \Rightarrow B'(0;2;0)$.

Do $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}(x_{C'} - 3; y_{C'} - 2; z_{C'} - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} - 3 = 0 = \\ y_{C'} - 2 = 0 \\ z_{C'} - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = 3 \\ y_{C'} = 2 \\ z_{C'} = 0 \end{cases} \Rightarrow C'(3;2;0)$.

Do $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'}(x_{D'} - 3; y_{D'}; z_{D'} - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{D'} - 3 = 0 \\ y_{D'} = 0 \\ z_{D'} - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{D'} = 3 \\ y_{D'} = 0 \\ z_{D'} = -1 \end{cases} \Rightarrow D'(3;0;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}(0;2;0), \overrightarrow{AD}(3;0;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right] = (0;0;-6)$.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\overrightarrow{AA'} \cdot \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right]\right| = |0 + 0 + (-6) \cdot (-1)| = 6.$$

② Ta có $\overrightarrow{AB}(0;-1;0), \overrightarrow{CC'}(2;-3;-2)$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên các mặt bên và mặt đáy là các hình bình hành.

Do $\overrightarrow{CD}(x_D + 1; y_D - 1; z_D - 1) = -\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 1 = 0 \\ y_D - 1 = 1 \\ z_D - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = 2 \\ z_D = 1 \end{cases} \Rightarrow D(-1;2;1)$.

Do $\overrightarrow{AA'}(x_{A'}; y_{A'} - 2; z_{A'} - 2) = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} - 2 = -3 \\ z_{A'} - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = -1 \\ z_{A'} = 0 \end{cases} \Rightarrow A'(2;-1;0)$.

Do $\overrightarrow{BB'}(x_{B'}; y_{B'} - 1; z_{B'} - 2) = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 2 \\ y_{B'} - 1 = -3 \\ z_{B'} - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 2 \\ y_{B'} = -2 \\ z_{B'} = 0 \end{cases} \Rightarrow B'(2;-2;0)$.

Do $\overrightarrow{DD'}(x_{D'} + 1; y_{D'} - 2; z_{D'} - 1) = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{D'} + 1 = 2 \\ y_{D'} - 2 = -3 \\ z_{D'} - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{D'} = 1 \\ y_{D'} = -1 \\ z_{D'} = -1 \end{cases} \Rightarrow D'(1;-1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}(0;-1;0), \overrightarrow{AD}(-1;0;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right] = (1;0;-1)$.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\overrightarrow{AA'} \cdot \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right]\right| = |1 \cdot 2 + 0 \cdot (-3) + (-2) \cdot (-1)| = 4.$$

□

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$

① Chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của tứ diện đó? Tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện. Tính thể tích của tứ diện này?

② Tính góc tạo bởi các cạnh đối diện của tứ diện $ABCD$?

③ Tính diện tích tam giác BCD? Từ đó suy ra độ dài đường cao của tứ diện vẽ từ A?

④ Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm D trên mặt phẳng (ABC)?

⑤ Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{0}$?

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-1;2)$ và $\overrightarrow{AD}=(0;0;1)$.
Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;2;1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}=3\cdot 0+2\cdot 0+1\cdot 1=1\neq 0$.
Do đó A, B, C, D là bốn đỉnh của tứ diện.
Gọi $G(x_0;y_0;z_0)$ là trọng tâm của tứ diện.

Ta có $\begin{cases} x_0=\dfrac{1}{4}(x_A+x_B+x_C+x_D)\\ y_0=\dfrac{1}{4}(y_A+y_B+y_C+y_D)\\ z_0=\dfrac{1}{4}(z_A+z_B+z_C+z_D)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=\dfrac{1}{4}(1+0+1+1)\\ y_0=\dfrac{1}{4}(1+2+0+1)\\ z_0=\dfrac{1}{4}(0+1+2+1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=\dfrac{3}{4}\\ y_0=1\\ z_0=1.\end{cases}$

Suy ra tọa độ điểm $G\left(\dfrac{3}{4};1;1\right)$.

Gọi V là thể tích của tứ diện ta có $V=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right|=\dfrac{1}{6}|1|=\dfrac{1}{6}$.

Vậy thể tích của tứ diện là $\dfrac{1}{6}$.

② Gọi α, β, γ (α, β, $\gamma\in[0°;90°]$)lần lượt là góc giữa các cặp cạnh AB và CD; AD và BC; AC và BD.
Mà $\overrightarrow{CD}=(0;1;-1)$, $\overrightarrow{BC}=(1;-2;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(1;-1;0)$.

Do đó $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}=\dfrac{|1\cdot 0+1\cdot 1+1\cdot(-1)|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}\cdot\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}}=0$.

Vì $\alpha\in[0°;90°]$, từ $\cos\alpha=0\Leftrightarrow\alpha=90°$.

Tương tự $\cos\beta=\dfrac{\sqrt{6}}{6}\Leftrightarrow\beta\approx 66°$ và $\cos\gamma=\dfrac{\sqrt{10}}{10}\Leftrightarrow\gamma\approx 72°$.

③ Ta có $S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]\right|$ mà $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;1;1)$.

Do đó $S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.

Gọi h là độ dài đường cao của tứ diện vẽ từ A.

Ta có $V=\dfrac{1}{3}\cdot h\cdot S_{\triangle BCD}\Leftrightarrow\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{3}\cdot h\cdot\sqrt{3}\Leftrightarrow h=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

④ Giả sử điểm $H(x;y;z)$ thỏa mãn bài toán.
Khi đó $\overrightarrow{AH}=(x-1;y-1;z)$ mà $H\in(ABC)$ nên
$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow 3\cdot(x-1)+2\cdot(y-1)+1\cdot z=0\Leftrightarrow 3x+2y+z-5=0 \quad (1)$.
Mặt khác ta có $\overrightarrow{AH}=(x-1;y;z)$; $\overrightarrow{BH}=(x;y-2;z-1)$; $\overrightarrow{CH}=(x-1;y;z-2)$ và $\overrightarrow{DH}=(x-1;y-1;z-1)$
Do giả thiết nên

$$\begin{cases}\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{DH}=0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{DH}=0\\ \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DH}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+y(y-1)+(z-2)(z-1)=0\\ x(x-1)+(y-2)(y-1)+(z-1)^2=0\\ (x-1)^2+y(y-1)+z(z-1)=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-y-3z+3=0\\ x^2+y^2+z^2-x-3y-2z+3=0\\ x^2+y^2+z^2-2x-y-z+1=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}2z-2=0 \quad (2)\\ -x+2y+z-2=0 \quad (3)\\ x^2+y^2+z^2-2x-y-z+1=0 \quad (*)\end{cases}.$$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}2z-2=0\\-x+2y+z-2=0\\3x+2y+z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}\\y=\dfrac{7}{8}\\z=1\end{cases}$$

thay vào $(*)$ thỏa mãn. Vậy tọa độ điểm $H\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{7}{8};1\right)$.

⑤ Giả sử tọa độ điểm $M(x_1;y_1;z_1)$, khi đó $\overrightarrow{MA}=(1-x_1;1-y_1;-z_1)$; $\overrightarrow{MB}=(-x_1;2-y_1;1-z_1)$; $\overrightarrow{MC}=(1-x_1;-y_1;2-z_1)$
và $\overrightarrow{MD}=(1-x_1;1-y_1;1-z_1)$ Để thỏa mãn bài toán $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{0}$.
Suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases}(1-x_1)+2(-x_1)-2(1-x_1)+3(1-x_1)=0\\(-y_1)+2(2-y_1)-2(-y_1)+3(1-y_1)=0\\(-z_1)+2(1-z_1)-2(2-z_1)+3(1-z_1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x_1=2\\4y_1=7\\4z_1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{1}{2}\\y_1=\dfrac{7}{4}\\z_1=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$

① Chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của tứ diện đó? Tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện. Tính thể tích của tứ diện này?

② Tính góc tạo bởi các cạnh đối diện của tứ diện $ABCD$?

③ Tính diện tích tam giác BCD? Từ đó suy ra độ dài đường cao của tứ diện vẽ từ A?

④ Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm D trên mặt phẳng (ABC)?

⑤ Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{0}$?

✍**Lời giải.**

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1)$ và $\overrightarrow{AD}=(-3;1;-1)$.
Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}=1\cdot(-3)+1\cdot1+1\cdot(-1)=-3\neq0$.
Do đó A, B, C, D là bốn đỉnh của tứ diện.
Gọi $G(x_0;y_0;z_0)$ là trọng tâm của tứ diện.

Ta có $\begin{cases}x_0=\dfrac{1}{4}(x_A+x_B+x_C+x_D)\\y_0=\dfrac{1}{4}(y_A+y_B+y_C+y_D)\\z_0=\dfrac{1}{4}(z_A+z_B+z_C+z_D)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=\dfrac{1}{4}(1+0+0+(-2))\\y_0=\dfrac{1}{4}(0+1+0+1)\\z_0=\dfrac{1}{4}(0+0+1+(-1))\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=-\dfrac{1}{4}\\y_0=\dfrac{1}{2}\\z_0=0.\end{cases}$

Suy ra tọa độ điểm $G\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};0\right)$.
Gọi V là thể tích của tứ diện ta có $V=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right|=\dfrac{1}{6}|-3|=\dfrac{1}{2}$.
Vậy thể tích của tứ diện là $\dfrac{1}{2}$.

② Gọi α, β, γ (α, β, $\gamma\in[0°;90°]$)lần lượt là góc giữa các cặp cạnh AB và CD; AD và BC; AC và BD.
Mà $\overrightarrow{CD}=(-2;1;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$.

Do đó $\cos\alpha = \left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|} = \dfrac{|(-1)\cdot(-2)+1\cdot1+0\cdot(-2)|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+1^2+(-2)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì $\alpha \in [0°;90°]$, từ $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \alpha = 45°$.

Tương tự $\cos\beta = \dfrac{\sqrt{22}}{11} \Leftrightarrow \beta \approx 65°$ và $\cos\gamma = \dfrac{\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow \gamma \approx 72°$.

③ Ta có $S_{\triangle BCD} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]\right|$ mà $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right] = (-1;-2;-2)$.

Do đó $S_{\triangle BCD} = \dfrac{1}{2}\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(-2)^2} = \sqrt{5}$.

Gọi h là độ dài đường cao của tứ diện vẽ từ A.

Ta có $V = \dfrac{1}{3}\cdot h\cdot S_{\triangle BCD} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}\cdot h\cdot\sqrt{5} \Leftrightarrow h = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$.

④ Giả sử điểm $H(x;y;z)$ thỏa mãn bài toán.

Khi đó $\overrightarrow{AH} = (x-1;y;z)$ mà $H \in (ABC)$ nên

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AH} = 0 \Leftrightarrow 1\cdot(x-1)+1\cdot y+1\cdot z = 0 \Leftrightarrow x+y+z-1 = 0 \quad (1)$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{AH} = (x-1;y;z)$; $\overrightarrow{BH} = (x;y-1;z)$; $\overrightarrow{CH} = (x;y;z-1)$ và $\overrightarrow{DH} = (x+2;y-1;z+1)$

Do giả thiết nên

$$\begin{cases}\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{DH} = 0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{DH} = 0\\ \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DH} = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x(x+2)+y(y-1)+(z-1)(z+1) = 0\\ x(x+2)+(y-1)^2+z(z+1) = 0\\ (x-1)(x+2)+y(y-1)+z(z+1) = 0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+z^2+2x-y-1 = 0\\ x^2+y^2+z^2+2x-2y+z+1 = 0\\ x^2+y^2+z^2+x-y+z-2 = 0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}y-z-2 = 0 & (2)\\ x-z+1 = 0 & (3)\\ x^2+y^2+z^2+2x-y-1 = 0 & (*)\end{cases}.$$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}y-z-2 = 0\\ x-z+1 = 0\\ x+y+z-1 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = -1\\ y = 2\\ z = 0\end{cases}$$

thay vào $(*)$ thỏa mãn. Vậy tọa độ điểm $H(-1;2;0)$.

⑤ Giả sử tọa độ điểm $M(x_1;y_1;z_1)$, khi đó $\overrightarrow{MA} = (1-x_1;-y_1;-z_1)$; $\overrightarrow{MB} = (-x_1;1-y_1;-z_1)$; $\overrightarrow{MC} = (-x_1;-y_1;1-z_1)$

và $\overrightarrow{MD} = (-2-x_1;1-y_1;-1-z_1)$ Để thỏa mãn bài toán $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

Suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases}1-x_1+2(-x_1)-2(-x_1)+3(-2-x_1) = 0\\ -y_1+2(1-y_1)-2(-y_1)+3(1-y_1) = 0\\ -z_1+2(-z_1)-2(1-z_1)+3(-1-z_1) = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x_1 = -5\\ 4y_1 = 5\\ 4z_1 = -5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1 = -\dfrac{5}{4}\\ y_1 = \dfrac{5}{4}\\ z_1 = -\dfrac{5}{4}\end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $M\left(-\dfrac{5}{4};\dfrac{5}{4};-\dfrac{5}{4}\right)$. □

D CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 NHẬN BIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i}-2\vec{j}-2\vec{k}$ và điểm $B(0;1;-4)$. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác OAB.

A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-1;-1;-2)$. **C.** $\left(1;-\frac{1}{3};-2\right)$. **D.** $\left(1;-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;-6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
A. $G(0;3;-3)$. **B.** $G(3;2;-2)$. **C.** $G(1;2;-2)$. **D.** $G(1;3;-3)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$, $B(-1;0;-1)$, $C(-2;1;3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(0;0;4)$. **B.** $D(-4;2;0)$. **C.** $D(0;0;-6)$. **D.** $D(0;0;6)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0)$, $B(-3;0;4)$ và $C(0;7;3)$. Tính $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)$.
A. $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\sqrt{798}}{57}$. **B.** $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{14\sqrt{118}}{354}$.
C. $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=-\frac{\sqrt{798}}{57}$. **D.** $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=-\frac{7\sqrt{118}}{177}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;1),N(3;1;5)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.
A. $\overrightarrow{MN}=(-1;2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=(-1;2;4)$. **C.** $\overrightarrow{MN}=(1;-2;4)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=(6;3;5)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{k}$.
A. $\vec{u}=(0;1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;0;2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-3;2),B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.
A. $I(2;2;2)$. **B.** $I(2;-2;3)$. **C.** $I(1;1;1)$. **D.** $I(4;-4;6)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 véc-tơ $\vec{a}=(3;-2;m)$ và $\vec{b}=(2;m;-1)$. Tìm giá trị của m để hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.
A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

✍ **Lời giải.**

$\vec{a}.\vec{b}=6-3m\Rightarrow m=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-2;3),B(1;0;-1)$. Gọi M là trung điểm đoạn AB. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
A. $\overrightarrow{BA}=(-1;-2;-4)$. **B.** $AB=\sqrt{21}$. **C.** $M(1;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;4)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;4;-3)$ và trọng tâm G của tam giác có toạ độ là $(2;1;0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ có tọa độ là
A. $(0;-9;9)$. **B.** $(0;-4;4)$. **C.** $(0;4;-4)$. **D.** $(0;9;-9)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(-2;2;-6)$. Tính AB.
A. $AB=5\sqrt{5}$. **B.** $AB=\sqrt{21}+\sqrt{44}$. **C.** $AB=\sqrt{65}$. **D.** $AB=\sqrt{5}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, thể tích khối tứ diện $ABCD$ được cho bởi công thức:
A. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right].\overrightarrow{AB}\right|$. **B.** $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{BC}\right|$.
C. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AC}\right|$. **D.** $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right].\overrightarrow{DC}\right|$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;0),B(0;0;1)$ và $C(2;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.
A. $S=\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $S=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $S=\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $S=\sqrt{6}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0),B(3;-2;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua B.
A. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=24$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=20$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=4$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;6)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=56$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=28$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=28$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và đi qua $A(1;0;4)$.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{53}$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=53$.

✍**Lời giải.**

$R=\sqrt{53}$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=3$. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{3}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=81$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(2;-1;0)$, $R=81$. **B.** $I(-2;1;0)$, $R=9$. **C.** $I(2;-1;0)$, $R=9$. **D.** $I(-2;1;0)$, $R=81$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;1;3)$, $R=3$. **B.** $I(-1;1;3)$, $R=\sqrt{3}$.
C. $I(1;-1;-3)$, $R=\sqrt{3}$. **D.** $I(1;-1;-3)$, $R=3$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{4}$. **B.** $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$.
C. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục tung.

A. $H(2;0;-1)$. **B.** $H(0;1;0)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(2;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục Oy là $H(0;1;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

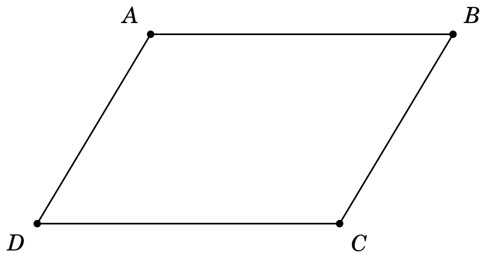
A. $D(-2;8;-3)$. **B.** $D(-4;8;-5)$. **C.** $D(-2;2;5)$. **D.** $D(-4;8;-3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;4)$, $\overrightarrow{DC}=(-3-x_D;5-y_D;1-z_D)$.
$ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}1=-3-x_D\\-3=5-y_D\\4=1-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-4\\y_D=8\\z_D=-3.\end{cases}$$

Vậy $D(-4;8;-3)$.



Chọn đáp án D □

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(2;2;-1)$, $\vec{c}=(4;0-4)$. Tọa độ véc-tơ $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ là

A. $\vec{d}=(-7;0;-4)$. **B.** $\vec{d}=(-7;0;4)$. **C.** $\vec{d}=(7;0;-4)$. **D.** $\vec{d}=(7;0;4)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}=(1-2+2\cdot4;2-2+2\cdot0;3+1-2\cdot4)=(7;0;-4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}=(2;-2;-4)$, $\vec{b}=(1;-1;1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\vec{a}+\vec{b}=(3;-3;-3)$. **B.** $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. $\left|\vec{b}\right| = \sqrt{3}$. **D.** $\vec{a} \perp \vec{b}$.

✍Lời giải.

Với $\vec{a} = (2;-2;-4)$, $\vec{b} = (1;-1;1)$ ta có:

— $\vec{a} + \vec{b} = (3;-3;-3)$.

— $\left|\vec{b}\right| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$.

— $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot (-1) + (-4) \cdot 1 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

— $\dfrac{2}{1} = \dfrac{-2}{-1} \neq \dfrac{-4}{1} \Rightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

Chọn đáp án B □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1;3-1;2+1) = (1;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

✍Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = IA = \sqrt{5}$ có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$$

Chọn đáp án B □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(3;-1;-1)$. **D.** $(3;1;-1)$.

✍Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(3;-1;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;9)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(0;3;3)$. **B.** $(4;-2;12)$. **C.** $(2;-1;6)$. **D.** $(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2})$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm đoạn thẳng AB. Ta có $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 6 \end{cases}$. Tọa độ điểm I là $(2;-1;6)$.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;0;1)$, $C(5;-8;8)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(3;-6;12)$. **B.** $G(-1;2;-4)$. **C.** $G(1;-2;-4)$. **D.** $G(1;-2;4)$.

✍Lời giải.

Vì G là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{1-3+5}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{2+0-8}{3} = -2 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{3+1+8}{3} = 4. \end{cases}$

Suy ra $G(1;-2;4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 16.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm B biết M là trung điểm của đoạn AB.

A. $B\left(\dfrac{1}{2};3;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$. **C.** $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

✍Lời giải.

M là trung điểm của đoạn AB

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 5 \\ y_B = 2y_M - y_A = -3 \\ z_B = 2z_M - z_A = -7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $B(5;-3;-7)$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(0;3;4)$. **B.** $(0;-3;4)$. **C.** $(0;-4;3)$. **D.** $(-3;0;4)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ $\vec{a} = 0\cdot\vec{i} + (-3)\cdot\vec{j} + 4\cdot\vec{k}$ nên tọa độ véc-tơ $\vec{a} = (0;-3;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu là điểm

A. $J(2;-1;-3)$. **B.** $I(2;-1;3)$. **C.** $K(-2;1;3)$. **D.** $G(-2;1;-3)$.

✍Lời giải.

Đồng nhất hệ số của phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$ với phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ta được $a = 2$, $b = -1$, $c = -3$, $d = -1$ và $a^2 + b^2 + c^2 - d = 15$.

Vậy (S) là mặt cầu có tâm $J(2;-1;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(1;-3;2)$.

✍Lời giải.

$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (2;-3;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1;2;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $P(1;0;0)$. **B.** $N(1;2;0)$. **C.** $Q(0;2;0)$. **D.** $M(0;0;3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1;2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 37. Mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm I và bán kính R là

A. $I(1;-2;-3); R=4$. **B.** $I(1;2;-3); R=2$. **C.** $I(-1;-2;3); R=2$. **D.** $I(-1;-2;3); R=4$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm $I(1;-2;-3); R=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Hình chiếu của A trên trục Oz là

A. $Q(2;-1;0)$. **B.** $P(0;0;3)$. **C.** $N(0;-1;0)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(2;-1;3)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3^2)=9$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:

A. $I(2;-1;3), R=3$. **B.** $I(2;-1;3), R=9$. **C.** $I(-2;1;-3), R=9$. **D.** $I(-2;1;-3), R=3$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính $R=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Lời giải.

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz), ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của điểm $A(3;-1;1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

A. $Q(2;-1;0)$. **B.** $P(0;0;3)$. **C.** $N(0;-1;0)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Lời giải.

Ta có: các điểm thuộc trục Oz có tọa độ $(0;0;a)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm $P(0;0;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

A. $I(2;-1;3), R=3$. **B.** $I(2;-1;3), R=9$. **C.** $I(-2;1;-3), R=9$. **D.** $I(-2;1;-3), R=3$.

Lời giải.

$(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;0)$ và $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$. Tìm tọa độ của điểm N.

A. $N(4;2;0)$. **B.** $N(-4;-2;0)$. **C.** $N(-2;0;0)$. **D.** $N(2;0;0)$.

Lời giải.

Từ $M(3;1;0)$ và $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$ ta có $\begin{cases} x_N-3=-1 \\ y_N-1=-1 \\ z_N-0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N=2 \\ y_N=0 \\ z_N=0 \end{cases}$. Vậy $N(2;0;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;0)$ và $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$. Tìm tọa độ của điểm N.

A. $N(4;2;0)$. **B.** $N(-4;-2;0)$. **C.** $N(-2;0;0)$. **D.** $N(2;0;0)$.

Lời giải.

Gọi $N(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{MN}=(x-3;y-1;z)\Rightarrow\begin{cases}x-3=-1\\y-1=-1\\z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\\z=0.\end{cases}$

Vậy $N(2;0;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0$ có bán kính R là

A. $R=\sqrt{53}$. **B.** $R=4\sqrt{2}$. **C.** $R=\sqrt{10}$. **D.** $R=3\sqrt{7}$.

Lời giải.

(S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=10$.

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$ và $D(6;9;-5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là

A. $(2;3;1)$. **B.** $(2;3;-1)$. **C.** $(-2;3;1)$. **D.** $(2;-3;1)$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, suy ra

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4}=\dfrac{1-2+3+6}{4}=2\\y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4}=\dfrac{0+1+2+9}{4}=3\\z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}=\dfrac{2+3+4-5}{4}=1.\end{cases}$$

Vậy tọa độ $G(2;3;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(-3;2;-1)$. **B.** $(2;-1;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-3;-1)$.

Lời giải.

Tọa độ véc-tơ $\vec{a}=(-1;2;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3;-1;0)$ trên mặt phẳng (Oyz) có toạ độ là

A. $(0;0;-3)$. **B.** $(0;-3;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải.

Điểm $M(x_0,y_0,z_0)$ có hình chiếu vuông góc trên mặt phẳng Oyz là $(0;y_0;z_0)$.

Do đó, hình chiếu vuông góc của $A(-3;-1;0)$ lên (Oyz) có tọa độ là $(0;-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $\left(0;\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $(0;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-2)$.

Lời giải.

Toạ độ trọng tâm G của $\triangle OAB$ là $\begin{cases}x_G=\dfrac{0+1+(-1)}{3}\\y_G=\dfrac{0+2+0}{3}\\z_G=\dfrac{0+3+1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow G\left(0;\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Vậy trọng tâm G của tam giác OAB có toạ độ là $\left(0;\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 50. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x+4y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 9.

✍Lời giải.

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$, $a^2+b^2+c^2-d>0$ có

— Tâm $I(-a;-b;-c) \Rightarrow I(-1;-2;1)$.

— Bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+1^2-(-3)}=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 51. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;0;-3)$ và $\vec{v}=(-1;-2;0)$. Tính $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)$.

A. $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=-\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$. **B.** $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$.

✍Lời giải.

Ta có $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{-1}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}=-\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án A □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(3;0;1)$. Khi đó độ dài véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\sqrt{19}$. **B.** 19. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 13.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;-3)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{1^2+(-3)^2+(-3)^2}=\sqrt{19}$.

Chọn đáp án A □

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$, $B(1;3;2)$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng AB. Tọa độ của I là

A. $(0;4;2)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $(-2;-2;-2)$. **D.** $(0;2;1)$.

✍Lời giải.

Tọa độ của I là $I\left(\dfrac{-1+1}{2};\dfrac{1+3}{2};\dfrac{0+2}{2}\right)$ hay $I(0;2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$, tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{MO}$ là

A. $(a;b;c)$. **B.** $(-a;b;c)$. **C.** $(-a;-b;-c)$. **D.** $(-a;b;-c)$.

✍Lời giải.

$$\overrightarrow{MO}=-\overrightarrow{OM}=(-a;-b;-c).$$

Chọn đáp án C □

Câu 55. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;-3)$, $\vec{b}=(-2;-4;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}=2\vec{b}$. **B.** $\vec{b}=-2\vec{a}$. **C.** $\vec{a}=-2\vec{b}$. **D.** $\vec{b}=2\vec{a}$.

✍Lời giải.

Ta có: $-2\vec{a}=(-2;-4;6)=\vec{b}$.

Chọn đáp án B □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(1;1;2)$. **B.** $M(2;2;4)$. **C.** $M(2;-4;0)$. **D.** $M(4;-8;0)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(1;1;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$ và $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1;2;1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(1;1;-2)$.

✍Lời giải.

Dựa vào công thức tính tọa độ trọng tâm ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{5+(-2)+0}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{-2+3+2}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{0+0+3}{3} = 1 \end{cases}$. Vậy $G(1;1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(-4;1;9)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-1;2;4)$. **B.** $(-2;4;8)$. **C.** $(-6;-2;10)$. **D.** $(1;-2;-4)$.

Lời giải.

Công thức tọa độ trung điểm: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{2-4}{2} = -1 \\ y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{3+1}{2} = 2 \\ z_I = \dfrac{z_A+z_B}{2} = \dfrac{-1+9}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(-1;2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;1;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $\overrightarrow{AB} = (1;-2;0)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (3;0;4)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (1;0;0)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (1;2;0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_b - z_A) = (1;2;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;2;3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(-2;1;0)$. **B.** $\left(0;\dfrac{3}{2};3\right)$. **C.** $(2;-1;0)$. **D.** $(0;3;6)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{1+(-1)}{2} = 0 \\ y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A+z_B}{2} = \dfrac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I\left(0;\dfrac{3}{2};3\right).$$

Chọn đáp án B □

Câu 61. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2;3;-1)$, $R = 25$. **B.** $I(-2;-3;1)$, $R = 25$. **C.** $I(2;3;-1)$, $R = 5$. **D.** $I(-2;-3;1)$, $R = 5$.

Lời giải.

Ta có tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là $I(2;3;-1)$, $R = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a} = (-1;10)$, $\vec{b} = (1;1;0)$, $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. **B.** $\vec{c} \perp \vec{b}$. **C.** $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. **D.** $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Lời giải.

$\vec{c} \perp \vec{b}$ sai vì $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2 \neq 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 63. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$.

A. $(2;-3;-1)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-1;-3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1;2;-3)$.
Chọn đáp án C □

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(13;2;15)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $H(a;b;c)$. Tính $P = 3a + 15b + c$.

A. $P = 48$. **B.** $P = 54$. **C.** $P = 69$. **D.** $P = 84$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(13;2;15)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $H(13;2;0)$.
Do đó $a = 13,\ b = 2,\ c = 0 \Rightarrow P = 3a + 15b + c = 3 \cdot 13 + 15 \cdot 2 + 0 = 69$.
Chọn đáp án C □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;0;-5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;1;-1)$. **B.** $I(2;2;-2)$. **C.** $I(4;2;-2)$. **D.** $I(-1;1;4)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm $I\left(\dfrac{1+3}{2};\dfrac{2+0}{2};\dfrac{3-5}{2}\right) \Rightarrow I(2;1;-1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;-2;9)$. **B.** $D(-4;2;9)$. **C.** $D(4;-2;9)$. **D.** $D(4;2;-9)$.

Lời giải.

Giả sử $D(x;y;z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
Ta có $\overrightarrow{AD} = (x-1;y;z-3), \overrightarrow{BC}(-5;-2;6)$.
Do đó $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=-5 \\ y=-2 \\ z-3=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \\ z=9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4;-2;9)$.
Vậy tọa độ cần tìm của D là $D(-4;-2;9)$.
Chọn đáp án A □

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4)$, $B(2;-1;0)$, $C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2;1;2)$. **B.** $G(6;3;6)$. **C.** $G\left(3;\dfrac{3}{2};3\right)$. **D.** $G(2;-1;2)$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right) \Rightarrow G(2;1;2)$.
Chọn đáp án A □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7)$, $B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=\sqrt{45}$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=45$.
C. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{45}$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(-1;3;3)$ của AB và bán kính $R = IA = 3\sqrt{5}$.
Phương trình của mặt cầu cần tìm là

$$(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45.$$

Chọn đáp án D □

Câu 69. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{x} = (2;1;-3)$ và $\vec{y} = (1;0;-1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

A. $\vec{a} = (4;1;-1)$. **B.** $\vec{a} = (3;1;-4)$. **C.** $\vec{a} = (0;1;-1)$. **D.** $\vec{a} = (4;1;-5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2+2;1+0;-3-2) = (4;1;-5)$.
Chọn đáp án D □

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

A. $M(9;-5;7)$. **B.** $M(9;5;7)$. **C.** $M(-9;5;-7)$. **D.** $M(9;-5;-5)$.

✍**Lời giải.**

Xét điểm $M(x;y;z)$. Ta có $\begin{cases} x-0=3\cdot 3 \\ y-1=3\cdot(-2) \\ z+2=3\cdot 3 \end{cases}$, từ đó có $M(9;-5;7)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;-1;5)$. **C.** $(2;-1;-5)$. **D.** $(2;6;4)$.

✍**Lời giải.**

Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{2+2}{2}=2 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{-4+2}{2}=-1 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{3+7}{2}=5. \end{cases}$

Vậy $I(2;-1;5)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S).

A. $I(-3;1;-1)$. **B.** $I(3;1;-1)$. **C.** $I(-3;-1;1)$. **D.** $I(3;-1;1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$.

Do đó mặt cầu đã cho có tâm $I(-3;-1;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=13$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

✍**Lời giải.**

Do I là hình chiếu của $M(1;-2;3)$ trên Ox nên $I(1;0;0)$.

Vậy mặt cầu tâm I bán kính $IM=\sqrt{(1-1)^2+(-2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{13}$ có phương trình là

$$(x-1)^2+y^2+z^2=13.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;1;0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $I(2;0;1)$. **B.** $I(1;1;-1)$. **C.** $I(2;2;-2)$. **D.** $I(4;0;2)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm I của AB là $I\left(\dfrac{1+3}{2};\dfrac{-1+1}{2};\dfrac{2+0}{2}\right)$ hay $I(2;0;1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(-1;2;0)$, $B(3;1;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(1;2;2)$. Trong đó có ba điểm thẳng hàng là

A. A, C, D. **B.** A, B, D. **C.** B, C, D. **D.** A, B, C.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AC}=(1;0;1)$ và $\overrightarrow{AD}=(2;0;2)$.

Từ đó ta được $\overrightarrow{AD}=(2;0;2)=2\overrightarrow{AC}=(1;0;1)$ do đó 3 điểm A, C, D thẳng hàng.

Chọn đáp án (A) □

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(-1;3;2)$. Trung điểm đoạn AB có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(2;-1;-2)$. **C.** $(2;4;0)$. **D.** $(4;-2;-4)$.

✍**Lời giải.**

Trung điểm đoạn AB có tọa độ là $\left(\dfrac{3+(-1)}{2};\dfrac{1+3}{2};\dfrac{-2+2}{2}\right)=(1;2;0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 77. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(-3;4;0)$, $\vec{b}=(5;0;12)$. Tính cô-sin góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\frac{3}{13}$. **B.** $-\frac{3}{13}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

✍**Lời giải.**

Ta có

$$\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\frac{-3\cdot5+4\cdot0+0\cdot12}{\sqrt{(-3)^2+4^2+0^2}\cdot\sqrt{5^2+0^2+12^2}}=-\frac{3}{13}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$, $B(1;4;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Độ dài đoạn thẳng AB là $AB=\sqrt{(1-1)^2+(4+2)^2+(3+1)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;1;3)$, $\vec{b}=(4;-3;5)$ và $\vec{c}=(-2;4;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $(10;9;6)$. **B.** $(12;-9;7)$. **C.** $(10;-9;6)$. **D.** $(12;-9;6)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}=(2;1;3)$, $2\vec{b}=(8;-6;10)$, $\vec{c}=(-2;4;6)$.

$\Rightarrow \vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}=(12;-9;7)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(3;0;1)$ và $\vec{v}=(2;1;0)$. Tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 0. **D.** -6.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v}=6+0+0=6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ điểm M là

A. $M(0;-2;3)$. **B.** $M(1;-2;0)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(1;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của $A(1;-2;3)$ trên (Oyz) là $M(0;-2;3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-2;1)$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(3;-3;4)$. **B.** $(1;-1;-2)$. **C.** $(-3;3;-4)$. **D.** $(-1;1;2)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AB}=(-1;1;2)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $(1;-2;-1)$. **B.** $(2;-4;-2)$. **C.** $(-2;4;2)$. **D.** $(-1;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình của mặt cầu (S) là

$$x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9.$$

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là

A. $(1;0;-1)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm $(0;2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-3;1;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

A. $(-3;-1;2)$. **B.** $(3;1;-2)$. **C.** $(3;-1;-2)$. **D.** $(3;-1;2)$.

✍**Lời giải.**

Gọi M là hình chiếu của điểm A lên trục $Oy \Rightarrow M(0;1;0)$.

Ta có A' đối xứng với điểm A qua trục Oy nên M là trung điểm của AA'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_M - x_A \\ y_{A'} = 2y_M - y_A \\ z_{A'} = 2z_M - z_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 0+3 = 3 \\ y_{A'} = 2.1-1 = 1 \\ z_{A'} = 0-2 = -2 \end{cases} \Rightarrow A'(3;1;-2).$$

Chọn đáp án B □

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;2;-1)$, $B(-5;4;2)$ và $C(-1;0;5)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

A. $(-1;1;1)$. **B.** $(-3;3;3)$. **C.** $(-6;6;6)$. **D.** $(-2;2;2)$.

✍**Lời giải.**

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, ta có:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = -2 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(-2;2;2).$$

Vậy tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $(-2;2;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 87. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$.. **B.** $2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0$.

C. $2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu nếu thỏa điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$ có $1^2+(-2)^2+(2)^2-10=-1<0$.

Do đó phương trình này không là phương trình của mặt cầu

Chọn đáp án A □

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x}$.

A. $\vec{x} = (1;-2;3)$. **B.** $\vec{x} = (3;-2;1)$. **C.** $\vec{x} = (1;3;-2)$. **D.** $\vec{x} = (1;2;3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{x} = (1;3;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 89. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có toạ độ là

A. $(0;-3;0)$. **B.** $(0;-3;-5)$. **C.** $(0;-3;5)$. **D.** $(1;-3;0)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$ và hình chiếu của điểm $I(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $(0;b;c)$.

Chọn đáp án B □

Câu 90. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;2); R=6$. **B.** $I(-1;2;-2); R=5$.

C. $I(-2;4;-4); R=\sqrt{29}$. **D.** $I(1;-2;2); R=\sqrt{34}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=34$. Khi đó (S) có tâm $I(1;-2;2)$, bán kính $R=\sqrt{34}$.

Chọn đáp án D □

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;6;4)$. **C.** $(2;-1;5)$. **D.** $(4;-2;10)$.

✍Lời giải.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=2 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-1 \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}=5 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 92. Cho véc-tơ $\vec{u}=(1;3;4)$, tìm véc-tơ cùng phương với với $\vec{u}$.

A. $\vec{d}=(-2;6;8)$. **B.** $\vec{a}=(2;-6;-8)$. **C.** $\vec{c}=(-2;-6;8)$. **D.** $\vec{b}=(-2;-6;-8)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{b}=(-2;-6;-8)=-2(1;3;4)=-2\vec{u}$.

Chọn đáp án D □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-6x+4y-8z+4=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(3;-2;4)$, $R=5$. **B.** $I(-3;2;-4)$, $R=25$. **C.** $I(3;-2;4)$, $R=25$. **D.** $I(-3;2;-4)$, $R=5$.

✍Lời giải.

(S) có tâm $I(3;-2;4)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+(-2)^2+4^2-4}=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 94. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=9$. **B.** $OA=3$. **C.** $OA=1$. **D.** $OA=\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(2;-2;1) \Rightarrow OA=\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 95. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-2)$ và $B(4;3;2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=24$. **B.** $(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=24$.
C. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=6$. **D.** $(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=6$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;2;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;4) \Rightarrow AB=2\sqrt{6} \Rightarrow \dfrac{AB}{2}=\sqrt{6}$.

Mặt cầu tâm I, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{6}$ có phương trình $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 96. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$ và $B(2;0;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB=9$. **B.** $AB=\sqrt{3}$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=\sqrt{29}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;-2) \Rightarrow AB=\sqrt{1+4+4}=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 97. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây mặt cầu nào có bán kính $R=2$?

A. (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$. **B.** (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$.
C. (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+2=0$. **D.** (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+5=0$.

✍Lời giải.

Dễ thấy cả bốn mặt cầu đều có tâm $I(2;-1;-1)$.
Bán kính $R=2 \Leftrightarrow 4+1+1-d=4 \Leftrightarrow d=2$.
Vậy mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+2=0$ có bán kính $R=2$.
Chọn đáp án C □

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn qua các véc-tơ đơn vị như sau $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}-3\vec{j}$. Tính tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$.

A. $(1;-3;2)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(2;-3;1)$. **D.** $(2;1;-3)$.

✍Lời giải.

Vì $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ nên tọa độ $\vec{a}$ là $(2;-3;1)$.
Chọn đáp án C □

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I là $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=1 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=0 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=4. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;0), R=5$. **B.** $I(-1;2;0), R=25$. **C.** $I(1;-2;0), R=25$. **D.** $I(-1;2;0), R=5$.

✍Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm I có tọa độ là $(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{25}=5$.
Chọn đáp án A □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;3;-2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}-2\vec{k}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}-2\vec{j}$.

C. $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=3\vec{j}-2\vec{k}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(0;3;-2)=3\vec{j}-2\vec{k}$.
Chọn đáp án D □

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC. Biết $A(1;0;-3)$, $B(2;4;-1)$, $C(2;-2;0)$, tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

A. $\left(\dfrac{5}{2};-1;-2\right)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $(5;2;-4)$. **D.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.

✍Lời giải.

Gọi $G(x_G;y_G;z_G)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Ta có $\begin{cases} x_G=\dfrac{1+2+2}{3} \\ y_G=\dfrac{0+4-2}{3} \\ z_G=\dfrac{-3-1+0}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{5}{3} \\ y_G=\dfrac{2}{3} \\ z_G=-\dfrac{4}{3}. \end{cases}$

Vậy $G\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Chọn đáp án D □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;1;1)$, $B(2;3;4)$, $C(7;7;5)$. Tọa độ của điểm D là

A. $D(-6;-5;-2)$. **B.** $D(6;5;2)$. **C.** $D(6;-5;2)$. **D.** $D(-6;5;2)$.

✍Lời giải.

$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x_D = 1 \\ 7 - y_D = 2 \\ 5 - z_D = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 5 \\ z_D = 2. \end{cases}$

Vậy $D(6;5;2)$ là điểm cần tìm.

Chọn đáp án B □

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;0;0)$, $R = 3$. **B.** $I(0;2;0)$, $R = \sqrt{3}$. **C.** $I(0;-2;0)$, $R = \sqrt{3}$. **D.** $I(-2;0;0)$, $R = 3$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;0)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 105. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ véc-tơ $\vec{u}$ là

A. $(-2;3;-1)$. **B.** $(2;3;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(2;3;1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, suy ra $\vec{u} = (2;3;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 106. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm và bán kính là

A. Tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 2$. **B.** Tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 2$. **D.** Tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 4$.

✍**Lời giải.**

Ta có mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

A. $I(-1;0;2)$, $r = 4$. **B.** $I(1;0;-2)$, $r = 16$. **C.** $I(1;0;-2)$, $r = 4$. **D.** $I(-1;0;2)$, $r = 16$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $r = 4$.

Chọn đáp án C □

Câu 108. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC biết $A(1;2;4)$, $B(0;-5;0)$, $C(2;0;5)$.

A. $G(-1;1;3)$. **B.** $G(1;-1;-3)$. **C.** $G(1;1;-3)$. **D.** $G(1;-1;3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $G = \left(\dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}; \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}; \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3}\right) = (1;-1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $M(2;2;0)$. **B.** $Q(3;-1;3)$. **C.** $N(3;-1;2)$. **D.** $P(0;0;-2)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng Oxy là $z = 0$. Vậy điểm $M(2;2;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy).

Chọn đáp án A □

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

A. $(0;1;-2)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;0;-2)$. **D.** $(0;-1;2)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{OA} = 0 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j} - 2 \cdot \vec{k}$. Vậy tọa độ điểm A là $(0;1;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4;-2;-4)$, $\vec{b} = (6;-3;2)$. Giá trị của biểu thức $\left|\left(2\vec{a} - 3\vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} + 2\vec{b}\right)\right|$ bằng

A. -200. **B.** $\sqrt{200}$. **C.** 200^2. **D.** 200.

✍**Lời giải.**

Ta có $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-10;5;-14)$ và $\vec{a} + 2\vec{b} = (16;-8;0)$.

Vậy $\left|\left(2\vec{a} - 3\vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} + 2\vec{b}\right)\right| = |(-10) \cdot 16 + 5 \cdot (-8) + (-14) \cdot 0| = |-200| = 200$.

Chọn đáp án D □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Cô-sin của góc $\widehat{BAC}$ là

A. $\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. **B.** $-\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. **C.** $-\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;5;-2)$ và $\overrightarrow{AC}=(5;4;-1)$.

Vậy $\cos\widehat{BAC}=\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{1\cdot5+5\cdot4+(-2)\cdot(-1)}{\sqrt{1^2+5^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{5^2+4^2+(-1)^2}}=\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;5)$. Hoành độ của điểm M là

A. -3. **B.** $(2;-3;5)$. **C.** 5. **D.** 2.

✍Lời giải.

Hoành độ của điểm M là 2.

Chọn đáp án D □

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$.

A. $(2;-1;-1)$. **B.** $(2;0;1)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(2;-1;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(2;-1;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$. Tìm tọa độ tâm của (S).

A. $I(1;0;-2)$. **B.** $I(-1;0;2)$. **C.** $I(-1;0;-2)$. **D.** $I(-2;4;-1)$.

✍Lời giải.

Tâm mặt cầu $I(1;0;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;20;2038)$ và điểm $B(2;6;2000)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(6;26;4036)$. **B.** $M(3;13;2019)$. **C.** $M(2;14;38)$. **D.** $M(-3;13;2019)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(3;13;2019)$.

Chọn đáp án B □

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;3;7)$, $B(2;3;2)$ và $C(-2;-3;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(1;1;4)$. **B.** $G(2;-1;3)$. **C.** $G(1;2;3)$. **D.** $G(1;-1;1)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trọng tâm G được xác định như sau

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{3+2+(-2)}{3}=1\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{3+3+(-3)}{3}=1\\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}=\dfrac{7+2+3}{3}=4.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 118. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;-2)$, $B(2;3;-1)$, $C(0;-3;6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(1;1;0)$. **B.** $G(3;0;1)$. **C.** $G(3;0;-1)$. **D.** $G(1;0;1)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\dfrac{1+2+0}{3};\dfrac{0+3-3}{3};\dfrac{-2-1+6}{3}\right)\Rightarrow G(1;0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(2;1;-4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;0;-2)$. **B.** $(1;0;-6)$. **C.** $(-1;-2;6)$. **D.** $(1;2;-6)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;-6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ đỉnh A' là

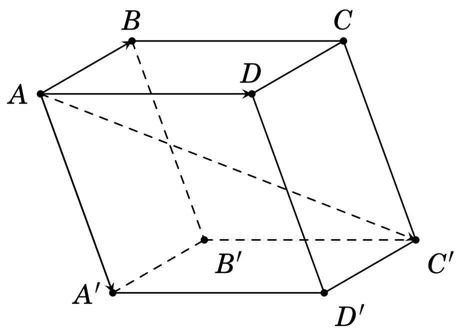
A. $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(-3;4;-1)$. **C.** $A'(3;5;-6)$. **D.** $A'(3;5;6)$.

✍Lời giải.

Giả sử $A'(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (x-1;y;z-1)$, $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$,

$\overrightarrow{AD} = (0;-1;0)$, $\overrightarrow{AC'} = (3;5;-6)$.



Theo quy tắc hình hộp, ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1+1+0=3 \\ y+1-1=5 \\ z-1+1+0=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \\ z=-6. \end{cases}$$

Vậy $A'(3;5;-6)$.

Chọn đáp án C □

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(2;-1;3)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;-1;2)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(-1;1;-2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1;-1;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

A. $M_3(3;0;0)$. **B.** $M_4(0;2;0)$. **C.** $M_1(0;0;-1)$. **D.** $M_2(3;2;0)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0;0;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 123. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-2)$. Độ dài đoạn thẳngOA là

A. 2. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 1.

✍Lời giải.

Ta có $OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2 + (z_A - z_O)^2} = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 124. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(1;-3;0)$; $R = 4$. **B.** $I(-1;3;0)$; $R = 4$. **C.** $I(-1;3;0)$; $R = 16$. **D.** $I(1;-3;0)$; $R = 16$.

✍Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(-1;3;0)$ và $R = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 0^2 - (-6)} = 4$.

Chọn đáp án B □

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ là điểm có tọa độ

A. $(-2;-4;-6)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(2;4;6)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ là điểm $I(1;2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M'(1;0;-3)$. **B.** $M'(0;2;-3)$. **C.** $M'(1;2;0)$. **D.** $M'(1;2;3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(1;2;0)$

Chọn đáp án C □

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox có toạ độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(0;1;3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox có toạ độ là $(-2;0;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a}=(3;2;1)$ và $\vec{b}=(-5;2;-4)$ bằng

A. -15. **B.** -10. **C.** -7. **D.** 15.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot(-5)+2\cdot2+1\cdot(-4)=-15$.

Chọn đáp án A □

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tọa độ trung điểm của đoạn MN là

A. $(1;-1;2)$. **B.** $(1;1;0)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $M(1;1;0)$; $N(1;1;2)$.

Khi đó trung điểm của MN là $I(1;1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 130. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(-4;5-3)$, $\vec{b}=(2;-2;1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x}=\vec{a}+2\vec{b}$.

A. $\vec{x}=(2;3;-2)$. **B.** $\vec{x}=(0;1;-1)$. **C.** $\vec{x}=(0;-1;1)$. **D.** $\vec{x}=(-8;9;1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{x}=\vec{a}+2\vec{b}=(-4;5;-3)+2(2;-2;1)=(0;1;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 131. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-4;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(2;-3;-1)$. **B.** $I(2;-2;8)$. **C.** $I(1;-1;4)$. **D.** $I(-2;3;1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có }\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{3-1}{2}=1\\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{-4+2}{2}=-1\\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{3+5}{2}=4\end{cases}\Rightarrow I(1;-1;4).$$

Chọn đáp án C □

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+2)^2+(y+1)^2+z^2=81$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(2;1;0)$, $R=81$. **B.** $I(-2;-1;0)$, $R=81$. **C.** $I(2;1;0)$, $R=9$. **D.** $I(-2;-1;0)$, $R=9$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;-1;0)$, bán kính $R=9$.

Chọn đáp án D □

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tâm và bán kính của mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

A. $I(-1;-4;3)$, $R=\sqrt{18}$. **B.** $I(1;-4;-3)$, $R=\sqrt{18}$.
C. $I(1;4;3)$, $R=\sqrt{18}$. **D.** $I(1;-4;3)$, $R=\sqrt{18}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$, $R=\sqrt{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;5)$. **B.** $(3;5;1)$. **C.** $(3;4;1)$. **D.** $(1;2;3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 135. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2;3;-2)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-2)$. **B.** $(2;0;-2)$. **C.** $(0;3;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của điểm $M(2;3;-2)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;3;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là $I(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

A. 2. **B.** 6. **C.** -2. **D.** -1.

✍**Lời giải.**

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.
Do đó (S) có tâm $I(1;-2;3)$, suy ra $a+b+c=1+(-2)+3=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;2;3)$ và $R=5$. **B.** $I(-1;-2;-3)$ và $R=5$.
C. $I(1;2;3)$ và $R=25$. **D.** $I(-1;-2;-3)$ và $R=25$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;5)$. Hình chiếu của điểm M lên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;5)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(0;0;5)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của điểm $M(2;1;5)$ lên trục Ox là điểm có tọa độ $(2;0;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=4$. Tọa độ của tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-1;3;-4); R=2$. **B.** $I(1;-3;4); R=2$. **C.** $I(1;-3;4); R=4$. **D.** $I(-1;3;-4); R=4$.

✍**Lời giải.**

Theo định nghĩa phương trình mặt cầu, ta suy ra mặt cầu có tâm $I(1;-3;4)$ và bán kính $R=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a}(-2;2;0)$, $\vec{b}(2;2;0)$, $\vec{c}(2;2;2)$. Giá trị của $\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|$ bằng

A. 6. **B.** 11. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(2;6;2)$. Do đó $\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|=2\sqrt{11}$.

Chọn đáp án C □

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ và $B(m;m-1;-4)$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để độ dài đoạn $AB=3$.

A. $m=2$ hoặc $m=3$. **B.** $m=1$ hoặc $m=4$. **C.** $m=1$ hoặc $m=2$. **D.** $m=3$ hoặc $m=4$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}\Leftrightarrow A(3;1;-2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(m-3;m-2;-2)$.

Theo bài ra $AB=3$ nên $(m-3)^2+(m-2)^2+4=9\Leftrightarrow m^2-5m+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=4.\end{array}\right.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 142. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai véc tơ $\vec{i}$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$ là

A. 30°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 150°.

✍Lời giải.

Ta có $\cos\left(\vec{i},\vec{u}\right)=\dfrac{\vec{i}\cdot\vec{u}}{\left|\vec{i}\right|\cdot\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{-\sqrt{3}}{1\cdot 2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left(\vec{i},\vec{u}\right)=150^\circ$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(1;-1;2)$ và $\vec{b}=(2;1;-1)$. Tính $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=(2;-1;2)$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=(-1;5;3)$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$.

✍Lời giải.

Áp dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng, ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 2+(-1)\cdot 1+2\cdot(-1)=-1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-3;1)$, $B(3;0;-2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{22}$.

✍Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{(3-1)^2+(0+3)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{22}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 145. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(10;-4;0)$, $B(-4;6;0)$ và $C(0;4;6)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(4;0;-2)$. **B.** $(2;2;-4)$. **C.** $(2;2;2)$. **D.** $(2;4;2)$.

✍Lời giải.

Gọi $G(x;y;z)$ là trọng tâm tam giác ABC, ta có

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{10-4+0}{3}\\ y=\dfrac{-4+6+4}{3}\\ z=\dfrac{0+0+6}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\\z=2.\end{cases}$$

Vậy $G(2;2;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 146. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=16$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-2;-1;3)$; $R=4$. **B.** $I(-2;1;-3)$; $R=4$. **C.** $I(2;-1;-3)$; $R=4$. **D.** $I(2;-1;3)$; $R=4$.

✍Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(2;-1;3)$ và bán kính $R=\sqrt{16}=4$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 147. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-3)$, $B(3;-1;1)$. Gọi G là trọng tâm $\triangle OAB$, $\overrightarrow{OG}$ có độ dài bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $G=\left(\dfrac{4}{3};0;-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{OG}=\left(\dfrac{4}{3};0;-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{OG}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{4}{3}\right)^2+0^2+\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 148. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(-3;2;-1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(-1;0;-2)$. **B.** $(-4;4;2)$. **C.** $(-2;2;2)$. **D.** $(-2;2;1)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = -2 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 2 \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(1;-1;2)$, $R=3$. **B.** $I(-1;1;-2)$, $R=3$. **C.** $I(1;-1;2)$, $R=9$. **D.** $I(-1;1;-2)$, $R=9$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu viết lại như sau $(S)\colon (x-1)^2+[y-(-1)]^2+(z-2)^2=3^2$. Vậy tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là $I(1;-1;2)$, $R=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 151. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;3;2)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;1;-2)$. Gọi $G(x_0;y_0;z_0)$ là trọng tâm của tam giác đó. Tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $G(x_0;y_0;z_0)$ là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} = \dfrac{3-1+1}{3} = 1 \\ y_0 = \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} = \dfrac{3+2+1}{3} = 2 \\ z_0 = \dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} = \dfrac{2+0-2}{3} = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow G(1;2;0) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 152. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;-2)$, $B(1;4;2)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(4;4;0)$. **B.** $(-2;4;4)$. **C.** $(2;2;0)$. **D.** $(-1;2;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;4;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 153. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-3;2)$, $B(4;1;2)$. Độ dài đoạn AB bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 25.

✍Lời giải.

Độ dài đoạn AB là $AB=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=5$.

Chọn đáp án B □

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-4z+5=0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) là

A. $I(2;4;4)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-2)$ và $R=\sqrt{14}$.
C. $I(-1;2;2)$ và $R=2$. **D.** $I(1;-2;-2)$ và $R=2$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm $I(-1;2;2)$ và bán kính $R=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 155. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(0;-1;0)$. **B.** $N(3;0;0)$. **C.** $P(0;-1;1)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là $P(0;-1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 156. Tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a}=(-2;2;5)$, $\vec{b}=(0;1;2)$ trong không gian bằng

A. 14. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 12.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2\cdot 0+2\cdot 1+5\cdot 2=12$.

Chọn đáp án D □

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x+4)^2+(y-5)^2+(z+6)^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(4;-5;6)$, $R=81$. **B.** $I(-4;5;-6)$, $R=81$. **C.** $I(4;-5;6)$, $R=3$. **D.** $I(-4;5;-6)$, $R=3$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu là $I(-4;5;-6)$, $R=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;1)$ và $\vec{b}=(-1;3;0)$. Véc-tơ $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(1;7;2)$. **B.** $(1;5;2)$. **C.** $(3;7;2)$. **D.** $(1;7;3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}=(2;4;2)+(-1;3;0)=(1;7;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;0;-1)$ và $C(-3;0;0)$. tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $\left(0;-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(0;-1;-1)$. **C.** $(0;1;1)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

✍**Lời giải.**

$$G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=0\\ y_G=-\dfrac{1}{3}\\ z_G=-\dfrac{1}{3}.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M\in(Oyz)$. **B.** $M\in(Oxz)$. **C.** $M\in(Oxy)$. **D.** $M\in Oy$.

✍**Lời giải.**

Do $y_M=0$ nên $M\in(Oxz)$.

Chọn đáp án B □

Câu 161. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=16$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 16.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ thì có bán kính là R.

Áp dụng vào bài toán này ta có bán kính $R=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;1)$ lên trục $x'Ox$ là

A. $Q(-2;0;0)$. **B.** $R(0;0;1)$. **C.** $S(0;3;1)$. **D.** $P(2;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của điểm $A(2;3;1)$ lên trục $x'Ox$ là điểm $P(2;0;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OM} = -\vec{j} + 5\vec{k}$. Khi đó tọa độ điểm M là

A. $M(-1;0;5)$. **B.** $M(-1;-5;0)$. **C.** $M(0;1;-5)$. **D.** $M(0;-1;5)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{OM} = 0\cdot\vec{i} + (-1)\cdot\vec{j} + 5\cdot\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (0;-1;5)$.
Vậy $M(0;-1;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 164. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6=0$ là

A. $I(2;4;0)$. **B.** $I(1;2;0)$. **C.** $I(1;2;3)$. **D.** $I(2;4;6)$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;2;\log_2 3)$ và $\vec{v} = (2;-2;\log_3 2)$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$. **B.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1$. **C.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = 2$. **D.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = -1$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1\cdot 2 + 2\cdot(-2) + \log_2 3\cdot\log_3 2 = 2-4+1 = -1$.

Chọn đáp án D □

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;4)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;0;0)$. **B.** $M(0;-2;4)$. **C.** $N(0;-2;0)$. **D.** $P(0;0;4)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là $N(0;-2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 167. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(1;-3;2)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(2;1;-3)$. **D.** $(2;-3;1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ $\vec{a} = (2;-3;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 168. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

✍**Lời giải.**

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 169. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các véc-tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tìm tọa độ của vec-tơ $\vec{a}$ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;1;-3)$. **D.** $91;-3;2)$.

✍**Lời giải.**

Theo định nghĩa thì $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x;y;z)$.
Do đó véc-tơ $\vec{a} = (2;-3;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 170. Cho điểm $M(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M'(1;2;0)$. **B.** $M'(1;0;-3)$. **C.** $M'(0;2;-3)$. **D.** $M'(1;2;3)$.

✍**Lời giải.**

Theo định nghĩa ta có $M'(1;2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-1;2;1)$ và $R=9$.
C. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(2;0;1)$ và $B(3;-1;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;-1;1)$. **B.** $(-1;1;-1)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(-1;1;1)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(3-2;-1-0;2-1)=(1;-1;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 173. Cho các véc-tơ $\overrightarrow{a}=(1;2;3)$, $\overrightarrow{b}=(0;-1;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{v}=3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ có tọa độ là

A. $\overrightarrow{v}=(3;9;7)$. **B.** $\overrightarrow{v}=(3;9;11)$. **C.** $\overrightarrow{v}=(3;7;11)$. **D.** $\overrightarrow{v}=(3;7;7)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{v}=3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(3-0;6+1;9-2)=(3;7;7)$.

Chọn đáp án D □

Câu 174. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu của điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm A xuống mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 175. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;-3;-2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-2;-2;4)$. **B.** $(2;-2;4)$. **C.** $(1;-1;-2)$. **D.** $(2;-2;-4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy biết phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(2;3;-1)$, $B(0;-1;3)$.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=36$.
C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=36$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;1;1)$, $AB=6$.

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=3$ có phương trình là: $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

Chọn đáp án A □

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;6;4)$. **C.** $(2;-1;5)$. **D.** $(4;-2;10)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=2 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-1 \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}=5 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 178. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;-1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1;2-1;1-(-2)) = (1;1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 179. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(-3;-1;1)$. **D.** $(-3;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Tâm của (S): $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 2$ có tọa độ là $(-3;-1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 180. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** 9.

✍**Lời giải.**

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ biết $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{k}$.

A. $\vec{a} = (0;3;-5)$. **B.** $\vec{a} = (3;0;5)$. **C.** $\vec{a} = (3;-5;0)$. **D.** $\vec{a} = (3;0;-5)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (3;0;-5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}(2;1;-3)$, $\vec{b}(2;5;1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}\cdot\vec{b} = 4$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 12$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 6$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 9$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b} = 4+5-3 = 6$.

Chọn đáp án C □

Câu 183. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-6;4)$ và bán kính là $R = 5$ là

A. $(x-3)^2+(y+6)^2+(z-4)^2 = 25$. **B.** $(x+3)^2+(y-6)^2+(z+4)^2 = 5$.

C. $(x+3)^2+(y-6)^2+(z+4)^2 = 25$. **D.** $(x-3)^2+(y+6)^2+(z-4)^2 = 5$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-6;4)$ và bán kính là $R = 5$ là

$$(x-3)^2+(y+6)^2+(z-4)^2 = 25.$$

Chọn đáp án A □

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (3;0;-5)$ và $\vec{b} = (-1;4;-3)$. Tìm tọa véc-tơ $\vec{a} - 2\vec{b}$

A. $\vec{a}-2\vec{b} = (2;4;-8)$. **B.** $\vec{a}-2\vec{b} = (1;8;-11)$.

C. $\vec{a}-2\vec{b} = (5;-8;1)$. **D.** $\vec{a}-2\vec{b} = (4;-4;-2)$.

✍**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (3;0;-5) \\ \vec{b} &= (-1;4;-3) \\ \Rightarrow \vec{a}-2\vec{b} &= (5;-8;1). \end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(0;2;1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB.

A. $I\left(-\frac{1}{2};0;2\right)$. **B.** $I(-1;0;4)$. **C.** $I(1;4;-2)$. **D.** $I\left(\frac{1}{2};2;-1\right)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm I của AB thỏa $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 2 \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = -1. \end{cases}$

Vậy $I\left(\dfrac{1}{2};2;-1\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(0;1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng

A. $\overrightarrow{MN} = (1;3;6)$. **B.** $\overrightarrow{MN} = (1;1;0)$. **C.** $\overrightarrow{MN} = (1;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{MN} = (-1;-1;0)$.

✍Lời giải.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN} = (-1;-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 187. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

A. $I(2;-1;1); R = 9$. **B.** $I(-2;1;-1); R = 3$. **C.** $I(2;-1;1); R = 3$. **D.** $I(-2;1;-1); R = 9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z-3 = 0$ có tâm là $I(-2;1;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 3} = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 188. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;-1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A'.

A. $A'(2;-3;1)$. **B.** $A'(0;-3;1)$. **C.** $A'(-2;-3;1)$. **D.** $A'(-2;0;0)$.

✍Lời giải.

Điểm đối xứng của điểm $A(x;y;z)$ qua trục hoành là điểm có dạng $A'(x;-y;-z)$.

Suy ra điểm đối xứng của điểm $A(-2;3;-1)$ qua trục hoành là điểm $A'(-2;-3;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1;-1;2)$, $\vec{b} = (3;0;-1)$, $\vec{c} = (-2;5;1)$, đặt $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. Tìm tọa độ của $\vec{m}$.

A. $(-6;6;0)$. **B.** $(6;0;-6)$. **C.** $(6;-6;0)$. **D.** $(0;6;-6)$.

✍Lời giải.

Ta có: $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (6;-6;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 190. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;0)$; $R = 3$. **B.** $I(-1;2;0)$; $R = 3$. **C.** $I(1;-2;0)$; $R = 9$. **D.** $I(-1;2;0)$; $R = 9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu S có tọa độ tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 191. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;-3)$ và $N(-3;0;7)$. Gọi I là trung điểm của đoạn MN. Xác định tọa độ của điểm I.

A. $I(-2;2;4)$. **B.** $I(-1;1;2)$. **C.** $I(-4;-2;10)$. **D.** $I(-2;-1;5)$.

✍Lời giải.

Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên $I(-1;1;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;-6;7)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $P(5;-6;0)$. **B.** $Q(5;0;0)$. **C.** $N(0;-6;0)$. **D.** $M(5;0;7)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(a;0;c)$.

Chọn đáp án D □

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $\begin{cases} I(-1;2;1) \\ R=9 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} I(1;-2;-1) \\ R=9 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} I(1;-2;-1) \\ R=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} I(-1;2;1) \\ R=3 \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu $(S)\colon (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có $\begin{cases} I(a;b;c) \\ R=\sqrt{R^2}. \end{cases}$

Vậy mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có $\begin{cases} I(-1;2;1) \\ R=3. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0$ có bán kính R là

A. $R=\sqrt{53}$. **B.** $R=\sqrt{10}$. **C.** $R=4\sqrt{2}$. **D.** $R=3\sqrt{7}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $R=\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2-4}=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án B □

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;-6;7)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Ozx) là điểm

A. $Q(5;0;0)$. **B.** $M(5;0;7)$. **C.** $N(0;-6;0)$. **D.** $P(5;-6;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của điểm $A(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(a;0;c)$.

Áp dụng, ta có đáp án $M(5;0;7)$.

Chọn đáp án B □

Câu 196. Cho điểm $M(3;2;-1)$, điểm $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng của điểm M qua trục Oy. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

M' là điểm đối xứng của M qua Oy nên $a=-3, b=2, c=1$.

Vậy $a+b+c=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 197. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $Q(0;2;0)$. **B.** $M(0;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** .

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1;2;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;1;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $AB=\sqrt{(2-1)^2+(1+1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

✍**Lời giải.**

$AB=\sqrt{(1+1)^2+(0-2)^2+(2-3)^2}=\sqrt{4+4+1}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 200. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{b}=(-1;0;4)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(-7;6;-10)$. **B.** $\vec{u}=(-7;-6;10)$. **C.** $\vec{u}=(7;6;10)$. **D.** $\vec{u}=(-7;6;10)$.

✍**Lời giải.**

Do $\vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}$ suy ra $\vec{u}=(-7;6;10)$.

Chọn đáp án D □

Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(-3;2;-1)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-1;-3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 202. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3=0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;-1)$ và $R=\sqrt{3}$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R=\sqrt{3}$. **D.** $I(-1;2;1)$ và $R=3$.

Lời giải.

Lưu ý: Điều kiện để (S): $x^2+y^2+2ax+2by+2cz+d=0$ là phương trình của một mặt cầu là $\left(\frac{2a}{-2}\right)^2+\left(\frac{2b}{-2}\right)^2+\left(\frac{2c}{-2}\right)^2-d>0$.

Khi đó, (S) có tâm là $I\left(\frac{2a}{-2};\frac{2b}{-2};\frac{2c}{-2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{\left(\frac{2a}{-2}\right)^2+\left(\frac{2b}{-2}\right)^2+\left(\frac{2c}{-2}\right)^2-d}$.

Áp dụng cho (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3=0$, ta tìm được $I(1;-2;-1)$ và $R=\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 203. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;-1)$ và $R=9$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$. **D.** $I(-1;2;1)$ và $R=3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ sẽ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Áp dụng vào mặt cầu của đề cho, ta được $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 204. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;1)$ và $B(2;0;5)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;2;-4)$. **B.** $(1;1;-2)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(-2;-2;4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$. Áp dụng ta được $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 205. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}$.
C. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{k}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$.

Chọn đáp án C □

Câu 206. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S).

A. $(-1;3;2), R=3$. **B.** $(1;3;2), R=3$. **C.** $(1;-3;-2), R=9$. **D.** $(-1;3;2), R=9$.

Lời giải.

Tâm mặt cầu (S) là $(-1;3;2)$, bán kính $R=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 207. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;5;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là điểm

A. $H(-2;0;0)$. **B.** $H(2;0;0)$. **C.** $H(-2;5;0)$. **D.** $H(0;5;1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là điểm $H(-2;0;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 208. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(3;12;6)$. **B.** $G(1;5;2)$. **C.** $G(1;0;5)$. **D.** $G(1;4;2)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{1+2+0}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{3+0+9}{3} = 4 \\ z_G = \dfrac{5+1+0}{3} = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 209. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-2)$ và $B(4;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận đoạn AB làm đường kính.

A. $(S)\colon (x+3)^2+(y+2)^2+z^2=24$.
B. $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+z^2=6$.
C. $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+z^2=24$.
D. $(S)\colon (x+3)^2+(y+2)^2+z^2=6$.

✍**Lời giải.**

Trung điểm của AB là $I(3;2;0)$.
Bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{(3-2)^2+(2-1)^2+(0+2)^2} = \sqrt{6}$.
Vậy phương trình mặt cầu là $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+z^2=6$.

Chọn đáp án B □

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(1;-2;0)$ và $\vec{b}=(-2;3;1)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=-8$.
B. $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{14}$.
C. $2\vec{a}=(2;-4;0))$.
D. $\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(3;-1;-2), R=2\sqrt{2}$.
B. $I(-3;1;2), R=4$.
C. $I(3;-1;-2), R=4$.
D. $I(-3;1;2), R=2\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;-2)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2;4;1)$, $B(1;1;-6)$, $C(0;-2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G\left(\dfrac{1}{3};-1;\dfrac{2}{3}\right)$.
B. $G\left(-\dfrac{1}{3};1;-\dfrac{2}{3}\right)$.
C. $G(-1;3;-2)$.
D. $G\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$.

✍**Lời giải.**

Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{-2+1+0}{3};\dfrac{4+1-2}{3};\dfrac{1-6+3}{3}\right)$ hay $G\left(-\dfrac{1}{3};1;-\dfrac{2}{3}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 213. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tính bán kính R của của mặt cầu (S).

A. $R=9$.
B. $R=3$.
C. $R=3\sqrt{3}$.
D. $R=\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Đồng nhất hệ số phương trình của mặt cầu (S) với phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ ta được $a=1$, $b=-2$, $c=-1$, $d=-3$.
Vì $a^2+b^2+c^2-d=9$ nên bán kính của mặt cầu là $R=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 214. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên mặt phẳng Oxy là điểm có tọa độ?

A. $(1;2;0)$.
B. $(1;2;-4)$.
C. $(0;2;-4)$.
D. $(1;0;-4)$.

✍**Lời giải.**

Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) khi và chỉ khi $M(x;y;0)$. Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên mặt phẳng Oxy là điểm có tọa độ là $(1;2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 215. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(3;-1;-2), R=2\sqrt{2}$. **B.** $I(3;-1;-2), R=4$.
C. $I(-3;1;2), R=2\sqrt{2}$. **D.** $I(-3;1;2), R=4$.

✍**Lời giải.**

Tâm I và bán kính R của mặt cầu là $I(3;-1;-2), R=2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;3;6)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;-2;-4)$. **B.** $(2;2;4)$. **C.** $(4;4;8)$. **D.** $(-4;-4;-8)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3-1;3-1;6-2)=(2;2;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 217. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{i}+\overrightarrow{j}$. Toạ độ điểm M là

A. $M(2;1;0)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $M(2;0;1)$.

✍**Lời giải.**

Ta thấy $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{i}+\overrightarrow{j}\Rightarrow M(2;1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 218. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

A. $Q(2;-1;0)$. **B.** $N(0;-1;0)$. **C.** $P(0;0;3)$. **D.** $M(2;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(x;y;z)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;z)$.
Vậy hình chiếu vuông góc của $A(2;-1;3)$ trên trục Oz là điểm $P(0;0;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 219. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm A đối xứng với điểm $B(3;-1;4)$ qua mặt phẳng (xOz) là

A. $A(-3;-1;-4)$. **B.** $A(3;-1;-4)$. **C.** $A(3;1;4)$. **D.** $A(-3;-1;4)$.

✍**Lời giải.**

A đối xứng B qua (xOz) khi và chỉ khi $\begin{cases}x_A=x_B=3\\ y_A=-y_B=1\\ z_A=z_B=4\end{cases}$. Vậy tọa độ B là $B(3;1;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 220. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;1;-3)$ và $R=4$. **B.** $I(2;1;3)$ và $R=4$.
C. $I(2;-1;3)$ và $R=16$. **D.** $I(2;-1;3)$ và $R=4$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là: $I(2;-1;3)$ và $R=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;-2;1)$; $R=16$. **B.** $I(1;2;-1)$; $R=16$. **C.** $I(-1;-2;1)$; $R=4$. **D.** $I(1;2;-1)$; $R=4$.

✍**Lời giải.**

Từ phương trình mặt cầu (S) ta có tọa độ tâm I là $(1;2;-1)$ và bán kính $R=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là điểm

A. $N(0;-2;0)$. **B.** $A(0;-2;3)$. **C.** $P(1;0;3)$. **D.** $M(1;-2;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên trục Oy là điểm $N(0;-2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 223. Tọa độ tâm I và bán kính mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ là

A. $I(1;-2), R=5$. **B.** $I(1;2;0), R=5$. **C.** $I(-1;2;0), R=5$. **D.** $I(1;-2;0), R=5$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$.

Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 224. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC. Xác định véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OG.

A. $\vec{u}(1;2;-2)$. **B.** $\vec{u}(1;2;-1)$. **C.** $\vec{u}(2;1;-2)$. **D.** $\vec{u}(2;2;-2)$.

Lời giải.

G là trọng tâm $\triangle ABC$ tọa độ của G là $(2;2;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{OG}=(2;2;-2)$. Do đó $\vec{u}(2;2;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OG.

Chọn đáp án D □

Câu 225. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xác định phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng (P): $x+2y-2z=0$.

A. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$. **D.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3+2\cdot(-1)-2\cdot 2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$.

Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) là $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 226. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=1$. Mặt cầu S có tâm I là

A. $I(1;-2;3)$. **B.** $I(1;2;-3)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(-1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 227. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$.

C. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{k}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa véc-tơ trong không gian $Oxyz$, điểm $M(0;-3;2)$ nên $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$.

Chọn đáp án C □

Câu 228. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;1;0)$, $\vec{b}=(-1;0;2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\dfrac{2}{25}$. **C.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2}{5}$.

Lời giải.

$$\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{2\cdot(-1)+1\cdot 0+0\cdot 2}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+0^2+2^2}}=-\frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 229. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+6y+8z+4=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(2;-3;-4)$, $R=25$. **B.** $I(-2;3;4)$, $R=5$.

C. $I(2;-3;-4)$, $R=5$. **D.** $I(2;-3;-4)$, $R=\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$x^2+y^2+z^2-4x+6y+8z+4=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=25.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;-4)$ và bán kính $R=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 230. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;3)$, $I(1;0;4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho điểm I là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A. $N(5;-4;2)$. **B.** $N(0;1;2)$. **C.** $N\left(2;-1;\dfrac{7}{2}\right)$. **D.** $N(-1;2;5)$.

✍Lời giải.

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \dfrac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \dfrac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2\cdot 1 - 3 \\ y_N = 2\cdot 0 + 2 \\ z_N = 2\cdot 4 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -1 \\ y_N = 2 \\ z_N = 5. \end{cases}$$

Vậy $N(-1;2;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 231. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy). Tọa độ điểm H là

A. $H(0;-1;0)$. **B.** $H(0;-1;4)$. **C.** $H(2;-1;0)$. **D.** $H(2;0;4)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của $M(2;-1;4)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $H(2;-1;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 232. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-2;1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

A. $M(4;3;1)$. **B.** $M(-1;3;5)$. **C.** $M\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $M(4;3;4)$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm thỏa điều kiện $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

$\overrightarrow{MB} = (-2-x;1-y;2-z)$, $\overrightarrow{MA} = (1-x;2-y;3-z)$.

Ta có $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-x = 2(1-x) \\ 1-y = 2(2-y) \\ 2-z = 2(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$. Vậy $M(4;3;4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2;4;-2)$ và $\vec{b} = (3;-1;6)$. Tính giá trị của $P = \vec{a}\cdot\vec{b}$.

A. $P = -10$. **B.** $P = -40$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = -34$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\times 3 + 4\times(-1) + (-2)\times 6 = -10$.

Chọn đáp án A □

Câu 234. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-4;-5)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(1;-4;5)$. **B.** $(-1;4;5)$. **C.** $(1;4;5)$. **D.** $(1;4;-5)$.

✍Lời giải.

Dễ thấy phương trình mặt phẳng $(Oxz): y = 0$ nên suy ra điểm đối xứng với $A(1;-4;-5)$ qua (Oxz) là điểm $A'(1;4;-5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 235. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm A xuống mặt phẳng (Oyz) là $H(0;4;3)$ nên khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là $AH = 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 236. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3), B(2;3;-4)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm A và bán kính bằng AB. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=75$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=11$.
C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+4)^2=75$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=75$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{AB}=(1;5;-7)$ nên bán kính của mặt cầu (S) là $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{75}$. Suy ra phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=75$.

Chọn đáp án A □

Câu 237. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;0)$, $R=5$. **B.** $I(-1;2;0)$, $R=25$. **C.** $I(1;-2;0)$, $R=25$. **D.** $I(-1;2;0)$, $R=5$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm là $I(a;b;c)$ và bán kính là R.
Do đó, mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 238. Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-1;2;-3)$, $R=16$. **B.** $I(-1;2;-3)$, $R=4$.
C. $I(-1;2;-3)$, $R=\sqrt{12}$. **D.** $I(1;-2;3)$, $R=4$.

Lời giải.

Ta có $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.
Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 239. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. Tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$. **B.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4$.
C. Tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=4$. **D.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=16$.

Lời giải.

Ta có $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.
Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 240. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;5)$, $B(m;2;7)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB=7$.

A. $m=9$ hoặc $m=-3$. **B.** $m=-3$ hoặc $m=-9$.
C. $m=9$ hoặc $m=3$. **D.** $m=3$ hoặc $m=-3$.

Lời giải.

$$AB=7 \Leftrightarrow \sqrt{(m-3)^2+3^2+2^2}=7 \Leftrightarrow (m-3)^2=36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=6 \\ m-3=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=9 \\ m=-3. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án A □

Câu 241. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;3)$, $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$, $R=\sqrt{5}$. **C.** $I(1;-2;3)$, $R=5$. **D.** $I(-1;2;-3)$, $R=5$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2-9}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 242. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;1)$, $C(0;3;-1)$. Xét bốn khẳng định sau

(I). $BC=2AB$.
(II). Điểm B thuộc đoạn AC.
(III). Ba điểm A,B,C tạo thành một tam giác.
(IV). Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Trong bốn khẳng định trên các khẳng định **sai** là

A. (I) và (II). **B.** (II) và (III). **C.** (II) và (IV). **D.** (III) và (IV).

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;1;-1)=-\overrightarrow{AB}$ nên điểm A là trung điểm của BC và A, B, C thẳng hàng. Từ đó ta thấy kết luận (II) và (III) là sai.

Chọn đáp án B □

Câu 243. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(-3;-1;1)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

✍**Lời giải.**

Giữ nguyên y,z và đổi dấu x nên ta suy ra điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(-3;-1;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 244. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(-2;3;-1)$. Khi đó $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-1;5;2)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(1;5;2)$. **D.** $(1;-5;-2)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;5;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 245. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-8x-2y+1=0$ có tọa độ là

A. $I(4;1;0)$. **B.** $I(4;-1;0)$. **C.** $I(-4;1;0)$. **D.** $I(-4;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $x^2+y^2+z^2-8x-2y+1=0 \Leftrightarrow (x-4)^2+(y-1)^2+z^2=16$. Do đó mặt cầu (S) có tọa độ tâm là $I(4;1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 246. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(1;2;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** 18. **D.** $3\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}=\sqrt{(1-2)^2+(2-1)^2+(3+1)^2}=3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 247. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=4$. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho.

A. $I(3;1;-4), R=2$. **B.** $I(-3;-1;4), R=2$. **C.** $I(3;1;-4), R=4$. **D.** $I(-3;-1;4), R=4$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm $I(3;1;-4)$ và bán kính $R=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 248. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua gốc tọa độ O là

A. $A'(3;-2;1)$. **B.** $A'(3;2;-1)$. **C.** $A'(3;-2;-1)$. **D.** $A'(3;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} x_{A'}=2x_O-x_A=3 \\ y_{A'}=2y_O-y_A=-2 \\ z_{A'}=2z_O-z_A=1 \end{cases}$. Vậy $A'(3;-2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;2;1)$, $R=9$. **B.** $I(1;-2;-1)$, $R=9$. **C.** $I(1;-2;-1)$, $R=3$. **D.** $I(-1;2;1)$, $R=3$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 250. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có toạ độ là

A. $(0;-3;0)$. **B.** $(0;-3;-5)$. **C.** $(0;-3;5)$. **D.** $(1;-3;0)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$ và hình chiếu của điểm $I(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $(0;b;c)$.

Chọn đáp án B □

Câu 251. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$ và $\vec{c}=(1;1;1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\vec{c}\perp\vec{b}$. **B.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}$. **D.** $|\vec{a}|=\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{c}\cdot\vec{b}=1\cdot1+1\cdot1+1\cdot0=2\neq0$ nên mệnh đề $\vec{c}\perp\vec{b}$ là sai.

Chọn đáp án A □

Câu 252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y=0$.

A. $R=\sqrt{2}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=\sqrt{3}$. **D.** $R=1$.

✍Lời giải.

Với hình cầu $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ thì bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$. Nên bán kính của (S) là $R=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 253. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;0;1)$ và $B(1;-1;2)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(0;-1;-1)$. **C.** $(-2;1;-1)$. **D.** $(0;-1;3)$.

✍Lời giải.

Tọa độ của $\overrightarrow{AB}=(2;-1;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 254. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z-3=0$ có tâm và bán kính là

A. $I(2;-1;1)$, $R=9$. **B.** $I(-2;1;-1)$, $R=3$. **C.** $I(2;-1;1)$, $R=3$. **D.** $I(-2;1;-1)$, $R=9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{(-2)^2+1^2+(-1)^2-(-3)}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 255. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục tung Oy?

A. $Q(0;-10;0)$. **B.** $P(10;0;0)$. **C.** $N(0;0;-10)$. **D.** $M(-10;0;10)$.

✍Lời giải.

Điểm thuộc trục tung Oy suy ra $x=0$ và $z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 256. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;-2;3)$ đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình

A. $(x-5)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x+2)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=13$.

C. $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=13$. **D.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{13}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có bán kính $R=IA=\sqrt{13}$.

Mặt cầu tâm $I(2;-2;3)$ bán kính $R=\sqrt{13}$ là $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=13$.

Chọn đáp án C □

Câu 257. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;5;1)$. Khoảng cách từ M đến trục Ox bằng

A. $\sqrt{29}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{26}$.

✍Lời giải.

$\mathrm{d}(M,Ox)=\sqrt{y_M^2+z_M^2}=\sqrt{26}$.

Chọn đáp án D □

Câu 258. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(-2;0;1)$, $\vec{c}=(-1;0;1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{n}=\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}-3\vec{i}$ là

A. $(-6;2;6)$. **B.** $(0;2;6)$. **C.** $(6;2;-6)$. **D.** $(6;2;6)$.

✍Lời giải.

$\vec{n}=\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}-3\vec{i}=(1;2;3)+(-2;0;1)+2\cdot(-1;0;1)-3\cdot(1;0;0)=(-6;2;6)$.

Chọn đáp án A □

Câu 259. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{v}=2\vec{i}+5\vec{j}-\vec{k}$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

A. $(-2;-5;1)$. **B.** $\left(1;\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $(2;5;-1)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{v}=2\vec{i}+5\vec{j}-\vec{k}=(2;5;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 260. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=5$. **B.** $AB=\sqrt{5}$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{(-1+1)^2+(1-2)^2+(2-4)^2}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}=(1;3;4)$. Tìm véc-tơ $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$.

A. $\vec{b}$=(2;-6;-8). **B.** $\vec{b}$=(-2;-6;-8). **C.** $\vec{b}$=(-2;-6;8). **D.** $\vec{b}$=(-2;6;8).

✍Lời giải.

Véc-tơ $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$ khi $\vec{b}=k\vec{a}$. Vậy $\vec{b}=(-2;-6;-8)$.

Chọn đáp án B □

Câu 262. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec-tơ $\vec{a}=(0;1;3)$; $\vec{b}=(-2;3;1)$. Tìm tọa độ của vec-tơ $\vec{x}$ biết $\vec{x}=3\vec{a}+2\vec{b}$.

A. $\vec{x}=(-2;4;4)$. **B.** $\vec{x}=(4;-3;7)$. **C.** $\vec{x}=(-4;9;11)$. **D.** $\vec{x}=(-1;9;11)$.

✍Lời giải.

$$3\vec{a}=(0;3;9);2\vec{b}=(-4;6;2)\Rightarrow\vec{x}=3\vec{a}+2\vec{b}=(-4;9;11).$$

Chọn đáp án C □

Câu 263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;-1;2)$, $C(6;0;1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(4;3;-2)$. **B.** $D(8;-3;4)$. **C.** $D(-4;-3;2)$. **D.** $D(-2;1;0)$.

✍Lời giải.

Gọi $D(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{DC}=(6-x;-y;1-z)$, $\overrightarrow{AB}=(2;-3;3)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases}6-x=2\\-y=-3\\1-z=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\\z=-2\end{cases}\Rightarrow D(4;3;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 264. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=4$. Tìm tâm I và bán kính r của mặt cầu (S).

A. $I(1;0;-3)$, $r=4$. **B.** $I(-1;0;3)$, $r=2$. **C.** $I(-1;0;3)$, $r=4$. **D.** $I(1;0;-3)$, $r=2$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(-1;0;3)$ và bán kính $r=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 265. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(3;1;2)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là bộ số nào sau đây?

A. $(1;0;-1)$. **B.** $(1;-2;-1)$. **C.** $(1;2;-1)$. **D.** $(-1;-2;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 266. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;-2)$ và $N(4;3;0)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN=\sqrt{14}$. **B.** $MN=(3;3;2)$. **C.** $NM=\sqrt{22}$. **D.** $NM=(-3;-3;-2)$.

✍Lời giải.

Ta có $MN=\sqrt{(4-1)^2+(3-0)^2+(0+2)^2}=\sqrt{22}$.

Chọn đáp án C □

Câu 267. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-3;4)$ và $\vec{v}=(1;3;0)$. Tính $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

A. $(1;-3;4)$. **B.** -8. **C.** -5. **D.** $(1;-9;0)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v}=1\cdot1+(-3)\cdot3+4\cdot0=-8$.

Chọn đáp án B □

Câu 268. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) đường kính AB với $A(4;-3;5)$, $B(2;1;3)$ là

A. $x^2+y^2+z^2+6x+2y-8z-26=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6x+2y-8z+20=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+6x-2y+8z-20=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-6x+2y-8z+26=0$.

Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{(2-4)^2+(1+4)^2+(3-5)^2}=2\sqrt{6}$. Gọi I, R là tâm và bán kính của mặt cầu (S) suy ra $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{6}$ và $I(3;-1;4)$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=6\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x+2y-8z+20=0$$

Chọn đáp án B □

Câu 269. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=\vec{i}\sqrt{3}+\vec{k}$ và $\vec{v}=\vec{j}\sqrt{3}+\vec{k}$. Khi đó tích vô hướng của $\vec{u}\cdot\vec{v}$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải.

Do giả thiết nên $\vec{u}\left(\sqrt{3};0;1\right)$ và $\vec{v}\left(0;\sqrt{3};1\right)$. Khi đó $\vec{u}\cdot\vec{v}=\sqrt{3}\cdot0+0\cdot\sqrt{3}+1\cdot1=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 270. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;5;-2);B(2;1;1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\dfrac{3}{2};3;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{3}{2};3;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{3}{2};2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $I(3;6;-1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}\\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}\\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=\dfrac{3}{2}\\ y_I=3\\ z_I=-\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

Suy ra $I\left(\dfrac{3}{2};3;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 271. Trong không gian $Oxyz$ cho các vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$, $\vec{b}=(3;0;-1)$, $\vec{c}=(-2;5;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(-6;6;0)$. **B.** $\vec{u}=(6;-6;0)$. **C.** $\vec{u}=(6;0;-6)$. **D.** $\vec{u}=(0;6;-6)$.

Lời giải.

Dễ dàng tính được $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=(6;-6;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 272. Trong không gian với $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a}=(-5;3;-1)$, $\vec{b}=(1;2;1)$ và $\vec{c}=(m;3;-1)$ Giá trị của m sao cho $\vec{a}=[\vec{b},\vec{c}]$

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}=[\vec{b},\vec{c}]=(-5;m+1;3-2m)\Rightarrow\begin{cases}m+1=3\\3-2m=-1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 273. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(5;4;7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

A. $(x-6)^2+(y-2)^2+(z-10)^2=17$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=17$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=17$. **D.** $(x-5)^2+(y-4)^2+(z-7)^2=17$.

✍Lời giải.
Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu là

$$I\left(\frac{1+5}{2};\frac{-2+4}{2};\frac{3+7}{2}\right)=(3;1;5);$$
$$R=IA=\sqrt{(3-1)^2+(1+2)^2+(5-3)^2}=\sqrt{17}.$$

Vậy phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

$$(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=17.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc trục Oy?
A. $N(2;0;0)$. **B.** $Q(0;3;2)$. **C.** $P(2;0;3)$. **D.** $M(0;-3;0)$.
✍Lời giải.
Điểm $A(x;y;z)\in Oy \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\z=0\end{cases}$. Suy ra, trong 4 điểm đã cho, điểm $M(0;-3;0)\in Oy$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(2;1;3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}$ là
A. $M=(3;2;-3)$. **B.** $M=(3;-2;3)$. **C.** $M=(3;-2;-3)$. **D.** $M=(3;2;3)$.
✍Lời giải.
Giả sử $M=(x;y;z)$. Khi đó

$$\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow\begin{cases}(1-x)-(0-x)+(2-x)=0\\(-1-y)-(2-y)+(1-y)=0\\(0-z)-(0-z)+(3-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-2\\z=3.\end{cases}$$

Vậy $M=(3;-2;3)$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và có bán kính $R=5$.
A. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$.
C. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=25$.
✍Lời giải.
Mặt cầu tâm $A(2;-3;1)$ và bán kính $R=5$ có phương trình là

$$(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;1;4)$. Tính độ dài véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.
A. $|\overrightarrow{MN}|=6$. **B.** $|\overrightarrow{MN}|=\sqrt{66}$. **C.** $|\overrightarrow{MN}|=2$. **D.** $|\overrightarrow{MN}|=\sqrt{14}$.
✍Lời giải.
Áp dụng công thức khoảng cách, $|\overrightarrow{MN}|=MN=\sqrt{(3-1)^2+(1-(-2))^2+(4-3)^2}=\sqrt{14}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$,$C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(-2;4;-5)$. **B.** $D(4;2;9)$. **C.** $D(6;2;-3)$. **D.** $(-4;-2;9)$.
✍Lời giải.
Gọi $D(x;y;z)\Rightarrow\overrightarrow{CD}=(x+3;y-1;z-2)$ và $\overrightarrow{BA}=(-1;-3;7)$.
Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành ta có $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}\Rightarrow\begin{cases}x+3=-1\\y-1=-3\\z-2=7\end{cases}\Rightarrow D(-4;-2;9)$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 279. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-2)$, $N(4;-5;1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN.

A. 49. **B.** 7. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{41}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-6;3)\Rightarrow MN=\sqrt{4+36+9}=7$.

Chọn đáp án B □

Câu 280. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1;0;0)$ và bán kính $R=9$.

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=3$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=81$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu cần tìm là

$$(x-(-1))^2+(y-0)^2+(z-0)^2=9^2\Leftrightarrow(x+1)^2+y^2+z^2=81.$$

Chọn đáp án B □

Câu 281. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-x+1=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6x+9=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+9=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2=0$.

✍Lời giải.

Ta có $x^2+y^2+z^2-2=0\Leftrightarrow(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2$. Mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 282. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

C. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 283. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ véc-tơ $\vec{u}$ là

A. $\vec{u}=(2;-3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(-2;-3;5)$. **C.** $\vec{u}=(-2;3;-5)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;-5)$.

✍Lời giải.

Chú ý rằng nếu $\vec{u}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ thì $\vec{u}=(a;b;c)$.

Chọn đáp án D □

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính độ dài đoạn AB với $A(1;-1;0)$, $B(2;0;-2)$.

A. $AB=2$. **B.** $AB=\sqrt{2}$. **C.** $AB=6$. **D.** $AB=\sqrt{6}$.

✍Lời giải.

$$\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)\Rightarrow AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 285. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $A(-1;-2;-3)$. **B.** $A(1;2;3)$. **C.** $A(1;-2;3)$. **D.** $A(2;-4;6)$.

✍Lời giải.

$$\overrightarrow{OA}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}=(1;-2;3)\Rightarrow A(1;-2;3).$$

Chọn đáp án C □

Câu 286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tâm I và tính bán kính R của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z+2=0$.

A. $I(-1;-2;1), R=2$. **B.** $I(1;2;-1), R=2\sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;1), R=2\sqrt{2}$. **D.** $I(1;2;-1), R=2$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2-2}=2$.
Chọn đáp án D □

Câu 287. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC với $A(1;-1;0)$, $B(2;0;-2)$, $C(0;-2;-4)$ là

A. $G(1;-1;-2)$. **B.** $G(1;-1;2)$. **C.** $G(-1;-1;-2)$. **D.** $G(-1;1;2)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm G là

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{1+2+0}{3}=1 \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{-1+0-2}{3}=-1 \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}=\dfrac{0-2-4}{3}=-2 \end{cases} \Rightarrow G(1;-1;-2).$$

Chọn đáp án A □

Câu 288. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;6;1)$ và $M'(a;b;c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz). Tính $S=7a-2b+2017c-1$.

A. $S=2017$. **B.** $S=2042$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2018$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (Oyz), suy ra $H(0;6;1)$.
Do M' đối xứng với M qua (Oyz) nên MM' nhận H làm trung điểm, suy ra $M'(2;6;1)$.
Vậy $T=7\times 2-2\times 6+2017\times 1-1=2018$.
Chọn đáp án D □

Câu 289. Trong không gian với hệ tọa độ $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OM}=\vec{j}-\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(0;1;-1)$. **B.** $M(1;1;-1)$. **C.** $M(1;-1)$. **D.** $M(1;-1;0)$.

Lời giải.

Có $\overrightarrow{OM}=\vec{j}-\vec{k}=0\cdot\vec{i}+1\cdot\vec{j}-1\cdot\vec{k}$, suy ra $M(0;1;-1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 290. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(1;3;2)$, bán kính $R=4$ có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=8$. **B.** $(x-1)+(y-3)+(z-2)=16$.
C. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4$.

Lời giải.

Phương trình của mặt cầu là $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4^2=16$.
Chọn đáp án C □

Câu 291. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(-2;3;0)$, $\vec{v}=(2;-2;1)$. Độ dài của véc-tơ $\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}$ là

A. $3\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{83}$. **C.** $\sqrt{89}$. **D.** $3\sqrt{17}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}=(-2;3;0)-2(2;-2;1)=(-6;7;-2)$.
Vậy mô-đun của véc-tơ $\vec{w}$ là $|\vec{w}|=\sqrt{89}$.
Chọn đáp án C □

Câu 292. Tìm độ dài đường kính của mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z+2=0$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{0^2+1^2+2^2-2}=\sqrt{3}$ nên độ dài đường kính là $\ell=2R=2\sqrt{3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 293. Cho hai điểm $A(5;1;3)$, $H(3;-3;-1)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua H là

A. $(-1;7;5)$. **B.** $(1;7;5)$. **C.** $(1;-7;-5)$. **D.** $(1;-7;5)$.

Lời giải.

Do A' đối xứng với A qua H nên AA' nhận H làm trung điểm $\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -7 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 294. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là

A. $(1;-3;5)$. **B.** $(1;-3;2)$. **C.** $(1;-3;0)$. **D.** $(1;-3;1)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là $(1;-3;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 295. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$, $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. **B.** $\vec{a} \perp \vec{b}$. **C.** $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. **D.** $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 2$. Do đó $\vec{b}$ không vuông góc với $\vec{c}$.

Chọn đáp án A □

Câu 296. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$, $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$. **B.** $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

C. $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương. **D.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

✍Lời giải.

Ta có

① $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \dfrac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

② $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.

③ Dễ thấy $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương vì $\dfrac{-1}{1} \neq \dfrac{1}{1}$.

④ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1;2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 297. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $K(0;2;2\sqrt{2})$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-2\sqrt{2})^2 = 4$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + (z-2\sqrt{2})^2 = 8$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{2}$. **D.** $x^2 + (y-2)^2 + (z-2\sqrt{2})^2 = 2$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu tâm K và tiếp xúc với (Oxy) là $R = \mathrm{d}(K,(Oxy)) = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $x^2 + (y-2)^2 + (z-2\sqrt{2})^2 = 8$.

Chọn đáp án B □

Câu 298. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{12}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R = 4$.

C. $I(-1;2;-3)$ và $R = 16$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R = 4$.

✍Lời giải.

Ta có $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$, $d = -2$.

Tâm mặt cầu $I(1;-2;3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - (-2)} = 4$.

Chọn đáp án B □

Câu 299. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}$. Khi đó tọa độ điểm A là

A. $(-2;3;7)$. **B.** $(2;-3;7)$. **C.** $(-3;2;7)$. **D.** $(2;7;-3)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.
Vậy $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}-3\vec{j}+7\vec{k}=(2;-3;7)$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 300. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}$ thỏa $\vec{u}=-4\vec{i}+5\vec{j}+6\vec{k}$. Khi đó véc-tơ $\vec{u}$ có tọa độ là

A. $(-4;5;6)$. **B.** $(4;-5;-6)$. **C.** $(5;-4;6)$. **D.** $(-4;6;5)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.
$\vec{u}=-4\vec{i}+5\vec{j}+6\vec{k}=(-4;5;6)$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 301. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2-2x+4y-6z-11=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(1;-2;3), R=\sqrt{3}$. **B.** $I(1;-2;3), R=5$.
C. $I(-1;2;-3), R=\sqrt{3}$. **D.** $I(-1;2;-3), R=5$.

✍**Lời giải.**

Ta có: $a=1, b=-2, c=3, d=-11$. Vậy tâm $I(1;-2;3), R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=5$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 302. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$. Mệnh nào sau đây đúng?

A. $M\in(Oxz)$. **B.** $M\in(Oyz)$. **C.** $M\in Oy$. **D.** $M\in(Oxy)$.

✍**Lời giải.**

Mọi điểm có thành phần tung độ bằng 0 đều thuộc mặt phẳng (Oxz). Do đó điểm $M(1;0;2)$ thuộc mặt phẳng (Oxz).
Chọn đáp án (A) □

Câu 303. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-4;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;0;0)$. **C.** $M(0;-4;5)$. **D.** $M(0;0;5)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-4;5)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(3;0;5)$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 304. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;3;-1)$ và $B(1;-1;9)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $I(3;1;4)$. **B.** $I(2;2;-5)$. **C.** $I(2;6;-10)$. **D.** $I(-1;-3;-5)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $\begin{cases} x_I=\dfrac{5+1}{2}=3\\ y_I=\dfrac{3-1}{2}=1\\ z_I=\dfrac{-1+9}{2}=4.\end{cases}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 305. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;-5;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{x}$ thỏa mãn $2\vec{a}+\vec{x}=\vec{b}$ là

A. $(-4;2;3)$. **B.** $(-4;2;-7)$. **C.** $(-4;12;-3)$. **D.** $(-4;12;-7)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $2\vec{a}=(4;-10;6)\Rightarrow \vec{x}=\vec{b}-2\vec{a}=(-4;12;-7)$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 306. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(3;0;6)$, $\vec{v}=(-2;-1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

A. $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$. **B.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=-6$. **C.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=8$. **D.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=6$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v}=3\cdot(-2)+0\cdot(-1)+6\cdot 0=-6$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 307. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính bằng 2?

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=4$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=2$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-(-2))^2+(z-0)^2=2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 308. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;-1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm

A. $I(1;-2;1)$. **B.** $I(1;0;-2)$. **C.** $I(4;0;-4)$. **D.** $I(2;0;-2)$.

Lời giải.

Ta có $I\left(\dfrac{1+3}{2};\dfrac{2-2}{2};\dfrac{-3-1}{2}\right)=(2;0;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 309. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{b}=(-1;0;4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(-7;6;10)$. **B.** $\vec{u}=(-7;6;-10)$. **C.** $\vec{u}=(-7;-6;10)$. **D.** $\vec{u}=(7;6;10)$.

Lời giải.

Ta có $-2\vec{a}=(-4;6;-2)$ và $3\vec{b}=(-3;0;12) \Rightarrow \vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}=(-7;6;10)$.

Chọn đáp án A □

Câu 310. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$. Tâm của mặt cầu là điểm

A. $I(1;-2;0)$. **B.** $I(1;0;-2)$. **C.** $I(-1;2;0)$. **D.** $I(0;1;2)$.

Lời giải.

Ta có $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;0;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 311. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;3)$, $B(5;2;0)$. Khi đó

A. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=5$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=2\sqrt{3}$. **C.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{61}$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$.

Lời giải.

$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(5-1)^2+(2-2)^2+(0-3)^2}=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 312. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(-4;1;9)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB}=(-6;-2;10)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(-1;2;4)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(6;2;-10)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4-2;1-3;9+1)=(-6;-2;10)$.

Chọn đáp án A □

Câu 313. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(0;0;0)$. **B.** $(2;-1;0)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm có tọa độ $(2;0;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 314. Trong không gian $Oxyz$ cho $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ (ở đó $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ lần lượt là các véc-tơ đơn vị trên trục Ox,Oy,Oz). Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-2;-3;1)$. **B.** $M(2;-3;1)$. **C.** $M(2;-1;3)$. **D.** $M(2;3;1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(2;-3;1) \Rightarrow M(2;-3;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 315. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz).

A. $N(0;-1;2)$. **B.** $N(3;1;-2)$. **C.** $N(-3;-1;2)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Lời giải.

Lấy đối xứng qua mặt (Oyz) thì x đổi dấu còn y, z giữ nguyên nên $N(-3;-1;2)$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 316. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+5=0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

✍Lời giải.
Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{2^2+1^2+3^2-5}=3$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 317. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;5)$. **D.** $M(0;2;5)$.

✍Lời giải.
Do M là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) ta suy ra $M(3;0;5)$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 318. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(4;-3;1)$. **B.** $I(-4;3;1)$. **C.** $I(-4;3;-1)$. **D.** $I(4;3;1)$.

✍Lời giải.
Dạng phương trình mặt cầu (S) là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(a,b,c)$. Vậy $I(-4;3;-1)$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 319. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ $\vec{u}$ biết $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k}$.

A. $\vec{u}=(5;-3;2)$. **B.** $\vec{u}=(2;-3;5)$. **C.** $\vec{u}=(2;5;-3)$. **D.** $\vec{u}=(-3;5;2)$.

✍Lời giải.
$\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k} \Rightarrow \vec{u}=(2;-3;5)$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 320. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=4$ có tâm I và bán kính R bằng

A. $I(2;-1;0), R=4$. **B.** $I(2;-1;0), R=2$. **C.** $I(-2;1;0), R=2$. **D.** $I(-2;1;0), R=4$.

✍Lời giải.
Phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Tâm $I(a,b,c)$, bán kính R. Tâm $I(-2;1;0)$, bán kính $R=2$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 321. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$ và ba điểm $O(0;0;0)$, $A(1;2;3)$, $B(2;-1;-1)$. Trong số ba điểm trên số điểm nằm trên mặt cầu là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

✍Lời giải.
Lần lượt thay tọa độ các điểm O, A, B vào phương trình mặt cầu (S) ta chỉ thấy duy nhất điểm O thuộc mặt cầu (S).
Chọn đáp án (D) □

Câu 322. Cho ba điểm $A(2;1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Tích $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. -67. **B.** 65. **C.** 33. **D.** 67.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;1;-10)$ và $\overrightarrow{AC}=(4;-1;-5)$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=33$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 323. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$ có tâm I và bán kính R là

A. $I(-1;2;-3), R=4$. **B.** $I(2;-4;6), R=\sqrt{58}$.
C. $I(1;-2;3), R=4$. **D.** $I(-2;4;-6), R=\sqrt{58}$.

✍Lời giải.
Ta có (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.
Suy ra $I(1;-2;3)$ và $R=4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 324. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây là hình chiếu của điểm $M(2;1;-3)$ lên mặt phẳng Oxz?

A. $M_1(2;1;0)$. **B.** $M_2(0;1;0)$. **C.** $M_3(0;1;-3)$. **D.** $M_1(2;0;-3)$.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy $M_1(2;0;-3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 325. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-11=0$. Tính bán kính R của mặt cầu.

A. $R=\sqrt{3}$. **B.** $R=25$. **C.** $R=3$. **D.** $R=5$.

✍**Lời giải.**

Viết lại phương trình mặt cầu dưới dạng $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=25$. Vậy, $R=5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 326. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-1=0$. Tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

A. $I(2;-2;2)$, $R=\sqrt{11}$. **B.** $I(-2;2;-2)$,$R=\sqrt{13}$.

C. $I(1;-1;1)$, $R=2$. **D.** $I(1;-1;1)$, $R=\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $a=1,\ b=-1,\ c=1,\ d=-1$ và $a^2+b^2+c^2-d=4>0$. Vậy phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm là $I(1;-1;1)$ và bán kính là $R=\sqrt{4}=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 327. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2-z^2+4x-2y+6z+5=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+15=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+z-1=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2xy+6z-5=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-2y+z-1=0$ là phương trình mặt cầu vì có dạng là $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ và thỏa $a^2+b^2+c^2-d>0$ (dễ nhận biết vì $d=-1<0$).

Chọn đáp án (C) □

Câu 328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(x;2;1)$ và véc-tơ $\vec{v}=(1;-1;2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $x+2$. **B.** $3x-2$. **C.** $3x+2$. **D.** $-2-x$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v}=x-2+2x=3x-2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 329. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $F(0;1;2)$. **C.** $E(1;1;2)$. **D.** $H(1;2;0)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua $F(0;1;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 330. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ đi qua điểm $A(1;1;2)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Bán kính $R=IA=\sqrt{2}$ nên phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 331. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;5)$. **D.** $M(0;2;5)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oxz): $y=0\Rightarrow$ hình chiếu của $A(3;-2;5)$ trên (Oxz) là $M(3;0;5)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 332. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(1;-2;3)$; $\vec{b}=2\vec{i}-3\vec{k}$. Khi đó tọa độ $\vec{a}+\vec{b}$ là

A. $(3;-2;0)$. **B.** $(3;-5;-3)$. **C.** $(3;-5;0)$. **D.** $(1;2;-6)$.

Lời giải.

$\vec{b}=2\vec{i}-3\vec{k}=(2;0;-3)$. Khi đó $\vec{a}+\vec{b}=(3;-2;0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 333. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(3;4;7)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(4;6;10)$. **B.** $(2;3;5)$. **C.** $(2;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 334. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;2);R=6$. **B.** $I(-1;2;-2);R=5$.

C. $I(-2;4;-4);R=\sqrt{29}$. **D.** $I(1;-2;2);R=\sqrt{34}$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=34$. Khi đó (S) có tâm $I(1;-2;2)$, bán kính $R=\sqrt{34}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 335. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$.

A. $M(2;1;0)$. **B.** $M(2;0;1)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $M(1;2;0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM}=0\vec{i}+2\vec{j}+1\vec{k}$ nên $M(0;2;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 336. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 337. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{k}-\vec{i}$. Tìm tọa độ của điểm A.

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(-1;0;3)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $(3;-1;0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=3\vec{k}-\vec{i}=-1\vec{i}+0\vec{j}+3\vec{k}$. Do đó tọa độ điểm $A(-1;0;3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 338. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;3;1)$ và $N(0;-1;5)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN}=(-2;4;-4)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=(2;-4;4)$. **C.** $\overrightarrow{MN}=(-2;-2;6)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-4;4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 339. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;0;-1)$ và $\vec{b}=(3;-2;1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}=(-4;4;-3)$. **C.** $\vec{u}=(5;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(7;-2;-1)$.

Lời giải.

$$\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}=2(2;0;-1)-(3;-2;1)=(1;2;-3).$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 340. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ bất kỳ $\vec{a}=(x_1;y_1;z_1)$ và $\vec{b}=(x_2;y_2;z_2)$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$.

C. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$.

Lời giải.

Công thức tích vô hướng của hai véc-tơ.

Chọn đáp án D □

Câu 341. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-3;5), N(6;-4;-1)$ và đặt $L=\left|\overrightarrow{MN}\right|$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $L=(4;-1;-6)$. **B.** $L=\sqrt{53}$. **C.** $L=3\sqrt{11}$. **D.** $L=(-4;1;6)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(4;-1;-6)\Rightarrow\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{4^2+(-1)^2+(-6)^2}=\sqrt{53}$.

Chọn đáp án B □

Câu 342. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;3)$, $B(-4;4;6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là

A. $G(1;-2;-3)$. **B.** $G(-1;2;3)$. **C.** $G(-3;6;9)$. **D.** $G\left(-\frac{3}{2};3;\frac{9}{2}\right)$.

Lời giải.

Giả sử $G(x_G;y_G;z_G)\Rightarrow\begin{cases}x_G=\dfrac{x_O+x_A+x_B}{3}=\dfrac{0+1+(-4)}{3}=-1\\ y_G=\dfrac{y_O+y_A+y_B}{3}=\dfrac{0+2+4}{3}=2\\ z_G=\dfrac{z_O+z_A+z_B}{3}=\dfrac{0+3+6}{3}=3\end{cases}$.

Vậy $G(-1;2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 343. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{k}$. Khi đó tọa độ $\vec{u}$ với hệ $Oxyz$ là

A. $(1;0;2)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(2;0;1)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{i}=(1;0;0), \vec{k}=(0;0;1)$.

Suy ra $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{k}=(2;0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 344. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-4;5;-3)$ và $R=1$. **B.** $I(4;-5;3)$ và $R=7$.

C. $I(-4;5;-3)$ và $R=7$. **D.** $I(4;-5;3)$ và $R=1$.

Lời giải.

$(S):(x-4)^2+(y+5)^2+(z-3)^2=1\Rightarrow I(4;-5;3)$ và $R=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 345. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u}=(1;0;1), \vec{v}=(0;1;-2)$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. $\vec{u}\vec{v}=-2$. **B.** $\vec{u}\vec{v}=2$. **C.** $\vec{u}\vec{v}=(0;0;-2)$. **D.** $\vec{u}\vec{v}=0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}\vec{v}=1\cdot0+0\cdot1+1\cdot(-2)=-2$.

Chọn đáp án A □

Câu 346. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;-2;2)$, $R=3$. **B.** $I(1;2;-2)$, $R=\sqrt{2}$. **C.** $I(-1;-2;2)$, $R=4$. **D.** $I(1;2;-2)$, $R=4$.

Lời giải.

Ta có $a=1$, $b=2$, $c=-2$ và $\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=4$ nên $I(1;2;-2)$ và $R=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 347. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-1)$, $\vec{b}=(1;3;m)$. Tìm m để $\left(\vec{a};\vec{b}\right)=90^\circ$.

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

✍Lời giải.

Ta có $\left(\vec{a};\vec{b}\right)=90^\circ \Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0 \Leftrightarrow 5-m=0 \Leftrightarrow m=5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 348. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;-1)$, $B(2;1;2)$. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu?

A. $AB=26$. **B.** $AB=14$. **C.** $AB=\sqrt{26}$. **D.** $AB=\sqrt{14}$.

✍Lời giải.

$AB=\sqrt{(2-1)^2+(1-3)^2+(2+1)^2}=\sqrt{14}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 349. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. 42π. **B.** 36π. **C.** 9π. **D.** 12π.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$. Diện tích mặt cầu (S) là $S=4\pi R^2=36\pi$.

Chọn đáp án (B) □

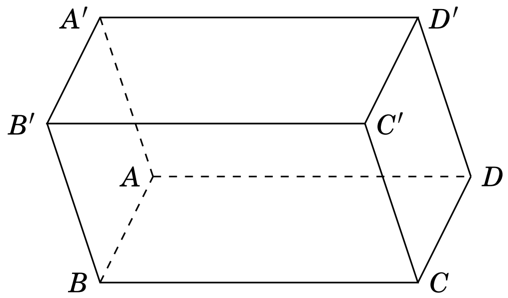
Câu 350. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$. **B.** $B'(6;12;0)$. **C.** $B'(10;8;6)$. **D.** $B'(13;0;17)$.

✍Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=(-5;4;-7)\Rightarrow D(-3;8;-7)$.

Lại có: $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}=(-7;8;-7)\Rightarrow B'(13;0;17)$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 351. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;3)$, $N(0;2;-1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $\left(-\frac{1}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};2;1\right)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(-1;4;2)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là $\left(\frac{-1+0+0}{3};\frac{2+2+0}{3};\frac{3+(-1)+0}{3}\right)=\left(-\frac{1}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 352. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(-1;3;2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

A. $D\left(-1;1;\frac{2}{3}\right)$. **B.** $D(1;3;4)$. **C.** $D(1;1;4)$. **D.** $D(-1;-3;-2)$.

✍Lời giải.

Gọi $D(x;y;z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow \begin{cases}x+1=2\\y-3=-2\\z-2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=4.\end{cases}$

Vậy $D(1;1;4)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 353. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=18$. **B.** $R=9$. **C.** $R=3$. **D.** $R=6$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R thì có phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Theo đề bài ta có $R^2=9\Rightarrow R=3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 354. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;1)$ và $B(2;0;5)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $(2;2;-4)$. **B.** $(-2;-2;4)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(1;1;-2)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2-4;0-2;5-1)=(-2;-2;4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 355. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}=(1;0;-2)$. Trong các véc-tơ sau đây, véc-tơ nào không cùng phương với véc-tơ $\vec{a}$?

A. $\vec{c}=(2;0;-4)$. **B.** $\vec{b}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{d}=\left(-\frac{1}{2};0;1\right)$. **D.** $\vec{0}=(0;0;0)$.

✍**Lời giải.**

- Ta có $\vec{0}$ cùng phương với mọi véc-tơ.
- $\vec{c}=2\vec{a}$ và $\vec{d}=-\frac{1}{2}\vec{a}$ nên $\vec{c}$ và $\vec{d}$ cùng phương với $\vec{a}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 356. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(1;2;0)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overline{u}=2\vec{i}+\vec{j}$. **B.** $\overline{u}=\vec{i}+2\vec{j}$. **C.** $\overline{u}=\vec{j}+2\vec{k}$. **D.** $\overline{u}=\vec{i}+2\vec{k}$.

✍**Lời giải.**

Ta có: $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\Leftrightarrow\vec{u}=(x;y;z)$.

Suy ra $\vec{u}=(1;2;0)\Leftrightarrow\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 357. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình

$$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0.$$

Tìm tọa độ tâm I và độ dài bán kính R của mặt cầu.

A. $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R=5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.

✍**Lời giải.**

Tâm $I(1;-2;3)$; $R=\sqrt{1+4+9-9}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;0;-1)$, $A(2;2;-3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A.

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

✍**Lời giải.**

Bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{1+4+4}=3$, nên phương trình mặt cầu là

$$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 359. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$, $R=4$. **B.** $I(1;-3;0)$, $R=4$. **C.** $I(-1;3;0)$, $R=16$. **D.** $I(1;-3;0)$, $R=16$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu là $I(-1;3;0)$, $R=4$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 360. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(5;1;1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB}=(3;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(3;-2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(-3;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(3;-2;3)$.

Câu 361. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a} = (2;-3;1)$ và $\vec{b} = (-1;0;4)$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (-7;6;-10)$. **B.** $\vec{u} = (-7;6;10)$. **C.** $\vec{u} = (7;6;10)$. **D.** $\vec{u} = (-7;-6;10)$.

Lời giải.

Ta có $-2\vec{a} + 3\vec{b} = (-7;6;10)$, nên $\vec{u} = (-7;6;10)$.

Chọn đáp án B □

Câu 362. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các véctơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của véctơ $\vec{a}$ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;1;-3)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2;-3;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 363. Cho hai điểm $A(1;3;5)$, $B(1;-1;1)$, khi đó trung điểm I của AB có tọa độ là

A. $I(0;-4;-4)$. **B.** $I(2;2;6)$. **C.** $I(0;-2;-4)$. **D.** $I(1;1;3)$.

Lời giải.

Ta có $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right) = (1;1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 364. Cho 3 điểm $A(1;0;1)$, $B(2;1;-2)$, $C(-1;3;2)$. Điểm D có tọa độ bao nhiêu để $ABCD$ là hình bình hành?

A. $D(-2;2;5)$. **B.** $D(1;-1;-2)$. **C.** $D(0;4;-1)$. **D.** $D(-1;-1;1)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Do đó ta có tọa độ điểm D là $(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (-2;2;5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 365. Mặt cầu $S(I;R)$ có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. Tâm và bán kính của mặt cầu là

A. $I(-1;0;2), R = \sqrt{3}$. **B.** $I(1;0;-2), R = \sqrt{3}$. **C.** $I(1;0;-2), R = 3$. **D.** $I(-1;0;2), R = 3$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt cầu, ta có $I(1;0;-2)$ và $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 366. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba véc-tơ $\vec{a} = (3;4;-4)$, $\vec{b} = (3;0;4)$, $\vec{c} = (-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m} = (3;22;-3)$. **B.** $\vec{m} = (3;22;3)$. **C.** $\vec{m} = (-3;22;-3)$. **D.** $\vec{m} = (3;-22;3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{m} = (3.3 - 2.3 - 6; 3.4 - 2.0 + 1; 3.(-4) - 2.4 - 1) = (3;22;-3)$;

Chọn đáp án A □

Câu 367. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1;-1;2)$ và $\vec{b} = (2;1;-1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2;-1;-2)$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 2(-1) = -1$.

Chọn đáp án D □

Câu 368. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 369. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;2;4)$ và $F(-3;2;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng EF.

A. $I(-1;2;3)$. **B.** $I(2;2;3)$. **C.** $I(1;2;3)$. **D.** $I(-4;4;6)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng EF là $I(-1;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 370. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2;-1)$. Tính $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

A. $\vec{u}\cdot\vec{v} = -1$. **B.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1$. **C.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = (2;-3)$. **D.** $\vec{u}\cdot\vec{v} = 5\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (1;3) \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v} = 1\cdot 2 + 3\cdot(-1) = -1$.

Chọn đáp án A □

Câu 371. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là.

A. $(0;1;-2)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;0;-2)$. **D.** $(0;-1;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k} = (0;1;-2) \Rightarrow A(0;1;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 372. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{x} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{x}$.

A. $\vec{x} = (2;3;-1)$. **B.** $\vec{x} = (-2;-3;1)$. **C.** $\vec{x} = (2;-3;1)$. **D.** $\vec{x} = (1;-3;0)$.

✍Lời giải.

Theo định nghĩa ta có $\vec{x} = (2;3;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 373. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-2;1;-3); R = 4$. **B.** $I(2;-1;3); R = 4$. **C.** $I(2;-1;-3); R = 4$. **D.** $I(-2;-1;3); R = 4$.

✍Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt cầu (S) ta thấy mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án B □

Câu 374. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(10;-4;0)$, $B(-4;6;0)$ và $C(0;4;6)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(2;2;-4)$. **B.** $G(2;2;2)$. **C.** $G(4;0;-2)$. **D.** $G(2;4;2)$.

✍Lời giải.

Áp dụng công thức tính tọa độ trọng tâm tam giác. Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{10-4+0}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{-4+6+4}{3} = 2 \\ z_G = \dfrac{0+0+6}{3} = 2 \end{cases}$. Vậy $G(2;2;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 375. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-2;3), B(-3;2;-1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(-1;2;-2)$. **B.** $(-4;0;2)$. **C.** $(-2;0;2)$. **D.** $(-2;0;1)$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Ta có $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -2 \\ y_I = 0 \\ z_I = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2;0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 376. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(1;1;-2), R = 2$. **B.** $I(-1;-1;2), R = 2$. **C.** $I(1;1;-2), R = 4$. **D.** $I(-1;-1;2), R = 4$.

✍Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính bằng $R = 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 377. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Độ dài của véc-tơ $\vec{a}$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (2;-1;-2) \Rightarrow \left|\vec{a}\right| = 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 378. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $P(0;-1;0)$. **B.** $M(3;0;0)$. **C.** $N(0;-1;1)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oyz): $x=0$ là $H(0;b;c)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-1;1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $N(0;-1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 379. Trong không gian $Oxyz$ cho các véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{v} = (m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $\left|\vec{u}\right| = \left|\vec{v}\right|$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (2;-2;1)$.

Ta có $\left|\vec{u}\right| = \left|\vec{v}\right| \Leftrightarrow 2^2 + (-2)^2 + 1^2 = m^2 + 2^2 + (m+1)^2 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án C □

Câu 380. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ là

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(-3;2;4)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(2;4;-3)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1) \Rightarrow 2\vec{i} = (2;0;0)$, $3\vec{j} = (0;3;0)$, $4\vec{k} = (0;0;4)$.

Vậy $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} = (2;-3;4)$.

Chọn đáp án A □

1.1 ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. D	5. C	6. B	7. B	8. A	9. B	10. A
11. A	12. D	13. A	14. A	15. C	16. B	17. B	18. C	19. B	20. B
21. B	22. D	23. C	24. B	25. A	26. B	27. B	28. C	29. D	30. B
31. D	32. B	33. A	34. B	35. D	36. B	37. B	38. B	39. A	40. B
41. B	42. A	43. D	44. D	45. C	46. A	47. C	48. D	49. B	50. C
51. A	52. A	53. D	54. C	55. B	56. A	57. C	58. A	59. D	60. B
61. C	62. B	63. C	64. C	65. A	66. A	67. A	68. D	69. D	70. A
71. B	72. C	73. B	74. A	75. A	76. A	77. B	78. A	79. B	80. B
81. A	82. D	83. D	84. C	85. B	86. D	87. A	88. C	89. B	90. D
91. C	92. D	93. A	94. B	95. C	96. C	97. C	98. C	99. B	100. A
101. D	102. D	103. B	104. B	105. B	106. C	107. C	108. D	109. A	110. A
111. D	112. D	113. D	114. D	115. A	116. B	117. A	118. D	119. D	120. C
121. A	122. C	123. B	124. B	125. B	126. C	127. B	128. A	129. C	130. B
131. C	132. D	133. D	134. A	135. C	136. A	137. A	138. B	139. B	140. C
141. B	142. D	143. D	144. D	145. C	146. D	147. A	148. D	149. A	150. D
151. B	152. B	153. B	154. C	155. C	156. D	157. D	158. A	159. A	160. B
161. B	162. D	163. D	164. B	165. D	166. C	167. D	168. A	169. B	170. A
171. A	172. A	173. D	174. A	175. D	176. A	177. C	178. D	179. C	180. A
181. D	182. C	183. A	184. C	185. D	186. D	187. B	188. C	189. C	190. A
191. B	192. D	193. D	194. B	195. B	196. C	197. D	198. A	199. B	200. D
201. C	202. A	203. D	204. D	205. C	206. A	207. A	208. D	209. B	210. D
211. A	212. B	213. B	214. A	215. A	216. B	217. A	218. C	219. C	220. D
221. D	222. A	223. D	224. D	225. B	226. C	227. C	228. C	229. C	230. D
231. C	232. D	233. A	234. D	235. A	236. A	237. A	238. B	239. A	240. A
241. B	242. B	243. A	244. A	245. A	246. D	247. A	248. A	249. C	250. B

251. A	252. A	253. A	254. B	255. A	256. C	257. D	258. A	259. D	260. B
261. B	262. C	263. A	264. B	265. C	266. C	267. B	268. B	269. B	270. A
271. B	272. D	273. C	274. D	275. B	276. B	277. D	278. D	279. B	280. B
281. D	282. A	283. D	284. D	285. C	286. D	287. A	288. D	289. A	290. C
291. C	292. A	293. C	294. C	295. A	296. B	297. B	298. B	299. B	300. A
301. B	302. A	303. A	304. A	305. D	306. B	307. C	308. D	309. A	310. B
311. A	312. A	313. C	314. B	315. C	316. A	317. A	318. C	319. B	320. C
321. D	322. C	323. C	324. D	325. D	326. C	327. C	328. B	329. B	330. B
331. A	332. A	333. C	334. D	335. C	336. A	337. B	338. B	339. B	340. D
341. B	342. B	343. C	344. D	345. A	346. D	347. B	348. D	349. B	350. D
351. A	352. C	353. C	354. B	355. B	356. B	357. B	358. D	359. A	360. B
361. B	362. B	363. D	364. A	365. B	366. A	367. D	368. A	369. A	370. A
371. A	372. A	373. B	374. B	375. D	376. A	377. D	378. C	379. C	380. A

2 THÔNG HIỂU

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A. $H\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $H\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **C.** $H\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$. **D.** $H\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(0;1;2)$, $N(1;-1;3)$, $P(-1;0;2)$. Nhận dạng tam giác MNP.

A. Tam giác MNP vuông. **B.** Tam giác MNP cân.
C. Tam giác MNP đều. **D.** Tam giác MNP vuông cân.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=1$ và góc giữa hai véc-tơ $\vec{u},\vec{v}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$. Tìm k để véc-tơ $\vec{p}=k\vec{u}+\vec{v}$ vuông góc với véc-tơ $\vec{q}=\vec{u}-\vec{v}$.

A. $k=\frac{2}{5}$. **B.** $k=\frac{5}{2}$. **C.** $k=2$. **D.** $k=-\frac{2}{5}$.

✍Lời giải.

Ta có: $\vec{p}.\vec{q}=k|\vec{u}|^2-|\vec{v}|^2+(1-k).\vec{u}.\vec{v}=0 \Longleftrightarrow 4k-1+(1-k)|\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})=0$.

$\Longleftrightarrow 4k-1-(1-k)=0 \Longleftrightarrow k=\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=36$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của MN thì $I(1;2;1)$ và I là tâm mặt cầu đường kính MN.
Bán kính mặt cầu là $R=IM=\sqrt{2^2+4^2+4^2}=6$.
Vậy mặt cầu đường kính MN có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$.
Chọn đáp án B □

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là

A. $\{-1;11\}$. **B.** $\{-10;2\}$. **C.** $\{1;10\}$. **D.** $\{1;-11\}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;a)$; $R=\sqrt{a^2-10a+5}$.
Theo giả thiết chu vi đường tròn lớn bằng 8π ta có

$$2\pi R=8\pi \Leftrightarrow \sqrt{a^2-10a+5}=4 \Rightarrow a^2-10a-11=0 \Rightarrow a=\{-1;11\}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(5;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z+1=0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-5)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. **B.** $(x+5)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.
C. $(x-5)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x+5)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

✍**Lời giải.**

Vì mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính là

$$R=d[I;(P)]=\frac{|2.5+2.2+1.(-3)+1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^1}}=4.$$

Vậy phương trình mặt cầu $S(I;R=4)$ là $(x-5)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$.
C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

✍**Lời giải.**

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S).
Do mặt cầu (S) có tâm là $I(3;-3;1)$ và đi qua A nên $R=IA$ hay

$$R=\sqrt{(5-3)^2+(-2+3)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}.$$

Do đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;4;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$.
C. $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;3;2)$.
Mặt cầu cần tìm có tâm $I(0;3;2)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{3}$ nên có phương trình

$$x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ là phương trình mặt cầu.

A. $-5<m<1$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-5\\ m>1\end{array}\right.$. **C.** $m<-5$. **D.** $m>1$.

✍**Lời giải.**

Gọi phương trình đã cho có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a=m+2$, $b=-2m$, $c=m$, $d=5m^2+9$.
Để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu thì

$$a^2+b^2+c^2-d>0 \Leftrightarrow m^2+4m+4+4m^2+m^2-5m^2-9>0 \Leftrightarrow m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<-5\\ m>1.\end{array}\right.$$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1)$, $B(1;-1;2)$, $C(1;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

A. $M(-2;6;-4)$. **B.** $M(2;-6;4)$. **C.** $M(-2;-6;4)$. **D.** $M(5;5;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-3;1)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$ nên

$$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}x_M=2\times(-2)-(-2)\\ y_M=2\times(-3)-0\\ z_M=2\times(1)-(-2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_M=-2\\ y_M=-6\\ z_M=4.\end{cases}$$

Vậy $M(-2;-6;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$ Độ dài đoạn thẳng AC' là

A. $3|a|$. **B.** $\dfrac{3|a|}{2}$. **C.** $2|a|$. **D.** $|a|$.

Lời giải.

Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ nên $C(a;2a;0)$, $C'(a;2a;2a)$.
Vậy $AC' = \sqrt{a^2+4a^2+4a^2} = 3|a|$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$. **B.** $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$.
C. $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=36$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;3;-1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bán kính mặt cầu là $R = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(-2-2)^2+(2-4)^2+(-3-1)^2}}{2} = 3$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(1;3;2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-0)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.
C. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=2$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I=(1;2;1)$ (I trung điểm AB) và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có O là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện và a là số thực dương không đổi. Tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn hệ thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=a$ là

A. Mặt cầu tâm O bán kính $r=\dfrac{a}{2}$. **B.** Mặt cầu tâm O bán kính $r=\dfrac{a}{3}$.
C. Mặt cầu tâm O bán kính $r=a$. **D.** Mặt cầu tâm O bán kính $r=\dfrac{a}{4}$.

Lời giải.

Theo tính chất trọng tâm của tứ diện ta có

$$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=a \Leftrightarrow \left|4\overrightarrow{MO}\right|=a \Leftrightarrow MO=\frac{a}{4}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm O bán kính $r=\dfrac{a}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu?

A. $2x^2+2y^2+2z^2+2x-4y+6z+5=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x+y-z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-3x+7y+5z-1=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+3x-4y+\sqrt{3}z+7=0$.

Lời giải.

Chú ý rằng phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$. Từ đó suy ra $x^2+y^2+z^2+3x-4y+\sqrt{3}z+7=0$ không phải là phương trình mặt cầu vì

$$a^2+b^2+c^2-d=\left(-\frac{3}{2}\right)^2+2^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-7=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-3;0;4)$, $\overrightarrow{AC} = (5;-2;4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Do M là trung điểm của BC nên

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 4AM^2=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)^2 \Leftrightarrow 4AM^2=AB^2+AC^2+2\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow AM=3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;a;1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-9=0$. Tập hợp các giá trị của a để điểm A nằm trong khối cầu là

A. $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-1;3)$.

✍Lời giải.

Ta có $x^2+y^2+z^2-2y+4z-9=0 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=14$.

Điểm $A(1;a;1)$ nằm trong khối cầu khi và chỉ khi

$$1+(a-1)^2+9<14 \Leftrightarrow (a-1)^2<4 \Leftrightarrow -2<a-1<2 \Leftrightarrow -1<a<3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3;0;4)$, đi qua điểm $A(-3;0;0)$ có phương trình là

A. $(x-3)^2+y^2+(z+4)^2=4$. **B.** $(x-3)^2+y^2+(z+4)^2=16$.
C. $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=16$. **D.** $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=4$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính là $R=IA=4$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(-3;0;4)$, bán kính $R=4$ là $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=16$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(7;4;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-4)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=104$. **B.** $(x-4)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=26$.
C. $(x+4)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=26$. **D.** $(x+4)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=104$.

✍Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{(7-1)^2+(4-2)^2+(5+3)^2}=\sqrt{104}=2\sqrt{26}$.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $I(4;3;1)$.

Mặt cầu đường kính AB là mặt cầu có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và bán kính $R=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{26}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-4)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=26$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2), B(-1;2;-4)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=44$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=11$.
C. $x^2+(y+1)^2+(z-1)^2=44$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-1)^2=11$.

✍Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(0;1;-1)$ của AB và bán kính $R=IA=\sqrt{11}$.

Do đó phương trình của mặt cầu là (S): $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=11$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;4;1)$ và $B(4;5;2)$. Điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{BA}$ có tọa độ là

A. $(-6;-1;-1)$. **B.** $(-2;-9;-3)$. **C.** $(6;1;1)$. **D.** $(2;9;3)$.

✍Lời giải.

Giả sử $C(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{OC}=(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(-6;-1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{OC}=\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=-1 \\ z=-1. \end{cases}$

Vậy $C(-6;-1;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 22. Trong không gian $oxyz$ cho các véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; \vec{v} = (m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (2;-2;1); \vec{v} = (m;2;m+1)$.

Theo giả thiết $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 3 = \sqrt{m^2+4+(m+1)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2. \end{array}\right.$

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (C) □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai các $A(5;1;5)$, $B(4;3;2)$, $C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính $a+2b+c$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -9.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-3), \overrightarrow{AC} = (-8;-3;-4) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-17;20;19)$.

Vì A, B, C, I đồng phẳng nên

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AI} = (-17;20;19)(a-5;b-1;c-5) = 0 \Leftrightarrow -17a+20b+19c = 30.$

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (a-5)^2+(b-1)^2+(c-5)^2 = (a-4)^2+(b-3)^2+(c-2)^2 \\ (a-5)^2+(b-1)^2+(c-5)^2 = (a+3)^2+(b+2)^2+(c-1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -10a-2b-10c+25+1+25 = -8a-6b-4c+16+9+4 \\ -10a-2b-10c+25+1+25 = 6a+4b-2c+9+4+1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2a-4b+6c = 22 \\ 16a+6b+8c = 37. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra ta có hệ $\begin{cases} 17a-20b-19c = -30 \\ a-2b+3c = 11 \\ 16a+6b+8c = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\dfrac{1}{2} \\ c = 3. \end{cases}$

Vậy $a+2b+c = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-m^2+5 = 0$ với m là tham số thực. Tìm m sao cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$.

A. $m = \pm 2\sqrt{3}$. **B.** $m = \pm 3\sqrt{2}$. **C.** $m = \pm 2\sqrt{2}$. **D.** $m = \pm\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = -m^2+5 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d = m^2+1 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}.$

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{m^2+1}$.

Khi đó $R = 3 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+1} = 3 \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 25. Phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y+2mz+m^2+5m = 0$ là phương trình mặt cầu khi

A. $m < 4$. **B.** $m > 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \le 1 \\ m \ge 4 \end{array}\right.$.

✍Lời giải.

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y+2mz+m^2+5m = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$m^2+2^2+m^2-(m^2+5m) > 0 \Leftrightarrow m^2-5m+4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 4. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(4;-5;0)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=84$.
B. $(x+3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=21$.
C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=21$.
D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=84$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB ta có $I(3;-1;2)$, $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{2^2+(-8)^2+(-4)^2}}{2}=\sqrt{21}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là

$$(x-3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=21.$$

Chọn đáp án C □

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;4)$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 9, đi qua A và có tâm I thuộc tia đối tia Oy. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $x^2+(y-10)^2+z^2=81$.
B. $x^2+(y+10)^2+z^2=81$.
C. $x^2+(y-6)^2+z^2=81$.
D. $x^2+(y+6)^2+z^2=81$.

✍Lời giải.

Vì tâm I thuộc tia đối tia Oy nên $I(0;a;0)$, với $a<0$. Ta có

$$IA=R\Leftrightarrow 1^2+(a-2)^2+4^2=81\Leftrightarrow (a-2)^2=64\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=10 \quad \text{, loại vì } a<0\\ a=-6.\end{array}\right.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;-6;0)$ và $R=9$ là $x^2+(y+6)^2+z^2=81$.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(3;1;2)$. Véc-tơ $-\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;1)$.
B. $(1;2;-1)$.
C. $(5;0;5)$.
D. $(1;-2;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}=(-1;-2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I đi qua B là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=8$.
B. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=8$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2\sqrt{2}$.
D. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R=IB=\sqrt{(x_B-x_I)^2+(y_B-y_I)^2+(z_B-z_I)^2}=2\sqrt{2}$.

Phương trình cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=8$.

Chọn đáp án A □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{a}=(3;-1;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\varphi=30^\circ$.
B. $\varphi=45^\circ$.
C. $\varphi=90^\circ$.
D. $\varphi=60^\circ$.

✍Lời giải.

Ta có $\cos\varphi=\dfrac{\left|\vec{a}\,\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{|3\cdot 1+(-1)\cdot 1+2\cdot(-1)|}{\sqrt{3^2+(-1)^2+2^2}\cdot\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=0$ nên $\varphi=90^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $C(1;1;1)$ và trọng tâm $G(2;5;8)$. Tìm tọa độ các đỉnh A và B biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục Oz.

A. $A(3;9;0)$ và $B(0;0;15)$.
B. $A(6;15;0)$ và $B(0;0;24)$.
C. $A(7;16;0)$ và $B(0;0;25)$.
D. $A(5;14;0)$ và $B(0;0;23)$.

✍Lời giải.

Vì $A\in(Oxy)$ và $B\in Oz$ nên $A(x;y;0)$, $B(0;0;z)$.

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có $\begin{cases}\dfrac{x+0+1}{3}=2\\ \dfrac{y+0+1}{3}=5\\ \dfrac{0+z+1}{3}=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\ y=14\\ z=23\end{cases}$.

Vậy $A(5;14;0)$, $B(0;0;23)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;-2;2)$ và $B(1;2;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB?

A. $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=2\sqrt{14}$.
B. $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=14$.
C. $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=56$.
D. $(x-7)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=14$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của đoạn AB khi đó $I(4;0;3)$ là tâm mặt cầu.

Ta có bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(1-7)^2+(2+2)^2+(4-2)^2}=\dfrac{\sqrt{56}}{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=14$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$.
B. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.
D. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot2-1+2\cdot1+1|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

Suy ra, phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) có dạng $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích là $V=36\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=3$.
B. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=3$.
D. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$.

✍**Lời giải.**

Ta có $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=36\pi \Leftrightarrow R=3$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) cắt mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm toạ độ tâm đường tròn đó.

A. $(0;-1;2)$.
B. $(0;1;-2)$.
C. $(-1;0;0)$.
D. $(0;2;-4)$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$. Tâm của đường tròn giao tuyến I' là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng Oyz, suy ra tâm $I'(0;1;-2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-6)^2+(y-3)^2+z^2=4$. Tâm mặt cầu (S) là điểm

A. $I(6;3;0)$.
B. $I(-6;-3;0)$.
C. $I(6;3;4)$.
D. $I(-6;-3;4)$.

✍**Lời giải.**

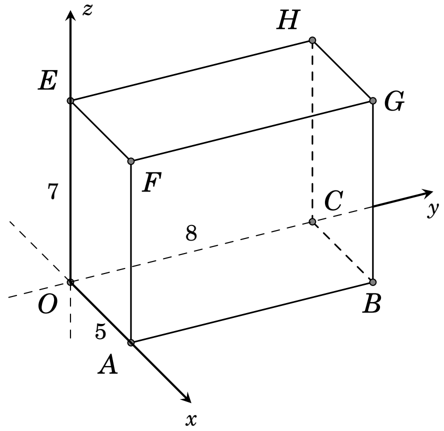
Dễ thấy tâm mặt cầu là điểm $I(6;3;0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 37.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA = 5, OC = 8, OE = 7$ (xem hình vẽ). Hãy tìm tọa độ điểm G.

A. $G(5;8;7)$. **B.** $G(7;8;5)$. **C.** $G(5;7;8)$. **D.** $G(8;5;7)$.



✍Lời giải.

Với hệ trục đã chọn ta có $O(0;0;0), A(5;0;0), C(0;8;0), E(0;0;7)$.

Suy ra $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = (5;8;7) \Rightarrow G(5;8;7)$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 10$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 8$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = \mathrm{d}(I, Oy) = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$, suy ra phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 10$.

Chọn đáp án B □

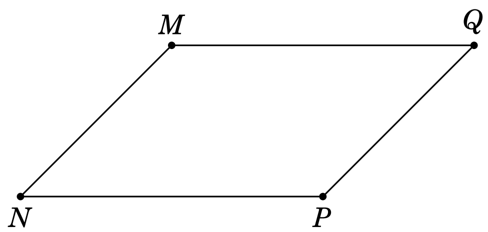
Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;3)$, $N(2;-3;1)$, $P(3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

A. $Q(2;6;4)$. **B.** $Q(4;-4;0)$. **C.** $Q(2;-6;4)$. **D.** $Q(-4;-4;0)$.

✍Lời giải.

$MNPQ$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = x_M + x_P - x_N = 2 \\ x_Q = y_M + y_P - y_N = 6 \\ z_Q = z_M + z_P - z_N = 4. \end{cases}$$



Chọn đáp án A □

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (P): $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{(-2)^2+1^2+3^2-5} = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $I(3;1;4)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho A là trung điểm đoạn BI.

A. $B(2;1;2)$. **B.** $B(5;1;8)$. **C.** $B(0;1;4)$. **D.** $B(-1;1;-4)$.

✍Lời giải.

Do A là trung điểm đoạn BI nên ta có $\begin{cases} x_A = \dfrac{x_B + x_I}{2} \\ y_A = \dfrac{y_B + y_I}{2} \\ z_A = \dfrac{z_B + z_I}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_A - x_I \\ y_B = 2y_A - y_I \\ z_B = 2z_A - z_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 1 \\ z_B = 8. \end{cases}$

Vậy tọa độ điểm $B(5;1;8)$.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ và $D(2;4;-2)$. Tính bán kính r của (S).

A. $r=\sqrt{6}$. **B.** $r=3$. **C.** $r=2\sqrt{2}$. **D.** $r=6$.

✍Lời giải.

Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu (S). Ta có

$$\begin{cases} IA^2=IB^2 \\ IA^2=IC^2 \\ IA^2=ID^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+b^2+c^2=a^2+(b-4)^2+c^2 \\ (a-2)^2+b^2+c^2=a^2+b^2+(c+2)^2 \\ (a-2)^2+b^2+c^2=(a-2)^2+(b-4)^2+(c+2)^2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a+8b=12 \\ -4a-4c=0 \\ 8b-4c=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-1. \end{cases}$$

Suy ra $r=IA=\sqrt{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 43. Cho 2 véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120°. Tìm $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$, biết $|\vec{a}|=3, \left|\vec{b}\right|=5$.

A. $\sqrt{34-8\sqrt{3}}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** 7.

✍Lời giải.

Ta có $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2\cdot|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=49$.

Do đó $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=49\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=7$.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

A. $I(0;1;-2), R=3$. **B.** $I(0;1;-2), R=9$. **C.** $I(1;1;-2), R=3$. **D.** $I(1;1;-2), R=9$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.

Chọn đáp án A □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ cắt mặt phẳng (α): $2x-y-2z+18=0$ theo một đường tròn có chu vi bằng 10π có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$.

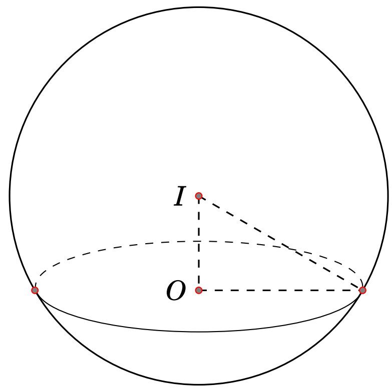
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=41$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

✍Lời giải.

Ta có đường tròn có chu vi $C=10\pi\Rightarrow r=5$.

Gọi $d(I;(\alpha))=4\Rightarrow R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{41}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=41$.



Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(4;1;-1)$. Khi đó bán kính của mặt cầu: $R=IA=\sqrt{4^2+1^2+(-1)^2}=3\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$ là

$$(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(2;-1;0)$, $\vec{b}=(1;2;3)$, $\vec{c}=(4;2;-1)$ và các mệnh đề sau:

① $\vec{a}\perp\vec{b}$.

② $\vec{b}\cdot\vec{c}=5$.

③ $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{c}$.

④ $|\vec{b}|=\sqrt{14}$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

✍Lời giải.

Ta có

① $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cdot1-1\cdot2+0\cdot3=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$.

② $\vec{b}\cdot\vec{c}=1\cdot4+2\cdot2+3\cdot(-1)=5$.

③ $\dfrac{2}{4}\neq\dfrac{-1}{2}\neq\dfrac{0}{-1}$ nên $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{c}$.

④ $|\vec{b}|=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14}$.

Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Chọn đáp án (C) □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;2)$, $C(1;0;-1)$. Biết m,n,p là các số thực thỏa mãn $m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}+p\overrightarrow{OC}=\vec{u}$ với $\vec{u}=(1;-1;3)$. Đặt $T=m+3n+p$, tính giá trị của T.

A. -1. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 3.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;2;-1)$, $\overrightarrow{OB}=(0;-2;2)$ và $\overrightarrow{OC}=(1;0;-1)$, khi đó

$$m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}+p\overrightarrow{OC}=\vec{u}\Rightarrow\begin{cases}m+p=1\\2m-2n=-1\\-m+2n-p=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\dfrac{3}{2}\\n=2\\p=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow T=7.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.

C. $I(2;-1;1)$ và $R=9$. **D.** $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.

✍Lời giải.

Ta có (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9\Rightarrow(S)$ có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$, $N(2;3;0)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN}=\vec{i}+\vec{k}-\vec{j}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\vec{j}+\vec{k}-\vec{i}$. **C.** $\overrightarrow{MN}=-\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;1;-1)=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$. Điểm D thỏa mãn $ABCD$ là hình bình hành. Tọa độ của điểm D là

A. $(1;7;1)$. **B.** $(1;5;3)$. **C.** $(0;4;1)$. **D.** $(9;-5;5)$.

✍Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4;5;-1)$, $\overrightarrow{DC} = (5-x_D;-y_D;4-z_D)$. Từ đó suy ra

$$\begin{cases} 5-x_D=-4 \\ -y_D=5 \\ 4-z_D=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=9 \\ y_D=-5 \\ z_D=5. \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z-8=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=25$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=5$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=36$.

✍**Lời giải.**

Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên

$$R = \mathrm{d}(I;(P)) = \frac{|2\cdot 1-2\cdot 2-5-8|}{\sqrt{4+4+1}} = 5.$$

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.
Chọn đáp án A □

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;4)$, $C(3;5;-2)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I\left(2;\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $I\left(\frac{37}{2};-7;0\right)$. **C.** $I\left(\frac{5}{2};4;1\right)$. **D.** $I\left(-\frac{27}{2};15;2\right)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;5)$ và $\overrightarrow{AC} = (2;3;-1)$.
Vì $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 1\cdot 2+1\cdot 3-5\cdot 1=0$ nên $AB\perp AC$ hay tam giác ABC vuông tại A.
Suy ra I là trung điểm của BC. Vậy $I\left(\frac{5}{2};4;1\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;4;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12$. **B.** $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là tâm mặt cầu đường kính AB, suy ra I là trung điểm của AB. Vậy $I(0;3;2)$.
Bán kính mặt cầu là $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(1+1)^2+(2-4)^2+(3-1)^2}}{2}=\sqrt{3}$.
Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$.
Chọn đáp án D □

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$, $C(0;3;4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(-1;0;6)$. **B.** $(1;6;2)$. **C.** $(1;6;-2)$. **D.** $(1;0;-6)$.

✍**Lời giải.**

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=x_A-x_B+x_C=1-2+0=-1 \\ y_D=y_A-y_B+y_C=-2-1+3=0 \\ z_D=z_A-z_B+z_C=0+2+4=6. \end{cases}$

Vậy $D(-1;0;6)$.
Chọn đáp án A □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{a}|=\sqrt{2}$. **B.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}$. **D.** $\vec{b}\cdot\vec{c}=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $|\vec{a}|=\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}=\sqrt{2}$ và $|\vec{c}|=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.
Mặt khác $\vec{a}\cdot\vec{b}=(-1)\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 0=0$ nên $\vec{a}\perp\vec{b}$. Trong khi đó $\vec{b}\cdot\vec{c}=1\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 1=2\neq 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(-2;1;4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$.

A. $(0;3;0)$. **B.** $(5;-1;10)$. **C.** $(-3;3;6)$. **D.** $(5;-1;-10)$.

✍Lời giải.

$\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}=(5;-1;-10)$.

Chọn đáp án D □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;6;12)$, $B(2;7;6)$, $C(-2;5;7)$. Tam giác ABC là tam giác

A. vuông (không cân). **B.** cân (không vuông).
C. đều. **D.** vuông cân.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(-2;1;-6)$, $\overrightarrow{BC}=(4;2;-1)$ nên $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$, hay tam giác ABC vuông tại B. Lại có $BA=\sqrt{41}$, $BC=\sqrt{21}$ nên tam giác ABC vuông nhưng không cân.

Chọn đáp án A □

Câu 59. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox, có $H(-2;0;0)$.
Khoảng cách từ $A(-2;3;4)$ đến Ox là $AH=\sqrt{y_A^2+z_A^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $\dfrac{\sqrt{349}}{2}$. **B.** $\sqrt{87}$. **C.** $\sqrt{349}$. **D.** $2\sqrt{87}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-3;8)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;6)$. Nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD}=2S_{ABC}=2\cdot\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{349}$.

Chọn đáp án C □

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$. Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $A'(-2;1;-3)$. **B.** $A'(2;-1;-3)$. **C.** $A'(2;1;-3)$. **D.** $A'(-2;1;3)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;1;-3)$.
Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oyz) suy ra H là trung điểm của AA'.
Do đó ta có $A'=(2x_H-x_A;2y_H-y_A;2z_H-z_A)=(-2;1;-3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(1;-2;2)$. Tính độ dài véc-tơ $\vec{u}$.

A. $|\vec{u}|=1$. **B.** $|\vec{u}|=3$. **C.** $|\vec{u}|=2$. **D.** $|\vec{u}|=4$.

✍Lời giải.

$$|\vec{u}|=\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}=3.$$

Chọn đáp án B □

Câu 63. Trong không gian $0xyz$, cho 2 véc-tơ $\vec{u}(1;a;2),\vec{v}(-3;9;b)$ cùng phương. Tính a^2+b.

A. 15. **B.** 3. **C.** 0. **D.** Không tính được.

✍Lời giải.

$\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{1}{-3}=\dfrac{a}{9}=\dfrac{2}{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=-6\end{cases}$.

$\Rightarrow a^2+b=9-6=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 64. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;-1)$. Toạ độ điểm M' đối xứng với M qua Oxy là

A. $M'(3;2;-1)$. **B.** $M'(3;2;1)$. **C.** $M'(3;-2;-1)$. **D.** $M'(-3;2;1)$.

✍**Lời giải.**

M' đối xứng $M(-3;2;-1)$ qua (Oxy) có toạ độ $(-3;2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2;1;-3)$, $\vec{b}(2;5;1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=12$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=9$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cdot2+1\cdot5+(-3)\cdot1=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 66. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$. Khi đó

$$\begin{cases}OI^2=AI^2\\OI^2=BI^2\\OI^2=CI^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2+c^2=(a-1)^2+b^2+c^2\\a^2+b^2+c^2=a^2+(b-2)^2+c^2\\a^2+b^2+c^2=a^2+b^2+(c+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=1\\c=-1.\end{cases}$$

Suy ra bán kính $R=OI=\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 67. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy, Oz. Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

- Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-1)$ lên trục Oy là điểm $A(0;2;0)$.
- Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-1)$ lên trục Oz là điểm $B(0;0;-1)$.

Vậy diện tích tam giác vuông OAB là $S=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB=\frac{1}{2}\cdot2\cdot1=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$ và $C(0;3;3)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I(2;3;2)$. **B.** $I(2;2;0)$. **C.** $I(2;2;2)$. **D.** $I(0;2;2)$.

✍**Lời giải.**

Vì $AB=BC=AC=3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC đều. Do đó, tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cũng là trọng tâm tam giác ABC. Suy ra $I(2;2;2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x+4y+2z-5=0$. Tính bán kính r của mặt cầu trên.

A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=1$. **C.** $r=\sqrt{11}$. **D.** $r=3\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Bán kính mặt cầu (S) là $r=\sqrt{1^2+2^2+1^2+5}=\sqrt{11}$.

Chọn đáp án C □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm $A;B$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S).

A. $I(1;1;2)$. **B.** $I(-1;-1;2)$. **C.** $I(2;1;-1)$. **D.** $I(0;2;1)$.

✍Lời giải.

Gọi $I(2t+1;t;-2t)$ là tâm của mặt cầu (S).

Ta có $IA=IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-2t)^2+(1-t)^2+4t^2}=\sqrt{(-3-2t)^2+(3-t)^2+(2+2t)^2} \Leftrightarrow t=-1$.

Vậy $I(-1;-1;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với điểm $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là

A. $N(-3;1;-2)$. **B.** $N(3;1;-2)$. **C.** $N(-3;-1;-2)$. **D.** $N(3;-1;-2)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;2)$ trên trục Oy là $H(0;-1;0)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là

$$\begin{cases} x_N=2x_H-x_M=2\cdot 0-3=-3 \\ y_N=2y_H-y_M=2\cdot(-1)-(-1)=-1 \\ z_N=2z_H-z_M=2\cdot 0-2=-2 \end{cases} \Rightarrow N(-3;-1;-2).$$

Chọn đáp án C □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(1;0;4)$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=53$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=53$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R=IA=\sqrt{(1-1)^2+(0-2)^2+(4+3)^2}=\sqrt{53}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.

Chọn đáp án B □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=24$. **B.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{6}$.
C. $x^2+y^2+(z-1)^2=6$. **D.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{24}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(0;0;1)$ (trung điểm của AB).

Bán kính của mặt cầu là $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}{2}=\sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=20$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$.
C. $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\sqrt{20}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu đường kính MN có tâm $I(0;2;1)$ là trung điểm MN và bán kính $R=IM=\sqrt{5}$.

Do đó mặt cầu này có phương trình $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x-y+2z+1=0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$.

✍Lời giải.

Vì mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$ nên $R=\mathrm{d}(A,(P))=2$.

Suy ra $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-8=0$ là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải.

Ta có $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|-9|}{3}=3$. Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án C □

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;-3;-1)$ và $B(2;-1;7)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=42$. **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=21$.
C. $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=21$. **D.** $(x-8)^2+(y+4)^2+(z-6)^2=42$.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu, suy ra I là trung điểm của AB, vậy tọa độ I là $(4;-2;3)$.

Mặt cầu nhận AB làm đường kính nên có bán kính là $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{21}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=21$.

Chọn đáp án C □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz).

A. $B(1;2;3)$. **B.** $B(-1;-2;-3)$. **C.** $B(1;-2;3)$. **D.** $B(1;2;-3)$.

Lời giải.

Ta có điểm $A(-1;2;3)$ đối xứng qua mặt phẳng (Oyz) ta được điểm $B(1;2;3)$ (giữ nguyên y_A, z_A, đổi dấu x_A).

Chọn đáp án A □

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;1)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O,A,B,C.

A. $x^2+y^2+z^2-2x-3y+z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x-3y-z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x-3y-z=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+3y-z=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O,A,B,C có dạng:

$$(S)\colon x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0.$$

(S) đi qua bốn điểm O,A,B,C nên ta thu được

$$\begin{cases} d=0 \\ 4-4a+d=0 \\ 9-6b+d=0 \\ 1-2c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{3}{2} \\ c=\dfrac{1}{2} \\ d=0. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+y^2+z^2-2x-3y-z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 80. Cho $\vec{a}=(-1;2;3)$, $\vec{b}=(2;1;0)$ với $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là

A. $(-4;3;3)$. **B.** $(-4;3;6)$. **C.** $(-4;1;3)$. **D.** $(-1;3;5)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a}=(-2;4;6)$ do đó $2\vec{a}-\vec{b}=(-4;3;6)$.

Chọn đáp án B □

Câu 81. Cho $\vec{a}=(-2;1;3)$, $\vec{b}=(1;2;m)$. Véc-tơ $\vec{a}$ vuông góc với véc-tơ $\vec{b}$ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Lời giải.

$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow -2+2+3m=0\Leftrightarrow m=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ. Cho $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a>0, b>0$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Xác định tỉ số $\dfrac{a}{b}$ để mặt phẳng $(A'BD)$ vuông góc với mặt phẳng (BDM).

A. $\dfrac{a}{b}=1$. **B.** $\dfrac{a}{b}=2$. **C.** $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{b}=-1$.

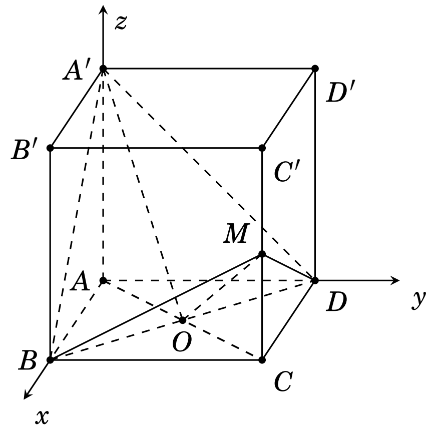
✍Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Dễ thấy $A(0;0;0)$, $M\left(a;a;\dfrac{b}{2}\right)$, $O\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$.

Ta có $(A'BD)\cap(MBD)=BD$ và $\begin{cases}BD\perp AC\\ BD\perp A'A\end{cases}\Rightarrow BD\perp(AA'C'C)\Rightarrow\begin{cases}BD\perp A'O\\ BD\perp OM.\end{cases}$

$\Rightarrow\left((A'BD),(MBD)\right)=\left(A'O,MO\right)=90^\circ$.

Ta có $\overrightarrow{OA'}=\left(-\dfrac{a}{2};-\dfrac{a}{2};b\right)$, $\overrightarrow{OM}=\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2}\right)$



$\overrightarrow{OA'}\perp\overrightarrow{OM}\Leftrightarrow\overrightarrow{OA'}\cdot\overrightarrow{OM}=0\Leftrightarrow-\dfrac{a^2}{4}-\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{2}=0\Leftrightarrow a^2=b^2\Leftrightarrow\dfrac{a}{b}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 83. Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$.

✍Lời giải.

Bán kính $R=IA=\sqrt{2^2+1^2+0^2}=\sqrt{5}$. Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5.$$

Chọn đáp án B □

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I, bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=13$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

✍Lời giải.

I là hình chiếu của M lên trục Ox suy ra $I(1;0;0)$. Do đó, ta có $\overrightarrow{IM}=(0;-2;3)$ suy ra $|\overrightarrow{IM}|=\sqrt{13}$. Phương trình mặt cầu tâm I, bán kính IM có phương trình là

$$(x-1)^2+y^2+z^2=13.$$

Chọn đáp án D □

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;3)$ và $B(2;-5;1)$, điểm M thỏa mãn $MA=2MB$. Khi đó M sẽ thuộc mặt cầu nào sau đây?

A. $\left(x+\dfrac{10}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{19}{3}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=16$. **B.** $x^2+(y+3)^2+(z-2)^2=9$.

C. $\left(x-\dfrac{10}{3}\right)^2+\left(y+\dfrac{19}{3}\right)^2+\left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2=16$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z+2)^2=9$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có

$$\begin{aligned}&MA=2MB\Leftrightarrow MA^2=4MB^2\\ \Leftrightarrow\ &(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4\left[(x-2)^2+(y+5)^2+(z-1)^2\right]\\ \Leftrightarrow\ &x^2+y^2+z^2-\frac{20}{3}x+\frac{38}{3}y-\frac{2}{3}z+\frac{106}{3}=0\\ \Leftrightarrow\ &\left(x-\frac{10}{3}\right)^2+\left(y+\frac{19}{3}\right)^2+\left(z-\frac{1}{3}\right)^2=16.\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+2=0$.

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.
C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=16$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2+2\cdot 1+2\cdot 3+2|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=4$.

Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=16$.

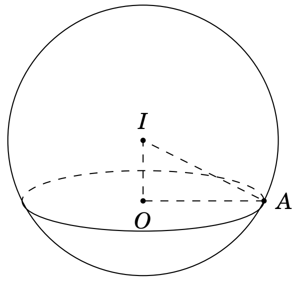
Chọn đáp án D □

Câu 87. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-1;4)$ và cắt mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+1=0$ theo một đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\left(1+2\sqrt{3}\right)^2$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=2$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=4$.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (P) là $IO=d(I,(P))=1$.
Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến ta có $2\pi r=2\sqrt{3}\pi\Rightarrow r=OA=\sqrt{3}$.
Bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{3+1}=2$.
Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=4$.



Chọn đáp án C □

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;0)$, $\vec{b}=(-1;2;1)$, $\vec{b}=(-2;1;5)$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề cho dưới đây.

A. $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{6}$. **B.** $\vec{a}\perp\vec{c}$. **C.** $\vec{b}\cdot\vec{c}=9$. **D.** $\vec{a}\perp\vec{b}$.

✍Lời giải.

Ta có: $\vec{a}\cdot\vec{b}=3\neq 0\Rightarrow\vec{a}$ không vuông góc với $\vec{b}$.

Chọn đáp án D □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$ cho vec-tơ $\vec{u}(1;1;2)$ và $\vec{v}(2;0;m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos(\vec{u};\vec{v})=\dfrac{4}{\sqrt{30}}$.

A. $m=1$. **B.** $m=-11$. **C.** $m=1;m=-11$. **D.** $m=0$.

✍Lời giải.

Ta có
$$\cos(\vec{u};\vec{v})=\frac{1\cdot 2+1\cdot 0+2\cdot m}{\sqrt{1^2+1^2+2^2}\cdot\sqrt{2^2+m^2}}=\frac{4}{\sqrt{30}}\Leftrightarrow\sqrt{5}\cdot(2m+2)=4\sqrt{4+m^2}\Leftrightarrow m=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(2;3;6)$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là

A. 49π. **B.** $\dfrac{1372\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{341\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{343\pi}{6}$.

✍Lời giải.

Chú ý bốn đỉnh O,A,B,C là bốn đỉnh của hình hộp chữ nhật có các kích thước $2;3;6$. Vậy $R=\dfrac{1}{2}\sqrt{2^2+3^2+6^2}=\dfrac{7}{2}$.

Từ đó suy ra $V=\dfrac{4}{3}\pi\cdot R^3=\dfrac{343\pi}{6}$.

Chọn đáp án D □

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ trên Ox có tọa độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(-3;0;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ trên Ox có tọa độ là $(3;0;0)$.
Chọn đáp án B □

Câu 92. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM = 3\sqrt{3}$. **B.** $AM = 2\sqrt{7}$. **C.** $AM = \sqrt{29}$. **D.** $AM = \sqrt{30}$.

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm $M(a;b;c)$, do M thuộc đoạn BC và $MC = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$ $(*)$.
Ta có $\overrightarrow{CM} = (a+3;b-6;c-4)$ và $\overrightarrow{MB} = (-a;3-b;1-c)$.
Do đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a+3=-2a \\ b-6=6-2b \\ c-4=2-2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow M(-1;4;2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3;4;2) \Rightarrow AM = \sqrt{29}$.
Chọn đáp án C □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2;1;-3)$, $\vec{b} = (2;5;1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}\cdot\vec{b} = 4$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 12$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 6$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 9$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\cdot 2 + 1\cdot 5 - 3\cdot 1 = 6$.
Chọn đáp án C □

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2 = 1$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;3)$. **B.** $I(1;2;-3)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(-1;2;3)$.

Lời giải.

Tọa độ tâm mặt cầu là $I(-1;2;-3)$.
Chọn đáp án C □

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy).

A. $M'(2;-1;0)$. **B.** $M'(0;0;1)$. **C.** $M'(-2;1;0)$. **D.** $M'(2;1;-1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $M(2;-1;1)$ lên (Oxy) là điểm M' có tọa độ $M'(2,-1,0)$.
Chọn đáp án A □

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x-y+2z-3=0$.

A. $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 4$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 4$.
C. $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2 = 4$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2 = 2$.

Lời giải.

• $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot 0 - 1 + 2\cdot(-1) - 3|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 2$.
• (S): $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2 = 4$.
Chọn đáp án C □

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;2;3)$ đến trục Oy bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(1;2;3)$ lên trục $Oy \Rightarrow H(0;2;0)$.
Ta có $\mathrm{d}(A,Oy) = AH = \sqrt{(0-1)^2+(2-2)^2+(0-3)^2} = \sqrt{10}$.
Chọn đáp án B □

Câu 98. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm C.

A. $(0;-2;0)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $(2;0;2)$. **D.** $(2;-2;2)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 2-1 \\ y_C + 1 = 1-0 \\ z_C - 1 = 2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases}.$$

Tọa độ điểm $C(2;0;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 99. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P): $2x-2y+z-17=0$ và cắt mặt cầu (S): $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $2x-2y+z+7=0$. **B.** $x-y+2z-7=0$. **C.** $2x-2y+z+17=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$.

✍**Lời giải.**

Đường tròn giao tuyến của (Q) và mặt cầu (S) có chu vi bằng 6π nên có bán kính $r=3$. Gọi d là khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến (Q) thì $d=\sqrt{R^2-r^2}=4$ (I có tọa độ $(0;-2;1)$, R là bán kính của mặt cầu (S)).

Mặt khác, (Q) song song với (P) nên phương trình có dạng $2x-2y+z+m=0$ ($m\neq -17$). Từ $\mathrm{d}(I,(Q))=4$ ta suy ra $\dfrac{|m+5|}{3}=4$; do đó $m=7$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3)$, $B(2;-3;1)$ và $C(3;1;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(2;0;2)$. **B.** $G(3;0;3)$. **C.** $G(3;2;1)$. **D.** $G(6;0;6)$.

✍**Lời giải.**

Ta có

$$G=\left(\frac{1+2+3}{3};\frac{2-3+1}{3};\frac{3+1+2}{3}\right)=(2;0;2).$$

Vậy $G(2;0;2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;1;0)$ và đi qua điểm $A(1;1;\sqrt{5})$.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-\sqrt{5})^2=\sqrt{5}$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-\sqrt{5})^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=5$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu tâm $I(1;1;0)$ và đi qua điểm $A(1;1;\sqrt{5})$ có bán kính

$$R=IA=\sqrt{(1-1)^2+(1-1)^2+(\sqrt{5}-0)^2}=\sqrt{5}.$$

Vậy mặt cầu có phương trình

$$(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=5.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(1;m-1;m)$ thỏa mãn $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$. Giá trị m bằng bao nhiêu?

A. $m=\dfrac{1}{5}$. **B.** $m=\dfrac{5}{2}$. **C.** $m=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $m=\dfrac{2}{5}$.

✍**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} & \vec{a}\cdot\vec{b}=1 \\ \Leftrightarrow\ & 1\cdot 1+2\cdot(m-1)+3\cdot m=1 \\ \Leftrightarrow\ & 5m-1=1\Leftrightarrow m=\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu?

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$ và $\overrightarrow{CD}=(0;-2;-2)$.

Mà

$$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{AB\cdot CD}=\frac{2\cdot 0+(-2)\cdot(-2)+0\cdot(-2)}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}}=\frac{1}{2}.$$

Suy ra $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=60^\circ$, hay góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60°.

Chọn đáp án C □

Câu 104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. Tâm $I(-1;-3;2)$ và bán kính $R=4$.
B. Tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.
C. Tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R=4$.
D. Tâm $I(-1;-3;2)$ và bán kính $R=16$.

✍Lời giải.

$$\begin{aligned}&x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z-2=0\\ \Leftrightarrow\ &(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16.\end{aligned}$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1);B(-4;2;-9)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x+3)^2+y^2+(z+4)^2=5$.
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.
C. $(x+6)^2+y^2+(z+8)^2=5$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=5$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I(-1;2;-5)$.

Độ dài AB là $AB=\sqrt{(-4-2)^2+(2-2)^2+(-9+1)^2}=10$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(-1;2;-5)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=5$ có phương trình là

$$(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25.$$

Chọn đáp án B □

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ biết rằng mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1;0;4)$.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$.
B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{53}$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{53}$.
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{(1-1)^2+(0-2)^2+(4+3)^2}=\sqrt{53}$.

Phương trình của mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.

Chọn đáp án D □

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-1;4)$ và đi qua điểm $M(1;-1;2)$ là

A. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=4$.
B. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=8$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2\sqrt{2}$.
D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=8$.

✍Lời giải.

Ta có bán kính mặt cầu (S) đi qua M và tâm I là $IM=\sqrt{8}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=8$.

Chọn đáp án D □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-2;-1)$, $B(1;-1;2)$. Tìm điểm M trên đoạn AB sao cho $MA=2MB$

A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.
B. $(2;0;5)$.
C. $\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3};1\right)$.
D. $(-1;-3;-4)$.

✍Lời giải.

Do giả thiết suy ra $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$ $(*)$. Giả sử tọa độ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ suy ra $\overrightarrow{AM}(x_0;y_0+2;z_0+1)$ và $\overrightarrow{MB}(1-x_0;-1-y_0;2-z_0)$. Từ $(*)$ ta có

$$\begin{cases}x_0=2(1-x_0)\\ y_0+2=2(-1-y_0)\\ z_0+1=2(2-z_0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x_0=2\\ 3y_0=-4\\ 3z_0=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=\dfrac{2}{3}\\ y_0=-\dfrac{4}{3}\\ z_0=1\end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $M\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};1\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, tìm điều kiện của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y+2mz+m^2+5m=0$ là phương trình mặt cầu

A. $m<4$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\le 1\\ m\ge 4\end{array}\right.$. **C.** $m>1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<1\\ m>4\end{array}\right.$.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$x^2+y^2+z^2-2mx+4y+2mz+m^2+5m=0 \Leftrightarrow (x-m)^2+(y+2)^2+(z+m)^2=m^2-5m+4$$

Để thỏa mãn bài toán khi $m^2-5m+4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<1\\ m>4.\end{array}\right.$

Chọn đáp án D □

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$; $B(0;-1;2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=2\sqrt{3}$. **B.** $AB=\sqrt{14}$. **C.** $AB=\sqrt{13}$. **D.** $AB=\sqrt{6}$.

Lời giải.

$AB=\sqrt{(-2)^2+(-3)^2+1^2}=\sqrt{14}$.

Chọn đáp án B □

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;1)$, $N(3;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để $MN\perp NP$.

A. $m=-4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{MN}=(1;-2;0)$ và $\overrightarrow{NP}=(-2;m-2;1)$. Để $MN\perp NP$ thì $1\cdot(-2)+(-2)\cdot(m-2)=0 \Leftrightarrow m=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-3)$ và $R=4$. **B.** $I(-1;-2;3)$ và $R=4$.

C. $I(1;2;-3)$ và $R=16$. **D.** $I(-1;-2;3)$ và $R=16$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2+2}=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$; $B(0;0;1)$ và có tâm nằm trên trục Ox.

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=2$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=4$.

Lời giải.

Vì tâm I của mặt cầu (S) nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm I có dạng $I(a;0;0)$.

Vì mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$; $B(0;0;1)$ nên $IA=IB$. Do đó

$$\sqrt{(1-a)^2+1+1}=\sqrt{a^2+1} \Leftrightarrow 2a=2 \Leftrightarrow a=1.$$

Suy ra $I(1;0;0)$ và $R=IA=\sqrt{2}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$ nên có phương trình $(x-1)^2+y^2+z^2=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) đi qua ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tìm tọa độ điểm I.

A. $I(2;-1;0)$. **B.** $I(0;0;1)$. **C.** $I(0;0;-2)$. **D.** $I(-2;1;0)$.

Lời giải.

Vì $I \in (Oxy) \Rightarrow I(a;b;0)$. Ta có $\overrightarrow{AI} = (a-1;b-2;4); \overrightarrow{BI} = (a-1;b+3;-1); \overrightarrow{CI} = (a-2;b-2;-3)$.
Do I là tâm cầu nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (a-1)^2+(b-2)^2+4^2 = (a-1)^2+(b+3)^2+1 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+4^2 = (a-2)^2+(b-2)^2+9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -4b+20 = 6b+10 \\ -2a+17 = -4a+13 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} b = 1 \\ a = -2 \end{cases} \\ \Rightarrow & I(-2;1;0). \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;6)$, $B(5;-4;2)$, đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại M và $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB}$. Tính k.

A. $k = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $k = \dfrac{1}{2}$. **C.** $k = 2$. **D.** $k = -2$.

✍Lời giải.

$M \in Ox \Rightarrow M(a;0;0)$. $\overrightarrow{MA} = (-1-a;2;6-c)$; $\overrightarrow{MB} = (5-a;-4;2-c)$; $\overrightarrow{AB} = (6;-6;-4)$.

$$\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-a = k(5-a) \\ 2 = -4k \\ 6-c = k(2-c) \end{cases} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 116. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và đi qua điểm $A(2;;1;2)$.

A. $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 = 5$. **B.** $(S)\colon (x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 25$.
C. $(S)\colon (x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2 = 25$. **D.** $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z+1 = 0$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{9+0+16} = 5$.
Vậy phương trình mặt cầu là $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2 = 25$.

Chọn đáp án C □

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-m = 0$ (m là tham số). Biết mặt cầu có bán kính bằng 5. Tìm m.

A. $m = 25$. **B.** $m = 11$. **C.** $m = 16$. **D.** $m = -16$.

✍Lời giải.

$R = 5 \Leftrightarrow \sqrt{1+4+4+m} = 5 \Leftrightarrow m = 16$.

Chọn đáp án C □

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+6y-8z+1 = 0$. Tâm và bán kính của (S) lần lượt là

A. $I(-1;3;-4), R = 5$. **B.** $I(1;-3;4), R = 5$.
C. $I(2;-6;8), R = \sqrt{103}$. **D.** $I(1;-3;4), R = 25$.

✍Lời giải.

$x^2+y^2+z^2-2x+6y-8z+1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2+(z-4)^2 = 5^2$.
Vậy tâm mặt cầu $I(1;-3;4)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án B □

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(1;1;2)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = \sqrt{2}$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 2$.

✍Lời giải.

$R = \sqrt{2}$. Vậy $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-5 = 0$ và các điểm $A(1;2;3)$, $B(-1,1,-2)$, $C(3,3,2)$. Gọi $M(x_0,y_0,z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB = MC$. Giá trị của $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 6. **B**. 4. **C**. 7. **D**. 5.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(x_0-1,y_0-2,z_0-3)$

$\overrightarrow{MB}=(x_0+1,y_0-1,z_0+2)$

$\overrightarrow{MC}=(x_0-3,y_0-3,z_0-2)$

Vì $MA=MB=MC$ nên:

$\begin{cases}MA^2=MB^2\\MA^2=MC^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x_0-1)^2+(y_0-2)^2+(z_0-3)^2=(x_0+1)^2+(y_0-1)^2+(z_0+2)^2\\(x_0-1)^2+(y_0-2)^2+(z_0-3)^2=(x_0-3)^2+(y_0-3)^2+(z_0-2)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4x_0+2y_0+10z_0=8(1)\\4x_0+2y_0-2z_0=8(2)\end{cases}.$

Vì $M\in(P)$ nên $x_0+y_0+2z_0-5=0(3)$. Từ $(1),(2),(3)$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases}4x_0+2y_0+10z_0=8\\4x_0+2y_0-2z_0=8\\x_0+y_0+2z_0-5=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=-1\\y_0=6\\z_0=0\end{cases}\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-1+6+0=5.$

Vậy $x_0+y_0+z_0=5$

Chọn đáp án D □

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với $(P)\colon x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B**. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D**. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với $(P)\colon x-2y-2z-8=0$ sẽ có bán kính là

$$R=\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|1-2\cdot2-2\cdot(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án B □

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;3;-1)$, $B(2;1;-2)$ và $C(-2;1;-2)$. Tìm tọa độ của đỉnh D.

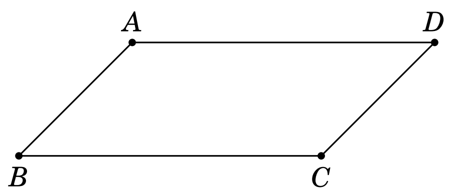
A. $D(-3;3;1)$. **B**. $D(-3;3;-1)$. **C**. $D(-1;-1;-3)$. **D**. $D(5;3;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AD}=(x_D-1;y_D-3;z_D+1)$, $\overrightarrow{BC}=(-4;0;0)$.

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-3\\y_D=3\\z_D=-1.\end{cases}$

Vậy $D(-3;3;-1)$.



Chọn đáp án B □

Câu 123. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-4;2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z-1=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(x-4)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. **B**. $(x+4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.
C. $(x+4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **D**. $(x-4)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $A(-4;2;1)$ và bán kính $R=\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|2\cdot(-4)+2-2\cdot1-1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=3$. Mặt cầu cần tìm có phương trình là

$$(x+4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9.$$

Chọn đáp án B □

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với trục Oy.

A. $x^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. **B**. $x^2+(y+2)^2+(z+3)^2=3$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

✍Lời giải.

Ta có $R=\mathrm{d}(I;Oy)=\sqrt{0^2+3^2}=3$.

Phương trình mặt cầu (S) là $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

Chọn đáp án (D) □

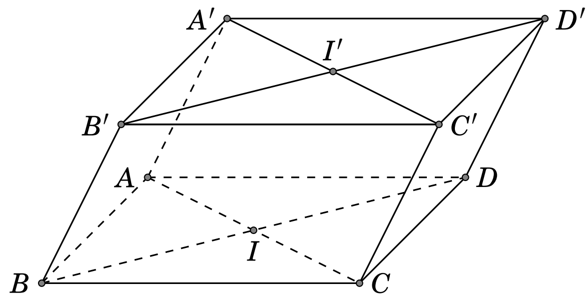
Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3;2;1), C(4;2;0), B'(-2;1;1), D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.

A. $A'(-3;3;3)$. **B.** $A'(-3;-3;-3)$. **C.** $A'(-3;3;1)$. **D.** $A'(-3;-3;3)$.

✍Lời giải.

Gọi I, I' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Khi đó:



— I là trung điểm AC nên $I\left(\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$.

— I' là trung điểm $B'D'$ nên $I'\left(\frac{1}{2};3;\frac{5}{2}\right)$.

— Hơn nữa

$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{II'} \Leftrightarrow (x_{A'}+3;y_{A'}-2;z_{A'}-1)=(0;1;2)$ hay $A'(-3;3;3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz).

A. $H(0;0;3)$. **B.** $H(1;0;0)$. **C.** $H(1;0;3)$. **D.** $H(0;-2;0)$.

✍Lời giải.

Do $\overrightarrow{OM}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$, lại có H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz): $y=0$ nên $\overrightarrow{OH}=\vec{i}+3\vec{k}$. Vậy $H(1;0;3)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 127. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m>6$. **B.** $m\le 6$. **C.** $m<6$. **D.** $m\ge 6$.

✍Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow 1^2+1^2+2^2-m>0 \Leftrightarrow m<6$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 128. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$. Gọi H là điểm đối xứng với M qua trục Ox. Tọa độ điểm H là

A. $H(-1;-2;1)$. **B.** $H(1;-2;-1)$. **C.** $H(1;-2;1)$. **D.** $H(1;2;1)$.

✍Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox, ta có $K(1;0;0)$.

Do H là điểm đối xứng của M qua trục Ox nên K là trung điểm MH.

Suy ra $H(1;-2;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;3;0)$, $B(0;-4;1)$, $C(3;1;1)$. Mặt cầu đi qua ba điểm A,B,C và có tâm I thuộc mặt phẳng (Oxz), biết $I(a;b;c)$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=2$.

✍Lời giải.

Gọi phương trình mặt cầu có dạng (S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$. Vì $I\in(Oxz)$ và $A,B,C\in(S)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}13-4a-6b+d=0\\17+8b-2c+d=0\\11-6a-2b-2c+d=0\\b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}13-4a-6b+d=0\\4a+14b-2c=-4\\-2a+4b-2c=2\\b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=0\\c=0\\d=-17.\end{cases}$$

Vậy $T=a+b+c=-1+0+0=-1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;3;-1)$,$B(-1;1;1)$, $C(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-3$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{BA}=(3;2;-2),\overrightarrow{BC}=(2;m-2;1)$.
Để tam giác ABC vuông tại B thì

$$BA\perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow 3\cdot 2+2\cdot(m-2)+(-2)\cdot 1=0 \Leftrightarrow m=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $M(2;3;-1)$, $N(-2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho tam giác MNE vuông tại M.

A. $(-2;0;0)$. **B.** $(0;6;0)$. **C.** $(6;0;0)$. **D.** $(4;0;0)$.

✍Lời giải.

Gọi $E(x;0;0)\in Ox$. Ta có $\overrightarrow{MN}=(-4;-4;4)$, $\overrightarrow{ME}=(x-2;-3;1)$.
$\triangle MNE$ vuông tại M khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{ME}=0 \Leftrightarrow x-2-3-1=0 \Leftrightarrow x=6$.
Vậy tọa độ điểm E là $(6;0;0)$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 132. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;-2;0)$, $\vec{b}=(-1;1;2)$, $\vec{c}=(4;0;6)$ và $\vec{u}=\left(-2;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$. **B.** $\vec{u}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$.

C. $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$. **D.** $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$.

✍Lời giải.

Giả sử ta có $\vec{u}=m\vec{a}+n\vec{b}+k\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n+4k=-2 \\ -2m+n=\frac{1}{2} \\ 2n+6k=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=\frac{3}{2} \\ k=-\frac{1}{4}. \end{cases}$

Vậy ta suy ra $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3;4;2)$, $B(-5;6;2)$, $C(-4;6;-1)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ là

A. $(10;17;-7)$. **B.** $(-10;-17;7)$. **C.** $(10;-17;7)$. **D.** $(-10;14;-7)$.

✍Lời giải.

Giả sử D có tọa độ $(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{AD}=(x+3;y-4;z-2)$, $\overrightarrow{AB}=(-2;2;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;2;-3)$.
Suy ra $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}=(-7;10;-9)$.
Khi đó

$$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=-7 \\ y-4=10 \\ z-2=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 \\ y=14 \\ z=-7. \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

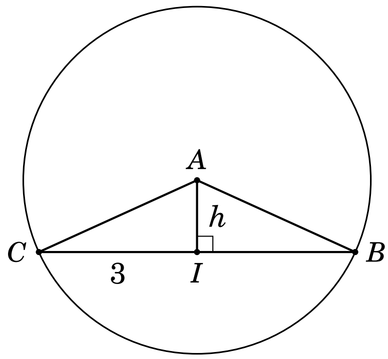
Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và cắt trục Ox tại hai điểm B,C sao cho $BC=6$.

A. $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=19$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=28$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=26$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34$.

✍Lời giải.

Chọn $M(1;0;0)$ thuộc Ox, $\overrightarrow{MA}=(0;4;3)$;
vec-tơ chỉ phương của Ox là $\overrightarrow{i}=(1;0;0)$.
Gọi h là khoảng cách từ A đến Ox, ta có
$h=\mathrm{d}[A,Ox]=\dfrac{|[\overrightarrow{i},\overrightarrow{MA}]|}{|\overrightarrow{i}|}=\dfrac{|(0;-3;4)|}{|(1;0;0)|}=5$.
Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{CI^2+h^2}=\sqrt{34}$.
Phương trình mặt cầu là $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34$.



Chọn đáp án D

Câu 135. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;1;5)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A,B và tâm thuộc trục Oz có phương trình là

A. $x^2+y^2+(z-4)^2=9$. **B.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14$.
C. $x^2+y^2+(z-4)^2=16$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=6$.

Lời giải.

Tâm I thuộc trục Oz nên $I(0;0;c)$, khi đó
$IA=IB\Leftrightarrow(1-0)^2+(2-0)^2+(3-c)^2=(-2-0)^2+(1-0)^2+(5-c)^2\Leftrightarrow c=4$.
Bán kính $R=IA=\sqrt{(1-0)^2+(2-0)^2+(3-4)^2}=\sqrt{6}$.
Phương trình mặt cầu là (S): $x^2+y^2+(z-4)^2=6$.
Chọn đáp án D

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;0;5)$. Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=14$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=26$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=24$.

Lời giải.

Tâm I là trung điểm AB nên $I(-1;1;4)$, bán kính $R=IA=\sqrt{(1+1)^2+(2-1)^2+(3-4)^2}=\sqrt{6}$.
Phương trình mặt cầu là (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=6$.
Chọn đáp án A

Câu 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(0;3;4)$, $C(2;1;-1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $\sqrt{\dfrac{33}{50}}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{50}{33}}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(1;-1;-5)$, $\overrightarrow{BC}=(2;-2;-5)$, $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]=(-5;-5;0)$.
Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-5)^2+(-5)^2+0^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{50}$.
Độ dài đường cao $AH=\dfrac{2\cdot S_{ABC}}{BC}=\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{33}}=\sqrt{\dfrac{50}{33}}$.
Chọn đáp án D

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;3)$ và đi qua điểm $A(3;-4;4)$.

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=11$. **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\sqrt{11}$.
C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=11$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\sqrt{11}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{(3-2)^2+(-4+1)^2+(4-3)^2}=\sqrt{11}$.
Phương trình mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=11$.
Chọn đáp án C

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(3;4;3)$.

A. $4x+4y-2z-22=0$. **B.** $2x+2y+z-17=0$.
C. $2x+4y-z-25=0$. **D.** $x+y+z-10=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;2)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(3;4;3)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-3)+2(y-4)+z-3=0$ hay $2x+2y+z-17=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-3)$ và $\vec{v}=(m-1;2m;3)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0\Leftrightarrow m-1+4m-9=0\Leftrightarrow m=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+5=0$ có bán kính bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 9.

✍Lời giải.

Ta có $a=1$, $b=-2$ và $c=3$, nên bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2-5}=3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+6y+4mz+6m^2-4m+12=0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

A. $1\le m\le 3$. **B.** $-3<m<-1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $1<m<3$.

✍Lời giải.

Ta có $a=m$, $b=-3$, $c=-2m$ và $d=6m^2-4m+12$.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$a^2+b^2+c^2-d=m^2+9+4m^2-(6m^2-4m+12)>0\Leftrightarrow m^2-4m+3<0\Leftrightarrow 1<m<3.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 143. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-2;3;1)$, $B(4;2;-1)$, $C(5;-2;0)$. Biết $D(a;b;c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành, khi đó $2a+b+c$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(6;-1;-2)$; $\overrightarrow{DC}=(5-a;-2-b;-c)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}5-a=6\\-2-b=-1\\-c=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\\c=2\end{cases}$.

Vậy $2a+b+c=2(-1)-1+2=-1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;3)$ và $D(1;-2;3)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm tọa độ của trung điểm G của MN.

A. $G\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};1\right)$. **B.** $G\left(\frac{1}{4};-\frac{2}{4};\frac{3}{4}\right)$. **C.** $G\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};2\right)$. **D.** $G\left(\frac{1}{2};-1;\frac{3}{2}\right)$.

✍Lời giải.

Vì M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $M\left(\frac{1}{2};-1;0\right), N\left(\frac{1}{2};-1;3\right)$.

G là trung điểm của MN nên tọa độ điểm G là $\left(\frac{1}{2};-1;\frac{3}{2}\right)$.

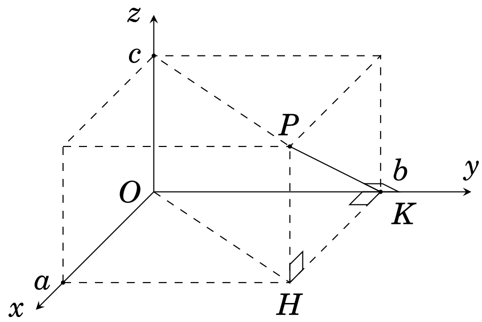
Chọn đáp án (D) □

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a;b;c)$. Khoảng cách từ điểm P đến trục tọa độ Oy bằng

A. $\sqrt{a^2+c^2}$. **B.** b. **C.** $|b|$. **D.** a^2+c^2.

✍Lời giải.

Ta có $d(P;Oy) = PK$.
Tam giác PHK vuông tại H, có
$PH = |c|$,
$HK = |a|$
$\Rightarrow PK = \sqrt{PH^2 + HK^2} = \sqrt{c^2 + a^2}$.
Chú ý: Có thể sử dụng ứng dụng của tích có hướng.



Chọn đáp án (A) □

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox là điểm

A. $M(0;-3;0)$. **B.** $M(0;0;2)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(4;-3;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox là điểm $M(4;0;0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

A. $\vec{a}\cdot\vec{b} = -11$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = -13$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 5$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = -10$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$ nên $\vec{b} = (1;0;-3)$. Suy ra $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\cdot1 - 1\cdot0 + 4\cdot(-3) = -10$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 148. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. **C.** $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

✍**Lời giải.**

Ta có $R = d(O,(P)) = \dfrac{|-6|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 149. Phương trình mặt cầu tâm $I(1;3;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 3 = 0$ là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 10 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 14 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6y - 4z + 10 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 12 = 0$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu tâm $I(1;3;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 3 = 0$

Suy ra $R = d(I;(P)) = \dfrac{|2\cdot1 - (-2) - 2\cdot2 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 2$.

Phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 10 = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Hãy xác định bán kính R của mặt cầu đã cho.

A. $R = \sqrt{6}$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 9$. **D.** $R = 3$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, suy ra bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-3)} = 3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;2;3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

A. $M\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{7}{3}\right)$. **C.** $M(2;3;4)$. **D.** $M\left(1;\dfrac{3}{2};1\right)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(x;y)$, theo bài ra ta có

$$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}$$
$$\Leftrightarrow 3(x-2;y-1;z-1)=2(-2;1;2)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}3x-6=-4\\3y-3=2\\3z-3=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\y=\dfrac{5}{3}\\z=\dfrac{7}{3}\end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 152. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(2;-1;0)$.

✍Lời giải.

Gọi $M(a;b;0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy). Ta có $\overrightarrow{AM}=(a-1;b+2;-3)$.
Mặt phẳng (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
Vì M là hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxy) nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{k}$ cùng phương. Do đó, ta có $\begin{cases}a-1=0\\b+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2.\end{cases}$
Vậy $M(1;-2;0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 153. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;4)$, $B(8;-5;6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

A. $M(0;-1;5)$. **B.** $Q(0;0;5)$. **C.** $P(3;0;0)$. **D.** $N(3;-1;5)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I=(3;-1;5)$. Do đó, hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(0;-1;5)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$.

A. $(7;4;-4)$. **B.** $(1;8;-2)$. **C.** $(-7;-4;4)$. **D.** $(-1;-8;2)$.

✍Lời giải.

Gọi $B(x;y;z)$, suy ra $\overrightarrow{AB}=(x-4;y-6;z+3)$.

$$\overrightarrow{AB}=\vec{a}\Leftrightarrow\begin{cases}x-4=-3\\y-6=2\\z+3=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=8\\z=-2.\end{cases}$$

Vậy $B(1;8;-2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 155. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$ và $C(0;0;6)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** 11 .

✍Lời giải.

Giả sử phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$. Từ giả thiết ta có hệ sau

$$\begin{cases}2^2+4a+d=0\\(-3)^2-6b+d=0\\6^2+12c+d=0\\d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=\dfrac{3}{2}\\c=-3\\d=0\end{cases}$$

Vậy $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\dfrac{7}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 156. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-4;3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. 10. **B.** $10+3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{34}}{2}$. **D.** $\sqrt{34}$.

✍Lời giải.

$\mathrm{d}(A;Ox)=\sqrt{y_A^2+z_A^2}=5$.

$\mathrm{d}(A;Oy)=\sqrt{x_A^2+z_A^2}=3\sqrt{2}$.

$\mathrm{d}(A;Oz)=\sqrt{x_A^2+y_A^2}=5$.

Vậy tổng khoảng cách là $10+3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

A. $Q(-1;0;3)$. **B.** $M(0;0;3)$. **C.** $P(0;2;3)$. **D.** $N(-1;0;0)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1;2;3)$ lên trục Oz là điểm $M(0;0;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn véc-tơ $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(5;7;0)$, $\vec{c}=(3;-2;4)$, $\vec{d}=(4;12;-3)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ là ba véc-tơ không đồng phẳng.

C. $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{d}+\vec{c}|$. **D.** $2\vec{a}+3\vec{b}=\vec{d}-2\vec{c}$.

✍Lời giải.

Ta nhận thấy $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{d}=(7;10;1)$. Từ đó suy ra $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ và $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{d}+\vec{c}|$.

Dễ thấy $[\vec{a},\vec{b}]\cdot\vec{c}\neq\vec{0}$, nên $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ là ba véc-tơ không đồng phẳng.

Dễ thấy $2\vec{a}+3\vec{b}\neq\vec{d}-2\vec{c}$, nên trong 4 mệnh đề trên thì chỉ có mệnh đề $2\vec{a}+3\vec{b}=\vec{d}-2\vec{c}$ là sai.

Chọn đáp án D □

Câu 159. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $M(2;0;0)$. **B.** $M(0;3;0)$. **C.** $M(0;0;4)$. **D.** $M(0;2;3)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ là điểm $M(2;0;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

A. $P(1;0;3)$. **B.** $Q(0;2;3)$. **C.** $N(1;2;0)$. **D.** $M(0;0;3)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của A sẽ có hoành độ và tung độ bằng 0, cao độ giữ nguyên, nên hình chiếu của A lên Oz là $(0;0;3)$

Chọn đáp án D □

Câu 161. Cho các véc-tơ $\vec{u}(1;-2;3)$, $\vec{v}(-1;2;-3)$. Tính độ dài của véc-tơ $\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}$.

A. $|\vec{w}|=\sqrt{26}$. **B.** $|\vec{w}|=\sqrt{126}$. **C.** $|\vec{w}|=\sqrt{85}$. **D.** $|\vec{w}|=\sqrt{185}$.

✍Lời giải.

$\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}=(3;-6;9)$.

Vậy $|\vec{w}|=\sqrt{3^2+(-6)^2+9^2}=\sqrt{126}$.

Chọn đáp án B □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=5$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu là

A. $I(1;-3;0)$, $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-3;0)$, $R=5$. **C.** $I(-1;3;0)$, $R=\sqrt{5}$. **D.** $I(1;3;0)$, $R=\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

Tọa độ tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 163. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;
và $D(2;4;6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S).

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-12=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi (S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.
Ta có:

$$\begin{cases} A\in(S)\\ B\in(S)\\ C\in(S)\\ D\in(S)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+d=-4\\ -8b+d=-16\\ -12c+d=-36\\ -4a-8b-12c+d=-56\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1\\ b=2\\ c=3\\ d=0.\end{cases}$$

Từ đó suy ra (S) có tâm $I(1;2;3), R=\sqrt{14}$.
Phương trình mặt cầu (S') có tâm $I'\equiv I(1;2;3), R'=2R=2\sqrt{14}$ là

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 164. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy. Tính độ dài đoạn OA'.

A. $OA'=-1$. **B.** $OA'=\sqrt{10}$. **C.** $OA'=\sqrt{11}$. **D.** $OA'=1$.

✍**Lời giải.**

Điểm A' là hình chiếu vuông góc của $A(3;-1;1)$ trên trục $Oy \Rightarrow A'(0;-1;0)\Rightarrow OA'=1$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(3;1;-4), B(2;1-2), C(1;1;-3)$. Tìm tọa độ điểm $M\in Ox$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2;0;0)$. **B.** $M(-2;0;0)$. **C.** $M(6;0;0)$. **D.** $M(0;2;0)$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $M(m;0;0)$. Ta có $\overrightarrow{MA}=(3-m;1;-4), \overrightarrow{MB}=(2-m;1;-2), \overrightarrow{MC}=(1-m;1;-3)$.

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| &= \sqrt{(6-3m)^2+3^2+(-9)^2}=\sqrt{9m^2-36m+126}\\ &= \sqrt{9(m-2)^2+90}\\ &\geq 3\sqrt{10}, \forall m\in\mathbb{R}.\end{aligned}$$

Vậy $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3\sqrt{10}$ khi $m-2=0\Leftrightarrow m=2$. Hay $M(2;0;0)$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 166. Tìm độ dài đường kính của mặt cầu S có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z+2=0$.

A. $\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Bán kính của mặt cầu: $R=\sqrt{1^2+(-2)^2-2}=\sqrt{3}\Rightarrow$ Đường kính của mặt cầu là $2R=2\sqrt{3}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{b}=(-1;0;4)$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(-7;-6;10)$. **B.** $\vec{u}=(-7;6;10)$. **C.** $\vec{u}=(7;6;10)$. **D.** $\vec{u}=(-7;6;-10)$.

✍**Lời giải.**

$\begin{cases}-2\vec{a}=(-4;6;-2)\\ 3\vec{b}=(-3;0;12)\end{cases}\Rightarrow \vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}=(-7;6;10)$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 168. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-2=0$ cắt mặt phẳng Oxy theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn này.

A. $I(1;-2;0), r=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;2;0), r=2\sqrt{5}$.

C. $I(1;2;0), r=\sqrt{7}$. **D.** $I(-1;-2;0), r=2\sqrt{7}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $A(1;2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2+2}=4$.

Tâm I của đường tròn là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) nên $I(1;2;0)$, và bán kính $r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(A,(Oxy))}=\sqrt{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=10$.

✍Lời giải.

Mặt cầu tiếp xúc với trục Oy nên bán kính mặt cầu $R=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(2;1,-3)$ tiếp xúc với trục Oy có phương trình

$$(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13.$$

Chọn đáp án B □

Câu 170. Cho tam giác ABC với $A(2;4;-3)$, $B(-1;3;-2)$, $C(4;-2;3)$. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

A. $\left(\frac{5}{3},\frac{5}{3},\frac{-2}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{3},\frac{5}{3},\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{-5}{3},\frac{-5}{3},\frac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{-5}{3},\frac{5}{3},\frac{-2}{3}\right)$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}$ suy ra $G\left(\frac{5}{3},\frac{5}{3},\frac{-2}{3}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;-2;3)$ và $R=15$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R=13$.
C. $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{13}$. **D.** $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{15}$.

✍Lời giải.

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=15$, do đó mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{15}$.

Chọn đáp án D □

Câu 172. Trong không gian với hệ tọa dộ $Oxyz$ cho $\vec{a}=(-1;2;2)$ và $\vec{b}=(1;-2;2)$. Gọi α là góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thì $\cos\alpha$ bằng

A. $-\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1}{18}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $-\frac{1}{9}$.

✍Lời giải.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}\,\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=-\dfrac{1}{9}$.

Chọn đáp án D □

Câu 173. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm G' đối xứng với điểm $G(5;-3;7)$ qua trục Oy là

A. $G'(-5;0;-7)$. **B.** $G'(-5;-3;-7)$. **C.** $G'(5;3;7)$. **D.** $G'(-5;3;-7)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $G(5;-3;7)$ lên trục Oy là $H(0;-3;0)$.

Vì G' đối xứng với G qua trục Oy nên H là trung điểm của đoạn GG' nên tọa độ của điểm G' là $\begin{cases} x_{G'}=2x_H-x_G=-5\\ y_{G'}=2y_H-y_G=-3\\ z_{G'}=2z_H-z_G=-7.\end{cases}$

Vậy tọa độ điểm $G'(-5;-3;-7)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM.

A. $OM=\sqrt{5}$. **B.** $OM=9$. **C.** $OM=\sqrt{3}$. **D.** $OM=3$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(2;-1;2)\Rightarrow|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;-1;3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.
C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=2$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=3$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.
Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (Oxy) là $\mathrm{d}=3=R$.
Mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán có phương trình là
$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+6=0$ là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(-1;1;-1)$. **C.** $(3;-2;1)$. **D.** $(5;-3;1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x;y;-6-3x+2y)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P). Ta có $\overrightarrow{AH}=(x-2;y+1;-6-3x+2y)$.
Do $\overrightarrow{AH}\perp(P)$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AH}$ và $\vec{n}_P$ cùng phương. Suy ra ta có hệ phương trình $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{-6-3x+2y}{1}$. (1)

Giải hệ (1) ta thu được một nghiệm là $(-1;1;-1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(1;2;-3)$ và $C(7;4;-2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

A. $\left(\dfrac{8}{3};3;-\dfrac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(3;3;-\dfrac{8}{3}\right)$. **C.** $\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(1;2;\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Giả sử điểm cần tìm có tọa độ $E(x,y,z)$ khi đó ta có $\overrightarrow{CE}=(x-7;y-4;z+2)$ và $\overrightarrow{EB}=(1-x;2-y;-3-z)$.

Theo giả thiết $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}x-7=2-2x\\y-4=4-4y\\z+2=-6-2z\end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta thu được nghiệm $(x;y;z)=\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$. Vậy điểm E có tọa độ là $\Rightarrow E\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$, biết diện tích mặt cầu bằng 100π. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

A. $x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z-86=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+4=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+9=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z-11=0$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của mặt cầu, áp dụng công thức diện tích mặt cầu ta có: $4\pi R^2=100\pi$. $\Rightarrow R=\sqrt{25}=5$. Suy ra phương trình của mặt cầu cần tìm có dạng $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=25$.
Hay $x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z-11=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 179. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-12}{4} = \dfrac{y-9}{3} = \dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+5y-z-2=0$ là

A. $(12;9;1)$. **B.** $(1;1;6)$. **C.** $(0;0;-2)$. **D.** $(1;0;1)$.

✍Lời giải.

Phương trình chính tắc của d có dạng $d\colon \begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases}$. Gọi $M(12+4t;9+3t;1+t)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) khi đó ta có phương trình $3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0$. Giải phương trình này ta thu được nghiệm $t=-3$.

Vậy tọa độ điểm cần tìm là $M(0;0;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình là $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+6y+4z=0$. Biết OA (O là gốc tọa độ) là đường kính của mặt cầu (S). Tọa độ của điểm A là

A. $A(-2;6;4)$. **B.** $A(2;-6;-4)$. **C.** $A(-1;3;2)$. **D.** $A(-1;-3;2)$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu được viết lại thành $(S)\colon (x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=14$. Suy ra tâm của đường tròn là $I(1;-3;-2)$. Do điểm I là trung điểm của đường kính OA nên điểm A phải có tọa độ $A(2;-6;-4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $M(2;-3;5)$, $N(4;7;-9)$, $E(3;2;1)$, $F(1;-8;12)$. Bộ ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. M, N, E. **B.** M, E, F. **C.** N, E, F. **D.** M, N, F.

✍Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{MN}=(2;10;-14),\\
&\overrightarrow{ME}=(1;5;-4),\\
&\overrightarrow{MF}=(-1;-5;7),\\
&\overrightarrow{NE}=(-1;-5;10),\\
&\overrightarrow{NF}=(-3;-15;21).
\end{aligned}$$

Từ đó suy ra hai véctơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MF}$ cùng phương vì $\overrightarrow{MN}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{NF}$, do đó ba điểm M, N, F thẳng hàng.

Chọn đáp án D □

Câu 182. Trong không gian $Oxyz$, cho các véctơ $\vec{a}=(3;-2;1)$, $\vec{b}=(-1;1;-2)$, $\vec{c}=(2;1;-3)$, $\vec{u}=(11;-6;5)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{u}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\vec{u}=3\vec{a}-2\vec{b}-2\vec{c}$.

✍Lời giải.

Giả sử $\vec{u}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 11=3x-y+2z \\ -6=-2x+y+z \\ 5=x-2y-3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \\ z=1. \end{cases}$$

Vậy $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

Chọn đáp án C □

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;-1;1)$; $B(0;1;2)$ và $C(1;0;1)$. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

A. Tam giác ABC vuông tại A. **B.** Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

C. Ba điểm A, B, C không thẳng hàng. **D.** B là trung điểm của AC.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;2;1)\\ \overrightarrow{AC}=(0;1;0)\end{cases} \Rightarrow \nexists k \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$ do đó ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Chọn đáp án C □

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;3;1)$ và $B(2;1;3)$. Điểm nào dưới đây là trung điểm của đoạn AB?

A. $M(0;2;2)$. **B.** $N(2;2;2)$. **C.** $P(0;2;0)$. **D.** $Q(2;2;0)$.

Lời giải.

Trung điểm AB là $M(0;2;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 185. Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z-21=0$. **B.** $2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y-8z-11=0$.

C. $x^2+y^2+z^2=1$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$ có $(-1)^2+(-1)^2+(2)^2-11=-5<0$ không phải là phương trình của mặt cầu.

Chọn đáp án D □

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $S(0;0;3)$. **B.** $R(1;0;0)$. **C.** $Q(0;2;0)$. **D.** $P(1;0;3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0;2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y-6=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$; $R=4$. **B.** $I(1;-3;0)$; $R=4$. **C.** $I(-1;3;0)$; $R=16$. **D.** $I(1;-3;0)$; $R=16$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-1;3;0)$; bán kính $R=\sqrt{1+9-(-6)}=\sqrt{16}=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình: $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu

A. $-5<m<1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>1$.

C. $m<-5$. **D.** $m>1$.

Lời giải.

Để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ là phương trình của một mặt cầu thì: $(m+2)^2+(2m)^2+m^2-5m^2-9>0 \Leftrightarrow m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow m<-5$ hoặc $m>1$.

Chọn đáp án B □

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải.

Tâm mặt cầu là trung điểm AB là $I(1;1;1)$, bán kính mặt cầu là R, ta có $R^2=IA^2=1+0+1=2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) là điểm nào sau đây?

A. $H(1;2;0)$. **B.** $F(0;2;0)$. **C.** $E(1;0;3)$. **D.** $K(0;2;3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(a,b,c)$ lên mặt phẳng (Oxz) là $M'(a,0,c)$.

Do đó, điểm cần tìm là $E(1;0;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 191. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Gọi (S) là mặt cầu chứa A có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-3)^2+y^2+z^2=49$. **B.** $(x+7)^2+y^2+z^2=49$.
C. $(x-7)^2+y^2+z^2=49$. **D.** $(x+5)^2+y^2+z^2=49$.

✍**Lời giải.**

Do tâm I thuộc tia Ox nên $I(a;0;0)$, với $a>0$. Khi đó

$$IA=R \Leftrightarrow (a-1)^2+2^2+(-3)^2=49 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=7 \\ a=-5 \quad \text{(loại)} \end{array}\right..$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(7;0;0)$ và $R=7$ là $(x-7)^2+y^2+z^2=49$.

Chọn đáp án C □

Câu 192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên trục Ox, suy ra $H(-2;0;0)$. Khi đó

$$d_{(A,Ox)}=AH=\sqrt{0^2+3^2+4^2}=5.$$

Chọn đáp án C □

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;4)$ và đi qua điểm $A(4;-2;2)$.

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(x-4)^2=9$. **B.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(x-4)^2=9$.
C. $(x-2)^2+(y+3)^2+(x-4)^2=3$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(x+4)^2=9$.

✍**Lời giải.**

Theo bài ra, ta có bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{(4-2)^2+(-2+3)^2+(2-4)^2}=3$.
Từ đó ta có phương trình mặt cầu tâm I bán kính $R=3$ là $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=9$.

Chọn đáp án A □

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(2;3;-5)$, $\vec{b}=(0;-3;4)$ và $\vec{c}=(1;-2;3)$. Hãy tính tọa độ của véc-tơ $\vec{n}=3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$.

A. $\vec{n}=(5;1;-10)$. **B.** $\vec{n}=(7;1;-4)$. **C.** $\vec{n}=(5;5;-10)$. **D.** $\vec{n}=(5;-5;-10)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}=3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}=3(2;3;-5)+2(0;-3;4)-(1;-2;3)=(5;5;-10)$.

Chọn đáp án C □

Câu 195. Cho tam giác ABC, biết $A(1;-2;4)$, $B(0;2;5)$, $C(5;6;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2;2;4)$. **B.** $G(4;2;2)$. **C.** $G(3;3;6)$. **D.** $G(6;3;3)$.

✍**Lời giải.**

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases}$. Vậy $G(2;2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 196. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-3)$, $B(3;-1;1)$. Gọi M là trung điểm của AB, đoạn OM có độ dài bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Ta có M là trung điểm AB nên $M(2;0;-1) \Rightarrow OM=\sqrt{4+0+1}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 197. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;3)$. Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\dfrac{\sqrt{29}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{78}}{2}$. **D.** 2.

✍Lời giải.

Diện tích tam giác OAB được xác định bởi công thức $S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|$.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;2;-1),\overrightarrow{OB}=(0;-2;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-3;-2)$.

Vậy $S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+(-3)^2+(-2)^2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ có bán kính bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 9.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+1^2+3}=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Côsin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

✍Lời giải.

Ta có $\cos\widehat{BAC}=\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|}$, với $\overrightarrow{AB}=(1;5;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(5;4;-1)$.

Do đó $\cos\left(\widehat{BAC}\right)=\frac{1\cdot5+5\cdot4+(-2)\cdot(-1)}{\sqrt{1^2+5^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{5^2+4^2+(-1)^2}}=\frac{27}{\sqrt{30}\cdot\sqrt{42}}=\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 200. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(3;1;-2)$, $C(1;5;4)$. Biết rằng tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{91}}{2}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{74}}{2}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

✍Lời giải.

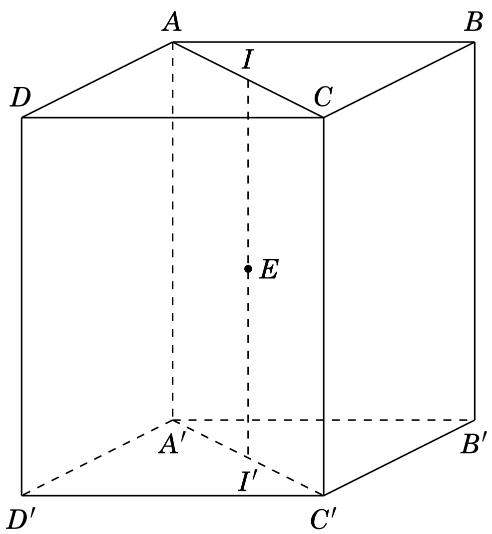
Gọi I là trung điểm của $AC\Rightarrow$ Tọa độ điểm $I(2;3;1)$

Gọi I' là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'\Rightarrow I'(a;0;0)$.

Ta có: $II'\perp(ABCD)\Rightarrow II'\perp AC\Rightarrow\overrightarrow{II'}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow(a-2)(-2)+(-3).4+(-1).6=0\Leftrightarrow a=-7\Rightarrow I'(-7;0;0)$.

Gọi E là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'\Rightarrow E$ là trung điểm của $AC\Rightarrow E\left(\frac{-5}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R=AI=\frac{7\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3;-2;1),N(1;0;-3)$. Gọi M',N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng Oxy. Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là

A. $M'N'=8$. **B.** $M'N'=4$. **C.** $M'N'=2\sqrt{6}$. **D.** $M'N'=2\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $M'(3;-2;0)$ và $N'(1;0;0)$ suy ra $\overrightarrow{M'N'}=(-2;2;0)\Rightarrow M'N'=2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 202. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a}=(2;-5;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(1;7;2)$. Tìm tọa độ $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{c}$.

A. $(0;-27;3)$. **B.** $(1;2;-7)$. **C.** $(0;27;3)$. **D.** $(0;27;-3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}=(2;-5;3), 4\vec{b}=(0;8;-4), 2\vec{c}=(2;14;4)$.

Suy ra $\vec{d}=(2-4\cdot 0-2\cdot 1;-5-4\cdot 2-2\cdot 7;3-4\cdot(-1)-2\cdot 2)=(0;-27;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 203. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(-1;1;0)$, $\vec{b}(1;1;0)$, $\vec{c}(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{a}|=\sqrt{2}$. **B.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}$. **D.** $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Lời giải.

Ta có:

- $|\vec{a}|=\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}=\sqrt{2}$.
- $|\vec{c}|=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.
- $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 0=0\Rightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$.
- $\vec{b}\cdot\vec{c}=1\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 1=2$.

Vậy $\vec{c}\perp\vec{b}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án D □

Câu 204. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(-1;-2;4), B(-4;-2;0)$ và $C(3;-2;1)$. Tính số đo của góc B.

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 120°.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(3;0;4)$ và $\overrightarrow{BC}=(7;0;1)$.

Suy ra $\cos B=\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\dfrac{3\cdot 7+0\cdot 0+4\cdot 1}{\sqrt{3^2+0^2+4^2}\cdot\sqrt{7^2+0^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Từ đó suy ra $B=45^\circ$.

Chọn đáp án A □

Câu 205. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

A. $M_3(3;0;0)$. **B.** $M_4(0;2;0)$. **C.** $M_1(0;0;-1)$. **D.** $M_2(3;2;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0;0;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 206. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;3)$, $N(2;-3;1)$, $P(3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

A. $Q(2;-6;4)$. **B.** $Q(4;-4;0)$. **C.** $Q(2;6;4)$. **D.** $Q(-4;-4;0)$.

Lời giải.

Giả sử $Q(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{PQ}=(x-3;y-1;z-2)$, $\overrightarrow{NM}=(-1;5;2)$.

$MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{MN}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3=-1\\y-1=5\\z-2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=6\\z=4\end{cases}$. Vậy $Q(2;6;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z+12=0$. Biết (S) có tâm $I(a;b;c)$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=6$. **D.** $T=-6$.

Lời giải.

- Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z+12=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=9$.
- Khi đó suy ra (S) có tâm $I(1;-2;4)\Rightarrow a=1, b=-2, c=4$.
- Vậy $T=a+b+c=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 208. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0$ có bán kính r là

A. $r=\sqrt{53}$. **B.** $r=4\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{10}$. **D.** $r=3\sqrt{7}$.

✍Lời giải.

Ta có $(S)\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=10$, do đó mặt cầu (S) có bán kính $r=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 209. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm

A. $N(-1;2;0)$. **B.** $M(0;2;0)$. **C.** $Q(0;0;1)$. **D.** $P(-1;0;1)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của $A(-1;2;1)$ lên trục Oy là $M(0;2;0)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

✍Lời giải.

Tọa độ tâm $I(-1;2;1)$.
Bán kính $R=2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 211. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}=(1;-2;3)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{b}$ biết rằng $\vec{b}$ ngược hướng với véc-tơ $\vec{a}$ và $\left|\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$.

A. $\vec{b}=(2;-2;3)$. **B.** $\vec{b}=(2;-4;6)$. **C.** $\vec{b}=(-2;4;-6)$. **D.** $\vec{b}=(-2;-2;3)$.

✍Lời giải.

Vì $\vec{b}$ ngược hướng với véc-tơ $\vec{a}$ và $\left|\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$ nên $\vec{b}=-2\vec{a}$. Suy ra $\vec{b}=(-2;4;-6)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3;0;0),B(0;0;3),C(0;-3;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y=z-3=0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

A. $M(3;3;-3)$. **B.** $M(-3;-3;3)$. **C.** $M(3;-3;3)$. **D.** $M(-3;3;3)$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x,y,z)$.

Ta có $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}|=\sqrt{(x+3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}\geqslant 0$.
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=-3,y=3,z=3$.
$\Rightarrow M(-3;3;3)$

Chọn đáp án (D) □

Câu 213. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\vec{x}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$. **D.** $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

✍Lời giải.

Đặt: $\vec{x}=m\cdot\vec{a}+n\cdot\vec{b}+p\cdot\vec{c},m,n,p\in\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}2m-n+4p=-3\\3m+5n-p=22\\m+2n+3p=5\end{cases}.$$

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases}m=2\\n=3\\p=-1\end{cases}$.

Vậy $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 214. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z=0$.

A. $I(-1;2;-1)$, $R=\sqrt{6}$. **B.** $I(-1;2;-1)$, $R=6$.
C. $I(1;-2;1)$, $R=\sqrt{6}$. **D.** $I(1;-2;1)$, $R=6$.

✍Lời giải.

Tọa độ tâm $I(-1;2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 215. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$ và $C(2;1;1)$. Tìm tọa độ điểm D.

A. $D(1;3;0)$. **B.** $D(-3;1;0)$. **C.** $D(3;-1;0)$. **D.** $D(3;1;0)$.

✍Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1),\overrightarrow{DC}=(2-x_D;1-y_D;1-z_D)$.

Suy ra $\begin{cases}-1=2-x_D\\0=1-y_D\\1=1-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=3\\y_D=1\\z_D=0.\end{cases}$ Vậy $D(3;1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(0;-2;1)$, $C(1;0;1)$. Gọi D là điểm sao cho C là trọng tâm tam giác ABD. Tính tổng các tọa độ của điểm D.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 7.

✍Lời giải.

Gọi $D(x;y;z)$. Vì C là trọng tâm tam giác ABD nên

$$\begin{cases}1=\dfrac{1+0+x}{3}\\0=\dfrac{2-2+y}{3}\\1=\dfrac{3+1+z}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\\z=-1\end{cases}\Rightarrow x+y+z=2+0-1=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 217. Cho hai điểm $A(0;2;1)$ và $B(2;-2;-3)$, phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=6$.

C. $(x-2)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=36$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

✍Lời giải.

Tâm của mặt cầu là trung điểm I của AB có tọa độ $I(1;0;-1)$.

Bán kính của mặt cầu $R=IA=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}=3$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án A □

Câu 218. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(2;1;1)$. Tính độ dài AB.

A. 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 6.

✍Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{(2-1)^2+(1+1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{6}$

Chọn đáp án B □

Câu 219. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $(S): x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5<m<1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>1$.

C. $m<-5$. **D.** $m>1$.

✍Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow(m+2)^2+(2m)^2+m^2-5m^2-9>0$

$\Leftrightarrow m^2+4m-5>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-5\end{array}\right.$.

Chọn đáp án B □

Câu 220. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(0;1;2)\Rightarrow IA=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.
Phương trình mặt cầu tâm $I(1;1;1)$ và có bán kính $R=IA=\sqrt{5}$ là

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình mặt cầu?

A. $2x^2+2y^2+2z^2+2x-4y+6z+5=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x+y-z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-3x+7y+5z-1=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+3x-4y+\sqrt{3}z+7=0$.

✍Lời giải.

Kiểm tra điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$ của từng phương trình ta thấy phương trình $x^2+y^2+z^2+3x-4y+\sqrt{3}z+7=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=\left(-\frac{3}{2}\right)^2+2^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-7=0$ nên không là phương trình mặt cầu.
Chọn đáp án (D) □

Câu 222. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-4z+5=0$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

A. $I(2;4;4)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-2)$ và $R=\sqrt{14}$.
C. $I(-1;2;2)$ và $R=2$. **D.** $I(1;-2;-2)$ và $R=2$.

✍Lời giải.

Ta có $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-4z+5=0\Rightarrow(S)\colon(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.
Khi đó (S) có tâm $I(-1;2;2)$ và bán kính $R=2$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 223. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon -x+2y-2z-2=0$?

A. $(x+1)^2+y^2+(z+3)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z+3)^2=9$.
C. $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=9$.

✍Lời giải.

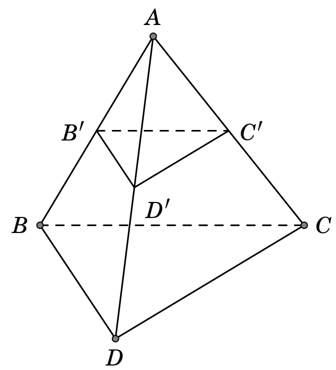
Ta có bán kính mặt cầu đã cho bằng $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|-1-6-2|}{\sqrt{1+4+4}}=3$.
Do đó mặt cầu đã cho có phương trình là $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=9$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 224. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ có tọa độ các điểm $A(1;2;1)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;-1;0)$, $D(-2;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=6$ và thể tích tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là

A. $y-z=0$. **B.** $x-z-2=0$. **C.** $y-z-2=0$. **D.** $x-z=0$.

✍Lời giải.

Theo công thức tỉ số thể tích và bất đẳng thức Cô-si ta có



$$V_{ABCD}=\frac{AB}{AB'}\cdot\frac{AC}{AC'}\cdot\frac{AD}{AD'}\cdot V_{AB'C'D'}\le\left(\frac{\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}}{3}\right)^3\cdot V_{AB'C'D'}.$$

$$\Leftrightarrow V_{ABCD}=\frac{AB}{AB'}\cdot\frac{AC}{AC'}\cdot\frac{AD}{AD'}\cdot V_{AB'C'D'}\le 8\cdot V_{AB'C'D'}.$$

Từ đó $V_{AB'C'D'}\ge\frac{1}{8}V_{ABCD}$, thể tích tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}=\frac{AD}{AD'}=2\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AC'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\\\overrightarrow{AD'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\end{cases}.\text{ Từ đó tìm được tọa độ }\begin{cases}B'=(1;1;1)\\C'=\left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)\\D'=\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right).\end{cases}$$

Dễ thấy phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là $y-z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 225. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-8=0$ có phương trình là

A. (S): $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.
B. (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.
C. (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
D. (S): $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

✍Lời giải.

Ta có $R=\mathrm{d}(I;(P))=\dfrac{|1-2\cdot2-2(-1)-8|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$.

Vậy (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án C □

Câu 226. Trong không gian $oxyz$ cho điểm $I(1;-2;3)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R=\mathrm{d}(I;(P))=3$.

Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Chọn đáp án A □

Câu 227. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(1;-1;2)$. Diện tích tam giác OAB bằng?

A. $\sqrt{11}$.
B. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.
D. $\sqrt{6}$.

✍Lời giải.

Ta có $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-1;-3;-1)\Rightarrow S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2}=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 228. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(4;-2;-4)$, $\vec{b}=(6;-3;2)$ Giá trị của biểu thức $\left|\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\right|$ bằng

A. -200.
B. $\sqrt{200}$.
C. 200^2.
D. 200.

✍Lời giải.

Ta có $2\vec{a}-3\vec{b}=(-10;5;-14)$; $\vec{a}+2\vec{b}=(16;-8;0)$.

Khi đó $\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)=-200$.

Vậy $\left|\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\right|=200$.

Chọn đáp án D □

Câu 229. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

A. $\dfrac{9}{\sqrt{35}}$.
B. $-\dfrac{9}{\sqrt{35}}$.
C. $-\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.
D. $\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;5;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(5;4;-1)$.

$\Rightarrow\cos\widehat{BAC}=\dfrac{|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}|}{AB\cdot AC}=\dfrac{27}{\sqrt{30}\cdot\sqrt{42}}=\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 230. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;1;1)$ và diện tích bằng 4π có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2 \Rightarrow R=1$, do đó mặt cầu có phương trình: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Chọn đáp án D □

2.1 ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. B	5. A	6. A	7. D	8. C	9. B	10. C
11. A	12. C	13. B	14. D	15. D	16. B	17. D	18. C	19. B	20. B
21. A	22. C	23. B	24. C	25. C	26. C	27. D	28. A	29. A	30. C
31. D	32. B	33. C	34. D	35. B	36. A	37. A	38. B	39. A	40. A
41. B	42. A	43. D	44. A	45. C	46. D	47. C	48. B	49. A	50. D
51. D	52. A	53. C	54. D	55. A	56. D	57. D	58. A	59. D	60. C
61. A	62. B	63. B	64. D	65. C	66. C	67. C	68. C	69. C	70. B
71. C	72. B	73. C	74. C	75. C	76. C	77. C	78. A	79. C	80. B
81. D	82. A	83. B	84. D	85. C	86. D	87. C	88. D	89. A	90. D
91. B	92. C	93. C	94. C	95. A	96. C	97. B	98. C	99. A	100.A
101.D	102.D	103.C	104.C	105.B	106.D	107.D	108.C	109.D	110.B
111.C	112.A	113.B	114.D	115.A	116.C	117.C	118.B	119.D	120.D
121.B	122.B	123.B	124.D	125.A	126.C	127.C	128.C	129.C	130.B
131.C	132.A	133.D	134.D	135.D	136.A	137.D	138.C	139.B	140.C
141.B	142.D	143.C	144.D	145.A	146.C	147.D	148.D	149.A	150.D
151.B	152.A	153.A	154.B	155.B	156.B	157.B	158.D	159.A	160.D
161.B	162.A	163.A	164.D	165.A	166.D	167.B	168.C	169.B	170.A
171.D	172.D	173.B	174.D	175.A	176.B	177.C	178.D	179.C	180.B
181.D	182.C	183.C	184.A	185.D	186.C	187.A	188.B	189.D	190.C
191.C	192.C	193.A	194.C	195.A	196.A	197.B	198.A	199.B	200.D
201.D	202.A	203.D	204.A	205.C	206.C	207.A	208.C	209.B	210.A
211.C	212.D	213.C	214.A	215.D	216.A	217.A	218.B	219.B	220.B
221.D	222.C	223.D	224.A	225.C	226.A	227.C	228.D	229.D	230.D

3 VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;-2), B(0;-1;3), C(m;n;8)$ (với m,n là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m,n để ba điểm A,B,C thẳng hàng.

A. $m=3, n=11$. **B.** $m=-1, n=-5$. **C.** $m=-1, n=5$. **D.** $m=1, n=5$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có toạ độ các đỉnh $A(1;1;1)$, $B(2;-1;3)$, $D(5;2;0)$, $A'(-1;3;1)$. Toạ độ đỉnh C' là

A. $(6;2;2)$. **B.** $(6;0;2)$. **C.** $(0;1;3)$. **D.** $(4;2;2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;2)$ và $B(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;0;49)$. **B.** $M(0;0;0)$. **C.** $M(0;0;67)$. **D.** $M(0;0;3)$.

Lời giải.

Gọi $M(0;0;z) \Longrightarrow \overrightarrow{MA}=(2;-3;2-z)$ và $\overrightarrow{MB}=(3;5;4-z)$.

$\Longrightarrow MA^2+MB^2=47+(2-z)^2+(4-z)^2=f(z)$

Khảo sát hàm $f(z)$, ta thấy hàm đạt giá trị nhỏ nhất tại $z=3 \Longrightarrow M(0;0;3)$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;3), B(0;0;-1), C(1;0;-1)$ và $D(0;1;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $AB\perp BC$. **B.** $AB\perp BD$. **C.** $AB\perp CD$. **D.** $AB\perp AC$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. **B.** $\vec{a}\perp\vec{b}$. **C.** $|\vec{a}|=\sqrt{2}$. **D.** $\vec{b}\perp\vec{c}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{j}$. Hãy xác định tọa độ của điểm M.

A. $M(0;2;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $M(2;0;1)$. **D.** $M(2;1;0)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\vec{b}\perp\vec{c}$. **B.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. **C.** $|\vec{a}|=\sqrt{2}$. **D.** $\vec{b}\perp\vec{a}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BM}$.

A. $M(-4;3;5)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};2\right)$. **C.** $M(1;3;4)$. **D.** $M(5;0;-1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5), B(5;-5;7)$ và điểm $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x,y thì A,B,M thẳng hàng?

A. $x=4, y=-7$. **B.** $x=4, y=7$. **C.** $x=-4, y=-7$. **D.** $x=-4, y=7$.

Câu 10. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$, sao cho bốn đỉnh A,B,D,A' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Tìm tọa độ điểm C'.

A. $C'=(1;1;1)$. **B.** $C'=(0;1;1)$. **C.** $C'=(1;1;0)$. **D.** $C'=(0;1;0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1), B(5;1;-2)$ và $C(a;5;1)$. Tìm $a>0$ biết $\cos\widehat{BAC}=\frac{12}{25}$.

A. $a=4$. **B.** $a=3$. **C.** $a=5$. **D.** $a=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;-1), B(3;2;-1)$ và $C(2;4;0)$. Tính số đo của góc $\widehat{BAC}$.

A. 60°. **B.** 150°. **C.** 120°. **D.** 30°.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a}(1;0;0)$, $\vec{b}(0;1;0)$, $\vec{c}(0;0;1)$. véc-tơ nào sau đây **không** vuông góc với véc-tơ $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$?

A. $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $2\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **C.** $\vec{a}+2\vec{b}$. **D.** $\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $(2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}).(\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c})=-4\neq 0$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;0;1)$, $\vec{v}=(0;1;-2)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v}=0$. **B.** $\vec{u}.\vec{v}=2$. **C.** $\vec{u}.\vec{v}=-2$. **D.** $\vec{u}.\vec{v}=(0;0;-2)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2), B(1;1;1), C(2;3;0)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S=\frac{3}{2}$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=3$.

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$ với $A(2;4;-4)$, $B(1;1;-3)$, $C(-2;0;5)$, $D(-1;3;4)$. Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng

A. $\sqrt{245}$ đvdt. **B.** $\sqrt{615}$ đvdt. **C.** $\sqrt{618}$ đvdt. **D.** $\sqrt{345}$ đvdt.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Bốn điểm A,B,C và D tạo thành một tứ diện.

B. Tam giác ABD là một tam giác đều.

C. $AB\perp CD$.

D. Tam giác BCD là tam giác vuông.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;1;-4)$, $B(1;-1;2)$. Tìm phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính.

A. (S): $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=14$. **B.** (S): $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=14$.

C. (S): $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=56$. **D.** (S): $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-6)^2=14$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-5;-2;7)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB?

A. $(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=38$. **B.** $(x+2)^2+y^2+(z-2)^2=\sqrt{38}$.
C. $(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=\sqrt{38}$. **D.** $(x+2)^2+y^2+(z-2)^2=38$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-4mx+4y+2z+12m=0$ là phương trình mặt cầu.

A. $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right)$.
C. $m\in\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-3)$ và đi qua điểm $M(2;2;-1)$.

A. $(S)\colon\ (x-1)^2+y^2+(z+3)^2=9$. **B.** $(S)\colon\ (x-1)^2+y^2+(z+3)^2=3$.
C. $(S)\colon\ (x+1)^2+y^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(S)\colon\ (x+1)^2+y^2+(z-3)^2=3$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx-4y+2z+m^2+3m=0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu.

A. $\forall m\in\mathbb{R}$. **B.** $m>\frac{5}{3}$. **C.** $m\neq\frac{5}{3}$. **D.** $m<\frac{5}{3}$.

✍Lời giải.

Điều kiện để phương trình trên là phương trình mặt cầu: $m^2+4+1-m^2-3m>0$

$\iff -3m+5>0\iff m<\frac{5}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+6x-4y+2z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(3;-2;1)$ và $R=16$. **B.** $I(-3;2;-1)$ và $R=16$.
C. $I(-3;2;-1)$ và $R=4$. **D.** $I(3;-2;1)$ và $R=4$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, nếu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+8y-2az+6a=0$ là phương trình của mặt cầu có đường kính bằng 12 thì giá trị của a là bao nhiêu?

A. $\left[\begin{array}{l}a=2\\a=-4\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}a=-2\\a=4\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}a=2\\a=-8\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}a=-2\\a=8\end{array}\right.$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

A. $\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{8}{3};3;-\frac{8}{3}\right)$. **C.** $\left(3;3;-\frac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(1;2;\frac{1}{3}\right)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}\Leftrightarrow\begin{cases}x_E-7=2(1-x_E)\\y_E-4=2(2-y_E)\\z_E+2=2(-3-z_E)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_E=3\\y_E=\frac{8}{3}\\z_E=-\frac{8}{3}\end{cases}$. Vậy $E\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;3)$, $B(2;-4;5)$, $C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

✍Lời giải.

Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $\begin{cases}1=\dfrac{1+2+a}{3}\\c=\dfrac{-3-4-2}{3}\\3=\dfrac{3+5+b}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=1\\c=-3.\end{cases}$

Vậy $a+b+c=-2$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;5), B(5;-5;7), M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

A. $x=4; y=7$. **B.** $x=-4; y=-7$. **C.** $x=4; y=-7$. **D.** $x=-4; y=7$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-4;2)$, $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+1;-4)$.

Ba điểm A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}^* : \overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3k \\ y+1=-4k \\ -4=2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-2 \\ x=-4 \\ y=7. \end{cases}$

Vậy với $x=-4; y=7$ thì ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(3;1;-2)$, $C(1;5;4)$. Biết rằng tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\dfrac{\sqrt{91}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình chữ nhật $ABCD, A'B'C'D'$ khi đó trung điểm I của OO' là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

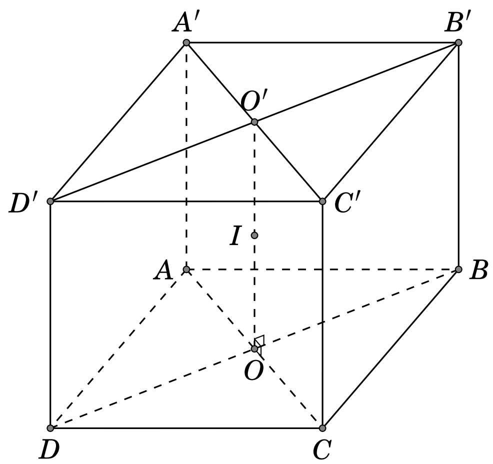
Ta có O là trung điểm AC và $O(2;3;1)$,

$\overrightarrow{AC}=(-2;4;6)$,

$O' \in Ox, \Rightarrow O'(a;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{OO'}=(a-2;-3;-1)$

$\overrightarrow{OO'}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \Rightarrow O'(-7;0;0)$,

Suy ra $I\left(-\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow IA=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án D □

Câu 29. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+9=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+4=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+4=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với trục Oy nên bán kính $R=\mathrm{d}(I,Oy)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên Oy suy ra $H(0;-2;0)$.

Do đó bán kính $R=\mathrm{d}(I,Oy)=IH=\sqrt{10}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$$

hay

$$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+4=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và (S) đi qua điểm $A(3;0;2)$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

✍Lời giải.

Ta có $IA=\sqrt{(3-1)^2+(0+2)^2+(2-3)^2}=3$.

Do $A\in(S)$ và I là tâm nên $R=IA=3$.

Mặt cầu (S) có $\begin{cases} \text{tâm } I(1;-2;3) \\ \text{bán kính } R=3 \end{cases}$ suy ra $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Chọn đáp án C □

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;4;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$.
B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$.
C. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12$.
D. $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12$.

✍**Lời giải.**

Trung điểm của AB là $I(0;3;2)$, mặt khác $R^2=IA^2=1+1+1=3$.
Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$.
Chọn đáp án A □

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;1;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB.

A. $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=3$.
B. $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=\sqrt{3}$.
C. $(x+2)^2+y^2+(z+3)^2=3$.
D. $(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, suy ra $I(2;0;3)$ và $\overrightarrow{AB}=(2;2;2)$ nên $AB=2\sqrt{3}$.
Phương trình mặt cầu (S), tâm I và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}$ là $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=3$.
Chọn đáp án A □

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{53}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

✍**Lời giải.**

(S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=10$. Vậy bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{10}$.
Chọn đáp án C □

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;0;-1)$ và $A(2;2;-3)$. Mặt cầu tâm I, đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$.
B. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.
C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$.
D. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

✍**Lời giải.**

Ta có $IA=\sqrt{(2-1)^2+2^2+(-3+1)^2}=9$. Vậy (S): $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.
Chọn đáp án D □

Câu 35. Trong không gian Oxy, cho $A(1;-1;2)$ và $B(-1;0;1)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(-2;-1;-1)$. **C.** $(-2;1;-1)$. **D.** $(0;-1;3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1-1;0-(-1);1-2)=(-2;1;-1)$.
Chọn đáp án C □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$ có tâm và bán kính là

A. $I(-2;1;-1)$, $R=9$. **B.** $I(2;-1;1)$, $R=3$. **C.** $I(-2;1;-1)$, $R=3$. **D.** $I(2;-1;1)$, $R=9$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$ có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2+3}=3$.
Chọn đáp án B □

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$, $B(-4;2;-9)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x+3)^2+y^2+(z+4)^2=5$.
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.
C. $(x+6)^2+y^2+(z+8)^2=25$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=5$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(-1;2;-5)$ là trung điểm của AB và bán kính $R=IA=\sqrt{9+0+16}=5$. Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là

$$(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25.$$

Chọn đáp án B □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-3;4;2)$, $B(-5;6;2)$ và $C(-10;17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB.

A. $(x+10)^2+(y-17)^2+(z-7)^2=8$. **B.** $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.
C. $(x-10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$. **D.** $(x+10)^2+(y+17)^2+(z+7)^2=8$.

✍Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{4+4+0}=2\sqrt{2}$. Phương trình mặt cầu tâm C, bán kính AB là

$$(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8.$$

Chọn đáp án B □

Câu 39. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu?

A. $(x-1)^2+(2y-1)^2+(z-1)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=6$.
C. $(2x-1)^2+(2y-1)^2+(2z+1)^2=6$. **D.** $(x+y)^2=2xy-z^2+3-6x$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là

$$(1)\quad (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2;$$
$$(2)\quad x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0,\ \text{với } a^2+b^2+c^2-d>0.$$

Từ đây, ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Chọn đáp án A □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $N(1;2;0)$. **B.** $M(0;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1;2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;0;-1)$ và $A(2;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.
C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm I có dạng $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=R^2$.
Vì mặ cầu (S) đi qua A nên $R^2=(2-1)^2+2^2+(-3+1)^2=9\Rightarrow R=3$.
Vậy phương trình cần tìm là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án C □

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(1;-2;3)$ và $R=5$. **B.** $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.
C. $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu tương đương với

$$x^2+y^2+z^2-2\cdot 1\cdot x-2\cdot(-2)\cdot y-2\cdot 3\cdot z+9=0.$$

Từ đó, suy ra tọa độ tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2-9}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a}=(2;m-1;3)$, $\vec{b}=(1;3;-2n)$. Tìm m; n để các véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng.

A. $m=7;n=-\dfrac{3}{4}$. **B.** $m=1;n=0$. **C.** $m=7;n=-\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=4;n=-3$.

✍Lời giải.

Để $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng khi và chỉ khi $\dfrac{2}{1}=\dfrac{m-1}{3}=\dfrac{3}{-2n}\Leftrightarrow\begin{cases}m-1=6\\-4n=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=7\\n=-\dfrac{3}{4}.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;1;2)$, $B(0;1;-1)$, $C(x+2;y;-2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $-\dfrac{8}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0-3)$, $\overrightarrow{AC}=(x+3;y-1;-4)$.

Các điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ có số thực t thỏa mãn $\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$. (1)

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=t \\ y-1=0 \\ -4=-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{5}{3} \\ y=1 \\ t=\dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=-\dfrac{2}{3}.$$

Vậy tổng $x+y=-\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;0;4)$ và $N(0;2;3)$. Mặt cầu tâm $A(2;-2;1)$, bán kính MN có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

✍**Lời giải.**

Ta có $MN=\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}=3$.

Mặt cầu tâm $A(2;-2;1)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

$$(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9.$$

Chọn đáp án B □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;4;-2)$. **B.** $M(-1;4;2)$. **C.** $M(1;-4;-2)$. **D.** $M(-1;-4;2)$.

✍**Lời giải.**

Vì M nằm trên đoạn BC và $MC=2MB$ nên $\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MB}$.

Gọi $M(a;b;c)$, khi đó $\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-a=-2(-a) \\ 6-b=-2(3-b) \\ 4-c=-2(1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=2. \end{cases}$

Vậy $M(-1;4;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.

C. $x^2+y^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=4$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;0;-2) \Rightarrow AB=2\sqrt{2}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;2;2)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$, $B(1;3;4)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+(y+2)^2+(z+3)^2=3$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\sqrt{3}$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z+3)^2=\sqrt{3}$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm I của AB là $I(0;2;3)$ và $IA=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC trọng tâm G. Biết $A(0;2;1)$, $B(1;-1;2)$, $G(1;1;1)$. Khi đó điểm C có tọa độ là

A. $(2;2;4)$. **B.** $(-2;0;2)$. **C.** $(-2;-3;-2)$. **D.** $(2;2;0)$.

✍**Lời giải.**

Giả sử tọa độ C là $C(a;b;c)$ khi đó $\begin{cases} \dfrac{0+1+a}{3}=1 \\ \dfrac{2-1+b}{3}=1 \\ \dfrac{1+2+c}{3}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=2 \\ c=0. \end{cases}$

Vậy điểm C có tọa độ là $(2;2;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;2)$, $B(-3;0;1)$, $C(8;2;-6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(2;-1;1)$. **B.** $G(2;1;1)$. **C.** $G(2;1;-1)$. **D.** $G(6;3;-3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2;1;-1).$$

Chọn đáp án C □

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;2)$, $R=\sqrt{34}$. **B.** $I(1;2;-2)$, $R=5$.

C. $I(-2;4;-4)$, $R=\sqrt{29}$. **D.** $I(1;-2;2)$, $R=6$.

✍**Lời giải.**

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=34$. Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $R=\sqrt{34}$.

Chọn đáp án A □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(-2;-3;1)$, $\vec{b}=(1;0;1)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $-\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$. **C.** $-\dfrac{3}{2\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{3}{2\sqrt{7}}$.

✍**Lời giải.**

Ta có

$$\cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \dfrac{-2+1}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2\sqrt{7}}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1)$, $B(-3;0;3)$, $C(2;4;-1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(6;-6;3)$. **B.** $D(6;6;3)$. **C.** $D(6;-6;-3)$. **D.** $D(6;6;-3)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $D(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;2)$, $\overrightarrow{DC}=(2-x;4-y;-1-z)$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=-4 \\ 4-y=-2 \\ -1-z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=6 \\ z=-3 \end{cases} \Rightarrow D(6;6;-3).$$

Chọn đáp án D □

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u}=\left(-\sqrt{3};0;1\right)$ là

A. 120°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 150°.

✍**Lời giải.**

$$\cos\left(\vec{i},\vec{u}\right)=\frac{\vec{i}\cdot\vec{u}}{\left|\vec{i}\right|\cdot\left|\vec{u}\right|}=\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left(\vec{i},\vec{u}\right)=150^\circ.$$

Chọn đáp án D □

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a), a\neq 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AC'.

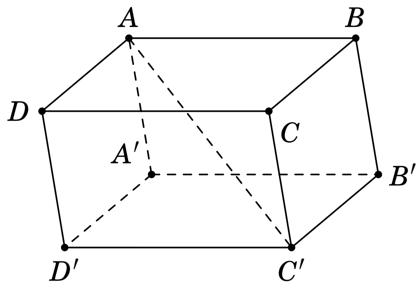
A. $|a|$. **B.** $2|a|$. **C.** $3|a|$. **D.** $\dfrac{3|a|}{2}$.

✍Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(a;0;0);\overrightarrow{AD}=(0;2a;0);\overrightarrow{AA'}=(0;0;2a)$.

$$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\Rightarrow\overrightarrow{AC'}=(a;2a;2a).$$

Suy ra $AC'=\sqrt{a^2+4a^2+4a^2}=3|a|$.



Chọn đáp án C □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. **B.** $M(4;5;-9)$. **C.** $M(\left(\dfrac{3}{2};-5;\dfrac{17}{2}\right)$. **D.** $M(1;-7;12)$.

✍Lời giải.

Vì M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$ nên ta có $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}$. Do đó, ta có

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+2x_B}{3}=\dfrac{7}{3}\\ y_M=\dfrac{y_A+2y_B}{3}=-\dfrac{5}{3}\\ z_M=\dfrac{z_A+2z_B}{3}=\dfrac{8}{3}.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và bán kính $R=9$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$. **B.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và bán kính $R=9$ nên (S) có phương trình

$$(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81.$$

Chọn đáp án A □

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai véc-tơ $\vec{a}=(m;2;3)$ và $\vec{b}=(1;n;2)$ cùng phương thì $m+n$ bằng

A. $\dfrac{11}{6}$. **B.** $\dfrac{13}{6}$. **C.** $\dfrac{17}{6}$. **D.** 2.

✍Lời giải.

Nhận thấy $\vec{b}\neq\vec{0}$. Để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương với nhau thì tồn tại một số thực k sao cho $\vec{a}=k\vec{b}$.

Điều này tương đương với: $\begin{cases} m=1\cdot k\\ 2=n\cdot k\\ 3=2\cdot k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} k=\dfrac{3}{2}\\ m=\dfrac{3}{2}\\ n=\dfrac{4}{3}.\end{cases}$

Suy ra $m+n=\frac{3}{2}+\frac{4}{3}=\frac{17}{6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 59. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho sáu điểm $A(1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(3;3;-3)$, A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$. Gọi $G'(a;b;c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Giá trị $3(a+b+c)$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** 11. **D.** -3.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(2;\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Ta có G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, $\overrightarrow{A'G'}+\overrightarrow{B'G'}+\overrightarrow{C'G'}=\vec{0}$.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}=\vec{0} &\Leftrightarrow \overrightarrow{A'G'}+\overrightarrow{B'G'}+\overrightarrow{C'G'}+3\overrightarrow{G'G}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{G'G}=\vec{0}\Leftrightarrow G\equiv G'.\end{aligned}$$

Vậy $G'\left(2;\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)\Rightarrow a=2, b=\frac{4}{3}, c=\frac{1}{3}\Rightarrow 3(a+b+c)=11$.

Chọn đáp án C □

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(0;2;-3)$. **B.** $M(0;2;0)$. **C.** $M(0;0;-3)$. **D.** $M(1;0;0)$.

✍Lời giải.

Do M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành nên $M(1;0;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là

A. $E(4;4;1)$. **B.** $E(0;2;-1)$. **C.** $E(1;1;2)$. **D.** $E(1;3;-1)$.

✍Lời giải.

Gọi tọa độ điểm E là $E(x;y;z)$. $ABCE$ là hình bình hành, ta có

$$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CE}\Leftrightarrow\begin{cases}2=x-2\\1=y-3\\1=z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=4\\z=1.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu đi qua gốc O có dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz=0$. $(*)$

Do mặt cầu đi qua các điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$ nên thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình $(*)$ ta có hệ

$\begin{cases}1-2a=0\\4+4c=0\\9-6b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\c=-1\\b=\frac{3}{2}\end{cases}$. Suy ra bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC=1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA+OB=OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.
Đặt $OA = a$; $OB = b$ với $a, b > 0$.
Từ giả thiết ta có $a + b = 1$.
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (OA, OB, OC đôi một vuông góc) là

$$\begin{aligned} R &= \frac{\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2+1}}{2} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2+(1-a)^2+1} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2-2a+2}. \end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned} & a^2-a+1 = \left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \quad & \sqrt{a^2-a+1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R \geq \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $B(2;2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0;-3;0)$. **B.** $M(0;-2;0)$. **C.** $M\left(0;\frac{3}{2};0\right)$. **D.** $M(0;-4;0)$.

Lời giải.
Do $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow A(1;1;-3)$ và M thuộc trục tung $\Rightarrow M(0;m;0)$.

Ta có: $MA^2 + MB^2 = 1+(m-1)^2+9+4+(2-m)^2+1 = 2m^2-6m+20 = 2\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{31}{2} \geq \frac{31}{2}$.

Dấu "=" xảy ra tại $m = \frac{3}{2}$.

Vậy $M\left(0;\frac{3}{2};0\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$ và $G(1;4;2)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C.

A. $C(0;0;9)$. **B.** $C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{8}{3}\right)$. **C.** $C(0;-9;0)$. **D.** $C(0;9;0)$.

Lời giải.
Do $G(1;4;2)$ là tọa độ trọng tâm tam giác ABC, ta có $\begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) = 0 \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) = 9 \\ z_C = 3z_G - (z_A + z_B) = 0. \end{cases}$

Vậy $C(0;9;0)$.
Chọn đáp án D □

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và diện tích của mặt cầu đó bằng 36π.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2 = 9$.

Lời giải.
Ta có diện tích của mặt cầu là $S = 36\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.
Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ bán kính $R = 3$ là

$$(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2 = 9.$$

Chọn đáp án D □

Câu 67. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;8;-5)$. **B.** $D(-4;8;-3)$. **C.** $D(-2;8;-3)$. **D.** $D(-2;2;5)$.

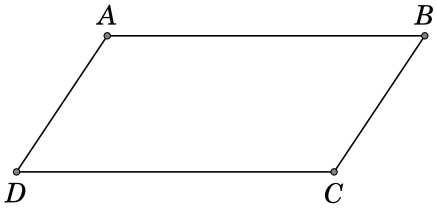
✍Lời giải.

Gọi $D(x_D;y_D;z_D)$.

Ta có $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (1),

trong đó $\overrightarrow{AB}=(1;-3;4)$,

$\overrightarrow{DC}=(-3-x_D;5-y_D;1-z_D)$.



Do đó từ (1) có $\begin{cases}-3-x_D=1\\5-y_D=-3\\1-z_D=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-4\\y_D=8\\z_D=-3.\end{cases}$

Vậy $D(-4;8;-3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

✍Lời giải.

Do $A,B\in Ox$ nên $A(a,0,0)$ và $B(b,0,0)$, $a<b$.

Theo giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}AB=2\sqrt{3}\\IA=IB\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(b-a)^2=12\\(a-1)^2=(b-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(b-a)^2=12\\\left[\begin{array}{l}a=b\quad\text{(loại)}\\a=2-b\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2-b\\(1-b)^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=1-\sqrt{3}\\b=1+\sqrt{3}\end{cases}\\\begin{cases}a=1+\sqrt{3}\\b=1-\sqrt{3}\end{cases}\end{array}\right..$$

Suy ra $A\left(1-\sqrt{3};0;0\right)$ và $B\left(1+\sqrt{3};0;0\right)$.

Bán kính mặt cầu $IA=\sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2+(-2)^2+3^2}=4$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$.

Chọn đáp án A □

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(1;-2;2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=6$. **B.** $x^2+y^2+(z-2)^2=9$.

C. $x^2+y^2+(z+1)^2=6$. **D.** $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=24$.

✍Lời giải.

$I(0;0;1)$ là trung điểm AB cũng là tâm của mặt cầu.

$AB=\sqrt{2^2+(-4)^2+2^2}=\sqrt{24}\Rightarrow R=\dfrac{\sqrt{24}}{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Chọn đáp án A □

Câu 70. Cho $\vec{u}=(-1;1;0)$, $\vec{v}=(0;-1;0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. $120°$. **B.** $45°$. **C.** $135°$. **D.** $60°$.

✍Lời giải.

Ta có $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $(\vec{u},\vec{v})=135°$.

Chọn đáp án C □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;1;-3)$ và $C(1;-1;0)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(0;2;-1)$. **B.** $D(-2;-2;5)$. **C.** $D(-2;2;6)$. **D.** $D(2;2;-5)$.

✍Lời giải.

Gọi $D(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;-5)$ và $\overrightarrow{DC}=(1-x;-1-y;-z)$.

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\\z=5.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(1;2;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=16$.
B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$.
D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm $I(1;2;1)$ là trung điểm AB và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=4$, nên có phương trình là

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16.$$

Chọn đáp án B □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$ và $D(1;-1;1)$, tọa độ điểm C là

A. $(2;0;2)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $(2;-2;2)$. **D.** $(0;-2;0)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $C(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{BC}=(x-2;y-1;z-2)$ và $\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)$.
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=0\\y-1=-1\\z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\\z=2.\end{cases}$$

Vậy $C(2;0;2)$.
Chọn đáp án A □

Câu 74. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$.
B. $x^2+z^2+3x-2y+4z-1=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+2xy-4y+4z-1=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+8=0$.

✍**Lời giải.**

Một mặt cầu luôn có phương trình đưa được về dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$. Ngược lại, phương trình có dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi $a^2+b^2+c^2-d>0$.
Phương trình $x^2+z^2+3x-2y+4z-1=0$ và $x^2+y^2+z^2+2xy-4y+4z-1=0$ không thể là phương trình của một mặt cầu vì nó không đưa được về dạng như trên.
Phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+8=0$ có dạng như trên nhưng lại có $a^2+b^2+c^2-d=-3<0$ nên cũng không thể là phương trình của một mặt cầu.
Phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=6>0$ nên nó là phương trình của một mặt cầu.
Chọn đáp án A □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4;-2;1)$ và véc-tơ $\vec{v}=(1;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Ox và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

A. $A'(5;1;1)$. **B.** $A'(5;3;-1)$. **C.** $A'(5;-1;-3)$. **D.** $A'(5;3;-3)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm cần tìm, P là điểm đối xứng với A qua trục Ox. Khi đó $P(4;2;-1)$ và

$$\overrightarrow{PA'}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}a-4=1\\b-2=1\\c+1=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=3\\c=-3.\end{cases}$$

Vậy A’(5;3;-3) là điểm cần tìm.
Chọn đáp án D □

Câu 76. Điều kiện cần và đủ để phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+m^2-9m+4=0$ là phương trình mặt cầu là

A. $-1\le m\le 10$.
B. $m<-1$ hoặc $m>10$.
C. $m>0$.
D. $-1<m<10$.

✍**Lời giải.**

Ta có $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+m^2-9m+4=0$ là phương trình mặt cầu

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow (-1)^2+(-2)^2+3^2-\left(m^2-9m+4\right)>0\\&\Leftrightarrow -m^2+9m+10>0\\&\Leftrightarrow -1<m<10.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$.

✍Lời giải.

Ta có $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow 36\pi=\dfrac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R=3$.

Do đó phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$.

Chọn đáp án D □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Thể tích của (S) bằng

A. 12π. **B.** 9π. **C.** 36π. **D.** 36.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính bằng $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2-5}=3$ nên có thể tích bằng

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi.$$

Chọn đáp án C □

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{10}$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=10$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{10}$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

✍Lời giải.

Oy qua $O(0;0;0)$ có vector chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$. Khi đó ta có

$$\mathrm{d}(I,Oy)=\frac{\left|\vec{j}\wedge\overrightarrow{IO}\right|}{\left|\vec{j}\right|}=\frac{\left|\vec{k}\right|}{1}=\sqrt{10}.$$

Với $\vec{k}=(-3;0;1)$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

$$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10.$$

Chọn đáp án D □

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$, $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ M là

A. $(0;1;-4)$. **B.** $(0;1;4)$. **C.** $(0;-1;4)$. **D.** $(0;-1;-4)$.

✍Lời giải.

Ta có $M\in(Oyz)\Rightarrow M(0;a;b)$. Khi đó ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{MA}=(2;-3-a;7-b)\\\overrightarrow{MB}=(0;4-a;1-b)\\\overrightarrow{MC}=(3;-a;5-b)\\\overrightarrow{MD}=(3;3-a;3-b)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=(8;4-4a;16-4b).$$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right| = \sqrt{64+(4-4a)^2+(16-4b)^2} \ge 8$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4. \end{cases}$

Vậy $M(0;1;4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 81. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2-8x+2=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+8x+2=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-4x+2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-8x-2=0$.

✍Lời giải.

Tâm $I \in Ox$ nên $I(x;0;0)$. Vì mặt cầu (S) đi qua A, B nên $IA = IB$ (vì cùng bằng bán kính).
Suy ra $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+1+4 = (x-3)^2+4+9 \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow I(4;0;0)$.
Khi đó mặt cầu (S) có bán kính là $R = IA = \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$.
Do đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-4)^2+y^2+z^2 = 14 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-8x+2=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;1;-2)$ và $\vec{v} = (1;0;m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc $45°$. Số phần tử của S là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

✍Lời giải.

Ta có $\cos 45° = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3+3m^2} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le \dfrac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2-\sqrt{6}$.

Vậy $S = \{2-\sqrt{6}\}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 83. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y+6z-7=0$.

A. $I(1;-1;-3)$, $R = 3\sqrt{2}$. **B.** $I(1;-1;3)$, $R = 3\sqrt{2}$.
C. $I(1;-1;-3)$, $R = 18$. **D.** $I(-1;1;-3)$, $R = 3$.

✍Lời giải.

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+2y+6z-7=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+(z+3)^2 = 18$.
Vậy mặt cầu có tâm $I(1;-1;-3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(x;y;-3)$; $B(6;-2;4)$; $C(-3;7;-5)$. Giá trị x; y để A, B, C thẳng hàng là

A. $x=1; y=-5$. **B.** $x=-1; y=-5$. **C.** $x=-1; y=5$. **D.** $x=1; y=5$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6-x;-2-y;7)$ và $\overrightarrow{BC} = (-9;9;-9)$.

Để A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \dfrac{6-x}{-9} = \dfrac{-2-y}{9} = \dfrac{7}{-9} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=5. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;-2;2)$ và $B(1;2;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB?

A. $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2 = 14$. **B.** $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2 = 2\sqrt{14}$.
C. $(x-7)^2+(y+2)^2+(z-2)^2 = 14$. **D.** $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2 = 56$.

✍Lời giải.

+ Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm AB suy ra $I(4;0;3)$.
+ Bán kính $R = IA = \sqrt{(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2+(x_A-z_I)^2} = \sqrt{14}$.
+ Vậy (S): $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2 = 14$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0)$, $B(0;0;4)$. Chu vi tam giác OAB bằng

A. 14. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 12.

✍Lời giải.

Ta có $OA = \sqrt{3^2} = 3$, $OB = \sqrt{4^2} = 4$ và $AB = \sqrt{(0-3)^2+(0-0)^2+(4-0)^2} = \sqrt{25} = 5$.
Vậy chu vi tam giác OAB bằng $OA+OB+AB = 3+4+5 = 12$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2+4mx+2my-2mz+9m^2-28=0$ là phương trình của mặt cầu?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+4mx+2my-2mz+9m^2-28=0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi

$$(-2m)^2+(-m)^2+m^2-(9m^2-28)>0 \Leftrightarrow m^2<\frac{28}{3} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{28}{3}}<m<\sqrt{\frac{28}{3}}.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{10}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=10$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Lời giải.

Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên Oy, ta có: $M(0;-2;0)$.

$\overrightarrow{IM}=(-1;0;-3)\Rightarrow R=\mathrm{d}(I,Oy)=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 89. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;2019;-1)$, $N(2;1;1)$ và $P(0;1;2)$. Gọi H là trực tâm tam giác MNP. Giá trị $x+y+z$ là

A. 4. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 3.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{NM}=(-1;2018;-2)\\ \overrightarrow{NP}=(-2;0;1).\end{cases}$

Ta thấy $\overrightarrow{NM}\cdot\overrightarrow{NP}=0\Rightarrow NM\perp NP\Rightarrow H\equiv N\Rightarrow x+y+z=4$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 90. Phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(-1;2;5)$, $B(3;-2;1)$ là

A. $(x+1)^2+y^2+(z+3)^2=12$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z+3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=12$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=48$.

Lời giải.

Ta có, mặt cầu tâm $I(1;0;3)$, bán kính $R=\sqrt{\frac{1}{4}AB^2}=2\sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-0)^2+(z-3)^2=12\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=12$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Điểm nào sau đây là trung điểm của đoạn thẳng MN?

A. $I(1;-1;3)$. **B.** $J(0;2;2)$. **C.** $G(2;-2;6)$. **D.** $H(1;0;3)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{x_M+x_N}{2}=1$, $\frac{y_M+y_N}{2}=-1$, $\frac{z_M+z_N}{2}=3$ nên điểm $I(1;-1;3)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Chọn đáp án (A) □

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(1;-1;3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=8$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=8$.

Lời giải.

Mặt cầu có đường kính AB thì có tâm là trung điểm $I(1;0;2)$ của đoạn thẳng AB và bán kính

$$R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(0-0)^2+(-1-1)^2+(3-1)^2}}{2}=\sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 93. Cho 2 véc-tơ $\vec{a}=(1;-2;3)$, $\vec{b}=(-2;1;2)$. Khi đó tích vô hướng $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{b}$ bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 10.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;-1;5)$.

Suy ra $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{b}=-1\cdot(-2)-1\cdot1+5\cdot2=11$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$, $B(1;2;2)$. Phương trình mặt cầu tâm A, bán kính AB là

A. $(x-1)^2(y+2)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2(y-2)^2+(z-2)^2=25$.

C. $(x-1)^2(y+2)^2+(z+1)^2=25$. **D.** $(x-1)^2(y-2)^2+(z-2)^2=5$.

✍Lời giải.

Ta có bán kính mặt cầu $R=AB=\sqrt{0^2+4^2+3^2}=5$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=25$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1;2;-3)$ trên trục Oy. Suy ra $H(0;2;0)$ và $IH=\sqrt{10}$.

Vậy bán kính mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ trên trục Oy là $IH=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 96. Bán kính của mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$ là

A. $R=4$. **B.** $R=5$. **C.** $R=3$. **D.** $R=2$.

✍Lời giải.

Ta có $a=2$, $b=-3$, $c=1$, $d=5$ nên $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;-1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm

A. $I(2;0;-2)$. **B.** $I(1;-2;1)$. **C.** $I(1;0;-2)$. **D.** $I(4;0;-4)$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB thỏa $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=2\\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=0\\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=-2\end{cases}\Rightarrow I(2;0;-2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với trọng tâm G. Biết $A(1;-1;-2)$, $B(2;1;-3)$, $G(1;-2;-3)$. Khi đó, tọa độ điểm C là

A. $\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$. **B.** $(0;-6;-4)$. **C.** $(4;-2;-8)$. **D.** $(-1;-4;-1)$.

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;1)$, $B(2;1;-1)$, $C(0;4;6)$. Điểm M di động trên trục hoành Ox. Tọa độ điểm M để $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $M(1;2;2)$. **B.** $M(1;0;0)$. **C.** $M(0;1;0)$. **D.** $M(-1;0;0)$.

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(1;2;1)$,$Q(1;2;5)$. Tìm toạ độ điểm M để biểu thức MP^2+MQ^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;-2;-3)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $M\left(1;\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $M(1;3;2)$.

Câu 101. Trong không gian$Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'(0;0;2)$, $B(2;0;0)$, $D(0;-2;0)$. Gọi I là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm tọa độ điểm I biết OI lớn nhất.

A. $I\left(\frac{4}{3};-\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$. **B.** $I(1;-1;1)$. **C.** $I\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$. **D.** $I\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-2;-3), B(-4;-4;1), C(2;-3;3)$. Tìm tọa độ của điểm M trong mặt phẳng Oxz sao cho $MA^2+MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(0;0;3)$. **B.** $(0;0;2)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Xét $M(a;0,b)\in(Oxz)$, khi đó

$MA^2=a^2+4+(b+3)^2$, $MB^2=(a+4)^2+16+(b-1)^2$, $MC^2=(a-2)^2+9+(b-3)^2$.

Do đó

$$\begin{aligned}MA^2+MB^2+2MC^2&=4a^2+4b^2-8b+68\\&=4a^2+4(b-1)^2+64\\&\geq 64.\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=0$ và $b=1$. Vậy tọa độ điểm M là $M(0;0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.

A. $(-3;3;1)$. **B.** $(-3;-3;3)$. **C.** $(-3;-3;-3)$. **D.** $(-3;3;3)$.

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;-1), B(1;0;-1), C(0;1;0)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $AM^2-5BM^2+2CM^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính độ dài đoạn thẳng OM.

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{29}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{26}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Gợi ý. Chọn điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM}-5\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}=\vec{0}$.

Chọn đáp án B □

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{29}$.

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;2;-4)$, $C(0;1;1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. ΔABC là tam giác tù. **B.** ΔABC là tam giác đều.
C. ΔABC là tam giác cân. **D.** ΔABC là tam giác vuông.

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(m;-3;17)$, $B(2;0;-1)$, $C(-1;4;0)$. Tìm m để ba điểm A,B,C tạo thành một tam giác vuông tại C.

A. $m=-\frac{14}{3}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-\frac{11}{3}$. **D.** $m=1$.

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(x;0;1), \vec{v}=\left(\sqrt{2};-\sqrt{2};0\right)$. Tìm x để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $60°$?

A. $x=-1$. **B.** $x=\pm1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;2;6)$, $A(4;0;0)$, $B(4;4;0)$, $C(0;4;0)$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. 48. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 110 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3).

Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;1;-1)$, $B(1;0;2)$, $C(5;0;0)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\sqrt{21}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\sqrt{42}$. **D.** $2\sqrt{21}$.

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$, $B(0;-1;-1)$, $C(-1;-2;0)$, $D'(3;-2;1)$. Tính thể tích khối hộp.

A. 24. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 18.

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nằm trong mặt phẳng (Oxy), $AC\cap DB=O$ (O là gốc tọa độ) và $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $S(0;0;9)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. 3 (đvtt). **B.** $3\sqrt{2}$ (đvtt). **C.** 4 (đvtt). **D.** 9 (đvtt).

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5)$,$B(-1;5;5)$. Tìm điểm C thuộc trục Oz sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.

A. $C(0;0;6)$. **B.** $C(0;0;5)$. **C.** $C(0;0;4)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.

A. $m=-7$. **B.** $m=-14$. **C.** $m=14$. **D.** $m=7$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;3;-4)$, $B(1;3;4)$. Tìm tọa độ điểm $C\in(Oxy)$ sao cho tam giác ABC cân tại C và có diện tích bằng $8\sqrt{5}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $C(3;7;0)$ hoặc $C(3;1;0)$. **B.** $C(-3;-7;0)$ hoặc $C(3;-1;0)$.
C. $C(3;7;0)$ hoặc $C(3;-1;0)$. **D.** $C(-3;-7;0)$ hoặc $C(-3;-1;0)$.

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;-2)$, $B(2;1;3)$, $C(m;n;8)$. Tìm tất cả các giá trị của m,n để ba điểm A,B,C thẳng hàng.

A. $m=3,n=-1$. **B.** $m=3,n=1$. **C.** $m=-3,n=-1$. **D.** $m=-3,n=1$.

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0)$, $B(6;b;0)$ (với $b>0$) và $AB=2\sqrt{10}$. Điểm C thuộc tia Oz sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 8, tọa độ điểm C là

A. $(0;1;2)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;0;3)$.

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, các đỉnh $B(m;0;0)$, $D(0;m;0)$, $A'(0;0;n)$, với m, $n>0$ và $m+n=4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC', khi đó thể tích tứ diện $BDA'M$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{75}{32}$. **B.** $\dfrac{64}{27}$. **C.** $\dfrac{245}{108}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3;-1;-2)$, $B(1;1;2)$ và có tâm thuộc trục Oz.

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=10$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2z-10=0$.
C. $x^2+y^2+(z-1)^2=12$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2z-10=0$.

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$ và $C(0;12;4)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $x^2+y^2+z^2-8y-2z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4y-6z-64=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-12y-2z-8=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-14y-10z+48=0$.

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ với $A(2;1;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;1)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2+4x+2y=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x+2z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-4x-2y=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4x-2z=0$.

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{b}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{c}{2}\right)^2=a^2+b^2+c^2$. **B.** $\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{b}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{c}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}$.
C. $\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{b}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{c}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{4}$. **D.** $\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{b}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{c}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{4}$.

Câu 123. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$.

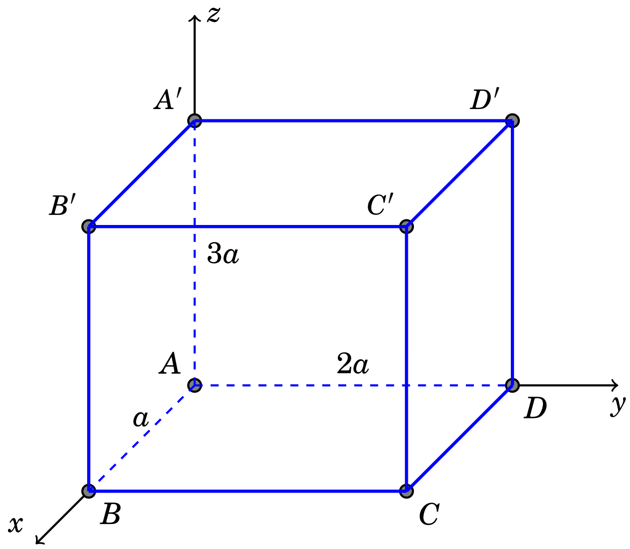
A. $R=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

✍**Lời giải.**

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ thỏa đề bài, có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;3a)$. Suy ra tọa độ $C(a;2a;0)$, $B'(a;0;3a)$, $D'(0;2a;3a)$.
Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ có dạng: $x^2+y^2+z^2-2mx-2ny-2kz=0$.

Ta có: $\begin{cases} -2m-4n=-5a \\ -2m-6k=-10a \\ -4n-6k=-13a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\dfrac{1}{2}a \\ n=a \\ k=\dfrac{3}{2}a \end{cases}$

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{m^2+n^2+k^2}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 124. Trong không gian $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu đi qua $O(0;0;0)$, $A(-1;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-1)$.

A. $R=3$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=1$. **D.** $R=\sqrt{3}$.

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a để $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4az+9a=0$ là phương trình mặt cầu có chu vi đường tròn lớn bằng $2\sqrt{3}\pi$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=3$.

Câu 127. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;3)$, $B(6;-5;8)$ và $\overrightarrow{OM}=a\vec{i}+b\vec{k}$ trong đó a,b là các số thực luôn thay đổi. Nếu $\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $a-b$ bằng

A. -25. **B.** -13. **C.** 0. **D.** 26.

✍**Lời giải.**

$M(a;0;b)\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA}=(-a-1;2;-b+3) \\ \overrightarrow{MB}=(-a+6;-5;-b+8) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=(a-13;12;b-13)$.

$\Rightarrow P=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|=\sqrt{(a-13)^2+12^2+(b-13)^2}$.

$P_{min}\Leftrightarrow a=b=13\Rightarrow a-b=0$.

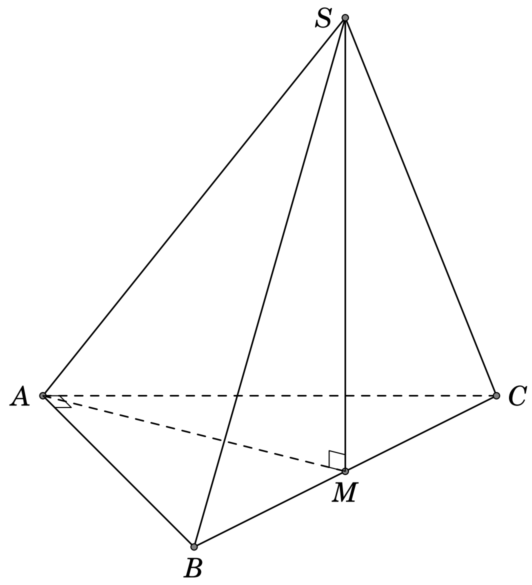
Chọn đáp án (C) □

Câu 128. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a$, $BC=a\sqrt{2}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 30°.

✍**Lời giải.**

Do giả thiết ta có $BC^2 = 2a^2$ suy ra $BC^2 = AB^2 + AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A.
Gọi M là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC). Do $SA = SB = SC$ suy ra $MA = MB = MC$ nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Vì tam giác ABC vuông tại A nên M là trung điểm của BC và $AM = \dfrac{BC}{2} \Leftrightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Do $SM \perp (ABC)$ suy ra $SM \perp AM$. Khi đó trong tam giác SAM ta có



$$\begin{aligned} SM^2 = SA^2 - AM^2 &\Leftrightarrow SM^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow SM^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} \\ &\Leftrightarrow SM^2 = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm $M(0;0;0)$; $C\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$; $B\left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$; $A\left(0;-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$ và $S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} = \left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$ và $\overrightarrow{SC} = \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0;-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)$.
Gọi α là góc giữa AB và SC ta có

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{SC}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{SC}\right|} \\ &= \frac{\left|\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)\right|}{\sqrt{\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vì $0^\circ \le \alpha \le 90^\circ$ nên $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$ suy ra $\alpha = 60^\circ$.

Chọn đáp án B □

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{2};-1\right)$. **C.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};2\right)$.

✍Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $\begin{cases} 3(-x)+2(-1-x)-(1-x)=0 \\ 3(-y)+2(1-y)-(-y)=0 \\ 3(-1-z)+2(-z)-(1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{4} \\ y = \dfrac{1}{2} \\ z = -1. \end{cases}$

Như vậy $I\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Ta có

$$\begin{aligned}3MA^2+2MB^2-MC^2 &= 3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2\\ &= 4\overrightarrow{MI}^2+3\overrightarrow{IA}^2+2\overrightarrow{IB}^2-\overrightarrow{IC}^2+3\overrightarrow{MI}\cdot\left(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IA}\right)\\ &= 4MI^2+3IA^2+2IB^2-IC^2\\ &\geq 3IA^2+2IB^2-IC^2.\end{aligned}$$

Do đó $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M\equiv I\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 130. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{3}{2};-1\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(x;y;z)$, theo bài ra ta có

$$\begin{aligned}&3MA^2+2MB^2-MC^2\\ =\ &3\left[x^2+y^2+(z+1)^2\right]+2\left[(x+1)^2+(y-1)^2+z^2\right]-\left[(x-1)^2+y^2+(z-1)^2\right]\\ =\ &4x^2+4y^2+4z^2+6x-4y+8z+6\\ =\ &\left(2x+\frac{3}{2}\right)^2+(2y-1)^2+(2z+2)^2-\frac{9}{4}\\ \geq\ &-\frac{9}{4}.\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{1}{2}$, $z=-1\Rightarrow M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Vậy $\max\left(3MA^2+2MB^2-MC^2\right)=-\frac{9}{4}$ khi $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 131. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(-3;-2;1)$. Gọi $(\mathscr{S})$ là mặt cầu có tâm I thuộc mặt phẳng (Oxy), bán kính bằng $\sqrt{11}$ và đi qua hai điểm A, B. Biết I có tung độ âm, phương trình của $(\mathscr{S})$ là

A. $x^2+y^2+z^2+6y-2=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4y-7=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4y+7=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+6y+2=0$.

✍**Lời giải.**

Do mặt cầu $(\mathscr{S})$ đi qua A, B nên tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng trung trực của AB.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của AB, ta có (Q) nhận $\overrightarrow{AB}(-4;-2;2)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $M(-1;-1;0)$ của AB.

Phương trình của (Q) là $-4(x+1)-2(y+1)+2(z-0)=0\Leftrightarrow 2x+y-z+3=0$.

Theo giả thiết $I\in(Oxy)\Rightarrow I$ thuộc giao tuyến Δ của (Q) và (Oxy).

Đặt $\vec{n}=(2;1;-1)$, $\vec{k}=(0;0;1)$, ta có Δ nhận $\vec{u}=\left[\vec{n};\vec{k}\right]=(1;-2;0)$ là véc-tơ chỉ phương và đi qua $N(0;-3;0)$.

Phương trình của Δ là

$$\begin{cases}x=t\\ y=-3-2t\\ z=0\end{cases},(t\in\mathbb{R})\Rightarrow I(t;-3-2t;0),(y_I=-3-2t<0).$$

Ta có bán kính

$$\begin{aligned}R=IA=\sqrt{11}&\Leftrightarrow (t-1)^2+(2t+3)^2+1=11\\ &\Leftrightarrow 5t^2+10t=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=0\,(\text{thỏa mãn})\\ t=-2\,(\text{loại}).\end{array}\right.\end{aligned}$$

Với $t=0 \Rightarrow I(0;-3;0) \Rightarrow (\mathscr{S}): x^2+y^2+z^2+6y-2=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 132. Cho tứ diện $OABC$ có $OA=OB=OC=a$; OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi I là trung điểm BC. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và OI.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

✍Lời giải.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nên ta chọn gốc tọa độ tại O. Các điểm A, B, C nằm trên các tia Ox, Oy, Oz.

Khi đó ta có $O(0;0;0)$, $A(a;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C(0;0;a)$.

I là trung điểm của BC nên $I\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{OI}=\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB}=(-a;a;0)$.

Do đó $\cos(AB;OI)=\dfrac{\left|\overrightarrow{OI}\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{OI}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\dfrac{\frac{1}{2}a^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}a\cdot\sqrt{2}a}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow (AB;OI)=60^\circ$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 133. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;0)$, $B(3;2;-1)$, $C(-1;-4;4)$. Tìm tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2+MB^2+MC^2=52$.

A. Mặt cầu tâm $I(-1;0;-1)$, bán kính $r=2$. **B.** Mặt cầu tâm $I(-1;0;-1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$.

C. Mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$. **D.** Mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=2$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$. Khi đó

$$\begin{aligned}&MA^2+MB^2+MC^2=3x^2+3y^2+3z^2-6x-6z+52=52\\ \Leftrightarrow\ &(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=2.\end{aligned}$$

Vậy M thuộc mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 134. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian không trùng với các điểm A,B,C thỏa mãn $\widehat{AMB}=\widehat{BMC}=\widehat{CMA}=90^\circ$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

✍Lời giải.

Giả sử $M(x;y;z)$. Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM}&=(x-2;y;z)\\ \overrightarrow{BM}&=(x;y-2;z)\\ \overrightarrow{CM}&=(x;y;z-2).\end{aligned}$$

Từ giả thiết, ta có:

$$\begin{aligned}\widehat{AMB}=\widehat{BMC}=\widehat{CMA}=90^\circ\quad&\Leftrightarrow\quad \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AM}=0\\ &\Leftrightarrow\quad\begin{cases}(x-2)x+y(y-2)+z^2=0\\ x^2+(y-2)y+z(z-2)=0\\ (x-2)x+y^2+(z-2)z=0\end{cases}\\ &\Leftrightarrow\quad\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y=0 & (1)\\ x^2+y^2+z^2-2y-2z=0 & (2)\\ x^2+y^2+z^2-2x-2z=0. & (3)\end{cases}\end{aligned}$$

Trừ phương trình (1) cho phương trình (2) theo vế, ta được $x=z$.

Trừ phương trình (1) cho phương trình (3) theo vế, ta được $y=z$.

Thay $x=y=z$ vào (1), ta được $3z^2-4z=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\ z=\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} x=y=z=0 \\ x=y=z=\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$.

Vậy có 2 điểm thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 135. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(0;1;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $MA^2=MB^2+MC^2$ là mặt cầu có bán kính

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2=MB^2+MC^2 &\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+z^2=x^2+(y-2)^2+z^2+x^2+y^2+(z-3)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+12=0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $MA^2=MB^2+MC^2$ là mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 136. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(3;1;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxz) cách đều 3 điểm A, B, C. Giá trị $3(a+b+c)$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải.

Do $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxz) nên $b=0 \Rightarrow M(a;0;c)$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA=MB=MC &\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2+1+(c-1)^2=(a+1)^2+1+c^2 \\ (a-1)^2+1+(c-1)^2=(a-3)^2+1+(c+1)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2c=1 \\ 4a-4c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{5}{6} \\ c=-\dfrac{7}{6}. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó $3(a+b+c)=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC. Giá trị của $a+b+2c$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 14. **D.** 15.

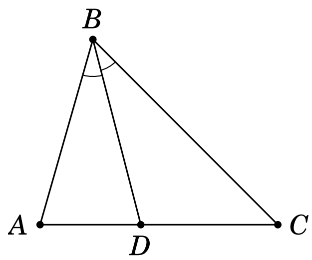
Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{26}$, $BC=\sqrt{104}=2\sqrt{26}$.

Theo tính chất phân giác ta có

$\dfrac{DA}{DC}=\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{1}{2}$, suy ra $\overrightarrow{DA}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}$. $(*)$

Ta có $\overrightarrow{DA}=(1-a;2-b;-1-c)$ và $\overrightarrow{DC}=(-4-a;7-b;5-c)$.



Do đó $(*) \Rightarrow \begin{cases} 1-a=-\dfrac{1}{2}(-4-a) \\ 2-b=-\dfrac{1}{2}(7-b) \\ -1-c=-\dfrac{1}{2}(5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{2}{3} \\ b=\dfrac{11}{3} \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3};1\right) \Rightarrow a+b+2c=5.$

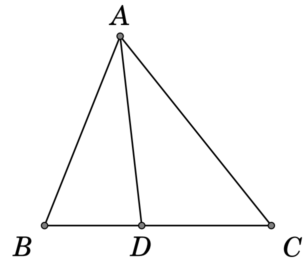
Chọn đáp án A □

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;2;2)$, $B\left(\dfrac{9}{4};-1;2\right)$, $C(4;-1;2)$. Tìm tọa độ D là chân đường phân giác trong vẽ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $D(3;-1;-2)$. **B.** $D(3;-1;2)$. **C.** $D(-3;1;2)$. **D.** $D(-3;-1;2)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} AB = \sqrt{\dfrac{81}{16}+9+0} = \dfrac{15}{4} \\ AC = \sqrt{16+9+0} = 5. \end{cases}$



Theo tính chất chân đường phân giác ta có $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{4}$.

Vậy nên ta có

$$DB = \frac{3}{4}DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_D = -\dfrac{3}{4}(x_C - x_D) \\ y_B - y_D = -\dfrac{3}{4}(y_C - y_D) \\ z_B - z_D = -\dfrac{3}{4}(z_C - z_D) \end{cases} \Leftrightarrow D(3;-1;2).$$

Chọn đáp án B □

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất. Tính $P = a+b+c$.

A. $P = -1$. **B.** $P = 7$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = 2$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$. (1)

Giả sử $I(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{IA}(1-x;2-y;1-z), \overrightarrow{IB}(2-x;-1-y;3-z)$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x-2(2-x)=0 \\ 2-y-2(-1-y)=0 \\ 1-z-2(3-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-4 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow I(3;-4;5)$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= \left(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}\right)^2 - 2\left(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}\right)^2 \\ &= -MI^2 + IA^2 - 2IB^2 - 2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}\right) \\ &= -IM^2 + \left(IA^2 - 2IB^2\right). \end{aligned}$$

Do I,B,A cố định nên biểu thức trên đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng (δ) qua I và vuông góc với (Oxy) có phương trình $\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \\ z=5+t. \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (Oyz): $z=0 \Rightarrow 5+t=0 \Rightarrow t=-5 \Rightarrow M(3;-4;0) \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \\ c=0. \end{cases}$

Vậy ta có $P = a+b+c = 3-4+0 = -1$.

• **Cách khác:** *Cách đại số*

Do $M \in (Oxy) \Rightarrow c = 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= (a-1)^2+(b-2)^2+(0-1)^2-2\left[(a-2)^2+(b+1)^2+(0-3)^2\right] \\ &= -a^2-b^2+6a-8b-22 \\ &= -(a-3)^2-(b+4)^2+3 \le 3. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4. \end{cases}$

Vậy ta có $a+b+c = 3-4+0 = -1$.

Chọn đáp án A □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(9;11;6)$ và $C(5;10;7)$. Giả sử điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng AB sao cho tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{MC} = 45$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 19 . **B.** 32 . **C.** 16 . **D.** 24 .

✍Lời giải.

Do M thuộc đường thẳng AB nên $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ với k là số thực.

Theo giả thiết

$$\overrightarrow{AB} = (10;10;5), \overrightarrow{AC} = (6;9;6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 180, AB^2 = 225.$$

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - k\overrightarrow{AB}^2 = 180 - 225k = 45$, suy ra $k = \dfrac{3}{5}$.

Do đó $\overrightarrow{AM} = (6;6;3) \Rightarrow M(5;7;4)$. Vậy $a+b+c = 16$.

Chọn đáp án C □

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P. Tìm c biết $a+b+c < 5$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

✍Lời giải.

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz), đồng thời đi qua các điểm M, N, P, suy ra $\begin{cases} IM = IN \\ IM = IP \\ \mathrm{d}(I,(Oyz)) = IN. \end{cases}$

- $IM = IN \Leftrightarrow \sqrt{(2-a)^2 + (1-b)^2 + (4-c)^2} = \sqrt{(5-a)^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow 3a - b - 4c = 2.$
- $IM = IP \Leftrightarrow \sqrt{(2-a)^2 + (1-b)^2 + (4-c)^2} = \sqrt{(1-a)^2 + (b+3)^2 + (1-c)^2} \Leftrightarrow a + 4b + 3c = 5.$
- $\mathrm{d}(I,(Oyz)) = IN \Leftrightarrow |a| = \sqrt{(5-a)^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow -10a + b^2 + c^2 = -25.$

Khi đó ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 3a - b - 4c = 2 \\ a + 4b + 3c = 5 \\ -10a + b^2 + c^2 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - c \\ a = 1 + c \\ c^2 - 6c + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = -1 \\ a = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} c = 4 \\ b = -3 \\ a = 5. \end{cases}$$

Vì $a+b+c < 5$ nên ta chọn $\begin{cases} c = 2 \\ b = -1 \\ a = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

✍Lời giải.

Ta có

- $MA^2 = (1-a)^2 + (2-b)^2 + 1 = a^2 + b^2 - 2a - 4b + 6.$
- $MB^2 = (2-a)^2 + (-1-b)^2 + 9 = a^2 + b^2 - 4a + 2b + 14.$

Suy ra

$$MA^2 + MB^2 = 2a^2 + 2b^2 - 6a - 2b + 20 = 2\left[\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2\right] + 15 \geqslant 15, \forall a, b.$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2$ là $\min(MA^2 + MB^2) = 15$ khi $a = \dfrac{3}{2}$ và $b = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $a + b = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$, $B(3;-3;3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Với $M(x;y;z)$ ta có

$$\begin{aligned}
&\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}\\
\Leftrightarrow\ & 9\cdot MA^2=4\cdot MB^2\\
\Leftrightarrow\ & 9\left[(x+2)^2+(y-2)^2+(z+2)^2\right]=4\left[(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2\right]\\
\Leftrightarrow\ & x^2+y^2+z^2+12x-12y+12z=0\\
\Leftrightarrow\ & (x+6)^2+(y-6)^2+(z+6)^2=3\cdot 36.
\end{aligned}$$

Ta thấy M thuộc mặt cầu $I(-6;6;-6)$ có bán kính $R=6\sqrt{3}$ và đi qua gốc tọa độ O.
Ta thấy OM lớn nhất khi $OM=2R=12\sqrt{3}$.
Chọn đáp án B □

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-1;1;1)$, $C(1;0;1)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu điểm S để tứ diện $S.ABC$ là một tứ diện vuông đỉnh S (tứ diện có SA, SB, SC đôi một vuông góc)?

A. Chỉ có một điểm S.
B. Có hai điểm S.
C. Có ba điểm S.
D. Không tồn tại điểm S.

Lời giải.
Do $S.ABC$ là một tứ diện vuông đỉnh S nên S thuộc mặt cầu đường kính AB, BC, CA.
Mặt cầu đường kính AB là $x^2+y^2+z^2-3y=0$. (1)
Mặt cầu đường kính BC là $x^2+y^2+z^2-y-2z=0$. (2)
Mặt cầu đường kính AB là $x^2+y^2+z^2-2x-2y=0$. (3)
Lấy (1) trừ (2) theo vế ta có $-2y+2z=0\Leftrightarrow y=z$.
Lấy (1) trừ (3) theo vế ta có $2x-y=0\Leftrightarrow y=2x$.
Thay $z=y=2x$ vào (1) ta có $x^2+4x^2+4x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.
Từ đó ta có $x=y=z=0$ hoặc $x=\dfrac{2}{3}$, $y=z=\dfrac{4}{3}$.
Vậy $S(0;0;0)$ và $S\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3}\right)$
Chọn đáp án B □

Câu 145. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2(a+4b)x+2(a-b+c)y+2(b-c)z+d=0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a+b-2c=4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1;2;-2)$ đến mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{15}{\sqrt{23}}$.
B. $\dfrac{1}{\sqrt{915}}$.
C. $\dfrac{9}{\sqrt{15}}$.
D. $\dfrac{1}{\sqrt{314}}$.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(a+4b;-a+b-c;-b+c)$.
Do tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng (α) cố định nên

$$\begin{cases}x=a+4b\\y=-a+b-c\\z=-b+c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-y-z\\b=\dfrac{x+y+z}{4}\\c=\dfrac{x+y+5z}{4}.\end{cases}$$

Mà $4a+b-2c=4\Leftrightarrow 4(-y-z)+\dfrac{x+y+z}{4}-\dfrac{5z+x+y}{2}=4\Leftrightarrow x+17y+25z+16=0$.
Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $x+17y+25z+16=0$.
Khoảng cách từ điểm $D(1;2;-2)$ đến mặt phẳng (α) là

$$\mathrm{d}(D,(\alpha))=\frac{|1+34-50+16|}{\sqrt{1+17^2+25^2}}=\frac{1}{\sqrt{915}}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+y^2+(z-4)^2=12$ và hai điểm $A(2;-3;2)$, $B(-2;1;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (S) sao cho $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất, tính $a+b+c$.

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 4.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;4)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$.
Gọi $C(0;-1;3)$ là trung điểm của AB.
Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} &= \left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)\\ &= \overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}+IM^2-\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)\\ &= \overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}+R^2-2\cdot\overrightarrow{IM}\cdot\overrightarrow{IC}\\ &= \overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}+R^2-2\cdot R\cdot IC\cos\left(\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IC}\right).\end{aligned}$$

Vì I, A, B, R, C không đổi nên $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi $\overrightarrow{IM}$, $\overrightarrow{IC}$ cùng hướng.
Gọi d là đường thẳng qua $I(-1;0;4)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{IC}$, suy ra phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=-1+t\\ y=0-t\\ z=4-t.\end{cases}$
Vì $M=d\cap(S)$ nên $(-1+t+1)^2+(-t)^2+(4-t-4)^2=12\Leftrightarrow 3t^2-12=0\Leftrightarrow t=\pm2$.
Khi $t=2$, tọa độ $M(1;-2;2)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=2\cdot\overrightarrow{IC}$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{IM}$ và $\overrightarrow{IC}$ cùng hướng, suy ra $a+b+c=1$.
Khi $t=-2$, tọa độ $M(-3;2;6)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=-2\cdot\overrightarrow{IC}$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{IM}$ và $\overrightarrow{IC}$ ngược hướng. Trường hợp này loại.

Chọn đáp án C □

Câu 147. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;4)$, $B(9;-7;2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(5;0;0)$. **B.** $M(-2;0;0)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(9;0;0)$.

✍Lời giải.

Gọi tọa độ điểm cần tìm là $M(a;0;0)$.
Khi đó $MA^2+MB^2=(a+1)^2+9+16+(9-a)^2+49+4=2a^2-16a+160$.
Đặt $y=2x^2-16x+160\Rightarrow y'=4x-16$, Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	128	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất bằng 128 khi $a=4$. Vậy $M(4;0;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 148. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân có $AB=BC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{SBA}=60^\circ$. Gọi M là điểm nằm trên AC sao cho $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CM}$. Tính khoảng cách giữa SM và AB.

A. $\text{d}=\dfrac{6a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\text{d}=\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\text{d}=\dfrac{a\sqrt{7}}{21}$. **D.** $\text{d}=\dfrac{3a\sqrt{7}}{7}$.

✍Lời giải.

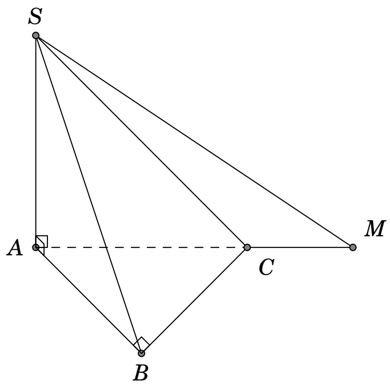
Gọi hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv B$, $Bx \equiv BA$, $By \equiv BC$, $Bz \parallel SA$.
Khi đó ta có $B(0;0;0)$, $A(a;0;0)$, $C(0;a;0)$ và $S(a;0;a\sqrt{3})$.

Từ $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CM} \Rightarrow M\left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{3a}{2};0\right)$.

Nên $\overrightarrow{AB} = (-a;0;0)$, $\overrightarrow{SM} = \left(-\dfrac{3a}{2};\dfrac{3a}{2};-a\sqrt{3}\right)$,

$\overrightarrow{AS} = (0;0;a\sqrt{3})$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SM}\right] = \left(0;-a^2\sqrt{3};-\dfrac{3a^2}{2}\right)$.

Do đó $\mathrm{d}(AB,SM) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SM}\right]\cdot\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SM}\right]\right|} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{a^2\sqrt{21}} = \dfrac{3a\sqrt{7}}{7}$.



Chọn đáp án D □

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0;0;0)$, $A(6;0;0)$, $B(0;8;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x+2y+3z-2=0$ đồng thời cách đều các đỉnh O, A, B. Giá trị của tổng $a+b-c$ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} M \in (P) \\ OM^2 = AM^2 \\ OM^2 = BM^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+3c-2=0 \\ a^2+b^2+c^2 = (a-6)^2+b^2+c^2 \\ a^2+b^2+c^2 = a^2+(b-8)^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ c=-3. \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và $M(4;6;3)$. Qua M kẻ các tia Mx, My, Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại các điểm thứ hai tương ứng là A, B, C. Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a;b;c)$. Tính $a+3b-c$.

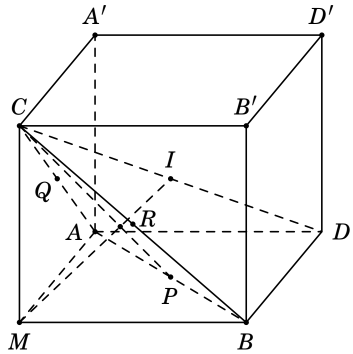
A. 9. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 20.

Lời giải.

Ta thấy M nằm trên mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ nên (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MABC$. Gọi P, Q, R là trung điểm các cạnh AB, AC, BC và G là trọng tâm tam giác ABC. Dựng hình hộp chữ nhật $MADB.CA'D'B'$, khi đó I là tâm hình hộp chữ nhật $MADB.CA'D'B'$ nên G là trọng tâm tam giác CMD.

Do đó $\overrightarrow{GM} = -2\overrightarrow{GI} \Rightarrow \begin{cases} 4-x_G = -2(1-x_G) \\ 6-y_G = -2(2-y_G) \\ z_G = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = \dfrac{10}{3} \\ z_G = 3. \end{cases}$

$\Rightarrow G\left(2;\dfrac{10}{3};3\right)$.



Vậy mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H \equiv G\left(2;\dfrac{10}{3};3\right) \Rightarrow a=2, b=\dfrac{10}{3}, c=3 \Rightarrow a+3b-c = 9$.

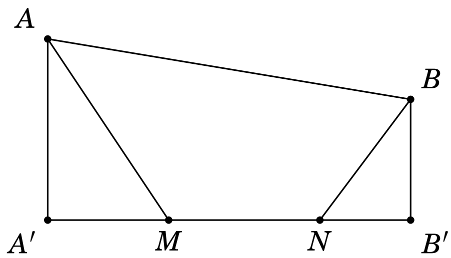
Chọn đáp án A □

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2)$, $B(-2;-1;4)$ và hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng Oxy sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ là:

A. 28. **B.** 25. **C.** 36. **D.** 20.

Lời giải.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng Oxy.
Ta có $A'(1;3;0)$, $B'(-2;-1;0)$, suy ra $A'B' = 5$.
Xét trường hợp đặc biệt là A', B', M, N thẳng hàng, đặt $A'M = x$, thì



$$AM^2 = AA'^2 + A'M^2 = 4 + x^2 \quad , \quad BN^2 = BB'^2 + B'N^2 = 4^2 + (4-x)^2.$$

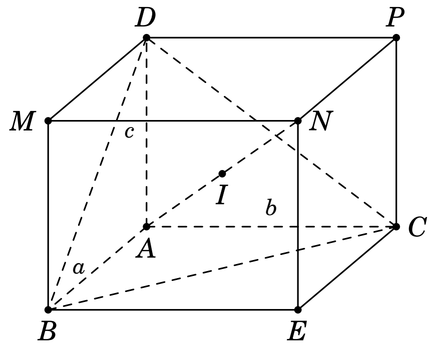
Khi đó $AM^2 + BN^2 = 2x^2 - 8x + 36 = 2(x-2)^2 + 28 \geq 28$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ là 28.
Chọn đáp án A □

Câu 152. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 256. **B.** 128. **C.** $\dfrac{256}{3}$. **D.** $\dfrac{128}{3}$.

Lời giải.

Đặt $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A, nội tiếp mặt cầu (S) bán kính R.
Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AN là đường kính của cầu. Ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 4R^2$.
Xét $V = V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \dfrac{1}{36}a^2b^2c^2$.



Mà $a^2 + b^2 + c^2 \geqslant 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3 \geqslant a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{4R^2}{3}\right)^3 \geqslant 36V^2 \Leftrightarrow V \leqslant R^3 \cdot \dfrac{4\sqrt{3}}{27}$.
Do $R = IA = 4\sqrt{3}$ nên ta có $V \leqslant \dfrac{256}{3}$ (Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 8$).
Vậy $\max V_{ABCD} = \dfrac{256}{3}$.
Chọn đáp án C □

Câu 153. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua 3 điểm trên và có tâm nằm trêm mặt phẳng (Oxy)

A. $l = 2\sqrt{41}$. **B.** $l = 2\sqrt{13}$. **C.** $l = 2\sqrt{11}$. **D.** $l = 2\sqrt{26}$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y;0)$ là tâm mặt cầu, ta có

$$\begin{cases} IA = IB \\ IB = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + 16 = (x-1)^2 + (y+3)^2 + 1 \\ (x-1)^2 + (y+3)^2 + 1 = (x-2)^2 + (y-2)^2 + 9 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10y = -10 \\ 2x + 10y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1. \end{cases}$$

$I(-2;1;0)$, $R = OA = \sqrt{3^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{26}$. Vậy đường kính của mặt cầu là $2\sqrt{26}$.
Chọn đáp án D □

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;2;1)$, $B(5;2;1)$, $C(1;-2;4)$. Gọi D là điểm đối xứng với điểm B qua đường phân giác trong của góc BAC. Tọa độ của điểm D là

A. $\left(1;-\dfrac{6}{5};\dfrac{17}{5}\right)$. **B.** $\left(-1;-\dfrac{26}{5};\dfrac{7}{5}\right)$. **C.** $\left(-1;\dfrac{6}{5};-\dfrac{17}{5}\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{26}{5};-\dfrac{7}{5}\right)$.

Lời giải.

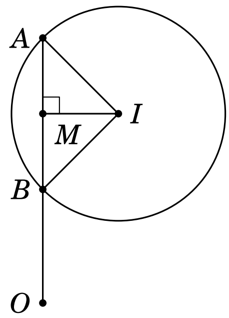
Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;0;0)$ và $\overrightarrow{AC} = (0;-4;3)$. Suy ra $AB = 4$ và $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.
Điểm D đối xứng với B qua đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$ nên D nằm trên tia AC và $AD = AB$.
Do đó $\overrightarrow{AD} = \dfrac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = \dfrac{4}{5} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(0;-\dfrac{16}{5};\dfrac{12}{5}\right)$.
Vậy $D = \left(1;-\dfrac{6}{5};\dfrac{17}{5}\right)$.
Chọn đáp án A □

Câu 155. Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3=0$. Đường thẳng d đi qua O và cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt A,B. Giá trị lớn nhất của $OA+OB$ bằng

A. $3\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$.
Ta có $OI=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{6}>R$ nên O nằm ngoài mặt cầu (S).
Gọi M là trung điểm của AB thì $IM\perp AB$ và do đó $OM\le IO$.
Ta có $OA+OB=2OM\le 2OI\le 2\sqrt{6}$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi d đi qua tâm I của mặt cầu (S).



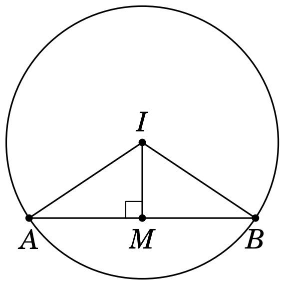
Chọn đáp án C □

Câu 156. Cho điểm $I(2;3;4)$. Mặt cầu có tâm I và cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt AB sao cho diện tích của tam giác IAB bằng 10 có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=26$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25$.
C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=50$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=29$.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng chứa trục Ox có véc-tơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$.
Ta có $\overrightarrow{OI}=(2;3;4)$. Do đó $\left[\overrightarrow{OI},\vec{i}\right]=\left(\begin{vmatrix}3&4\\0&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}4&2\\0&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2&3\\1&0\end{vmatrix}\right)=(0;4;-3)$.
Khoảng cách từ điểm I đến Ox được tính bởi công thức

$$\mathrm{d}(I,Ox)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OI},\vec{i}\right]\right|}{|\vec{i}|}=\left|\left[\overrightarrow{OI},\vec{i}\right]\right|=\sqrt{0^2+4^2+(-3)^2}=5.$$

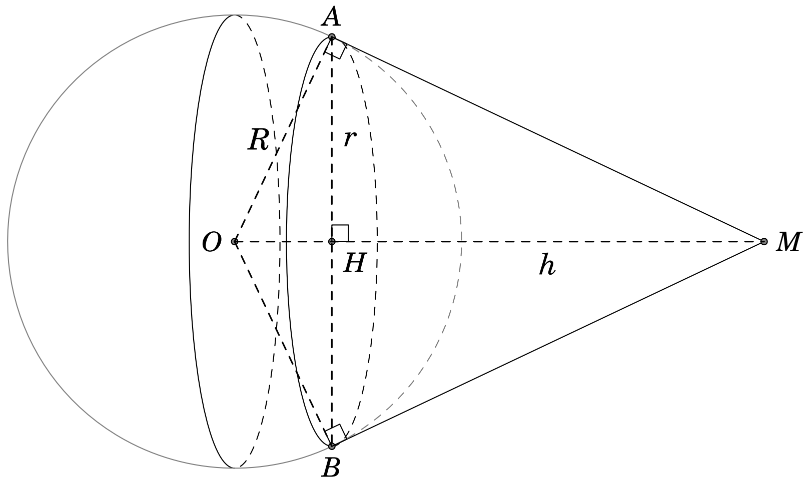


Do đó $AB=\dfrac{2S_{\triangle IAB}}{\mathrm{d}(I,Ox)}=\dfrac{20}{5}=4$.
Gọi M là trung điểm AB thì $IM\perp AB$.
Suy ra $R=\sqrt{(\mathrm{d}(I,Ox))^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$.
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=29$.
Chọn đáp án D □

Câu 157. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(2;3;6)$. Hình nón (N) có đỉnh là M, đáy là hình tròn tạo bởi các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu (S). Thể tích V của khối nón là

A. $\dfrac{4800\pi}{343}$. **B.** $\dfrac{50\sqrt{7}\pi}{7}$. **C.** $\dfrac{280\pi}{9}$. **D.** $\dfrac{100\pi}{7}$.

✍**Lời giải.**



- Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=3$. Gọi r là bán kính đường tròn đáy, AB là một đường kính của đường tròn. Khi đó giao điểm H của OM và AB là tâm đường tròn đáy.
- Ta có $OM=\sqrt{2^2+3^2+6^2}=7$, $MA=\sqrt{OM^2-OA^2}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}$.
- Suy ra $\dfrac{1}{r^2}=\dfrac{1}{R^2}+\dfrac{1}{MA^2}=\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{40}=\dfrac{49}{360}\Rightarrow r=\dfrac{6\sqrt{10}}{7}$.
- Lại có $h\cdot MO=MA^2\Rightarrow h=\dfrac{MA^2}{MO}=\dfrac{40}{7}$.
- Vậy $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\dfrac{360}{49}\cdot\dfrac{40}{7}=\dfrac{4800\pi}{343}$.

Chọn đáp án A □

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;-1;-2)$, $C(-4;0;3)$. Tìm tọa độ I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $I\left(-\dfrac{37}{4};0;\dfrac{19}{4}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{27}{4};0;\dfrac{21}{4}\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{37}{4};0;-\dfrac{23}{4}\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{25}{4};0;-\dfrac{19}{4}\right)$.

✍Lời giải.

Gọi điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow M\left(-\dfrac{27}{4};1;\dfrac{21}{4}\right)$.

Ta có

$$\begin{aligned}&\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}\right|\\ =&\left|\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{IM}-2\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{IM}+5\overrightarrow{MC}\right|\\ =&\left|4\overrightarrow{IM}+\left(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}\right)\right|\\ =&\ 4\left|\overrightarrow{IM}\right|=4MI\end{aligned}$$

Biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất.

$\Leftrightarrow I$ là hình chiếu của M lên $(Oxz)\Leftrightarrow I\left(-\dfrac{27}{4};0;\dfrac{21}{4}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;4)$, $B(3;1;0)$. Gọi M là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là ngắn nhất. Tìm hoành độ x_0 của điểm M.

A. $x_0=4$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=2$. **D.** $x_0=1$.

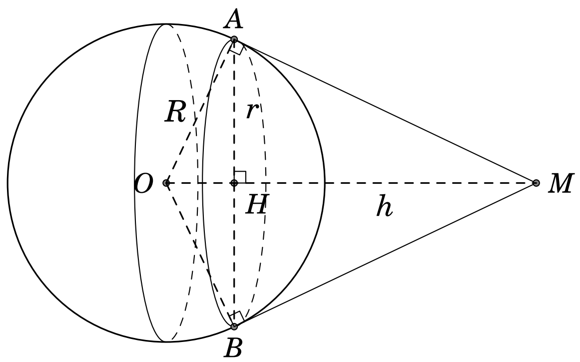
✍Lời giải.

Ta có $y_A > 0; y_B > 0$ nên A, B nằm cùng phía với mặt phẳng Oxz.
Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua (Oxz) thì $A'(-1;-3;4)$.
Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.
Mà $A'B$ không đổi.
Do đó $MA' + MB$ ngắn nhất khi M, A', B thẳng hàng. (M là giao điểm của $A'B$ và (Oxz))
Đường thẳng $A'B$: $\begin{cases} \vec{u} = (4;4;-4) \\ \text{đi qua } B(3;1;0) \end{cases}$ có dạng $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$.
Vì $M = A'B \cap (Oxz) \Rightarrow y_M = 0 \Leftrightarrow t = -1$.
Suy ra $M(2;0;1)$. Vậy $x_0 = 2$.
Chọn đáp án C □

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(2;3;6)$. Hình nón (N) có đỉnh là M, đáy là hình tròn tạo bởi các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu (S). Thể tích V của khối nón (N) là

A. $\dfrac{4800\pi}{343}$. **B.** $\dfrac{280\pi}{9}$. **C.** $\dfrac{50\sqrt{7}\pi}{7}$. **D.** $\dfrac{100\pi}{7}$.

Lời giải.



- Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 3$. Gọi r là bán kính đường tròn đáy, AB là một đường kính của đường tròn. Khi đó giao điểm H của OM và AB là tâm đường tròn đáy.
- Ta có $OM = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7$, $MA = \sqrt{OM^2 - OA^2} = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{40}$.
- Suy ra $\dfrac{1}{r^2} = \dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{MA^2} = \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{40} = \dfrac{49}{360} \Rightarrow r = \dfrac{6\sqrt{10}}{7}$.
- Lại có $h \cdot MO = MA^2 \Rightarrow h = \dfrac{MA^2}{MO} = \dfrac{40}{7}$.
- Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{360}{49} \cdot \dfrac{40}{7} = \dfrac{4800\pi}{343}$.

Chọn đáp án A □

Câu 161. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(3;-2;2)$. Điểm M di chuyển trong không gian sao cho $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{3}{4}$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng $\dfrac{a\sqrt{3} + b\sqrt{33}}{7}$ $(a, b \in \mathbb{Z})$. Khi đó

A. $a + b = 11$. **B.** $a + b = 12$. **C.** $a + b = 10$. **D.** $a + b = 13$.

Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có

$$\begin{aligned} & \frac{MA}{MB} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4MA = 3MB \\ \Leftrightarrow \quad & 16MA^2 = 9MB^2 \\ \Leftrightarrow \quad & 16\left[(2-x)^2 + (-1-y)^2 + (1-z)^2\right] = 9\left[(3-x)^2 + (-2-y)^2 + (2-z)^2\right] \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 + y^2 + z^2 - \frac{10}{7}x - \frac{4}{7}y + \frac{4}{7}z - \frac{57}{7} = 0. \end{aligned}$$

Suy ra, điểm M nằm trên mặt cầu (S) tâm $I\left(\frac{5}{7};\frac{2}{7};-\frac{2}{7}\right)$ và bán kính $R=\frac{12\sqrt{3}}{7}$.

Ta thấy điểm O nằm trong mặt cầu (S), nên độ dài OM lớn nhất bằng $IO+R=\frac{12\sqrt{3}+\sqrt{33}}{7}$.

Bởi vậy $a=12$, $b=1$. Thế nên $a+b=12+1=13$.

Chọn đáp án D □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3), B(-3;-2;-5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thoản mãn đẳng thức $AM^2+BM^2=30$ là một mặt cầu (S). Tính tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;-1;-4); R=3$.
B. $I(-1;-1;-4); R=\frac{\sqrt{30}}{2}$.
C. $I(-2;-2;-8); R=3$.
D. $I(-1;-1;-4); R=\sqrt{6}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x;y;z)$. Ta có

$$\begin{aligned} & AM^2+BM^2=30\\ \Rightarrow\ & (x-1)^2+y^2+(z-3)^2+(x+3)^2+(y+2)^2+(z+5)^2=30\\ \Leftrightarrow\ & 2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y+16z+48=30\\ \Leftrightarrow\ & x^2+y^2+z^2+2x+2y+8z-9=0.\end{aligned}$$

Phương trình nhận được là phương trình mặt cầu tâm $I(-1;-1;-4)$ và bán kính $R=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A'(x;1;2), B(2;y;1), C(1;2;3)$. Với giá trị nào của x và y thì ba điểm A,B,C thẳng hàng?

A. $x=\frac{3}{2}$ và $y=0$.
B. $x=0$ và $y=\frac{3}{2}$.
C. $x=2$ và $y=\frac{1}{2}$.
D. $x=\frac{1}{2}$ và $y=2$.

Lời giải.

Tọa độ các véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là $\overrightarrow{AB}(2-x;y-1;-1)$; $\overrightarrow{AC}(1-x;1;1)$.

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{2-x}{1-x}=\frac{y-1}{1}=\frac{-1}{1}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}2-x=-1+x\\ y-1=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}\\ y=0.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(3;0;1)$ và có tâm nằm trên trục Ox. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{5}$.
B. $(x+1)^2+y^2+z^2=5$.
C. $(x-1)^2+y^2+z^2=5$.
D. $(x+1)^2+y^2+z^2=\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu (S). Do $I\in Ox \Rightarrow I(x;0;0)$.

Hai điểm $A(1;1;2), B(3;0;1)$ thuộc mặt cầu (S) nên

$$IA=IB \Leftrightarrow IA^2=IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2+1^2+2^2=(3-x)^2+0^2+1^2 \Leftrightarrow 4x=4 \Leftrightarrow x=1.$$

Như thế $I(1;0;0)$ và $R^2=IA^2=(1-1)^2+1^2+2^2=5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+y^2+z^2=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$, $C(-10;5;3)$. Độ dài đường phân giác trong của góc B là

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
B. $\sqrt{7}$.
C. $\sqrt{5}$.
D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $D(x;y;z)$ là chân đường phân giác trong của góc B.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(-2;-1;2)$, $\overrightarrow{BC}=(-14;5;2)$, $BA=3$, $BC=15$.

$$\overrightarrow{CD}=\frac{BC}{BA}\cdot\overrightarrow{DA}=5\overrightarrow{DA} \Rightarrow \begin{cases}x+10=5(2-x)\\ y-5=5(-1-y)\\ z-3=5(3-z)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=3\end{cases} \Rightarrow D(0;0;3).$$

Vậy $\overrightarrow{BD}=(-4;0;2)$, $BD=\sqrt{(-4)^2+0^2+2^2}=2\sqrt{5}$.
Chọn đáp án D □

Câu 166. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(1;3;4)$, $D(0;-2;2)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2+MB^2+MC^2=4MD^2$ là một mặt cầu. Tìm bán kính của mặt cầu đó.

A. $\sqrt{46}$. **B.** $\sqrt{33}$. **C.** $\sqrt{125}$. **D.** $\sqrt{206}$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $M(x;y;z)$. Ta có

$$\begin{aligned}&MA^2=(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2, \quad MB^2=(x-2)^2+(y-0)^2+(z+1)^2,\\&MC^2=(x-1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2, \quad MD^2=(x-0)^2+(y+2)^2+(z-2)^2.\end{aligned}$$

Do đó

$$MA^2+MB^2+MC^2=4MD^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+8x+26y-8z-5=0.$$

Suy ra mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{4^2+13^2+4^2+5}=\sqrt{206}$.
Chọn đáp án D □

Câu 167. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2=MB^2+MC^2$ là mặt cầu có bán kính là

A. $R=2$. **B.** $R=\sqrt{2}$. **C.** $R=3$. **D.** $R=\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn bài toán. Ta có

$$\begin{aligned}MA^2=MB^2+MC^2 \quad &\Leftrightarrow \quad (x-1)^2+y^2+z^2=x^2+y^2+(z-3)^2+x^2+(y-2)^2+z^2\\&\Leftrightarrow \quad x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+12=0.\end{aligned}$$

Ta có $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+3^2-12}=\sqrt{2}$.
Chọn đáp án B □

Câu 168. Trong không gian với trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;-2)$. Lập phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz.

A. $(S)\colon(x-3)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=25$. **B.** $(S)\colon(x-3)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=5$.
C. $(S)\colon(x-3)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(S)\colon(x+3)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=20$.

✍**Lời giải.**

Phương trình trục Oz: $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$, $\vec{u}_{Oz}=(0;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{OI}=(3;4;-2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OI};\vec{u}_{Oz}\right]=(4;-3;0)$.

Khoảng cách từ tâm I xuống Oz là $d(I;Oz)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OI};\vec{u}_{Oz}\right]\right|}{|\vec{u}_{Oz}|}=\sqrt{3^2+4^2}=5=R$.

Vì (S) tiếp xúc với trục Oz nên phương trình cần tìm là $(S)\colon(x-3)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=25$.
Chọn đáp án A □

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và thể tích 36π. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$.

✍**Lời giải.**

Giả sử mặt cầu S có bán kính R, ta có $36\pi=\dfrac{3}{4}\pi R^3\Leftrightarrow R=3$.

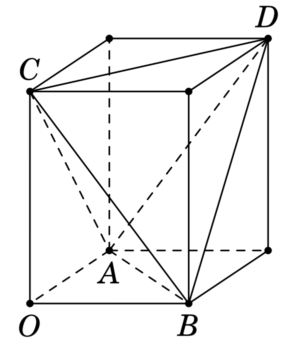
Phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$.
Chọn đáp án D □

Câu 170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(m;0;0)$, $B(0;2m+1;0)$, $C(0;0;2m+5)$ khác O. D là một điểm nằm khác phía với O so với mặt phẳng (ABC) sao cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ O đến tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta dựng hình hộp chữ nhật ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ như hình vẽ bên.
Từ đó suy ra tọa độ điểm $D(m;2m+1;2m+5)$ và tọa độ tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện nằm trên trung điểm của OD.
Ta có $OD^2 = 9m^2+24m+26 = (3m+4)^2+10 \geq 10 \Rightarrow OD \geq \sqrt{10}$.
Mặt khác $R = \dfrac{OD}{2} \geq \dfrac{\sqrt{10}}{2}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{u} = (1;1;2)$ và $\vec{v} = (2;0;m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \dfrac{4}{\sqrt{30}}$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 1, m = -11$. **C.** $m = -11$. **D.** $m = 0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \dfrac{1\cdot 2+1\cdot 0+2\cdot m}{\sqrt{1^2+1^2+2^2}\cdot\sqrt{2^2+m^2}} = \dfrac{4}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \sqrt{5}(2m+2) = 4\sqrt{4+m^2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 16\left(4+m^2\right) = 20(m+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 4m^2+40m-44 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} m = 1 (n) \\ m = -11 (l) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-11 = 0$ và mặt phẳng cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8 = 0$ tiếp xúc với nhau tại điểm $H(x_o;y_o;z_o)$. Tính tổng $T = x_o+y_o+z_o$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 4$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm $I(1;-2;1)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (2;3;1)$ làm vtcp.
$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+3t \\ z = 1+t \end{cases} \Rightarrow$ giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (P) là $H(3;1;2)$.
Suy ra $T = x_o+y_o+z_o = 6$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 173. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;0)$. Giả sử B và C là các điểm thay đổi nằm trên các trục Ox và Oz. Gọi M là trung điểm của AC. Biết rằng khi B và C thay đổi nhưng nằm trên các trục Ox và Oz thì hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng AB luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $R = \dfrac{1}{4}$. **B.** $R = \dfrac{1}{2}$. **C.** $R = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

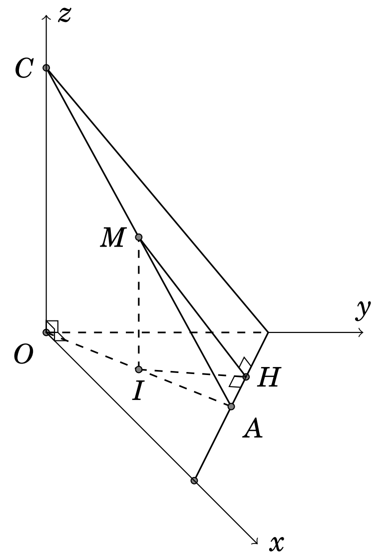
✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của OA, ta có $IM \parallel OC \Rightarrow IM \perp (Oxy)$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp MH \\ AB \perp IM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (IMH) \Rightarrow AB \perp IH$.

$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn (C) cố định có đường kính IA và nằm trong mặt phẳng (Oxy).

Vậy bán kính của đường tròn (C) là $R = \dfrac{OA}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án D □

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=16$ và điểm $A(1;2;3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng đó.

A. 33π. **B**. 10π. **C**. 38π. **D**. 36π.

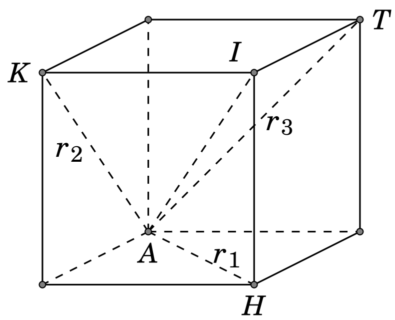
✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $R=4$.

Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính ba đường tròn và H, K, T là hình chiếu của tâm I của mặt cầu (S) lên ba mặt phẳng tương ứng.

Khi đó, tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng là

$$\begin{aligned} S &= \pi(r_1^2+r_2^2+r_3^2) = \pi\left[(R^2-IH^2)+(R^2-IK^2)+(R^2-IT^2)\right] \\ &= \pi\left[3R^2-(IH^2+IK^2+IT^2)\right] = \pi(3R^2-IA^2) = 38\pi. \end{aligned}$$



Chọn đáp án C □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y+z=27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15;21;6)$. **B**. $(21;21;6)$. **C**. $(-15;7;20)$. **D**. $(21;19;8)$.

✍**Lời giải.**

Do giả thiết suy ra C là giao điểm của đường phân giác trong góc $\widehat{BAD}$ và mặt phẳng (P).

Đặt $\vec{e}_1 = \dfrac{\overrightarrow{AM}}{\left|\overrightarrow{AM}\right|}$ và $\vec{e}_2 = \dfrac{\overrightarrow{AN}}{\left|\overrightarrow{AN}\right|}$. Mà $\overrightarrow{AM}=(3;4;0)$ suy ra $\left|\overrightarrow{AM}\right| = \sqrt{3^2+4^2}=5$.

Tương tự ta có $\overrightarrow{AN}=(2;2;1)$ suy ra $\left|\overrightarrow{AN}\right| = \sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$.

Khi đó tọa độ $\vec{e}_1\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$ và $\vec{e}_2\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ suy ra $\vec{e}_1+\vec{e}_2=\left(\dfrac{19}{15};\dfrac{22}{15};\dfrac{1}{3}\right)$. Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thân giác góc $\widehat{BAD}$, dễ thấy $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{e}_1+\vec{e}_2$, ta chọn $\vec{u}(19;22;5)$.

Khi đó phương trình tham số của đường phân giác trong góc $\widehat{BAD}$ là $\begin{cases} x=2+19t \\ y=-1+22t \\ z=1+5t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Do giả thiết tọa độ điểm C tương ứng với giá trị t là nghiệm của phương trình $-1+22t+1+5t=27 \Leftrightarrow t=1$. Ta suy ra tọa độ điểm $C(21;21;6)$.

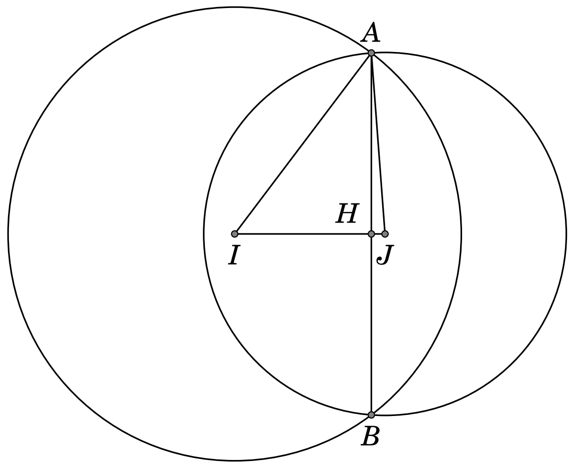
Chọn đáp án B □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$, $(S_2): x^2+y^2+z^2-2y-2z-14=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (S_1) và (S_2) không cắt nhau .
B. (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 1$.
C. (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = \sqrt{\dfrac{76}{10}}$.
D. (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = \dfrac{5\sqrt{77}}{11}$.

✍Lời giải.

Từ giả thiết: (S_1) có tâm $I = (1;-2;2)$ và bán kính $R_1 = 5$.
(S_2) có tâm $J = (0;1;1)$ và bán kính $R_2 = 4$.
Khi đó $R_1 - R_2 = 1 < IJ = \sqrt{11} < R_1 + R_2 = 9$ nên hai mặt cầu cắt nhau theo một giao tuyến là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \dfrac{AB}{2}$ và H nằm giữa IJ.
Khi đó $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{25 - r^2}$ và
$JH = \sqrt{JA^2 - AH^2} = \sqrt{16 - r^2}$.
Do đó



$$\begin{aligned}
& IH + JH = IJ \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{25 - r^2} + \sqrt{16 - r^2} = \sqrt{11} \\
\Rightarrow\ & \sqrt{25 - r^2} = \sqrt{11} - \sqrt{16 - r^2} \\
\Rightarrow\ & 25 - r^2 = 11 + 16 - r^2 - 2\sqrt{11\left(16 - r^2\right)} \\
\Rightarrow\ & \sqrt{11\left(16 - r^2\right)} = 1 \\
\Rightarrow\ & r = \frac{5\sqrt{77}}{11}.
\end{aligned}$$

Vậy (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = \dfrac{5\sqrt{77}}{11}$.

Chọn đáp án D □

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P)\colon 2x + y - 2z - 16 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 25$. **B**. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$. **D**. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

✍Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2+0+2-16|}{\sqrt{4+1+4}} = 4$.
Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.
Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 25$.
Chọn đáp án A □

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - (4m-2)x + 2my + (4m+2)z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là

A. $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi$. **B**. 972π. **C**. 36π. **D**. 300π.

✍Lời giải.

Khối cầu đã cho có bán kính là

$$R = \sqrt{(2m-1)^2 + m^2 + (2m+1)^2 + 7} = \sqrt{9m^2 + 9} \geq 3.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = 0$. Do đó giá trị nhỏ nhất của bán kính khối cầu đã cho là 3. Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là $\dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 179. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $A(1;0;0)$, $B(-1;1;-2)$, $C(-2;0;3)$, $D(0;-1;-1)$. Gọi H là trung điểm của CD, $SH \perp (ABCD)$. Biết rằng thể tích của khối chóp bằng 4 và đỉnh $S(x_0;y_0;z_0)$ với $x_0 > 0$. Tìm x_0.

A. $x_0 = 2$. **B.** $x_0 = 3$. **C.** $x_0 = 1$. **D.** $x_0 = 4$.

Lời giải.

• $H\left(-1;-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB} = (-2;1;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;0;-3)$.

• Ta có $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-3;0;3)$ nên $S_{ABCD} = \left|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right| = 3\sqrt{2}$. Suy ra $SH = \dfrac{3V}{S_{ABCD}} = 3\sqrt{2}$.

• $SH \perp (ABCD)$ nên $\overrightarrow{SH} = (t;0;-t)$. Do đó $SH = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 2t^2 = 8 \Leftrightarrow t = \pm 2$. Suy ra $S\left(1;-\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$ hoặc $S\left(-3;-\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. Do $x_0 > 0$ nên $x_0 = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;2)$; $B(-5;3;7)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2a+b-c$.

A. $T = -1$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = 4$. **D.** $T = 3$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn

$$2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IA}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5-x = 2(-3-x) \\ 3-y = 2(2-y) \\ 7-z = 2(2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = -3 \end{cases}$$
$$\Rightarrow I(-1;1;-3).$$

Ta có $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB}| = MI$.

Vậy $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I lên (P).

Phương trình đường thẳng d đi qua $I(-1;1;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận vec-tơ $\vec{n}_P = (1;1;1)$ làm vec-tơ chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+t \\ z = -3+t. \end{cases}$

Tọa độ M thỏa hệ $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+t \\ z = -3+t \\ x+y+z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 0 \\ y = 2 \\ z = -2. \end{cases}$

Vậy $T = 2a+b-c = 4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;-3;5)$, $B(a;b;c)$. Gọi M,N,P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ Oxy,Oxz,Oyz. Biết M,N,P nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Tính tổng $T = a+b+c$.

A. $T = 21$. **B.** $T = -15$. **C.** $T = 13$. **D.** $T = 14$.

Lời giải.

Do M,N,P nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = MN = NP = PB$ nên N,M,P lần lượt là trung điểm của AB,AN,NB.

Suy ra $N\left(\dfrac{a+9}{2};\dfrac{b-3}{2};\dfrac{c+5}{2}\right)$, $M\left(\dfrac{a+27}{4};\dfrac{b-9}{4};\dfrac{c+15}{4}\right)$, $P\left(\dfrac{3a+9}{4};\dfrac{3b-3}{4};\dfrac{3c+5}{4}\right)$.

Do M,N,P lần lượt nằm trên các mặt phẳng tọa độ Oxy,Oxz,Oyz nên $\begin{cases} \dfrac{c+15}{4} = 0 \\ \dfrac{b-3}{2} = 0 \\ \dfrac{3a+9}{4} = 0. \end{cases}$

Suy ra $a = -3$, $b = 3$, $c = -15$. Do đó $T = a+b+c = -15$.

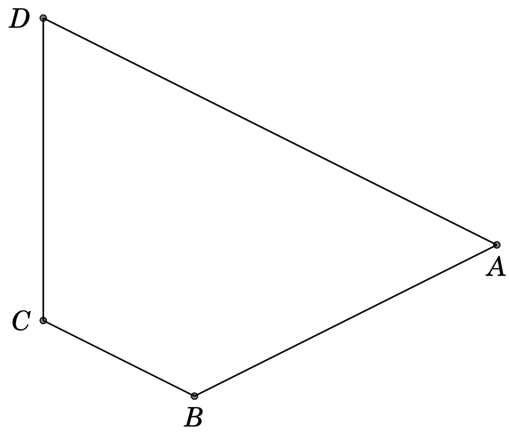
Chọn đáp án (B) □

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$. **B.** $\left[\begin{array}{l} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{array}\right.$. **D.** $D(-12;-1;3)$.

✍Lời giải.

Ta có



$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2}\cdot \mathrm{d}(A;BC)\cdot(BC+AD) \\ &= 3S_{\triangle ABC} \\ &= 3\cdot\frac{1}{2}\cdot \mathrm{d}(A;BC)\cdot BC \\ \Rightarrow & \quad AD = 2BC. \end{aligned}$$

Mặt khác $BC \parallel AD \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Gọi $D(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (x+2;y-3;z-1)$ và $\overrightarrow{BC} = (-5;-2;1)$.

Suy ra $\begin{cases} x+2=-10 \\ y-3=-4 \\ z-1=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-12 \\ y=-1 \\ z=3. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 183. Cho $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, điểm D nằm trên trục Oy và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $(0;8;0)$. **B.** $(0;-7;0)$ hoặc $(0;8;0)$.

C. $(0;7;0)$ hoặc $(0;-8;0)$. **D.** $(0;-7;0)$.

✍Lời giải.

Có $\overrightarrow{AB} = (1;-1;2)$, $\overrightarrow{AC} = (0;-2;4)$, suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (0;-4;-2)$.

Gọi điểm $D(0;y;0) \in Oy$, có $\overrightarrow{AD} = (-2;y-1;1)$.

$$\begin{aligned} V_{ABCD} = 5 &\Leftrightarrow \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right| = 5 \Leftrightarrow \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right| = 30 \\ &\Leftrightarrow |-4(y-1)-2| = 30 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-4y=30 \\ 2-4y=-30 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-7 \\ y=8. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy có hai điểm D là $(0;-7;0)$ và $(0;8;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, biết $A(1;1;1)$, $B(5;1;-2)$, $C(7;9;1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A.

A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$. **B.** $2\sqrt{74}$. **C.** $3\sqrt{74}$. **D.** $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

✍Lời giải.

Có $AB = \sqrt{4^2+0^2+(-3)^2} = 5$, $AC = \sqrt{6^2+8^2+0^2} = 10$.

Có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 2DB$.

Mà D nằm giữa A và B nên ta suy ra $\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - x_D = -2(x_B - x_D) \\ y_C - y_D = -2(y_B - y_D) \\ z_C - z_D = -2(z_B - z_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{17}{3} \\ y_D = \frac{11}{3} \\ z_D = -1. \end{cases}$

Vậy ta có $D\left(\frac{17}{3};\frac{11}{3};-1\right)$ nên suy ra $AD = \sqrt{\left(\frac{14}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2} = \frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;-1)$, $N(1;-2;3)$, $P(0;1;2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP.

A. $\frac{7\sqrt{11}}{10}$. **B.** $\frac{7\sqrt{7}}{10}$. **C.** $\frac{7\sqrt{7}}{5}$. **D.** $\frac{7\sqrt{11}}{5}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $MN = \sqrt{21}$, $MP = \sqrt{14}$, $NP = \sqrt{11}$.

Lại có $\overrightarrow{MN} = (-1;-2;4)$, $\overrightarrow{MP} = (-2;1;3) \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \dfrac{1}{2} \cdot \left|\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right]\right| = \dfrac{5\sqrt{6}}{2}$.

Mà $S_{\triangle MNP} = \dfrac{MN \cdot NP \cdot PM}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{14}}{4 \cdot \dfrac{5\sqrt{6}}{2}} = \dfrac{7\sqrt{11}}{10}$.

Chọn đáp án A □

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;-2), B(5;3;-1), C(2,3,-4)$. Tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$ là

A. $H(7;6;-3)$. **B.** $H(3;1;-2)$. **C.** $H(4;2;-2)$. **D.** $H(1;-2;2)$.

✍**Lời giải.**

Nhận xét: Để ý $\overrightarrow{AB} = (2,2,1); \overrightarrow{AC} = (-1;2;-2)$, do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên $\triangle ABC$ vuông tại A. Suy ra $H = (3;1;-2)$.

Cách giải khác

Gọi tọa độ trực tâm là $H(a;b;c)$, ta có

$\overrightarrow{BC} = (-3;0;-3); \overrightarrow{AC} = (-1;2;-2)$;

$\overrightarrow{AH} = (a-3;b-1;c+2), \overrightarrow{BH} = (a-5;b-3;c+1)$; $[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{AC}] = (6;-3;-6)$.

Vì H là trực tâm nên

$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3(a-3) + 0(b-1) - 3(c+2) = 0 \\ -1(a-5) + 2(b-3) - 2(c+1) = 0 \\ 6(a-3) - 3(b-1) - 6(c+2) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3a + 0b - 3c + 3 = 0 \\ -a + 2b - 2c - 3 = 0 \\ 6a - 3b - 6c - 27 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$

Vậy $H(3;1;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 187. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y - 2z + 4 = 0$. Tìm tọa độ của điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (P).

A. $N(-1;-1;4)$. **B.** $N(0;0;2)$. **C.** $N(-2;-2;2)$. **D.** $N(1;1;4)$.

✍**Lời giải.**

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P), suy ra $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_P = (1,1,-2)$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ 2y + z = 2. \end{cases}$$

Gọi I là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P), suy ra tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2y + z = 2 \\ x + y - 2z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(0;0;2).$$

Tọa độ điểm N được xác định như sau:

$$\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2x_I - y_M \\ z_N = 2x_I - z_M \end{cases} \Rightarrow N(-1;-1;4).$$

Chọn đáp án A □

Câu 188. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(5;3;-1), C(2;3;-4)$. Tọa độ tâm K của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là

A. $K\left(3;\dfrac{3}{5};-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $K\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{8}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. **C.** $K\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{8}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$. **D.** $K\left(\dfrac{7}{2};3;-\dfrac{5}{3}\right)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $AB = 3\sqrt{2}; BC = 3\sqrt{2}; CA = 3\sqrt{2}$.
Với K là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, ta có

$$BC \cdot \overrightarrow{KA} + CA \cdot \overrightarrow{KB} + AB \cdot \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{0}$$

Tọa độ tâm K của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{BC \cdot x_A + CA \cdot x_B + AB \cdot x_C}{BC + CA + AB} \\ y_K = \dfrac{BC \cdot y_A + CA \cdot y_B + AB \cdot y_C}{BC + CA + AB} \\ z_K = \dfrac{BC \cdot z_A + CA \cdot z_B + AB \cdot z_C}{BC + CA + AB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_K = \dfrac{3\sqrt{2} \cdot 1 + 3\sqrt{2} \cdot 5 + 3\sqrt{2} \cdot 2}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} = \dfrac{8}{3} \\ y_K = \dfrac{3\sqrt{2} \cdot 2 + 3\sqrt{2} \cdot 3 + 3\sqrt{2} \cdot 3}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} = \dfrac{8}{3} \\ z_K = \dfrac{3\sqrt{2} \cdot 0 + 3\sqrt{2} \cdot (-1) + 3\sqrt{2} \cdot (-4)}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} = -\dfrac{5}{3} \end{cases}.$$

Vậy $K = \left(\dfrac{8}{3}; \dfrac{8}{3}; -\dfrac{5}{3}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 189. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{u} = (1;1;-2)$ và $\vec{v} = (-2;1;1)$ bằng

A. $150°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Lời giải.

Ta có: $\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \dfrac{1 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(\vec{u}, \vec{v}\right) = 120°$.

Chọn đáp án D □

3.1 ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. D	4. D	5. D	6. D	7. A	8. A	9. D	10. A
11. A	13. D	14. C	15. A	16. C	17. D	18. A	19. D	20. D	21. A
22. D	23. C	24. D	25. A	26. D	27. D	28. D	29. C	30. C	31. A
32. A	33. C	34. D	35. C	36. B	37. B	38. B	39. A	40. A	41. C
42. C	43. A	44. C	45. B	46. B	47. A	48. D	49. D	50. C	51. A
52. A	53. D	54. D	55. C	56. A	57. A	58. C	59. C	60. D	61. A
62. D	63. A	64. C	65. D	66. D	67. B	68. A	69. A	70. C	71. B
72. B	73. A	74. A	75. D	76. D	77. D	78. C	79. D	80. B	81. A
82. C	83. A	84. C	85. A	86. D	87. A	88. B	89. A	90. C	91. A
92. B	93. C	94. C	95. A	96. C	97. A	98. B	99. B	100. B	101. C
102. C	103. D	104. B	105. D	106. A	107. A	108. D	109. B	110. A	111. A
112. A	113. B	114. C	115. C	116. A	117. C	118. B	119. D	120. D	121. D
122. C	123. A	124. B	125. B	126. A	127. C	128. B	129. C	130. D	131. A
132. D	133. C	134. C	135. B	136. D	137. A	138. B	139. A	140. C	141. C
142. B	143. B	144. B	145. B	146. C	147. C	148. D	149. D	150. A	151. A
152. C	153. D	154. A	155. C	156. D	157. A	158. B	159. C	160. A	161. D
162. A	163. A	164. C	165. D	166. D	167. B	168. A	169. D	170. D	171. A
172. C	173. D	174. C	175. B	176. D	177. A	178. C	179. C	180. C	181. B
182. D	183. B	184. D	185. A	186. B	187. A	188. C	189. D		

4 VẬN DỤNG THẤP

Câu 1 (THPT Quốc học Quy Nhơn, lần 1).
Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, biết $A(1;1;1), B(5;1;-2), C(7;9;1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A.

A. $\dfrac{3\sqrt{74}}{2}$. **B.** $2\sqrt{74}$. **C.** $3\sqrt{74}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{74}}{3}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;a)$,$B(0;a;a)$,$C(a;a;0)$. Mặt phẳng (ABC) cắt các trục Ox,Oy,Oz lại M,N,P. Tính thể tích khối tứ diện $OMNP$.

A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(1;-2;5)$. M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy). Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác MAB.

A. $\sqrt{42}+7$. **B.** $\sqrt{42}+5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{42}+\sqrt{62}$. **D.** $\sqrt{42}+2\sqrt{13}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 27. **B.** 162. **C.** 54. **D.** 6.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) trùng với mặt phẳng (Oxy), đoạn $SO \perp (\alpha)$,$SO = a$,$(a > 0)$. Các điểm M,N chuyển động trên Ox,Oy sao cho $OM + ON = a$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $SOMN$.

A. $24a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{a^3}{24}$.

✍**Lời giải.**

Thể tích tứ diện $SOMN$ là : $V_{SOMN} = \dfrac{1}{6}OS.OM.ON = \dfrac{1}{6}a.OM(a-OM)$

Đặt $OM = x$, xét hàm $f(x) = \dfrac{1}{6}ax(a-x), x \in (0;a)$ ta được GTLN bằng $\dfrac{a^3}{24}$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;2;0)$, $A_1(0;0;m)$ $(m > 0)$ và A_1C vuông góc với BC_1. Thể tích khối tứ diện A_1CBC_1 là

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 4. **D.** 8.

✍**Lời giải.**

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}]$. Vì $A_1C \perp BC_1 \Rightarrow ACC_1A_1$ là hình vuông $\Rightarrow$ $A_1A = AC = 2 \Rightarrow m = \pm 2$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} A_1(0;0;2) \\ A_1(0;0;2) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} C(0;2;2) \\ C(0;2;-2) \end{array}\right.$

$\Rightarrow V_{A_1CBC_1} = \dfrac{1}{6}[\overrightarrow{A_1B};\overrightarrow{A_1C}].\overrightarrow{A_1C_1} = \dfrac{4}{3}$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7;2;3)$, $B(1;4;3)$, $C(1;2;6)$, $D(1;2;3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P = MA + MB + MC + \sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM = \sqrt{26}$. **B.** $OM = \dfrac{5\sqrt{17}}{4}$. **C.** $OM = \sqrt{14}$. **D.** $OM = \dfrac{3\sqrt{21}}{4}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{DA} = (6;0;0)$, $\overrightarrow{DB} = (0;2;0)$, $\overrightarrow{DC} = (0;0;3)$ nên tứ diện $ABCD$ có DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau. Giả sử $M(x+1; y+2; z+3)$. Khi đó

$$\begin{aligned} MA &= \sqrt{(x-6)^2+y^2+z^2} \geq |x-6| \geq 6-x; \\ MB &= \sqrt{x^2+(y-2)^2+z^2} \geq |y-2| \geq 2-y; \\ MC &= \sqrt{x^2+y^2+(z-3)^2} \geq |z-3| \geq 3-z; \\ \sqrt{3}MD &= \sqrt{3\left(x^2+y^2+z^2\right)} \geq \sqrt{(x+y+z)^2} \geq x+y+z. \end{aligned}$$

Do đó $P \geq (6-x)+(2-y)+(3-z)+(x+y+z) = 11$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 11 khi và chỉ khi $\begin{cases} x = y = z = 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 2-y \geq 0 \\ 3-z \geq 0 \\ x+y+z \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 0.$

Khi đó $M(1;2;3)$, nên $OM = \sqrt{1^2+2^2+3^2} = \sqrt{14}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(\sin\alpha\sin\beta;0;0)$, $B(0;\sin\alpha\cos\beta;0)$, $C(0;0;\cos\alpha)$, trong đó α, β là hai số thực thay đổi. Biết rằng tập hợp tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $O.ABC$ là một mặt cầu (S) có bán kính R không đổi. Tìm R.

A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

✍Lời giải.

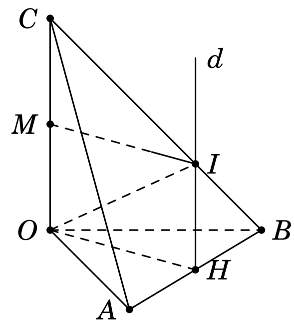
Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, OC.

Suy ra $H\left(\frac{\sin\alpha\sin\beta}{2};\frac{\sin\alpha\cos\beta}{2};0\right)$ và $M\left(0;0;\frac{\cos\alpha}{2}\right)$.

Vì $\triangle OAB$ vuông tại O nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$.

Trong (OCH), qua H dựng đường thẳng d song song với OC, dựng đường thẳng trung trực của OC cắt d tại I.

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$



Vì $OMHI$ là hình chữ nhật nên

$OI=\sqrt{OM^2+OH^2}=\sqrt{\left(\frac{\sin\alpha\sin\beta}{2}\right)^2+\left(\frac{\sin\alpha\cos\beta}{2}\right)^2+\left(\frac{\cos\alpha}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$.

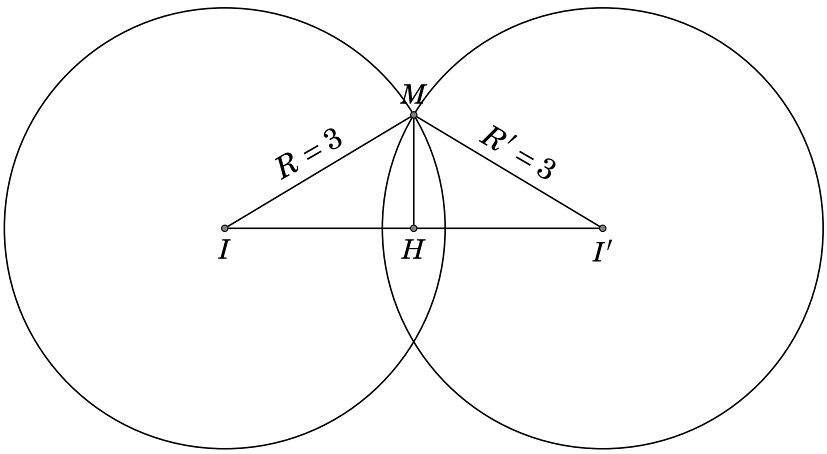
Suy ra I thuộc mặt cầu tâm O cố định, bán kính $R=\frac{1}{2}$ không đổi.

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ và ba điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2+2\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=8$ là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=6$. **C.** $r=3$. **D.** $r=\sqrt{6}$.

✍Lời giải.



Mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ có tâm $I(3;3;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi $M(x;y;z)$ ta được $MA^2=x^2+y^2+z^2-2x+1$; $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=x^2+y^2+z^2-2x-3y-7$.

Ta có $MA^2+2\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=8\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-6x-6y-21=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$. Suy ra M thuộc mặt cầu (S') có tâm $I'(1;1;0)$, bán kính $R'=3$ nên $M\in(S)\cap(S')$ là một đường tròn (C) có tâm H là trung điểm của đoạn II' (vì $R=R'=3$).

Vậy bán kính đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{6}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+3=0$, $(Q)\colon x-2y+2z-5=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 14. **B.** $3+3\sqrt{5}$. **C.** 28. **D.** $9+5\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Gọi các điểm A, B, C, D, H, K như hình vẽ bên.
Mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$,
$\mathrm{d}(I;(P))=3\sqrt{3}$, $\mathrm{d}(I;(Q))=\dfrac{14}{3}$.

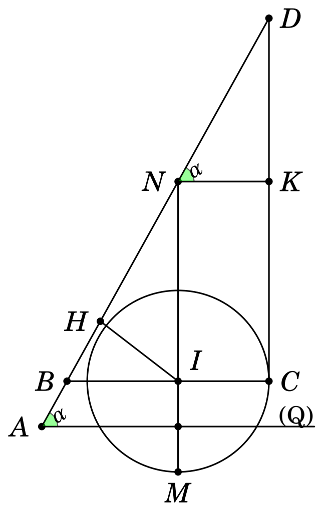
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng, suy ra $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha=\sqrt{2}$.

Do đó $DK > NK = MI \Rightarrow CD \geq MN$.

Ta có $\sin\alpha=\dfrac{IH}{IB} \Rightarrow IB=\dfrac{9}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC=\dfrac{9+5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

$\tan\alpha=\dfrac{CD}{BC} \Rightarrow CD=BC\cdot\tan\alpha=9+5\sqrt{2}$.

Vậy $MN_{\max}=9+5\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2)$, $B(0;-1;-3)$. Xét các điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz), giá trị nhỏ nhất của $P=\left|\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

✍**Lời giải.**

Ta tìm điểm $I(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OI}+2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. (1)

Ta có $\overrightarrow{OI}=(x;y;z)$, $\overrightarrow{IA}=(1-x;1-y;2-z)$, $\overrightarrow{IB}=(-x;-1-y;-3-z)$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases}2-4x=0\\-4y-1=0\\-5-4z=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=-\dfrac{1}{4}\\ z=-\dfrac{5}{4}.\end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB} &= \left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IM}\right)+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)\\ &= 4\overrightarrow{MI}.\\ \Rightarrow \left|\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right| &= 4MI.\end{aligned}$$

Do đó P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I lên (Oxz).

Theo đó $M\left(\dfrac{1}{2};0;-\dfrac{5}{4}\right)$.

Khi đó $\min P=4\cdot\mathrm{d}(I;(Oxz))=4IM=4\cdot\left|-\dfrac{1}{4}\right|=1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\triangle OMN$.

A. $I(1;1;1)$. **B.** $I(0;1;1)$. **C.** $I(0;-1;-1)$. **D.** $I(1;0;1)$.

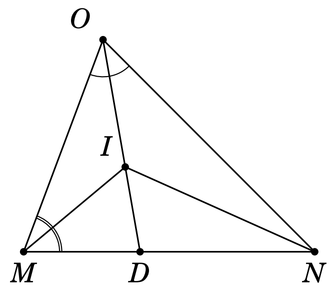
✍**Lời giải.**

Cách 1:

Ta có $\overrightarrow{OM}=(2;2;1)$, $\overrightarrow{ON}=\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Gọi OD là phân giác trong góc O có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\dfrac{1}{OM}\cdot\overrightarrow{OM}+\dfrac{1}{ON}\cdot\overrightarrow{ON}=(0;1;1)$.

Suy ra OD có phương trình tham số: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=t.\end{cases}$



Đặt $\vec{v}=\dfrac{1}{MO}\cdot\overrightarrow{MO}+\dfrac{1}{MN}\cdot\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{3}(-2;-2;-1)+\dfrac{1}{5}\left(-\dfrac{14}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3}\right)=\left(-\dfrac{8}{5};-\dfrac{4}{5};0\right)$.

Gọi MI là phân giác trong góc M có vectơ chỉ phương là $-\dfrac{5}{2}\vec{v}=(2;1;0)$.

Suy ra MI có phương trình tham số: $\begin{cases}x=2+2t'\\y=2+t'\\z=1.\end{cases}$

Gọi I là giao điểm của OD và MI ta suy ra tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x_I=2+2t'=0\\y_I=2+t'=t\\z_I=1=t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\t'=-1.\end{cases}$

Vậy $I(0;1;1)$.

Cách 2: Khi làm bài trắc nghiệm, học sinh có thể sử dụng luôn tính chất.

Với I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\triangle OMN$ ta chứng minh:

$$MN\cdot\overrightarrow{IO}+OM\cdot\overrightarrow{IN}+ON\cdot\overrightarrow{IM}=\vec{0}.$$

Thật vậy, theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{OM}{ON}=\frac{DM}{DN}\Rightarrow\frac{OM}{OM+ON}=\frac{DM}{DM+DN}\Rightarrow\frac{OM}{OM+ON}=\frac{DM}{MN}\Rightarrow\frac{MO}{MD}=\frac{OM+ON}{MN}\quad(1).$$

Ta cũng có

$$\begin{aligned}\frac{OM}{ON}=\frac{DM}{DN}\quad&\Rightarrow\ \overrightarrow{DM}=-\frac{OM}{ON}\overrightarrow{DN}\\&\Rightarrow\ \overrightarrow{IM}-\overrightarrow{ID}=-\frac{OM}{ON}\left(\overrightarrow{IN}-\overrightarrow{ID}\right)\\&\Rightarrow\ \left(1+\frac{OM}{ON}\right)\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IM}+\frac{OM}{ON}\overrightarrow{IN}\\&\Rightarrow\ \overrightarrow{ID}=\frac{ON}{OM+ON}\overrightarrow{IM}+\frac{OM}{OM+ON}\overrightarrow{IN}\quad(2).\end{aligned}$$

Mặt khác $\dfrac{IO}{ID}=\dfrac{MO}{MD}\Rightarrow\overrightarrow{IO}=-\dfrac{MO}{MD}\overrightarrow{ID}\quad(3)$.

Thay (1), (2) vàp (3) ta được

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{IO}=-\frac{MO}{MD}\overrightarrow{ID}\\\Rightarrow\ &\overrightarrow{IO}=-\frac{OM+ON}{MN}\left(\frac{ON}{OM+ON}\overrightarrow{IM}+\frac{OM}{OM+ON}\overrightarrow{IN}\right)\\\Rightarrow\ &\overrightarrow{IO}=-\frac{ON}{MN}\overrightarrow{IM}-\frac{OM}{MN}\overrightarrow{IN}\\\Rightarrow\ &MN\cdot\overrightarrow{IO}+OM\cdot\overrightarrow{IN}+ON\cdot\overrightarrow{IM}=\vec{0}.\end{aligned}$$

Áp dụng tính chất cho tam giác $\triangle OMN$ với I là tâm đường tròn nội tiếp có $MN=5$, $OM=3$,

$ON = 4$ ta được:

$$\begin{aligned}
& MN\cdot\overrightarrow{IO}+OM\cdot\overrightarrow{IN}+ON\cdot\overrightarrow{IM}=\vec{0}\\
\Leftrightarrow\ & 5\overrightarrow{IO}+3\overrightarrow{IN}+4\overrightarrow{IM}=\vec{0}\\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x_I=\dfrac{1}{12}(5x_O+3x_N+4x_M)\\ y_I=\dfrac{1}{12}(5y_O+3y_N+4y_M)\\ z_I=\dfrac{1}{12}(5z_O+3z_N+4z_M)\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x_I=\dfrac{1}{12}(-8+8)\\ y_I=\dfrac{1}{12}(4+8)\\ z_I=\dfrac{1}{12}(8+4)\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ & I(0;1;1).
\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;2)$, $B(0,1,0)$, $C(3,1,1)$ và mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z-5=0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ bằng

A. 0. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

✍**Lời giải.**

Đặt $T=MA^2+MB^2+MC^2$. Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Rightarrow G(1,1,1)$.
Khi đó $\overrightarrow{GA}=(-1;0;1)\Rightarrow GA^2=2$; $\overrightarrow{GB}=(-1;0;-1)\Rightarrow GB^2=2$; $\overrightarrow{GC}=(2;0;0)\Rightarrow GC^2=4$. Ta có

$$\begin{aligned}
T &= \overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2\\
&= \left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2\\
&= 3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2=3MG^2+8
\end{aligned}$$

$\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG=\mathrm{d}(G,(Q))=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Khi đó $T=12$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(2;-1;-3)$ và $C(-6;-1;3)$. Trong các tam giác ABC thỏa mãn các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau, điểm $A(a;b;0),(b>0)$ sao cho góc A lớn nhất, giá trị của $\dfrac{a+b}{\cos A}$ bằng

A. 10. **B.** -20. **C.** 15. **D.** -5.

✍**Lời giải.**

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.
$GB\perp GC\Leftrightarrow GB^2+GC^2=BC^2\Leftrightarrow AB^2+AC^2=5BC^2$.
$\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\dfrac{4BC^2}{2AB\cdot AC}\geq\dfrac{4BC^2}{AB^2+AC^2}=\dfrac{4BC^2}{5BC^2}=\dfrac{4}{5}$.
Do đó góc A lớn nhất khi $\cos A=\dfrac{4}{5}\Leftrightarrow AB=AC=5\sqrt{10}$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}(a-2)^2+(b+1)^2+9=(a+6)^2+(b+1)^2+9\\(a-2)^2+(b+1)^2+9=250\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=14\end{cases}$ (vì $b>0$).

Vậy $\dfrac{a+b}{\cos A}=15$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Trong không gian với toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1)\colon(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ và $(S_2)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M,N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $\sqrt{34}-1$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** 3.

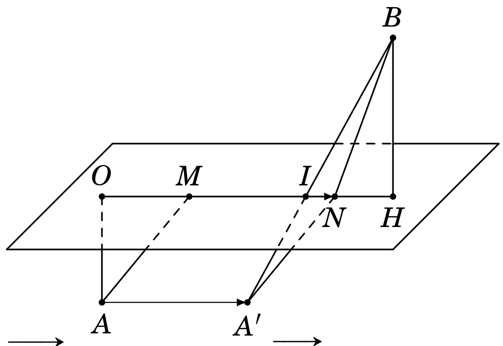
✍Lời giải.

Từ $\begin{cases}(S_1)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25 & (1)\\ (S_2)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0 & (2)\end{cases}$

Lấy (1) trừ (2) (vế theo vế), ta được $6z=0$ hay $(P)\colon z=0$ tức là $(P)\equiv(Oxy)$.

Dễ thấy A,B nằm khác phía đối với (P), hình chiếu của A trên (P) là O, hình chiếu của B trên (P) là $H(3;4;0)$.

Lấy A' sao cho $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$.



Khi đó $AM+BN=A'N+BN\geqslant A'B$ và cực trị chỉ xảy ra khi $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{OH}$.

Lấy $\overrightarrow{MN}=\dfrac{\overrightarrow{OH}}{\left|\overrightarrow{OH}\right|}=\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$.

Khi đó vì $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$ nên $A'\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};-2\right)$. Do đó $AM+BN=A'N+BN\geqslant A'B=5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$ và $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+2\cdot\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+3\cdot\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T=12a+12b+c$ có giá trị là

A. $T=3$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-1$.

✍Lời giải.

Với I là điểm bất kỳ, ta có

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{MA}\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}\overrightarrow{MA}\\ =\ &\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)+2\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)+3\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)\\ =\ &\overrightarrow{IA}\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IB}\overrightarrow{IC}+3\overrightarrow{IC}\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\left(4\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}\right)+6IM^2.\end{aligned}$$

Chọn $I(x;y;z)$ sao cho $4\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}4(1-x)+3(-2-x)+5(0-x)=0\\ 4(-1-y)+3(0-y)+5(1-y)=0\\ 4(2-z)+3(3-z)+5(-2-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-12x=2\\ -12y=-1\\ -12z=-7.\end{cases}$$

Suy ra $I\left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{12};\dfrac{7}{12}\right)$.

Khi đó, $\overrightarrow{IA}\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IB}\overrightarrow{IC}+3\overrightarrow{IC}\overrightarrow{IA}$ là hằng số và $\overrightarrow{IM}\left(4\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}\right)=0$ nên $S_{\min}\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên $(Oxy)\Rightarrow M\left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{12};0\right)$.

Vậy $T=12\cdot\dfrac{(-1)}{6}+12\cdot\dfrac{1}{12}+0=-1$.

Chọn đáp án (D) □

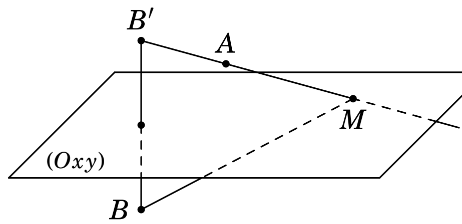
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-1;4;-3)$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|MA-MB|$ lớn nhất.

A. $M(-5;1;0)$. **B.** $M(5;1;0)$. **C.** $M(5;-1;0)$. **D.** $M(-5;-1;0)$.

✍Lời giải.

Ta có $z_A=1$, $z_B=-3$ do đó A và B nằm ở hai phía đối với mặt phẳng (Oxy).

Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy), ta có $|MA-MB|=\left|MA-MB'\right|$.



Mà ta có

$$\begin{aligned} & MA \le MB' + AB' \Rightarrow MA - MB' \le AB' \\ & MB' \le MA + AB' \Rightarrow MB' - MA \le AB' \\ \Rightarrow\ & \left|MA - MB'\right| \le AB'. \end{aligned}$$

Do đó $|MA - MB|$ lớn nhất là AB' khi B', A, M thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AB' và mặt phẳng (Oxy).
Ta có $B(-1;4;-3) \Rightarrow B'(-1;4;3)$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = (x_M - 3; y_M - 2; -1)$, $\overrightarrow{AB'} = (-4;2;2)$.
Ta có B', A, M thẳng hàng $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB'}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x_M - 3}{-4} = \frac{y_M - 2}{2} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 5 \\ y_M = 1. \end{cases}$$

Vậy tọa độ $M(5;1;0)$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7;2;3)$, $B(1;4;3)$, $C(1;2;6)$, $D(1;2;3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P = MA + MB + MC + \sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM = \dfrac{3\sqrt{21}}{4}$. **B.** $OM = \sqrt{26}$. **C.** $OM = \sqrt{14}$. **D.** $OM = \dfrac{5\sqrt{17}}{4}$.

✍**Lời giải.**
Ta có $\overrightarrow{DA} = (6;0;0)$, $\overrightarrow{DB} = (0;2;0)$, $\overrightarrow{DC} = (0;0;3)$.
Gọi $M(x+1; y+2; z+3)$, ta có

$$\begin{aligned} MA &= \sqrt{(x-6)^2 + y^2 + z^2} \ge |x-6| \ge 6 - x \\ MB &= \sqrt{x^2 + (y-2)^2 + z^2} \ge |y-2| \ge 2 - y \\ MC &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z-3)^2} \ge |z-3| \ge 3 - z \\ \sqrt{3}MD &= \sqrt{3\left(x^2 + y^2 + z^2\right)} \ge \sqrt{(x+y+z)^2} \ge x + y + z. \end{aligned}$$

Do đó $P \ge (6-x) + (2-y) + (3-z) + (x+y+z) = 11$.
Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là 11 khi vài chỉ khi $x = y = z = 0$.
Khi đó $M(1;2;3)$, suy ra $OM = \sqrt{14}$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$ và hai điểm $A(-1;2;0)$, $B(2;5;0)$. Gọi $K(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho $KA + 2KB$ nhỏ nhất. Giá trị $a - b + c$ bằng

A. $4 - \sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $4 + \sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**
Do $K \in (S) \Rightarrow (a-3)^2 + (b-2)^2 + c^2 = 4$.
Ta có

$$\begin{aligned} KA &= \sqrt{(a+1)^2 + (b-2)^2 + c^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2a - 4b + 12 - 7} \\ &= \sqrt{(a+1)^2 + (b-2)^2 + c^2 + 3\left[(a-3)^2 + (b-2)^2 + z^2\right] - 7} \\ &= 2\sqrt{(a-2)^2 + (a-2)^2 + z^2} \\ &= 2KM, \text{với } M(2;2;0). \end{aligned}$$

Dễ thấy B nằm ngoài mặt cầu (S) và M nằm trong mặt cầu (S).
$\Rightarrow KA + 2KB = 2(KM + KB) \ge 2MB$.
Dấu "= " xảy ra khi K là giao điểm của đoạn thẳng MB với mặt cầu (S).
Phương trình của $MB: \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 + 3t \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow K(2; 5+3t; 0)$.
$K \in (S) \Rightarrow 1 + (9(1+t)^2 = 4 \Leftrightarrow t = -1 \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow K(2; 2-\sqrt{3}; 0)$ và $K(2; 2+\sqrt{3}; 0)$.
Do K nằm giữa B, M nên $K(2; 2+\sqrt{3}; 0) \Rightarrow a - b + c = -\sqrt{3}$.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x+y+z$ bằng

A. 6. **B**. $\frac{21}{4}$. **C**. 8. **D**. 9.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;0)$, $\overrightarrow{AC}=(0;0;4)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-2;0)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=8\neq 0$ nên bốn điểm A ,B, C, D lập thành tứ diện.

Gọi I là trọng trọng tâm tứ diện $ABCD$ thì $\overrightarrow{OI}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$ và $I\left(\frac{7}{4};\frac{7}{2};0\right)$.

Ta có

$$\begin{aligned}
T &= MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2+\overrightarrow{MD}^2\\
&= \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{ID}\right)^2\\
&= 4\cdot\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IBD}\right)\\
&= 4\cdot\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2\\
&= 4.\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2\\
&\geq \overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2.
\end{aligned}$$

Suy ra $T_{\min}=\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ khi $M\equiv I$ tức là $M\left(\frac{7}{4};\frac{7}{2};0\right)$.

Khi đó $x+y+z=\frac{7}{4}+\frac{7}{2}+0=\frac{21}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, $c>0$ sao cho $OA+OB+OC+AB+BC+CA=1+\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $V_{O.ABC}$ bằng

A. $\frac{1}{108}$. **B**. $\frac{1}{486}$. **C**. $\frac{1}{54}$. **D**. $\frac{1}{162}$.

✍Lời giải.

Ta có $OA=a$; $OB=b$; $OC=c$; $AB=\sqrt{a^2+b^2}$; $BC=\sqrt{b^2+c^2}$; $CA=\sqrt{c^2+a^2}$.

$V_{OABC}=\frac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\frac{1}{6}a\cdot b\cdot c$.

Ta có

$$\begin{aligned}
& OA+OB+OC+AB+BC+CA=1+\sqrt{2}\\
\Leftrightarrow\ & a+b+c+\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}=1+\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có $a+b+c\geq 3\sqrt[3]{abc}$.

$$\begin{aligned}
\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2} &\geq 3\sqrt[6]{\left(a^2+b^2\right)\left(b^2+c^2\right)\left(c^2+a^2\right)}\\
&\geq 3\sqrt[6]{2ab\cdot 2bc\cdot 2ac}\\
&= 3\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{abc}.
\end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned}
& a+b+c+\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}\geq 3\sqrt[3]{abc}+3\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{abc}\\
\Leftrightarrow\ & 1+\sqrt{2}\geq 3\sqrt[3]{abc}(1+\sqrt{2})\Leftrightarrow\sqrt[3]{abc}\leq\frac{1}{3}\\
\Leftrightarrow\ & abc\leq\frac{1}{27}\Leftrightarrow\frac{1}{6}abc\leq\frac{1}{162}\Leftrightarrow V_{OABC}\leq\frac{1}{162}.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}a>0;b>0;c>0\\ a=b=c\\ a+b+c+\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}=1+\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của V_{OABC} bằng $\frac{1}{162}$.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (S). Tìm giá trị nhỏ nhất của $a^2+b^2+c^2$.

A. 25. **B.** 29. **C.** 24. **D.** 26.

✍Lời giải.

Vì $M(a;b;c)\in(S)\colon (x-4)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$ nên $(a-4)^2+(b-2)^2+(c-4)^2=1$. Suy ra

$$a^2+b^2+c^2+35=8a+4b+8c\le\sqrt{8^2+4^2+8^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow 5\le\sqrt{a^2+b^2+c^2}\le 7.$$

Vậy $a^2+b^2+c^2\ge 25$, dấu $''=''$ xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\dfrac{a}{8}=\dfrac{b}{4}=\dfrac{c}{8}\\ a^2+b^2+c^2=25\\ (a-4)^2+(b-2)^2+(c-4)^2=1.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{10}{3}\\ b=\dfrac{5}{3}\\ c=\dfrac{10}{3}.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=3$ và hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$. Xét điểm M thay đổi thuộc mặt cầu (S), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 103. **B.** 108. **C.** 105. **D.** 100.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;3)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

Giả sử điểm $N(x;y;z)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(2-x)+3(-3-x)=0\\ 2(-2-y)+3(3-y)=0\\ 2(4-z)+3(-1-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=1\\ z=1.\end{cases}$

Suy ra $N(-1;1;1)$, $IN=2\sqrt{3}$, $NA=3\sqrt{3}$, $NB=2\sqrt{3}$.

Ta lại có

$$\begin{aligned}2MA^2+3MB^2 &= 2\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)^2\\ &= 5MN^2+2\overrightarrow{MN}\cdot\left(2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NB}\right)+2NA^2+3NB^2\\ &= 5MN^2+2NA^2+3NB^2.\end{aligned}$$

Do vậy $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MN nhỏ nhất.

Ta lại có $IN=2\sqrt{3}>R$ nên MN nhỏ nhất khi và chỉ khi $MN=IN-R=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=5\cdot3+2\cdot27+3\cdot12=105$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi điểm $M(a;b;c)$ (với $a;b;c$ tối giản) thuộc mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$ sao cho biểu thức $T=2a+3b+6c$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị biểu thức $P=2a-b+c$.

A. $\dfrac{12}{7}$. **B.** 8. **C.** 6. **D.** $\dfrac{51}{7}$.

✍Lời giải.

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=16$.

Gọi $M(a;b;c)\in(S)\Leftrightarrow(a-1)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=16$.

Ta có

$$\begin{aligned}|2(a-1)+3(b-2)+6(c-2)| &\le \sqrt{\left(2^2+3^2+6^2\right)\left[(a-1)^2+(b-2)^2+(c-2)^2\right]}\\ &\Leftrightarrow |2a+3b+6c-20|\le 28\\ &\Rightarrow 2a+3b+6c-20\le 28\\ &\Rightarrow 2a+3b+6c\le 48.\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}2a+3b+6c=48\\ \dfrac{a-1}{2}=\dfrac{b-2}{3}\\ \dfrac{a-1}{2}=\dfrac{c-2}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+3b+6c=48\\ 3a-2b=-1\\ 3a-c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{15}{7}\\ b=\dfrac{26}{7}\\ c=\dfrac{38}{7}.\end{cases}$

Vậy $T=2a-b+c=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2t;2t;0)$, $B(0;0;t)$ với $(t>0)$. Điểm P di động thỏa mãn $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=3$. Biết rằng có giá trị $t=\dfrac{a}{b}$ với a, b nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản sao cho OP đạt giá trị lớn nhất bằng 3. Khi đó giá trị của $Q=2a+b$ bằng

A. 5. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 9.

✍Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OA}=(2t;2t;0)\\ \overrightarrow{OB}=(0;0;t)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0\\ \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(2t;2t;t).\end{cases}$

Suy ra

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=3\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{OP}\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}\right)+\overrightarrow{OP}\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}\right)+\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}\right)\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}\right)=3\\ \Leftrightarrow\ &3OP^2-2\left(\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}\right)+\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3\\ \Leftrightarrow\ &3OP^2=2\overrightarrow{OP}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)+3,\qquad(*).\end{aligned}$$

Giả sử điểm $P=(x_0;y_0;z_0)$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow 3\left(x_0^2+y_0^2+z_0^2\right)=4x_0t+4y_0t+2z_0t+3\Leftrightarrow x_0^2+y_0^2+z_0^2-\dfrac{4t}{3}x_0-\dfrac{4t}{3}y_0-\dfrac{2t}{3}z_0-1=0$.

Vậy P thuộc mặt cầu có tâm $I\left(\dfrac{2t}{3};\dfrac{2t}{3};\dfrac{t}{3}\right)$, bán kính $R=\sqrt{t^2+1}$.

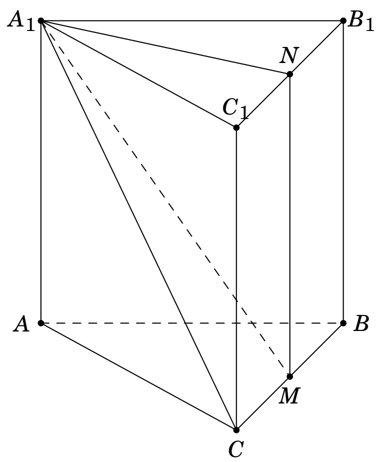
Suy ra OP lớn nhất bằng $OI+R=t+\sqrt{t^2+1}=3\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow Q=2\cdot4+3=11$.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1\left(\sqrt{3};-1;1\right)$, hai đỉnh B,C thuộc trục Oz và $AA_1=1$ (C không trùng với O). Biết $\vec{u}(a;b;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C. Tính $T=a^2+b^2$.

A. $T=4$. **B.** $T=5$. **C.** $T=16$. **D.** $T=9$.

✍Lời giải.



Mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ qua $A_1\left(\sqrt{3};-1;1\right)$ và song song với Oz.

Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $BC,B_1C_1\Rightarrow A_1M\perp BC\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của A_1 lên $Oz\Rightarrow M(0;0;1)$ và $MN=1$.

Ta có $A_1N=\sqrt{A_1M^2-MN^2}=\sqrt{3}$, do tam giác $A_1B_1C_1$ đều $\Rightarrow$ ta có

$$A_1N=\frac{\sqrt{3}}{2}B_1C_1=\sqrt{3}\Leftrightarrow B_1C_1=2.$$

Suy ra $MC=1\Leftrightarrow|n-1|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=2\\ n=0.\end{array}\right.$

- Với $n=0\Rightarrow C(0;0;0)\equiv O$ không thỏa mãn.
- Với $n=2\Rightarrow C(0;0;2)$ thỏa mãn.

Do đó $\overrightarrow{A_1C}=\left(-\sqrt{3};1;1\right)\Rightarrow\vec{u}_{A_1C}=\left(-\sqrt{3}t;t;t\right)$, với $t=2\Rightarrow\begin{cases}a=-2\sqrt{3}\\ b=2.\end{cases}$

Vậy ta có $T=a^2+b^2=\left(-2\sqrt{3}\right)^2+2^2=16$.

Chọn đáp án C □

Câu 27. Cho các tia Ox, Oy, Oz cố định đôi một vuông góc với nhau. Trên các tia đó lần lượt lấy các điểm A, B, C thay đổi thỏa mãn $OA+OB+OC+AB+BC+CA=1$ trong đó A, B, C không trùng với O. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $OABC$ bằng $\dfrac{1}{m\left(1+\sqrt{n}\right)^3}$, $(m,n\in\mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $P=m+n$ bằng

A. 164. **B.** 111. **C.** 192. **D.** 150.

✍Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho các tia Ox, Oy, Oz là chiều dương các trục tọa độ, gọi $A(x;0;0)$, $B(0;y;0)$, $C(0;0;z)$, $(x,y,z>0)$.
Ta có $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}xyz$. Theo giả thiết

$$\begin{aligned}
& OA+OB+OC+AB+BC+CA=1\\
\Leftrightarrow\quad & x+y+z+\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{y^2+z^2}+\sqrt{z^2+x^2}=1
\end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$$\begin{aligned}
x+y+z+\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{y^2+z^2}+\sqrt{z^2+x^2} &\ge 3\sqrt[3]{xyz}+3\sqrt[3]{2\sqrt{2}xyz}\\
\Leftrightarrow 1 &\ge 3\sqrt[3]{xyz}\left(1+\sqrt{2}\right)\\
\Rightarrow \frac{1}{6}xyz &\le \frac{1}{162\left(1+\sqrt{2}\right)^3}\\
\Leftrightarrow V_{OABC} &\le \frac{1}{162\left(1+\sqrt{2}\right)^3}.
\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=\dfrac{1}{3+3\sqrt{2}}$.

Vậy $\begin{cases} m=162\\ n=2\end{cases}\Rightarrow P=m+n=164$.

Chọn đáp án A □

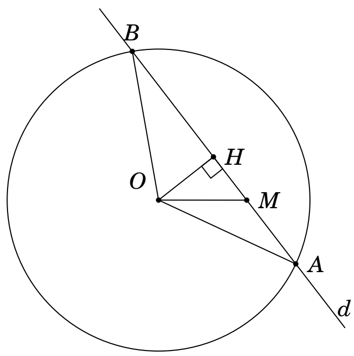
Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB.

A. $S=4$. **B.** $S=\sqrt{7}$. **C.** $S=2\sqrt{2}$. **D.** $S=2\sqrt{7}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$.
Vì $OM=1<R$ nên M nằm bên trong mặt cầu (S). Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên d.
Ta dùng mô hình như hình bên để giải bài toán.
Đặt $x=OH$, ta có $0<x\le OM$, đồng thời

$$HA=\sqrt{R^2-OH^2}=\sqrt{8-x^2}.$$



Vậy diện tích tam giác OAB là $S_{OAB}=\dfrac{1}{2}OH\cdot AB=OH\cdot HA=x\sqrt{8-x^2}$.

Xét hàm số $f(x)=x\sqrt{8-x^2}$ trên $(0;1]$. Ta có $f'(x)=-\dfrac{2(x^2-4)}{\sqrt{8-x^2}}>0\ \forall x\in(0;1]$.

Suy ra $\max\limits_{(0;1]}f(x)=f(1)=\sqrt{7}$.

Vậy diện tích lớn nhất S của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$ khi H trùng với điểm M, hay M là hình chiếu vuông góc của O lên d.

Chọn đáp án B □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-8y+9=0$ và hai điểm $A(5;10;0)$, $B(4;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S). Giá trị nhỏ nhất của $MA+3MB$ bằng

A. $\dfrac{11\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{22\sqrt{2}}{3}$. **C.** $22\sqrt{2}$. **D.** $11\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)\in(S)$. Ta có

$$\begin{aligned}
MA+3MB &= \sqrt{(x-5)^2+(y-10)^2+z^2}+3\sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2}\\
&= 3\left[\sqrt{\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{14}{3}\right)^2+z^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2}\right]\\
&\geq \sqrt{\left(4+\frac{1}{3}\right)^2+\left(2-\frac{14}{3}\right)^2+1^2}=\frac{11\sqrt{2}}{3}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;6)$, $B(2;4;0)$ và $C(0;4;6)$. Biết M là điểm để biểu thức $MA+MB+MC+MO$ đạt giá trị nhỏ nhất, phương trình đường thẳng (Δ) đi qua hai điểm $H(3;0;-1)$ và M là

A. $(\Delta)\colon \frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

B. $(\Delta)\colon \frac{x-3}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$.

C. $(\Delta)\colon \frac{x-3}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

D. $(\Delta)\colon \frac{x-3}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trọng tâm tứ diện $OABC$, ta được $I(1;2;3)$.

Khi đó, ta có $\begin{cases}\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{0}\\ IA=IB=IC=IO=\sqrt{14}.\end{cases}$

Ta thấy

$$\begin{aligned}
MA &= \frac{1}{\sqrt{14}}\cdot\left|\overrightarrow{MA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{IA}\right|\\
&\geq \frac{1}{\sqrt{14}}\cdot\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{IA}\\
&= \frac{1}{\sqrt{14}}\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\cdot\overrightarrow{IA}\\
&= \frac{1}{\sqrt{14}}\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IA}+\sqrt{14}.
\end{aligned}$$

Tương tự, ta có

$$\begin{aligned}
MB &\geq \frac{1}{\sqrt{14}}\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IB}+\sqrt{14}\\
MC &\geq \frac{1}{\sqrt{14}}\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IC}+\sqrt{14}\\
MO &\geq \frac{1}{\sqrt{14}}\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IO}+\sqrt{14}.
\end{aligned}$$

Do vậy, ta được

$$\begin{aligned}
MA+MB+MC+MO &\geq \frac{1}{\sqrt{14}}\cdot\overrightarrow{MI}\cdot\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IO}\right)\\
&= 4\sqrt{14}. \qquad (*)
\end{aligned}$$

Đẳng thức $(*)$ xảy ra $\Leftrightarrow M\equiv I$. Khi đó ta có $\overrightarrow{MH}=(2;-2;-4)$.

Vậy $(\Delta)\colon \frac{x-3}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-2}$.

Chọn đáp án D □

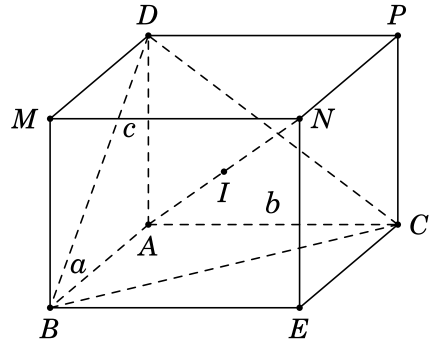
Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72. **B.** 216. **C.** 108. **D.** 36.

✍**Lời giải.**

Đặt $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A, nội tiếp mặt cầu (S).
Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2+b^2+c^2=4R^2$.

Xét $V = V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \dfrac{1}{36}a^2b^2c^2$.



Mà $a^2+b^2+c^2 \geqslant 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3 \geqslant a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{4R^2}{3}\right)^3 \geqslant 36\cdot V^2 \Leftrightarrow V \leqslant R^3\cdot\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$

Với $R = IA = 3\sqrt{3}$.
Vậy $V_{\max} = 36$.
Chọn đáp án D □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 8.

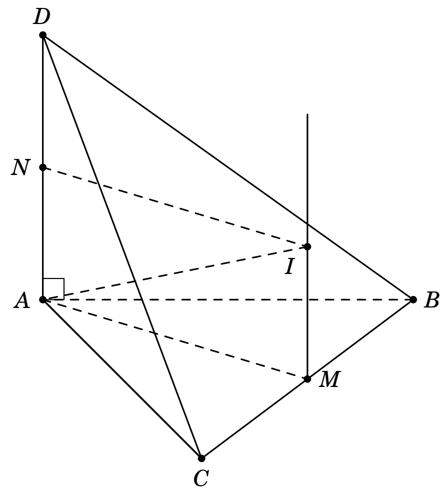
✍**Lời giải.**

Đặt $AD = a$, $AB = b$, $AC = c$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD. Qua M kẻ đường thẳng d song song với AD, qua N dựng đường thẳng vuông góc với AD cắt d tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
Ta có

— $R = IA = \sqrt{3}$.

— $AM = \dfrac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}$; $IM = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow R^2 = IA^2 = \dfrac{a^2+b^2+c^2}{4} = 3$.



Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $a^2+b^2+c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Rightarrow abc \leq 8$.

Suy ra $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}abc \leq \dfrac{1}{6}\cdot 8 = \dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $B(-2;2;0)$, $C(4;1;-2)$. Trên mặt phẳng $Oxyz$, điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C?

A. $M\left(\dfrac{3}{4};0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{-3}{4};0;\dfrac{-1}{2}\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{3}{4};0;\dfrac{-1}{2}\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{-3}{4};0;\dfrac{1}{2}\right)$.

✍**Lời giải.**

$A(2;2;2)$, $B(-2;2;0)$, $C(4;1;-1)$, $M(x,0,z) \in (Oxz)$ và cách đều 3 điểm A, B, C nên ta có

$$\begin{cases} MA = MB \\ MB = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2+4+(z-2)^2 = (x+2)^2+4+z^2 \\ (x-4)^2+1+(z+1)^2 = (x+2)^2+4+z^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x-4z = -4 \\ -12x+2z = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{4} \\ z = \dfrac{-1}{2}. \end{cases}$$

Vậy $M = \left(\dfrac{3}{4};0;\dfrac{-1}{2}\right)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ tâm I và hai điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;0;-3)$. Xét các tiếp tuyến của (S) tại A và B cắt nhau tại $M=(x_M;y_M;z_M)$. Tìm y_M khi đoạn IM đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $y_M=-\dfrac{14}{13}$. **B.** $y_M=\dfrac{14}{13}$. **C.** $y_M=-\dfrac{22}{13}$. **D.** $y_M=\dfrac{10}{13}$.

✍Lời giải.

— (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

— Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình

$$(P_A)\colon (-1-1)(x+1)+(0+2)y+(0+1)z=0 \Leftrightarrow -2x+2y+z-2=0.$$

— Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại B có phương trình

$$(P_B)\colon (0-1)x+(0+2)y+(-3+1)(z+3)=0 \Leftrightarrow -x+2y-2z-6=0.$$

— M nằm trên đường d là giao của (P_A) và (P_B), IM ngắn nhất khi M là hình chiếu của I trên d.

— Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB}\right]=(-6;-5;-2)$. Ta có M nằm trên (P_A), (P_B) và $\overrightarrow{IM}\perp\vec{u}$ nên có tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -2x+2y+z-2=0\\ -x+2y-2z-6=0\\ -6(x-1)-5(y+2)-2(z+1)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-14}{13}\\ y=\dfrac{10}{13}\\ z=\dfrac{-22}{13}.\end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

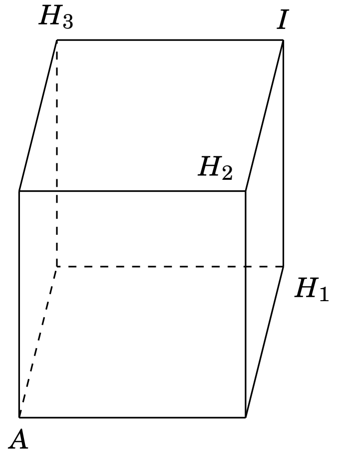
Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và điểm $A(3;1;5)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là ba đường tròn có chu vi lần lượt là p_1,p_2,p_3. Tính $T=p_1^2+p_2^2+p_3^2$.

A. $T=132\pi^2$. **B.** $T=66\pi^2$. **C.** $T=264\pi^2$. **D.** $T=36\pi^2$.

✍Lời giải.

— (S) có tâm $I(1;2;3)$; $R=5$.
Gọi H_1; H_2; H_3 là hình chiếu của I đến 3 mặt phẳng đó.

— Ta có
I, H_1, H_2, H_3 và A tạo thành một hình hộp chữ nhật với đường chéo IA và các cạnh IH_1, IH_2, IH_3 như hình vẽ.
Từ đó $IH_1^2+IH_2^2+IH_3^2=IA^2=9$.
Gọi r_1, r_2, r_3 là bán kính 3 đường tròn là giao tuyến của 3 mặt phẳng đó với mặt cầu.
Ta có
$r_1^2=R^2-IH_1^2$; $r_2^2=R^2-IH_2^2$;
$r_3^2=R^2-IH_3^2$. Suy ra
$r_1^2+r_2^2+r_3^2=3R^2-\left(IH_1^2+IH_2^2+IH_3^2\right)$
$=66$.
Từ đó $p_1^2+p_2^2+p_3^2=4\pi^2\left(r_1^2+r_2^2+r_3^2\right)$
$=264\pi^2$.

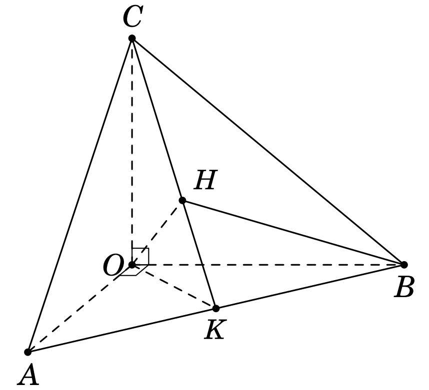


Chọn đáp án C □

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi sao cho $a^2+b^2+c^2=3$. Tính khoảng cách lớn nhất từ O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** 1.

✍Lời giải.



Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Dễ thấy tứ diện $OABC$ là hình chóp tam diện vuông tại O.
Ta có $CH\perp AB$, $CO\perp AB\Rightarrow AB\perp(CHO)\Rightarrow AB\perp OH$.
Mà $BH\perp AC$, $BO\perp AC\Rightarrow AC\perp(BHO)\Rightarrow AC\perp OH$.
Từ đó ta suy ra $OH\perp(ABC)\Rightarrow d(O,(ABC))=OH$.
Xét tam giác AOB vuông tại O, có đường cao OK

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}.$$

Xét tam giác COK vuông tại O, có đường cao OH

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geq\frac{3}{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}\Rightarrow OH^2\leq\frac{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{3}.$$

Mà $3=a^2+b^2+c^2\geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}\Rightarrow abc\leq 1\Rightarrow OH\leq\frac{1}{3}$.

Vậy khoảng cách từ O mặt phẳng (ABC) lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Trong không gian cới hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$ và điểm $I(2;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt đường thẳng d tại hai điểm A,B sao cho $\triangle IAB$ vuông tại I.

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=8$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=\frac{80}{9}$.

C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu tâm I cắt đường thẳng d tại A,B nên $A,B\in d$.
Khi đó $A(2+2t;1+2t;-1-t)$, $B(2+2u;1+2u;-1-u)$ với $t\neq u$.
Suy ra $\overrightarrow{IA}=(2t;2+2t;-2-t)$, $\overrightarrow{IB}=(2u;2+2u;-2-u)$.
Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}=0\,(\text{do}\,\triangle IAB\,\text{vuông})\\ IA=IB\,(\text{do}\,I\,\text{là tâm hình cầu})\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4tu+(2+2t)(2+2u)+(2+t)(2+u)=0\\ 4t^2+(2+2t)^2+(2+t)^2=4u^2+(2+2u)^2+(2+u^2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9tu+6u+6t+8=0\\ 9t^2+12t=9u^2+12u\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9tu+6u+6t+8=0\\ (t-u)(9t+9u+12)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9tu+6u+6t+8=0\\ t=-u-\frac{4}{3}\,(\text{vì}\,t\neq u)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9u\left(-u-\frac{4}{3}\right)+6\left(-u-\frac{4}{3}\right)+6u+8=0\\ t=-u-\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-9u^2-12u=0\\ t=-u-\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0;\,t=\frac{-4}{3}\\ u=-\frac{4}{3};\,t=0.\end{array}\right.$$

Nhận xét A,B có vai trò như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $u=0;t=-\frac{4}{3}$. Khi đó $B(2;1;-1)$, $\overrightarrow{IB}=(0;2;-2)$.
Bán kính hình cầu là $R=IB=2\sqrt{2}$. Vậy phương trình mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=8.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=25$ và hai điểm $A(7;9;0), B(0;8;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=MA+2MB$ với M là điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S).

A. 10. **B.** $5\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

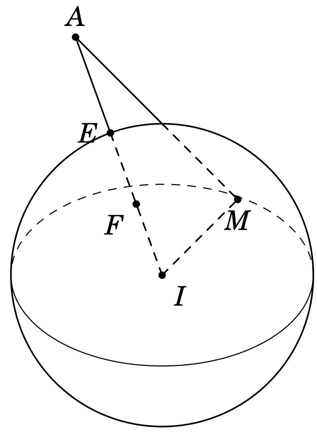
Lời giải.

Gọi $I(1;1;0), R=5$ là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Ta có $IA=10=2R, IB=\sqrt{50}>5$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu.

Gọi $E(4;5;0)$ là giao điểm của AI và mặt cầu (S) và $F\left(\dfrac{5}{2};3;0\right)$ là trung điểm của IE.

Khi đó $IM=2IF$.



Xét hai tam giác MIF và AIM, ta có $\begin{cases}\widehat{AIM} \text{(góc chung)}\\ \dfrac{IF}{IM}=\dfrac{1}{2}=\dfrac{IM}{IA}\end{cases}$

$\Rightarrow \triangle AIM \backsim \triangle MIF$(c.g.c)

$\Rightarrow \dfrac{MA}{FM}=\dfrac{AI}{MI}=2 \Rightarrow MA=2MF$.

Suy ra $MA+2MB=2MF+2MB \geq 2FB=5\sqrt{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của FB và mặt cầu (S).

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$ là $5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3) có cùng bán kính $r=1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0;3;-1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là

A. $R=\sqrt{10}+1$. **B.** $R=\sqrt{10}-1$. **C.** $R=2\sqrt{2}-1$. **D.** $R=\sqrt{10}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) là mặt cầu tiếp xúc ngoài với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2) và (S_3). Gọi I là tâm và R là bán kính mặt cầu (S).

Vì $IA=IB=IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $AB=2\sqrt{2}$, $AC=4\sqrt{2}$ và $BC=2\sqrt{10}$. Suy ra $BC^2=AB^2+AC^2$ hay tam giác ABC vuông tại A. Do đó I là trung điểm của BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$IA=IB=IC=\frac{BC}{2}=\sqrt{10}.$$

Vậy $R=IA-1=IB-1=IC-1=\sqrt{10}-1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$ và điểm $A(-1;-1;1)$. Ba mặt phẳng thay đổi qua A và đôi một vuông góc với nhau cắt (S) theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của các hình tròn đó.

A. 18π. **B.** 17π. **C.** 26π. **D.** 11π.

Lời giải.

Vì tổng diện tích của ba đường tròn không đổi nên ta có thể chọn ba mặt phẳng đôi một vuông góc với nhau có phương trình là $x=-1$, $y=-1$ và $z=1$.

Mặt phẳng $x=-1$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn $(y+1)^2+(z-2)^2=9$ có bán kính $R_1=3$.

Mặt phẳng $y=-1$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn $(x+1)^2+(z-2)^2=9$ có bán kính $R_2=3$.

Mặt phẳng $z=1$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn $(x+1)^2+(y+1)^2=8$ có bán kính $R_3=2\sqrt{2}$.

Tổng diện tích của ba hình tròn là $\pi(R_1^2+R_2^2+R_3^2)=26\pi$.

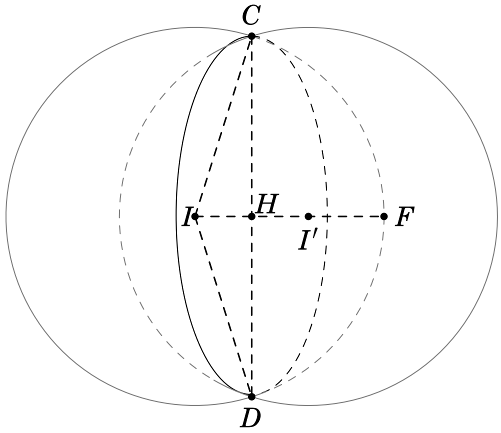
Chọn đáp án (C) □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=25$, (S_2): $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Tính phần thể tích V giới hạn bởi hai mặt cầu trên.

A. $V=\dfrac{1127}{6}\pi$. **B.** $V=\dfrac{1135}{6}\pi$. **C.** $V=\dfrac{1127}{24}\pi$. **D.** $V=\dfrac{1127}{12}\pi$.

✍Lời giải.

Mặt cầu S_1 có tâm $I(1;0;1)$ bán kính $R=5$.
Mặt cầu S_2 có tâm $I'(2;2;3)$ bán kính $R'=5$.
$\overrightarrow{II'}=(1;2;2)$, $II'=3$.
Giải sử ta có các điểm như hình vẽ.
Khi đó $h=HF=R-IH=R-\dfrac{1}{2}II'=\dfrac{7}{2}$.
Do hai mặt cầu có cùng bán kính nên phần giới hạn bởi hai mặt cầu là hai chỏm cầu có cùng thể tích.
Vậy thể tích giới hạn bởi hai mặt cầu là
$V=2\pi\cdot h^2\cdot\left(R-\dfrac{h}{3}\right)=\dfrac{1127}{12}\pi$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-3)$, $B(4;5;-3)$. $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt phẳng Oxy sao cho MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

✍Lời giải.

Lấy điểm I đoạn thẳng AB sao cho $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, khi đó ta có

$$\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+2x_B}{3}=\dfrac{-2+2\cdot4}{3}=2\\ y_I=\dfrac{y_A+2y_B}{3}=\dfrac{2+2\cdot5}{3}=4\\ z_I=\dfrac{z_A+2z_B}{3}=\dfrac{-3+2\cdot(-3)}{3}=-3,\end{cases}$$

từ đó suy ra $I(2;4;-3)$.
Ta lại có

$$\begin{aligned} MA^2+MB^2=&\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2\\ =&\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IB}^2\\ =&2\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2=2MI^2+IA^2+IB^2.\end{aligned}$$

Từ đó, kết hợp với A, B và I cố định, suy ra MA^2+MB^2 nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, khi đó M là hình chiếu của I trên mặt phẳng Oxy, suy ra $M(2;4;0)$.
Vậy $a+b+c=6$.

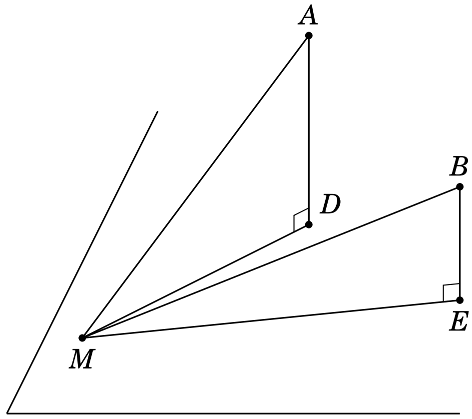
Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;10)$, $B(4;6;5)$ và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA,MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM.

A. $6\sqrt{3}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oxy).
Khi đó $(MA,(Oxy)) = \widehat{AMD}$ và $(MB,(Oxy)) = \widehat{BME}$.
Do đó MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau khi và chỉ khi $\triangle AMD \backsim \triangle BME$.
Khi đó $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AD}{BE}$.
Ta có $AD = \mathrm{d}(A,(Oxy)) = 10$ và $BE = \mathrm{d}(B,(Oxy)) = 5$.
Do đó $\dfrac{AM}{BM} = 2$. (1)



Gọi tọa độ của M là $(x, y, 0)$. Ta có

$$AM^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2 + 100 \text{ và } MB^2 = (x-4)^2 + (y-6)^2 + 25.$$

Từ (1) suy ra

$$AM^2 = 4BM^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4(x-4)^2 + 4(y-6)^2.$$

Đặt $x - 1 = a$ và $y - 3 = b$. Ta có

$$a^2 + b^2 = 4(a-3)^2 + 4(b-3)^2 \Leftrightarrow 3(a^2 + b^2) - 24(a+b) + 72 = 0.$$

Sử dụng bất đẳng thức $(a+b)^2 \le 2(a^2+b^2)$ ta có

$$\frac{3}{2}(a+b)^2 - 24(a+b) + 72 \le 0 \Leftrightarrow 4 \le a+b \le 12.$$

Do đó $a^2 + b^2 \ge \dfrac{(a+b)^2}{2} \ge \dfrac{4^2}{2} = 8$. Vậy $AM^2 = a^2 + b^2 + 100 \ge 108 \Leftrightarrow AM \ge 6\sqrt{3}$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = 2 \Leftrightarrow x = 3; y = 5$. Khi đó điểm M có tọa độ $(3;5;0)$.
Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{7}$.

✍Lời giải.

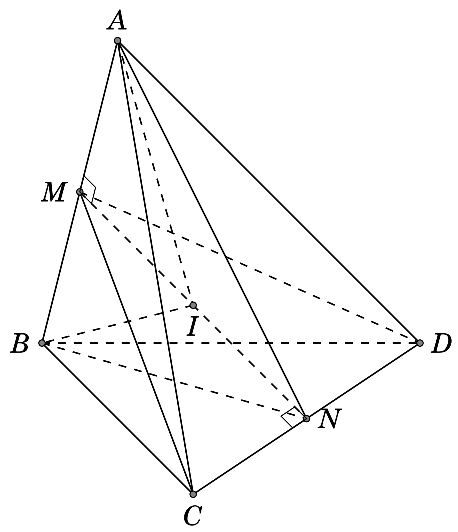
Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.
Ta có: $\overrightarrow{OM} = \left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow OM = 1 < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu (S).
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \leqslant OM$.
Đặt $OH = x \Rightarrow 0 \leqslant x \leqslant 1$.
Đặt $\widehat{AOH} = \alpha \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{AH}{OA} = \dfrac{\sqrt{OA^2 - OH^2}}{OA} = \dfrac{\sqrt{8-x^2}}{2\sqrt{2}}$; $\cos\alpha = \dfrac{OH}{OA} = \dfrac{x}{2\sqrt{2}}$.
Suy ra $\sin\widehat{AOB} = 2\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{x\sqrt{8-x^2}}{4}$.
Ta có: $S_{\triangle OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB} = x\sqrt{8-x^2}$ với $0 \leqslant x \leqslant 1$.
Xét hàm số $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$ trên đoạn $[0;1]$.
$f'(x) = \sqrt{8-x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{8-x^2}} = \dfrac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}} > 0, \forall x \in [0;1] \Rightarrow \max\limits_{[0;1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$.
Vậy diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$.
Chọn đáp án D □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(m;0;0)$, $B(0;m-1;0)$, $C(0;0;m+4)$ thỏa mãn $BC = AD$, $CA = BD$ và $AB = CD$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{14}$.

✍Lời giải.

Đặt $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.
Theo giả thiết ta có tam giác $\triangle ABC = \triangle CDA$ theo trường hợp (c-c-c), suy ra $CM = DM$ hay tam giác CMD cân tại M, dẫn đến $MN \perp CD$.
Chứng minh tương tự ta cũng có $MN \perp AB$. Gọi I là trung điểm của MN thì $IA = IB$ và $IC = ID$.
Mặt khác ta lại có $AB = CD$ nên $\triangle BMI = \triangle CNI \Rightarrow IB = IC$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.



Ta có $IA^2 = IM^2 + AM^2 = \dfrac{MN^2}{4} + \dfrac{AB^2}{4} = \dfrac{MN^2 + c^2}{4}$.
Mặt khác CM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên $CM^2 = \dfrac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}$.
$\Rightarrow MN^2 = CM^2 - CN^2 = \dfrac{2a^2+2b^2-c^2}{4} - \dfrac{c^2}{4} = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2}$.
Vậy $IA^2 = \dfrac{a^2+b^2+c^2}{8}$.
Với $a^2 + b^2 + c^2 = 2m^2 + 2(m-1)^2 + 2(m+4)^2 = 6(m+1)^2 + 28$.
Vậy $IA^2 = \dfrac{6(m+1)^2+28}{8} \geqslant \dfrac{7}{2}$. Suy ra $\min IA = \sqrt{\dfrac{7}{2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM \cdot ON = 12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

✍Lời giải.

Do giả thiết phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
Giả sử điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và $N(x_1;y_1;z_1)$ thỏa mãn bài toán.
Mà $OM \cdot ON = 12 \Leftrightarrow OM = \dfrac{12}{ON} \Leftrightarrow OM = \dfrac{12}{ON^2} \cdot ON$.
Vì N thuộc tia OM nên hai véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$ cùng chiều suy ra $\overrightarrow{OM} = \dfrac{12}{ON^2}\overrightarrow{ON}$ $(*)$.
Mà $\overrightarrow{OM}(x_0;y_0;z_0)$; $\overrightarrow{ON}(x_1;y_1;z_1)$ và $ON^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$.

Từ $(*)$ suy ra $\begin{cases} x_0 = \dfrac{12x_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2} \\ y_0 = \dfrac{12y_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2} \\ z_0 = \dfrac{12z_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2} \end{cases}$. Vì M thuộc phương trình mặt phẳng (ABC) nên

$$\begin{aligned} 6x_0+3y_0+2z_0-12=0 &\Leftrightarrow 6\frac{12x_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2}+3\frac{12y_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2}+2\frac{12z_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2}-12=0 \\ &\Leftrightarrow 6x_1+3y_1+2z_1=x_1^2+y_1^2+z_1^2 \\ &\Leftrightarrow (x_1-3)^2+\left(y_1-\frac{3}{2}\right)^2+(z_1-1)^2=\frac{49}{4} \end{aligned}$$

Do đó tập hợp điểm N thuộc mặt cầu $(S):\ (x-3)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+(z-1)^2=\dfrac{49}{4}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ta có $R=\dfrac{7}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$; $B(-1;0;4)$; $C(0;-1;3)$ và điểm M thuộc mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Khi biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoan MA bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 6. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Giả sử $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S), khi đó ta có $a^2+b^2+(c-1)^2=1$.

Vì $a^2+b^2\ge 0$ nên $(c-1)^2\le 1 \Leftrightarrow 0\le c\le 2$.

Ta có $MA^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-2)^2$, $MB^2=(a+1)^2+b^2+(c-4)^2$, $MC^2=a^2+(b+1)^2+(c-3)^2$ nên

$$\begin{aligned} MA^2+MB^2+MC^2 &= 3a^2+3b^2+3c^2-18c+33 \\ &= 3\left(1-(c-1)^2\right)+3c^2-18c+33 \\ &= 33-12c\ge 33-12\cdot 2=9. \end{aligned}$$

Vậy $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $a=b=0, c=2$ hay $M(0;0;2)$. Khi đó $MA=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi đi qua điểm M, cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của tam giác OAB.

A. $S_{\max}=4$. **B.** $S_{\max}=2\sqrt{7}$. **C.** $S_{\max}=\sqrt{7}$. **D.** $S_{\max}=2\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

(S) có tâm $O(0;0;0)$ và có bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Gọi t là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng d $(t\le OM=1)$. Diện tích tam giác OAB là

$$S=\frac{1}{2}t\cdot AB=t\sqrt{R^2-t^2}=t\sqrt{8-t^2}=\frac{1}{\sqrt{7}}\left(\sqrt{7}t\right)\cdot\sqrt{8-t^2}\le\frac{7t^2+8-t^2}{2\sqrt{7}}=\frac{6t^2+8}{2\sqrt{7}}\le\frac{14}{2\sqrt{7}}=\sqrt{7}.$$

Dấu bằng xảy ra khi d vuông góc với OM.

Chọn đáp án C □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;1;-1)$ và $B(0;3;1)$ và mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$. Điểm M thuộc (P) thỏa mãn $\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất có hoành độ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -4.

✍**Lời giải.**

Tìm điểm $I(x,y,z)$ sao cho $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=0 \Leftrightarrow \begin{cases}2(2-x)-(0-x)=0\\2(1-y)-(3-y)=0\\2(-1-z)-(1-z)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\y=-1\\z=-3.\end{cases}$

Vì $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=0 \Rightarrow 2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MI}$, nên ta có $\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MI}\right|$.

Để $\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì M là chân đường cao hạ từ I xuống mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;1;-1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng qua $I(4;-1;-3)$ và vuông góc với (P) là $\begin{cases}x=4+t\\y=-1+t\\z=-3-t.\end{cases}$

Chân đường cao hạ từ I xuống mặt phẳng (P) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x+y-z+3=0\\x=4+t\\y=-1+t\\z=-3-t.\end{cases}$$

Thế ba phương trình sau vào phương trình đầu tiên ta có

$$(4+t)+(-1+t)-(-3-t)+3=0 \Leftrightarrow 3t+9=0 \Leftrightarrow t=-3.$$

Do đó $x=1, y=-4, z=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-2;3)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$. Tập hợp các điểm M di động trên mặt cầu (S) sao cho $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=2$ là một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{11}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{62}}{4}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $J(-1;0;2)$ và bán kính $R=2$.

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $\begin{cases}\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\\I(0;-1;2)\end{cases}$.

Dễ thấy $IJ=2$ nên I thuộc mặt cầu (S).

Từ giả thiết ta có: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM})(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM})=IM^2-IA^2$.

Mặt khác $IA^2=3$ nên $IM^2=5$.

Do vậy ta có điểm M thuộc mặt cầu $(S'):x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S) và (S'), suy ra (C) là đường tròn cố định mà M di chuyển trên đó.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa $(C) \Rightarrow (P):2x-2y+1=0$.

Gọi H là hình chiếu của I lên $(P) \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn (C).

$IH=d(I,(P))=\dfrac{3}{2\sqrt{2}} \Rightarrow r=HM=\sqrt{IM^2-IH^2}=\dfrac{\sqrt{62}}{4}$.

Chọn đáp án D □

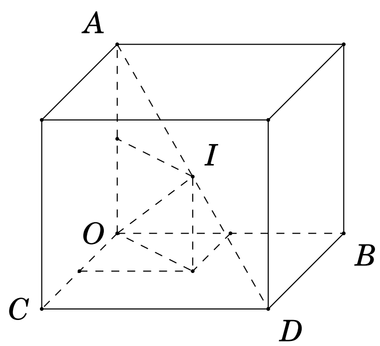
Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;6)$, $B(0;4;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ với O là gốc tọa độ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

✍Lời giải.

Dựng hình hộp chữ nhật có ba chiều là OA, OB, OC như hình vẽ bên. Rõ ràng tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ cũng chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật. Suy ra I là trung điểm của đường chéo AD của hình hộp.

Vì $A(0;0;6)$, $D(-2;4;0)$ nên tọa độ của I là $(-1;2;3)$. Từ đó $a+b+c=4$.



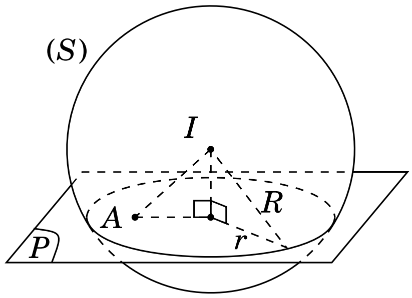
Chọn đáp án C □

Câu 52. Cho điểm $A(2;1;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Bán kính nhỏ nhất đó là

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$, bán kính $R=3$.
Ta có $2^2+(1-1)^2+(2-1)^2=5<9$ nên $A(2;1;2)$ nằm trong mặt cầu. Gọi r là bán kính đường tròn thiết diện, ta có $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}$. Do đó r nhỏ nhất khi $d(I,(P))$ lớn nhất.



Ta có $d(I,(P)) \le IA$. Dấu bằng xảy ra khi $IA \perp (P)$. Vậy r nhỏ nhất khi $d(I,(P))=IA=\sqrt{5}$. Khi đó thiết diện có bán kính nhỏ nhất bằng $\sqrt{R^2-IA^2}=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;0;1)$, $C(3;-1;1)$, M là điểm di động trên mặt phẳng (Oyz). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$P=3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+2\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$.

A. $\frac{\sqrt{42}}{6}$. **B.** $\sqrt{42}$. **C.** $3\sqrt{82}$. **D.** $\frac{\sqrt{82}}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi E lần lượt là trung điểm của BC. Suy ra $E\left(\frac{5}{2};-\frac{1}{2};1\right)$.

Gọi $F(x;y)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{FA}+2\overrightarrow{FB}=\vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases}1-x+2(2-x)=0\\ 2-y+2(0-y)=0\\ -3-z+2(1-z)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{5}{3}\\ y=\frac{2}{3}\\ z=-\frac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow F\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right).$$

$\Rightarrow \overrightarrow{EF}=\left(-\frac{5}{6};\frac{7}{6};-\frac{4}{3}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{ME}$ và $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=3\overrightarrow{MF}$.

Suy ra $P=3|2\overrightarrow{ME}|+2.|3\overrightarrow{MF}|=6(ME+MF)$.

Ta có: $(Oyz): x=0 \Rightarrow E,F$ nằm cùng một phía của (Oyz). Gọi E' đối xứng với E qua mặt phẳng (Oyz). Khi đó $ME=ME'$ và $E'\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{2};1\right) \Rightarrow \overrightarrow{E'F}=\left(\frac{25}{6};\frac{7}{6};-\frac{4}{3}\right) \Rightarrow E'F=\frac{\sqrt{82}}{2}$.

Suy ra $P=6(ME+MF)=6(ME'+MF)\ge 6E'F$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của P bằng $6E'F=3\sqrt{82}$.

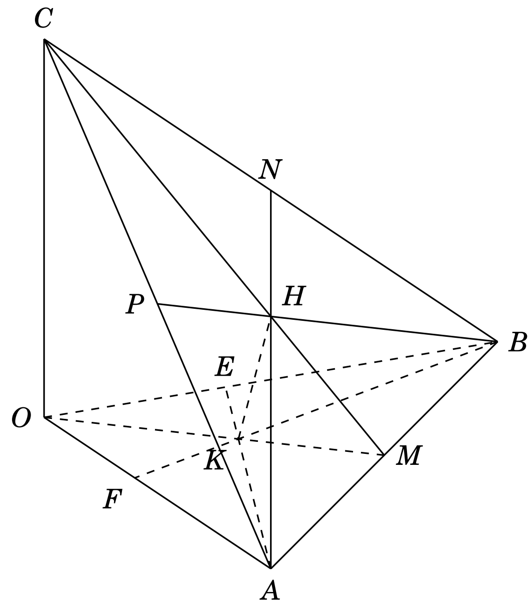
Chọn đáp án C □

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;0)$ và $B(3;4;0)$. Với C là một điểm trên trục Oz, gọi H là trực tâm tam giác ABC. Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính đó.

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Ta có A,B thuộc mặt phẳng $z=0$, C thuộc Oz do đó $CO\perp(OAB)$.
Hơn nữa, $OA=OB=5$ nên tam giác OAB cân tại O.
Kẻ các đường cao OM,AN,BP của tam giác ABC; các đường cao AM,BF,AE của tam giác OAB. Gọi K là trực tâm của tam giác OAB.
Ta thấy $AE\perp OB$ và $AE\perp OC$ suy ra $AE\perp CB$.
Kết hợp với $AN\perp CB$ ta có $CB\perp(ANE)$, suy ra $CB\perp KH$.
Chứng minh tương tự, ta có $AC\perp KH$.
Vậy $KH\perp(ABC)$. Nên $\widehat{KHM}=90^\circ$.
Mà K và M cố định nên H di chuyển trên đường tròn đường kính KM.



Ta đi tính KM.
Ta có $KM=MB\tan\widehat{KBM}$. Chú ý rằng $\widehat{KBM}=\widehat{OAM}$.
Ta có $AB=2\sqrt{5}$ và $\sin\widehat{OAM}=\dfrac{AM}{OA}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ suy ra $\tan\widehat{OAM}=\dfrac{1}{2}$.
Vậy $KM=2\sqrt{5}\cdot\dfrac{1}{2}=\sqrt{5}$.
Do đó bán kính của đường tròn là $\dfrac{KM}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$, $B(3;4;1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AX+BY$ với X,Y là các điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $XY=1$.

A. 3. **B.** 5. **C.** $2+\sqrt{17}$. **D.** $1+2\sqrt{5}$.

✍**Lời giải.**
Đặt $X(a;b;0)$, $Y(c;d;0)$ thì $(a-c)^2+(b-d)^2=1$.
Theo bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(3-c)^2+(4-d)^2}+\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}\ge 5.$$

Suy ra $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(3-c)^2+(4-d)^2}\ge 4$. Lại áp dụng bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$AX+BY=\sqrt{a^2+b^2+4}+\sqrt{(3-c)^2+(4-d)^2+1}+\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}\ge 5$$

Chọn đáp án B □

Câu 56. Cho mặt cầu (S) có tâm O, bán kính $R=2a$ và điểm M thỏa mãn $OM=a\sqrt{3}$. Ba mặt phẳng thay đổi qua điểm M và đôi một vuông góc với nhau cắt mặt cầu theo giao tuyến lần lượt là các đường tròn với bán kính r_1, r_2, r_3. Giá trị lớn nhất của biểu thức $r_1+r_2+r_3$ là

A. $3a$. **B.** $3a\sqrt{2}$. **C.** $3a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**
Từ điểm M và ba mặt phẳng qua điểm M đôi một vuông góc với nhau ta dựng hệ trục tọa độ $Mxyz$. Giả sử $O(x_0,y_0,z_0)$ và r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của đường tròn là giao tuyến của mặt cầu với mặt Myz, Mzx và Mxy. Khi đó ta có: $\begin{cases} r_1^2=4a^2-x_0^2\\ r_2^2=4a^2-y_0^2\\ r_3^2=4a^2-z_0^2\end{cases}$ và $OM^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2=3a^2$.
Theo bất đẳng thức Buinhiacopski: $(r_1+r_2+r_3)^2\leqslant 3(r_1^2+r_2^2+r_3^2)$.
Dấu bằng xảy ra khi $r_1=r_2=r_3$.
Vậy $r_1+r_2+r_3\leqslant\sqrt{3(12a^2-3a^2)}=3a\sqrt{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $r_1=r_2=r_3=a\sqrt{3}$.
Chọn đáp án C □

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=8$ và điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. Xét đường thẳng Δ thay đổi qua M, cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** 8.

✍**Lời giải.**

Ta có $OM=1$. Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \perp AB$.

Đặt $OH=x \leqslant OM=1$. Khi đó $AB=2AH=2\sqrt{8-x^2}$

$S_{OAB}=x\sqrt{8-x^2}=\sqrt{8x^2-x^4}=\sqrt{7-(x^2-1)(x^2-7)}\leqslant\sqrt{7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 58. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-4=0$ và $(\beta): 2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB=8$ khi

A. $m=12$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=5$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β), ta chọn $\vec{n}_1(1;2;-2)$ và $\vec{n}_2(2;-2;-1)$. Khi đó $[\vec{n}_1;\vec{n}_2]=(-6;-3;-6)$, gọi $\vec{v}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ta chọn $\vec{v}(2;1;2)$ và điểm $M_0\left(1;\frac{3}{2};0\right)$ thuộc Δ.

Suy ra phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=2t+1 \\ y=t+\frac{3}{2} \\ z=2t. \end{cases}$

Mặt khác ta có

$$(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-3)^2+z^2=13-m.$$

Để (S) là mặt cầu suy ra $13-m>0 \Leftrightarrow m<13$.

Khi đó gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu ta có $I(-2;3;0)$ và $R=\sqrt{13-m}$.

Hạ $IH\perp\Delta$ suy ra $HA=HB=4$ ta có $IH=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM_0};\vec{v}\right]\right|}{|\vec{v}|}$. Mà $\overrightarrow{IM_0}\left(3;-\frac{3}{2};0\right)$ nên $\left[\overrightarrow{IM_0};\vec{v}\right]=(-3;-6;6)$ suy ra $IH=\dfrac{\sqrt{(-3)^2+(-6)^2+6^2}}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=3$.

Xét tam giác vuông HIA ta có $IA^2=IH^2+HA^2 \Leftrightarrow 13-m=3^2+4^2 \Leftrightarrow m=-12$.

Chọn đáp án B □

Câu 59. Cho $\int x^2\sqrt{x^3+2}\,\mathrm{d}x=k\left(x^3+2\right)^{\frac{3}{2}}+C$. Tính giá trị k.

A. $-\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

✍**Lời giải.**

$\int x^2\sqrt{x^3+2}\,\mathrm{d}x=\int\frac{1}{3}\left(x^3+2\right)'\sqrt{x^3+2}\,\mathrm{d}x=\frac{2}{9}\left(x^3+2\right)^{\frac{3}{2}}+C$.

Khi đó $k=\frac{2}{9}$.

Chọn đáp án B □

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $M(1;-1;-3)$. **B.** $N(3;-2;-1)$. **C.** $P(1;-1;-5)$. **D.** $Q(5;-3;3)$.

✍**Lời giải.**

Ta có: $\dfrac{1-3}{2}=\dfrac{-1+2}{2}\neq\dfrac{-3+1}{4}$ nên điểm $M(1;-1;-3)$ không thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án A □

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;1;0)$ và $D(2;1;-2)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

✍**Lời giải.**

Cách 1. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$.

Diện tích mặt đáy ABC

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Phương trình mặt phẳng (ABC): $x-2y-z+3=0$.

Chiều cao tứ diện

$$h=\mathrm{d}(D,(ABC))=\frac{|2-2\cdot 1-(-2)+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{6}}.$$

Vậy thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot\frac{5}{\sqrt{6}}=\frac{5}{6}.$$

Cách 2. Ta có

$$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1),\ \overrightarrow{AC}=(-1;0;-1),\ \overrightarrow{AD}=(2;0;-3)$$
$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1),\ \overrightarrow{AD}\cdot\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=5.$$

Vậy thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AD}\cdot\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+8y-2mz+6m=0$. Biết đường kính của (S) bằng 12, tìm m.

A. $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=8\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-8\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=4\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-4\end{array}\right.$.

✍**Lời giải.**

Ta có $a=2,\ b=-4,\ c=m,\ d=6m$. Do (S) có đường kính bằng 12 nên có bán kính bằng 6, suy ra

$$a^2+b^2+c^2-d=6^2 \Leftrightarrow 4+16+m^2-6m=36 \Leftrightarrow m^2-6m-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-2\\m=8.\end{array}\right.$$

Chọn đáp án A □

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;1)$, $C(0;1;2)$. Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm của tam giác ABC. Giá trị của $S=x+y+z$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

✍**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{BC}=(-2;0;1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-1;3)$.

$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{BC}=(-1;-5;-2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{n}_{(ABC)}=(-1;-5;-2)$.

$\Rightarrow (ABC)$: $-1(x-1)-5(y-2)-2(z+1)=0$

$\Leftrightarrow -x-5y-2z+9=0 \Leftrightarrow x+5y+2z-9=0$.

Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ H\in(ABC)\end{cases}$

Mà $\overrightarrow{AH}=(x-1;y-2;z+1)$, $\overrightarrow{BH}=(x-2;y-1;z-1)$.

$\Rightarrow \begin{cases}-2x+z=-3\\ -x-y+3z=0\\ x+5y+2z=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z=2\\ y=1\\ z=1\end{cases} \Rightarrow H(2;1;1) \Rightarrow x+y+z=4.$

Chọn đáp án A □

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P = a - b + c$.

A. $P = 6$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = -2$. **D.** $P = 9$.

✍Lời giải.

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu. Do mặt cầu tiếp xúc với ba trụ tọa độ và đi qua $A(1;-1;4)$ nên

$$\begin{cases} a > 0, b < 0, c > 0 \\ |a| = |b| = |c|. \end{cases}$$

Do đó $I(a;-a;a)$. Vì $IA = R$ nên $(a-1)^2 + (-a+1)^2 + (a-4)^2 = a^2 \Leftrightarrow a = 3$. Ta có $a = 3, b = -3, c = 3$ nên $P = a - b + c = 9$.

Chọn đáp án D □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz).

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$. **B.** $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.

✍Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN.

Ta có: $OM = 3$, $ON = 4$, $MN = 5$.

Áp dụng công thức: $\begin{cases} x_I = \dfrac{ON \cdot x_M + OM \cdot x_N + MN \cdot x_O}{OM + ON + MN} = 0 \\ y_I = \dfrac{ON \cdot y_M + OM \cdot y_N + MN \cdot y_O}{OM + ON + MN} = 1 \\ z_I = \dfrac{ON \cdot z_M + OM \cdot z_N + MN \cdot z_O}{OM + ON + MN} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1;1).$

Và $\mathrm{d}(I,(Oxz)) = 1$.

Vậy, phương trình mặt cầu cần lập : $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2;4;8)$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là

A. $(3;6;12)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{16}{3}\right)$.

✍Lời giải.

Gọi $A(x_A;0;0), B(0;y_B;0), C(0;0;z_C)$. Do $G(2;4;8)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $x_A = 6, y_B = 12$ và $z_C = 24$. Suy ra $A(6;0;0), B(0;12;0), C(0;0;24)$.

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$, trong đó $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu. Do (S) đi qua bốn điểm A, B, C, O nên ta có hệ

$$\begin{cases} d = 0 \\ 36 - 12a + d = 0 \\ 144 - 24b + d = 0 \\ 576 - 48c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow I(3;6;12).$$

Chọn đáp án A □

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz).

A. $A_1(1;0;0)$. **B.** $A_1(0;2;3)$. **C.** $A_1(1;0;3)$. **D.** $A_1(1;2;0)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$. Từ đó suy ra điểm $A_1(0;2;3)$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oyz).

Chọn đáp án B □

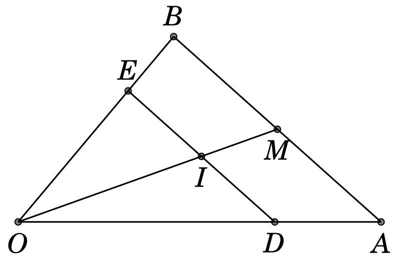
Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(0;1;-1)$. Hai điểm D, E thay đổi trên các đoạn OA, OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm I của đoạn DE có tọa độ là

A. $I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\ \dfrac{\sqrt{2}}{4};\ 0\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3};\ \dfrac{\sqrt{2}}{3};\ 0\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{1}{4};\ \dfrac{1}{4};\ 0\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{1}{3};\ \dfrac{1}{3};\ 0\right)$.

✍**Lời giải.**

Theo đề bài ta có $OA = OB = \sqrt{2}$ và

$$S_{ODE} = \frac{1}{2}S_{OAB}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot OD\cdot OE\cdot \sin\widehat{DOE} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB\cdot\sin\widehat{AOB}$$
$$\Leftrightarrow OD\cdot OE = \frac{1}{2}OA\cdot OB = 1.$$



Mặt khác

$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD.OE.\cos\widehat{AOB} \geq 2OD.OE - 2OD.OE.\cos\widehat{AOB} = 2\left(1-\cos\widehat{AOB}\right)$.

Suy ra DE nhỏ nhất khi $OD = OE = 1$.

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$.

Khi đó, $\overrightarrow{OI} = \dfrac{OI}{OM}\cdot\overrightarrow{OM} = \dfrac{OD}{OA}\cdot\overrightarrow{OM} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\ \dfrac{\sqrt{2}}{4};\ 0\right)$. Suy ra $I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\ \dfrac{\sqrt{2}}{4};\ 0\right)$

Chọn đáp án A □

Câu 69. Cho tam giác ABC biết $A(2;-1;3)$ và trọng tâm $G(2;1;0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ có toạ độ là

A. $(0;6;9)$. **B.** $(0;9;-9)$. **C.** $(0;-9;9)$. **D.** $(0;6;-9)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AG} = (0;2;-3)$, theo tính chất trọng tâm tam giác ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} = (0;6;-9)$.

Chọn đáp án D □

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;-3)$, $C(4;2;5)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P = x_0+y_0+z_0$ bằng

A. $P=0$. **B.** $P=6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=-3$.

✍**Lời giải.**

Vì $M\in(Oxy)$ nên $M(x_0;y_0;0)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.
Ta có $G(2;1;3)$.
Khi đó

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| &= \left|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right|\\ &= \left|3\overrightarrow{MG}\right| = 3MG = 3\sqrt{(x_0-2)^2+(y_0-1)^2+3^2} \geq 9.\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x_0 = 2$ và $y_0 = 1$ hay $M(2;1;0)$.
Vậy $P = x_0+y_0+z_0 = 3$.

Chọn đáp án C □

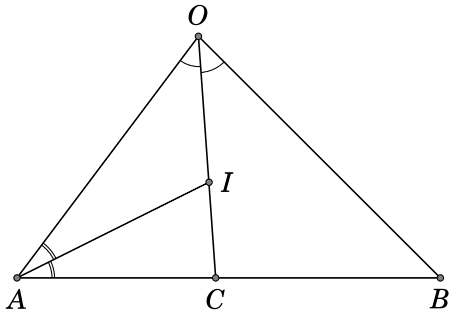
Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. Biết $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB. Tính $S = a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=2$.

✍**Lời giải.**

Gọi C là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB.
Ta có $OA = 3$, $OB = 4$.

$$\overrightarrow{CA} = -\frac{OA}{OB}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_C = -\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{8}{3} - x_C\right) \\ 2 - y_C = -\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{4}{3} - y_C\right) \\ 1 - z_C = -\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{8}{3} - z_C\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = \dfrac{12}{7} \\ z_C = \dfrac{12}{7}. \end{cases}$$



Vậy $C\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right)$.
Khi đó

$$AC = \sqrt{(0-2)^2 + \left(\frac{12}{7} - 2\right)^2 + \left(\frac{12}{7} - 1\right)^2} = \frac{15}{7}.$$

Ta lại có

$$\overrightarrow{IC} = -\frac{AC}{AO}\overrightarrow{IO} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = \dfrac{5}{7}a \\ \dfrac{12}{7} - b = \dfrac{5}{7}b \\ \dfrac{12}{7} - c = \dfrac{5}{7}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1. \end{cases}$$

Do đó $S = a + b + c = 2$.
Chọn đáp án D □

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(-3;-2;-5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2 + BM^2 = 30$ là mặt cầu (S). Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;-2;-8); R = 3$.
B. $I(-1;-1;-4); R = \sqrt{6}$.
C. $I(-1;-1;-4); R = 3$.
D. $I(-1;-1;-4); R = \dfrac{\sqrt{30}}{2}$.

✍**Lời giải.**
Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I = (-1;-1;-4)$.
Khi đó

$$\begin{aligned} AM^2 + BM^2 &= \overrightarrow{AM}^2 + \overrightarrow{BM}^2 \\ &= \left(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IM}\right)^2 + \left(\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IM}\right)^2 \\ &= \overrightarrow{AI}^2 + \overrightarrow{BI}^2 + 2\overrightarrow{IM}^2 + 2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}\right) \\ &= AI^2 + BI^2 + 2IM^2 \\ &= \frac{AB^2}{2} + 2IM^2 = 12 + 2IM^2. \end{aligned}$$

Nên $AM^2 + BM^2 = 30 \Leftrightarrow 12 + 2IM^2 = 30 \Leftrightarrow IM = 3$. Vậy, tập hợp điểm M là mặt cầu (S) tâm $I(-1;-1;-4)$, bán kính $R = 3$.
Chọn đáp án C □

Câu 73. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-4)$, $B(-3;5;2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-1;3;-2)$.
B. $M(-2;4;0)$.
C. $M(-3;7;-2)$.
D. $M\left(-\dfrac{3}{2}; \dfrac{7}{2}; -1\right)$.

✍**Lời giải.**

Ta tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 0-x_I+2(-3-x_I)=0 \\ 2-y_I+2(5-y_I)=0 \\ -4-z_I+2(2-z_I)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I=-2 \\ y_I=4 \\ z_I=0. \end{cases}$

Như vậy $I(-2;4;0)$.
Từ đó

$$\begin{aligned} MA^2+2MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2+2\overrightarrow{MB}^2 \\ &= \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2 \\ &= 3MI^2+IA^2+2IB^2+\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}\right) \\ &= 3MI^2+IA^2+2IB^2 \geq IA^2+2IB^2=30. \end{aligned}$$

Do đó MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất là bằng 30 khi và chỉ khi $MI=0 \Leftrightarrow M\equiv I$. Hay $M=(-2;4;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA=AB=a$ và $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm AD, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM.

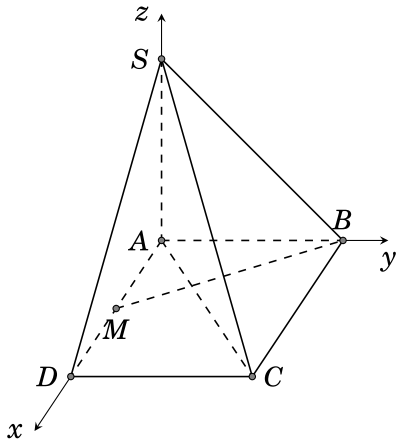
A. $\dfrac{a\sqrt{14}}{6}$. **B.** $\dfrac{6a}{\sqrt{14}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{14}}$.

✍Lời giải.

Đặt hình chóp vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O\equiv A, B\in Oy, D\in Ox, S\in Oz$.

Ta có: $A(0;0;0), S(0;0;a), B(0;a;0), D(a;0;0), C(a;a;0), M\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$.

Do đó $d=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BM}\right]\cdot\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BM}\right]\right|}$. $(*)$



Mà $\overrightarrow{SC}=(a;a;-a), \overrightarrow{BM}=\left(\dfrac{a}{2};-a;0\right), \overrightarrow{BC}=(a;0;0)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BM}\right]=\left(-a^2;-\dfrac{a^2}{2};-\dfrac{3a^2}{2}\right)$, thay vào $(*)$ ta được

$$d=\frac{\left|-a^3\right|}{\sqrt{a^4+\dfrac{a^4}{4}+\dfrac{9a^4}{4}}}=\frac{2a}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1), B(0;2;-1), C(2;-3;1)$. Điểm M thỏa mãn $T=MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị của $P=x_M^2+2y_M^2+3z_M^2$.

A. $P=134$. **B.** $P=162$. **C.** $P=101$. **D.** $P=114$.

✍Lời giải.

Giả sử $I(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Khi đó ta có $\begin{cases} 1-x-(0-x)+(2-x)=0 \\ -2-y-(2-y)+(-3-y)=0 \\ 1-z-(-1-z)+(1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-7 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow I(3;-7;3)$.

Ta có

$$\begin{aligned} T=\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2 &= \left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)^2-\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)^2 \\ &= IA^2-IB^2+IC^2-2\left(\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IC}\cdot\overrightarrow{IM}\right)+IM^2 \\ &= IA^2-IB^2+IC^2-2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+IM^2=IA^2-IB^2+IC^2+IM^2. \end{aligned}$$

Do $IA^2-IB^2+IC^2$ là số không đổi nên T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất $\Leftrightarrow M\equiv I$. Suy ra $M(3;-7;3)$.

Vậy $P=3^2+2\cdot(-7)^2+3\cdot 3^2=134$.

Chọn đáp án A □

Câu 76. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Lấy điểm M thuộc đoạn AD', điểm N thuộc đoạn BD sao cho $AM = DN = x$, $\left(0 < x < \dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)$. Tìm x theo a để đoạn MN ngắn nhất.

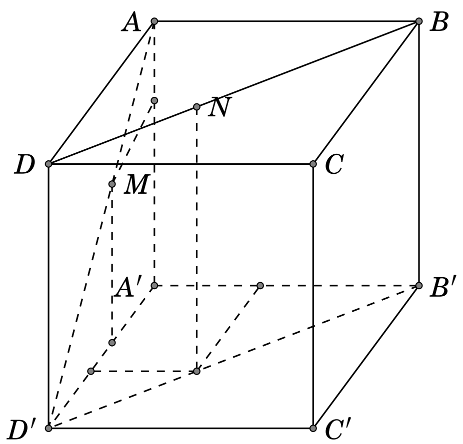
A. $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $x = \dfrac{a}{3}$. **D.** $x = \dfrac{a}{2}$.

✍**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A'$, $A'D' \equiv Ox$, $A'B' \equiv Oy$, $A'A \equiv Oz$.

$A'(0;0;0)$, $D'(a;0;0)$, $B'(0;a;0)$, $A(0;0;a)$, $D(a;0;a)$, $B(0;a;a)$, $C'(a;a;0)$, $C(a;a;a)$.

$M\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}};0;\dfrac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}}\right)$, $N\left(\dfrac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}};\dfrac{x}{\sqrt{2}};a\right)$.



$$\Rightarrow MN^2 = (\sqrt{2}x - a)^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} = 3x^2 - 2\sqrt{2}ax + a^2 = 3\left(x^2 - 2\frac{\sqrt{2}}{3}ax + \frac{2a^2}{9}\right) + \frac{a^2}{3}.$$

$\Rightarrow MN^2 = 3\left(x - \dfrac{\sqrt{2}a}{3}\right)^2 + \dfrac{a^2}{3}$. Vậy MN ngắn nhất $\Leftrightarrow x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\sqrt{14}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có dạng:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (S) với $a^2 + b^2 + c^2 > d$.

$O(0;0;0) \in (S) \Rightarrow d = 0 \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz = 0$.

$A(-1;0;0) \in (S) \Rightarrow (-1)^2 - 2a(-1) = 0 \Rightarrow a = -\dfrac{1}{2}$

$B(0;0;2) \in (S) \Rightarrow 2^2 - 2c \cdot 2 = 0 \Rightarrow c = 1$

$C(0;-3;0) \in (S) \Rightarrow (-3)^2 - 2b \cdot (-3) = 0 \Rightarrow b = -\dfrac{3}{2}$

Suy ra mặt cầu có tâm $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2};1\right)$.

$\overrightarrow{OI} = \left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2};1\right)$

Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$:

$R = OI = \sqrt{\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(-\dfrac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;-2)$, $B(4;0;0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất, đi qua O, A, B có tâm là

A. $I(2;0;-1)$. **B.** $I(0;0;-1)$. **C.** $I(2;0;0)$. **D.** $I\left(\dfrac{4}{3};0;-\dfrac{2}{3}\right)$.

✍**Lời giải.**

Gọi tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(a;b;c)$.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R$

$O(0;0;0) \in (S) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = R$ (1)
$A(0;0;-2) \in (S) \Rightarrow a^2 + b^2 + (-2-c)^2 = R$ (2)
$B(4;0;0) \in (S) \Rightarrow (4-a)^2 + b^2 + c^2 = R$ (3)
Từ (1) và (2) $\Rightarrow c^2 = (-2-c)^2 \Leftrightarrow c^2 = c^2 + 4c + 4 \Rightarrow c = -1$.
Từ (1) và (3) $\Rightarrow a^2 = (4-a)^2 \Leftrightarrow a^2 = a^2 - 8a + 16 \Rightarrow a = 2$.
Thay $a = 2; c = -1$ vào (1) ta được: $R = 5 + b^2 \geq 5$.
Suy ra để mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất thì $b = 0 \Rightarrow I(2;0;-1)$.
Vậy $I(2;0;-1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 79. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), C(0;0;3), B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là

A. $R = 2$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = \sqrt{2}$.

✍Lời giải.
Giả sử $M(x;y;z)$.
Ta có: $MA^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2$;
$MB^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2$;
$MC^2 = x^2 + y^2 + (z-3)^2$.

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2 \\ &\Leftrightarrow -2x + 1 = (y-2)^2 + x^2 + (z-3)^2 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là $R = \sqrt{2}$.
Chọn đáp án D □

Câu 80. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;1)$, $B(2;1;-1)$, $C(0;4;6)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Tìm tọa độ điểm M để $P = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-2;0;0)$. **B.** $M(2;0;0)$. **C.** $M(-1;0;0)$. **D.** $M(1;0;0)$.

✍Lời giải.
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó, $G(1;2;2)$.
$P = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| = 3\left|\overrightarrow{MG}\right| = 3MG$. P nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất.
Điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu của G lên Ox. Vậy $M(1;0;0)$.
Chọn đáp án D □

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng (P): $x + y - z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I nằm trên (P), đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6 + \sqrt{2}$.

A. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.
B. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9$ và $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ và $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.
D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

✍Lời giải.
Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của OA. Lúc đó (Q) đi qua điểm $B\left(\frac{1}{2};0;-\frac{1}{2}\right)$ (trung điểm OA) và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OA} = (1;0;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình $x - z - 1 = 0$.
Theo giả thiết, tâm I nằm trên (P) và cách đều O, A nên I nằm trên giao tuyến d của (P) và (Q) nên có tọa độ $I(t+1;2;t)$.
Chu vi tam giác OIA là

$$\begin{gathered} 2p_{OIA} = OA + OI + IA = \sqrt{2} + \sqrt{t^2 + 4 + (t+1)^2} + \sqrt{t^2 + 4 + (t+1)^2} = \sqrt{2} + 6 \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{t^2 + 4 + (t+1)^2} = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -2. \end{array}\right. \end{gathered}$$

Với $t = 1$, ta có $I(2;2;1)$ và phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
Với $t = -2$, ta có $I(-1;2;-2)$ và phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.
Chọn đáp án D □

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(3;2;4)$, $C(0;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

A. $M(1;-3;0)$. **B.** $M(1;3;0)$. **C.** $M(3;1;0)$. **D.** $M(2;6;0)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Tọa độ I là $I(1;3;3)$. Khi đó $T=\left|4\overrightarrow{MI}\right|=4MI$. Để P nhỏ nhất thì MI nhỏ nhất, tức là M là hình chiếu của I lên (Oxy). Vậy tọa độ M là $M(1;3;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD}=3S_{ABC}$.

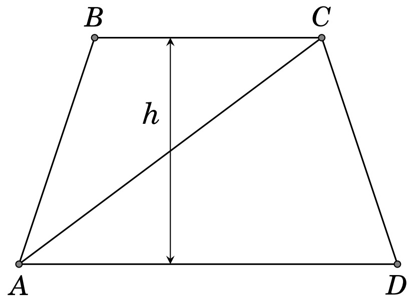
A. $D(8;7;-1)$. **B.** $\left[\begin{array}{l}D(8;7;-1)\\D(-12;-1;3)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}D(-8;-7;1)\\D(12;1;-3)\end{array}\right.$. **D.** $D(-12;-1;3)$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD}=3S_{ABC}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\cdot h\cdot(AD+BC)=3\cdot\dfrac{1}{2}\cdot h\cdot BC$

$\Leftrightarrow AD+BC=3BC\Leftrightarrow AD=2BC\Rightarrow\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_D-x_A=2(x_C-x_B)\\y_D-y_A=2(y_C-y_B)\\z_D-z_A=2(z_C-z_B)\end{cases}\Leftrightarrow D(-12;-1;3).$



Chọn đáp án D □

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{2};-1\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow 4\overrightarrow{OI}=3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$.

Từ đó suy ra $I\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

$$\begin{aligned}3MA^2+2MB^2-MC^2&=3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2-(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC})^2\\&=4MI^2+2\overrightarrow{MI}(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC})+3IA^2+2IB^2+IC^2\\&=4MI^2+3IA^2+2IB^2+IC^2.\end{aligned}$$

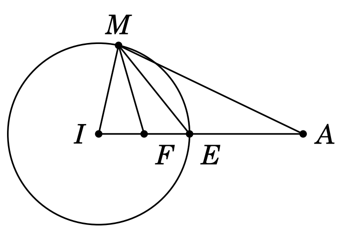
Vậy để $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $M\equiv I\Leftrightarrow M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 85. 3Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-8y+9=0$ và hai điểm $A(3;0;0)$, $B(4;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S). Giá trị nhỏ nhất của $MA+2MB$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải.



Ta có (S) có tâm $I(-1;4;0)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$. Đồng thời $IA=4\sqrt{2}=2R$.

Gọi $E=IA\cap(S)\Rightarrow E$ là trung điểm của IA và $E(1;2;0)$.

Gọi F là trung điểm $IE\Rightarrow F(0;3;0)$.

Ta có $\triangle AIM$ đồng dạng $\triangle MIF \Rightarrow \dfrac{MA}{FM} = \dfrac{AI}{MI} = 2 \Rightarrow MA = 2MF$.
Do đ1o $MA + 2MB = 2(MF + MB) \geqslant 2BF = 6\sqrt{2}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5); B(4;3;2); C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a,\ b,\ c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính $a + 2b + c$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -9.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-3), \overrightarrow{BC} = (-7;-5;-1)$.
Mặt phẳng trung trực của AB là $-1\left(x - \dfrac{9}{2}\right) + 2(y-2) - 3\left(z - \dfrac{7}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 3z + 11 = 0$.
Mặt phẳng trung trực của BC là $7\left(x - \dfrac{1}{2}\right) + 5\left(y - \dfrac{1}{2}\right) + 1\left(z - \dfrac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 7x + 5y + z - \dfrac{15}{2} = 0$.
Phương trình mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = (17;-20;-19)$ là

$$17(x-5) - 20(y-1) - 19(z-5) = 17x - 20y - 19z + 30 = 0.$$

Từ đây ta suy ra tọa độ tâm $I(a,b,c)$ của đường tròn ngoại tiếp là nghiệm của hệ sau

$$\begin{cases} -x + 2y - 3z + 11 = 0 \\ 7x + 5y + z - \dfrac{15}{2} = 0 \\ 17x - 20y - 19z + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\dfrac{1}{2} \\ y = 3. \end{cases}$$

Vậy $a + 2b + c = 1 - 1 + 3 = 3$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\dfrac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.
Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{S_{OBC}}{\cos((OBC),(ABC))} = \frac{OA}{\mathrm{d}(O,(ABC))} \cdot S_{OBC} = \frac{|abc|}{2\mathrm{d}(O,(ABC))}.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là: $V = \dfrac{|abc|}{6}$
Theo bài ra, ta có:

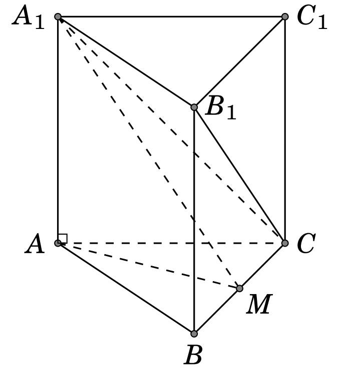
$$\frac{|abc|}{2\mathrm{d}(O,(ABC))} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|abc|}{6} \Rightarrow \mathrm{d}(O,(ABC)) = 2.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm O bán kính bằng 2.
Chọn đáp án (B) □

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1\left(\sqrt{3};-1;1\right)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$, (C không trùng với O). Biết $\vec{u} = (a;b;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. 4. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 5.

✍Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BC. Vì B, C thuộc trục Oz nên $M(0;0;m)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$ là véc-tơ chỉ phương của BC.

Ta có $\begin{cases} BC\perp AM \\ BC\perp A_1A \end{cases} \Rightarrow BC\perp (A_1AM)\Rightarrow BC\perp A_1M$.

Mặt khác $\overrightarrow{A_1M}=(-\sqrt{3};1;m-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{A_1M}\cdot\vec{k}=0\Rightarrow m-1=0\Leftrightarrow m=1$

$\Rightarrow M(0;0;1)$. Gọi $C(0;0;z)$ và $AB=x>0$. Vì ABC là tam giác đều cạnh bằng x nên $AM=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{A_1M}=(-\sqrt{3};1;0)\Rightarrow A_1M=2$.

Xét tam giác A_1AM vuông tại $A\Rightarrow A_1M^2=A_1A^2+AM^2\Leftrightarrow 2^2=1^2+\dfrac{3x^2}{4}\Leftrightarrow x=2$.

Ta có $\overrightarrow{A_1C}=(-\sqrt{3};1;z-1)\Rightarrow A_1C^2=4+(z-1)^2$.

Xét tam giác A_1AC vuông tại A

$\Rightarrow A_1C^2=A_1A^2+AC^2\Leftrightarrow 4+(z-1)^2=1+4\Leftrightarrow (z-1)^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2 \\ z=0. \end{array}\right.$

Với $z=0\Rightarrow C(0;0;0)\equiv O\Rightarrow C(0;0;0)$ (loại).

Với $z=2\Rightarrow C(0;0;2)$ (thỏa mãn).

Suy ra $\overrightarrow{A_1C}=(-\sqrt{3};1;1)$.

Vì $\vec{u}=(a;b;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của A_1C nên $\dfrac{a}{-\sqrt{3}}=\dfrac{b}{1}=\dfrac{2}{1}\Leftrightarrow \begin{cases} a=-2\sqrt{3} \\ b=2. \end{cases}$

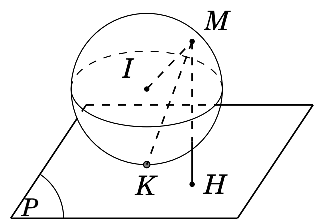
Vậy $T=\left(-2\sqrt{3}\right)^2+2^2=16$.

Chọn đáp án C □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z-13=0$. Xét các mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ đi qua điểm A, tiếp xúc với mặt phẳng (P). Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2+3c^2$ khi (S) có bán kính nhỏ nhất.

A. $T=35$. **B.** $T=20$. **C.** $T=25$. **D.** $T=30$.

Lời giải.



Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $(P): x+y+2z-13=0$.

Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases} \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2} \\ x+y+2z-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow H(3;4;3)$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Do (S) có tâm I, đi qua điểm A, tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm K nên ta có $2R=IA+d(I;(P))\geq AK\geq AH$.

Suy ra bán kính R nhỏ nhất bằng $\dfrac{AH}{2}\Rightarrow I$ là trung điểm của $AH\Rightarrow I(2;3;1)$.

Khi đó $T=a^2+2b^2+3c^2=25$.

Chọn đáp án C □

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;1;0)$ và $D(2;1;-2)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều tất cả bốn điểm đó?

A. 7 mặt phẳng. **B.** Có vô số mặt phẳng.

C. 3 mặt phẳng. **D.** 6 mặt phẳng.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;-1)$, $\overrightarrow{AD}=(2;0;-2)$.

$[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(1;-2;-1)\Rightarrow [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]\overrightarrow{AD}=4\neq 0$.

Nên 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi (P) là mặt phẳng cách đều bốn đỉnh A, B, C, D; có hai trường hợp sau.

- Có một điểm nằm khác phía so với 3 điểm còn lại so với $(P)\Rightarrow$ có 4 mặt phẳng thỏa mãn.
- Mỗi phía mặt phẳng (P) có hai điểm: $\Rightarrow$ có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 91. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = -3-t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 4+3t \\ x = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$.
Trên đường thẳng d_1 lấy hai điểm A, B thoả mãn $AB = 3$. Trên đường thẳng d_2 lấy hai điểm C, D thoả mãn $CD = 4$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V = 7$. **B.** $V = 2\sqrt{21}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{21}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{5\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua $M(1;2;-3)$ và có VTCP $\overrightarrow{n_1} = (1;-2;-1)$, đường thẳng d_2 đi qua $N(4;3;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{n_2} = (3;2;-1)$.
Ta có: $\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = 0$ nên suy ra: $AB \perp CD$.
Lại có: $\mathrm{d}[AB, CD] = \dfrac{\left|\overrightarrow{MN} \cdot [\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}]\right|}{\left|[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}]\right|} = 4\sqrt{21}$.
Dẫn tới $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot \mathrm{d}[AB, CD] \cdot \sin(AB, CD) = 2\sqrt{21}$.

Chọn đáp án B □

Câu 92. Có bao nhiêu mặt cầu đi qua điểm $M(2;-2;5)$ và tiếp xúc với cả ba mặt phẳng $(P)\colon x-1=0$, $(Q)\colon y+1=0$ và $(R)\colon z-1=0$?

A. 7. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải.

Gọi $I(a;b;c)$ và r lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu.
Ta có $d(I,(P)) = d(I,(Q)) = d(I,(R))$ suy ra $r = |a-1| = |b+1| = |c-1|$.
Do điểm $M(2;-2;5)$ thuộc miền $x > 1$; $y < -1$; $z > 1$ nên $I(a;b;c)$ cũng thuộc miền $a > 1$; $b < -1$; $c > 1$. Do các mặt phẳng (P), (Q), (R) là các mặt phẳng song song lần lượt với các mặt phẳng (Oyz), (Oxz), (Oxy) nên $I(1+r;-1-r;1+r)$.
Mặt khác $IM = r \Leftrightarrow (r-1)^2 + (r-1)^2 + (r-4)^2 = r^2 \Leftrightarrow r = 3$. Khi đó $I(4;-4;4)$.
Vậy phương trình mặt cầu là $(x-4)^2 + (y+4)^2 + (z-4)^2 = 9$.

Chọn đáp án B □

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;1;-2)$ và $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm m để góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ có số đo bằng 45°. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Tính $\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \dfrac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}}$.

Bước 2: Góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ có số đo bằng 45° nên $\dfrac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3(m^2+1)}.(*)$

Bước 3: Phương trình $(*) \Leftrightarrow (1-2m)^2 = 3(m^2+1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2-\sqrt{6} \\ m = 2+\sqrt{6}. \end{array}\right.$

Bài giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 2. **B.** Sai ở bước 3. **C.** Đúng. **D.** Sai ở bước 1.

Lời giải.

Ta có

$$\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3(m^2+1)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ (1-2m)^2 = 3(m^2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq 1 \\ m^2 - 4m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m = 2-\sqrt{6} \\ m = 2+\sqrt{6} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 2-\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án B □

4.1 ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. A	5. D	6. A	7. C	8. D	9. D	10. D
11. A	12. B	13. B	14. C	15. B	16. D	17. B	18. C	19. B	20. B
21. D	22. A	23. C	24. C	25. C	26. C	27. A	28. B	29. A	30. D
31. D	32. C	33. C	34. D	35. C	36. A	37. A	38. B	39. B	40. C

41. D	42. B	43. A	44. D	45. B	46. A	47. A	48. C	49. B	50. D
51. C	52. A	53. C	54. C	55. B	56. C	57. B	58. B	59. B	60. A
61. A	62. A	63. A	64. D	65. B	66. A	67. B	68. A	69. D	70. C
71. D	72. C	73. B	74. D	75. A	76. A	77. C	78. A	79. D	80. D
81. D	82. B	83. D	84. D	85. A	86. B	87. B	88. C	89. C	90. A
91. B	92. B	93. B							

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

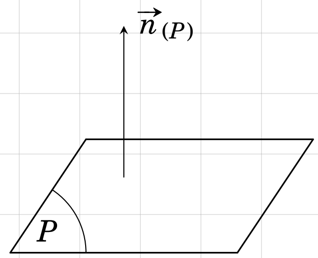
A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1 VÉC-TƠ PHÁP TUYẾN

Định nghĩa 1.
Cho mặt phẳng (P). Véc-tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (P) được gọi là một *véc-tơ pháp tuyến* của mặt phẳng (P).

① Giá của một véc-tơ là đường thẳng chứa véc-tơ đó.

② Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thường được kí hiệu là $\vec{n}_p$



③ Một mặt phẳng (P) có vô số véc-tơ pháp tuyến. Nếu $\vec{n}_p$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k \cdot \vec{n}_p$ $(k \neq 0)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

2 PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẲNG

Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận véc-tơ $\vec{n}_p = (A;B;C)$ khác $\vec{0}$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

① Nếu mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát là $Ax+By+Cz+D=0$ thì nó có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (A;B;C)$.

② Phương trình của mặt phẳng chắn: Cho mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm phân biệt $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Khi đó phương trình của mặt phẳng (P) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

2.1 ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình tổng quát lần lượt là:

$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0; A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0.$$

Gọi $\vec{n}_p = (A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_q = (A_2;B_2;C_2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q). Ta có:

① $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_p = k.\vec{n}_q \\ D_1 \neq k.D_2 \end{cases}$ (1)
Khi các số $A_2;B_2;C_2;D_2$ đều khác 0, hệ (1) tương đương với điều kiện:

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}\neq\frac{D_1}{D_2}.$$

② $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{n}_p \perp \vec{n}_q \Leftrightarrow \vec{n}_p\cdot\vec{n}_q=0 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0.$

- (P) cắt (Q) khi và chỉ khi hai véc-tơ pháp tuyến của chúng không song song.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_p = k \cdot \vec{n}_q \\ D_1 = k \cdot D_2 \end{cases} \quad (2)$
- Khi các số $A_2; B_2; C_2; D_2$ đều khác 0, hệ (2) tương đương với điều kiện:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

2.2 KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẲNG

Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ được tính bởi công thức:

$$\mathrm{d}(M,(P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Một số áp dụng:

① *Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song:* $(P) \parallel (Q)$. Khi đó ta có:

$$\mathrm{d}((P),(Q)) = \mathrm{d}(M,(Q)) = \mathrm{d}(N,(P))$$

trong đó M là một điểm bất kì thuộc (P), N là một điểm bất kì thuộc (Q).

② *Khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng (song song):* $\Delta \parallel (P)$. Khi đó ta có:

$$\mathrm{d}(\Delta,(P)) = \mathrm{d}(M,(P))$$

trong đó M là một điểm bất kì thuộc Δ.

2.3 GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Gọi $\vec{n}_p = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_q = (A_2; B_2; C_2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q).
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q).

Ta có: $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{n}_p, \vec{n}_q\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q\right|}{\left|\vec{n}_p\right| \cdot \left|\vec{n}_q\right|} = \dfrac{|A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

B CÁC DẠNG TOÁN

1 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG AB CHO TRƯỚC

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là mặt phẳng đi qua trung điểm và vuông góc với đoạn thẳng đó. Do đó ta có

$$(P)\colon \begin{cases} \text{Đi qua } I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right) \\ \text{VTPT } \vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A). \end{cases}$$

Ví dụ 1. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

① $A(2;0;1)$, $B(0;-2;3)$ ② $A(1;3;-4)$, $B(-1;2;2)$

✍**Lời giải.**

① Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(1;-1;2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (-2;-2;2) = -2(1;1;-1)$.
Do đó $(P)\colon (x-1)+(y+1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow (P)\colon x+y-z+2=0$.

② Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I\left(0;\dfrac{5}{2};-1\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (-2;-1;6)$.
Do đó $(P)\colon -2(x-0)-\left(y-\dfrac{5}{2}\right)+6(z+1)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 4x+2y-12z-17=0$.

□

1.1 BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

① $A(2;1;1)$, $B(2;-1;-1)$ ② $A(2;-5;6)$, $B(-1;-3;2)$

✍**Lời giải.**

① Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(2;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (0;-2;-2) = -2(0;1;1)$.
Do đó $(P)\colon 0(x-2)+1(y-0)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow (P)\colon y+z=0$.

② Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I\left(\dfrac{1}{2};-4;4\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (-3;2;-4)$.
Do đó $(P)\colon -3\left(x-\dfrac{1}{2}\right)+2(y+4)-4(z-4)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 6x-4y+8z-51=0$.

□

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

① $A(2;3;-4)$, $B(4;-1;0)$ ② $A(1;-1;-4)$, $B(2;0;5)$

✍**Lời giải.**

① Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(3;1;-2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (2;-4;4) = 2(1;-2;2)$.
Do đó $(P)\colon 1(x-3)-2(y-1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow (P)\colon x-2y+2z+3=0$.

② Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (1;1;9)$.
Do đó $(P)\colon 1\left(x-\dfrac{3}{2}\right)+1\left(y+\dfrac{1}{2}\right)+9\left(z-\dfrac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 2x+2y+18z-11=0$.

□

2 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG ĐI QUA MỘT ĐIỂM VÀ CÓ CẶP VÉC-TƠ CHỈ PHƯƠNG CHO TRƯỚC.

Phương pháp:
Mặt phẳng cần tìm có véc-tơ pháp tuyến chính là tích có hướng của cặp véc-tơ chỉ phương.
Do đó ta có

$$(P)\colon \begin{cases} \text{Đi qua điểm } M \text{ cho trước} \\ \text{VTPT } \vec{n}_P = \left[\vec{a};\vec{b}\right]. \end{cases}$$

Ví dụ 2. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và có cặp véc-tơ chỉ phương sau:

① $M(1;2;-3)$, $\vec{a}=(2;1;2)$, $\vec{b}=(3;2;-1)$

② $M(1;-2;3)$, $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(0;3;4)$

✍Lời giải.

① Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;-3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(-5;8;1)$ là
$(P)\colon -5(x-1)+8(y-2)+1(z+3)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 5x-8y-z+8=0$.

② Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;-2;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(2;-12;9)$ là
$(P)\colon 2(x-1)-12(y+2)+9(z-3)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 2x-12y+9z-53=0$.

□

Ví dụ 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C sau:

① $A(2;-5;1)$, $B(3;4;-2)$, $C(0;0;-1)$

② $A(1;-2;4)$, $B(3;2;-1)$, $C(-2;1;-3)$

③ $A(3;-5;2)$, $B(1;-2;0)$, $C(0;-3;7)$

✍Lời giải.

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;9;-3)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;5;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(6;7;23)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $C(0;0;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(6;7;23)$ là
$(P)\colon 6(x-0)+7(y-0)+23(z+1)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 6x+7y+23z+23=0$.

② Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;4;-5)$ và $\overrightarrow{AC}=(-3;3;-7) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-13;29;18)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-2;4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(-13;29;18)$ là
$(P)\colon -13(x-1)+29(y+2)+18(z-4)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 13x-29y-18z+1=0$.

③ Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;3;-2)$ và $\overrightarrow{AC}=(-3;2;5) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(19;16;5)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $C(0;-3;7)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(19;16;5)$ là
$(P)\colon 19(x-0)+16(y+3)+5(z-7)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 19x+16y+5z+13=0$.

□

2.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C sau:

① $A(-1;2;3)$, $B(2;-4;3)$, $C(4;5;6)$

② $A(3;0;0)$, $B(0;-5;0)$, $C(0;0;-7)$

③ $A(2;-4;0)$, $B(5;1;7)$, $C(-1;-1;-1)$

✍Lời giải.

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-6;0)$ và $\overrightarrow{AC}=(5;3;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-18;-9;20)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(-18;-9;39)$ là
$(P)\colon -18(x+1)-9(y-2)+39(z-3)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 18x+9y-39z+60=0$.

② Ta có $\overrightarrow{BA}=(3;5;0)$ và $\overrightarrow{BC}=(0;5;-7) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]=(-35;21;15)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(-35;21;15)$ là
$(P)\colon -35(x-3)+21(y-0)+15(z-0)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 35x-21y-15z-105=0$.

③ Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;5;7)$ và $\overrightarrow{CA}=(3;-3;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CA}\right]=(26;18;-24)=2(13;9;-12)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $C(-1;-1;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(13;9;-12)$ là
$(P)\colon 13(x+1)+9(y+1)-12(z+1)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 13x+9y-12z+10=0$.

□

Bài 4. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(0;0;3)$, $B(-1;-2;1)$, $C(-1;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Tính độ dài đường cao của tam giác ABC tính từ A.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;-2)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;0;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(2;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;0;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;1;-2)$ là
$(P)\colon 2(x-0)+1(y-0)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 2x+y-2z+6=0$.

Ta có $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{3}{2}$ và $\overrightarrow{BC}=(0;2;1) \Rightarrow BC=\sqrt{5}$.

Vậy độ dài đường cao $AH=\dfrac{2S_{\triangle ABC}}{BC}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. □

Bài 5. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết $B\in(S)$ và tam giác OAB đều.

✍**Lời giải.**

Gọi $B(x_B;y_B;z_B)$, theo đề bài ta có

$$\begin{cases} AB^2=OA^2\\ OB^2=OA^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_B-4)^2+(y_B-4)^2+z_B^2=32\\ x_B^2+y_B^2+z_B^2=32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B+y_B=4 & (1)\\ x_B^2+y_B^2+z_B^2=32 & (2) \end{cases}$$

Ta lại có $B\in(S)$ nên $x_B^2+y_B^2+z_B^2-4x_B-4y_B-4z_B=0 \Rightarrow x_B+y_B+z_B=8 \Rightarrow z_B=4$.
Khi đó từ (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} x_B^2+y_B^2=16\\ x_B+y_B=4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_B=0;y_B=4;z_B=4\\ x_B=4;y_B=0;z_B=4. \end{array}\right.$$

Do đó điểm B cần tìm là $B(0;4;4)$ hoặc $B(4;0;4)$.
Áp dụng phương pháp viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm O,A,B ta được

$$(P)\colon x-y-z=0 \text{ hoặc } (P)\colon x-y+z=0.$$

□

Bài 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$.

① Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1),\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một VTPT của (ABC), suy ra $\begin{cases} \vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(2;4;-8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) đi qua A, nhận $\vec{n}=(2;4;-8)$ làm VTPT có phương trình là:

$$2(x-0)+4(y-1)-8(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-4z+6=0.$$

□

② Tìm tọa độ điểm $M\in(P)\colon 2x+2y+z-3=0$ sao cho $MA=MB=MC$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cần tìm, theo giả thiết ta có phương trình

$$2x+2y+z-3=0. \quad (1)$$

Ta có $MA^2=x^2+(y-1)^2+(z-2)^2, MB^2=(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2, MC^2=(x+2)^2+y^2+(z-1)^2$.

$$MA^2=MB^2 \Leftrightarrow 2x-3y-z=2. \quad (2)$$

$$MA^2=MC^2 \Leftrightarrow 2x+y+z=0. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ

$$\begin{cases} 2x+2y+z-3=0\\ 2x-3y-z=2\\ 2x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2\\ y=3\\ z=-7. \end{cases}$$

Vậy $M(2;3;-7)$. □

Bài 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M, vuông góc với mặt phẳng (Q) và song song với đường thẳng Δ với:

① $M(1;1;1), (Q)\colon 2x-y+z-1=0, \Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_Q=(2;-1;1)$ và $\vec{u}_\Delta=(2;1;-3)$.
Vì $(P)\perp(Q)$ và $(P)\parallel\Delta$, nên $\vec{n}_P=\left[\vec{n}_Q,\vec{u}_\Delta\right]=(2;8;4)$.
Suy ra (P) có phương trình là $2(x-1)+8(y-1)+4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+4y+2z-7=0$. □

② $M(3;2;1), (Q)\colon 2x+3y-z=0, \Delta\colon \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \\ z=3-3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_Q=(2;3;-1)$ và $\vec{u}_\Delta=(-3;-1;-3)$.
Vì $(P)\perp(Q)$ và $(P)\parallel\Delta$, nên $\vec{n}_P=\left[\vec{n}_Q,\vec{u}_\Delta\right]=(-10;8;7)$.
Suy ra (P) có phương trình là $-10(x-1)+9(y-1)+7(z-1)=0 \Leftrightarrow -10x+9y+7z-6=0$. □

Bài 8. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và song song với mặt phẳng (Q) với:

① $M(3;3;3)$ và $(Q)\colon 2x-3y+z-6=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(2;-3;1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2(x-3)-3(y-3)+(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+z=0$. □

② $M(1;-2;1)$ và $(Q)\colon 2x-y+3=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(2;-1;0)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2(x-1)-(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x-y-4=0$. □

③ $M(-1;1;0)$ và $(Q)\colon x-2y+z-10=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(1;-2;1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $(x+1)-2(y-1)+(z-0)=0 \Leftrightarrow x-2y+z+3=0$. □

④ $M(2;1;5)$ và $(Q)\equiv(Oxy)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(0;0;1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $z-5=0$. □

⑤ $M(-1;2;3)$ và $(Q)\colon 2x-3y+2z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(2;-3;2)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2(x+1)-3(y-2)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+2z+2=0$. □

⑥ $M(3;6;-5)$ và $(Q)\colon -x+z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(-1;0;1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $-(x-3)+0(y-6)+(z+5)=0 \Leftrightarrow -x+z+8=0$. □

Bài 9. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z+5=0$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P).

✍**Lời giải.**

Khoảng cách từ A đến (P) là

$$\mathrm{d}(A,(P))=\frac{|-1-2\cdot 3-2\cdot(-2)+5|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=\frac{2}{3}.$$

Vì $(Q)\parallel(P)$ nên $\vec{n}_Q=(1;-2;-2)$, suy ra phương trình mặt phẳng (Q) là

$$(Q)\colon (x+1)-2(y-3)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow x-2y-2z+3=0.$$

□

3 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) ĐI QUA M VÀ VUÔNG GÓC VỚI ĐƯỜNG THẲNG D ĐI QUA HAI ĐIỂM A VÀ B

Phương pháp:

Mặt phẳng (P): $\begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

Ví dụ 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng d biết d đi qua hai điểm $A(2;-4;3)$, $B(4;5;6)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (2;9;3)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $M(-1;2;3)$ nên có phương trình

$$2(x+1)+9(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+9y+3z-25=0.$$

□

3.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 10. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d đi qua hai điểm A và B với

① $M(0;0;0)$, $A(-2;-1;3)$, $B(4;-2;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (6;-1;-2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $M(0;0;0)$ nên có phương trình $6x-y-2z=0$. □

② $M(2;-4;0)$, $A(5;1;7)$, $B(-1;-1;-1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6;-2;-8)$ nên mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (3;1;4)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $M(2;-4;0)$ nên có phương trình

$$3(x-2)+(y+4)+4z=0 \Leftrightarrow 3x+y+4z-2=0.$$

□

③ $M(3;0;0)$, $A(0;-5;0)$, $B(0;0;-7)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (0;5;-7)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $M(3;0;0)$ nên có phương trình

$$0(x-3)+5(y-0)-7(z-0)=0 \Leftrightarrow 5y-7z=0.$$

□

④ $M(3;-5;2)$, $A(1;-2;0)$, $B(0;-3;7)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;7)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $M(3;-5;2)$ nên có phương trình

$$-(x-3)-(y+5)+7(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-7z+16=0.$$

□

⑤ $M(1;-2;4)$, $A(3;2;-1)$, $B(-2;1;-3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (-5;-1;-2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $M(1;-2;4)$ nên có phương trình

$$-5(x-1)-(y+2)-2(z-4)=0 \Leftrightarrow 5x+y+2z-11=0.$$

□

Bài 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$.

① Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC.

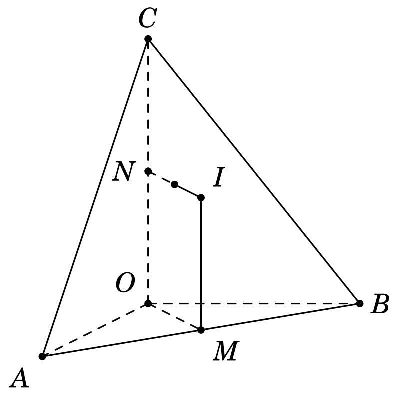
✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{BC}=(0;-2;3)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $A(1;0;0)$ nên có phương trình $-2y+3z=0$. □

② Tìm tọa độ tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

✍**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm của AB.
Trục của tam giác OAB là đường thẳng Δ qua M và vuông góc với (OAB).
Trong mp(OC,Δ) kẻ đường trung trực của đoạn thẳng OC, cắt Δ tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
Ta có $M\left(\frac{1}{2};1;0\right)$ và $N\left(0;0;\frac{3}{2}\right)$ nên $I\left(\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right)$.



□

Bài 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

① Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với d.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;1)$.
Vì $(P)\perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}=(1;-2;1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên có phương trình $x-2y+z=0$. □

② Tìm tọa độ điểm $M\in d$ sao cho $AM=\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Vì $M\in d$ nên $M(t+1;-2t;t-1)$ $(t\in\mathbb{R})$. Ta có

$$\begin{aligned}AM=\sqrt{6} &\Leftrightarrow AM^2=6\\ &\Leftrightarrow (t+2)^2+(-2t-1)^2+(t-1)^2=6\\ &\Leftrightarrow 6t^2+6t+6=6\\ &\Leftrightarrow t^2+t=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-1.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $M(1;0;-1)$ hoặc $M(0;2;-2)$. □

Bài 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$

① Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2)$.
Vì $(P)\perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}=(1;-1;2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và (P) đi qua điểm $A(1;1;3)$ nên có phương trình

$$(x-1)-(y-1)+2(z-3)=0\Leftrightarrow x-y+2z-6=0.$$

□

② Tìm tọa độ điểm $M \in d$ sao cho tam giác MOA cân tại O.

✍Lời giải.

Vì $M \in d$ nên $M(t;-t;2t+1)$ $(t \in \mathbb{R})$.
Tam giác MOA cân tại O khi và chỉ khi $OM = OA$, khi đó

$$\begin{aligned} & t^2+(-t)^2+(2t+1)^2 = 1^2+1^2+3^2 \\ \Leftrightarrow\ & 6t^2+4t-10=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\dfrac{5}{3}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Với $t=1$ thì $M(1;-1;3)$, với $t=-\dfrac{5}{3}$ thì $M\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. □

4 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) ĐI QUA A, B VÀ VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG (Q)

Mặt phẳng (P): $\begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_Q\right] \end{cases}$

Ví dụ 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;2;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x-y+3z+13=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)$ và một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(2;-1;3)$.
Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_Q\right]=(1;-7;-3)$.
Vì (P) đi qua A nên $(P): x-7(y-1)-3z=0 \Leftrightarrow x-7y-3z+7=0$. □

4.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 14. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) với

① $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và $(Q): 2x-y+3z-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;5)$ và một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(2;-1;3)$.
Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_Q\right]=(-1;13;5)$.
Vì (P) đi qua A nên $(P): -(x-3)+13(y-1)+5(z+1)=0 \Leftrightarrow -x+13y+5z-5=0$. □

② $A(2;-1;3)$, $B(-4;7;-9)$ và $(Q): 3x+4y-8z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;8;-12)$ và một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(3;4;-8)$.
Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_Q\right]=(-16;-84;-48)$ do đó một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(4;21;12)$.
Vì (P) đi qua A nên $(P): 4(x-2)+21(y+1)+12(z-3)=0 \Leftrightarrow 4x+21y+12z-23=0$. □

③ $A(3;-1;-2)$, $B(-3;1;2)$ và $(Q): 2x-2y-2z+5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;2;4)$ và một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(2;-2;-2)$.
Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_Q\right]=(4;-4;8)$ do đó một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(1;-1;2)$.
Vì (P) đi qua A nên $(P): (x-3)-(y+1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$. □

④ $A(-2;-1;3)$, $B(4;-2;1)$ và $(Q): 2x+3y-2z+5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(6;-1;-2)$ và một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(2;3;-2)$.
Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_Q\right]=(8;8;20)$ do đó một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(2;2;5)$.
Vì (P) đi qua A nên $(P): 2(x+2)+2(y+1)+5(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+5z-9=0$. □

⑤ $A(1;2;0)$, $B(0;2;0)$ và $(Q): x+y+z+1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;0)$ và một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(1;1;1)$.
Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_Q\right]=(0;1;-1)$.
Vì (P) đi qua A nên $(P): (y-2)-z=0 \Leftrightarrow y-z-2=0$. □

Bài 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-1=0$.

① Tìm tọa độ giao điểm M của d và (P).

✍Lời giải.

Vì $M\in d$ nên $M(t+2;-2t;3t-3)$ $(t\in\mathbb{R})$. Hơn nữa, $M\in(P)$ do đó

$$2(t+2)+(-2t)-2(3t-3)-1=0 \Leftrightarrow t=\frac{3}{2}.$$

Vậy $M\left(\dfrac{7}{2};-3;\dfrac{3}{2}\right)$. □

② Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P).

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;-2;3)$ và mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;1;-2)$ nên mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_P\right]=(1;8;5)$.
Vì (Q) chứa d nên đi qua $A(2;0;-3)$ do đó $(Q): (x-2)+8y+5(z+3)=0 \Leftrightarrow x+8y+5z+13=0$.
□

Bài 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-2=0$.

① Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P).

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(-2;1;1)$ và mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;-1;2)$ suy ra $\left[\vec{u}_d,\vec{n}_P\right]=(3;6;0)$ nên mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(1;2;0)$.
Vì (Q) chứa d nên đi qua $A(0;1;0)$ do đó $(Q): x+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-2=0$. □

② Tìm tọa độ điểm $M\in d$ sao cho M cách đều O và (P).

✍Lời giải.

Vì $M\in d$ nên $M(-2t;t+1;t)$ $(t\in\mathbb{R})$. Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned}
OM=\mathrm{d}(O,(P)) &\Leftrightarrow \sqrt{(-2t)^2+(t+1)^2+t^2}=\frac{|2(-2t)-(t+1)+2t-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}\\
&\Leftrightarrow \sqrt{6t^2+2t+1}=\frac{|-3t-3|}{3}=|t+1|\\
&\Leftrightarrow 6t^2+2t+1=t^2+2t+1\\
&\Leftrightarrow 5t^2=0\\
&\Leftrightarrow t=0.
\end{aligned}$$

Vậy $M(0;1;0)$. □

5 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) ĐI QUA ĐIỂM M VÀ CHỨA ĐƯỜNG THẲNG Δ

Phương pháp:
Xác định điểm $A \in \Delta$ và VTCP $\vec{u}_\Delta$.

Khi đó mặt phẳng (P): $\begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_\Delta\right] \end{cases}$

Ví dụ 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;-3;1)$ và chứa đường thẳng Δ có phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}.$$

✍Lời giải.
Ta có $A(4;2;3) \in \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (-2;-5;-2)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (2;-3;1)$.
Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_\Delta\right] = (-11;-2;16)$.
Và (P) đi qua M nên $(P): -11(x-2) - 2(y+3) + 16(z-1) = 0 \Leftrightarrow -11x - 2y + 16z = 0$. □

5.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 17. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ với

① $M(1;4;-3)$ và $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

✍Lời giải.
Ta có $A(2;-1;1) \in \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (-1;5;-4)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (-1;2;-3)$.
Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_\Delta\right] = (-7;1;3)$.
Và (P) đi qua M nên $(P): -7(x-1) + (y-4) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow -7x + y + 3z + 12 = 0$. □

② $M(4;-2;3)$ và $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-5}{2}$.

✍Lời giải.
Ta có $A(1;-2;5) \in \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (3;0;-2)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (3;4;2)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_\Delta\right] = (8;-12;12)$ suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (2;-3;3)$.
Và (P) đi qua A nên $(P): 2(x-1) - 3(y+2) + 3(z-5) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 3z - 23 = 0$. □

③ $M(2;-3;5)$ và $\Delta: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{3}$.

✍Lời giải.
Ta có $A(-3;-2;1) \in \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (5;-1;4)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (2;1;3)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_\Delta\right] = (-7;-7;7)$ suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1;1;-1)$.
Và (P) đi qua M nên $(P): (x-2) + (y+3) - (z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 6 = 0$. □

④ $M(-2;1;4)$ và $\Delta: \begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ x + y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$.

✍Lời giải.
Ta có $\Delta: \begin{cases} x - y = 1 - 2t \\ x + y = -5 - 2t \\ z = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 \\ z = t \end{cases}$.
Ta có $A(-2;-3;0) \in \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (0;4;4)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (-2;0;1)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_\Delta\right] = (4;-8;8)$ suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1;-2;2)$.
Và (P) đi qua M nên $(P): (x+2) - 2(y-1) + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 4 = 0$. □

⑤ $M(3;-2;4)$ và $\Delta:\begin{cases}x+y-2z-1=0\\2x+3y-5z-1=0\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\Delta:\begin{cases}x+y=1+2t\\2x+3y=1+5t\\z=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=t\end{cases}$.

Ta có $A(2;-1;0)\in\Delta$ suy ra $\overrightarrow{AM}=(1;-1;4)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=(1;1;1)$.

Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_\Delta\right]=(-5;3;2)$.

Và (P) đi qua M nên $(P):-5(x-3)+3(y+2)+2(z-4)=0\Leftrightarrow -5x+3y+2z+13=0$. □

Bài 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$

① Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(0;-1;1)\in\Delta$. Ta có $\overrightarrow{MO}=(0;1;-1)$ và đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(2;-2;1)$.

Khi đó, $\left[\overrightarrow{MO},\vec{u}_\Delta\right]=(-1;-2;-2)$. Suy ra

$$\mathrm{d}(O,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MO},\vec{u}_\Delta\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}=\frac{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(-2)^2}}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=1.$$

□

② Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm O và chứa đường thẳng Δ.

✍**Lời giải.**

Ta có $M(0;-1;1)\in\Delta$ suy ra $\overrightarrow{MO}=(0;1;-1)$ và một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=(2;-2;1)$.

Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{MO},\vec{u}_\Delta\right]=(-1;-2;-2)$.

Và (P) đi qua O nên $(P):-x-2y-2z=0\Leftrightarrow x+2y+2z=0$. □

6 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) CHỨA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG Δ_1 VÀ Δ_2

Phương pháp:

Mặt phẳng $(P):\begin{cases}\text{Đi qua } A\in\Delta_1 \text{ và } B\in\Delta_2\\ \text{VTPT: } \vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_{\Delta_1}\right]\end{cases}$

Ví dụ 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 với

$$\Delta_1:\begin{cases}x=2+3t\\y=4+2t\ (t\in\mathbb{R})\\z=-1+t\end{cases}\ \text{và}\ \Delta_2:\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}.$$

✍**Lời giải.**

Ta thấy $\Delta_1\parallel\Delta_2$.

Xét $A(2;4;-1)\in\Delta_1$ và $B(-2;1;-3)\in\Delta_2$ ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-3;-2)$.

Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(3;2;1)$.

Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_{\Delta_1}\right]=(1;-2;1)$.

Và (P) đi qua A nên $(P):(x-2)-2(y-4)+(z+1)=0\Leftrightarrow x-2y+z+7=0$. □

6.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 19. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 với

① $\Delta_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{3} = \dfrac{z-2}{4}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-4}{4}$.

✍Lời giải.

Ta thấy $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.
Xét $A(1;-3;2) \in \Delta_1$ và $B(-2;1;4) \in \Delta_2$ ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;4;2)$.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;3;4)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_{\Delta_1}\right] = (10;16;-17)$.
Và (P) đi qua A nên $(P): 10(x-1)+16(y+3)-17(z-2) = 0 \Leftrightarrow 10x+16y-17z+72 = 0$. □

② $\Delta_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-6} = \dfrac{z-3}{8}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{-3} = \dfrac{y-3}{9} = \dfrac{z+1}{-12}$.

✍Lời giải.

Ta thấy $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.
Xét $A(1;-2;3) \in \Delta_1$ và $B(-2;3;-1) \in \Delta_2$ ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;5;-4)$.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;-3;4)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_{\Delta_1}\right] = (8;8;4)$. Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2;2;1)$
Và (P) đi qua A nên $(P): 2(x-1)+2(y+2)+(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-1 = 0$. □

③ $\Delta_1: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{3}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+5}{2} = \dfrac{z-1}{6}$.

✍Lời giải.

Ta thấy $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.
Xét $A(3;1;-2) \in \Delta_1$ và $B(-1;-5;1) \in \Delta_2$ ta có $\overrightarrow{AB} = (-4;-6;3)$.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;1;3)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_{\Delta_1}\right] = (-21;18;8)$.
Và (P) đi qua A nên $(P): -21(x-3)+18(y-1)+8(z+2) = 0 \Leftrightarrow -21x+18y+8z+61 = 0$. □

④ $\Delta_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-2}{1}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-4}{6} = \dfrac{y-1}{9} = \dfrac{z-3}{3}$.

✍Lời giải.

Ta thấy $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.
Xét $A(1;-1;2) \in \Delta_1$ và $B(4;1;3) \in \Delta_2$ ta có $\overrightarrow{AB} = (3;2;1)$.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;3;1)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_{\Delta_1}\right] = (-1;-1;5)$.
Và (P) đi qua A nên $(P): -(x-1)-(y+1)+5(z-2) = 0 \Leftrightarrow x+y-5z+10 = 0$. □

7 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) CHỨA HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU Δ_1 VÀ Δ_2

Phương pháp:

Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \in \Delta_1 \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \left[\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}\right] \end{cases}$

Ví dụ 8. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng có phương trình

$$\Delta_1: \begin{cases} x = -t \\ y = -1+2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3t \end{cases} \text{ và } \ \Delta_2: \begin{cases} x = t' \\ y = 1+2t' \ (t' \in \mathbb{R}). \\ z = 4+5t' \end{cases}$$

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} -t=t' \\ -1+2t=1+2t' \\ 3t=4+5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{1}{2} \\ t'=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$. Vậy Δ_1 cắt Δ_2.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(-1;2;3)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(1;2;5)$.
Suy ra $[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(4;8;-4)$. Do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;2;-1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(0;-1;0)\in\Delta_1$ nên $(P): x+2(y+1)-z=0 \Leftrightarrow x+2y-z+2=0$. □

7.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 20. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 với

① $\Delta_1: \begin{cases} x=3t \\ y=1-2t \\ z=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+t' \\ y=-t' \\ z=4+t' \end{cases} (t'\in\mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} 3t=1+t' \\ 1-2t=-t' \\ 3+t=4+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=-1 \end{cases}$. Vậy Δ_1 cắt Δ_2.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(3;-2;1)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(1;-1;1)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(-1;-2;-1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(0;1;3)\in\Delta_1$ nên $(P): -x-2(y-1)-(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+z-5=0$. □

② $\Delta_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+2t \\ z=-7-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+t' \\ y=-2+t' \\ z=3-t' \end{cases} (t'\in\mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} 1+t=1+t' \\ 3+2t=-2+t' \\ -7-3t=3-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-5 \\ t'=-5 \end{cases}$. Vậy Δ_1 cắt Δ_2.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(1;2;-3)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(1;1;-1)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(1;-2;-1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(1;3;-7)\in\Delta_1$ nên $(P): (x-1)-2(y-3)-(z+7)=0 \Leftrightarrow x-2y-z-2=0$. □

③ $\Delta_1: \begin{cases} x=-2-t \\ y=2 \\ z=2+5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t' \\ y=-4-2t' \\ z=t' \end{cases} (t'\in\mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} -2-t=2+t' \\ 2=-4-2t' \\ 2+5t=t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t'=-3 \end{cases}$. Vậy Δ_1 cắt Δ_2.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(-1;0;5)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(1;-2;1)$.
Suy ra $[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(10;6;2)$. Do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(5;3;1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(-2;2;2)\in\Delta_1$ nên $(P): 5(x+2)+3(y-2)+(z-2)=0 \Leftrightarrow 5x+3y+z+2=0$.
□

8 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) CHỨA ĐƯỜNG THẲNG Δ_1 VÀ SONG SONG VỚI ĐƯỜNG THẲNG Δ_2 VỚI Δ_1 VÀ Δ_2 CHÉO NHAU

Phương pháp:
Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M\in\Delta_1 \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P=[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$

Ví dụ 9. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2 với

$$\Delta_1:\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\text{ và }\Delta_2:\begin{cases}x=2t'\\y=1+t'\\z=3-2t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R}).$$

Lời giải.

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(-2;1;-3)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(2;1;-2)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}\right]=(1;-10;-4)$.
Và (P) đi qua điểm $M(1;3;-2)\in\Delta_1$ nên $(P):(x-1)-10(y-3)-4(z+2)=0\Leftrightarrow x-10y-4z+21=0$. □

8.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 21. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2 với

① $\Delta_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=2t'\\y=5-3t'\\z=4\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(2;-2;-1)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(2;-3;0)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}\right]=(-3;-2;-2)$.
Và (P) đi qua điểm $M(1;2;0)\in\Delta_1$ nên $(P):-3(x-1)-2(y-2)-2z=0\Leftrightarrow 3x+2y+2z-7=0$. □

② $\Delta_1:\begin{cases}x=3-t\\y=1+2t\\z=-2+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=2+3t'\\y=4-t'\\z=1-2t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(-1;2;2)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(3;-1;-2)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}\right]=(-2;4;-5)$.
Và (P) đi qua điểm $M(3;1;-2)\in\Delta_1$ nên $(P):-2(x-3)+4(y-1)-5(z+2)=0\Leftrightarrow 2x-4y+5z+8=0$.
□

③ $\Delta_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$ và $\Delta_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{4}$.

Lời giải.

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(3;-2;2)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(1;2;4)$.
Suy ra $\left[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}\right]=(-12;-10;8)$ do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(6;5;-4)$.
Và (P) đi qua điểm $M(2;-1;0)\in\Delta_1$ nên $(P):6(x-2)+5(y+1)-4z=0\Leftrightarrow 6x+5y-4z-7=0$. □

④ $\Delta_1:\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-9}{-1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-3}{-7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(1;2;-1)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(-7;2;3)$.
Suy ra $\left[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}\right]=(8;4;16)$ do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;1;4)$.

Và (P) đi qua điểm $M(7;3;9) \in \Delta_1$ nên $(P): 2(x-7)+(y-3)+4(z-9)=0 \Leftrightarrow 2x+y+4z-53=0$.
□

Bài 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình

$$\Delta_1: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+3t \\ z=4+4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

① Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và song song với Δ_2.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(2;3;4)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(1;1;2)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(2;0;-1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(2;1;4) \in \Delta_1$ nên $(P): 2(x-2)-(z-4)=0 \Leftrightarrow 2x-z=0$. □

② Cho $M(2;1;4) \in \Delta_1$. Tìm $H \in \Delta_2$ sao cho MH có độ dài nhỏ nhất.

✍**Lời giải.**

Gọi $H(1+t;2+t;1+2t) \in \Delta_2$. Ta có

$$MH^2=(t-1)^2+(t+1)^2+(2t-3)^2=6t^2-12t+11=6(t-1)^2+5 \geq 5.$$

Suy ra $MH \geq \sqrt{5}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t=1$, khi đó $H(2;3;3)$. □

Bài 23. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2 với

① $\Delta_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(2;1;-2)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(2;-2;1)$.
Suy ra $[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(-3;-6;-6)$ do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;2;2)$.
Và (P) đi qua điểm $M(2;1;3) \in \Delta_1$ nên $(P): (x-2)+2(y-1)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-10=0$.
□

② $\Delta_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=-1-t' \\ y=1+t' \\ z=2t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(1;1;2)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(-1;1;2)$.
Suy ra $[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(0;-4;2)$ do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(0;2;-1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(1;2;1) \in \Delta_1$ nên $(P): 2(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y-z-3=0$. □

③ $\Delta_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+3t \\ z=-1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=-t' \\ y=2+t' \\ z=1+2t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.
Đường thẳng Δ_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_1}=(1;3;2)$.
Đường thẳng Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta_2}=(-1;1;2)$.
Suy ra $[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_{\Delta_2}]=(4;-4;4)$ do đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;-1;1)$.
Và (P) đi qua điểm $M(-2;2;-1) \in \Delta_1$ nên $(P): (x+2)-(y-2)+(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+z+5=0$. □

Bài 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng có phương trình

$$d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1} \quad \text{và} \quad d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2+t \end{cases}$$

① Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A đồng thời song song với d_1 và d_2.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.
Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;1;-1)$.
Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1;-2;1)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1;-3;-5)$.
Và (P) đi qua điểm $A(0;1;2)$ nên $(P): -x-3(y-1)-5(z-2) = 0 \Leftrightarrow x+3y+5z-13 = 0$. □

② Tìm tọa độ các điểm $M \in d_1$ và $N \in d_2$ sao cho ba điểm A, M, N thẳng hàng.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(2a;a+1;-a-1) \in d_1$ và $N(b+1;-2b-1;b+2) \in d_2$.
Ta có $\overrightarrow{AM} = (2a;a;-a-3)$ và $\overrightarrow{AN} = (b+1;-2b-2;b)$.
Ba điểm A, M, N thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AN}$ cùng phương.

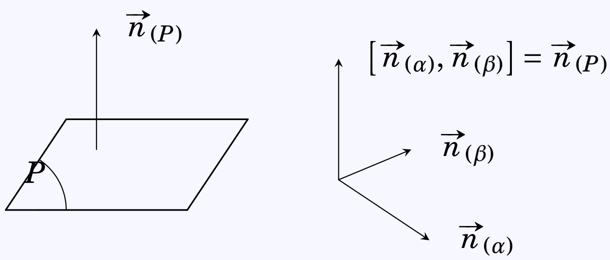
- Nếu $a = 0$ thì $\overrightarrow{AM} = (0;0;-3)$, khi đó phải có $b+1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$, lúc này $\overrightarrow{AN} = (0;0;-1)$. Dễ thấy $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AN}$ cùng phương. Vậy $a = 0$ và $b = -1$. Khi đó, $M(0;1;-1)$ và $N(0;1;1)$.
- Nếu $a \neq 0$ và $b \neq -1$ thì phải có

$$\frac{2a}{b+1} = \frac{a}{-2b-2} = \frac{-a-3}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2a}{b+1} = \dfrac{a}{-2b-2} \\ \dfrac{2a}{b+1} = \dfrac{-a-3}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \text{ (loại).}$$

Vậy $M(0;1;-1)$ và $N(0;1;1)$ □

9 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) ĐI QUA M, ĐỒNG THỜI VUÔNG GÓC VỚI HAI MẶT PHẲNG (α) VÀ (β)

Phương pháp:



Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) nên $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(\alpha)} \\ \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(\beta)}. \end{cases}$

Do vậy $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}]$.

Khi đó ta viết phương trình mặt phẳng (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)}. \end{cases}$

Ví dụ 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;-3;2)$ và (α): $x+2y-5z+1 = 0$, (β): $2x-3y-z+4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β).

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;2;-5)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(2;-3;-1)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P)\perp(\alpha)\\(P)\perp(\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\beta)},\vec{n}_{(\alpha)}\right]=(17;9;7)$.
Ta có: $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(1;-3-2)\\(P) \text{ có vec-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_P=(17;9;7)\end{cases}\Rightarrow(P):17(x-1)+9(y+3)+7(z-2)=0$
Vậy: (P): $17x+9y+7z-4=0$ □

Ví dụ 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2;-1;1)$ và (α): $2x-z+1=0$, (β): $y=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β).

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;0;-1)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(0;1;0)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P)\perp(\alpha)\\(P)\perp(\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(1;0;2)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(2;-1;1)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)}=(1;0;2)\end{cases}$
suy ra (P): $1(x-2)+0(y+1)+2(z-1)=0$ □
$\Leftrightarrow(P)$: $x+2z-4=0$.

9.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M, đồng thời vuông góc với (α) và (β) biết

① $M(1;0;-2)$, (α): $2x+y-z-2=0$, (β): $x-y-z-3=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;1;-1)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(1;-1;-1)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P)\perp(\alpha)\\(P)\perp(\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\beta)},\vec{n}_{(\alpha)}\right]=(2;-1;3)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(1;0;-2)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)}=(2;-1;3)\end{cases}$
suy ra (P): $2(x-1)-1(y-0)+3(z+2)=0$ □
$\Leftrightarrow(P)$: $2x-y+3z+4=0$.

② $M(2;-4;0)$, (α): $2x+3y-2z+5=0$, (β): $3x+4y-8z-5=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;3;-2)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(3;4;-8)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P)\perp(\alpha)\\(P)\perp(\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\beta)},\vec{n}_{(\alpha)}\right]=(16;-10;1)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(2;-4;0)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)}=(16;-10;1)\end{cases}$
suy ra (P): $16(x-2)-10(y+4)+1(z-0)=0$ □
$\Leftrightarrow(P)$: $16x-10y+z-72=0$.

Bài 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng (P_1): $x+2y+3z+4=0$ và (P_2): $3x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P_1) và (P_2).

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P_1), (P_2) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(P_1)} = (1;2;3)$, $\vec{n}_{(P_2)} = (3;2;-1)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P) \perp (P_1)\\(P) \perp (P_2)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(P_2)}, \vec{n}_{(P_1)}\right] = (8;-10;4)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } A(1;1;1)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)} = (8;-10;4)\end{cases}$
suy ra $(P)\colon 8(x-1)-10(y-1)+4(z-1)=0$ □
$\Leftrightarrow (P)\colon 4x-5y+2z-1=0$.

Bài 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và đồng thời vuông góc với (α), (β) biết $M(-1;-2;5)$, $(\alpha)\colon x+2y-3z+1=0$, $(\beta)\colon 2x-3y+z+1=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1;2;-3)$, $\vec{n}_{(\beta)} = (2;-3;1)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P) \perp (\alpha)\\(P) \perp (\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\beta)}, \vec{n}_{(\alpha)}\right] = (7;7;7)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(-1;-2;5)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)} = (7;7;7)\end{cases}$
suy ra $(P)\colon 7(x+1)+7(y+2)+7(z-5)=0$ □
$\Leftrightarrow (P)\colon x+y+z-2=0$.

Bài 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M, đồng thời song song với (α) và (β) biết

① $M(5;1;7)$, $(\alpha)\colon 3x-4y+3z+6=0$, $(\beta)\colon 3x-2y+5z-3=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)} = (3;-4;3)$, $\vec{n}_{(\beta)} = (3;-2;5)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P) \perp (\alpha)\\(P) \perp (\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\beta)}, \vec{n}_{(\alpha)}\right] = (14;6;-6)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(5;1;7)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)} = (14;6;-6)\end{cases}$
suy ra $(P)\colon 14(x-5)+6(y-1)-6(z-7)=0$ □
$\Leftrightarrow (P)\colon 7x+3y-3z-17=0$.

② $M(-1;2;3)$, $(\alpha)\colon x-2=0$, $(\beta)\colon y-z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1;0;0)$, $\vec{n}_{(\beta)} = (0;1;-1)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases}(P) \perp (\alpha)\\(P) \perp (\beta)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}\right] = (0;1;1)$.
Ta có $\begin{cases}(P) \text{ đi qua điểm } M(-1;2;3)\\(P) \text{ có véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_{(P)} = (0;1;1)\end{cases}$
suy ra $(P)\colon 0(x+1)+1(y-2)+1(z-3)=0$ □
$\Leftrightarrow (P)\colon y+z-5=0$.

10 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) ĐI QUA ĐIỂM M VÀ GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG (α), (β)

Phương pháp:
Lấy hai điểm A, B thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) bằng cách sau
Cho $x = x_0$ sau đó giải hệ phương trình hai ẩn y, z để thu được tọa độ điểm A.
Tương tự cho $x = x_1 \neq x_0$ ta được tọa độ điểm B.
Khi đó bài toán quay về viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt A, B, M.
Khi đó (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}\right]. \end{cases}$

Ví dụ 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) biết $M(2;1;0)$, (α): $x+2y+z-4=0$ và (β): $2x+y+z-4=0$.

Lời giải.
Cho $x = 1$ ta có $\begin{cases} 1+2y+z-4=0 \\ 2+y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ z=1. \end{cases}$
Suy ra $A(1;1;1) \in (\alpha)\cap(\beta)$.
Cho $x = 2$ ta có $\begin{cases} 2+2y+z-4=0 \\ 4+y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ z=-2. \end{cases}$
Suy ra $B(2;2;-3) \in (\alpha)\cap(\beta)$.
Do $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên A, $B \in (P)$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;-4)$, $\overrightarrow{MA} = (1;0;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{AB}\right] = (1;3;1)$.
Vì A, B, $M \in (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{AB}\right] = (1;3;1)$.
Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(2;1;0) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (1;3;1) \end{cases}$ □
$\Rightarrow (P)$: $1(x-2)+3(y-1)+1(z-0)=0$
$\Leftrightarrow (P)$: $x+3y+z-5=0$.

Ví dụ 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) biết $M(1;2;-3)$, (α): $2x-3y+z-5=0$ và (β): $3x-2y+5z-1=0$.

Lời giải.
Cho $z = 1$ ta có $\begin{cases} 2x-3y+1-5=0 \\ 3x-2y+5-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-4. \end{cases}$
Suy ra $A(-4;-4;1) \in (\alpha)\cap(\beta)$.
Cho $z = -4$ ta có $\begin{cases} 2x-3y-4-5=0 \\ 3x-2y-20-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=3. \end{cases}$
Suy ra $B(9;3;-4) \in (\alpha)\cap(\beta)$.
Do $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên A, $B \in (P)$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (13;7;-5)$, $\overrightarrow{AM} = (5;6;-4) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}\right] = (2;27;43)$.
Vì A, B, $M \in (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}\right] = (2;27;43)$.
Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(1;2;-3) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (2;27;43) \end{cases}$ □
$\Rightarrow (P)$: $2(x-1)+27(y-2)+43(z+3)=0$
$\Leftrightarrow (P)$: $2x+27y+43z+73=0$.

Ví dụ 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho (α): $y+2z-4=0$, (β): $x+y-z-3=$

0, $(\gamma)\colon x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β), đồng thời song song với (γ).

✍Lời giải.

Cho $y=2$ ta có $\begin{cases}2+2z-4=0\\x+2-z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\z=1.\end{cases}$

Suy ra $B(2;2;1)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên $B\in(P)$.

(γ) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\gamma)}=(1;1;1)$.

Ta có $(P)\parallel(\gamma)$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\vec{n}_{(\gamma)}=(1;1;1)$.

Ta có $(P)\colon\begin{cases}\text{đi qua điểm } B(2;2;1)\\\text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\end{cases}$ □

$\Rightarrow(P)\colon 1(x-2)+1(y-2)+1(z-1)=0$

$\Leftrightarrow(P)\colon x+y+z-5=0$.

Ví dụ 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $(\alpha)\colon 2x+3y-4=0$, $(\beta)\colon 2y-3z-5=0$ và $(\gamma)\colon 2x+y-3z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β), đồng thời vuông góc với (γ).

✍Lời giải.

Cho $y=-2$ ta có $\begin{cases}2x-6-4=0\\-4-3z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\z=-3.\end{cases}$

Suy ra $A(5;-2;-3)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $y=4$ ta có $\begin{cases}2x+12-4=0\\8-3z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-4\\z=1.\end{cases}$

Suy ra $B(-4;4;1)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên A, $B\in(P)$.

Suy ra $\vec{n}_{(P)}\perp\overrightarrow{BA}=(9;-6;-4)$ (1).

(γ) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\gamma)}=(2;1;-3)$.

Vì $(P)\parallel(\gamma)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(\gamma)}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{BA},\vec{n}_{(\gamma)}\right]=(22;19;21)$.

Ta có $(P)\colon\begin{cases}\text{đi qua điểm } B(-4;4;1)\\\text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)}=(22;19;21)\end{cases}$ □

$\Rightarrow(P)\colon 22(x+4)+19(y-4)+21(z-1)=0$

$\Leftrightarrow(P)\colon 22x+19y+21z-9=0$.

Bài 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) biết

① $M(2;1;-1)$, $(\alpha)\colon x-y+z-4=0$ và $(\beta)\colon 3x-y+z-1=0$.

✍Lời giải.

Cho $y=0$ ta có $\begin{cases}x+z-4=0\\3x+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{3}{2}\\z=\dfrac{11}{2}.\end{cases}$

Suy ra $A\left(-\dfrac{3}{2};0;\dfrac{11}{2}\right)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $y=1$ ta có $\begin{cases}x-1+z-4=0\\3x-1+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{3}{2}\\z=\dfrac{13}{2}.\end{cases}$

Suy ra $B\left(-\dfrac{3}{2};1;\dfrac{13}{2}\right)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Do $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên A, $B\in(P)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;1;1)$, $\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{7}{2};1;-\dfrac{13}{2}\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=\left(\dfrac{15}{2};-\dfrac{7}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.

Vì A, B, $M\in(P)$ nên $\vec{n}_{(P)}=2\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{AB}\right]=(15;-7;7)$.

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(2;1;-1) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (15;7;-7) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)$: $15(x-2)+7(y-1)-7(z+1)=0$

$\Leftrightarrow (P)$: $15x+7y-7z-44=0$.

② $M(3;4;1)$, (α): $19x-6y-4z+27=0$ và (β): $42x-8y+3z+11=0$.

✍**Lời giải.**

Cho $x=-1$ ta có $\begin{cases} -19-6y-4z+27=0 \\ -42-8y+3z+11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ z=5. \end{cases}$

Suy ra $A(-1;-2;5) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $x=1$ ta có $\begin{cases} 19-6y-4z+27=0 \\ 42-8y+3z+11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=7 \\ z=1. \end{cases}$

Suy ra $B(1;7;1) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Do $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên A, $B \in (P)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;9;-4)$, $\overrightarrow{BM}=(2;-3;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AB}\right]=(12;8;24)$.

Vì A, B, $M \in (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} = \dfrac{1}{4}\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{AB}\right]=(3;2;6)$.

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(3;4;1) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (3;2;6) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)$: $3(x-3)+2(y-4)+6(z-1)=0$

$\Leftrightarrow (P)$: $3x+2y+6z-23=0$.

③ $M(0;0;1)$, (α): $5x-3y+2z-5=0$ và (β): $2x-y-z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Cho $z=0$ ta có $\begin{cases} 5x-3y-5=0 \\ 2x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-5. \end{cases}$

Suy ra $A(-2;-5;0) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $z=1$ ta có $\begin{cases} 5x-3y+2-5=0 \\ 2x-y-1-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4. \end{cases}$

Suy ra $B(3;4;1) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Do $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên A, $B \in (P)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(5;9;1)$, $\overrightarrow{AM}=(2;5;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]=(4;-3;7)$.

Vì A, B, $M \in (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} = \dfrac{1}{4}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]=(4;-3;7)$.

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(0;0;1) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (1;-3;7) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)$: $4(x-0)-3(y-0)+7(z-1)=0$

$\Leftrightarrow (P)$: $4x-3y+7z-7=0$.

Bài 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho (α): $x-4y+2z-5=0$, (β): $y+4z-5=0$ và (γ): $2x-y+19=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β), đồng thời song song với (γ).

✍**Lời giải.**

Cho $y=1$ ta có $\begin{cases} x-4+2z-5=0 \\ 1+4z-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ z=1. \end{cases}$

Suy ra $B(7;1;1) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên $B \in (P)$.

(γ) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\gamma)}=(2;-1;0)$.

Ta có $(P) \parallel (\gamma)$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\vec{n}_{(\gamma)}=(2;-1;0)$.

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } B(7;1;1) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (2;-1;0) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)$: $2(x-7)-1(y-1)+0(z-1)=0$

$\Leftrightarrow (P)$: $2x-y-13=0$.

Bài 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho (α): $y+2z-4=0$, (β): $x+y-z+3=0$ và (γ): $x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β), đồng thời vuông góc với (γ).

✍**Lời giải.**

Cho $z=1$ ta có $\begin{cases} y+2-4=0 \\ x+y-1+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=2. \end{cases}$

Suy ra $A(-4;2;1) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $z=2$ ta có $\begin{cases} y+4-4=0 \\ x+y-2+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0. \end{cases}$

Suy ra $B(-1;0;2) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên $A, B \in (P)$.

Suy ra $\vec{n}_{(P)} \perp \overrightarrow{AB} = (3;-2;1)$ (1).

(γ) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\gamma)} = (1;1;1)$.

Vì $(P) \parallel (\gamma)$ nên $\vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(\gamma)}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\gamma)}, \overrightarrow{BA}\right] = (3;2;-5)$.

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } B(-1;0;2) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (3;2;-5) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 3(x+1)+2(y-0)-5(z-2)=0$

$\Leftrightarrow (P)\colon 3x+2y-5z+13=0$.

Bài 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $(\alpha)\colon x+2y-z-4=0$, $(\beta)\colon 2x+y+z+5=0$ và $(\gamma)\colon x-2y-3z+6=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β), đồng thời vuông góc với (γ).

✍**Lời giải.**

Cho $x=0$ ta có $\begin{cases} 2y-z-4=0 \\ y+z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3} \\ z=-\dfrac{14}{3}. \end{cases}$

Suy ra $A\left(0;-\dfrac{1}{3};-\dfrac{14}{3}\right) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $x=1$ ta có $\begin{cases} 1+2y-z-4=0 \\ 2+y+z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{4}{3} \\ z=-\dfrac{17}{3}. \end{cases}$

Suy ra $B\left(1;-\dfrac{4}{3};-\dfrac{17}{3}\right) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên $A, B \in (P)$.

Suy ra $\vec{n}_{(P)} \perp \overrightarrow{AB} = (1;-1;-1)$ (1).

(γ) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\gamma)} = (1;-2;-3)$.

Vì $(P) \parallel (\gamma)$ nên $\vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(\gamma)}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(\gamma)}\right] = (1;2;-1)$.

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A\left(0;-\dfrac{1}{3};-\dfrac{14}{3}\right) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = (1;2;-1) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 1(x-0)+2\left(y+\dfrac{1}{3}\right)-\left(z+\dfrac{14}{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow (P)\colon x+2y-z-4=0$.

Bài 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $(\alpha)\colon 3x-y+z-2=0$, $(\beta)\colon x+4y-5=0$ và $(\gamma)\colon 2x-z+7=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β), đồng thời song song với (γ).

✍**Lời giải.**

Cho $y=1$ ta có $\begin{cases} 3x-1+z-2=0 \\ x+4-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ z=0. \end{cases}$

Suy ra $B(1;1;0) \in (\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta) \subset (P)$ nên $B \in (P)$.

(γ) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\gamma)} = (2;0;-1)$.

Ta có $(P) \parallel (\gamma)$ suy ra $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(\gamma)} = (2;0;-1)$.

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } B(1;1;0)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)}=(2;0;-1)\end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 2(x-1)+0(y-1)-1(z-0)=0$

$\Leftrightarrow (P)\colon 2x-z-2=0.$

11 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) TẠO VỚI MẶT PHẲNG (Q) CHO TRƯỚC MỘT GÓC α

Phương pháp giải:

Mặt phẳng (P) và (Q) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$.

Ta có $\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right)\right|$.

Sau đó kết hợp giả thiết tìm ra véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ và một điểm thuộc (P) ta sẽ thu được phương trình (P).

Ví dụ 16. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và tạo với $(Q)\colon 2x-y+\sqrt{11}z+3=0$ một góc $\alpha=60^\circ$.

✍Lời giải.

(Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=\left(2;-1;\sqrt{11}\right)$. Lấy $A(1;0;0)$, $O(0;0;0)\in Oz\Rightarrow \overrightarrow{OA}=(0;0;1)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Vì $Oz\subset(P)$ nên $\vec{n}\perp\overrightarrow{OA}\Leftrightarrow a\cdot0+b\cdot0+c\cdot1=0\Leftrightarrow c=0$.

Suy ra $\vec{n}=(a;b;0)$.

$$\begin{aligned}&\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n}_1\right)\right|\\ \Leftrightarrow\ &\frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n}_1\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{n}_1\right|}=\frac{1}{2}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|2a-b|}{4\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{2}\\ \Leftrightarrow\ &(2a-b)^2=4(a^2+b^2)\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}b=0\\ a=-\dfrac{3}{4}b.\end{array}\right.\end{aligned}$$

+) $b=0$. Chọn $a=1$ ta có $\vec{n}=(1;0;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } O(0;0;0) \text{ (vì } Oz\subset(P))\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(1;0;0)\end{cases}$

$\Rightarrow (P)\colon x=0.$

+) $a=-\dfrac{3}{4}b$. Chọn $b=-4\Rightarrow a=3$. Suy ra $\vec{n}=(3;-4;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } O(0;0;0) \text{ (vì } Oz\subset(P))\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(3;-4;0)\end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 3x-4y=0.$

Ví dụ 17. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(3;0;1)$, $B(6;-2;1)$ và mặt phẳng (P) tạo với (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}$.

✍Lời giải.

(Oyz) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(1;0;0)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Vì A, $B\in(P)$ nên $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)\Leftrightarrow 3a-2b=0\Leftrightarrow b=\dfrac{3}{2}a$.

Suy ra $\vec{n}=\left(a;\dfrac{3}{2}a;c\right)$.

$\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n}_1\right)\right| \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n}_1\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{n}_1\right|}=\dfrac{2}{7}\Leftrightarrow \dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+\dfrac{9}{4}a^2+c^2}}=\dfrac{2}{7}\Leftrightarrow 36a^2=4c^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=3a\\ c=-3a.\end{array}\right.$

+) $c=3a$. Chọn $a=2\Rightarrow c=6$. Suy ra $\vec{n}=(2;3;6)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases}\text{đi qua điểm } A(3;0;1)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(2;3;6)\end{cases}$

$\Rightarrow (P)\colon 2x+3y+6z-12=0$.

+) $c=-3a$. Chọn $a=2\Rightarrow c=-6$. Suy ra $\vec{n}=(2;3;-6)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases}\text{đi qua điểm } A(3;0;1)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(2;3;-6)\end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 2x+3y-6z=0$.

11.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 34. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình lần lượt là $(\alpha)\colon x-y+z-4=0$, $(\beta)\colon 3x-y+z-1=0$, đồng thời (P) tạo với mặt phẳng $(\gamma)\colon x+2y-2z+1=0$ một góc α với $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{33}}{33}$.

✍**Lời giải.**

Cho $y=0$ ta có $\begin{cases}3x-0+z-4=0\\ 3x-0+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=-\dfrac{3}{2}\\ z=\dfrac{11}{2}.\end{cases}$

Suy ra $B\left(-\dfrac{3}{2};0;\dfrac{11}{2}\right)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên $B\in(P)$.

(α), (β) và (γ) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;1)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(3;-1;1)$ và $\vec{n}_{(\gamma)}=(1;2;-2)$.

Suy ra $\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(0;2;2)$.

Gọi Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}$ là giao tuyến của mặt phẳng (α) và (β).

Suy ra $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(0;1;1)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Do $\Delta\subset(P)$ nên $\vec{n}\perp\vec{u}\Leftrightarrow b+c=0\Leftrightarrow c=-b$.

Suy ra $\vec{n}=(a;b;-b)$.

$\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n}_{(\gamma)}\right)\right|\Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n}_{(\gamma)}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{n}_{(\gamma)}\right|}=\dfrac{\sqrt{33}}{33}\Leftrightarrow \dfrac{|a+4b|}{3\sqrt{a^2+2b^2}}=\dfrac{\sqrt{33}}{33}\Leftrightarrow 11(a+4b)^2=3(a^2+2b^2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-\dfrac{5}{2}b\\ a=-\dfrac{17}{2}b.\end{array}\right.$

+) $a=-\dfrac{5}{2}b$. Chọn $b=-4\Rightarrow a=10$. Suy ra $\vec{n}=(10;-4;4)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases}\text{đi qua điểm } B\left(-\dfrac{3}{2};0;\dfrac{11}{2}\right)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(10;-4;4)\end{cases}$

$\Rightarrow (P)\colon 10x-4y+4z-7=0$.

+) $a=-\dfrac{17}{2}b$. Chọn $b=-4\Rightarrow a=34$. Suy ra $\vec{n}=(34;-4;4)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases}\text{đi qua điểm } B\left(-\dfrac{3}{2};0;\dfrac{11}{2}\right)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(34;-4;4)\end{cases}$ $\Rightarrow (P)\colon 34x-4y+4z+29=0$. □

Bài 35. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và mặt phẳng (P) tạo với mặt phẳng $(Q)\colon y-z+7=0$ một góc $\alpha=60^\circ$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=(0;1;-1)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có $\overrightarrow{BA}=(1;2;0)$.

Do $A, B \in (P)$ nên $\vec{n} \perp \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow a + 2b = 0 \Leftrightarrow a = -2b$.
Suy ra $\vec{n} = (-2b; b; c)$.

$$\begin{aligned}
& \cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{n}, \vec{n}_{(Q)}\right)\right| \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{n}_{(Q)}\right|} = \frac{1}{2} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{|b-c|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{c^2+5b^2}} = \frac{1}{2} \\
\Leftrightarrow\ & 2(b-c)^2 = 5b^2 + c^2 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} c = (2+\sqrt{7})b \\ c = (2-\sqrt{7})b. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

+) $c = (2+\sqrt{7})b$. Chọn $b = 1 \Rightarrow c = 2+\sqrt{7}$. Suy ra $\vec{n} = \left(-2; 1; 2+\sqrt{7}\right)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(1;0;0) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n} = \left(-2;1;2+\sqrt{7}\right) \end{cases}$

$\Rightarrow (P)\colon -2x + y + (2+\sqrt{7})z + 2 = 0$.

+) $c = (2-\sqrt{7})b$. Chọn $b = 1 \Rightarrow c = 2-\sqrt{7}$. Suy ra $\vec{n} = \left(-2; 1; 2-\sqrt{7}\right)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(1;0;0) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n} = \left(-2;1;2-\sqrt{7}\right) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon -2x + y + (2-\sqrt{7})z + 2 = 0$.

Bài 36. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và đồng thời tạo với $(Q)\colon 3x - y = 0$ một góc α sao cho $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (3;-1;0)$.
Gọi $\vec{n} = (a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2 > 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Ta có $\overrightarrow{BA} = (1;-2;0)$.
Do $A, B \in (P)$ nên $\vec{n} \perp \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b$.
Suy ra $\vec{n} = (2b; b; c)$.

$$\begin{aligned}
& \cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{n}, \vec{n}_{(Q)}\right)\right| \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{n}_{(Q)}\right|} = \frac{\sqrt{15}}{6} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{|5b|}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{c^2+5b^2}} = \frac{\sqrt{15}}{6} \\
\Leftrightarrow\ & b^2 = c^2 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} b = c \\ b = -c. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

+) $b = c$. Chọn $b = 1 \Rightarrow 1$. Suy ra $\vec{n} = (2;1;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(1;0;0) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n} = (2;1;1) \end{cases}$

$\Rightarrow (P)\colon 2x + y + z - 2 = 0$.

+) $b = -c$. Chọn $b = 1 \Rightarrow c = -1$. Suy ra $\vec{n} = (2;1;-;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(1;0;0) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n} = (2;1;-1) \end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 2x + y - z - 2 = 0$.

Bài 37. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình lần lượt là $(\alpha)\colon 2x + y - 1 = 0$, $(\beta)\colon x - z = 1$, đồng thời (P) tạo với $(\gamma)\colon x - y + 3 = 0$ một góc δ với $\cos\delta = \dfrac{\sqrt{7}}{14}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (γ) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\gamma)}=(1;-1;0)$.
Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Cho $x=0$ ta có $\begin{cases}y-1=0\\ -z=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\ z=-1.\end{cases}$
Suy ra $A(0;1;-1)\in(\alpha)\cap(\beta)$.
Cho $x=1$ ta có $\begin{cases}2+y-1=0\\ 1-z=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-1\\ z=0.\end{cases}$
Suy ra $B(1;-1;0)\in(\alpha)\cap(\beta)$.
Vì $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên $A,B\in(P)$.
Do đó $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)\Leftrightarrow a-2b+c=0\Leftrightarrow c=-a+2b$.
Suy ra $\vec{n}=(a;b;-a+2b)$.

$$\begin{aligned}
&\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n}_{(\gamma)}\right)\right|\\
\Leftrightarrow\ &\frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n}_{(\gamma)}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{n}_{(\gamma)}\right|}=\frac{\sqrt{7}}{14}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|a-b|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+(a-2b)^2}}=\frac{\sqrt{7}}{14}\\
\Leftrightarrow\ &14(a-b)^2=2a^2-4ab+5b^2\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{3}{2}b\\ a=\dfrac{1}{2}b.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

+) $a=\frac{3}{2}b$. Chọn $b=2\Rightarrow a=3$. Suy ra $\vec{n}=(3;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } A(0;1;-1)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(3;2;1)\end{cases}$
$\Rightarrow (P)\colon 3x+2y+z-1=0$.
+) $a=\frac{1}{2}b$. Chọn $b=2\Rightarrow a=1$. Suy ra $\vec{n}=(1;2;3)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } A(0;1;-1)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(1;2;3)\end{cases}$ □
$\Rightarrow (P)\colon x+2y+3z+1=0$.

12 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (P) LIÊN QUAN ĐẾN KHOẢNG CÁCH

Phương pháp giải:
(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\Rightarrow(P)\colon ax+by+cz+d=0$.
$\mathrm{d}(M;(P))=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.
Sau đó kết hợp giả thiết để tìm được phương trình mặt phẳng (P).

⚠ — *Trường hợp $M\in(P)$ thì $k=0$.*

— *Khi mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H thì $\overrightarrow{IH}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) (trong đó I là tâm của mặt cầu (S)) và $\mathrm{d}(I;(P))=R$.*

Ví dụ 18. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x-3y-6z-14=0$ và khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng 5.

✍Lời giải.

Vì $(P)\parallel(Q)$ nên $(P)\colon 2x-3y-6z+m=0$ $(m\neq-14)$.

Ta có $\mathrm{d}(O;(P))=5$

$\Leftrightarrow \dfrac{|m|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+(-6)^2}}=5$

$\Leftrightarrow |m|=35$

$\Leftrightarrow m=\pm 35$ (thỏa mãn).

Suy ra $(P)\colon 2x-3y-6z\pm 35=0$. □

Ví dụ 19. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$ tại $H(-1;3;0)$.

✍Lời giải.

(S) có tâm $I(3;1;-2)$.

Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\overrightarrow{HI}=(4;-2;-2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) và $H\in(P)$.

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } H(-1;3;0)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{HI}=(4;-2;-2)\end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 2x-y-z+5=0$.

12.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 38. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H biết

① $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0$ và $H(4;3;0)$.

✍Lời giải.

(S) có tâm $I(3;1;-2)$.

Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\overrightarrow{IH}=(1;2;2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) và $H\in(P)$.

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } H(4;3;0)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{IH}=(1;2;2)\end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon x+2y+2z-10=0$.

② $(S)\colon (x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$ và $H(7;-1;5)$.

✍Lời giải.

(S) có tâm $I(1;-3;2)$.

Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\overrightarrow{IH}=(6;2;3)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) và $H\in(P)$.

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } H(7;-1;5)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{IH}=(6;2;3)\end{cases}$ □

$\Rightarrow (P)\colon 6x+2y+3z-55=0$.

Bài 39. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của $(\alpha)\colon x-3z-2=0$ và $(\beta)\colon y-2z+1=0$, đồng thời cách điểm $M\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)$ một khoảng $k=\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Cho $z=0$ ta có $\begin{cases}x-2=0\\ y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=-1.\end{cases}$

Suy ra $A(2;-1;0)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Cho $z=1$ ta có $\begin{cases}x-3-2=0\\ y-2+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\ y=1.\end{cases}$

Suy ra $B(5;1;1)\in(\alpha)\cap(\beta)$.

Vì $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên $A,B\in(P)$.

Do đó ta có $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}=(3;2;1)\Leftrightarrow 3a+2b+c=0\Leftrightarrow c=-3a-2b$.

Suy ra $\vec{n}=(a;b;-3a-2b)$.

Ta có $(P)\colon \begin{cases}\text{đi qua điểm } A(2;-1;0)\\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(a;b;-3a-2b)\end{cases}$

$\Rightarrow (P)\colon a(x-2)+b(y+1)-(3a+2b)z=0$.

Ta có $\mathrm{d}(M;(P))=\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$

$$\Leftrightarrow \dfrac{\left|\dfrac{7}{2}a\right|}{\sqrt{a^2+b^2+(3a+2b)^2}}=\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$$

$$\Leftrightarrow 9\cdot|7a|=7\sqrt{3\left(10a^2+12ab+5b^2\right)}$$

$$\Leftrightarrow 81\cdot(7a)^2=147\left(10a^2+12ab+5b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-\dfrac{5}{17}b. \end{array}\right.$$

+) $a=b$. Chọn $b=1\Rightarrow a=1$.
Suy ra (P): $x+y-5z-1=0$.
+) $a=-\dfrac{5}{17}b$. Chọn $b=-17\Rightarrow a=5$.
Suy ra (P): $5x-17y+19z-27=0$. □

Bài 40. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α): $x-y-2=0$ và (β): $5x-13y+2z=0$; đồng thời cách điểm $M(1;2;3)$ một khoảng $k=2$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Cho $y=0$ ta có $\begin{cases} x-2=0 \\ 5x+2z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ z=-5. \end{cases}$
Suy ra $A(2;0;-5)\in(\alpha)\cap(\beta)$.
Cho $y=-2$ ta có $\begin{cases} x=0 \\ 5x+26+2z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ z=-13. \end{cases}$
Suy ra $B(0;-2;-13)\in(\alpha)\cap(\beta)$.
Vì $(\alpha)\cap(\beta)\subset(P)$ nên $A, B\in(P)$.
Do đó ta có $\vec{n}\perp\overrightarrow{BA}=(2;2;8)\Leftrightarrow a+b+4c=0\Leftrightarrow b=-a-4c$.
Suy ra $\vec{n}=(a;-a-4c;c)$.
Ta có (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(2;0;-5) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(a;-a-4c;c) \end{cases}$

$$\Rightarrow (P)\colon a(x-2)-(a+4c)y+c(z+5)=0.$$

Ta có $\mathrm{d}(M;(P))=2$

$$\Leftrightarrow \dfrac{|3a|}{\sqrt{a^2+c^2+(a+4c)^2}}=2$$

$$\Leftrightarrow |3a|=2\sqrt{2a^2+8ac+17c^2}$$

$$\Leftrightarrow (3a)^2=4\left(2a^2+8ac+17c^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-2c \\ a=34c. \end{array}\right.$$

+) $a=-2c$. Chọn $c=-1\Rightarrow a=2$.
Suy ra (P): $2x+2y-z-9=0$.
+) $a=34c$. Chọn $c=1\Rightarrow a=34$.
Suy ra (P): $34x-38y+z-63=0$. □

Bài 41. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α): $x+y+z+1=0$, (β): $2x-y+3z-4=0$ và khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng $\sqrt{26}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α), (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;1)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(2;-1;3)$.
Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $\begin{cases} (P)\perp(\alpha) \\ (P)\perp(\beta) \end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(4;-1;-3)$.
Suy ra (P): $4x-y-3z+c=0$.
Ta có $\mathrm{d}(O;(P))=\dfrac{|c|}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-3)^2}}=\dfrac{|c|}{\sqrt{26}}$.
Kết hợp giả thiết ta có $\dfrac{|c|}{\sqrt{26}}=\sqrt{26}\Leftrightarrow|c|=26\Leftrightarrow c=\pm26$.
Do đó (P): $4x-y-3z\pm26=0$. □

Bài 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và $(Q)\colon x-y+z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) sao cho (R) vuông góc với hai mặt phẳng (P), (Q) và $\mathrm{d}(O;(R))=2$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P), (Q) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$, $\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)$.

Gọi $\vec{n}_{(R)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (R).

Ta có $\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$.

Vì $\begin{cases}(R)\perp(P)\\(R)\perp(Q)\end{cases}$ suy ra $\vec{n}_{(R)}=\dfrac{1}{2}\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;0;-1)$.

Suy ra $(R)\colon x-z+c=0$.

Ta có $\mathrm{d}(O;(R))=\dfrac{|c|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{|c|}{\sqrt{2}}$.

Kết hợp giả thiết ta có $\dfrac{|c|}{\sqrt{2}}=2\Leftrightarrow |c|=2\sqrt{2}\Leftrightarrow c=\pm 2\sqrt{2}$.

Do vậy $(R)\colon x-z\pm 2\sqrt{2}=0$. □

C CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 NHẬN BIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;2)$, $N(-3;-4;1)$, $P(2;5;3)$. Mặt phẳng (MNP) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;3;-16)$. **B.** $\vec{n}=(3;-16;1)$. **C.** $\vec{n}=(-16;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-3;16)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z-1=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $A(1;2;1)$. **B.** $B(1;-2;1)$. **C.** $C(-1;1;1)$. **D.** $D(1;-2;-1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-3z-2=0$.

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-4=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;-1;-4)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-1)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-5=0$. Điểm nào trong các điểm sao đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;2;-1)$. **B.** $M(2;1;-1)$. **C.** $M(1;2;-1)$. **D.** $M(1;1;-1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -5x+y-3=0$. Tìm tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}=(-5;1;-3)$. **B.** $\vec{n}=(5;-1;0)$. **C.** $\vec{n}=(-5;0;1)$. **D.** $\vec{n}=(5;1;0)$.

✍**Lời giải.**

Theo tính chất véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Chọn đáp án B □

Câu 7 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $N(-5;0;0)$. **D.** $M(1;1;6)$.

✍**Lời giải.**

Sử dụng chức năng CALC của MTCT tìm được $M(1;1;6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và nhận véc-tơ $\vec{n}=(2;3;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

A. $(P)\colon 2x+3y+5z-2=0$. **B.** $(P)\colon 2x+3y+5z+1=0$.

C. $(P)\colon 2x+3y+5z-3=0$. **D.** $(P)\colon 2x+3y+5z+2=0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{n}=(1;-2;-3)$. Véc-tơ $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng nào?

A. $x+2y-3z+5=0$. **B.** $x-2y+3z=0$. **C.** $-x+2y+3z+1=0$. **D.** $-x-y-3z+1=0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$.

A. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}+1=0$. **B.** $ax+by+cz-1=0$. **C.** $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}-1=0$. **D.** $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-2;1)$ và $C(-2;1;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $-11x-9y+14z-29=0$. **B.** $-11x-9y+14z-29=0$.
C. $11x+9y+14z+29=0$. **D.** $11x+9y+14z-29=0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;2;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{-3}=0$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{3}=0$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;1;-3)$ và song song với mặt phẳng (Oxz).

A. $y+1$. **B.** $x+z+2=0$. **C.** $x-z+4=0$. **D.** $y-1=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+5=0$ và $(Q)\colon 2x+2y-2z+3=0$. Khẳng định nào nào sau đây **đúng**?

A. (P) song song với (Q). **B.** (P) vuông góc với (Q).
C. (P) cắt (Q). **D.** (P) trùng với (Q).

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+(m+1)y-2z+m=0$ và $(Q)\colon 2x-y+3=0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m=-5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $C(0;4;0)$, $D(0;0;4)$. Khi đó, viết phương trình mặt phẳng (BCD) và tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $3x+4y+3z+12=0$; $d=\dfrac{6\sqrt{34}}{17}$. **B.** $3x+3y+4z-12=0$; $d=\dfrac{6\sqrt{34}}{7}$.
C. $3x+4y+3z-12=0$; $d=\dfrac{6\sqrt{34}}{17}$. **D.** $4x+3y+3z-12=0$; $d=\dfrac{6\sqrt{34}}{17}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-6=0$ và điểm $M(1;2;-1)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** $\dfrac{11}{9}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{13}{3}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-2z+1=0$. Tính khoảng cách d từ M đến mặt phẳng (α).

A. $d=1$. **B.** $d=2$. **C.** $d=3$. **D.** $d=4$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-2=0$, $(Q)\colon x+z+2=0$. Gọi h_1 và h_2 lần lượt là khoảng cách từ M đến (P) và (Q). Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $h_1=h_2$. **B.** $h_1=\dfrac{4}{5}h_2$. **C.** $h_1=2h_2$. **D.** $h_1=\dfrac{4}{5}h_2$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P)\colon x-y+4z-2=0$ và $(Q)\colon 2x-2z+7=0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;1;-1)$, $\vec{b}=(0;-1;2)$. Mặt phẳng (P) song song với giá của hai véc-tơ đã cho. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(-1;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(-1;2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 5x-3y+2z-7=0$. Tìm tọa độ véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(5;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(5;3;2)$. **C.** $\vec{n}=(5;-3;2)$. **D.** $\vec{n}=(5;-3;1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{m}=(1;1;1)$.

✍**Lời giải.**

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, chỉ ra một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P): $4x-y-3z+2=0$.

A. $\vec{n}=(-1;-3;2)$. **B.** $\vec{n}=(4;0;-3)$. **C.** $\vec{n}=(4;-1;-3)$. **D.** $\vec{n}=(4;-3;2)$.

Câu 25 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$?

A. $x-2y+3z-12=0$. **B.** $x-2y-3z+6=0$. **C.** $x-2y+3z+12=0$. **D.** $x-2y-3z-6=0$.

✍Lời giải.

Áp dụng công thức $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ ta được:

$$(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+3y-z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây không phải là véc-tơ pháp tuyến của mặt (α)?

A. $\vec{n}_1=(-1;-3;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;3;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;9;-3)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;3;1)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

A. (P): $x+y+z-3=0$. **B.** (P): $x+y+z-2=0$.
C. (P): $x+y+z=0$. **D.** (P): $x+y-2=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, công thức tính khoảng cách từ điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ là

A. $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{a^2+b^2+c^2}$. **B.** $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{ax_0+by_0+cz_0+d}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}}$.

C. $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{ax_0+by_0+cz_0+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$. **D.** $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-3x+2z-1=0$. Toạ độ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-2;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(-3;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;0;2)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+7y-3z+2016=0$. véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;7;-3)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-7;-3)$. **C.** $\vec{n}=(2;7;3)$. **D.** $\vec{n}=(-2;7;3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $x-y+3z-18=0$ và điểm $M(1;2-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và song song với (Q).

A. (P): $-x+y-3z+10=0$. **B.** (P): $-x-y+3z-10=0$.
C. (P): $x-y+3z+10=0$. **D.** (P): $-x+y+3z+10=0$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-2)$ và $B(6;9;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x-4y+2z+25=0$. **B.** $x-4y+2z-25=0$. **C.** $x+4y+2z-25=0$. **D.** $x+4y-2z-25=0$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;5)$ và $B(0;-2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A,B và song song với trục Oy.

A. $2x+z+3=0$. **B.** $2x-z+3=0$. **C.** $-2x-z+3=0$. **D.** $4x-4y-z+5=0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;5)$, $B(1;2;-3)$, $C(1;0;2)$. Giả sử mặt phẳng (ABC) có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Hỏi các giá trị của a, b, c bằng bao nhiêu?

A. $a=-5$, $b=2$, $c=-3$. **B.** $a=-5$, $b=-2$, $c=3$.
C. $a=5$, $b=-2$, $c=3$. **D.** $a=5$, $b=2$, $c=-3$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và đi qua điểm $A(1;2;3)$.

A. $2x-y=0$. **B.** $x+y-z=0$. **C.** $3x-z=0$. **D.** $3y-2z=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2)$, $B(0;-1;0)$, $C(3;0;0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-1}=1$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 3 = 0$. Khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

A. $d = \frac{5}{3}$. **B.** $d = \frac{2}{3}$. **C.** $d = 3$. **D.** $d = \sqrt{5}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{j} = (0;1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến nên phương trình của mặt phẳng (Oxz) là $y = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3(2;1;0)$. **B.** $\vec{n}_2(0;2;1)$. **C.** $\vec{n}_1(2;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_4(2;0;1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P): $2x + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_4(2;0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên mặt phẳng (P): $2x - y + z - 2 = 0$?

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $P(2;-1;-1)$. **C.** $M(1;1;-1)$. **D.** $N(1;-1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Lần lượt thay tọa độ các điểm Q, P, M, N vào vế trái phương trình mặt phẳng (P) ta có

Điểm $Q: 2 \cdot 1 - (-2) + 2 - 2 = 4 \neq 0$.

Điểm $P: 2 \cdot 2 - (-1) + (-1) - 2 = 2 \neq 0$.

Điểm $M: 2 \cdot 1 - 1 + (-1) - 2 = -2 \neq 0$.

Điểm $N: 2 \cdot 1 - (-1) + (-1) - 2 = 0$.

Vậy điểm $N(1;-1;-1)$ nằm trên mặt phẳng (P).

Chọn đáp án D □

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - y + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $(3;-3;0)$. **B.** $(1;-1;3)$. **C.** $(1;-1;0)$. **D.** $(-1;1;0)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ $\vec{n} = (1;-1;3)$ không là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án B □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (2;-1;0)$. **B.** $\vec{n} = (2;0;1)$. **C.** $\vec{n} = (2;-1;1)$. **D.** $\vec{n} = (2;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2;0;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 43. Tọa độ giao điểm của mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 2 = 0$ với trục hoành là

A. $(2;0;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(a;0;0)$ là giao điểm của mặt phẳng (P) và trục hoành, suy ra $a - 2 \cdot 0 + 0 - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$. Vậy $M(2;0;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vec-tơ pháp tuyến là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

✍**Lời giải.**

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án B □

Câu 45. Trong không gian Oxy, cho mặt phẳng (P): $2x + 3y + 4z + 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{u} = (4;3;2)$. **B.** $\vec{v} = (3;4;5)$. **C.** $\vec{w} = (2;3;4)$. **D.** $\vec{u} = (5;4;3)$.

✍**Lời giải.**

Dựa vào các hệ số đi với các biến $x,\ y,\ z$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;0)$.

✍**Lời giải.**

Chọn đáp án D □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-2=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_3=(2;3;-2)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;-1;3)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;-1;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-6=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $I(2;0;-2)$. **B.** $N(1;0;-2)$. **C.** $M(1;-1;1)$. **D.** $P(3;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Vì $2\cdot 3-0+2\cdot 0-6=0$ nên $P\in(P)$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P)\colon 3x-y-2=0$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(3;1;2)$. **B.** $(3;-1;-2)$. **C.** $(3;1;0)$. **D.** $(3;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

Từ phương trình mặt phẳng (P) ta có một vectơ pháp tuyến của (P) là $(3;-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $(abc\neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. **B.** $\dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}+\dfrac{z}{c}=1$. **C.** $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{c}+\dfrac{z}{b}=1$. **D.** $\dfrac{x}{c}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{a}=1$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1=(3;-1;2)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;0;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;-1;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(-1;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng $(P)\colon 3x-z+2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(3;0;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-y-2=0$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(3;1;2)$. **B.** $(3;-1;-2)$. **C.** $(3;1;0)$. **D.** $(3;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ của một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là các hệ số của x,y,z trong phương trình. Do đó, một véc-tơ pháp tuyến của mp(P) là $(3;-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 53. Trong không gian $(Oxyz)$, cho $(P)\colon 2x-y+z-2=0$. Điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng (P).

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $N(1;1;1)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $M(1;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $2\cdot 1-1+1-2=0$ nên $N(1;-1;1)\in(P)$.

Chọn đáp án B □

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_4=(1;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;1;3)$. **D.** $\vec{n}_3=(2;3;-2)$.

Lời giải.

Ta có phương trình $2x-y+3z-2=0 \Leftrightarrow 2\cdot x+(-1)\cdot y+3\cdot z-2=0$ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;-1;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng (α): $x-2y-2z+5=0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Khoảng cách $\mathrm{d}[A,(\alpha)]=\dfrac{|-1-2\cdot 3-2\cdot(-2)+5|}{3}=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y-3z-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **D.** $\vec{n}=(3;1;2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 57. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+2y-3z+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải.

Ta có (Oxy): $z=0$, (Oxz): $y=0$, (Oyz): $x=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của (ABC)?

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-1}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{4}=-1$.

Lời giải.

(ABC): $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{4}=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;5)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;-3;5)$. **B.** $(1;-3;0)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $(1;-3;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0;2;0)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $Q(0;0;3)$.

Lời giải.

Xét điểm $P(0;2;0)$: $\dfrac{0}{1}+\dfrac{2}{2}+\dfrac{0}{3}=1$ (đúng) $\Rightarrow P\in(P)$.

Xét điểm $N(1;2;3)$: $\dfrac{1}{1}+\dfrac{2}{2}+\dfrac{3}{3}=1$ **(sai)** $\Rightarrow N\notin(P)$.

Xét điểm $M(1;0;0)$: $\frac{1}{1}+\frac{0}{2}+\frac{0}{3}=1$ (đúng) $\Rightarrow M\in(P)$.
Xét điểm $Q(0;0;3)$: $\frac{0}{1}+\frac{0}{2}+\frac{3}{3}=1$ (đúng) $\Rightarrow Q\in(P)$.
Chọn đáp án B □

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với (P). Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. (Q): $2x-y+z-5=0$. **B.** (Q): $2x-y+z=0$.
C. (Q): $x+y+z-2=0$. **D.** (Q): $2x+y-z+1=0$.

✍**Lời giải.**
Do $(Q)\parallel(P)$ nên véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của (P) cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (Q).
Do đó (Q): $2(x-1)-(y+1)+(z-2)=0\Leftrightarrow 2x-y+z-5=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $2x-4y+6z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;4;6)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;3)$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (P) nhận $\vec{v}=(2;-4;6)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó véc-tơ $\vec{n}=(1;-2;3)=\frac{1}{2}\vec{v}$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Chọn đáp án A □

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+1=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $(3;1;1)$. **B.** $(1;-3;1)$. **C.** $(-1;0;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

✍**Lời giải.**
Xét mặt phẳng (P): $x-3y+1=0$.
Các điểm $(3;1;1),(1;-3;1),(1;0;0)$ có tọa độ không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) do đó các điểm này không thuộc mặt phẳng.
Điểm $(-1;0;0)$ thỏa mãn phương trình của (P) nên điểm này thuộc (P).
Vậy (P) đi qua $(-1;0;0)$.
Chọn đáp án C □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình

A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (Oyz) đi qua $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{i}(1;0;0)\Rightarrow$ phương trình của mặt phẳng là $x=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|a|=1$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $|b|=1$. **D.** $|c|=1$.

✍**Lời giải.**
Phương trình mặt phẳng (Oxz): $y=0$.
Mặt cầu (S) tiếp xúc với $(Oxz)\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(Oxz))=1\Leftrightarrow |b|=1$.
Chọn đáp án C □

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua $M(1;2;3)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x+2y+3z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $x+y-z=0$. **D.** $x+y+z-6=0$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (P) có phương trình là $(x-1)+(y-2)-(z-3)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

✍Lời giải.
Ta có điểm $M'(-1;2;3)$ là điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz).
Chọn đáp án C □

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của véc-tơ $\vec{a}=(1;-1;2)$ có phương trình là

A. $x-y+2z+12=0$. **B.** $x-y+2z-12=0$. **C.** $3x-y+4z-12=0$. **D.** $3x-y+4z+12=0$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{a}=(1;-1;2)$ nên phương trình là
$$1(x-3)-1(y+1)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-12=0.$$
Chọn đáp án B □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là

A. $4x-3y+6z+12=0$. **B.** $4x+3y+6z+12=0$.
C. $4x+3y-6z+12=0$. **D.** $4x-3y+6z-12=0$.

✍Lời giải.
Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là
$$\frac{x}{-3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 4x-3y+6z=-12 \Leftrightarrow 4x-3y+6z+12=0.$$
Vậy phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $4x-3y+6z+12=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 71. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z+3=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+y+z-3=0$. **B.** $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$.
C. $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+y+z+1=0$. **D.** $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+1=0$.

✍Lời giải.
Bán kính mặt cầu (S) là $R=\dfrac{|2+2+2+3|}{\sqrt{1+4+4}}=3$. Suy ra phương trình mặt cầu (S) là
$$(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0.$$
Chọn đáp án B □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với (P). Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $2x-y+z-5=0$. **C.** $2x+y-z+1=0$. **D.** $2x-y+z=0$.

✍Lời giải.
Ta có $(Q)\parallel(P)$, suy ra $\vec{n}_{(Q)}=\vec{n}_{(P)}=(2;-1;1)$.
Lại có (Q) đi qua $A(1;-1;2)$ nên có phương trình $2(x-1)-(y+1)+(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-y+z-5=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ $M(1;-2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 5.

✍Lời giải.
Khoảng cách từ $M(1;-2;0)$ đến mặt phẳng (P) là
$$\mathrm{d}(M;(P))=\frac{|2\cdot 1-2\cdot(-2)+1\cdot 0-1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{5}{3}.$$
Chọn đáp án B □

Câu 74. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$ là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách từ $M(-1;2;-3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{4}{3}$.

✍Lời giải.

$$d(M;(P))=\frac{|2\cdot(-1)-2\cdot 2+(-3)+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 76. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1=(1;1;-2)$. **B.** $\vec{n}_2=(-2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(-2;1;1)$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 77. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $M(-1;0;0), N(0;2;0), P(0;0;-3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=-1$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(-1;0;0), N(0;2;0), P(0;0;-3)$ là $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+2z-3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;2;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;2;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;-2)$.

✍Lời giải.

Ta có một VTPT của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;2;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+y-z=0$. **B.** $x-y-z-2=0$. **C.** $x+y+z-4=0$. **D.** $x-y-z+2=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1)$ là VTPT của mặt phẳng, suy ra phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

$1\cdot(x-1)-1\cdot(y-1)-1\cdot(z-2)=0 \Leftrightarrow x-y-z+2=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $x+2y-2z+1=0$ và điểm $M(1;-2;1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}=\frac{|1-4-2+1|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{4}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 81. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=(6;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $(P)\colon \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. Suy ra $(P)\colon 2x+3y+6z=6$.
Do đó ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;3;6)$.
Chọn đáp án B □

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

A. $x=y$. **B.** $y=z$. **C.** $z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{j}=(0;1;0)$ nên có phương trình $y=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α).

A. $(\beta)\colon x+2y+2z-13=0$. **B.** $(\beta)\colon x+2y+2z-15=0$.
C. $(\beta)\colon x+2y+2z+15=0$. **D.** $(\beta)\colon x+2y+2z+13=0$.

Lời giải.

Do $(\beta)\parallel(\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng (β) có dạng $x+2y+2z+c=0$ $(c\neq -1)$.
Do (β) đi qua điểm M nên $1+0+12+c=0\Rightarrow c=-13$.
Vậy phương trình mặt phẳng (β) là $x+2y+2z-13=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 84. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

A. $15x+5y+3z+15=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}+1=0$.
C. $x+3y+5z=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.
Chọn đáp án D □

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_1}=(1;0;-2)$. **B.** $\vec{n_2}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{n_3}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{n_4}=(-1;2;0)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;-2)$.
Chọn đáp án A □

Câu 86. Tính khoảng cách từ điểm $M(1;-1;3)$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+1=0$.

A. 3. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\frac{10}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}[M,(P)]=\frac{|2\cdot 1-(-1)+2\cdot 3+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{10}{3}$.
Chọn đáp án D □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x-4y+2z-8=0$. **B.** $x-4y+2z-18=0$. **C.** $x+4y+2z-8=0$. **D.** $x+4y-2z-8=0$.

Lời giải.

Ta có $A(8;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;4)$.
Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{8}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow x-4y+2z-8=0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $x-4y+2z-8=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x-2y+2z-3=0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α)?

A. $M(2;0;1)$. **B.** $Q(2;1;1)$. **C.** $P(2;-1;1)$. **D.** $N(1;0;1)$.

Lời giải.

Ta có $1-2\cdot 0+2\cdot 1-3=0$ nên $N(1;0;1)$ nằm trên mặt phẳng (α)

Chọn đáp án D □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x-y+2z+1=0$. Trong những điểm có tọa độ cho ở các đáp án A, B, C, D sau đây, điểm nào **không** thuộc (α)?

A. $(0;0;2)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(-1;2;1)$. **D.** $(-1;0;0)$.

Lời giải.

Điểm $(0;0;2)$ không thuộc (α).

Chọn đáp án A □

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxy có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y+x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng Oxy có phương trình là $z=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3z-2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $\vec{n}=(2;-3;-2)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;2)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}=(-1;0;2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $-x+2y-5=0$. **B.** $x+2z-5=0$. **C.** $-x+2y-5=0$. **D.** $x-2z+1=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}=(-1;0;2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $-1(x+1)+0(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x-2z+1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(-1;-1;1)$. **C.** $P(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Lời giải.

Xét các trường hợp sau

— $x_M+y_M-z_M+3=1+1-(-1)+3=6\neq 0$ suy ra $M\notin(P)$.

— $x_N+y_N-z_N+3=-1+(-1)-1+3=0$ suy ra $N\in(P)$.

— $x_P+y_P-z_P+3=1+1-1+3=4\neq 0$ suy ra $P\notin(P)$.

— $x_Q+y_Q-z_Q+3=-1+1-1+3=2\neq 0$ suy ra $Q\notin(P)$.

Chọn đáp án B □

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=-1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(-2;1;-3)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-3=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 96. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-4z-5=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}=(1;0;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;-4;-5)$. **C.** $\vec{n}=(0;2;-4)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $(P)\colon 2x-4z-5=0 \Rightarrow (P)\colon x-2z-\dfrac{5}{2}=0$.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $y=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $x=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $3x-5y+z-2=0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;-1)$. **B.** $N(1;1;-1)$. **C.** $P(2;0;-3)$. **D.** $Q(1;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào phương trình mặt phẳng $3x-5y+z-2=0$ để kiểm tra thì ta thấy mặt phẳng đã cho đi qua điểm $Q(1;0;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-1;2)$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y-z+2=0$ bằng

A. $\dfrac{5}{\sqrt{14}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{14}}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{14}}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|2\cdot 1+3\cdot(-1)-2+2|}{\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{14}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-1=0$?

A. $\vec{n}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(4;4;2)$. **C.** $\vec{n}=(4;4;1)$. **D.** $\vec{n}=(4;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;4;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz?

A. $(\alpha)\colon z=0$. **B.** $(P)\colon x+y=0$. **C.** $(Q)\colon x+11y+1=0$. **D.** $(\beta)\colon z=1$.

✍**Lời giải.**

Trục Oz có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{v}=(0;0;1)$. Ta xét

- $(\alpha)\colon z=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$ nên $\vec{v}\cdot\vec{n}=1$. Do đó Oz không song song với (α).
- $(P)\colon x+y=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;0)$ nên $\begin{cases}\vec{v}\cdot\vec{n}=0\\ O(0;0;0;)\in(P)\end{cases}$. Do đó Oz không song song với (P).
- $(Q)\colon x+11y+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$ nên $\begin{cases}\vec{v}\cdot\vec{n}=0\\ O(0;0;0;)\notin(P)\end{cases}$. Do đó $Oz\parallel(Q)$.
- $(\beta)\colon z=1$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$ nên $\vec{v}\cdot\vec{n}=1$. Do đó Oz không song song với (β).

Vậy mặt phẳng (Q): $x+11y+1=0$ song song với trục Oz.

Chọn đáp án (C) □

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến mặt phẳng (P): $x+3y-4z+9=0$ là

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\dfrac{17}{\sqrt{26}}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

✍Lời giải.

$\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|1+3\cdot(-2)-4\cdot3+9|}{\sqrt{1^2+3^2+(-4)^2}}=\dfrac{8}{\sqrt{26}}=\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y-1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $y+2z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $A(0;1;2)$, $\overrightarrow{BC}=(-4;2;0)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-4(x-0)+2(y-1)=0\Leftrightarrow 2x-y+1=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 104. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;0;1)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng Oxy vuông góc với trục Oz có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{i}=(0;0;1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 105. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α)là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8;0;0)$; $N(0;-2;0)$; $P(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{4}=0$. **B.** $x-4y+2z-8=0$. **C.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $x-4y+2z=0$.

✍Lời giải.

Phương trình (α) qua M, N, P là $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{4}=1\Leftrightarrow x-4y+2z-8=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. (Q): $x-1=0$. **B.** (R): $x+y-7=0$.

C. (P): $z-2=0$. **D.** (S): $x+y+z+5=0$.

✍Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ M vào từng mặt phẳng, ta có $M\in(R)$: $x+y-7=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y-2z+1=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n}_3=(-2;1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n}_2=(1;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{n}_4=(2;-2;1)$. **D.** $\overrightarrow{n}_1=(2;1;-2)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_1=(2;1;-2)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến (P): $x+3y-4z+9=0$ là

A. $\dfrac{17}{\sqrt{26}}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **D.** $\sqrt{8}$.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là $\mathrm{d} = \dfrac{|1-6-12+9|}{\sqrt{1^2+3^2+4^2}} = \dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

Chọn đáp án B □

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n} = (2;0;1)$. **B.** $\vec{n} = (2;0;-1)$. **C.** $\vec{n} = (2;-1;1)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1;0)$.

✍Lời giải.

Viết lại (P) dưới dạng (P): $2\cdot x + 0\cdot y + (-1)\cdot z + 1 = 0$. Do đó, một véc-tơ pháp tuyến của (P) có thể chọn là $\vec{n} = (2;0;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n} = (6;3;2)$. **B.** $\vec{n} = (1;2;3)$. **C.** $\vec{n} = (-6;1;3)$. **D.** $\vec{n} = (-1;-2;6)$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$ hay $6x + 3y + 2z - 6 = 0$ nên $\vec{n} = (6;3;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP).

Chọn đáp án A □

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;2;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α).

A. $x + 2y - z - 2 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z - 2 = 0$. **C.** $x + 2y - z = 0$. **D.** $x + 2y + 3z = 0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có phương trình là $1\cdot(x-1) + 2\cdot(y-2) - 1\cdot(z-3) = 0$ hay $x + 2y - z - 2 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z - 6 = 0$.

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu cần tìm là $R = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|1 + 2\cdot(-2) - 2\cdot 3 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Chọn đáp án C □

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $2x + y + mz - 2 = 0$ và (β): $x + ny + 2z + 8 = 0$. Tính $S = m + n$ để (α) song song với (β).

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{17}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;m)$ và mặt phẳng (β) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{m} = (1;n;2)$. Hai mặt phẳng này song song với nhau khi $\dfrac{2}{1} = \dfrac{1}{n} = \dfrac{m}{2} \neq \dfrac{-2}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

Suy ra $m + n = \dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α): $x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(1;1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $P(1;6;1)$. **D.** $Q(0;3;0)$.

✍Lời giải.

Ta có $1 - 1 + \dfrac{2\cdot 3}{2} - 3 = 0$ nên $M\left(1;1;\dfrac{3}{2}\right) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án A □

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$.

A. $4x-3y+6z-12=0$. **B.** $4x+3y-6z+12=0$.
C. $4x-3y+6z+12=0$. **D.** $4x+3y+6z-12=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ có dạng

$$\frac{x}{-3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow (\alpha)\colon 4x-3y+6z+12=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;0;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(-1;0;-1)$. **D.** $\vec{n}=(3;-1;0)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon 3x-z+2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(6;-4;1)$. **D.** $\vec{n}=(-3;2;-1)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ phăp tuyến $\vec{n}'=(3;-2;1)$, do đó véc-tơ $\vec{n}=-\vec{n}'=(-3;2;-1)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án (D) □

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0;-1;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=0$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

✍Lời giải.

Theo công thức lý thuyết ta có phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;1)$, $B(1;2;4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $(P)\colon 2x-3y-3z-16=0$. **B.** $(P)\colon 2x-3y-3z-6=0$.
C. $(P)\colon -2x+3y+3z-6=0$. **D.** $(P)\colon -2x+3y+3z-16=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(2;-3;-3)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-3z-6=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+6z-6=0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\vec{n}=(6;3;2)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;6)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Ozx)?

A. $x=0$. **B.** $y-1=0$. **C.** $y=0$. **D.** $z=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Ozx) là $y=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-3z+5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1(2;-3;5)$. **B.** $\vec{n}_2(2;-3;0)$. **C.** $\vec{n}_3(2;0;-3)$. **D.** $\vec{n}_4(0;2;-3)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x-3z+5=0$ là $\vec{n}_3(2;0;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 123. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ nhận $\vec{i}=(1;0;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 124. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (α): $3x-4y-z+3=0$ có 1 vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{a}=(-6;8;2)$. **B.** $\vec{m}=(3;4;-1)$. **C.** $\vec{n}=(3;4;1)$. **D.** $\vec{b}=(-3;4;-1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}=(3;-4;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Nên $\vec{a}=(-6;8;2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Chọn đáp án A □

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$ và mặt phẳng (α): $3x-y+z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $3x-y+z+11=0$. **B.** $3x-y+z+12=0$. **C.** $3x-y+z-12=0$. **D.** $3x-y+z-11=0$.

✍**Lời giải.**

Do mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α): $3x-y+z+4=0$ nên phương trình mặt phẳng (β) có dạng $3x-y+z+c=0$ với $c\neq 4$.

Vì mặt phẳng (β) đi qua $M(3;-1;2)$ nên $c=-12$.

Vậy phương trình mặt phẳng (β): $3x-y+z-12=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;2)$.

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;2)$ là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-4z+7=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(3;-4;7)$. **B.** $(-3;0;4)$. **C.** $(3;-4;-7)$. **D.** $(3;0;7)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P): $3x-4z+7=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $(-3;0;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y+z-2=0$ điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $M(-1;1;-1)$. **C.** $Q(1;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;1)$.

✍**Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng, ta thấy chỉ có tọa độ điểm N thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng (P): $2x+y+2z+5=0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có bán kính $R = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot 1 + 1\cdot(-2) + 2\cdot(-1) + 5|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 1$ và tâm $I(1;-2;-1)$.
Vậy (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 130. Trong không gian $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là

A. $\dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{-4} + \dfrac{z}{2} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{-2} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{-3} - \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{-2} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-4} + \dfrac{z}{2} = 1$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là $\dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{-2} = 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 131. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $-x+3y+2z+11=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (3;2;11)$. **B.** $\vec{n}_1 = (1;3;2)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-1;2;11)$. **D.** $\vec{n}_2 = (-1;3;2)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (-1;3;2)$.
Chọn đáp án D □

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P)?

A. $4x-2y+6z+1=0$. **B.** $x-7y+3z+1=0$. **C.** $-x+7y-3z+1=0$. **D.** $x-7y-3z+1=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2;-1;3)$.

- Mặt phẳng $4x-2y+6z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (4;-2;6)$. Ta có
$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_1 = 8+2+18 \neq 0.$$
Suy ra hai mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$ và $4x-2y+6z+1=0$ không vuông góc với nhau.
- Mặt phẳng $x-7y+3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1;-7;3)$. Ta có
$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_2 = 2+7+9 \neq 0.$$
Suy ra hai mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$ và $x-7y+3z+1=0$ không vuông góc với nhau.
- Mặt phẳng $-x+7y-3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (-1;7;-3)$. Ta có
$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_3 = -2-7-9 \neq 0.$$
Suy ra hai mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$ và $-x+7y-3z+1=0$ không vuông góc với nhau.
- Mặt phẳng $x-7y-3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_4 = (1;-7;-3)$. Ta có
$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_4 = 2+7-9 = 0.$$
Suy ra hai mặt phẳng (P): $2x-y+3z-2=0$ và $x-7y-3z+1=0$ vuông góc với nhau.

Chọn đáp án D □

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (Oxz)?

A. (P): $x-3=0$. **B.** (Q): $y-2=0$. **C.** (R): $z+1=0$. **D.** (S): $x+z+3=0$.

✍**Lời giải.**

Ta thấy mặt phẳng (Q): $y-2=0$ song song với mặt phẳng (Oxz).
Chọn đáp án B □

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-4y+3z-2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;-4;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;4;3)$. **C.** $\vec{n}=(0;-4;3)$. **D.** $\vec{n}=(-4;3;-2)$.

✍**Lời giải.**

Dựa vào định nghĩa phương trình tổng quát của mặt phẳng, ta suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-4;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 135. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z-4=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;-2;-2)$. **B.** $N(8;0;-2)$. **C.** $P(8;0;4)$. **D.** $M(8;0;2)$.

✍**Lời giải.**

Lần lượt thay tọa độ từng điểm ở đáp án vào phương trình mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z-4=0$.
Vì $8-2\cdot 0-2\cdot 2-4=0$ nên điểm $M(8;0;2)$ thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án D □

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y-z+4=0$. Biết $\vec{n}=(1;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P). Tổng $b+c$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(2;3;-1)=2\left(1;\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Do đó $\vec{n}=\left(1;\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$, suy ra $b=\frac{3}{2}, c=-\frac{1}{2}$. Vậy $b+c=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với trục Oz?

A. $x=1$. **B.** $x+y=0$. **C.** $y+z=1$. **D.** $z=1$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng song song với trục Oz khuyết z nên loại các phương án $y+z=1$ và $z=1$.
Mặt phẳng $x+y=0$ đi qua gốc tọa độ O nên không song song với trục Oz.
Mặt phẳng $x=1$ song song với mặt phẳng (Oyz) nên song song với trục Oz.

Chọn đáp án A □

Câu 138. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;-2;0)$. **B.** $M(2;-1;1)$. **C.** $N(0;1;-2)$. **D.** $Q(1;-3;-4)$.

✍**Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy

$$2\cdot 1-(-3)-4-1=0 \Rightarrow Q\in(P).$$

Chọn đáp án D □

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $\mathrm{d}=\frac{7}{3}$. **B.** $\mathrm{d}=\frac{7}{9}$. **C.** $\mathrm{d}=\frac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\mathrm{d}=1$.

✍**Lời giải.**

Khoảng cách d từ A đến (P) là $\mathrm{d}=\frac{|(1)+2\cdot(-2)+2\cdot(3)+4|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{7}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;0;0)$ và véc-tơ $\vec{n}=(0;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ và đi qua điểm A là

A. $(\alpha)\colon y+z=0$. **B.** $(\alpha)\colon 2x-y-z=0$. **C.** $(\alpha)\colon x=0$. **D.** $(\alpha)\colon y+z+2=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;1)$ và đi qua điểm $A(-2;0;0)$ là

$$0(x+2)+1(y-0)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow y+z=0.$$

Vậy (α): $y+z=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $y=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 143. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x-z-2=0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(-1;-3;-1)$. **B.** $N(-4;6;-2)$. **C.** $P(2;0;-3)$. **D.** $Q(1;4;-1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào phương trình mặt phẳng $x-z-2=0$ để kiểm tra thì ta thấy mặt phẳng đã cho đi qua điểm $Q(1;4;-1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 144. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

A. 2^{34}. **B.** A_{34}^{2}. **C.** 34^2. **D.** C_{34}^{2}.

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^{2}.

Chọn đáp án (D) □

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+2y+3z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. **C.** $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. **D.** $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $x+2y+3z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $3x+2y+z-4=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. **B.** $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}_2=(3;2;1)$. **D.** $\vec{n}_1=(1;2;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;2;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 147. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x+3y+z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;3;-1)$. **B.** $\vec{n}_3=(1;3;2)$. **C.** $\vec{n}_4=(2;3;1)$. **D.** $\vec{n}_2=(-1;3;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $2x+3y+z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 148. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $2x+y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_4=(1;3;2)$. **B.** $\vec{n}_1=(3;1;2)$. **C.** $\vec{n}_3=(2;1;3)$. **D.** $\vec{n}_2=(-1;3;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) : $2x+y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=(2;1;3)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $5x+3y-2z+1=0$. Tìm tọa độ của một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{a}=(5;3;-2)$. **B.** $\vec{b}=(5;3;2)$. **C.** $\vec{c}=(5;-3;-2)$. **D.** $\vec{d}=(-5;-3;1)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt phẳng $(P)\colon 5x+3y-2z+1=0$, ta có tọa độ của véc-tơ pháp tuyến là $(5;3;-2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-3y+z-2=0$. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (P).

A. $M(2;1;3)$. **B.** $N(2;3;1)$. **C.** $H(3;1;-2)$. **D.** $E(3;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Kiểm tra các đáp án chỉ có điểm $M(2;1;3)\in(P)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z+2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}=(-1;1;0)$. **B.** $\vec{n}=(-1;-1;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;1;-1)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;-2)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(-1;-1;1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-1;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(3;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-1;2)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án (B) □

Câu 153. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z-7=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-1;2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-4;3)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=(-1;2;-3)$ là một véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án (A) □

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (β) đi qua gốc O và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-7;5)$ thì phương trình của (β) là

A. $-2x-7y+5z=0$. **B.** $2x-7y+5z=0$. **C.** $2x-7y-5z=0$. **D.** $2x+7y+5z=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng $(\beta)\colon 2(x-0)-7(y-0)+5(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x-7y+5z=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 155. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-5;-3;-4)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng Oxy là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng Oxy có phương trình $z=0$. Do đó $\mathrm{d}(A,Oxy)=|-4|=4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 156. Trong không gian với hệ tọa $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x+2y-z+1=0$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(3;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;-1)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ $\vec{n}=(3;2;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Chọn đáp án (C) □

Câu 157. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;0;-1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;0)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng (P): $x-3y+z-4=0$. Véc-tơ nào trong số các véc-tơ sau là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-3;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;-3;4)$. **D.** $\vec{n}=(0;-3;1)$.

✍**Lời giải.**

Ta thấy véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(1;-3;1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}-1=0$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}-1=0$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}+1=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a,b,c\neq 0$ là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \quad \text{(phương trình theo mặt chắn).}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;5;1)$ và $B(1;-3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $2x-4y-3z+12=0$. **B.** $2x-4y-3z=0$.

C. $2x-4y-3z+29=0$. **D.** $2x-4y-3z-12=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(-1;1;-2)$ của AB và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(4;-8;-6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$4(x+1)-8(y-1)-6(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-4y-3z=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;1), B(2;-2;0), C(7;2;-1)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $\vec{n}=(1;1;1)$. **B.** $\vec{n}=(-1;1;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & -1\\ 6 & 4 & -2\end{vmatrix}=(4;-4;4)$.

Vậy mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{n}=\frac{1}{4}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án (C) □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x+6y+2018z-2019=0$ là

A. $\vec{n}=(3;-6;2018)$. **B.** $\vec{n}=(3;6;-2018)$. **C.** $\vec{n}=(-3;6;2018)$. **D.** $\vec{n}=(3;6;2018)$.

✍**Lời giải.**

$\vec{n}=(3;6;2018)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 163. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y-2z-3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;-1;-3)$. **B.** $N(2;-1;-2)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $Q(3;-1;2)$.

✍**Lời giải.**

Nhận thấy tọa độ Q thuộc (P) vì $2\cdot 3-(-1)-2\cdot 2-3=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$. **B.** $x+3y+z-5=0$. **C.** $3x-y-z+6=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với AB có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$3\cdot(x+1)-1\cdot(y-2)-1\cdot(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+4=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;4)$.

Lời giải.

Theo khái niệm véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Chọn đáp án A □

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$, $B(3;5;-2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính tổng $a+b+c$.

A. -2. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB suy ra tọa độ điểm $I(4;1;0)$. Mặt khác ta có $\overrightarrow{AB}(2;8;-4)$, do giả thiết mặt phẳng trung trực của đoạn AB nhận $\overrightarrow{AB}$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm I. Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực là

$$2\cdot(x-4)+8\cdot(y-1)+(-4)\cdot(z-0)=0 \Leftrightarrow x+4y-2z-6=0.$$

Do đó $a=4$, $b=-2$ và $c=-6$ nên $a+b+c=-4$.

Chọn đáp án B □

Câu 167. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$?

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $N(1;-1;-1)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $M(1;1;-1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm N vào phương trình (P), ta được $2-(-1)+(-1)-2=0$ (đúng).
Vậy $N\in(P)$.

Chọn đáp án B □

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3=0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}_{(P)}=(1;0;-2)$. **D.** $\vec{n}_{(P)}=(0;1;-2)$.

Lời giải.

Lưu ý: Nếu mặt phẳng (P) có phương trình là $ax+by+cz+d=0$ thì nó có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$. Và khi đó, mọi véc-tơ pháp tuyến của (P) đều có dạng $k\vec{n}$.
Viết lại phương trình của (P) như sau $x-2y+0z+3=0$, suy ra $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án A □

Câu 169. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Tìm mệnh đề **đúng**.

A. Hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương. **B.** Hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
C. Hai véc-tơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{c}=1$.

Lời giải.

Ta có $\left[\vec{b},\vec{c}\right]=(1;-1;0)\neq\vec{0}$ nên hai véc-tơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

Chọn đáp án C □

Câu 170. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x-z+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}_3=(2;-1;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(-1;0;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $2x-z+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;0;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ ?

A. $x-2y+3z=0$. **B.** $x-2018=0$. **C.** $y+1=0$. **D.** $z+12=0$.

Lời giải.

Tọa độ $O(0;0;0)$ chỉ thỏa mãn phương trình $x-2y+3z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y-3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}=(0;1;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;3)$.

Lời giải.

Nếu phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$ thì (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.

Chọn đáp án B □

Câu 173. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z+5=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

$\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|2\cdot 1+0+2\cdot 1+5|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz).

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$. Khi đó, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) được tính bởi

$$\mathrm{d}(A,(Oyz))=\frac{|x_A|}{1}=3.$$

Chọn đáp án B □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-3y-z+1=0$. Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-3;-1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;3;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α): $2x-3y-z+1=0$ có có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 176. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-5}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+5z-1=0$. Số mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;-5)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;5)$.

Khi đó ta có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên có vô số mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P).

Chọn đáp án D □

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z-1=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-2;3;-4)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-3;4)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **D.** $\vec{n}=(2;3;4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(-2;-3;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(-1;0;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-1;0)$. **D.** $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 179. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x-y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;-1;-3)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P): $2x-y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;-1;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 180. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-3y-z-1=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(-2;1;-8)$. **B.** $Q(1;2;-5)$. **C.** $P(3;1;3)$. **D.** $4;2;1$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (α), ta được $2\cdot3-3\cdot1-3-1=-1\neq0$ nên điểm P không thuộc (α).

Chọn đáp án C □

Câu 181. Cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+4y-3z+1=0$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}=(2;-4;-3)$. **B.** $\vec{n}=(-3;4;2)$. **C.** $\vec{n}=(2;4;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;4;-3)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 182. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-4y+3z-2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

A. $\vec{n}_2=(1;4;3)$. **B.** $\vec{n}_3=(-1;4;-3)$. **C.** $\vec{n}_4=(-4;3;-2)$. **D.** $\vec{n}_1=(0;-4;3)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{n}_3=(-1;4;-3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án B □

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2;-1;0)$ và nhận véc-tơ $\vec{v}=(2;1;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến.

A. $2x+y-z+3=0$. **B.** $2x+y-z-3=0$. **C.** $2x-y-3=0$. **D.** $2x-y+3=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng là $2(x-2)+1(y+1)-1(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-3=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-3y+z-2=0$. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (P).

A. $M(2;1;3)$. **B.** $N(2;3;1)$. **C.** $H(3;1;-2)$. **D.** $K(3;2;1)$.

✍Lời giải.

Xét mặt phẳng (P): $x-3y+z-2=0$ và điểm $M(2;1;3)$ ta thấy $2-3\cdot1+3-2=0$. Do đó $M\in(P)$.

Chọn đáp án A □

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

✍Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot2-1+2\cdot1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{6}{\sqrt{9}}=\dfrac{6}{3}=2$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2^2$ hay $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $4x-3y+12z-6=0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1;1;1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d=\dfrac{11}{13}$. **B.** $d=\dfrac{7}{13}$. **C.** $d=\dfrac{13}{7}$. **D.** $d=1$.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $M(1;1;1)$ đến mặt phẳng (P) là

$$d = \mathrm{d}(M,(P)) = \frac{|4\cdot 1 - 3\cdot 1 + 12\cdot 1 - 6|}{\sqrt{4^2+(-3)^2+12^2}} = \frac{7}{13}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-5;6)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz). Tọa độ điểm H là

A. $H(1;0;6)$. **B.** $H(0;-5;0)$. **C.** $H(6;0;1)$. **D.** $H(1;0;0)$.

Lời giải.

$H(x_H;y_H;z_H)$ là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) nên $x_H = 1, y_H = 0, z_H = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 188. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;4;26)$ đến mặt phẳng $(P)\colon x-2y+1=0$ là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 1.

Lời giải.

$d(M,(P)) = \dfrac{|2-2\cdot 4+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3z-5=0$. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $(2;3;-5)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(2;0;3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Lời giải.

Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (2;0;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 190. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+3y-z+2=0$, $(\beta)\colon 2x+3y-z+16=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

A. 15. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 0.

Lời giải.

Ta thấy $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow \mathrm{d}((\alpha);(\beta)) = \mathrm{d}(M;(\beta)) = \dfrac{|16-2|}{\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}} = \sqrt{14}$ với $M(0;0;2) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án B □

Câu 191. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c} \neq \vec{0}$. Chọn đáp án **sai**?

A. $[\vec{a},\vec{b}]\cdot\vec{a} = 0$. **B.** $[\vec{a},\vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|[\vec{a},\vec{b}]|$ là một số. **D.** $[\vec{a},\vec{b}]\cdot\vec{c}$ là một số.

Lời giải.

Ta thấy $[\vec{a},\vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương. Do vậy $\vec{a} \not\perp \vec{b}$.

Chọn đáp án B □

Câu 192. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+z+1=0$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n_1} = (-3;-1;-1)$. **B.** $\vec{n_4} = (6;-2;2)$. **C.** $\vec{n_3} = (-3;1;-1)$. **D.** $\vec{n_2} = (3;-1;1)$.

Lời giải.

$(P)\colon 3x-y+z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến có tọa độ là $\vec{n_2} = (3;-1;1)$ cùng phương với $\vec{n_4} = (6;-2;2)$, cùng phương với $\vec{n_3} = (-3;1;-1)$ và không cùng phương với $\vec{n_1} = (-3;-1;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-5y+3=0$. Véc-tơ $\vec{n}$ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n} = (2;-5;3)$. **B.** $\vec{n} = (2;0;-5)$. **C.** $\vec{n} = (2;-5;0)$. **D.** $\vec{n} = (2;5;0)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2;-5;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-3=0$?

A. $N(2;0;1)$. **B.** $M(1;-2;-1)$. **C.** $P(1;2;-3)$. **D.** $Q(2;-1;1)$.

✍Lời giải.

Thay các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta có

- $2\cdot 2-0+1-3=0$ (vô lý), suy ra $N\notin(P)$.
- $2\cdot 1-(-2)+(-1)-3=0$ (đúng), suy ra $M\in(P)$.
- $2\cdot 1-2+(-3)-3=0$ (vô lý), suy ra $P\notin(P)$.
- $2\cdot 2-(-1)+1-3=0$ (vô lý), suy ra $Q\notin(P)$.

Chọn đáp án B □

Câu 195. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x+3y-4z-5=0$ có phương trình là

A. $2x+3y+4z-14=0$. **B.** $2x-3y-4z+6=0$.
C. $2x+3y-4z-4=0$. **D.** $2x+3y-4z+4=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x+3y-4z-5=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u}=(2;3;-4)$.
Mà mặt phẳng đó qua $A(1;2;3)$ nên nó có phương trình là
$2(x-1)+3(y-2)-4(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-4z+4=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 196. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$, $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $3x+3y+z-8=0$. **B.** $3x-3y+z-14=0$. **C.** $3x-2y+z-8=0$. **D.** $2x+3y-z+8=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;1;0)$ nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $C(2;0;2)$ và nhận $\vec{n}=(3;3;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình
$3(x-2)+3y+(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x+3y+z-8=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 197. Cho điểm $H(-3;-4;6)$ và mặt phẳng (Oxz). Hỏi khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) bằng bao nhiêu?

A. $\mathrm{d}(H;(Oxz))=4$. **B.** $\mathrm{d}(H;(Oxz))=3$. **C.** $\mathrm{d}(H;(Oxz))=6$. **D.** $\mathrm{d}(H;(Oxz))=8$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(Oxz)\colon y=0$.
Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) là $\mathrm{d}(H;(Oxz))=|y_H|=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) đi qua O, véc-tơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$ có phương trình

$$1(z-0)=0 \Leftrightarrow z=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+3z+1=0$ là

A. $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{m}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{v}=(1;-2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;-2;1)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 200. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;-1)$ và $B(-5;4;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $4x-y+z+7=0$. **B.** $4x+y-z+1=0$. **C.** $4x-y-z+7=0$. **D.** $4x+y+z-1=0$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB suy ra tọa độ $I(-1;3;0)$ và $\overrightarrow{AB}=(8;-2;-2)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn AB ta chọn $\vec{n}(4;-1;-1)$. Khi đó phương trình mặt phẳng trung trực là

$$4\cdot(x+1)+(-1)\cdot(y-3)+(-1)\cdot(z-0)=0 \Leftrightarrow 4x-y-z+7=0$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 201. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+z-10=0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P)?

A. $(1;2;0)$. **B**. $(2;2;0)$. **C**. $(2;-2;0)$. **D**. $(2;1;2)$.

✍**Lời giải.**

• Thay tọa độ các điểm đã cho vào phương trình mặt phẳng (P) ta có điểm $(2;-2;0)$ thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án (C) □

Câu 202. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+6=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;0;-1)$. **B**. $\overrightarrow{n_1}=(3;-1;2)$. **C**. $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$. **D**. $\overrightarrow{n_4}=(-1;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P): $3x-z+6=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(3;0;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 203. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{j}(-5;0;0)$. **B**. $\vec{k}(0;0;1)$. **C**. $\vec{i}=(1;0;0)$. **D**. $\vec{m}=(1;1;1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oxy): $z=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 204. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $2x+y-2z-6=0$. Tính khoảng cách từ O đến (P).

A. 3. **B**. $\frac{2}{3}$. **C**. -2. **D**. 2.

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{|-6|}{\sqrt{4+1+4}}=2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 205. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $x+y-2z+1=0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}=(-1;1;2)$. **B**. $\vec{n}=(1;-1;2)$. **C**. $\vec{n}=(-1;-1;2)$. **D**. $\vec{n}=(1;1;2)$.

✍**Lời giải.**

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}'=(1;1;-2)$ nên $\vec{n}=-\vec{n}'=(-1;-1;2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án (C) □

Câu 206. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $\mathrm{d}=\frac{5}{9}$. **B**. $\mathrm{d}=\frac{5}{29}$. **C**. $\mathrm{d}=\frac{5}{\sqrt{29}}$. **D**. $\mathrm{d}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|3\cdot1+4\cdot(-2)+2\cdot3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1=(3;2;1)$. **B**. $\vec{n}_2=(2;3;6)$. **C**. $\vec{n}_3=(1;2;3)$. **D**. $\vec{n}_4=(6;3;2)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là $\left(\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}(6;3;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 208. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+2y-5=0$ nhận vec-tơ nào trong các vec-tơ sau làm vec-tơ pháp tuyến?

A. $\vec{n}(1;2;-5)$. **B.** $\vec{n}(0;1;2)$. **C.** $\vec{n}(1;2;0)$. **D.** $\vec{n}(1;2;5)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1;2;0)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án C □

Câu 209. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(6;3;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3})$. **D.** $\vec{n}=(3;2;1)$.

✍**Lời giải.**

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 2x+3y+6z-6=0.$$

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(2;3;6)$.

Chọn đáp án B □

Câu 210. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-z+5=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}_1=(2;1;5)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;0;1)$. **C.** $\vec{n}_3=(2;-1;5)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;0;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-3y+4z+2018=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1=(1;3;4)$. **B.** $\vec{n}_2=(-1;3;4)$. **C.** $\vec{n}_3=(-1;3;-4)$. **D.** $\vec{n}_4=(-1;-3;4)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_3=(-1;3;-4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 212. Góc giữa 2 mặt phẳng (P): $8x-4y-8z-11=0$ và (Q): $\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+7=0$ bằng

A. 90°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 60°.

✍**Lời giải.**

• $\cos((P),(Q))=\dfrac{|8\cdot\sqrt{2}+4\cdot\sqrt{2}-8\cdot 0|}{\sqrt{8^2+(-4)^2+(-8)^2}\cdot\sqrt{(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{2})^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

• Suy ra góc giữa (P) và (Q) bằng 45°.

Chọn đáp án C □

Câu 213. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$, $B(1;4;3)$. Độ dài của đoạn AB là

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;6;4)$. Khi đó độ dài đoạn AB là $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{56}=2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án D □

Câu 214. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y-1=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng Oxz là $y=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x+y-3z-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **C.** $\vec{n}=(-4;-2;6)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Lời giải.

(α) có một VTPT là $\vec{n}'=(2;-1;3)$ nên $\vec{n}=-2\vec{n}'=(-4;-2;6)$ cũng là một VTPT của (α).

Chọn đáp án C □

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-3z+2=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{w}=(1;0;-3)$. **B.** $\vec{v}=(2;-6;4)$. **C.** $\vec{u}=(1;-3;0)$. **D.** $\vec{n}=(1;-3;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $x-3z+2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;0;-3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 217. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(-1;0;-2)$ đến mặt phẳng (P): $x-2y-2z+9=0$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|-1-2\cdot 0-2\cdot(-2)+9|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\dfrac{12}{3}=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 218. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=0$. **B.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{-1}=1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{-1}=1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 219. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $x-2y+3z+1=0$. **B.** $2x+4y+6z+1=0$. **C.** $2x-4z+6=0$. **D.** $x+2y-3z-1=0$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $2x+4y+6z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;6)=2(1;2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 220. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $3x-z+1=0$?

A. $\vec{n}_1=(3;-1;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;0;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(0;3;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $3x-z+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{n}_3=(3;0;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;-5)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 25. **D.** 5.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M tới (Oxy) là $|z_M|=|-5|=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+2y-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(3;1;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 223. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+5z-4=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $A(0;0;4)$. **B.** $B(-1;2;3)$. **C.** $C(1;-2;5)$. **D.** $D(-5;-2;1)$.

✍**Lời giải.**

Với $D(-5;-2;1)$, thay vào phương trình (P), ta có $-5-2\cdot(-2)+5\cdot(1)-4=0$. Suy ra $D\in(P)$.

Chọn đáp án D □

Câu 224. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $4x-y-3z+7=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(4;-1;3)$. **B.** $\vec{n}=(-4;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(4;-3;7)$. **D.** $\vec{n}=(4;-1;-3)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-1;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 225. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $x+2y-3z+1=0$ có phương trình là

A. $x+2y-3z+2=0$. **B.** $x+2y-3z+5=0$. **C.** $x+2y-3z+4=0$. **D.** $x+2y-3z+3=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng qua $M(1;2;3)$ và nhận $\vec{n}=(1;2;-3)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$1(x-1)+2(y-2)-3(z-3)=0\Leftrightarrow x+2y-3z+4=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 226. Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{|z|^2}{z}-\dfrac{z-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=3\mathrm{i}$. Trên hệ tọa độ Oxy, khoảng cách từ gốc tọa độ đến điểm biểu diễn số phức z là

A. 3. **B.** 4. **C.** -5. **D.** 5.

✍**Lời giải.**

Giả sử $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$, do giả thiết ta có

$$\begin{aligned}\frac{|z|^2}{z}-\frac{z-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=3\mathrm{i}\quad&\Leftrightarrow\quad\frac{z\cdot\overline{z}}{z}-\frac{z-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=3\mathrm{i}\Leftrightarrow\overline{z}-\frac{z-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=3\mathrm{i}\\&\Leftrightarrow\quad(a-b\mathrm{i})\cdot(1-\mathrm{i})-(a+b\mathrm{i}-\mathrm{i})=3\mathrm{i}\cdot(1-\mathrm{i})\\&\Leftrightarrow\quad-b+(1-a-b)\mathrm{i}=3+3\mathrm{i}\\&\Leftrightarrow\quad\begin{cases}-b=3\\1-a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-3\end{cases}.\end{aligned}$$

Suy ra $z=4-3\mathrm{i}$ nên điểm biểu diễn số phức là $M(4;-3)$. Khi đó $OM=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 227. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$.

✍**Lời giải.**

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được (ABC): $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 228. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2z+3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

✍**Lời giải.**

Chọn đáp án B □

Câu 229. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$?

A. $x-2y-3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z-12=0$. **C.** $x-2y-3z-6=0$. **D.** $x-2y+3z+12=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$ có phương trình

$$1\cdot(x-1)-2\cdot(y-2)+3\cdot(z+3)=0\Leftrightarrow x-2y+3z+12=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 230. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: 3x-4y+5z-2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P?

A. $\vec{n}=(3;-5;-2)$. **B.** $\vec{n}=(-4;5;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-4;5)$. **D.** $\vec{n}=(3;-4;2)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P là $\vec{n}=(3;-4;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 231. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1;-3;1)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P).

A. $d=\dfrac{8}{9}$. **B.** $d=\dfrac{8}{29}$. **C.** $d=\dfrac{8}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\dfrac{3}{\sqrt{29}}$.

✍**Lời giải.**

Khoảng cách $d=\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|2\cdot 1+3\cdot(-3)+4\cdot 1-5|}{\sqrt{2^2+3^2+4^2}}=\dfrac{8}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 232. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;6)$. Phương trình của (α) là

A. $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{6}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{6}=1$. **D.** $3x-6y+2z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có phương trình theo đoạn chắn của (α) là $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{6}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

A. $x=0$. **B.** $x+z=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y=0$.

✍**Lời giải.**

Do mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình tổng quát là $y=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 234. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=0$. **C.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$ (phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn).

Chọn đáp án D □

Câu 235. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$ và có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;2;-6)$?

A. (P): $2x+y-3z-5=0$. **B.** (P): $2x+y-3z+2=0$.

C. (P): $2x+y-3z+5=0$. **D.** (P): $4x+2y-6z+5=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$ và có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;2;-6)$ thì phương trình có dạng: $4(x-1)+2(y+1)-6(z-2)=0 \Leftrightarrow 4x+2y-6z+10=0 \Leftrightarrow 2x+y-3z+5=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 236. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (MNP) có phương trình là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 237. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$ và mặt phẳng (P): $16x-12y-15z-4=0$. Tính khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (P).

A. $d=\dfrac{11}{25}$. **B.** $d=55$. **C.** $d=\dfrac{22}{5}$. **D.** $d=\dfrac{13}{25}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức khoảng cách ta được

$$d=\frac{|16\cdot 2-12\cdot 0-15\cdot 1-4|}{\sqrt{16^2+(-12)^2+(-15)^2}}=\frac{13}{25}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 238. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$,$C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 239. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+2y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $N(0;0;-1)$. **B.** $M(-10;15;-1)$. **C.** $E(1;0;-4)$. **D.** $F(-1;-2;-6)$.

Lời giải.

Ta có $3\cdot x_F+2\cdot y_F-z_F+1=3\cdot(-1)+2\cdot(-2)-(-6)+1=0$ nên $F(-1;-2;-6)\in(P)$.

Chọn đáp án D □

Câu 240. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(2;-2;1)$. **B.** $\vec{v}=(2;-2;0)$. **C.** $\vec{m}=(1;0;-1)$. **D.** $\vec{u}=(2;0;2)$.

Lời giải.

Do (P): $2x-2z+1=0$ nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến có tọa độ là $(2;0;-2)$ hay $\vec{m}=(1;0;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Chọn đáp án C □

Câu 241. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-3x+2z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(6;0;-2)$. **B.** $\vec{n}=(-3;2;0)$. **C.** $\vec{n}=(-6;0;4)$. **D.** $\vec{n}=(-3;0;-2)$.

Lời giải.

Từ phương trình của (P) ta có một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là $(-3;0;2)$.
Rõ ràng véc-tơ có tọa độ $(-3;0;2)$ cùng phương với $\vec{n}=(-6;0;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 242. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P).

A. $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $d=\dfrac{5}{9}$. **C.** $d=\dfrac{5}{29}$. **D.** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$.

Lời giải.

Ta có $d(A,(P))=\dfrac{|3\cdot 1+4\cdot(-2)+2\cdot 3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x+y-3z+1=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;-3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.

Chọn đáp án C □

Câu 244. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{n}(A;B;C)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

A. $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$. **B.** $A(x+x_0)+B(y+y_0)+C(z+z_0)=0$.
C. $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=1$. **D.** $A(x+x_0)+B(y+y_0)+C(z+z_0)=1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức về phương trình mặt phẳng khi biết véc-tơ pháp tuyến và một điểm thuộc mặt phẳng.

Chọn đáp án A □

Câu 245. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y-z+3=0$ và điểm $M(1;-2;13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P).

A. $d=\dfrac{4}{3}$. **B.** $d=\dfrac{7}{3}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=4$.

Lời giải.

Khoảng cách từ M đến (P) là $d=\dfrac{|2+4-13+3|}{\sqrt{4+4+1}}=\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 246. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-z-1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (α)?

A. $Q(1;2;-5)$. **B.** $P(3;1;3)$. **C.** $M(-2;1;-8)$. **D.** $N(4;2;1)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng thì ta nhận điểm $P(3;1;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 247. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{n}=(2;-4;6)$. Trong các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào nhận véc-tơ $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $2x+6y-4z+1=0$. **B.** $x-2y+3=0$. **C.** $3x-6y+9z-1=0$. **D.** $2x-4y+6z+5=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $ax+by+cz+d=0$ nhận véc-tơ $\vec{n}=(a;b;c)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên mặt phẳng cần tìm là $2x-4y+6z+5=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 248. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua gốc toạ độ và nhận $\vec{n}=(3;2;1)$ là véctơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x+2y+z-14=0$. **B.** $3x+2y+z=0$. **C.** $3x+2y+z+2=0$. **D.** $x+2y+3z=0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$3(x-0)+2(y-0)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x+2y+z=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (P): $3x-4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách từ A đến (P).

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **C.** $\dfrac{21}{\sqrt{29}}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Lời giải.

$\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|3\cdot 1-4\cdot(-2)+2\cdot 3+4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2+2^2}}=\dfrac{21}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(1;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x+y-z-3=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{OG}=(1;1;1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là $x+y+z-3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 251. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x-3y+5z=0$ có véc-tơ pháp tuyến là

A. $(2;3;5)$. **B.** $(-2;-3;-5)$. **C.** $(2;-3;5)$. **D.** $(5;-3;2)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-3;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{\text{P}}$ của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_{\text{P}}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}_{\text{P}}=(0;1;-2)$. **C.** $\vec{n}_{\text{P}}=(1;0;-2)$. **D.** $\vec{n}_{\text{P}}=(1;-2;3)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{\text{P}}=(1;-2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 253. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y-z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;0;1)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 254. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): 3x+2y-7z=0$?

A. $\vec{v}=(-7;2;3)$. **B.** $\vec{a}=(-3;-2;7)$. **C.** $\vec{b}=(-3;-2;-7)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;7)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng $(\beta): 3x+2y-7z=0 \Rightarrow (\beta)$ nhận $\vec{n}=(3;2;-7)$ là một véc-tơ pháp tuyến nên $\vec{a}=(-3;-2;7)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β).

Chọn đáp án B □

Câu 255. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;3;5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $2x+3y+5z-16=0$. **B.** $x-2y+4z-16=0$.

C. $2x+3y+5z+16=0$. **D.** $x-2y+4z=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2(x-1)+3(y+2)+5(z-4)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+5z-16=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 256. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z+2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(2;1;1)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 257. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $M(3;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=-1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-1}=1$.

✍**Lời giải.**

Ta có M,N,P lần lượt là giao điểm của (MNP) với 3 trục tọa độ

$\Rightarrow (MNP)$: $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 258. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3=(2;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_4=(2;1;0)$. **C.** $\vec{n}_1=(2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_2=(2;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

(P): $2x-z+1=0$ có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;0;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 259. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-4y+3z-2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1=(0;-4;3)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;4;3)$. **C.** $\vec{n}_3=(-1;4;-3)$. **D.** $\vec{n}_4=(-4;3;-2)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3=(-1;4;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 260. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với trục Ox là

A. $x+1=0$. **B.** $z-1=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $y-2=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với trục Ox có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng là $x+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 261. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$.

A. $4x+3y-6z+12=0$. **B.** $4x+3y+6z+12=0$.
C. $4x-3y+6z+12=0$. **D.** $4x-3y+6z-12=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α): $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{-2}=1 \Rightarrow (\alpha): 4x-3y+6z+12=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 262. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x+y+5z-8=0$. **B.** $x+2y+5z+5=0$. **C.** $2x-y+5z-5=0$. **D.** $x+2y+5z-5=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{CB}=(1;2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do đó (α) có phương trình là $x-2+2(y+1)+5(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y+5z-5=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-2x+y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(1;7;5)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(-2;0;0)$. **D.** $(-2;2;-5)$.

Lời giải.

Xét điểm $(-2;1;0)$ có $-2\cdot(-2)+1+0-5=0$ nên điểm có tọa độ $(-2;1;0)$ thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án B □

Câu 264. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R): x+y-7=0$. **B.** $(S): x+y+z+5=0$.
C. $(Q): x-1=0$. **D.** $(P): z-2=0$.

Lời giải.

Ta có: $3+4-7=0 \Rightarrow M \in (R)$.

Chọn đáp án A □

Câu 265. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (α): $x-2y+3z+2018=0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

A. $\vec{n}=(-1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(-1;0;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-1;0)$. **D.** $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n}=(3;0;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Chọn đáp án D □

Câu 267. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+2z+4=0$ và điểm $M(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P).

A. $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **B.** $d=\dfrac{5}{29}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{5}{9}$.

✍Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}=\dfrac{|3\cdot 1-4\cdot 2+2\cdot 3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án A □

Câu 268. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ điểm $M(1;-2;4)$ thuộc mặt phẳng (P) có phương trình nào sau đây?

A. $3x+2y+4=0$. **B.** $x+2y+3=0$. **C.** $x+2y-4=0$. **D.** $3x-2y+3=0$.

✍Lời giải.

Dễ thấy M thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 269. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y-4z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2=(2;3;4)$. **B.** $\vec{n}_3=(-4;2;3)$. **C.** $\vec{n}_4=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{n}_1=(2;-3;4)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ nhận véc-tơ $\vec{n}=(a,b,c)$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên véc-tơ cần tìm là $\vec{n}_4=(2;3;-4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3=0$. Véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}(1;-2;0)$. **C.** $\vec{n}(1;-2)$. **D.** $\vec{n}(1;3)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x-2y+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 271. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a=b=3$. **B.** $2a-b=2$. **C.** $2a-b=-2$. **D.** $2a-b=4$.

✍Lời giải.

Điểm $M(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-3=0$ nên ta có

$$\begin{aligned}&2a-b+1-3=0\\ \Leftrightarrow\ &2a-b=2.\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 272. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính thể tích tứ diện $OABC$, biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x-3y+4z+24=0$ với trục Ox, Oy, Oz.

A. 192. **B.** 288. **C.** 96. **D.** 78.

✍Lời giải.

Theo giả thiết ta có $A(-12;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;-6)$. Suy ra

$$V_{OABC}=\frac{1}{6}\cdot OA\cdot OB\cdot OC=\frac{1}{6}\cdot 12\cdot 8\cdot 6=96.$$

Chọn đáp án C □

Câu 273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;-1;2)$, $N(3;1;-4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của MN.

A. $x+y+3z+5=0$. **B.** $x+y-3z-5=0$. **C.** $x+y+3z+1=0$. **D.** $x+y-3z+5=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của MN nhận $\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}=(1;1;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(2;0;-1)$ của MN nên nó có phương trình $x+y-3z-5=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 274. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: y-2z+1=0$. Véc-tơ nào dưới dây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P?

A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;0)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;-2)$. **D.** $\vec{n}=(0;2;4)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P là $\vec{n}=(0;1;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 275. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-x+2y+3z-4=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-1;3;4)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;-4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $-x+2y+3z-4=0$ là $\vec{n}=(-1;2;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 276. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;0;1)$ là

A. $-2x+z+1=0$. **B.** $-2y+z-1=0$. **C.** $-2x+z-1=0$. **D.** $-2x+y-1=0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng cần tìm là $-2(x-1)+0(y-2)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow -2x+z-1=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 277. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α): $2x+y+2z-6=0$. Tính bán kính của (S).

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải.

Ta có bán kính của (S) là $R=d(O;(\alpha))=\dfrac{|2\cdot 0+0+2\cdot 0-6|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 278. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;1;0)$ và (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}(1;1;-1)$. **C.** $\vec{n}(1;-1;1)$. **D.** $\vec{n}(1;1;1)$.

Lời giải.

Do (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(-1;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra $\vec{n}(1;-1;-1)=-\overrightarrow{AB}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (α).

Chọn đáp án A □

Câu 279. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+y-2z+1=0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(3;1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;1)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;1;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 280. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $x-2y+3z+2017=0$ là

A. $\vec{n}=(-1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;3)$.

Lời giải.

Từ định nghĩa véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng ta suy ra $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 281. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và nhận $\vec{n}=(1;-2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x-2y-3z+6=0$. **B.** $x-2y-3z-6=0$. **C.** $x-2y+3z-12=0$. **D.** $x-2y+3z+12=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và nhận $\vec{n}=(1;-2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$1(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 282. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-2z+3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1-2)$. **B.** $\vec{n}=(0;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;1;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 283. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây **thuộc** mặt phẳng $x-3y+2z+1=0$?

A. $N(0;1;1)$. **B.** $Q(2;0;-1)$. **C.** $M(3;1;0)$. **D.** $P(1;1;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $0-3\cdot 1+2\cdot 1+1=0$. Vậy $N(0;1;1)$ thuộc mặt phẳng $x-3y+2z+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) khi và chỉ khi

$$\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-m}{-1}\neq\frac{-2}{-1}\Rightarrow\begin{cases}m=2\\m\neq 2.\end{cases}$$

Hệ này vô nghiệm nên không có giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 285. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $y+z=1$. **B.** $z=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 286. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x+y-z+1=0$. Véc-tơ nào sau đây không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n_4}=(4;2;-2)$. **B.** $\vec{n_2}=(-2;-1;1)$. **C.** $\vec{n_3}=(2;1;1)$. **D.** $\vec{n_1}=(2;1;-1)$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(2;1;-1)$. Ta thấy $\vec{n_3}=(2;1;1)$ không cùng phương với $\vec{n}$ nên không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Chọn đáp án C □

Câu 287. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;1)$. Véc-tơ nào sau đây cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $(4;-2;2)$. **B.** $(-4;2;3)$. **C.** $(4;2;-2)$. **D.** $(-2;1;1)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ $2\vec{n}=(4;-2;2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án A □

Câu 288. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+9=0$. **C.** $2x-y+3z-6=0$. **D.** $2x+y+3z-9=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ nên có VTPT là $\vec{n}(2;-1;3)$.

Phương trình mặt phẳng là: $2(x-1)-(y+1)+3(z-2)=0$ hay $2x-y+3z-9=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 289. Cho mặt phẳng (α) có phương trình: $2x+4y-3z+1=0$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}=(2;4;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;4;-3)$. **C.** $\vec{n}=(2;-4;-3)$. **D.** $\vec{n}=(-3;4;2)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α): $Ax+By+Cz+D=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.
Vậy (α): $2x+4y-3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-3)$.
Chọn đáp án B □

Câu 290. Lập phương trình của mặt phẳng đi qua $A(2;6;-3)$ và song song với mặt phẳng (Oyz).

A. $x=2$. **B.** $x+z=12$. **C.** $y=6$. **D.** $z=-3$.

Lời giải.
Mặt phẳng song song với (Oyz) có dạng $x+d=0 (d\neq 0)$.
Mặt phẳng đi qua A nên $d=-2 \Rightarrow$ mặt phẳng cần tìm là $x-2=0$ hay $x=2$.
Chọn đáp án A □

Câu 291. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+4z+5=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(-3;4;5)$. **B.** $\vec{n}=(-4;-3;2)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;5)$. **D.** $\vec{n}=(2;-3;4)$.

Lời giải.
Véc-tơ $\vec{n}=(2;-3;4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Chọn đáp án D □

Câu 292. Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x-y+3z-1=0$.

A. $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;-1;-3)$.

Lời giải.
Hệ số của x, y, z tương ứng là 2, -1, 3 nên véc-tơ $\vec{n}_1=(2;-1;3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x-y+3z-1=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 293. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $2x+y+2z-5=0$. **B.** $x+2y+5z+5=0$. **C.** $x-2y+3z-7=0$. **D.** $x+2y+5z-5=0$.

Lời giải.
$\overrightarrow{BC}=(-1;-2;-5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC, nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC}$ làm một véc-tơ pháp tuyến của nó. Suy ra phương trình mặt phẳng là $x+2y+5z-5=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 294. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-z+1=0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(3;-1;0)$. **D.** $(-3;1;1)$.

Lời giải.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;0;-1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 295. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;3;1)$, $B(0;1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. (P): $2x+2y-z=0$. **B.** (P): $2x+2y-z-9=0$.
C. (P): $2x+4y+3z-19=0$. **D.** (P): $2x+4y+3z-10=0$.

Lời giải.
$\overrightarrow{AB}=(-2-2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Phương trình của mặt phẳng (P) là $-2(x-2)-2(y-3)+(z-1)=0$ hay $2x+2y-z-9=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 296. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{349}}{2}$. **C.** $\sqrt{349}$. **D.** $\sqrt{87}$.

Lời giải.
Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;-3;8), \overrightarrow{AC}=(-1;0;6) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

Suy ra: $S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{349}$.

Chọn đáp án C □

Câu 297. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(1;-1;1)$. **B.** $Q(3;3;0)$. **C.** $N(2;2;2)$. **D.** $P(1;2;3)$.

Lời giải.

Ta có $1+(-1)+1-6 \neq 0 \Rightarrow$ Tọa độ điểm M không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) nên điểm M không thuộc mặt phẳng (α).

Chọn đáp án A □

Câu 298. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+2y-3z+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là véc-tơ nào sau đây?

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $Ax+By+Cz+D=0$ là $(A;B;C)$. Do đó ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $x+2y-3z+3=0$ là $(1;2;-3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 299. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1;2;-3)$ đến mặt phẳng (P).

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là $\frac{|-2-4-3+5|}{\sqrt{9}}=\frac{4}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 300. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x-3z+5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;-3;5)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-3;0)$. **C.** $\vec{n}_3=(2;0;-3)$. **D.** $\vec{n}_4=(0;2;-3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C) \Rightarrow (P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 301. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3y-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(-1;-1;2)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(0;3;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $3y-z+2=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 302. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $M(2;2;0)$. **B.** $Q(3;-1;3)$. **C.** $N(3;-1;2)$. **D.** $P(0;0;-2)$.

Lời giải.

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) có cao độ bằng 0, vậy $M(2;2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 303. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P): $2x+y+z-2=0$?

A. $P=(-2;-1;-1)$. **B.** $M=(-1;1;-1)$. **C.** $Q=(1;-1;-1)$. **D.** $N=(1;-1;1)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P), ta thấy

$$2\cdot 1+(-1)+1-2=0 \Rightarrow N(1;-1;1) \in (P).$$

Chọn đáp án D □

Câu 304. Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+3y-z+1=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;3;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;3;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P): $x+3y-z+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;3;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 305. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $3x-4y-z+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{m}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{m}=(3;4;1)$. **C.** $\overrightarrow{m}=(-6;8;2)$. **D.** $\overrightarrow{m}=(-3;4;-1)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(3;-4;-1)=-\frac{1}{2}(-6;8;2)=-\frac{1}{2}\overrightarrow{m}$.

Vậy $\overrightarrow{m}=(-6;8;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α).

Chọn đáp án C □

Câu 306. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x-2y-z+2=0$. Khoảng cách từ $M(1;-1;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng:

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** 1.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ $M(1;-1;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

$$\mathrm{d}(M;(P))=\frac{|2\cdot1-2\cdot(-1)-3+2|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{9}}=1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 307. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;0;-1)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(3;0;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 308. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x+4y-2z-8=0$. **B.** $x-4y+2z-18=0$. **C.** $x+4y+2z-8=0$. **D.** $x-4y+2z-8=0$.

✍Lời giải.

Tọa độ các hình chiếu là $A(8;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{8}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow x-4y+2z-8=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 309. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;-1;-1)$. **B.** $N(1;1;1)$. **C.** $P(-3;0;0)$. **D.** $Q(0;0;-3)$.

✍Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng ta có điểm "$N(1;1;1)$" thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

1.1 ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. C	5. D	6. B	7. D	8. C	9. C	10. C
11. D	12. C	13. D	14. A	15. B	16. C	17. A	18. B	19. D	20. C
21. A	22. C	23. B	24. C	25. C	26. D	27. B	28. D	29. C	30. A
31. C	32. C	33. B	34. B	35. A	36. A	37. A	38. C	39. D	40. D
41. B	42. D	43. A	44. B	45. C	46. D	47. A	48. D	49. D	50. A
51. B	52. D	53. B	54. B	55. C	56. C	57. B	58. C	59. D	60. B
61. B	62. A	63. A	64. C	65. A	66. C	67. C	68. C	69. B	70. A
71. B	72. B	73. B	74. A	75. B	76. C	77. A	78. A	79. D	80. A
81. B	82. D	83. A	84. D	85. A	86. D	87. A	88. D	89. A	90. D
91. D	92. D	93. B	94. A	95. B	96. A	97. D	98. D	99. B	100. B
101. C	102. D	103. C	104. D	105. B	106. B	107. D	108. B	109. B	110. A
111. A	112. C	113. A	114. A	115. C	116. A	117. D	118. B	119. B	120. B
121. C	122. C	123. C	124. A	125. C	126. B	127. B	128. D	129. D	130. B

131. D	132. D	133. B	134. A	135. D	136. B	137. A	138. D	139. A	140. A
141. A	142. D	143. D	144. D	145. D	146. C	147. C	148. C	149. A	150. A
151. B	152. B	153. A	154. B	155. B	156. C	157. C	158. B	159. B	160. B
161. C	162. D	163. D	164. C	165. A	166. B	167. B	168. A	169. C	170. A
171. A	172. B	173. C	174. B	175. C	176. D	177. B	178. D	179. A	180. C
181. D	182. B	183. B	184. A	185. C	186. B	187. A	188. C	189. C	190. B
191. B	192. A	193. C	194. B	195. D	196. A	197. A	198. A	199. A	200. C
201. C	202. A	203. B	204. D	205. C	206. C	207. D	208. C	209. B	210. D
211. C	212. C	213. D	214. A	215. C	216. A	217. B	218. D	219. B	220. C
221. D	222. C	223. D	224. D	225. C	226. D	227. D	228. B	229. D	230. C
231. C	232. C	233. D	234. D	235. C	236. C	237. D	238. B	239. D	240. C
241. C	242. D	243. C	244. A	245. A	246. B	247. D	248. B	249. C	250. A
251. C	252. A	253. A	254. B	255. A	256. C	257. C	258. A	259. C	260. A
261. C	262. D	263. B	264. A	265. B	266. D	267. A	268. B	269. C	270. B
271. B	272. C	273. B	274. C	275. C	276. C	277. C	278. A	279. A	280. B
281. D	282. A	283. A	284. B	285. C	286. C	287. A	288. A	289. B	290. A
291. D	292. A	293. D	294. A	295. B	296. C	297. A	298. B	299. A	300. C
301. D	302. A	303. D	304. C	305. C	306. D	307. A	308. D	309. B	

2 THÔNG HIỂU

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(2;2;1)$ và song song với mặt phẳng (β): $2x-3y+z+5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;3;1)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;3;2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;1), N(3;4;3)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (OMN) có toạ độ là

A. $(-1;0;1)$. **B.** $(1;1;2)$. **C.** $(4;5;4)$. **D.** $(2;3;2)$.

Câu 3 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α)?

A. $N(2;2;2)$. **B.** $Q(3;3;0)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $M(1;-1;1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của M vào phương trình mặt phẳng (α) ta được $1-1+1-6=-5\neq 0 \Rightarrow M\notin(\alpha)$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-2)$ và $B(5;9;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $2x+6y-5z+40=0$. **B.** $x+8y-5z-41=0$.
C. $x-8y-5z-35=0$. **D.** $x+8y+5z-47=0$.

Lời giải.

Ta có điểm $I\left(\frac{9}{2};5;\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{AB}=(1;8;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $6x+3y+2z+1=0$. **B.** $6x+3y+2z-6=0$. **C.** $6x+2y+3z-6=0$. **D.** $x+y+z-6=0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-abc=0$. **B.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}+abc=0$.
C. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$. **D.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1;2;1)$.

A. $2x-y=0$. **B.** $x-2y=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $y-2z=0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $C(-2;3;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) biết $(P): 2x+y+2z-10=0$, $(Q): 3x+2y+z+8=0$ là

A. $-3x+4y-z+19=0$. **B.** $3x+4y-z+19=0$.
C. $3x-4y-z+19=0$. **D.** $3x+4y-z-19=0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $Q(2;-3;1)$.

A. $x-2z=0$. **B.** $y+3z=0$. **C.** $3x+2y=0$. **D.** $2x+y+1=0$.

✍Lời giải.

Có $\left[\vec{k},\overrightarrow{OQ}\right]=(3;2;0)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm Q và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;2;0)$ nên có phương trình là $3x+2y=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1), B(4;5;-2)$ và mặt phẳng (Q): $2x+y-3z+5=0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A,B và vuông góc với mặt phẳng (Q).

A. $18x-3y-13z-16=0$. **B.** $18x-3y-13z+16=0$.
C. $18x+3y+13z-61=0$. **D.** $18x+3y+13z+61=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và song song với trục Ox.

A. $y-z=0$. **B.** $5y+2z-3=0$. **C.** $3y+z-2=0$. **D.** $y+z-3=0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của điểm $A(4;2;6)$ trên các trục tọa độ là

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1$. **B.** $4x+2y+6z=0$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=0$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;-1;2)$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH).

A. $3x+2y+2z-6=0$. **B.** $x-y-2=0$.
C. $6x-8y-z-12=0$. **D.** $-7x+5y-z+14=0$.

✍Lời giải.

$\vec{u}=\frac{1}{3}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;2;2)$.

$\vec{u},\overrightarrow{AD}$ là cặp véc-tơ chỉ phương. $\Rightarrow$ VTPT của (ADH) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AD},\vec{u}\right]=(6;-8;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $x+2z-3=0$. **B.** $y-2z+2=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $2x+y-z-3=0$, (β): $2x-y+5=0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) song song với trục Oz và chứa giao tuyến của (α) và (β).

A. (P): $x-2y+5=0$. **B.** (P): $2x-y+5=0$. **C.** (P): $2x-y-5=0$. **D.** (P): $2x+y+5=0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) qua $I(1;0;0)$ và vuông góc với 2 mặt phẳng (P): $x-y+z-7=0$ và (Q): $3x+2y-12z+5=0$.

A. (α): $10x-15y+5z+2=0$. **B.** (α): $2x+3y+z+6=0$.
C. (α): $2x+3y+z-2=0$. **D.** (α): $2x+3y+z=0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox.

A. $x+2z-3=0$. **B.** $y-2z+2=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(-4;3;-1)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x+y-z+1=0$ là

A. $(Q): 2x+y-z+4=0$. **B.** $(Q): 2x+y-z-6=0$.
C. $(Q): 2x+y-z+3=0$. **D.** $(Q): 2x+y-z=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+6z+19=0$ và điểm $A(-2;4;3)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x-3y+6z+12=0$. **B.** $2x-3y+6z-9=0$.
C. $2x-3y+6z-2=0$. **D.** $2x-3y+6z+5=0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon x-3y-5z+8=0$.

A. $3x-z+8=0$. **B.** $3x-z-8=0$. **C.** $x-3y-5z+8=0$. **D.** $x-3y-5z-8=0$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon 2x-y+3z-1=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của (P)?

A. $x-13y-5z+5=0$. **B.** $x-13y+5z+5=0$.
C. $x+13y-5z+5=0$. **D.** $x-13y-5z+12=0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-2), B(2;-1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon 3x-2y+z+1=0$.

A. $4x+5y-z-2=0$. **B.** $9x-3y-7z-14=0$.
C. $5x+7y-z-2=0$. **D.** $5x+7y-z+2=0$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0), B(3;4;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-4=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q)\colon y+z-2=0$. **B.** $(Q)\colon y-z-2=0$.
C. $(Q)\colon x+z-2=0$. **D.** $(Q)\colon x+y-z-3=0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng (P), (Q), (R) tương ứng có phương trình là $2x+6y-4z+8=0$; $5x+15y-10z+20=0$ và $6x+18y-12z-24=0$. Chọn mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề sau:

A. $(P)\parallel(Q)$. **B.** (P) cắt (Q). **C.** (Q) cắt (R). **D.** $(R)\parallel(P)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) tương ứng có phương trình là $3x-6y+12z-3=0$ và $2x-my+8z+2=0$, với m là tham số thực. Tìm m để mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và khi đó tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $m=-4$ và $d=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$. **B.** $m=4$ và $d=\dfrac{1}{\sqrt{21}}$.
C. $m=2$ và $d=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$. **D.** $m=4$ và $d=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x+2y-3z+1=0$. **B.** $2x+2y+3z+1=0$.
C. $2x-2y+3z+1=0$. **D.** $-2x+3y+3z-1=0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+by+4z-3=0$ và $(Q)\colon ax+3y-2z+1=0$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Với giá trị nào của a và b thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau?

A. $a=1, b=-6$. **B.** $a=-1, b=-6$. **C.** $a=-\dfrac{3}{2}, b=9$. **D.** $a=-1, b=6$.

✍Lời giải.

Để (P) và (Q) song song với nhau thì $\dfrac{2}{a}=\dfrac{b}{3}=\dfrac{4}{-2}\neq\dfrac{-3}{1}$.

Suy ra $a=-1, b=-6$.

Chọn đáp án B □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mặt phẳng $x-y-z=0$ đi qua gốc tọa độ.
B. Mặt phẳng $3x-2z+1=0$ có tọa độ véc-tơ pháp tuyến là $(3;0;-2)$.
C. Mặt phẳng $(P)\colon 2x+4y+6z+1=0$ song song với mặt phẳng $(Q)\colon x+2y+3z+5=0$.
D. Khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z+1=0$ là $\dfrac{2x_0+y_0+2z_0+1}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oyz)?

A. $x-y=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, ba mặt phẳng $x+2y-z-6=0$, $2x-y+3z+13=0$, $3x-2y+3z+16=0$ cắt nhau tại điểm A. Tọa độ của điểm A là

A. $A(-1;2;-3)$. **B.** $A(1;-2;3)$. **C.** $A(-1;-2;3)$. **D.** $A(1;2;3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x+2y-4z+1=0$ và điểm $M(1;0;-2)$. Tính khoảng cách d_1 từ điểm M đến mặt phẳng (P) và tính khoảng cách d_2 từ điểm M đến mặt phẳng Oxy.

A. $d_1=\dfrac{10}{\sqrt{21}}$ và $d_2=1$.
B. $d_1=\dfrac{10}{\sqrt{21}}$ và $d_2=3$.
C. $d_1=\dfrac{10}{\sqrt{20}}$ và $d_2=2$.
D. $d_1=\dfrac{10.\sqrt{21}}{21}$ và $d_2=2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+3=0$ và điểm $M(1;-2;13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P).

A. $d=\dfrac{4}{3}$.
B. $d=\dfrac{7}{3}$.
C. $d=\dfrac{10}{3}$.
D. $d=-\dfrac{4}{3}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để khoảng cách từ điểm $M(1;-4;a)$ đến mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-5=0$ bằng 8.

A. $a=-6$ hoặc $a=18$.
B. $a=-6$.
C. $a=-18$ hoặc $a=18$.
D. $a=18$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x-y+2z+5=0$; đồng thời, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm $A(3;-1;2)$ đến mặt phẳng (P).

A. $(P)\colon 2x-y+2z+3=0$.
B. $(P)\colon 2x-y+2z+6=0$.
C. $(P)\colon 2x-y+2z-3=0$.
D. $(P)\colon 2x-y+2z-6=0$.

✍**Lời giải.**

Chọn đáp án B □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 4y+2z-9=0$ và mặt phẳng $(Q)\colon 2y+z-3=0$. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $d=\dfrac{9\sqrt{5}}{10}$.
B. $d=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.
C. $d=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$.
D. $d=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;1)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{37}{36}$.
B. $\dfrac{6}{7}$.
C. $\dfrac{43}{36}$.
D. $\dfrac{7}{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+4z-2=0$ và $(Q)\colon 2x-2z+7=0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. 90°.
B. 45°.
C. 60°.
D. 30°.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P)\colon \sqrt{2}x+\sqrt{2}z-2=0$, $(Q)\colon \sqrt{2}y-\sqrt{2}z-1=0$. Góc giữa hai mặt phẳng $(P),(Q)$ bằng

A. 30°.
B. 90°.
C. 60°.
D. 45°.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-y+2z-1=0$ và $(\beta)\colon x+2y-z+2=0$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (α) và (β).

A. $\varphi=120^\circ$.
B. $\varphi=30^\circ$.
C. $\varphi=90^\circ$.
D. $\varphi=60^\circ$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

A. $(S)\colon x^2+y^2+z^2-x+2z+1=0$.
B. $(S)\colon x^2+y^2+z^2-x-2y+1=0$.
C. $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.
D. $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2y+1=0$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích tứ diện $OABC$ biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x-3y+5z-30=0$ với trục Ox, Oy, Oz.

A. 78.
B. 120.
C. 91.
D. 150.

Câu 42 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$.
B. $x=0$.
C. $y-z=0$.
D. $z=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oyz) vuông góc với trục Ox do đó nó nhận $(1,0,0)$ là véc-tơ pháp tuyến, hơn nữa (Oyz) đi qua điểm $O(0,0,0)$. Vậy phương trình mặt phẳng (Oyz) là $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0$ hay $x=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 43 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $3x-y-z+1=0$. **D.** $6x-2y-2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-6;2;2)$, trung điểm của AB là $I(1;1;2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB nhận véc-tơ $\vec{n}(3;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm $I(1;1;2)$. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$3(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x-y+3z+4=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $2x-y+2z-11=0$. **B.** $2x-y+3z+11=0$. **C.** $2x-y+3z-11=0$. **D.** $2x-y+3z-4=0$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+3z-8=0$. **B.** $-x-3z-10=0$. **C.** $-4x+12z-10=0$. **D.** $-x+3z-10=0$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 16x-12y-15z-4=0$ và điểm $A(2;-1;-1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Độ dài đoạn AH là

A. $\dfrac{11}{5}$. **B.** $\dfrac{22}{5}$. **C.** $\dfrac{11}{25}$. **D.** 55.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+2z+4=0$ và hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(1;1;2)$. Gọi h_1, h_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm A và B đến mặt phẳng (P). Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

A. $h_2=h_1$. **B.** $h_2=2h_1$. **C.** $h_2=3h_1$. **D.** $h_2=4h_1$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;0)$ và $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, M, cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $b>0$, $c>0$. Hỏi hệ thức nào dưới đây là đúng?

A. $bc=2(b+c)$. **B.** $bc=b+c$. **C.** $2bc=b+c$. **D.** $bc=b+2c$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+7=0$ và $(Q)\colon 2x-y+2z-5=0$.

A. $\dfrac{13}{3}$. **B.** $\dfrac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(0;8;-2)$, $Q(1;0;2)$ và mặt phẳng $(\beta)\colon -x+5y+2z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua P, Q và vuông góc với mặt phẳng (β).

A. $(\alpha)\colon -20x+y+7z+6=0$. **B.** $(\alpha)\colon 12x+2y+z-14=0$.
C. $(\alpha)\colon 12x+2y-z-14=0$. **D.** $(\alpha)\colon y+2z-4=0$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+3z+4=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng (α). Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x-y+3z-11=0$. **B.** $3x-2z-2=0$. **C.** $2x+2z-8=0$. **D.** $y+1=0$.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, tìm giá trị m để hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 7x-3y+mz-3=0$ và $(\beta)\colon x-3y+4z+5=0$ vuông góc với nhau.

A. 6. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$, $N(1;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm M,N và vuông góc với mặt phẳng $x-2y-z+1=0$.

A. $x+y-z=0$. **B.** $x-y+3z-4=0$. **C.** $3x+y+z-4=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-1;-4)$ lên mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z-3=0$ là điểm $H(a;b;c)$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=-1$. **B.** $a+b+c=3$. **C.** $a+b+c=5$. **D.** $a+b+c=-\dfrac{5}{3}$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;6;1)$ và $N(a;b;c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz). Tính $S=7a-2b+2017c-1$.

A. $S=2017$. **B.** $S=2042$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2018$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;-1;2)$ và $C(3;4;-4)$. Giao điểm M của trục Ox với mặt phẳng (ABC) là

A. $M(1;0;0)$. **B.** $M(2;0;0)$. **C.** $M(3;0;0)$. **D.** $M(-1;0;0)$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;6)$, $B(-1;2;4)$ và $I(-1;-3;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ điểm I đến (P) là nhỏ nhất.

A. (P): $16x+6y-15z+64=0$. **B.** (P): $7x+59y+78z-423=0$.
C. (P): $16x+6y-15z-64=0$. **D.** (P): $7x+59y+78z+423=0$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B, I.

Chọn đáp án (A) □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-1;0;0)$, $N(0;2;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây **không** đồng thời đi qua cả ba điểm M, N và P?

A. $2x-y-z+2=0$. **B.** $2x+y+z+2=0$. **C.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{2}+1=0$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;4)$ và cắt chiều dương của các trục tọa độ lần lượt tại A,B,C khác gốc O sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{12}=0$. **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{10}=1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{1}=1$.

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $3x-2y-z-3=0$. **B.** $x+y+z-2=0$. **C.** $-x+y=0$. **D.** $3x-2y-z+3=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$. (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;1;1)$.

Lại có (Q) chứa A,B và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(3;-2;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình (Q) là $3(x-1)-2(y+1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z-3=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2z+1=0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau.

A. (P) đi qua gốc tọa độ O. **B.** (P) song song với (Oxy).
C. (P) vuông góc với trục Oz. **D.** (P) song song với trục Oy.

✍**Lời giải.**

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;-2)$ và trục Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Vì $\vec{n}\cdot\vec{j}=0$ nên $\left[\begin{array}{l}Oy\subset(P)\\ Oy\parallel(P)\end{array}\right.$. Mặt khác $O\not\in(P)$, do đó $Oy\parallel(P)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1;-3;2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (α): $x+3=0$, (β): $z-2=0$ có phương trình là

A. $y+3=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $2y-3=0$. **D.** $2x-3=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (α), (β) lần lượt là $\vec{n}_1=(1;0;0)$, $\vec{n}_2=(0;0;1)$.

Vì (P) vuông góc với (α) và (β) nên $\vec{n}=[\vec{n}_2;\vec{n}_1]=(0;1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Khi đó (P): $y+3=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;5)$, $B(0;0;1)$. Mặt phẳng chứa A, B và song song với Oy có phương trình là

A. $2x+z-3=0$. **B.** $x-4z+2=0$. **C.** $4x-z+1=0$. **D.** $4x-z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-4)$, $\vec{j}=(0;1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\vec{j}\right]=(4;0;-1)$.
Mặt phẳng đi qua A, B và song song với Oy có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;0;-1)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x-z+1=0$ (thỏa mãn song song với Oy).
Chọn đáp án C □

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}(1;1;2)$, $\vec{v}(-1;m;m-2)$. Khi đó $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{14}$ thì

A. $m=1$, $m=-\dfrac{11}{5}$. **B.** $m=-1$, $m=-\dfrac{11}{5}$. **C.** $m=1$, $m=-3$. **D.** $m=1$.

✍Lời giải.
Ta có $[\vec{u},\vec{v}]=(-m-2;-m;m+1)$. Theo đề bài ta có

$$\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{14}\Leftrightarrow(m+2)^2+m^2+(m+1)^2=14\Leftrightarrow 3m^2+6m-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-3.\end{array}\right.$$

Chọn đáp án C □

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;-1;2)$. Biết rằng H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Tính số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q)\colon x-y-11=0$.

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

✍Lời giải.
Vì H là hình chiếu của O trên (P) nên $\vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{OH}=(2;-1;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
$(Q)\colon x-y-11=0\Rightarrow\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;0)$.
Ta có $\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right)=\left|\cos\left(\widehat{\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}}\right)\right|=\dfrac{|2\cdot1+(-1)\cdot(-1)+2\cdot0|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.
Vậy góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) là 45°.
Chọn đáp án C □

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-10=0$ và $(Q)\colon x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

✍Lời giải.
Xét thấy $(P)\parallel(Q)$.
Trên (P) lấy $M(0;0;5)$. Khi đó, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

$$\mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(M,(Q))=\frac{|0+2\cdot0+2\cdot5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;1;-1), B(1;1;2), C(1;-1;0), D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao AH của hình chóp $A.BCD$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{3}$.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{BA}(-1;0;-3);\overrightarrow{BC}(0;-2;-2);\overrightarrow{BD}(-1;-1;-1)$.
$\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(0;-2;-2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]\cdot\overrightarrow{BA}=6$.
$V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]\cdot\overrightarrow{BA}\right|=\dfrac{1}{6}\cdot6=1$ (đvtt).
$S_{BCD}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{0^2+(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{2}$ (đvdt).
Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot AH\cdot S_{BCD}\Rightarrow AH=\dfrac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
Chọn đáp án D □

Câu 68. Ba mặt phẳng $x+2y-z-6=0$, $2x-y+3z+13=0$, $3x-2y+3z+16=0$ cắt nhau tại điểm A. Tọa độ của A là

A. $A(-1;2;-3)$. **B.** $A(1;-2;3)$. **C.** $A(-1;-2;3)$. **D.** $A(1;2;3)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y-z-6=0 \\ 2x-y+3z+13=0 \\ 3x-2y+3z+16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases} \Rightarrow A(-1;2;-3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P);(Q)$ có các véc tơ pháp tuyến là $\vec{a}=(a_1;b_1;c_1)$; $\vec{b}=(a_2;b_2;c_2)$. Góc α là góc giữa hai mặt phẳng đó $\cos\alpha$ là biểu thức nào sau đây

A. $\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$. **B.** $\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$.

C. $\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\left|\left[\vec{a};\vec{b}\right]\right|}$. **D.** $\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$.

Lời giải.

Theo công thức góc giữa hai mặt phẳng ta có

$\cos\alpha=\left|cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)\right|=\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$

Chọn đáp án D □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x-y+3z-25=0$. **B.** $2x-3y-z+8=0$. **C.** $3x-y+3z-13=0$. **D.** $2x-3y-z-20=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(5;-4;2)$ và vuông góc với đường thẳng AB.

Do (α) vuông góc với AB nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha=\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là:

$$-4(x-5)+6(y+4)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-3y-z-20=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 71. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$ và điểm $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=15$. **C.** $a+b+c=-5$. **D.** $a+b+c=-15$.

Lời giải.

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;-3;2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt khác do (Q) đi qua hai điểm A,B nên nhận $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=[\vec{n}_{(P)},\overrightarrow{AB}]=(0;8;12)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $0(x-2)+8(y-4)+12(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Vậy $a+b+c=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=5 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-5 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-5$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=3$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}[I,(P)]=R \Leftrightarrow \frac{|1-m^2-3m|}{3}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2+3m-10=0 \\ m^2+3m+8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-5. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án B □

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $2x-3y+z-4=0$; (Q): $5x-3y-2z-7=0$. Vị trí tương đối của (P), (Q) là

A. song song. **B.** cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. vuông góc. **D.** trùng nhau.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P=(2;-3;1)$, $\vec{n}_Q=(5;-3;-2)$ suy ra $\vec{n}_P\neq k\vec{n}_Q$ $(k\neq 0)$ do đó (P) và (Q) không song song, không trùng nhau.

$\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q\neq 0$ do đó (P) và (Q) không vuông góc.

Vậy (P) và (Q) cắt nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án B □

Câu 74. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$ tại điểm $M(3;-1;3)$ là

A. $x+4y+1=0$. **B.** $2x-y-7=0$. **C.** $x+3y-5=0$. **D.** $2x+y-5=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $M(3;-1;3)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$.

Gọi (α) là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M.

Mặt phẳng (α) nhận $\overrightarrow{IM}=(2;1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình của mặt phẳng (α) là $2(x-3)+(y+1)+0(z-3)=0$ hay $2x+y-5=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $A(1;0;-1)$ đến mặt phẳng (P): $x-2y-2z+6=0$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{9}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|1-2\cdot 0-2\cdot(-1)+6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 76. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P). Điểm nào trong các điểm sau đây **không** thuộc mặt phẳng (Q)?

A. $K(3;1;-8)$. **B.** $N(2;1;-1)$. **C.** $I(0;2;-1)$. **D.** $M(1;0;-5)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Q) qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) nên có phương trình

$$2(x+1)-(y-2)+(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-y+z+3=0.$$

Thay lần lượt tọa độ các điểm I, K, M, N vào phương trình mặt phẳng (Q) ta thấy tọa độ điểm N không thỏa mãn phương trình. Vậy $N\notin(Q)$.

Chọn đáp án B □

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x-2y-2z+5=0$ và điểm $A(-1;3;-2)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(A,(\alpha))=\dfrac{|-1-2\cdot 3-2\cdot(-2)+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{1}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{1}=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các trục Ox, Oy, Oz thì ta có $M_1(2;0;0)$, $M_2(0;-1;0)$, $M_3(0;0;1)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng đi qua các điểm M_1, M_2, M_3 là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{1}=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$. **B.** $3x-y-z+6=0$. **C.** $x+3y+z-5=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(-1;2;1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$(\alpha)\colon 3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;-2)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$. **C.** $x+y-3z=0$. **D.** $x+y-2z-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z-8=0$.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

✍Lời giải.

Bán kính mặt cầu cần lập $R=\mathrm{d}(I;(P))=\frac{|(1)-2\cdot(2)-2\cdot(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$, $B(0;1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P)\colon 2x+2y-z=0$. **B.** $(P)\colon 2x+2y-z-9=0$.

C. $(P)\colon 2x+4y+3z-19=0$. **D.** $(P)\colon 2x+4y+3z-10=0$.

✍Lời giải.

Vì $AB\perp(P)$ nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{BA}=(2;2;-1)$.

Mặt khác, (P) đi qua $A(2;3;1)$ nên $(P)\colon 2(x-2)+2(y-3)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z-9=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

✍Lời giải.

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|1-2\cdot2-2\cdot(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=-1$.

✍Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz. Ta có $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;1)$. Theo cách viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có, phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;1)$ và $B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x+2y-5=0$. **B.** $2x+y-z+2=0$. **C.** $2x+y-z-4=0$. **D.** $2x+y-z-10=0$.

✍Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $\vec{v}_{(P)}=\overrightarrow{AB}=(4;2;-2)$.
Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(1;2;0)$ của đoạn thẳng AB. Do đó mặt phẳng trung trực có phương trình là $(P)\colon 4(x-1)+2(y-2)-2z=0$ hay $(P)\colon 2x+y-z-4=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

A. $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu là khoảng cách từ điểm S đến (P), do đó

$$R=\frac{|-1-4-2-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3.$$

Suy ra phương trình mặt cầu là $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+4z+2=0$ và $(Q)\colon 3x-y+4z+8=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) song song và cách đều (P) và (Q).

A. $(\alpha)\colon 3x-y+4z+10=0$. **B.** $(\alpha)\colon 3x-y+4z+5=0$.
C. $(\alpha)\colon 3x-y+4z-10=0$. **D.** $(\alpha)\colon 3x-y+4z-5=0$.

✍Lời giải.

Vì (P) và (Q) song song với nhau nên mặt phẳng (α) song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình $(\alpha)\colon 3x-y+4z+\dfrac{2+8}{2}=0$ hay $(\alpha)\colon 3x-y+4z+5=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+(m+1)y-2z+m=0$ và $(Q)\colon 2x-y+3=0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì giá trị thực của m bằng bao nhiêu?

A. $m=-5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;m+1;-2)$.
Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;0)$.
Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì ta có

$$\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}\Leftrightarrow\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 1\cdot 2+(m+1)\cdot(-1)+(-2)\cdot 0=0\Leftrightarrow 1-m=0\Leftrightarrow m=1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 89. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $3x-2y+2z+6=0$. **B.** $2x+2y-z-1=0$. **C.** $x+y+z+1=0$. **D.** $x-2y-z-3=0$.

✍Lời giải.

Phương trình dạng chắn của mặt phẳng (P) là

$$\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-3}=1\Leftrightarrow 3x-2y+2z+6=0.$$

Suy ra (P) vuông góc với mặt phẳng $2x+2y-z-1=0$ vì $3\cdot 2+(-2)\cdot 2+2\cdot(-1)=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 90. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(\mathscr{T})\colon (x-2)^2+(y+1)^2+z^2=9$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{7}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(2;-1;0)$ và bán kính $R=3$.
Hình chiếu vuông góc của I lên (Oyz) là $H(0;-1;0)$.
Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oyz) là $\mathrm{d}=IH=2$.
Gọi r là bán kính của đườngg tròn giao tuyến ta có

$$R^2=r^2+\mathrm{d}^2 \Rightarrow r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}.$$

Vậy bán kính của đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{5}$.
Chọn đáp án C □

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+2z-10=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\dfrac{7}{3}$ là

A. $x+2y+2z+3=0$; $x+2y+2z+17=0$. **B.** $x+2y+2z+3=0$; $x+2y+2z-17=0$.
C. $x+2y+2z-3=0$; $x+2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$; $x+2y+2z-17=0$.

✍Lời giải.

Vì (Q) song song với (P) nên (Q): $x+2y+2z+c=0$ với $c\neq -10$.
Lấy $M(0;0;5)\in(P)\Rightarrow \mathrm{d}(M;(P))=\dfrac{7}{3}\Leftrightarrow \dfrac{|10+c|}{3}=\dfrac{7}{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c+10=7\\c+10=-7\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=-3(\text{thỏa mãn})\\c=-17(\text{thỏa mãn}).\end{array}\right.$
Chọn đáp án D □

Câu 92. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu có tâm là $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α): $x-2y+2z-7=0$.

A. $x^2+y^2+z^2+4x+2y-8z-4=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-4=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+8z-4=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z-4=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(2;1;-4)$ và bán kính $R=\mathrm{d}(I;(\alpha))=5$.
Vậy nó có phương trình là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=5^2\Leftrightarrow x^2+y^y+z^2-4x-2y+8z-4=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $\{\sqrt{5}\}$. **B.** $\{\pm\sqrt{5}\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\varnothing$.

✍Lời giải.

Ta có $m^2+4>0$ với mọi m thuộc $\mathbb{R}$, nên phương trình đã cho luôn là phương trình của mặt cầu với tâm $I(-3;0;2)$, bán kính $R=\sqrt{m^2+4}$.
Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x=0$.
Để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) thì $\mathrm{d}(I,(Oyz))=R$.
Suy ra $\sqrt{m^2+4}=3\Leftrightarrow m^2+4=9\Leftrightarrow m^2=5\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$.
Chọn đáp án B □

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. (ABC): $z-6=0$. **B.** (ABC): $3x-2y+z-6=0$.
C. (ABC): $y+3=0$. **D.** (ABC): $x-2=0$.

✍Lời giải.

Ta có (ABC): $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 3x-2y+z-6=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$, $B(3;5;-4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+y-3z-9=0$. **B.** $x+y-3z+9=0$.
C. $x+y-3z+2=0$. **D.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+4}{-3}$.

✍Lời giải.

Gọi trung điểm của AB là $I \Rightarrow I(2;4;-1)$.
Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $I(2;4;-1)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;2;-6)$ nên có phương trình là: $2(x-2)+2(y-4)-6(z+1)=0 \Leftrightarrow x+y-3z-9=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng (P): $2x+my-z+1=0$ và (Q): $x+3y+(2m+3)z-2=0$. Giá trị của m để $(P)\perp(Q)$ là

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

✍Lời giải.
(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;m;-1)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(1;3;2m+3)$.
$(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \Leftrightarrow 2\cdot1+m\cdot3+(-1)\cdot(2m+3)=0 \Leftrightarrow m=1$.
Chọn đáp án B □

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;0)$ mặt phẳng (P): $2x+y-3z+1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P). Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $2x+5y+3z-9=0$. **B.** $2x+y-3z-7=0$. **C.** $2x+y-z-5=0$. **D.** $x-2y-z-6=0$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng (Q) chứa AB và vuông góc với (P) nên có cặp véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$ và $\vec{n}_P=(2;1;-3)$. Suy ra $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(2;5;3)$.
Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Q) là

$$2(x-1)+5(y-2)+3(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+5y+3-9=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(m;1;0)$, $\vec{b}=(2;m-1;1)$, $\vec{c}=(1;m+1;1)$. Tìm m để ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=-1$.

✍Lời giải.
Ta có: $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(1;-m;m^2-m-2)$.
Để $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng thì $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c}=0 \Leftrightarrow -2m-1=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$, $C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{7}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=0$. **C.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=1$. **D.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}+1=0$.

✍Lời giải.
Phương trình mặt phẳng đoạn chắn (ABC): $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=1$.
Chọn đáp án C □

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1)$ và $\overrightarrow{AC}=(1;1;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-1;2;-1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{6}$.
Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{6}}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 101. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P): $x-2y-2z-1=0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

✍**Lời giải.**

Gọi mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R.

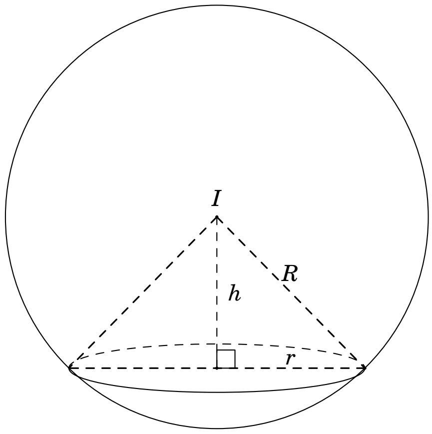
Ta có $h=\mathrm{d}(I;(P))=\dfrac{|-3-0-2-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=2$.

Giả sử r là bán kính của đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Diện tích hình tròn là $\pi r^2=\pi \Leftrightarrow r^2=1 \Leftrightarrow r=1$.

Ta có $R^2=h^2+r^2=2^2+1^2=5$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$.



Chọn đáp án C □

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+1=0$ và $(Q)\colon 2x-y-2z+6=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

✍**Lời giải.**

Lấy $M(0;1;0)\in(P)\Rightarrow \mathrm{d}((P);(Q))=\mathrm{d}(M;(Q))=\dfrac{|2\cdot 0-1-2\cdot 0+6|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\dfrac{5}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC là

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1)$ và $\overrightarrow{AC}=(1;1;1)$.

Suy ra $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{1}{2}|(-1;2;-1)|=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ tâm I của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z-1)^2=4$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+3=0$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Theo giả thiết $I(0;0;1)$ nên khoảng cách $\mathrm{d}_{(I,(P))}=\dfrac{|2\cdot 0+2\cdot 0-1+3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, nếu ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=0$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} A(1;0;0)\\ B(0;2;0)\\ C(0;0;3)\end{cases} \Rightarrow (ABC)\colon \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 106. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi ba đỉnh A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;-2)$ lên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A(1;0;0) \\ B(0;-2;0) \\ C(0;0;-2) \end{cases}$. Vì $O.ABC$ là tam diện vuông tại O nên ta có

$$\frac{1}{\mathrm{d}^2(O,(ABC))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \mathrm{d}(O,(ABC)) = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 107. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{1} = 1$. **B.** $3x - 2y + 6z = 6$.

C. $\dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{1} = 0$. **D.** $3x - 2y + 6z - 12 = 0$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} M(2;-3;0) \\ N(2;0;1) \\ P(0;-3;1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} = (0;3;1) \\ \overrightarrow{MP} = (-2;0;1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(MNP)} = (3;-2;6)$.

Ta được (MNP): $3x - 2y + 6z - 12 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 1 = 0$, (Q): $x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là

A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $x + y + z + 3 = 0$. **C.** $-2x + z + 6 = 0$. **D.** $-2x + z - 6 = 0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1;-3;2)$.

Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1;0;-1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right] = 3(1;1;1)$.

Mà mặt phẳng (α) đi qua $A(3;0;0)$, nên suy ra phương trình là $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB.

A. (α): $4x + 2y + 12z + 7 = 0$. **B.** (α): $4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

C. (α): $4x + 2y - 12z - 17 = 0$. **D.** (α): $4x - 2y - 12z - 17 = 0$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB thì $I\left(0;\dfrac{5}{2};-1\right)$. Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB chứa điểm I và nhận $\overrightarrow{BA} = (2;1;-6)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$2(x-0) + 1\left(y - \frac{5}{2}\right) - 6(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 12z - 17 = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

A. $2x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z + 3 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x - y - z - 3 = 0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là

$$1(x-1) + 1(y-2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x-y-1=0$ là

A. $x+y-3z-1=0$. **B.** $2x+2y-5z-2=0$. **C.** $x-2y-6z+2=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;-1;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-1;1)$ và $[\vec{n}_P,\overrightarrow{AB}]=(-1;-1;1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm, một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(1;1;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $1\cdot(x-0)+1\cdot(y-1)-1\cdot(z-0)=0 \Leftrightarrow x+y-z-1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC), (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$. **B.** $6x+3y+2z-12=0$.
C. $6x+3y+2z=0$. **D.** $6x+3y+2z-36=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình có dạng $6x+3y+2z+d=0$, $d\neq -12$.

Mặt phẳng (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
& \mathrm{d}((ABC),(P))=\mathrm{d}(D,(P)) \Leftrightarrow \mathrm{d}(A,(P))=\mathrm{d}(D,(P))\\
\Leftrightarrow\ & \frac{|6\cdot 2+d|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{|6\cdot 2+3\cdot 4+2\cdot 6+d|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}\\
\Leftrightarrow\ & |d+12|=|d+36| \Leftrightarrow d=-24\,(\text{thỏa mãn}).
\end{aligned}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $6x+3y+2z-24=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 113. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-y+z=0$. **B.** $x+\dfrac{y}{2}-z=1$. **C.** $x-2y+z=0$. **D.** $x-y+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;2)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-2;2;-1)$. Do đó phương trình mặt phẳng (P) là

$$-2(x-1)+2y-z=0 \Leftrightarrow x-y+\frac{z}{2}=1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;6)$, $B(-3;-1;-4)$, $C(5;-1;0)$, $D(1;2;1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. 40. **B.** 60. **C.** 50. **D.** 30.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-5;0;-10)$, $\overrightarrow{AC}=(3;0;-6)$, $\overrightarrow{AD}=(-1;3;-5)$ và $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(0;-60;0)$.

Từ đó suy ra $\Rightarrow V=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right|=30$.

Chọn đáp án D □

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;-1;4)$ và nhận $\vec{u}=(3;2;1)$, $\vec{v}=(-3;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương là

A. $x-y-z-12=0$. **B.** $x+y+z-3=0$. **C.** $3x+3y-z=0$. **D.** $x-3y+3z-15=0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(2;-6;6)=2(1;-3;3)$.

Lại có (P) đi qua $M(0;-1;4)$ nên có phương trình $x-3(y+1)+3(z-4)=0 \Leftrightarrow x-3y+3z-15=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+my-z+1=0$ và $(Q)\colon x+3y+(2m+3)z-2=0$. Giá trị của m để $(P)\perp(Q)$ là

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=(2;m;-1)$, $\vec{n}_{(Q)}=(1;3;2m+3)$.
Khi đó $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \vec{n}_{(P)}\cdot\vec{n}_{(Q)}=0\Leftrightarrow 2+3m-2m-3=0\Leftrightarrow m=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;2;5)$, $B(3;1;3)$, $C(2;6;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-z-6=0$. **B.** $2x+y-10=0$. **C.** $4x+4y-3z-5=0$. **D.** $2x-z-3=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;4;-4)$, suy ra $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;0;-6)=6(2;0;-1)$.
Vậy (ABC) có phương trình $2(x-4)-(z-5)=0\Leftrightarrow 2x-z-3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P). Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $2x+y-z-5=0$. **B.** $2x+5y+3z-9=0$. **C.** $x+2y-z-6=0$. **D.** $2x+y-3z-7=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$, $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-3)$, suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}\right]=(2;5;3)$.

Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với (P) nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(2;5;3)$.
Vậy (Q) có phương trình $2(x-1)+5(y-2)+3(z+1)=0\Leftrightarrow 2x+5y+3z-9=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{35}$. Biết $B(1;-1;2)$, $C(0;1;1)$, $D(-1;0;-1)$. Đường cao AH của tứ diện bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;2;-1)$, $\overrightarrow{BD}=(-2;1;-3)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(5;-1;3)\Rightarrow S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]\right|=\dfrac{\sqrt{35}}{2}$.

Vậy độ dài đường cao AH là $AH=\dfrac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}}=6$.

Chọn đáp án B □

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$ và điểm $D(1;0;3)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách D một khoảng bằng $\sqrt{6}$ có phương trình là

A. $x+2y+z+2=0$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-10=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x+2y-z-10=0\\x+2y-z+2=0\end{array}\right.$. **D.** $x+2y+z-10=0$.

✍Lời giải.

Vì $(Q)\parallel(P)$ nên (Q) có phương trình dạng $(Q)\colon x+2y+z+D=0$ $(D\neq -4)$.

Lại có $\mathrm{d}(D,(Q))=\sqrt{6}\Leftrightarrow \dfrac{|1+3+D|}{\sqrt{1+1+4}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow |D+4|=6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=2\\D=-10\end{array}\right.$.

Vậy $(Q)\colon x+2y+z+2=0$ hoặc $(Q)\colon x+2y+z-10=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa điểm $H(1;2;2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x+y+z-6=0$. **B.** $x+2y-2z-9=0$. **C.** $2x+y+z-2=0$. **D.** $x+2y+2z-9=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH.$ (1)

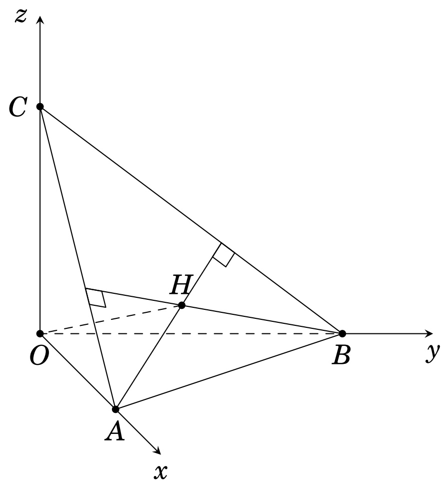
Lại có $\begin{cases} AC \perp OB \\ AC \perp BH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBH) \Rightarrow AC \perp OH.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (ABC)$.

Do đó (P) nhận $\overrightarrow{OH} = (1;2;2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Mặt khác (P) đi điểm $H(1;2;2)$ nên có phương trình

$$1(x-1)+2(y-2)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-9=0.$$



Chọn đáp án D □

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $-x-2y+z=0$. **B.** $x+2y+z=0$. **C.** $-x+2y+z=0$. **D.** $-x+2y-z=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm AB, ta có $I(2;0;2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-4;-2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Vậy mặt phẳng trung trực của AB có phương trình $2(x-2)-4y-2(z-2)=0 \Leftrightarrow -x+2y+z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 123. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;1), B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $x+2y-z+2=0$. **B.** $x+2y-z-4=0$. **C.** $x+2y-z-3=0$. **D.** $x+2y+z-4=0$.

✍**Lời giải.**

(P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên (P) đi qua trung điểm $I(2;1;0)$ của AB và vuông góc với AB.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) qua $I(2;1;0)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2;4;-2)$ là $(P)\colon x+2y-z-4=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 124. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực m để $(\beta)\colon 2x-y+2z-8=0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π.

A. $m=-4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-3$.

✍**Lời giải.**

(S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{17-m}$.

$d(I;(\beta)) = \dfrac{|-2-2+6-8|}{3} = 2$.

Bán kính đường tròn giao tuyến giữa (S) và (β) là $r = \dfrac{8\pi}{2\pi} = 4$.

Ta có $R^2 = r^2 + d^2(I;(\beta)) \Rightarrow 17-m = 4+16 \Rightarrow m=-3$.

Vậy $m=-3$.

Chọn đáp án D □

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+4=0$ là

A. $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0$. **B.** $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+10z+21=0$.

C. $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z-21=0$. **D.** $(S)\colon x^2+y^2+z^2+x-2y-5z-21=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có, bán kính mặt cầu là $R = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|-1-4+10+4|}{\sqrt{1+4+4}} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$(x+1)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=9 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;-2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $2x-2y-z+4=0$. **B.** $2x+2y-z=0$. **C.** $2x+2y-z+4=0$. **D.** $2x-2y-z=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I(1;0;2)$ của đoạn AB và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$4(x-1)-4y-2(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-2y-z=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y+6z+12=0$. **B.** $2x+3y-6z-12=0$.
C. $2x-3y+6z=0$. **D.** $2x+3y+6z+12=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;4;3)$.
Gọi $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của (ABC). Khi đó ta có $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$.
Nên chọn $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=(4;-6;12)$.
(ABC) qua $A(3;-2;-2)$ có vector pháp tuyến $\vec{n}$
$\Rightarrow (ABC)\colon 4(x-3)-6(y+2)+12(z+2)=0$
$\Rightarrow (ABC)\colon 2x-3y+6z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;1;-2)$. H là trực tâm của tam giác ABC, độ dài đoạn OH bằng

A. $\dfrac{\sqrt{870}}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{870}}{14}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{870}}{15}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{870}}{16}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-2;-3)$, $\overrightarrow{BC}=(2;-1;-2)$.
Giả sử $H(a;b;c)$ là trực tâm của $\triangle ABC$. Khi đó ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BH}\perp\overrightarrow{AC}\\ \left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\overrightarrow{AH}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2(a-2)-(b-3)-2(c-1)=0\\ -(a+1)-2(b-2)-3c=0\\ a-2-8(b-3)+5(c-1)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{2}{15}\\ b=\dfrac{29}{15}\\ c=-\dfrac{1}{3}.\end{cases}$$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{OH}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{2}{15}\right)^2+\left(\dfrac{29}{15}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{870}}{15}$.

Chọn đáp án C □

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+y-z-1=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. Xác định bán kính r của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

A. $r=\dfrac{2\sqrt{42}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$. **D.** $r=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R=2$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|2+1+2-1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}<R$.

Khi đó mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r là

$$r^2=R^2-\mathrm{d}^2(I,(\alpha))=4-\frac{8}{3}=\frac{4}{3}\Rightarrow r=\frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 130. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $x+2z-3=0$. **B.** $2x+y-3=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $x+2y-3=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $M(1;1;1)$ của đoạn AB và nhận $\vec{n}=\overrightarrow{MB}=(1;0;2)$ làm vec-tơ pháp tuyến nên có phương trình $x+2z-3=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 131. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và điểm $M(1;-1;1)$ là

A. $x+z=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $x-z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục Oy có dạng $(\alpha)\colon Ax+Cz=0$.

Do $M\in(\alpha)$ nên $A\cdot 1+C\cdot 1=0\Leftrightarrow C=-A$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(\alpha)\colon x-z=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-4=0$. Biết thiết diện của mặt phẳng (P) với khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng π. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=8$. **B.** $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=3$.

C. $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải.

Bán kính của hình tròn là $\pi=\pi r^2\Rightarrow r=1$.

Khoảng cách từ I đến (P) là $d=\mathrm{d}[I,(P)]=\dfrac{|x_I+y_I+z_I+4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

Bán kính khối cầu (S) là $R=\sqrt{d^2+r^2}=2$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 133. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1;1;-1)$ có phương trình là

A. $z+1=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $x+z=0$. **D.** $y+z=0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1;1;-1)$.

Ta có $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{OA}=(1;1;-1)\\ \vec{n}\perp\vec{i}=(1;0;0).\end{cases}$

Chọn một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{OA}\right]=(0;1;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng là $y+z=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$ có bán kính bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 9 .

Lời giải.

Do mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên

$$R=d(I,(P))=\frac{|1-2\cdot 2+2\cdot(-1)-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2.$$

Vậy bán kính mặt cầu bằng 2.

Chọn đáp án (C) □

Câu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $3x+5y+2z-60=0$.
B. $10x+6y+15z-60=0$.
C. $10x+6y+15z-90=0$.
D. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

Hình chiếu của $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $A_1(3;5;0)$.
Hình chiếu của $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxz là $A_2(3;0;2)$.
Hình chiếu của $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oyz là $A_3(0;5;2)$.
Ta có $\overrightarrow{A_1A_2}=(0;-5;2)$ và $\overrightarrow{A_1A_3}=(-3;0;2)$.
Suy ra $\left[\overrightarrow{A_1A_2},\overrightarrow{A_1A_3}\right]=(-10;-6;-15)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $10(x-3)+6(y-5)+15z=0 \Leftrightarrow 10x+6y+15z-60=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(1;-1;2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\sqrt{11}$.
B. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.
D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;0;-1)$, $\overrightarrow{OB}=(1;-1;2)$ và $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-1;-3;-1)$.

Vậy diện tích tam giác OAB là $S_{OAB}=\dfrac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và $(Q)\colon mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$.
B. $m=-1$.
C. $m=-6$.
D. $m=6$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;-2;2)$ và $\vec{n}_Q=(m;1;-2)$.
Do đó, $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0\Leftrightarrow m-2-4=0\Leftrightarrow m=6$.
Vậy giá trị m cần tìm là $m=6$.
Chọn đáp án D □

Câu 138. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x-y-z+1=0$ và $(Q)\colon x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

A. -16.
B. -8.
C. 0.
D. 8.

Lời giải.

Ta có hai điểm $M(0;0;1)$ và $N(1;-2;4)$ thuộc giao tuyến của (P), (Q).
Suy ra hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (α). Ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases}2+b=0\\a+2+8+b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2\\a=-8.\end{cases}$$

Vậy $a+4b=-8+4\cdot(-2)=-16$.
Chọn đáp án A □

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P)\colon x+y-2z+5=0$ và $(Q)\colon 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m=-3$.
B. $m=-2$.
C. $m=3$.
D. $m=2$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1=(1;1;-2)$.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_2=(4;2-m;m)$.
Hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\Leftrightarrow 4+2-m-2m=0\Leftrightarrow m=2.$$

Chọn đáp án D □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-1=0$ và điểm $M(1;-2;0)$. Mặt cầu tâm M, bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 2.
B. $\sqrt{2}$.
C. $2\sqrt{2}$.
D. $\sqrt{3}-1$.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) là $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{3}{3} = 1$.

Bán kính đường tròn bằng $r = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x-y-2z+15=0$. **B.** $x+y+2z-9=0$. **C.** $x+y+2z=0$. **D.** $x+y+2z+15=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(2;3;5)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;2;4) = 2\cdot(1;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(x-2)+(y-3)+2(z-5)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-15=0 \Leftrightarrow -x-y-2z+15=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z+2=0$ và cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z-3=0$ Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Giao của (S) và (P) là một đường tròn. **B.** Giao của (S) và (P) là một đoạn thẳng.

C. Giao của (S) và (P) là một điểm. **D.** Giao của (S) và (P) là tập rỗng.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$.

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $d = 1 < R$.

Vậy giao của (S) và (P) là một đường tròn.

Chọn đáp án A □

Câu 143. Cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α). Khoảng cách giữa (α) và (β) là

A. $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$. **B.** $-\dfrac{9}{\sqrt{21}}$. **C.** $\dfrac{9}{21}$. **D.** $\dfrac{9}{\sqrt{14}}$.

✍Lời giải.

Lấy $A(1;7;3) \in \Delta$. Vì $(\beta) \parallel (\alpha)$ nên

$$\mathrm{d}\left((\alpha),(\beta)\right) = \mathrm{d}(A,(\alpha)) = \frac{|3\cdot1-2\cdot7-3+5|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+(-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 144. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox song song với mặt phẳng có phương trình nào?

A. $x+by+cz+d=0$ với $(b^2+c^2\neq0)$. **B.** $y+z=0$.

C. $by+cz+1=0$ với $(b^2+c^2\neq0)$. **D.** $x+1=0$.

✍Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng cần tìm là $(P)\colon Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq0$.

Do $O(0;0;0)\notin(P)$ nên $D\neq0$.

Mặt khác $(P)\parallel Ox$ nên $\vec{n}_P\cdot\vec{i}=0$, suy ra $A\cdot1+B\cdot0+C\cdot0=0 \Leftrightarrow A=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) có dạng $By+Cz+D=0 \Rightarrow \dfrac{B}{D}y+\dfrac{C}{D}z+1=0$.

Đặt $b=\dfrac{B}{D}$, $c=\dfrac{C}{D}$, vì $B^2+C^2\neq0$ nên $b^2+c^2\neq0$. Phương trình mặt phẳng (P) viết lại như sau $by+cz+1=0$ với $b^2+c^2\neq0$.

Chọn đáp án C □

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-z=0$ có phương trình là

A. $4x-3y+2z+3=0$. **B.** $4x-3y-2z+3=0$. **C.** $2x+y-3z-1=0$. **D.** $4x+y-2z-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (Q) nên có véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(Q)}, \overrightarrow{AB}\right] = (4;-3;-2).$$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ là $4x-3y-2z+3=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 146. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$ là

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(-6;4;-3)$. **C.** $(-6;-4;3)$. **D.** $(-6;4;3)$.

✍**Lời giải.**
Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm M, N, P là

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x-4y+3z-12=0 \Leftrightarrow -6x+4y-3z+12=0.$$

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $(-6;4;-3)$.
Chọn đáp án B □

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;2;1)$, $B(6;0;3)$ và điểm $C(2;1;1)$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng trung trực của đoạn AB bằng

A. $\frac{7}{\sqrt{11}}$. **B.** $\frac{6}{\sqrt{11}}$. **C.** $\frac{5}{\sqrt{11}}$. **D.** $\frac{4}{\sqrt{11}}$.

✍**Lời giải.**
Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;1;2)$; $\overrightarrow{AB}=(6;-2;2)$.
Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB. Khi đó (P) qua I và nhận $\vec{n}=(3;-1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
$\Rightarrow (P)\colon 3x-y+z-10=0$.
Vậy $\mathrm{d}[C,(P)]=\dfrac{|3\cdot 2-1+1-10|}{\sqrt{3^2+(-1)^2+1^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{11}}$.
Chọn đáp án D □

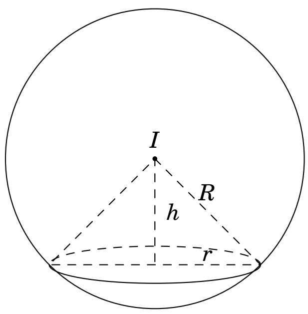
Câu 148. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-3=0$. Biết mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn (C). Tính bán kính r của đường tròn (C).

A. $r=2\sqrt{2}$. **B.** $r=\sqrt{2}$. **C.** $r=2$. **D.** $r=\sqrt{5}$.

✍**Lời giải.**
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-1)$, bán kính $R=3$.
Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là

$$h=\mathrm{d}(I;(P))=\frac{|4-0+2-3|}{3}=1.$$

Ta có $h^2+r^2=R^2 \Leftrightarrow 1+r^2=9 \Leftrightarrow r=2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án A □

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;-2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=1$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x=0$.
Mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính R tiếp xúc với (Oyz) khi và chỉ khi $\mathrm{d}(I,(Oyz))=R$.
Suy ra $R=\dfrac{|1|}{\sqrt{1^2}}=1$.
Vậy phương trình $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=1$.
Chọn đáp án D □

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x+3y-6z+1=0$. **B.** $3x+2y-6z+1=0$. **C.** $3x+2y-5z=0$. **D.** $6x+2y-3z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;3;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;0;-1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-2;6)$.

Phương trình (ABC): $-3(x-2)-2(y-0)+6(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-6z-6=0$.

Do $(P)\parallel(ABC)$ nên (P): $3x+2y-6z+E=0, (E\neq-6)$.

$D(1;1;1)\in(P)\Rightarrow 3+2-6+E=0\Leftrightarrow E=1$.

Vậy phương trình (P): $3x+2y-6z+1=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x+2y-2z+5=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=2$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=6$.

✍Lời giải.

Do mặt cầu tiếp xúc với $(P)\Rightarrow$ bán kính của mặt cầu là

$$R=\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|1+2+4+5|}{3}=4.$$

Chọn đáp án B □

Câu 152. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ và song song với (P).

A. (Q): $x+y-z=0$. **B.** (Q): $x+y+2z=0$.

C. (Q): $x+y-2z=0$. **D.** (Q): $x+y-2z+1=0$.

✍Lời giải.

Do $(Q)\parallel(P)\Rightarrow(Q)$: $x+y-2z+m=0, m\neq-1$.

Do $O(0;0;0)\in(Q)\Rightarrow m=0\Rightarrow(Q)$: $x+y-2z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 153. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P): $4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-21$.

C. $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$, bán kính $R=2$.

Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có đúng một điểm chung khi

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(I,(P))=R \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{|8+3-m|}{5}=2\Leftrightarrow|11-m|=10\\ &\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l}11-m=10\\11-m=-10\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=21.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 154. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P): $2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S): $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z+7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$. **C.** $x-y+2z-7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$, bán kính $R=5$.

Chu vi đường tròn giao tuyến bằng $6\pi\Rightarrow$ bán kính là $r=3$.

Suy ra khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Q) bằng 4.

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên phương trình có dạng

$$2x-2y+z+D=0, (D\neq-17).$$

Có $\mathrm{d}(I,(Q))=4\Leftrightarrow\dfrac{|D+5|}{3}=4\Leftrightarrow|D+5|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=7\,(\text{nhận})\\D=-17\,(\text{loại}).\end{array}\right.$

Vậy (Q): $2x-2y+z+7=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 155. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-z+3=0$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (α) nên $R = \mathrm{d}(I,(\alpha)) = \dfrac{|2\cdot 2-2\cdot 1-(-1)+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}} = \dfrac{6}{3} = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 156. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax+by+cz-11=0$. Tính $S=a-b+c$.

A. $S=-1$. **B.** $S=5$. **C.** $S=1$. **D.** $S=10$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ và $\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Véc-tơ phép tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(0;8;12)$.

Suy ra mặt phẳng (Q) có phương trình là $8(y-4)+12(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Vậy $a=0$, $b=2$, $c=3$ nên $S=a-b+c=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 157. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $A(1;-2;3)$. **B.** $A(1;-2;0)$. **C.** $A(1;0;3)$. **D.** $A(0;-2;3)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm M trên $(Oyz)\colon x=0$ là $A(0;-2;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $(P)\colon x+3y+4z-26=0$. **B.** $(P)\colon x+y+2z-3=0$.

C. $(P)\colon x+y+2z-6=0$. **D.** $(P)\colon x+3y+4z-7=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}(1;1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1\cdot(x-0)+1\cdot(y-1)+2\cdot(z-1)=0 \Leftrightarrow (P)\colon x+y+2z-3=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x+4y-12=0$. Mặt phẳng nào sau đây cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$?

A. $2x+2y-z+12=0$. **B.** $3x-4y+5z-17+20\sqrt{2}=0$.

C. $x+y+z+\sqrt{3}=0$. **D.** $4x-3y-z-4\sqrt{26}=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(3;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Do đó mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$ khi khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng bằng 4. Kiểm tra các đáp án ta được mặt phẳng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+3z+2=0$, $(Q)\colon x+3z-4=0$. Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình là

A. $x+3z-1=0$. **B.** $x+3z-2=0$. **C.** $x+3z-6=0$. **D.** $x+3z+6=0$.

✍Lời giải.

— Mặt phẳng cần tìm có dạng $(\alpha)\colon x+3x+m=0$ điều kiện $m\neq 2, m\neq -4$.

— Ta thấy $A(-2;0;0)\in(P)$ và $B(4;0;0)\in(Q)$ nên

$$d[A,(\alpha)]=d[B,(\alpha)] \Leftrightarrow \frac{|m-2|}{\sqrt{10}}=\frac{|4+m|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |m-2|=|m+4| \Leftrightarrow m=1.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm là (α): $x+3z-1=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$, $C(3;-2;1)$, $D(1;1;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;0;-4)$; $\overrightarrow{AC}=(4;0;-3)$; $\overrightarrow{AD}=(2;3;-3)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(0;-25;0)\Rightarrow\overrightarrow{AD}\cdot\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=-75$.

Chiều cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ D là $\mathrm{d}(D;(ABC))=\dfrac{\left|\overrightarrow{AD}\cdot\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|}=\dfrac{75}{25}=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 162. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;1;0)$ nên mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(1;2;2)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $(x-1)+2(y-1)+2(z-3)$ hay $x+2y+2z-9=0$.

Khi đó $\mathrm{d}(O,(ABC))=\dfrac{|-9|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 163. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+2y-2z+1=0$.

A. (P): $2y+2z-1=0$. **B.** (P): $y+z-1=0$. **C.** (P): $y-z+3=0$. **D.** (P): $2x+z-2=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;2;-2)$.

Ta có $\left[\vec{i},\vec{n}_Q\right]=(0;2;2)=2(0;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0;-1;2)$, nhận $\vec{n}=(0;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có dạng

$$(y+1)+(z-2)=0\Leftrightarrow y+z-1=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 164. Cho mặt phẳng (Q): $x-y+2z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q), đồng thời cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm M, N sao cho $MN=2\sqrt{2}$.

A. (P): $x-y+2z+2=0$. **B.** (P): $x-y+2z=0$.
C. (P): $x-y+2z\pm2=0$. **D.** (P): $x-y+2z-2=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $(P)\parallel(Q)$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x-y+2z+D=0$ $(D\neq-2)$.

Khi đó mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $M(-D;0;0)$, $N(0;D;,0)$.

Từ giả thiết $MN=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{2D^2}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow D=2$ (do $D\neq-2$).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $x-y+2z+2=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{v}=(x;y;z)$. Tích có hướng $[\vec{u};\vec{v}]$ có tọa độ là

A. $(bz-cy;cx-az;ay-bx)$. **B.** $(bz+cy;cx+az;ay+bx)$.
C. $(by+cz;ax+cz;by+cz)$. **D.** $(bz-cy;az-cx;ay-bx)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $[\vec{u};\vec{v}]=(bz-cy;cx-az;ay-bx)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $z+2=0$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxz). **B.** (P) vuông góc với mặt phẳng (Oyz).
C. (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxy). **D.** (P) song song với mặt phẳng (Oxy).

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P): $z+2=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(0;0;1)$.
Ta có

- Mặt phẳng (Oxz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(0;1;0)$. Ta có $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_P=0$, do đó (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxz).
- Mặt phẳng (Oyz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;0;0)$. Ta có $\vec{n}_2\cdot\vec{n}_P=0$, do đó (P) vuông góc với mặt phẳng (Oyz).
- (P): $z+2=0 \Leftrightarrow z=-2$, do đó $(P)\parallel(Oxy)$.

Chọn đáp án C □

Câu 167. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-6y-10z-14=0$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(-5;1;2)$ được viết dưới dạng $ax+by+cz+22=0$. Giá trị của tổng $a+b+c$ là

A. 7. **B.** -11. **C.** 11. **D.** 22.

✍Lời giải.

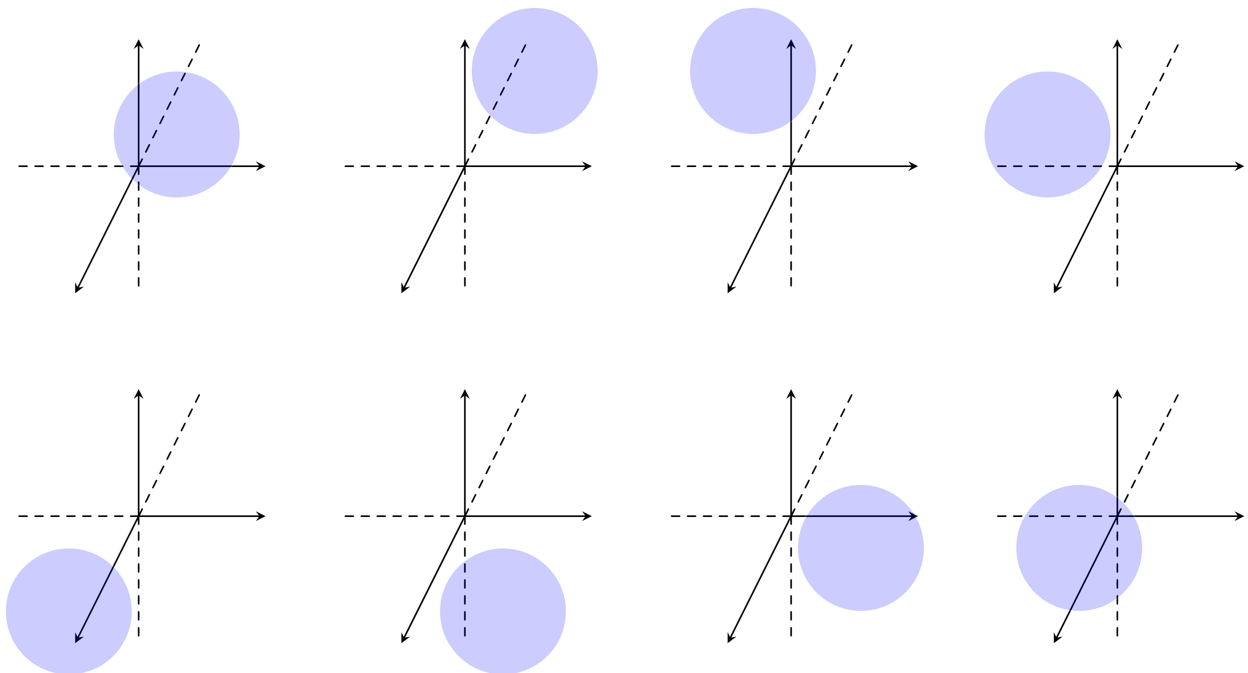
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;5)$, bán kính $R=7$.
Mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại $A(-5;1;2)$ nhận $\overrightarrow{AI}=(6;2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến, do đó có phương trình $6x+2y+3z+22=0$.
Vậy $a=6$, $b=2$, $c=3 \Rightarrow a+b+c=11$.
Chọn đáp án C □

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, số mặt cầu có bán kính bằng 2 và tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ là

A. bốn. **B.** mười sáu. **C.** tám. **D.** mười hai.

✍Lời giải.

Có tám mặt cầu bán kính bằng 2 tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ.



Chọn đáp án C □

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+2y-z-6=0$ và hai điểm $A(5;7;-3)$, $B(-1;-2;0)$. Gọi M là giao điểm của AB và (P). Tính tỉ số $\dfrac{MA}{MB}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

✍Lời giải.

Ta có $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{\mathrm{d}[A,(P)]}{\mathrm{d}[B,(P)]}=\dfrac{|3\cdot 5+2\cdot 7-(-3)-6|}{\sqrt{3^2+2^2+(-1)^2}}:\dfrac{|3\cdot(-1)+2\cdot(-2)-(0)-6|}{\sqrt{3^2+2^2+(-1)^2}}=2.$

Chọn đáp án B □

Câu 170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=12$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn?

A. $(R_1)\colon x+y-z+2=0$. **B.** $(R_2)\colon x+y-z-2=0$.
C. $(R_3)\colon x+y-z+10=0$. **D.** $(R_4)\colon x+y-z-10=0$.

Lời giải.

— Để mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn thì khoảng cách từ tâm $I(-2;-1;1)$ của mặt cầu đến mặt phẳng phải nhỏ hơn bán kính $R=2\sqrt{3}$.

— Ta có $\mathrm{d}(I,(R_1))=\dfrac{|-2-1-1+2|}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}<R$. Suy ra mặt phẳng (R_1) thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x-y+z=0$ và $2x-y+z-7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 7. **B.** $7\sqrt{6}$. **C.** $6\sqrt{7}$. **D.** $\dfrac{7}{\sqrt{6}}$.

Lời giải.
Ta thấy mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z=0$ đi qua điểm $O(0;0;0)$.
Vì $(P)\parallel(Q)$ nên

$$\mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(O,(Q))=\frac{|2\cdot 0-0+0-7|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{7}{\sqrt{6}}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;0;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

A. $3x+10y+2z-5=0$. **B.** $3x+10y-2z+11=0$.
C. $3x+10y-2z-5=0$. **D.** $3x+10y-2z-11=0$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-1;-2)$, $\overrightarrow{OC}=(2;0;3)$.
Do mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC nên $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OC}]=(-3;-10;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $3x+10y-2x-11=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 173. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ tâm mặt cầu $x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z-1=0$ đến mặt phẳng (P) $x+2y+2z-10=0$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Lời giải.
Ta có mặt cầu $x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z-1=0$ có tâm $I(2;2;2)$.
Do đó $\mathrm{d}(I;(P))=\dfrac{|2+2\cdot 2+2\cdot 2-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 174. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+2=0$. Khoảng cách từ điểm $M(1;-1;-3)$ đến (P) bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Lời giải.
Khoảng cách từ điểm $M(1;-2;-3)$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+2=0$ là

$$\mathrm{d}[M,(P)]=\frac{|2\cdot 1-2\cdot(-1)-(-3)|}{\sqrt{2^2+2^2+1^1}}=\frac{|9|}{3}=3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z=0$.

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-z=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x+y+z-4=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;-4)$, $\vec{n}_{(Q)}=(1;1;1)$.

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;1), B(-1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;-1;0)$.

Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $1(x-2)-1(y-1)+0(z-1)=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta)\colon x+y-z+3=0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

A. $x-y-z+6=0$; $x-y-z=0$. **B.** $x-y-z+6=0$.

C. $x+y-z+6=0$; $x+y-z=0$. **D.** $x+y+z+6=0$; $x+y+z=0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) song song với $(\beta)\colon x+y-z+3=0$ nên $(P)\colon x+y-z+m=0$ với $m\neq 3$.

Lấy $A(0;0;3)\in(\beta)$. Ta có $\mathrm{d}[(P),(\beta)]=\mathrm{d}[A,(P)]=\sqrt{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6. \end{array}\right.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1;3;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+11=0$.

A. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=\dfrac{4}{9}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu

$$R=\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|2\cdot(-1)-3+2\cdot 0+11|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2.$$

Vậy phương trình mặt cầu là

$$(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải.

Giả sử $B(b;0;0)$, $C(0;c;0)$, $(bc\neq 0)$. Khi đó $(ABC)\colon \dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{c}+\dfrac{z}{4}=1$.

Do $M\in(ABC)$ nên $\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}+\dfrac{3}{4}=1\Leftrightarrow \dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{4}\quad(*)$.

Vì $S_{\triangle OBC}=1$ nên $\dfrac{1}{2}\cdot OB\cdot OC=1\Leftrightarrow |b|\cdot|c|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\dfrac{2}{c} \\ b=-\dfrac{2}{c} \end{array}\right.$.

Thay $b=\dfrac{2}{c}$ vào $(*)$ ta được $c^2-\dfrac{1}{4}c+1=0$ (vô nghiệm).

Thay $b=-\dfrac{2}{c}$ vào $(*)$ ta được $c^2+\dfrac{1}{4}c-1=0$ (có hai nghiệm phân biệt khác 0).

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (C) □

Câu 179. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;3)$ và chứa trục hoành có phương trình là

A. $3y+z-4=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $3y-z=0$. **D.** $x-3y=0$.

Lời giải.

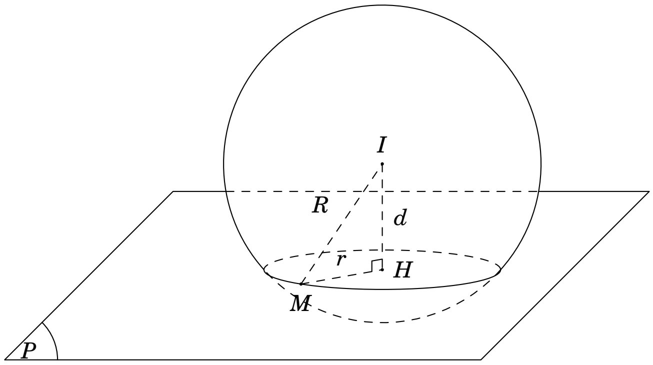
Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;1;3)$, $\vec{i}=(1;0;0)$, $\left[\overrightarrow{OA},\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.
Mặt phẳng (P) qua A và chứa Ox nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(0;3;-1)$.
Suy ra (P): $0(x-1)+3(y-1)-1(z-3)=0 \Leftrightarrow 3y-z=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm m để mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$ cắt mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-6y+2(m-2)z+4=0$ theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 3π.

A. $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=3\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=-1\end{array}\right.$.

Lời giải.

Gọi R,r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính đường tròn giao tuyến. Suy ra $\pi r^2=3\pi \Leftrightarrow r^2=3$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(0;3;2-m)$, $R^2=9+(2-m)^2-4=m^2-4m+9$.
Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $d=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3+2-m+1|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|6-m|}{\sqrt{3}}$.
Ta có



$$R^2=r^2+d^2 \Leftrightarrow m^2-4m+9=3+\frac{(6-m)^2}{3}$$
$$\Leftrightarrow 2m^2=18 \Leftrightarrow m=\pm 3.$$

Chọn đáp án B □

Câu 181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x+2y-z-1=0$, (Q): $3x-(m+2)y+(2m-1)z+3=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P), (Q) lần lượt là $\vec{n}_P=(1;2;-1)$ và $\vec{n}_Q=(3;-m-2;2m-1)$.
$(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0 \Leftrightarrow 3-2(m+2)-2m+1=0 \Leftrightarrow m=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 182. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$.

Lời giải.

Các điểm M, N, P thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên mặt phẳng (MNP) có phương trình là
$$\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1.$$
Chọn đáp án A □

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x+2y-2z-6=0$ và (Q): $x+2y-2z+3=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải.

Chọn điểm $A(6;0;0)$ thuộc (P). Do $(P)\parallel(Q)$ suy ra
$$\mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(A,(Q))=\frac{|6+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3.$$
Chọn đáp án C □

Câu 184. Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$ theo thiết diện là một đường tròn

A. $x+2y+2z+6=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x-y+z+7=0$. **D.** $x+2y+3z+3=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$, bán kính $R=3$.
Ta có

— Xét (P_1): $x+2y+2z+6=0$, $d(I,(P_1))=\dfrac{|1+2\cdot 1+2\cdot 2+6|}{\sqrt{1+1+4}}=\dfrac{13}{\sqrt{6}}>R$.

— Xét (P_2): $x-y+z=0$, $d(I,(P_2))=\dfrac{|1-1+2|}{\sqrt{1+1+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}<R$.

— Xét (P_3): $x-y+z+7=0$, $d(I,(P_2))=\dfrac{|1-1+2+7|}{\sqrt{1+1+1}}=3\sqrt{3}>R$.

— Xét (P_4): $x+2y+3z+3=0$, $d(I,(P_4))=\dfrac{|1+2\cdot 1+2\cdot 2+3|}{\sqrt{1+1+4}}=2\sqrt{6}>R$.

Chọn đáp án B □

Câu 185. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC là

A. (P): $6x+3y+2z+18=0$.
B. (P): $6x+3y+2z+6=0$.
C. (P): $6x+3y+2z-18=0$.
D. (P): $6x+3y+2z-6=0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.
Do $M(1;2;3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases}\dfrac{a+0+0}{3}=1\\ \dfrac{0+b+0}{3}=2\\ \dfrac{0+0+c}{3}=3\end{cases}\Rightarrow a=3, b=6, c=9.$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 186. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (P): $x+y-z-2=0$ và (Q): $x-y+z-1=0$ là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+z-2=0$. **D.** $y+z-2=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1;1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q).
Ta có $\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$, $\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)$ là các véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (P) và (Q).
$\Rightarrow \vec{n}=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(0;-2;-2)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
Phương trình mặt phẳng (α) là

$$0(x-1)-2(y-1)-2(z-1)=0\Leftrightarrow y+z-2=0.$$

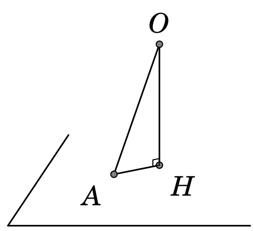
Chọn đáp án D □

Câu 187. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a;b;c)$ với a, b, $c\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi đi qua điểm A. Khoảng cách lớn nhất từ điểm O đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **B.** $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $3\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **D.** $4\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Lời giải.

Xét (P) là một mặt phẳng đi qua A, gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P).
Khi đó, ta có $d(0,(P))=OH\le OA=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.



Chọn đáp án A □

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{6}{7}$.

✍Lời giải.

Ta thấy $OABC$ là tam diện vuông đỉnh O.

Khi đó, ta có $\frac{1}{\mathrm{d}^2(O,(ABC))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{49}{36}$.

Vậy $\mathrm{d}(O,(ABC)) = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 189. Cho ba điểm $A(0;2;1), B(3;0;1), C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x+3y-4z-2=0$. **B.** $2x-3y-4z+2=0$.

C. $4x+6y-8z+2=0$. **D.** $2x-3y-4z+1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-2;0), \overrightarrow{AC} = (1;-2;-1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;3;-4)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$2x+3(y-2)-4(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-4z-2=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với (d) có véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}(2;-1;2)$. **C.** $\vec{n}(1;4;1)$. **D.** $\vec{n}(2;1;2)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\overrightarrow{u_d} = (2;-1;2)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng (d) nên có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_d} = (2;-1;2)$.

Vậy véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(2;-1;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

✍Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|2+2+6-1|}{3} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Chọn đáp án A □

Câu 192. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$, $C(2;-4;2)$. Một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(-1;9;4)$. **B.** $\vec{n}=(9;4;-1)$. **C.** $\vec{n}=(4;9;-1)$. **D.** $\vec{n}=(9;4;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;5;2)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-2;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (9;4;-1)$.

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của của (ABC) là $\vec{n} = (9;4;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;3)$, $B(3;-6;5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

A. $x+5y-z-11=0$. **B.** $x+5y-z+11=0$. **C.** $x-5y+z+16=0$. **D.** $x-5y+z-11=0$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(2;-1;4)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-10;2)$, nên suy ra mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp

tuyến $\vec{n} = (1;-5;1)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1\cdot(x-2)-5\cdot(y+1)+1\cdot(y-4)=0 \text{ hay } (P)\colon x-5y+z-11=0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 194. Trông không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;-1;4)$ và song song với giá của hai véc-tơ $\vec{u}=(3;2;1)$, $\vec{v}=(-3;0;1)$ là

A. $x-2y+3z-14=0$. **B.** $x-y-z+3=0$. **C.** $x-3y+3z-15=0$. **D.** $x-3y+3z-9=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\vec{u};\vec{v}\right]=(2;-6;6)$. Hay (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-3;3)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1\cdot(x-0)-3\cdot(y+1)+3\cdot(z-4)=0 \text{ hay } (P)\colon x-3y+3z-15=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $(P)\colon 2x-y+2z+4=0$ là

A. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=\dfrac{400}{9}$. **B.** $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=\dfrac{20}{3}$.

C. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=\dfrac{400}{9}$. **D.** $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=\dfrac{20}{3}$.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $(P)\colon 2x-y+2z+4=0$ là

$$R=\mathrm{d}[I;(P)]=\frac{|2\cdot(3)-(-2)+2\cdot(4)+4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{20}{3}.$$

Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

$$(x-3)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=\frac{400}{9}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 196. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-2y-z-3=0$. **C.** $2x+2y-z-1=0$. **D.** $3x-2y+2z+6=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-3}=1$ hay $(P)\colon 3x-2y+2z+6=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;2)$.
Ta có $3\cdot2-2\cdot2-2\cdot1=0$ nên (P) vuông góc với mặt phẳng $2x+2y-z-1=0$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 197. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB, với $A(6;2;-5)$, $B(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A.

A. $(P)\colon 5x+y-6z+62=0$. **B.** $(P)\colon 5x+y-6z-62=0$.

C. $(P)\colon 5x-y-6z-62=0$. **D.** $(P)\colon 5x+y+6z+62=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(10;2;-12)$.
Khi đó mặt phẳng (P) đi qua $A(6;2;-5)$, nhận $\vec{n}=(5;1;-6)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
$\Rightarrow (P)\colon 5(x-6)+y-2-6(z+5)=0$ hay $(P)\colon 5x+y-6z-62=0$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z-1=0$ và $(Q)\colon x+y+2z+3=0$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

✍Lời giải.

Ta thấy (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song. Ta chọn $M(1;0;0) \in (P)$.
Khi đó $\mathrm{d}((P),(Q)) = \mathrm{d}(M,(Q))$. Ta thấy

$$\mathrm{d}(M,(Q)) = \frac{|1+0+2\cdot 0+3|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;5)$, $B(3;3;1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x+2y+mz-1=0$.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\pm 2$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của AB là $I(2;1;3)$ nên mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;1;3)$ và bán kính $R=IA=3$.
Để mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng (P) thì ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(I,(P)) = R &\Leftrightarrow \frac{|2+2+3m-1|}{\sqrt{1^2+2^2+m^2}} = 3\\ &\Leftrightarrow |3m+3| = 3\sqrt{5+m^2}\\ &\Leftrightarrow (m+1)^2 = 5+m^2 \Leftrightarrow m=2.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 200. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxz) và đi qua điểm $A(1;2;3)$ có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $z=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x+2y+3z=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng song song với (Oxz) và đi qua điểm $A(a;b;c)$ có dạng $y=b$.
Vậy đáp án là $y=2$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z-5=0$ và $(Q)\colon x-2y+3z+2=0$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

✍Lời giải.

Lấy điểm $A(0;-1;1) \in (P)$.

Ta có $(P) \parallel (Q)$ nên $\mathrm{d}[(P),(Q)] = \mathrm{d}[A,(Q)] = \dfrac{|x_A-2y_A+3z_A+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 202. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+11=0$. **C.** $2x-y-3z+11=0$. **D.** $2x-y+3z-11=0$.

✍Lời giải.

Gọi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) có dạng $2x-y+3z+D=0 \, (D \neq 2)$.
$A(2;-1;2) \in (Q) \Rightarrow D=-11$.
Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x-y+3z-11=0$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 203. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y-2z+1=0$. **B.** $x+2y-2z-1=0$. **C.** $3x+2z-1=0$. **D.** $3x+2z+1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;-2;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\Rightarrow \vec{n} = -\overrightarrow{BC} = (1;2;-2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $1(x+1)+2(y-1)-2(z-1) \Leftrightarrow x+2y-2z+1=0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 204. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0$. **B.** $3x-y+3z-13=0$. **C.** $2x-3y-z-20=0$. **D.** $3x-y+3z-25=0$.

Lời giải.

Có $\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

$$-4(x-5)+6(y+4)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-3y-z-20=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 205. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $10x+6y+15z-90=0$. **B.** $10x+6y+15z-60=0$.

C. $3x+5y+2z-60=0$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz). Khi đó, ta có $M(3;5;0)$, $N(0;5;2)$, $P(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là phương trình mặt phẳng cần tìm.

Ta thấy $\overrightarrow{MN}=(-3;0;2), \overrightarrow{MP}=(0;-5;2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(10;6;15)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP).

Phương trình mặt phẳng (MNP) có dạng $10(x-3)+6(y-5)+15z=0 \Leftrightarrow 10x+6y+15z-60=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 206. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(2;3;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;5)$?

A. $2x-2y+5z+15=0$. **B.** $2x-2y+5z+7=0$.

C. $2x+3y-z+7=0$. **D.** $2x+3y-z+15=0$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng là $2(x-2)-2(y-3)+5(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+5z+7=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 207. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;4)$ và $B(3;4;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $4x+2y+3z-11=0$. **B.** $x-2y+z-11=0$.

C. $4x+2y+3z-3=0$. **D.** $x-2y+z-3=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $M(4;2;3)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;4;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là $-2(x-4)+4(y-2)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow -2x+8+4y-8-2z+6=0 \Leftrightarrow x-2y+z-3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 208. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;0;3)$ và $C(0;5;0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{3}=-1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{5}=0$.

Lời giải.

Vì ba điểm A, B, C lần lượt nằm trên Ox ,Oz, Oy nên mặt phẳng (ABC) là mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ. Ta có phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 209. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;5;4)$ và $C(3;0;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A. $x+2y+3z+13=0$. **B.** $4x+y-5z+13=0$. **C.** $4x-y+5z+13=0$. **D.** $4x-y-5z+13=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;3;1); \overrightarrow{AC}=(2;-2;2)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(8;-2;-10)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là $8(x-1)-2(y-2)-10(z-3)=0 \Leftrightarrow 4x-y-5z+13=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 210. Cho 3 điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC?

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z+5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$. Phương trình mặt phẳng qua A vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $1(x-2)-2(y-1)-5(z+1)=0$ hay $x-2y-5z-5=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $x+2y+3z-6=0$. **C.** $6x+3y+2z+6=0$. **D.** $6x+3y+2z-6=0$.

Lời giải.

Ta có các điểm A,B,C có tọa độ: $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Áp dụng công thức về phương trình mặt phẳng chắn, ta có phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng

$$\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \text{ hay } 6x+3y+2z-6=0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;0)$, $B(2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oyz. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(1;2;-2)$. **B.** $N(2;-1;4)$. **C.** $P(-3;2;-1)$. **D.** $Q(5;3;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) nhận $\begin{cases}\vec{n}_{Oyz}=(1;0;0)\\ \overrightarrow{AB}=(-1;2;1)\end{cases}$ làm cặp véc-tơ chỉ phương nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(0;-1;2)$.

Mặt khác $A(3;-1;0)\in(\alpha)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (α) là

$$-(y+1)+2z=0 \Leftrightarrow -y+2z-1=0.$$

Thay tọa độ các điểm trong đáp án vào phương trình trên ta thấy chỉ có tọa độ điểm Q thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 213. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và song song với giá của hai véc-tơ $\vec{a}=(1;-2;3)$, $\vec{b}=(3;0;5)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha)\colon 5x-2y-3z-21=0$. **B.** $(\alpha)\colon -5x+2y+3z+3=0$.

C. $(\alpha)\colon 5x-2y-3z+21=0$. **D.** $(\alpha)\colon 10x-4y-6z+21=0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P). Vì (P) song song với giá của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nên $\vec{n}\perp\vec{a}$ và $\vec{n}\perp\vec{b}$. Suy ra $\vec{n}$ có cùng giá với tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-10;4;6)$. Chọn $\vec{n}=(-5;2;3)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;-1)$, nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến là $(\alpha)\colon -5x+2y+3z+3=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 214. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chứa d.

A. $x-7y-4z+8=0$. **B.** $x-y-4z+3=0$. **C.** $x-7y-4z+9=0$. **D.** $x-y+2z+3=0$.

Lời giải.

Chọn điểm $B(2;1;1)\in d$, suy ra $\overrightarrow{AB}=(4,0,1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(1;-7;-4)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $(x+2)-7(y-1)-4z=0 \Leftrightarrow x-7y-4z+9=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 215. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$.

✍**Lời giải.**

Áp dụng công thức mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có (ABC): $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 216. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $P(0;-1;0)$. **C.** $Q(0;0;1)$. **D.** $N(3;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của $A(3;-1;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(3;-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 217. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua B và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+3y+z-5=0$. **B.** $3x-y-z+6=0$. **C.** $x+3y+z-6=0$. **D.** $3x-y-z-5=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$. Mặt phẳng đi qua B và vuông góc với AB có phương trình

$$3(x-2)-(y-1)-(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z-5=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;6;0)$,$B(0;0;-2)$ và $C(-3;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $-2x+y-3z+6=0$. **B.** $\frac{x}{6}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{-3}=1$. **C.** $2x-y+3z+6=0$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{-6}+\frac{z}{2}=1$.

✍**Lời giải.**

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng chắn, ta được phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{-3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x-y+3z+6=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 219. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC?

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z+5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng là

$$1(x-2)-2(y-1)-5(z+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-5z-5=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\pm 2$.

✍**Lời giải.**

Có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1) \Rightarrow AB=3$. $\mathrm{d}(A,(P))=\frac{|3m+3|}{\sqrt{m^2+5}}$.

$\mathrm{d}(A,(P))=AB \Leftrightarrow \frac{|3m+3|}{\sqrt{m^2+5}}=3 \Leftrightarrow |m+1|=\sqrt{m^2+5} \Leftrightarrow m^2+2m+1=m^2+5 \Leftrightarrow m=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 221. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $B(4;2;-3)$ và mặt phẳng $(Q): -2x+4y+z-7=0$. Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Q). Tính khoảng cách từ B' đến (Q).

A. $\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\dfrac{10\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

✍Lời giải.

Do tính chất đối xứng nên $\mathrm{d}(B,(Q)) = \mathrm{d}\left(B',(Q)\right) = \dfrac{|-2\cdot 4+4\cdot 2-3-7|}{\sqrt{21}} = \dfrac{10\sqrt{21}}{21}$.

Chọn đáp án A □

Câu 222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng $(Q): x+2y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $x+2y+3z+5=0$. **B.** $x+2y+3z+13=0$. **C.** $x+2y+3z-13=0$. **D.** $x+2y+3z-9=0$.

✍Lời giải.

$(P)\parallel(Q) \Rightarrow \vec{n}_{(P)}=(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$(P)\colon x-2+2(y-1)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-13=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 223. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oy có phương trình dạng

A. $y=0$. **B.** $ay+bz=0$ $(a^2+b^2\neq 0)$.

C. $ax+bz=0$ $(a^2+b^2\neq 0)$. **D.** $ax+by=0$ $(a^2+b^2\neq 0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$.

Gọi véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa trục Oy là $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$.

Ta có $\vec{n}\cdot\vec{j}=0 \Leftrightarrow b=0$. Vậy $\vec{n}=(a;0;c)$.

Chọn đáp án C □

Câu 224. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ cắt mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-4=0$ theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tính thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm mặt cầu (S), đáy là đường tròn (C).

A. $V=\dfrac{80\pi}{3}$. **B.** $V=16\pi$. **C.** $V=75\pi$. **D.** $V=25\pi$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ bán kính $R=5$.

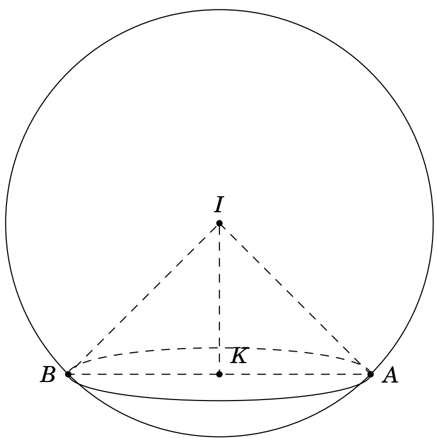
Gọi $A\in(S)\cap(P)$ suy ra $IA=5$, K là hình chiếu của I trên (P).

Khối nón có chiều cao

$IK=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot 1+2\cdot(-2)-3-4|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=3.$

Khối nón có bán kính $r=\sqrt{IA^2-IK^2}=4$.

Vậy $V_{\text{nón}}=\dfrac{1}{3}\pi\cdot KA^2\cdot IK=\dfrac{1}{3}\pi\cdot 4^2\cdot 3=16\pi$.



Chọn đáp án B □

Câu 225. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2+2t\\ y=1+t\\ z=4-t\end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $2x+y-z-2=0$. **B.** $x+3y-2z-3=0$. **C.** $x-3y-2z+3=0$. **D.** $x+3y-2z-5=0$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d.

Ta có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ = véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;1;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-2)+(y+1)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 226. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;4)$ và $B(2;-4;2)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $2x-3y-z=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-3}{-1}$. **C.** $2x-3y-z-6=0$. **D.** $2x-3y-z-14=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB.

- Khi đó, (α) đi qua trung điểm $I(0;-1;3)$ của đoạn thẳng AB và có vec-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(4;-6;-2)$.
- Ta có

$$\begin{aligned} &(\alpha)\colon 4(x-0)-6(y+1)-2(z-3)=0\\ \Rightarrow\ &(\alpha)\colon 2x-3y-z=0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 227. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt lại $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt trục Oz tại điểm $Q(0;0;10)$. Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. 16. **B.** 32. **C.** 8. **D.** 64.

Lời giải.

- Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua M,N,P nên $(ABCD)$ có phương trình là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1\Leftrightarrow 2x+2y-z-2=0$.
- Độ dài một cạnh của hình lập phương là

$$\mathrm{d}(Q,(ABCD))=\frac{|2\cdot 0+2\cdot 0-(10)-2|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=4.$$

- Thể tích V cần tìm là $V=4^3=64$.

Chọn đáp án D □

Câu 228. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và điểm $B(-5;4;1)$. Mặt phẳng (α) chứa AB và song song với trục Oz có phương trình là

A. $x-2y+3z+10=0$. **B.** $x-2y+3z+1=0$. **C.** $-5x+4y+z+6=0$. **D.** $x+y+1=0$.

Lời giải.

Trục Oz có véc-tơ đơn vị là $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;6;-2)$. Mặt phẳng (α) chứa AB và song song với trục Oz có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{k}\right]=(6;6;0)$ nên có phương trình

$$6(x-1)+6(y+2)=0\Leftrightarrow x+y+1=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 229. Cho $\overrightarrow{a}=(1;2;-1)$, $\overrightarrow{b}=(-2;-1;3)$. Tính $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}$.

A. $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}=(-5;1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}=(5;1;3)$.

C. $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}=(-5;-1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}=(5;-1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}=(5;-1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 230. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-1=0$ và $(Q)\colon x-z+2=0$.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải.

- Lấy $\overrightarrow{n}_1=(1;1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
  $\overrightarrow{n}_2=(1;0;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q).

$$\cos((P);(Q)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((P);(Q)) = 60^\circ.$$

Chọn đáp án D □

Câu 231. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $(P)\colon 6x+3y+2z+18=0$. **B.** $(P)\colon 6x+3y+2z+6=0$.
C. $(P)\colon 6x+3y+2z-18=0$. **D.** $(P)\colon 6x+3y+2z-6=0$.

Lời giải.

Gọi $\begin{cases} A(x;0;0) \in Ox \\ B(0;y;0) \in Oy \\ C(0;0;z) \in Oz \end{cases}$. Vì $M(1;2;3)$ là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=6 \\ z=9 \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3;6;0) \\ \overrightarrow{AC} = (-3;0;9) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (54;27;18) = 9(6;3;2)$.

Phương trình (P): $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (6;3;2) \\ \text{qua } M(1;2;3) \end{cases}$ có dạng $6x+3y+2z-18=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 232. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến ba mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Tính $P = a + b^2 + c^3$.

A. $P=32$. **B.** $P=18$. **C.** $P=30$. **D.** $P=12$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} a = \mathrm{d}(M;(Oxy)) = \dfrac{|2|}{1} = 2 \\ b = \mathrm{d}(M;(Oyz)) = \dfrac{|1|}{1} = 1 \\ c = \mathrm{d}(M;(Oxz)) = \dfrac{|3|}{1} = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 2 + 1^1 + 3^3 = 30.$

Chọn đáp án C □

Câu 233. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các điểm nào sau đây cùng thuộc một mặt phẳng?

A. $A(0;2;-1), B(1;0;0), C(1;1;-1), D(1;1;1)$. **B.** $I(0;0;1), K(1;1;5), L(1;0;2), M(5;3;4)$.
C. $N(-1;5;-8), P(1;1;0), Q(0;1;-2), R(5;3;6)$. **D.** $E(3;0;1), F(0;2;1), G(3;2;0), H(-1;-1;1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{NP} = (2;-4;8)$, $\overrightarrow{NQ} = (1;-4;6)$ và $\overrightarrow{NR} = (6;-2;14)$.
$\left[\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{NQ}\right] = (8;-4;-4)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{NQ}\right] \cdot \overrightarrow{NR} = 0$. Vậy N, P, Q, R thuộc cùng một mặt phẳng.

Chọn đáp án C □

Câu 234. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+(m+1)y-2z+m=0$ và $(Q)\colon 2x-y+3=0$ (với m là tham số thực). Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-5$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1;m+1;-2)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q = (2;-1;0)$. Để $(P) \perp (Q)$ thì

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 235. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}-1=0$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=0$. **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}-1=0$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}+1=0$.

Lời giải.

Các lựa chọn có dạng phương trình của mặt phẳng theo đoạn chắn.
Phương trình của mặt phẳng (MNP) theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}-1=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 236. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;5;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+3z+1=0$.

A. $(S)\colon (x-1)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=14$. **B.** $(S)\colon (x-1)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=10$.
C. $(S)\colon (x-1)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=16$. **D.** $(S)\colon (x-1)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=12$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot 1+5+3\cdot 2+1|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}}=\sqrt{14}$ là bán kính của (S).
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;5;2)$ bán kính $\sqrt{14}$
$\Rightarrow (S)\colon (x-1)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=14$.
Chọn đáp án A □

Câu 237. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-5)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -9. **D.** 12.

Lời giải.

(S) có tâm $I(5;2;2)$ bán kính $R=3$.
Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P)\Rightarrow d\colon \begin{cases} x=5+2t\\ y=2+2t\\ z=2-t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.
Tọa độ M là giao điểm của d và mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\begin{cases} M\in d\\ M\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=5+2t\\ b=2+2t\\ c=2-t\\ 2a+2b-c-3=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=5+2t\\ b=2+2t\\ c=2-t\\ 9t+9=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=3\\ b=0\\ c=3\\ t=-1.\end{cases}$$

Vậy $a+b+c=6$.
Chọn đáp án A □

Câu 238. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;-4;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+3y+z-6=0$. **B.** $x+3y+z-5=0$. **C.** $x-3y-2z-3=0$. **D.** $2x-6y-4z+7=0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, ta có $I(2;-1;1)$.
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(2;-1;1)$ và nhận $\overrightarrow{IA}=(-1;3;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$1(x-2)-3(y+1)-2(z-1)=0\Leftrightarrow x-3y-2z-3=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 239. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hình chiếu của A trên các trục tọa độ là

A. $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1$.

Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên các trục Ox, Oy, Oz, ta có $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$.
Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$ là

$$\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 240. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(0;-2;-1)$, $B(1;0;5)$, $C(1;-1;3)$, $D(5;0;4)$. Viết phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

A. $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=7$. **B.** $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=9$.
C. $(x+5)^2+y^2+(z+4)^2=9$. **D.** $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=3$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;6)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;4)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AB}\right]=(2;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$2\cdot(x-0)+2\cdot(y+2)-1\cdot(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z+3=0.$$

Bán kính cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

$$R=\mathrm{d}(D,(ABC))=\frac{|2\cdot5+2\cdot0-4+3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=3.$$

Phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

$$(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=9.$$

Chọn đáp án B □

Câu 241. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-6y+8z-50=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$.
C. $x-2y-2z+4=0$. **D.** $3x-6y+8z-54=0$.

✍**Lời giải.**

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tọa độ tâm $I(1;-2;5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-4;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IA}=(1;-2;-2)$ là

$$1(x-2)-2(y+4)-2(z-3)=0 \text{ hay } x-2y-2z-4=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 242. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-3)$. Gọi B,C,D lần lượt là hình chiếu của A trên các trục Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=0$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.

✍**Lời giải.**

Ta có $B(-1;0;0),C(0;2;0),D(0;0;-3)$.

Phương trình mặt phẳng (BCD): $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 243. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(0;0;2),B(1;0;0),C(0;3;0)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=-1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Theo giả thiết, (P) lần lượt cắt các trục Ox,Oy,Oz tại các điểm B,C,A nên theo công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, (P) có phương trình

$$(P)\colon \frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 244. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G, cắt Ox, Oy, Oz tại A,B,C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x+3y+2z-18=0$. **B.** $2x+3y+6z-18=0$.
C. $6x+3y+3z-18=0$. **D.** $3x+2y+6z-18=0$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có $\begin{cases} \dfrac{a}{3}=1 \\ \dfrac{b}{3}=2 \\ \dfrac{c}{3}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9. \end{cases}$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 245. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-1}$ có phương trình là

A. $6x-5y-z+3=0$. **B.** $2x-3y+z-7=0$.
C. $6x-5y-2z+11=0$. **D.** $6x+5y-z+3=0$.

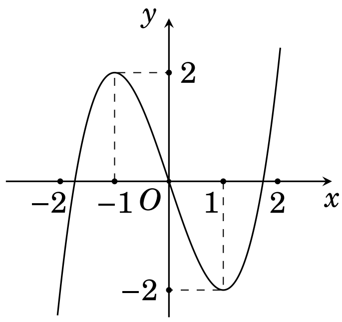
Lời giải.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-1}$ nên (α) nhận $\vec{u}=(2;-3;1)$ là véc-tơ pháp tuyến. Phương trình (α) là: $2x-3y+z-7=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 246.
Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.



Lời giải.
Phương trình đã cho tương đương

$$x^3-3x=m-1 \qquad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x$ và đường thẳng $\Delta\colon y=m-1$.
Dựa vào đồ thị (C), phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$-2<m-1<2 \Leftrightarrow -1<m<3.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m là $0,1,2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Chọn đáp án B □

Câu 247. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}\mathrm{e}^x$, trục hoành và đường thẳng $x=1$ là

A. $\dfrac{\pi \mathrm{e}^2}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4}\left(\mathrm{e}^4-1\right)$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}\left(\mathrm{e}^2+1\right)$. **D.** $\dfrac{1}{4}\left(\mathrm{e}^2+1\right)$.

Lời giải.
Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}\mathrm{e}^x$ và trục hoành $y=0$ là

$$\sqrt{x}\mathrm{e}^x=0 \Leftrightarrow x=0.$$

Khi đó, thể tích khối tròn xoay

$$V=\pi\int_0^1 \left(\sqrt{x}\mathrm{e}^x\right)^2 \mathrm{d}x=\pi\int_0^1 x\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int_0^1 x\,\mathrm{d}(\mathrm{e}^{2x})$$

$$=\frac{\pi}{2}\left(x\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^1-\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x\right)=\frac{\pi}{2}\left(x\mathrm{e}^{2x}-\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\right)\Big|_0^1=\frac{\pi}{4}\left(\mathrm{e}^2+1\right).$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 248. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và điểm $B(3;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $2x+y-z-6=0$. **B.** $x-y+2z+1=0$. **C.** $x-y+2z-5=0$. **D.** $2x+y-z+1=0$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB. Khi đó, (P) đi qua trung điểm $I(2;1;-1)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra, $(P)\colon x-y+2z+1=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các mặt phẳng (Oyz), (Ozx), (Oxy). Phương trình của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1$.

✍Lời giải.

Ta có $A_1(0;2;3)$, $A_2(1;0;3)$, $A_3(1;2;0)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{A_1A_2},\overrightarrow{A_1A_3}\right]=(6;3;2)$.

Phương trình mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là $6x+3y+2z-12=0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1), B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình

A. $3x-y-z+1=0$. **B.** $x+3y+z-6=0$. **C.** $6x-2y-2z+1=0$. **D.** $x+3y+z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$. Trung điểm của AB là $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua điểm I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình

$$3\left(x-\frac{1}{2}\right)-\left(y-\frac{3}{2}\right)-\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$$

hay $6x-2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 251. Điểm M nào sau đây có khoảng cách đến mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z-9=0$ bằng 2.

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $M(1;-1;1)$. **C.** $M(-1;1;1)$. **D.** $M(1;1;1)$.

✍Lời giải.

Với $M(1;-1;1)$ ta có $\mathrm{d}(M,P)=\dfrac{|2\cdot 1-2\cdot(-1)-1-9|}{\sqrt{4+4+1}}=\dfrac{6}{3}=2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $3x+y+z-6=0$. **D.** $6x-2y-2z-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ và $I(1;1;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 253. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;-1)$ và $N(0;-2;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) là mặt trung trực của đoạn thẳng MN.

A. $(\alpha)\colon x+2y-3z+10=0$. **B.** $(\alpha)\colon x+2y-3z+5=0$.

C. $(\alpha)\colon 2x+2y-z+9=0$. **D.** $(\alpha)\colon -2y+5z+9=0$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của MN. Khi đó, $I(1;0;2)$.
Mặt phẳng (α) đi qua I và nhận $\overrightarrow{MN}=(-2;-4;6)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$-2(x-1)-4(y-0)+6(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z+5=0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $x+2y-3z+5=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 254. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm bán kính mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α): $12x-5z-19=0$.

A. 3. **B.** 13. **C.** 39. **D.** $\dfrac{39}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.
$R=\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|12\cdot 4-5\cdot(-2)-19|}{\sqrt{12^2+(-5)^2}}=3.$
Chọn đáp án A □

Câu 255. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1)$ và $B(2;0;-3)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để 2 điểm A và B nằm về cùng một phía so với mặt phẳng $x+y-3mz+5=0$.

A. $m\in\left(-\dfrac{7}{9};\dfrac{5}{3}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{7}{9}\right]\cup\left[\dfrac{5}{3};+\infty\right)$.

C. $m\in\left[-\dfrac{7}{9};\dfrac{5}{3}\right]$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{7}{9}\right)\cup\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$.

Lời giải.
A,B nằm cùng một phía so với mặt phẳng $x+y-3mz+5=0$ khi và chỉ khi

$$(1-1-3m+5)(2+0+9m+5)>0 \Leftrightarrow (5-3m)(7+9m)>0 \Leftrightarrow -\frac{7}{9}<m<\frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 256. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(1;0;2)$ có phương trình là

A. $x-y+2z-5=0$. **B.** $x+2y-3z+4=0$. **C.** $3x-3y+z=0$. **D.** $x+y-2z+3=0$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;3;3)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-2;-1)$.
Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;-6)$.
Phương trình mặt phẳng (ABC) là $3(x-1)+3(y-2)-6(z-3)=0 \Leftrightarrow x+y-2z+3=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 257. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;2)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $4x-2y+2z-6=0$. **B.** $2x+y+z-3=0$. **C.** $2x-y-z+3=0$. **D.** $4x-2y-2z+3=0$.

Lời giải.
Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;2;1)$.
Gọi (P) là mặt phẳng trung trực $AB \Rightarrow (P)$ đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AI}=(2;-1;-1)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $2x-y-z+3=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 258. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z=0$. Gọi d là giao tuyến của (P) với mặt phẳng (Oxy). Viết phương trình đường thẳng d.

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải.
Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$. Xét hệ phương trình $\begin{cases}x+y+z=0\\z=0\end{cases}$.
Dễ dàng thấy rằng $(0;0;0)$ và $(1;-1;0)$ là các nghiệm của hệ. Từ đó suy ra hai mặt phẳng (P) và (Oxy) có hai điểm chung là $O(0;0;0)$ và $A(1;-1;0)$. Vậy đường thẳng đi qua hai điểm O và A là giao tuyến của hai mặt phẳng cần tìm, có phương trình là

$$\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 259. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $x-y-2z+1=0$. **B.** $x+y-z+1=0$. **C.** $x+y-2z+7=0$. **D.** $x+y-2z+1=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;-4)$ và tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(2;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2;-1;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{a}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)$. Do đó mặt phẳng (P) có phương trình là $1(x-2)+1(y+1)-2(z-1)=0$ hay $x+y-2z+1=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 260. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z-1=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $B(2;-1;5)$ song song với (P) và vuông góc với Δ là

A. $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{-4}$. **B.** $\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+5}{-4}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;1;2)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(2;-1;3)$.

Do $\begin{cases} d \parallel (P) \\ d \perp \Delta \end{cases}$ nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=\left[\vec{n},\vec{u}_\Delta\right]=(5;-2;-4)$.

Mà d đi qua điểm $B(2;-1;5)$ nên phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{-4}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x+y+z+7=0$. **B.** $2x+y+z-7=0$. **C.** $2x+y+z=0$. **D.** $x+2y+3z-14=0$.

Lời giải.

Vì $(Q)\parallel(P)$ nên $(Q)\colon 2x+y+z+c=0$.

Vì (Q) đi qua $A(1;2;3)$ nên ta có $2\cdot1+2+3+c=0 \Leftrightarrow c=-7$.

Vậy phương trình $(Q)\colon 2x+y+z-7=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 262. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S)\colon\ x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$ với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $\sqrt{5}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 2.

Lời giải.

Mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$ và tâm $I(1;2;3)$.

Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (Oxy) là $d=3$. Do đó, bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;4;-2)$, $C(0;1;-1)$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}(-1;-1;1)$. **B.** $\vec{n}(1;2;-1)$. **C.** $\vec{n}(-1;1;0)$. **D.** $\vec{n}(-1;1;-1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;-1;0)$. Suy ra $\vec{n}_{(ABC)}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-1;1;0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 264. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. $(abc\neq0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. **B.** $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}+\frac{z}{c}=1$. **C.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{c}+\frac{z}{b}=1$. **D.** $\frac{x}{c}+\frac{y}{b}+\frac{z}{a}=1$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

Chọn đáp án (A) □

Câu 265. Tìm m, n để mặt phẳng $(P)\colon x+my+3z+2=0$ song song mặt phẳng $(Q)\colon nx+y+z+7=0$.

A. $m=3, n=\frac{1}{2}$. **B.** $m=2, n=\frac{1}{3}$. **C.** $m=n=1$. **D.** $m=3, n=\frac{1}{3}$.

✍**Lời giải.**

Vì $2\neq 7$ nên $(P)\parallel(Q)$ khi $\frac{1}{n}=\frac{m}{1}=\frac{3}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3\\ n=\frac{1}{3}.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 266. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là phương trình nào dưới đây?

A. $x+y+2z-9=0$. **B.** $x+y+2z+9=0$. **C.** $x+y+2z=0$. **D.** $x+y+2z-15=0$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $(2;3;5)$. Mặt phẳng trung trực của AB đi qua M, nhận $\overrightarrow{AB}(2;2;4)$ là véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x-2)+2(y-3)+4(z-5)=0\Leftrightarrow x+y+2z-15=0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 267. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-2)$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. 4. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x+y+z-1=0$. Để ý rằng, tam giác ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$ nên thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

$$\frac{1}{3}\cdot d(D,(ABC))\cdot S_{ABC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 268. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại gốc tọa độ O. Biết $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $S\left(0;0;2\sqrt{2}\right)$. Gọi M là trung điểm của SC. Góc giữa đường thẳng SA và BM bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 150°. **D.** 120°.

✍**Lời giải.**

Do O là trung điểm của AC nên $C(-2;0;0)$, mà M là trung điểm của SC nên $M\left(-1;0;\sqrt{2}\right)$. Suy ra $\overrightarrow{MB}=\left(1;1;-\sqrt{2}\right)$ và $\overrightarrow{SA}=\left(2;0;-2\sqrt{2}\right)$. Do đó

$$\cos(SA,BM)=\frac{\left|\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{MB}\right|}{SA\cdot BM}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $(SA,BM)=30^\circ$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 269. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1;-2;3)$.

A. $(P)\colon 3x+z-6=0$. **B.** $(P)\colon 3x-z=0$. **C.** $(P)\colon 3x-z-1=0$. **D.** $(P)\colon x+3z-10=0$.

✍**Lời giải.**

(P) chứa véc-tơ $\vec{j}=(0;1;0)$ và $\overrightarrow{OM}=(1;-2;3)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

$$\vec{n}=\left[\vec{j};\overrightarrow{OM}\right]=(3;0;-1).$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-0)+0(y-0)-1(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x-z=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 270. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+3y+4z=0$, biết $\vec{n}=(1;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Tính $2b+c$.

A. 5. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải.

Vì $\vec{n}=(1;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) nên $2\vec{n}=(2;2b;2c)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Suy ra $\begin{cases}2b=3\\2c=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2b=3\\c=2.\end{cases}$

Vậy $2b+c=3+2=5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 271. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song (P): $2x-2y+z-1=0$ và (Q): $2x-2y+z-7=0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Chọn $A(0;0;1)\in(P)$. Vì (P) và (Q) song song nhau nên

$$\mathrm{d}((P);(Q))=\mathrm{d}(A;(Q))=\frac{|2\cdot0-2\cdot0+1-7|}{3}=2.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 272. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cặp giá trị $(a;b)$ để hai mặt phẳng (P): $2x+ay+3z-5=0$, (Q): $bx-6y-6z-2=0$ song song với nhau là:

A. $(a;b)=(-4;3)$. **B.** $(a;b)=(3;-4)$. **C.** $(a;b)=(2;-6)$. **D.** $(a;b)=(4;-3)$.

Lời giải.

Ta có $(P)\parallel(Q)\Leftrightarrow \dfrac{2}{b}=\dfrac{a}{-6}=\dfrac{3}{-6}\neq\dfrac{-5}{-2}$ với $b\neq0$. Suy ra $\begin{cases}a=3\\b=-4\end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 273. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+y-z-2=0$ và đường thẳng d: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng với mặt phẳng (α)?

A. $x+y-z+2=0$. **B.** $x+y+2z-4=0$. **C.** $2x-3y-z+7=0$. **D.** $2x-3y-z-7=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (α) đi qua $M(-1;1;2)$ và nhận hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;1)$ và $\vec{n}_\alpha=(1;1;-1)$. Khi đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng β là $\vec{n}_\beta=[\vec{u}_d;\vec{n}_\alpha]=(2;-3;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (β): $-2(x+1)+3(y-1)-1(z-2)=0\Leftrightarrow 2x-3y-z-7=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau khi và chỉ khi

$$\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-m}{-1}\neq\frac{-2}{-1},$$

vô lí. Vậy không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 275. Trong không gian $0xyz$, véc-tơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véc-tơ $\vec{u}(-1;0;2)$, $\vec{v}(4;0;-1)$?

A. $\vec{w}(0;7;1)$. **B.** $\vec{w}(1;7;1)$. **C.** $\vec{w}(0;-1;0)$. **D.** $\vec{(}-1;7;-1)$.

Lời giải.

Ta có: $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(0;7;0)$.

Véc-tơ $\vec{w}$ vuông góc với cả hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v} \Rightarrow \vec{w}=k\cdot\left[\vec{u},\vec{v}\right](k\neq 0)$.

Chọn $k=-\dfrac{1}{7} \Rightarrow \vec{w}=(0;-1;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+ay+3z-5=0$ và $(Q)\colon 4x-y-3z+1=0$. Tìm a để (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $a=0$. **B.** $a=1$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;a;3)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(4;-1;-3)$.

Ta có $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P\perp\vec{n}_Q \Leftrightarrow \vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0 \Leftrightarrow 2\cdot4+a\cdot(-1)+3\cdot(-3)=0 \Leftrightarrow a=-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 277. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(3;4;0)$ thuộc (S). Phương trình tiếp diện với (S) tại A là

A. $2x-2y-z+2=0$. **B.** $2x-2y+z+2=0$. **C.** $x+y+z-7=0$. **D.** $2x+2y+z-14=0$.

Lời giải.

Ta có toạ độ tâm I của mặt cầu (S) là $(1;2;-1)$.

Phương trình tiếp diện (α) với (S) tại $A(3;4;0)$ nhận $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $(\alpha)\colon 2(x-3)+2(y-4)+z=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-14=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 278. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-5=0$ nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $\vec{n}=(1;2;5)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-5)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=(1;2;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án D □

Câu 279. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;-2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $x+y-2z-1=0$. **C.** $x+y-2z=0$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

A, B, C lần lượt là hình chiếu của $N(1;1;-2)$ trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua A, B, C là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 280. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+1=0$.

A. $x+2y+z-2=0$. **B.** $-x+2y+z+1=0$. **C.** $2x+y-z-1=0$. **D.** $-x+2y+z-1=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua A và song song với (P) nên (α) có cùng vec-tơ pháp tuyến với (P). Do đó, phương trình (α) là

$$(x-1)-2(y+1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow x-2y-z-1=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 281. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4)$, $B5;-1;3)$, $C(2;2;m)$, $D(3;1;5)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

A. $m>6$. **B.** $m<6$. **C.** $m\neq 6$. **D.** $m=6$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-1)$, $\overrightarrow{AD}=(2;0;1)$ nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-2;-6;4)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABD).
Từ đó suy ra $(ABD)\colon -x-3y+2z-4=0$.
Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện khi và chỉ khi

$$C\notin(ABD)\Leftrightarrow -2-6+2m-4\neq 0\Leftrightarrow m\neq 6.$$

Chọn đáp án C □

Câu 282. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;2)$. Tìm phương trình của mặt phẳng (MNP).

A. $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **C.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=0$. **D.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$.

✍Lời giải.
Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có $(MNP)\colon \dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 283. Trong không gian cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z-m=0$ và $A(1;2;1)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=5\\m=-5\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=5\\m=-7\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=1-\sqrt{6}\\m=1+\sqrt{6}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-5\\m=7\end{array}\right.$.

✍Lời giải.
Ta có: $\mathrm{d}(A,(P))=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left|\dfrac{1+2-2-m}{\sqrt{1+4+1}}\right|=\sqrt{6}\Leftrightarrow|1-m|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-5\\m=7.\end{array}\right.$

Chọn đáp án D □

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục $x'Ox$; $y'Oy$; $z'Oz$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$. **B.** $x+2y+3z-6=0$. **C.** $6x+3y+2z+6=0$. **D.** $6x+3y+2z-6=0$.

✍Lời giải.
Vì A,B,C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục $x'Ox$; $y'Oy$; $z'Oz$ nên tọa độ của chúng là $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) theo mặt chắn là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ hay $6x+3y+2z-6=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 285. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$, $B(5;7;-4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$. **B.** $2x+2y-3z+19=0$.
C. $2x+2y-3z-38=0$. **D.** $2x+2y-3z-19=0$.

✍Lời giải.
Đoạn thẳng AB có trung điểm $I(3;5;-1)$; $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)$.
Vậy mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I(3;5;-1)$ và nhận $\vec{n}(2;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-3)+2(y-5)-3(z+1)=0$ hay $2x+2y-3z-19=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x-2y-4z+6=0$. **B.** $x+2y-4z+1=0$. **C.** $x+y+2z-5=0$. **D.** $x+2y-4z+6=0$.

✍Lời giải.
Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(2;4;-8)$.
Véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) cùng vuông góc với $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$.
Chọn $\vec{n}=(1;2;-4)$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x-2)+2(y+2)-4(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y-4z+6=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 287. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-1;0;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(-3;1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AB là

A. (P): $2x+2y-3z+1=0$. **B.** (P): $2x+2y+3z-3=0$.
C. (P): $2x+2y-3z+3=0$. **D.** (P): $x+y-z-3=0$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, suy ra $G(-1;1;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua G và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(2;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $2(x+1)+2(y-1)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-3z+3=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.
C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_1=(1;1;3), \vec{n}_2=(2;-1;1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(Q),(R)$.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q),(R)$ nên $[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=(4;5;-3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Từ đó suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $4x+5y-3z-22=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 289. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $2y+3z-11=0$. **B.** $2y+3z-1=0$. **C.** $2y+3z-12=0$. **D.** $2x+3z-11=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ và VTPT của (P) là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Suy ra VTPT của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P]=(0;8;12)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) là $8(y-4)+12(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 290. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A(0; 1; 2) và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=2+t \end{cases}$, $d_2: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và song song với hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $(\alpha): x+3y-5z-13=0$. **B.** $(\alpha): 3x+y+z+13=0$.
C. $(\alpha): x+2y+z-13=0$. **D.** $(\alpha): x+3y+5z-13=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng d_1, d_2
suy ra $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{n}_{d_1},\vec{n}_{d_2}\right]=(1;3;5)$.
Vậy $(\alpha): 1(x-0)+3(y-1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow x+3y+5z-13=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 291. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi N, P, Q là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ. Mặt phẳng (NPQ) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=0$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$. **D.** $6x+2y+2z+6=0$.

Lời giải.

Không mát tổng quát ta giả sử N, P, Q là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Khi đó $N(1;0;0)$, $P(0;1;0)$, $Q(0;0;3)$. Phương trình (NPQ) là phương trình mặt chắn có dạng $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 292. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-y-z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải.

Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ $M=(-1;0;1)$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-4;-4)$, nên suy ra mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.
Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$$1\cdot(x+1)+1\cdot(y-0)+1\cdot(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+z=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 293. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-3;-1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC?
A. $x-y+2z-9=0$. **B.** $2x+3y-6z-19=0$.
C. $2x+3y+6z-19=0$. **D.** $x-y+2z+9=0$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(2;-1;3)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;-3;-6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-2(x-2)-3(y+1)-6(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+6z-19=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 294. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-2;-1;3)$. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua các điểm lần lượt là hình chiếu của M lên các trục tọa độ.
A. $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=0$. **B.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=0$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=1$.

✍Lời giải.
Hình chiếu của M lên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt là $(-2;0;0)$, $(0;-1;0)$, $(0;0;3)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 295. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;1;0)$ và $N(3;3;6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là
A. $2x+y+3z-13=0$. **B.** $2x+y+3z+13=0$. **C.** $2x+y+3z-30=0$. **D.** $x+2y+3z-1=0$.

✍Lời giải.
Trung điểm của MN là $I(1;2;3)$.
Mặt phẳng trung trực của MN đi qua I và nhận $\overrightarrow{MN}=(4;2;6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$4(x-1)+2(y-2)+6(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z-13=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 296. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là
A. $y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+2=0$. **D.** $x+z-1=0$.

✍Lời giải.
Mặt cầu có tâm $I(1;-2;0)$.
Mặt phẳng song song mặt phẳng (Oxz) nên có dạng $y+D=0$, qua $I(1;-2;0)$ nên $D=2$.
Vậy mặt phẳng cần tìm là $y+2=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 297. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
A. $x+y-z-1=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $x-y-1=0$.

✍Lời giải.
Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn AB qua trung điểm $I(2;1;2)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có dạng $2x-2y-2=0$ hay $x-y-1=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 298. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $x-2y+3z-1=0$ có phương trình là
A. $x-2y+3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z-6=0$. **C.** $x+2y-3z-6=0$. **D.** $x+2y-3z+6=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm có dạng $x-2y+3z+C=0$, $C\neq -1$.
Vì mặt phẳng cần tìm đi qua $M(1;2;3)$ nên $1-4+9+C=0\Leftrightarrow C=-6\neq -1$
Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình $x-2y+3z-6=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 299. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$,$B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(1;2;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;8;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;0)$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;1;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-12;6;0)$. $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;24;24)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=(1;2;2)$.
Chọn đáp án A □

Câu 300. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** -21. **D.** -5.

Lời giải.

Do M thuộc d nên M có tọa độ dạng $M(t;-1+2t;-2+3t)$.
Theo giả thiết, ta có $d(M,P)=2\Leftrightarrow \dfrac{|t-2+4t+4-6t+3|}{3}=2\Leftrightarrow |5-t|=6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\t=11\end{array}\right.$. M có hoành độ âm nên $t=-1\Rightarrow$ tung độ của M là -3.
Chọn đáp án B □

Câu 301. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng (xOy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=16$. **B.** $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=16\\z=0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x^2+y^2-2x-4y=11\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x^2+y^2-2x-4y=16\\z=0\end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (xOy) là mặt phẳng $z=0$ cho nên phương trình của đường tròn là

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=16\\z=0\end{cases}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 302. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $M(1;2;3)$, $N(-1;2;0)$, $P(-1;4;3)$, $Q(0;0;6)$, $R(0;2;4)$. Hỏi điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng của tứ giác tạo bởi bốn điểm còn lại?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** R.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MP}=(-2;2;0)$, $\overrightarrow{MQ}=(-1;-2;3)$, $\overrightarrow{MR}=(-1;0;1)$, $\left(\overrightarrow{MP}\wedge\overrightarrow{MQ}\right)\cdot\overrightarrow{MR}=0$, suy ra bốn điểm M,P,Q,R đồng phẳng. Phương trình mặt phẳng chứa bốn điểm M,P,Q,R là (α): $x+y+z-6=0$, dễ thấy N không thuộc (α).
Chọn đáp án B □

Câu 303. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;-1;2)$, $B(-2;0;3)$ và $C(1;2;0)$ là

A. $7x-5y-3z+1=0$. **B.** $7x-5y-3z+11=0$.
C. $5x+3y+7z-17=0$. **D.** $5x+3y+7z-11=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;3;-2)$.
Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(0;-1;2)$ và nhận véc-tơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-5;-3;-7)$ làm véc-tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$-5(x-0)-3(y+1)-7(z-2)=0\Leftrightarrow 5x+3y+7z-11=0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 304. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;-5)$. Viết phương tình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $y-2z+2=0$. **B.** $y-3z+4=0$. **C.** $y-3z-8=0$. **D.** $y-2z-6=0$.

✍Lời giải.

• Xét điểm $M(x;y;z)$ cách đều A,B. Ta có

$$MA=MB \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=(x-1)^2+(y-3)^2+(z+5)^2 \Leftrightarrow y-3z-8=0.$$

• Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là $(P)\colon y-3z-8=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 305. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M(3;0;-1)$ và vuông góc với 2 mặt phẳng $x+2y-z+1=0$ và $2x-y+z-2=0$ là

A. $x-3y+5z+2=0$. **B.** $x-3y-5z-8=0$. **C.** $x+3y-5z-8=0$. **D.** $x+3y+5z+2=0$.

✍Lời giải.

• Hai mặt phẳng đã cho có các véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(1;2;-1)$ và $\vec{n_2}=(2;-1;1)$.

• Mặt phẳng (P) cần tìm có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{n}_1\wedge\vec{n}_2=(1;-3;-5)$.

• Ta có $(P)\colon (x-3)-3y-5(z+1)=0$. Suy ra $(P)\colon x-3y-5z-8=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 306. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm B và vuông góc với đường thẳng AB. Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $(P)\colon 4x-2y-3z-9=0$. **B.** $(P)\colon 4x-2y-3z-15=0$.

C. $(P)\colon 4x+2y-3z-15=0$. **D.** $(P)\colon 4x-2y+3z-9=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(4;-2;-3)$.

Mặt phẳng (P) qua điểm $B(3;0;-1)$ có phương trình

$$\begin{aligned}&(P)\colon 4(x-3)-2(y-0)-3(z+1)=0\\ \Leftrightarrow\ &4x-2y-3z-15=0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 307. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-20=0$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-m=0$. Tìm m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m=0$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=7$. **D.** $m=4$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$. Mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất khi và chỉ khi mp(P) đi qua I. Khi đó $1+1-(-2)-m=0 \Leftrightarrow m=4$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 308. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-4=0$, $(Q)\colon x+y+z-9=0$. Mặt phẳng (R) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có phương trình là

A. $4x+y-3z-7=0$. **B.** $4x-y-3z-5=0$. **C.** $4x+y-3z-5=0$. **D.** $4x-y-3z+1=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-1;3)$ và mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;1;1)$ nên mặt phẳng (R) vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{n}_Q;\vec{n}_P\right]=(4;-1;-3)$.

Khi đó, mặt phẳng (R) đi qua $A(1;2;-1)$ có phương trình là $4(x-1)-(y-2)-3(z+1)=0$ hay $4x-y-3z-5=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 309. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox,Oy,Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{3}=1$.

✍Lời giải.

Ta có $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$.
Suy ra, phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 310. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$ và mặt phẳng (Q): $x-2y+z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $x-z+2=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x-y+1=0$. **D.** $-2x+y+z-3=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;1;1)$.
Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;-2;1)$.
Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên nhận $\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(3;0;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (\alpha)\colon x-z+2=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 311. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;4;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $M_1;M_2;M_3$ lần lượt là hình chiếu của M trên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz.

A. $(P)\colon \dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $(P)\colon \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-4}+\dfrac{z}{-2}=1$.

C. $(P)\colon \dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $(P)\colon \dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

Ta có $M_1(-2;0;0)$, $M_2(0;4;0)$, $M_3(0;0;2) \Rightarrow (P)\colon \dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 312. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (Q): $x-2y+z-5=0$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=10$. Mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 4π đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-2;2;-1)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(2;-2;1)$. **D.** $(0;-1;-5)$.

Lời giải.

$(P)\colon x-2y+z+m=0, m\neq -5$. Đường tròn giao tuyến có bán kính $r=3$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=\sqrt{15}$.

$\mathrm{d}(I;(P))=\sqrt{15-9}=\sqrt{6}\Leftrightarrow \dfrac{|1-2+m|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow \begin{cases} m=-5 \text{ (loại)} \\ m=7 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 313. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$ và mặt phẳng (P): $2x-3y+z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P).

A. $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-3;1)$ nên có phương trình $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 314. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(-2;1;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $-x+y+2=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $x-y-2=0$. **D.** $x-y+2=0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB. Ta có mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};1\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$ nên có phương trình $x-y+2=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 315. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(3;3;2)$, $C(-1;2;2)$, $D(3;3;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{9}{7}$. **C.** $\dfrac{9}{\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{9}{14}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;5;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;4;2)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm A có véc-tơ pháp tuyến là $\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-4;9)$ nên có phương trình $x-4y+9z-9=0$.
Do đó

$$\mathrm{d}(D,(ABC))=\frac{|3-4\cdot3+9\cdot1-9|}{\sqrt{1^2+4^2+9^2}}=\frac{9}{7\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 316. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $M(1;1;6)$. **B.** $N(-5;0;0)$. **C.** $P(0;0;-5)$. **D.** $Q(2;-1;5)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $1-2(1)+6-5=0 \Rightarrow M\in(P)$.
Chọn đáp án A □

Câu 317. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;1)$ và song song với trục Oz có phương trình là

A. $x-y+1=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x+z-3=0$. **D.** $x-y-3=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.
Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A,B và song song với trục Oz nên mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{k}\right]=(1;-1;0)$.
Mặt phẳng (P) qua A nên phương trình là

$$1(x-1)-(y-2)=0 \Leftrightarrow x-y+1=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 318. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z-4=0$ và $(Q)\colon 3x+2y-5z-4=0$. Khi đó hai mặt phẳng (P) và (Q)

A. vuông góc. **B.** cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. song song. **D.** trùng nhau.

✍**Lời giải.**

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;-2;3)$ và (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(3;2;-5)$. Ta có $\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]=(4;14;8)\neq\vec{0}$ và $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\neq0$ nên hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau nhưng không vuông góc.
Chọn đáp án B □

Câu 319. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-4y+5z-6=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Tìm khẳng định đúng.

A. $\sin\varphi=\dfrac{1}{5\sqrt{28}}$. **B.** $\cos\varphi=-\dfrac{1}{5\sqrt{28}}$. **C.** $\cos\varphi=\dfrac{1}{5\sqrt{28}}$. **D.** $\sin\varphi=-\dfrac{1}{5\sqrt{28}}$.

✍**Lời giải.**

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-4;5)$ và d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;1)$. Khi đó ta có

$$\sin\varphi=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{u}\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\vec{u}\right|}=\frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 320. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z+3=0$. **B.** $z-3=0$. **C.** $x+y-3=0$. **D.** $x+y+z=0$.

✍**Lời giải.**

Do mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oz nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (0;0;1)$.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ nên có phương trình $z+3=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 321. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ là

A. $-x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z-1=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $x-y+z+1=0$.

Lời giải.
Ta có phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ là

$$\frac{x}{-1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow x-y-z+1=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 322. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải.
Bán kính mặt cầu $R=\mathrm{d}(I,(Oyz))=|x_I|=2$.
Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.
Chọn đáp án C □

Câu 323. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$, $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $3x-3y+z-14=0$. **B.** $3x+3y+z-8=0$. **C.** $3x-2y+z-8=0$. **D.** $2x+3y-z+8=0$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;1;0)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$.
Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là $3x+3y+z-8=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 324. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2z-5=0$. Tìm tọa độ điểm A nằm trên tia Oz sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{2}$.

A. $A\left(0;0;\frac{13}{2}\right)$. **B.** $A\left(0;0;\frac{3}{2}\right)$.
C. $A\left(0;0;\frac{3}{2}\right)$ hoặc $A\left(0;0;\frac{-13}{2}\right)$. **D.** $A\left(0;0;\frac{-13}{2}\right)$.

Lời giải.
Giả sử $A(0;0;a)\in Oz$, ta có

$$\begin{aligned}
& \mathrm{d}(A;(P))=2\sqrt{2}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{|-2a-5|}{\sqrt{8}}=2\sqrt{2}\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l}-2a-5=8\\-2a-5=-8\end{array}\right.\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l}a=\dfrac{-13}{2}\\a=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\\
\Rightarrow\ & \left[\begin{array}{l}A\left(0;0;\dfrac{-13}{2}\right)\\A\left(0;0;\dfrac{3}{2}\right).\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 325. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P), biết (P) tiếp xúc mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-2x-22=0$ tại điểm $M(4;-3;1)$.

A. $3x-4y-7=0$. **B.** $4x-3y+z-26=0$. **C.** $4x-3y+z-8=0$. **D.** $3x-4y-24=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $r=5$.

Vì (P) tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm $M(4;-3;1)$ nên $(P)\perp IM \Rightarrow (P)$ nhận $\overrightarrow{IM}=(3;-4;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình của (P) là $3x-4y-24=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 326. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;2;1)$ và $B(-1;4;2)$ cắt mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2-2x+8y+6z-3=0$ theo một đường tròn (C) có bán kính lớn nhất.

A. $(P)\colon 2x+3y+4z-10=0$. **B.** $(P)\colon 2x+5y-4z-6=0$.

C. $(P)\colon 2x+3y-4z-2=0$. **D.** $(P)\colon 2x-3y-4z+10=0$.

✍Lời giải.

(P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính lớn nhất nên (P) đi qua tâm $I(1;-4;-3)$ của (S).

$\Rightarrow (P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;1)$, $\overrightarrow{AI}=(1;-6;-4)\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(-2;-3;4)$.

$\Rightarrow (P)\colon -2(x-0)-3(y-2)+4(z-1)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 2x+3y-4z-2=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 327. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(2;3;6)$. **B.** $\vec{n}=(6;3;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};1\right)$.

✍Lời giải.

(P) nhận $\vec{n}=\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{6}\cdot(6;3;2)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến. Do đó nhận $(6;3;2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án B □

Câu 328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{u}=(x;y;z)$, $\vec{v}=(x';y';z')$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $\vec{u}-\vec{v}=(x'-x;y'-y;z'-z)$. **B.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$.

C. $\vec{u}+\vec{v}=(x'-x;y'-y;z'-z)$. **D.** $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(xx';yy';zz')$.

✍Lời giải.

Theo công thức tích vô hướng của hai véc-tơ.

Chọn đáp án B □

Câu 329. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;-1)$ trên mặt phẳng $(\alpha)\colon 16x+12y-15z+7=0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH.

A. $\dfrac{12}{25}$. **B.** $\dfrac{12}{625}$. **C.** $\dfrac{19}{625}$. **D.** $\dfrac{19}{25}$.

✍Lời giải.

Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\mathrm{d}(A;(\alpha))=\dfrac{|16\cdot2+12\cdot(-3)-15\cdot1+7|}{\sqrt{16^2+12^2+(-15)^2}}=\dfrac{12}{25}$.

Chọn đáp án A □

Câu 330. Viết phương trình mặt phẳng song song với trục Ox và chứa hai điểm $C(2;0;3)$, $D(-1;4;6)$.

A. $4y+3z-9=0$. **B.** $3y-4z-12=0$. **C.** $4y-3z+9=0$. **D.** $3y-4z+12=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CD}=(-3;4;3)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) cần tìm.

Ta có $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{CD}\\ \vec{n}\perp\vec{i}\end{cases}\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{CD},\vec{i}\right]=(0;3;-4)$.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-4y+12=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 331. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x+y-z-6=0$ cắt các trục tọa độ lần lượt tại A,B,C. Tính thể tích tứ diện $OABC$.

A. 18. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 12.

Lời giải.

Ta có $A(3;0;0), B(0;6;0), C(0;0;-6)$. Thể tích $V_{OABC}=\dfrac{OA\cdot OB\cdot OC}{6}=18$.

Chọn đáp án A □

Câu 332. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0)$;$B(0;3;0)$;$C(0;0;1)$ và $M(2;1;2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

A. 2. **B.** $\dfrac{15}{7}$. **C.** $\dfrac{13}{7}$. **D.** 3.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 3x+2y+6z-6=0$. Vậy

$$\mathrm{d}(M;(ABC))=\frac{|3\cdot 2+2\cdot 1+6\cdot 2-6|}{\sqrt{3^2+2^2+6^2}}=2.$$

Chọn đáp án A □

Câu 333. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;2)$. Gọi M, N và P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

- Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;2)$ lên trục Ox,Oy,Oz có tọa độ lần lượt là $M(2;0;0)$,$N(0;-1;0)$,$P(0;0;2)$.
- Phương trình mặt phẳng (MNP) : $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 334. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) có đường kính AB tại A có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$. **B.** $3x-y-z+6=0$. **C.** $x+3y+z-5=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

Lời giải.

- Ta có mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;1)$ và có VTPT $\vec{n}_P=\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$.
- Vậy phương trình mặt phẳng (P): $3x-y-z+6=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 335. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(0;-2;3)$, $C(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;-7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x+y-3z-26=0$. **B.** $3x+y-3z-32=0$. **C.** $3x+y+3z+16=0$. **D.** $3x+y+3z-22=0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;-3;2)\\ \overrightarrow{AC}=(1;0;-1)\end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;1;3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC).

Mà mặt phẳng (α) qua $M(1;2;-7)$, suy ra (α): $3(x-1)+(y-2)+3(z+7)=0 \Leftrightarrow 3x+y+3z+16=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 336. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$ có phương trình là

A. $3x-4y+6z+34=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$.

C. $x+2y+2z+8=0$. **D.** $-x+2y+2z+4=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;-2)$.
Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA}=(-1;-2;-2)=-(1;2;2)$. Do đó (P) có phương trình

$$1(x+2)+2(y-1)+2(z+4)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z+8=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 337. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x-2y+z-12=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$. **C.** $3x+2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z-8=0$.

Lời giải.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-2;1)$.
Mặt phẳng (P) qua M vuông góc với Δ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(3;-2;1)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-3)-2(y+1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 338. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2\sqrt{2})$. Tính khoảng cách từ $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{7}{16}$. **D.** $\dfrac{16}{7}$.

Lời giải.
Phương trình mặt phẳng $mp(ABC)$ là: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{-2\sqrt{2}}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{-2\sqrt{2}}-1=0$. Từ đây suy ra $d(O;(ABC))=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{4}\right)^2+\left(\dfrac{1}{-2\sqrt{2}}\right)^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{7}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 339. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-3z-15=0$ và điểm $E(1;2;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua E và song song với (Q) có phương trình là

A. $(P)\colon x+2y-3z-14=0$. **B.** $(P)\colon 2x-y+5z+15=0$.
C. $(P)\colon x+2y-3z-15=0$. **D.** $(P)\colon 2x-y+5z-15=0$.

Lời giải.
Vì (P) song song với (Q) nên phương trình của (P) có dạng $x+2y-3z+c=0$ $(c\neq -15)$. Do $E\in(P)$ nên

$$1+2\cdot 2-3\cdot(-3)+c=0 \Rightarrow c=-14.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $x+2y-3z-14=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 340. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$ và $(Q)\colon x-y+z-5=0$. Có bao nhiêu điểm trên trục Oy thỏa mãn điểm M cách đều 2 mặt phẳng (P) và (Q).

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải.
• Điểm $M\in Oy \Rightarrow M(0;m;0)$.
• $d(M,(P))=d(M,(Q)) \Leftrightarrow \dfrac{|m+1|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|m+5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m=-3$. Vậy có 1 điểm M thỏa mãn yêu cầu của bài toán.
Chọn đáp án C □

Câu 341. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ là

A. -3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải.
Nhận xét: Điểm M luôn tồn tại. Ta có $M\in(P)$ nên $a+b+c+2=0 \Leftrightarrow a+b+c=-2$.
Chọn đáp án C □

Câu 342. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2(x+2y+3z)=0$. Gọi A,B,C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $6x-3y-2z-12=0$. **B.** $6x+3y+2z-12=0$.
C. $6x-3y-2z+12=0$. **D.** $6x-3y+2z-12=0$.

✍Lời giải.

- Mặt cầu (S) giao với trục Ox tại A có tọa độ $(x;0;0)$. Thay tọa độ điểm A vào phương trình của (S) ta có $x^2-2x=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. Do điểm A khác gốc tọa độ O nên $x=2$. Vậy $A(2;0;0)$.
- Tương tự ta cũng tìm được tọa độ các giao điểm B,C là $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$.
- Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;4;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;0;6)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(24;12;8)$.
  Khi đó phương trình (ABC) là $24(x-2)+12y+8z=0 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 343. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$; $B(-1;0;4)$; $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC?

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z+5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $A(2;1;-1)$ và vuông góc với BC có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$ nên nó có phương trình là $1\cdot(x-2)+(-2)\cdot(y-1)+(-5)\cdot(z+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-5z-5=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 344. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;1)$, $B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB.

A. (α): $2x-y+z+1=0$. **B.** (α): $2x+y-z-2=0$.
C. (α): $2x+y-z-4=0$. **D.** (α): $2x+y+z+4=0$.

✍Lời giải.

Trung điểm của AB là $M(1;2;0)$, (α) nhận $\overrightarrow{AB}=(4;2;-2)$ là một VTPT nên $\vec{n}=(2;1;-1)$ cũng là một VTPT của (α). Do đó phương trình (α) là $2x+y-z-4=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 345. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0;1;0)$, $N(0;0;2)$, $A(3;2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP), biết điểm P là hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox.

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=0$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của $A(3;2;1)$ lên trục Ox là $P(3;0;0)$ nên ta có (MNP): $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 346. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-20=0$ và mặt phẳng (α): $x+2y-2z+7=0$ cắt nhau theo một đường tròn có chu vi bằng

A. 6π. **B.** 12π. **C.** 3π. **D.** 10π.

✍Lời giải.

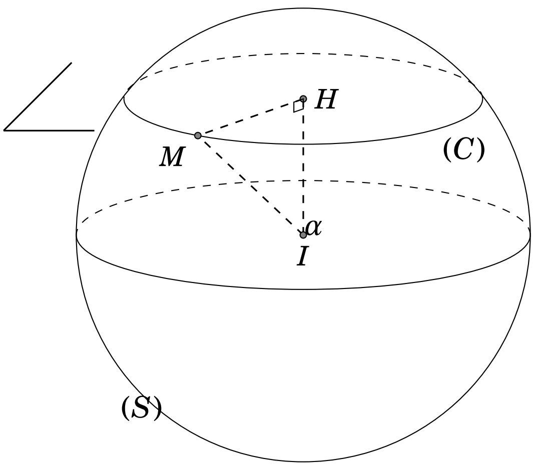
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=5$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|1\cdot1+2\cdot2-2\cdot0+7|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=4$.

Vì $\mathrm{d}(I,(\alpha))<R$ nên (α) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (α) $\Rightarrow H$ là tâm của (C).

Lấy $M\in(C)\Rightarrow M\in(S)$. Tam giác IHM vuông tại M
$\Rightarrow MH=\sqrt{IM^2-IH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Suy ra chu vi của đường tròn (C) bằng $2\pi\cdot HM=6\pi$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 347. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;1)$ và $B(5;-4;1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

A. $(P)\colon 4x-3y-7=0$. **B.** $(P)\colon 4x-3y+7=0$.
C. $(P)\colon 4x-3y+2z-16=0$. **D.** $(P)\colon 4x-3y+2z+16=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm AB suy ra $M(1;-1;1)$. $\overrightarrow{AB}=(8;-6;0)$.
Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng (AB) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-3;0)$ và qua $M(1;-1;1)$ có phương trình là $(P)\colon 4x-3y-7=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 348. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=2$. **B.** $2x+4y+4z=0$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng đi qua $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 349. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $y-z-1=0$. **B.** $y-2z=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

✍**Lời giải.**

(Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;1;1)$. Từ giả thiết, ta suy ra (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{n};\vec{i}]=(0;1;-1)$. Do (P) đi qua gốc tọa độ O nên phương trình của (P) là $y-z=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 350. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm là điểm $I(1;2;4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-1=0$.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=4$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=4$.

✍**Lời giải.**

Bán kính R chính bằng khoảng cách từ I đến (P). Do đó, $R=\frac{|9|}{3}=3$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 351. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;2;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;2)$ là phương trình nào dưới đây?

A. $x-2y+2z+6=0$. **B.** $x-2y+2z+8=0$. **C.** $x-2y+2z-6=0$. **D.** $x+2y+2z-6=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng qua $M(-4;2;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;2)$ có phương trình là

$$\begin{aligned} & 1(x+4)-2(y-2)+2(z-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & x-2y+2z+6=0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 352. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng lần lượt cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$.

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình là

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 353. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách d từ điểm $M(-1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y+3z+1=0$.

A. $d=\dfrac{6}{7}$. **B.** $d=\dfrac{4}{7}$. **C.** $d=\dfrac{4}{49}$. **D.** $d=\dfrac{6}{49}$.

✍Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} d=\mathrm{d}(M,(P)) &= \frac{|2\cdot(-1)-6\cdot 2+3\cdot 3+1|}{\sqrt{2^2+(-6)^2+3^2}} \\ &= \frac{4}{7}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 354. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-1=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+5=0$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. (P) đi qua tâm của mặt cầu (S). **B.** (P) cắt mặt cầu (S).

C. (P) tiếp xúc với mặt cầu (S). **D.** (P) không cắt mặt cầu (S).

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{1+4+9-5}=3$.

Ta có

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(I,(P)) &= \frac{|2\cdot 1+2\cdot 2-(-3)-1|}{\sqrt{4+4+1}} \\ &= \frac{8}{3}<R. \end{aligned}$$

Do đó (P) cắt mặt cầu (S).

Chọn đáp án B □

Câu 355. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+2z-5=0$ và mặt phẳng $(Q)\colon 4x+5y-z+1=0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{v}_1=(3;-2;2)$. **B.** $\vec{v}_2=(-8;-11;23)$. **C.** $\vec{v}_3=(4;5;-1)$. **D.** $\vec{v}_4=(8;-11;-23)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+2z-5=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(3;-2;2)$.

Mặt phẳng $(Q)\colon 4x+5y-z+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(4;5;-1)$.

Vì $d=(P)\cap(Q)$ nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

$$\vec{u}_d=[\vec{n}_Q,\vec{n}_P]=(8;-11;-23).$$

Chọn đáp án D □

Câu 356. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon 2x-y+5z-15=0$ và điểm $E(1;2;-3)$. Mặt phẳng (P) qua E và song song với (Q) có phương trình là

A. $(P)\colon x+2y-3z+15=0$. **B.** $(P)\colon x+2y-3z-15=0$.

C. $(P)\colon 2x-y+5z+15=0$. **D.** $(P)\colon 2x-y+5z-15=0$.

✍Lời giải.

Ta có $(P)\parallel(Q)$ suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;5)$.

Mặt phẳng (P) qua E có phương trình là

$$(P)\colon 2(x-1)-(y-2)+5(z+3)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 2x-y+5z+15=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 357. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;2)$;$B(3;1;-1)$;$C(2;0;2)$.Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C.

A. $(\alpha)\colon 3x+z-8=0$. **B.** $(\alpha)\colon 3x+z+8=0$.

C. $(\alpha)\colon 5x-z-8=0$. **D.** $(\alpha)\colon 2x-y+2z-8=0$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(1;2;-3)$; $\overrightarrow{AC}=(0;1;0)$; $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(3;0;1)$.
Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;2)$ và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(3;0;1)$ nên có phương trình là

$$3(x-2)+0(y+1)+1(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x+z-8=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=3$ và mặt phẳng $(\alpha):(m-4)x+3y-3mz+2m-8=0$. Với giá trị nào của m thì (α) tiếp xúc với (S)?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\dfrac{-7+\sqrt{33}}{2}$. **D.** $m=\dfrac{-7\pm\sqrt{33}}{2}$.

✍**Lời giải.**
Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$.
Mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(I,(\alpha))=R &\Leftrightarrow \frac{|(m-4)\times(-3)+3\times 1-3m\times(-1)+2m-8|}{\sqrt{(m-4)^2+3^2+(-3m)^2}}=\sqrt{3}\\ &\Leftrightarrow \frac{|2m+7|}{\sqrt{10m^2-8m+25}}=\sqrt{3}\\ &\Leftrightarrow 26m^2-52m+26=0 \Leftrightarrow m=1.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 359. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+2z-15=0$ và điểm $M(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua M và song song với (P).

A. (Q): $2x-3y+2z-10=0$. **B.** (Q): $x+2y-3z-10=0$.
C. (Q): $2x-3y+2z+10=0$. **D.** (Q): $x+2y-3z+10=0$.

✍**Lời giải.**
Do mặt phẳng $(Q)\parallel(P)$ nên (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;2)$.
Phương trình mặt phẳng

$$(Q)\colon 2(x-1)-3(y-2)+2(z+3)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+2z+10=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 360. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;2;4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. (P): $-x+3y+3z-2=0$. **B.** (P): $x-3y-3z-2=0$.
C. (P): $2x-y+z+2=0$. **D.** (P): $2x-y+z-2=0$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(-1;3;3)$ nên có phương trình là $-1(x-2)+3(y+1)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow -x+3y+3z+2=0 \Leftrightarrow x-3y-3z-2=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 361. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+3z+4=0$ và điểm $A(2;-1;2)$. Mặt phẳng qua A song song với trục Oy và vuông góc với (α) có phương trình là phương trình nào dưới đây?

A. $-3x-2z+10=0$. **B.** $3y-2z-2=0$. **C.** $3x-2z-2=0$. **D.** $3x-2y-8=0$.

✍**Lời giải.**
Gọi (β) là mặt phẳng cần tìm.
Ta có mặt phẳng (α) nhận $\vec{n}_\alpha=(2;-1;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến và trục Oy nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Đặt $\vec{n}=[\vec{n}_\alpha,\vec{j}]=(-3;0;2)$.
Mặt phẳng (β) đi qua $A(2;-1;2)$ và nhận $\vec{n}=(-3;0;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(-3)(x-2)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -3z+2z+2=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 362. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $3x-2y+4z+4=0$ và điểm $M(4;-1;2)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (α)?

A. $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.
B. $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$.
C. $\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.
D. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{n}=(3;-2;4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α).
Đường thẳng (d) qua M và vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n}=(3;-2;4)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy phương trình chính tắc của (d) là $\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 363. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=-1+t\\y=4+3t\\z=1+t\end{cases}$. Tìm phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2.

A. $18x+7y+3z+20=0$.
B. $18x-7y+3z+34=0$.
C. $18x+7y+3z-20=0$.
D. $18x-7y+3z-34=0$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(1;-1;3)$ và nhận $\overrightarrow{u_1}=(2;3;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương; d_2 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;1)$.
Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song d_2 nên nhận véc-tơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(18;-7;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Vậy phương trình tổng quát của (P) là

$$\begin{aligned}&18(x-1)-7(y+1)+3(z-3)=0\\ \Leftrightarrow\ &18x-7y+3z-34=0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 364. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z-11=0$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+1=0$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Tính chu vi đường tròn (C).

A. 6π. **B.** 8π. **C.** 10π. **D.** 4π.

✍Lời giải.

Phương trình mặt cầu $(S)\colon (x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$.
Gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu. Ta có $I(-2;1;-3)$ và $R=5$. Gọi J, r là tâm và bán kính đường tròn (C).
Do $IJ\perp(P)$ nên $IJ=d(I;(P))=\dfrac{|-2-2-6+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=3$.
Mà $r=\sqrt{R^2-IJ^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$. Khi đó chu vi đường tròn (C) là $2\pi r=8\pi$.
Chọn đáp án B □

Câu 365. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;-4;1)$ và chắn trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo ba đoạn có độ dài đại số lần lượt là a, b, c. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) khi a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 là

A. $4x+2y-z-1=0$.
B. $4x-2y+z+1=0$.
C. $16x+4y-4z-1=0$.
D. $4x+2y+z-1=0$.

✍Lời giải.

Do giả thiết suy ra $a,b,c\neq 0$ và $b=2a$, $c=2b$. Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ khi đó phương trình mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Do M thuộc (P) nên

$$\frac{2}{a}-\frac{4}{b}+\frac{1}{c}=1\Leftrightarrow\frac{2}{a}-\frac{4}{2a}+\frac{1}{4a}=1\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}.$$

Suy ra $b=\dfrac{1}{2}$ và $c=1$ do đó phương trình mặt phẳng $(P)\colon 4x+2y+z-1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 366. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;1;0)$, $B(1;1;2)$, $D(1;0;2)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Gọi S là diện tích hình bình hành $ABCD$ khi đó $S=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$. Mà $\overrightarrow{AB}(0;0;2)$ và $\overrightarrow{AD}(0;-1;2)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(2;0;0)$ nên $\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|=2$. Vậy $S=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 367. Cho $A(1;2;3)$, mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và (Q) cách điểm A một khoảng bằng $3\sqrt{3}$. Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $x+y+z+3=0$ và $x+y+z-3=0$. **B.** $x+y+z+3=0$ và $x+y+z+15=0$.

C. $x+y+z+3=0$ và $x+y+z-15=0$. **D.** $x+y+z+3=0$ và $x+y-z-15=0$.

✍**Lời giải.**

Do $(Q)\parallel(P)\Rightarrow(Q)\colon x+y+z+d=0,\quad d\neq-2$.

Mà $d(A,(Q))=3\sqrt{3}\Leftrightarrow|6+d|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=3\\d=-15.\end{array}\right.$

Vậy $(Q_1)\colon x+y+z+3=0$ và $(Q_2)\colon x+y+z-15=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 368. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-1)$, $B(4;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+2y+3z+1=0$. **B.** $4x-4y-6z+\dfrac{15}{2}=0$.

C. $4x+4y+6z-7=0$. **D.** $x+y-z=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB. Tọa độ trung điểm của AB là $I\left(3;-2;\dfrac{1}{2}\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;2;3)$.

Phương trình mặt phẳng (α): $2(x-3)+2(y+2)+3\left(z-\dfrac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow 4x+4y+6z-7=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 369. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3y-z-1=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(-2;1;-8)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $P(3;1;3)$. **D.** $Q(1;2;-5)$.

✍**Lời giải.**

Vì $2\cdot3-3\cdot1-3-1=-1\neq0$ nên điểm $P(3;1;3)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án C □

Câu 370. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $P(0;0;-5)$. **B.** $N(-5;0;0)$. **C.** $Q(2;-1;5)$. **D.** $M(1;1;6)$.

✍**Lời giải.**

Vì $1-2\cdot1+6-5=0$ nên điểm $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án D □

Câu 371. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(1;-2;3)$, $C(4;1;0)$, phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x+3y+4z+7=0$. **B.** $x+3y+4z-7=0$. **C.** $3x+y+4z-5=0$. **D.** $4x+y+3z-4=0$.

✍**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$, $\overrightarrow{AC}=(4;0;-1)\Rightarrow[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(3;9;12)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x-0)+3(y-1)+4(z-1)=0\Leftrightarrow x+3y+4z-7=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 372. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon(x-3)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=25$ và mặt phẳng $(P)\colon 4x+3z-34=0$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc (S)?

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;-1)$, bán kính $R=5$.
Mặt phẳng $(P)\parallel(\alpha)$ có dạng $4x+3z+m=0$, $(m\neq 34)$.
(P) tiếp xúc $(S)\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))=R\Leftrightarrow |m+9|=25\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=16\text{ (nhận)}\\ m=-34\text{ (loại).}\end{array}\right.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 373. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+4y+3z-5=0$ và $(Q)\colon mx-ny-6z+2-0$. Giá trị của m,n sao cho $(P)\parallel(Q)$ là

A. $m=4;n=-8$. **B.** $m=n=4$. **C.** $m=-4;n=8$. **D.** $m=n=-4$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(P)}=(2;4;3)$, (Q) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(Q)}=(m;-n;-6)$.

Để hai mặt phẳng trên song song thì $\vec{u}_{(Q)}=k\vec{u}_{(P)}(k\neq 0)\Leftrightarrow \begin{cases} m=2k\\ -n=4k\\ -6=3k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} k=-2\\ m=-4\\ n=8.\end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 374. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-1;-3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng trên đi qua các điểm $A(-2;0;0),B(0;-1;0),C(0;0;3)$. Do đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cùng phương với $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-1;0),\overrightarrow{AC}=(2;0;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-6;2)$. Vậy chọn một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 375. Trong không gian $Oxyz$, giá trị dương của m sao cho mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với mặt cầu $(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+1$ là

A. $m=5$. **B.** $m=\sqrt{3}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=\sqrt{5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $Oxy:z=0$.
Mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+1$ có tâm $I(3;0;2)$ bán kính $R=\sqrt{m^2+1}$.
Để (Oxy) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì $d(I,Oxy)=R\Rightarrow\dfrac{|2|}{\sqrt{1^2}}=\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow m^2+1=4\Leftrightarrow m^2=3$
$\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$. Vì m nhận giá trị dương nên $m=\sqrt{3}$.
Vậy $m=\sqrt{3}$ thỏa yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án (B) □

Câu 376. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.
C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Lời giải.

Gọi $d_1\colon\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d_2\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$.
Khi đó VTCP của d_1,d_2 lần lượt là $\vec{u_1}=(-2;1;3),\vec{u_2}=(1;-1;3)$.
Mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(6;9;1)$.
Chọn $M(1;-2;4)\in d_1\Rightarrow M\in(\alpha)$
Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là : $6x+9y+z+8=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 377. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+my+(m-1)z+1=0$ và $(Q)\colon x+y+2z=0$. Tập hợp tất cả các giá trị m để hai mặt phẳng này **không** song song là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1;2\}$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $A(0;0;0)\in(Q)$.

$(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{1} = \dfrac{m}{1} = \dfrac{m-1}{2} \\ A(0;0;0) \notin (P) \end{cases}$. Hệ này vô nghiệm. Do đó (P) không song song với (Q), với mọi giá trị của m.

Chọn đáp án (D) □

Câu 378. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $H(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm H và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

A. $(P)\colon x + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$.
B. $(P)\colon x + 2y + 3z - 14 = 0$.
C. $(P)\colon x + y + z - 6 = 0$.
D. $(P)\colon \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{6} + \dfrac{z}{9} = 1$.

✍**Lời giải.**

Giả sử (P) cắt các trục tọa độ tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $abc \neq 0$.

Khi đó $(P)\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$.

Ta có $\overrightarrow{HA} = (a-1;-2;-3)$, $\overrightarrow{HB} = (-1;b-2;-3)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-b;c)$ và $\overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$.

H là trực tâm của $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b - 3c = 0 \\ a - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2b = 3c$.

Mặt khác $H \in (P) \Rightarrow \dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{c} = 1$.

Suy ra $\dfrac{1}{3c} + \dfrac{4}{3c} + \dfrac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow 14 = 3c \Leftrightarrow c = \dfrac{14}{3} \Rightarrow a = 14, b = 7$.

Vậy $(P)\colon \dfrac{x}{14} + \dfrac{y}{7} + \dfrac{z}{\frac{14}{3}} = 1$ hay $(P)\colon x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 379. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x + y - 3z - 8 = 0$. **B.** $x + y - 3z + 3 = 0$. **C.** $x + y + 3z - 9 = 0$. **D.** $x - y - 3z + 3 = 0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-1;-1;3)$.

Do mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A đi qua A và nhận $\overrightarrow{IA}$ là véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $-1(x-2) - 1(y-1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 380. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(-2;4;4)$, $C(4;0;5)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài đoạn thẳng GM ngắn nhất. Tính độ dài đoạn thẳng GM.

A. $GM = 4$. **B.** $GM = \sqrt{5}$. **C.** $GM = 1$. **D.** $GM = \sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

G là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{1-2+4}{3}; \dfrac{2+4+0}{3}; \dfrac{3+4+5}{3}\right) = (1;2;4)$.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.

GM ngắn nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxy). Khi đó, ta có

$$GM = \mathrm{d}(G,(Oxy)) = \frac{|4|}{\sqrt{1}} = 4.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 381. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(4;3;2)$, $C(5;2;1)$. Diện tích của tam giác ABC là

A. $2\sqrt{42}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{42}}{4}$. **C.** $\sqrt{42}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{42}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;2;1)$, $\overrightarrow{AC} = (4;1;0)$, $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-1;4;-5)$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \dfrac{1}{2}\sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-5)^2} = \dfrac{\sqrt{42}}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 382. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.

A. $2x+y+z-3=0$. **B.** $10x+3y+z-19=0$.
C. $2x-y+z-3=0$. **D.** $10x-3y-z-21=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;-2;4)\\ \overrightarrow{AC}=(-2;1;3).\end{cases}$

Theo giả thiết mặt phẳng cần tìm qua $A(2;0;-1)$ và nhận $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-10;-5;-5)=-5(2;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng qua A, B, C là

$$2(x-2)+(y-0)+(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+z-3=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 383. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y-2z+4=0$ và $(\beta)\colon -x+2y+2z-7=0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β)

A. 3. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

✍Lời giải.

Ta thấy (α) và (β) song song với nhau nên với $A(0;2;0)\in(\alpha)$.

Khi đó $\mathrm{d}[(\alpha);(\beta)]=\mathrm{d}(A;(\beta))=\dfrac{|4-7|}{\sqrt{1+4+4}}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 384. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-3;-2;3)$ và vuông góc với trục Ox.

A. $(P)\colon x+3=0$. **B.** $(P)\colon x+y+5=0$. **C.** $(P)\colon y+z-1=0$. **D.** $(P)\colon x-3=0$.

✍Lời giải.

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với Ox nên có một véc-tơ pháp tuyến là véc-tơ $\vec{i}=(1;0;0)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $1(x-(-3))+0(y-(-2))+0(z-3)=0 \Leftrightarrow x+3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 385. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $E(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng Oxy?

A. $z-3=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $z+3=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$ nên có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$. Phương trình của mặt phẳng cần tìm có dạng $0(x-1)+0(y-2)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow z=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 386. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt có phương trình là $x-4z+8=0$, $2x-8z=0$, $y=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(P)\equiv(Q)$. **B.** (P) cắt (Q). **C.** $(Q)\parallel(R)$. **D.** (R) cắt (P).

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{p}=(1;0;-4)$ và mặt phẳng (R) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{r}=(0;1;0)$. Do $\vec{p}\neq k\cdot\vec{r}, \forall k\in\mathbb{R}$ nên véc-tơ $\vec{p}$ không cùng phương với véc-tơ $\vec{r}$. Vậy mặt phẳng (R) cắt mặt phẳng (P).

Chọn đáp án D □

Câu 387. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính p và q lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(5;-2;0)$ đến mặt phẳng (Oxz) và mặt phẳng $(P)\colon 3x-4z+5=0$.

A. $p=2$ và $q=3$. **B.** $p=2$ và $q=4$. **C.** $p=-2$ và $q=4$. **D.** $p=5$ và $q=4$.

✍Lời giải.

Do mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y=0$ nên $p=\mathrm{d}(M,(Oxz))=\dfrac{|-2|}{\sqrt{0^2+1^2+0^2}}=2$.

Do mặt phẳng (P) có phương trình $3x-4z+5=0$ nên $q=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|3\cdot5-4\cdot0+5|}{\sqrt{3^2+0^2+(-4)^2}}=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 388. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng OM.

A. $(P)\colon x+y+1=0$. **B.** $(P)\colon x-y-1=0$. **C.** $(P)\colon y-1=0$. **D.** $(P)\colon y+1=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;-1;0)$ và có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OM}=(0;-1;0)$ nên có phương là $0(y-0)+(-1)(y+1)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow y+1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 389. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(0;1;0)$, $N(2;0;0)$, $P(0;0;-3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (MNP)?

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=0$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=0$.

✍Lời giải.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (MNP) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 390. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;-5;0)$ biết (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+16=0$.

A. $(S)\colon x^2+(y+5)^2+z^2=2$. **B.** $(S)\colon x^2+(y+5)^2+z^2=4$.

C. $(S)\colon x^2+(y-5)^2+z^2=2$. **D.** $(S)\colon x^2+(y-5)^2+z^2=4$.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu là $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|0+2\cdot(-5)-2\cdot 0+16|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{|6|}{\sqrt{9}}=2$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $(S)\colon x^2+(y+5)^2+z^2=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 391. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+3=0$ và $(Q)\colon x-4y+(m-1)z+1=0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q).

A. $m=-3$. **B.** $m=-6$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q).

Ta có $\vec{n}_P=(1;2;-1)$ và $\vec{n}_Q=(1;-4;m-1)$.

Ta có $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0\Leftrightarrow 1-8-(m-1)=0\Leftrightarrow m=-6$.

Chọn đáp án B □

Câu 392. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y+4z-1=0$; $(\beta)\colon 2x+3y-2z+5=0$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $(\alpha)\perp(\beta)$. **B.** $(\alpha),(\beta)$ chéo nhau. **C.** $(\alpha)\parallel(\beta)$. **D.** $(\alpha)\equiv(\beta)$.

✍Lời giải.

Hai mặt phẳng (α) và (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_\alpha=(1;2;4)$ và $\vec{n}_\beta=(2;3;-2)$.

Ta có $\vec{n}_\alpha\cdot\vec{n}_\beta=1\cdot 2+2\cdot 3+4\cdot(-2)=0\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$.

Chọn đáp án A □

Câu 393. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính mặt cầu tâm $I(1;0;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+2=0$.

A. $R=3$. **B.** $R=5$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=1$.

✍Lời giải.

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính

$$R=\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|1-2\cdot 0+2\cdot 0+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 394. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{1}$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;a;b)$. Tính $a+b$.

A. $a+b=2$. **B.** $a+b=0$. **C.** $a+b=-3$. **D.** $a+b=3$.

✍Lời giải.
Lấy $B(-1;0;0) \in d$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-2;0), \overrightarrow{u_d} = (2;3;1)$.
Mặt phẳng đi qua A và chứa d có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u}_d\right] = (-2;2;-2)$.
Một trong các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\overrightarrow{n} = (1;-1;1) \Rightarrow a = -1, b = 1$.
Vậy $a + b = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 395. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 5z - 3 = 0$ và hai điểm $A(3;1;1), B(4;2;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với (P). Phương trình nào là phương trình của mặt phẳng (Q).

A. $9x - 7y - z + 19 = 0$. **B.** $-9x + 7y + z - 19 = 0$.
C. $-9x - 7y + z - 19 = 0$. **D.** $9x - 7y - z - 19 = 0$.

✍Lời giải.
Vì (Q) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P) nên mặt phẳng (Q) nhận $\overrightarrow{AB} = (1;1;2)$ và $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1;2;-5)$ làm hai véc-tơ chỉ phương.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\overrightarrow{n}_{(Q)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n}_{(P)}\right] = (-9;7;1)$.
Phương trình mặt phẳng (Q): $-9(x-3) + 7(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 9x - 7y - z - 19 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 396. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;\sqrt{2})$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-2;0)$, $\overrightarrow{AC} = (0;-2;\sqrt{2})$, $\overrightarrow{AD} = (0;4;0)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & \sqrt{2} \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ \sqrt{2} & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}\right) = (-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; -4)$.
Suy ra mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{ABC} = (1;1;\sqrt{2})$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right] = \left(\begin{vmatrix} -2 & \sqrt{2} \\ 4 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}\right) = (-4\sqrt{2}; 0; 0)$.
Suy ra mặt phẳng (ACD) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{ACD} = (1;0;0)$.
Ta có $\cos((ABC),(ACD)) = \dfrac{|\overrightarrow{n}_{ABC} \cdot \overrightarrow{n}_{ACD}|}{|\overrightarrow{n}_{ABC}| \cdot |\overrightarrow{n}_{ABC}|} = \dfrac{1}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 397. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$, $C(3;-2;1)$, $D(1;1;1)$. Đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AD} = (2;3;-3)$, $\overrightarrow{AB} = (-3;0;-4)$, $\overrightarrow{AC} = (4;0;-3)$.
Khi đó $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}\right) = (0;-25;0)$.
Đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D bằng

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|} = \frac{|2 \cdot 0 + 3 \cdot (-25) + (-3) \cdot 0|}{\sqrt{0^2 + (-25)^2 + 0^2}} = 3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 398. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z + 1 = 0$ và (Q): $(2m-1)x + m(1-2m)y + (2m-4)z + 14 = 0$ với m là tham số thực. Tổng các giá trị của m để (P) và (Q) vuông góc nhau bằng

A. $-\dfrac{7}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

✍Lời giải.
(P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_P = (1;-3;2)$.
(Q) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_Q = (2m-1; m(1-2m); 2m-4)$.
(P) và (Q) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\overrightarrow{n}_P \perp \overrightarrow{n}_Q$.

Điều này tương đương với $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 6m^2 + 3m - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

Tổng các giá trị của m để (P) và (Q) vuông góc nhau bằng $1 - \dfrac{3}{2} = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 399. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(3;4;0)$ thuộc (S). Phương trình mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A là

A. $x + y + z - 7 = 0$. **B.** $2x - 2y + z + 2 = 0$. **C.** $2x + 2y + z - 14 = 0$. **D.** $2x - 2y - z + 2 = 0$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$. Khi đó $\overrightarrow{IA} = (2;2;1)$.

Mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A nhận $\overrightarrow{IA}$ là véc-tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng tiếp diện đó là $2(x-3) + 2(y-4) + y = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 14 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 400. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(1;2;0)$, $C(2;1;-2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $4x - 2y + z + 8 = 0$. **B.** $4x + 2y + z + 8 = 0$. **C.** $4x - 2y + z - 8 = 0$. **D.** $4x + 2y + z - 8 = 0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;0)$, $\overrightarrow{AC} = (0;1;-2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-4;2;-1)$

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (ABC) là $-4(x-2) + 2y - z = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 401. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z - 2 = 0$ và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

A. 1. **B.** $\dfrac{11}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

Gọi r là bán kính của mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P), ta có

$$r = \mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|1 + 2\cdot 2 - 2\cdot(-3) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 402. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = 0$. **B.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = -1$. **C.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{2} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = 1$.

✍**Lời giải.**

Do (MNP) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$ nên mặt phẳng (MNP) có phương trình theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 403. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 3z - 7 = 0$ và điểm $A(-1;2;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P).

A. $2x - y + 3z - 11 = 0$. **B.** $2x - y + 3z + 11 = 0$. **C.** $2x - y + 3z + 15 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Q) và song song với (P) nên (Q) có dạng $2x - y + 3z + D = 0$, với $D \neq -7$.
Vì $A \in (Q)$ nên $2\cdot(-1) - 2 + 3\cdot 5 + D = 0 \Leftrightarrow D = -11$.
Vậy (Q): $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 404. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;7;-9)$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P).

A. $(2;1;1)$. **B.** $(4;0;1)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(-1;1;0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua M vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=7+2t \\ z=-9-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) thì $H=d\cap(P)$.
Xét phương trình: $2+t+2(7+2t)-3(-9-3t)-1=0 \Leftrightarrow 14t+42=0 \Leftrightarrow t=-3$.

Với $t=-3 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$. Vậy $H(-1;1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 405. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1;1;0)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;1;1)$.

A. $2x-y+z-1=0$. **B.** $x+2z-1=0$. **C.** $x+z-1=0$. **D.** $2x-y+z-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;-1;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1)$.
Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;0;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $-1(x-1)+0(y-1)-1(z-0)=0 \Leftrightarrow x+z-1=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 406. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-6x+2y-2z-5=0$ và mặt phẳng (P): $x-2y-2z+6=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tính bán kính của đường tròn (C).

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 5.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;1)$, bán kính $R=4$.

$\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3-2\cdot(-1)-2\cdot 1+6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\dfrac{9}{3}=3.$

Bán kính đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(I,(P))}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 407. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm $I(8;0;0)$, $J(0;-2;0)$ $K(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{4}=0$. **B.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $x-4y+2z=0$. **D.** $x-4y+2z-8=0$.

✍Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{4}=1 \Leftrightarrow x-4y+2z-8=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 408. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (Q) là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng d: $\begin{cases} x=-13+2t \\ y=-16+t \\ z=-2t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $2x+y-2z=0$. **B.** $2x+y=0$. **C.** $2x-y+2z=0$. **D.** $2x-y-2z=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (Q) qua $O(0;0;0)$ và có VTPT $\vec{n}_P=\vec{u_d}=(2;1;-2)$.
Phương trình mặt phẳng (Q): $2x+y-2z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 409. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (γ) là mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;-5)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$, $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình của (γ) là

A. $2x+y-2z-15=0$. **B.** $2x+y-2z+15=0$. **C.** $x+y+z+3=0$. **D.** $x+2y+z=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (γ) qua $M(3;-1;-5)$ và có VTPT $\vec{n}_P=\left[\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta\right]=(2;1;-2)$.
Phương trình mặt phẳng (γ): $2(x-3)+1.(y+1)-2(z+5)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-15=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 410. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều cả ba điểm A, B, C.

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng hay không thẳng hàng thì cũng có vô số mặt phẳng cách đều ba điểm A, B, C.

Chọn đáp án D □

Câu 411. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z=0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn có diện tích bằng

A. 5π. **B.** 25π. **C.** $2\pi\sqrt{5}$. **D.** 10π.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$, bán kính $R=3$.

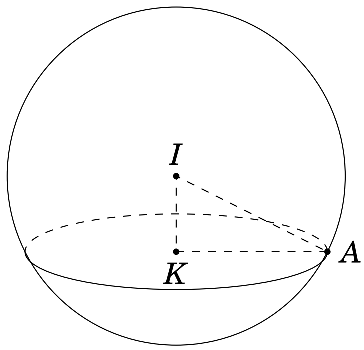
$IK = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2(-1)-2\cdot 1+(-2)|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = 2.$

Bán kính của đường tròn thiết diện

$r = KA = \sqrt{R^2-IK^2} = \sqrt{3^2-2^2} = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích của hình tròn thiết diện bằng

$S = \pi\cdot r^2 = 5\pi$.



Chọn đáp án A □

Câu 412. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2;3;2)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $2x+y+z-3=0$. **B.** $2x-y-z+3=0$. **C.** $4x-2y-2z+3=0$. **D.** $4x-2y+2z-6=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$ và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB với $I(0;2;1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình $2x-y-z+3=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 413. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-4;0)$ và $B(-5;2;4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $-3x-3y+2z-7=0$. **B.** $3x-3y-2z+7=0$.

C. $3x-3y-2z+5=0$. **D.** $-3x+3y+2z+7=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;6;4)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-2;-1;2)$ của AB nên có phương trình $-6(x+2)+6(y+1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-3y-2z+7=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 414. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(3;1;4)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$. **C.** $2x+4y+2z-3=0$. **D.** $x+2y+z-3=0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} M(2;-1;3) \text{là trung điểm cả đoạn thẳng} AB \\ \overrightarrow{AB}=(2;4;2). \end{cases}$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x+2y+z-3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 415. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+6=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(0;0;21)$. **B.** $M(3;0;0)$.

C. $M(0;0;-15)$. **D.** $M(0;0;3), M(0;0;-15)$.

Lời giải.

Gọi $M(a;0;0) \in Ox$. Ta có $\mathrm{d}(M;(P)) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{|a+6|}{3} = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -15. \end{array}\right.$
Vậy có điểm $M(3;0;0)$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 416. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+3y+z-5=0$. **B.** $3x-y-z+6=0$. **C.** $x+3y+z-6=0$. **D.** $3x-y-z-6=0$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB} = (3;-1;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm

$$3(x+1)-(y-2)-(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 417. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $y-2z-6=0$. **B.** $y-3z+4=0$. **C.** $y+2z-8=0$. **D.** $y-2z+2=0$.

✍Lời giải.
Ta có $I(1;2;3)$ là trung điểm của đoạn AB.
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (0;2;4) = 2(0;1;2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực cần tìm là

$$0(x-1)+1(y-2)+2(z-3) = 0 \Leftrightarrow y+2z-8 = 0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 418. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-x+y+3z-2=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-1;1)$ và song song với mặt phẳng (P) là

A. $x-y+3z+2=0$. **B.** $-x+y-3z=0$. **C.** $-x+y+3z=0$. **D.** $-x-y+3z=0$.

✍Lời giải.
Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (P): $-x+y+3z-2=0$ có dạng $-x+y+3z+m=0$ $(m \neq -2)$.
Vì mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-1;1)$ nên ta có $-2-1+3+m=0 \Leftrightarrow m=0$.
Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-x+y+3z=0$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 419. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $N(0;-1;2)$. **B.** $N(3;1;-2)$. **C.** $N(-3;-1;2)$. **D.** $N(0;1;-2)$.

✍Lời giải.
Toạ độ hình chiếu của $M(3;-1;2)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0;-1;2)$.
Toạ độ điểm đối xứng của $M(3;-1;2)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $N(-3;-1;2)$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 420. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục toạ độ là

A. (Q): $x-y+2z-2=0$. **B.** (Q): $2x-2y+z-2=0$.
C. (Q): $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. **D.** (Q): $x-y+2z6=0$.

✍Lời giải.
Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của $A(1;-1;2)$ lên Ox, Oy, Oz.
Ta được $I(1;0;0), J(0;-1;0), K(0;0;2)$.
Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (Q): $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1 \Rightarrow (Q)$: $2x-2y+z-2=0$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 421. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với (d) có phương trình là

A. (P): $x-y-2z=0$. **B.** (P): $2x-z=0$.

C. $(P)\colon x-y+2z+2=0$. **D.** $(P)\colon x-y+2z=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(2;0;-1)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;2)$ có dạng $(P)\colon x-y+2z=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 422. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-4y-12z=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-z-2=0$. Tính diện tích thiết diện của mặt cầu (S) cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $S=49\pi$. **B.** 25π. **C.** 50π. **D.** 36π.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;6)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+2^2+6^2}=7$. Vì I thuộc (P) nên (P) cắt (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính bằng 7. Diện tích thiết diện bằng 49π.

Chọn đáp án A □

Câu 423. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;4)$, $B(4;3;-2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $3x+y+3z-8=0$. **B.** $3x+y-3z-8=0$. **C.** $3x+y-3z-1=0$. **D.** $3x+y-3z-2=0$.

✍Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1;2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB.

Khi đó, (P) đi qua $M(1;2;1)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(3;1;-3)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $3\cdot(x-1)+1\cdot(y-2)-3\cdot(z-1)=0 \Rightarrow (P): 3x+y-3z-2=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 424. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;4)$ và $B(2;3;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;2;1)$. **B.** $M(1;1;-1)$. **C.** $P(-2;1;0)$. **D.** $N(5;-2;1)$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, ta có $I(1;1;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(2;4;-6)$.

Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và nhận $\vec{u}=(1;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$(x-1)+2(y-1)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z=0.$$

Khi đó, điểm nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $P(-2;1;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 425. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;3)$. Tìm phương trình mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=0$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=-1$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (MNP) đi qua ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;3)$ có phương trình

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 426. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(4;9;8)$, $N(1;-3;4)$, $P(2;5;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm M, N, P có phương trình tổng quát $Ax+By+Cz+D=0$. Biết $A=92$, tìm giá trị của D.

A. 101. **B.** -101. **C.** -63. **D.** 36.

✍Lời giải.

Do $A=92$ nên mặt phẳng (P) có phương trình $92x+By+Cz+D=0$. Do (P) đi qua các điểm A,B,C nên ta có hệ

$$\begin{cases}92\cdot4+B\cdot9+C\cdot8+D=0\\92\cdot1+B\cdot(-3)+C\cdot4+D=0\\92\cdot2+B\cdot5+C\cdot(-1)+D=0.\end{cases}$$

Từ đó suy ra $D=-101$.

Chọn đáp án B □

Câu 427. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+10=0$. Khoảng cách từ điểm $A(-2;3;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{20}{3}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

$d(A,(P))=\dfrac{|-4+6+10|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 428. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-10=0$ khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Điểm $B(2;2;2)$ thuộc mặt phẳng (P).

B. Điểm $A(-2;1;0)$ thuộc mặt phẳng (P).

C. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;2;1)$.

D. Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục Oz là $C(0;0;10)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $2\cdot(-2)+2+0-10\neq 0$ suy ra $A(-2;1;0)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án B □

Câu 429. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(7;-2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x-2y+z-14=0$. **B.** $3x-2y+z-12=0$. **C.** $3x-2y+z-8=0$. **D.** $3x-2y+z-22=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(6;-4;2)$ và đi qua điểm $I(4;0;2)$ cho nên có phương trình $3(x-4)-2y+z-2=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-14=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 430. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng (P): $x+y-z+1=0$ và (Q): $x-y+z-5=0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục Oy thỏa mãn M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q)?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

Vì $M\in Oy$ nên $M(0;y;0)$.

Ta có $\mathrm{d}(M;(P))=\dfrac{|y+1|}{\sqrt{3}}$ và $\mathrm{d}(M;(Q))=\dfrac{|-y-5|}{\sqrt{3}}$.

Theo giả thiết $\mathrm{d}(M;(P))=\mathrm{d}(M;(Q)) \Leftrightarrow |y+1|=|-y-5| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y+1=-y-5\\ y+1=y=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-3\\ 0y=4 (\text{vô nghiệm})\end{array}\right.$

$\Rightarrow M(0;-3;0)$.

Vậy có 1 điểm M thỏa mãn bài.

Chọn đáp án B □

Câu 431. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;3)$, $N(3;3;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+y-z-6=0$. **B.** $-x+y+z-2=0$. **C.** $x-y+z-2=0$. **D.** $x+y-z-2=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của MN, suy ra $I(2;2;2)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của MN đi qua I và nhận $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$\Rightarrow (\alpha)$: $2(x-2)+2(y-2)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-z-2=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 432. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-3;0;0)$, $N(0;4;0)$, $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $4x+3y+6z-12=0$. **B.** $4x-3y+6z+12=0$.

C. $4x+3y+6z+12=0$. **D.** $4x-3y+6z-12=0$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (MNP): $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 4x-3y+6z+12=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 433. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm M_1, M_2, M_3 là

A. $x+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. **C.** $x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=-1$.

✍**Lời giải.**

Ta có $M_1(1;0;0)$, $M_2(0;2;0)$, $M_3(0;0;-3)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua M_1, M_2, M_3 là $x+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 434. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;3;1)$ và $B(3;-1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $2x-2y-z=0$. **B.** $2x-2y-z+1=0$. **C.** $2x+2y-z=0$. **D.** $2x+2y+z=0$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm của AB là $I(1;1;0)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-2)\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $4(x-1)-4(y-1)-2(z-0)=0\Leftrightarrow 2x-2y-z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 435. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -x+y+3z+1=0$. Mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình nào sau đây?

A. $2x-2y-6z+7=0$. **B.** $-2x+2y+3z+5=0$.

C. $x-y+3z-3=0$. **D.** $-x-y+3z+1=0$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(-1;1;3)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{n}=(2;-2;-6)$. Vì $\dfrac{2}{-1}\neq\dfrac{7}{1}$ nên phương trình mặt phẳng song song với (P) là $2x-2y-6z+7=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 436. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua các hình chiếu của điểm $M(-1;3;4)$ lên các trục toạ độ là

A. $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{4}=1$. **B.** $-\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=0$. **C.** $-\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$. **D.** $-\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{4}=1$.

✍**Lời giải.**

Hình chiếu của điểm $M(-1;3;4)$ lên các trục Ox,Oy,Oz lần lượt là $A(-1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0,0,4)$.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua A,B,C là $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 437. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Tính khoảng cách h từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (MNP).

A. $h=\dfrac{1}{3}$. **B.** $h=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $h=\dfrac{2}{3}$. **D.** $h=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (MNP) viết theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=1\Leftrightarrow 2x-y+2z-2=0$.

Khoảng cách từ gốc toạ độ $O(0;0;0)$ đến (MNP) là $h=\dfrac{|-2|}{\sqrt{4+1+4}}=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 438. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P). Điểm nào sau đây không nằm trên mặt phẳng (Q)?

A. $K(3;1;-8)$. **B.** $N(2;1;-1)$. **C.** $I(-1;2;1)$. **D.** $M(1;0;-5)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có dạng

$$(Q):2x-y+z+3=0$$

Thay tọa độ các đáp án vào phương trình mặt phẳng (Q) ta có 3 điểm K,I,M thoả mãn, còn điểm N không thoả mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 439. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 440. Trong không gian với hệ tọa độ, $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng (Q): $y=0$, (P): $2x-y+3z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A, vuông góc với cả hai mặt phẳng (P), (Q).

A. $3x-y+2z-4=0$. **B.** $3x+y-2z-2=0$. **C.** $3x-2z=0$. **D.** $3x-2z-1=0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{p}=(2;-1;3)$, $\vec{q}(0;1;0)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó mặt phẳng (R) nhận véc-tơ $\vec{w}=-[\vec{p},\vec{q}]=(3;0;-2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến. Do đó (R) có phương trình $3x-2z-1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 441. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và song song với mặt phẳng (α): $4x+3y-12z+10=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+26=0\\4x+3y-12z-78=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z-78=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) song song với (α) có dạng $4x+3y-12z+c=0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $r=4$ nên (P) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$4=d(I,(P))=\frac{|c-26|}{13}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=78\\c=-26.\end{array}\right.$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn bài toán là $4x+3y-12z+78=0$, $4x+2y-12z-26=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 442. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (A, B, C không trung O) sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

A. $2x-y-z-1=0$. **B.** $x+2y+4z+1=0$. **C.** $4x+2y+z+1=0$. **D.** $4x+2y+z-8=0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, với $a,b,c>0$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases}\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{3}\\\frac{1}{a}+\frac{3}{b}-\frac{2}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=4\\c=8.\end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x+2y+z-8=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 443. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-2)$ và $B(3;-1;0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P): $x+y-z+2=0$ tại điểm I. Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải.

Ta có $\frac{IA}{IB}=\frac{d(A,(P))}{d(B,(P))}=\frac{8}{\sqrt{3}}:\frac{4}{\sqrt{3}}=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 444. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và mặt phẳng (P): $2x-y-2z+1=0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r. Tính r.

A. $r=3$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=2$.

Lời giải.

Ta có (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9 \Rightarrow \begin{cases} I(1;2;2) \\ R=3 \end{cases}$.

$d=\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|2\cdot 1-2-2\cdot 2+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=1$.

Vậy $r=\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 445. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+2y-z+2=0$ và điểm $I(1;2;2)$. Phương trình mặt cầu $(\mathscr{S})$ có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=36$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu $(\mathscr{S})$ là $R=d(I,(P))=\dfrac{|2\cdot 1+2\cdot 2-2+2|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2$.

Phương trình mặt cầu $(\mathscr{S})$ là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 446. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z+1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $3x-y-z=0$. **D.** $6x-2y-2z-1=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Khi đó (α) đi qua điểm $M(1;1;2)$, là trung điểm của AB, và nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (α) là

$$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 447. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $H(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz tại A,B,C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. **B.** $x+2y+3z+14=0$. **C.** $x+2y-3z-14=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c), abc\neq 0$.

Khi đó (α): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Ta có $\overrightarrow{HA}=(a-1;-2;3)$, $\overrightarrow{HB}=(-1;b-2;3)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$ và $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

H là trực tâm của $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+3c=0 \\ a+3c=0 \end{cases} \Rightarrow a=2b=-3c$.

Mặt khác $H\in(\alpha)\Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}-\dfrac{3}{c}=1$.

Suy ra $\dfrac{1}{-3c}+\dfrac{4}{-3c}-\dfrac{3}{c}=1 \Leftrightarrow 14=-3c \Leftrightarrow c=-\dfrac{14}{3} \Rightarrow a=14, b=7$.

Vậy (α): $\dfrac{x}{14}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{z}{-\dfrac{14}{3}}=1$ hay (α): $x+2y-3z-14=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 448. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(\mathscr{S}): x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-1=0$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-m=0$. Tìm tất cả m để (P) cắt $(\mathscr{S})$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m=-4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=4$. **D.** $m=7$.

Lời giải.

Mặt cầu $(\mathscr{S})$ có tâm $I(1;1;-2)$. Để (P) cắt $(\mathscr{S})$ theo đường tròn có bán kính lớn nhất thì đó là đường tròn lớn. Suy ra $I\in(P)\Leftrightarrow m=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 449. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

C. Trong không gian hai mặt phẳng cùng vuông góc với nhau một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

✍**Lời giải.**

Dựa vào kiến thức cơ bản của hình học không gian ta suy ra khẳng định đúng là: Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án B □

Câu 450. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+z-6=0$ cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A,B,C. Lúc đó thể tích V của khối tứ diện $OABC$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 18.

✍**Lời giải.**

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ lần lượt là giao của mặt phẳng (P) với ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Khi đó $A(3;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;6)$ và tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc tại O.

Do đó $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\dfrac{1}{6}3\cdot 2\cdot 6=6$.

Chọn đáp án A □

Câu 451. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $y-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(0;1;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;0)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(0;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(0;1;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 452. Cho $A(-1;2;1)$ và hai mặt phẳng (P): $2x+4y-6z-5=0$; (Q): $x+2y-3z=0$. Khi đó

A. mặt phẳng (Q) qua A và $(Q)\parallel(P)$.

B. mặt phẳng (Q) không qua A và không song song với mặt phẳng (P).

C. mặt phẳng (Q) không qua A và $(Q)\parallel(P)$.

D. mặt phẳng (Q) qua A và mặt phẳng (Q) cắt mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

Thay tọa độ điểm A vào phương trình mặt phẳng (Q) thỏa mãn, do đó $A\in(Q)$.

Vì $\vec{n}_P=(2;4;-6)=2(1;2;-3)=\vec{n}_Q$ nên $(P)\parallel(Q)$.

Chọn đáp án A □

Câu 453. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

A. $(1;0;3)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(0;-2;3)$. **D.** $(1;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (Oxy): $z=0$ là $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3+t\end{cases}$.

Gọi H là tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ Oxy, suy ra H là giao điểm của đường thẳng d và (Oxy). Ta có $3+t=0\Rightarrow t=-3\Rightarrow H(1;-2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 454. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4y+6z-2=0$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+4=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

A. (P) tiếp xúc (S). **B.** (P) không cắt (S).

C. (P) đi qua tâm của (S). **D.** (P) cắt (S).

✍**Lời giải.**

(S) có tâm $I(0;2;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{15}$.

Ta có $\mathrm{d}[I,(P)]=\dfrac{|2+3+4|}{\sqrt{1+1+1}}=3\sqrt{3}>\sqrt{15}=R$ nên (P) không cắt (S).

Chọn đáp án (B) □

Câu 455. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;2;4)$ và chứa trục Oy có phương trình

A. $(P): 4x - z = 0$. **B.** $(P): 4x + z = 0$. **C.** $(P): x - 4z = 0$. **D.** $(P): x + 4z = 0$.

Lời giải.

(P) có cặp véc-tơ chỉ phương $\vec{v}_{Oy} = (0;1;0)$ và $\overrightarrow{OM} = (-1;2;4)$. Khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (-4;0;-1)$, ta chọn $\vec{n}_{(P)} = (4;0;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;2;4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (4;0;1)$ nên có phương trình $4(x+1)+(z-4) = 0$ hay $4x + z = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 456. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α), biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo tiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π.

A. $2x + y - 2x - 11 = 0$. **B.** $2x - y - 2z - 7 = 0$. **C.** $2x + y - 2z - 5 = 0$. **D.** $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Lời giải.

Vì $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng $2x + y - 2z + c = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 5$.

Đường tròn có chu vi 8π nên bán kính $r = 4$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng P bằng 3.

Từ đó ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot 1 + 2 - 2\cdot 3 + c|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |-2 + c| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 11 \\ c = -7 \end{array}\right.$.

Vì $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (α) là $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 457. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$ và (Q): $x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Lấy $M(-3;0;0) \in (P)$. Vì $(P) \parallel (Q)$ nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q).

Ta có $\mathrm{d}(M,(Q)) = \dfrac{|x_M + 2y_M - 2z_M - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 458. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-1;2)$ và $N(2;1;4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN.

A. $3x + y - 1 = 0$. **B.** $y + z - 3 = 0$. **C.** $x - 3y - 1 = 0$. **D.** $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN.

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \dfrac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \dfrac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 0 \\ z_I = 3 \end{cases}.$$

Khi đó $I(2;0;3)$. $\overrightarrow{MN} = (0;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là $2y + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 459. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1), B(-1;3;3), C(2;-4;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $4y + 2z - 3 = 0$. **B.** $2y + z - 3 = 0$. **C.** $3x + 2y + 1 = 0$. **D.** $9x + 4y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;5;2), \overrightarrow{AC} = (1;-2;1)$. Khi đó, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (9;4;-1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 460. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-1;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+7=0$ và $(Q): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $x+2y+z-5=0$.
B. $2x+4y+2z+10=0$.
C. $x+2y-z+5=0$.
D. $2x-4y-2z-10=0$.

✍Lời giải.

Ta có các véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) là $\vec{n}_P=(3;-2;1), \vec{n}_Q=(5;-4;3)$. Theo giả thiết mặt phẳng (α) vuông góc với (P) và (Q) do đó $\vec{n}_\alpha \perp (\vec{n}_P, \vec{n}_Q)$. $\Rightarrow \vec{n}_\alpha = \left[\vec{n}_P;\vec{n}_Q\right]=(1;2;1)$. Suy ra, phương trình mặt phẳng (α) có dạng $1(x-2)+2(y+1)+1(z-5)=0$. Hay $x+2y+z-5=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 461. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(-2;1;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn AB là

A. $x-y+2=0$.
B. $x-y+1=0$.
C. $-x+y+2=0$.
D. $x-y-2=0$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I\left(\frac{-3}{2};\frac{1}{2};1\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $-1\left(x+\frac{3}{2}\right)+1\left(y-\frac{1}{2}\right)=0$, hay $-x+y-2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 462. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $(m-1)x+y-2z+m=0$ và (Q): $2x-z+3=0$. Tìm m để (P) vuông góc với (Q).

A. $m=0$.
B. $m=\frac{3}{2}$.
C. $m=5$.
D. $m=-1$.

✍Lời giải.

(P) vuông góc với (Q) khi và chỉ khi các véc-tơ pháp tuyến của chúng vuông góc với nhau, tức là

$$(m-1;1;-2)\cdot(2;0;-1)=0 \Leftrightarrow m=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 463. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(3;0;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (β): $x-y+2z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n_1}(1;7;3)$.
B. $\vec{n_2}(1;-7;3)$.
C. $\vec{n_3}(-1;-7;3)$.
D. $\vec{n_4}(1;-1;3)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (β) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;2)$. Mặt phẳng (α) qua A,B và vuông góc với (β) nên có một véc-tơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(-1;-7;-3)=-(1;7;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 464. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(2;3;5)$, $B(3;2;4)$ và $C(4;1;2)$ có phương trình là

A. $x+y+5=0$.
B. $x+y-5=0$.
C. $y-z+2=0$.
D. $2x+y-7=0$.

✍Lời giải.

Ta có

$$\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1),\ \overrightarrow{AC}=(2;-2;-3)$$
$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;0)$$

Mặt phẳng (ABC) qua điểm $A(2;3;5)$ và có véctơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;0)$ nên có phương trình

$$1(x-2)+1(y-3)+0\cdot(z-5)=0 \Leftrightarrow x+y-5=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 465. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $x+y+z-1=0$. Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (α).

A. $2x-y-z+1=0$. **B.** $2x+2y+2z-1=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $2x-y+z+1=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;1)$.

Mặt phẳng $2x-y-z+1=0$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-1;-1)\Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}\cdot\vec{n}_1=0$ nên mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $2x-y-z+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 466. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4;-3;7)$ và $B(2;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $x+2y+2z+15=0$. **B.** $x-2y+2z+15=0$. **C.** $x+2y+2z-15=0$. **D.** $x-2y+2z-15=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;4;-4)$ trung điểm AB là $M(3;-1;5)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $-2(x-3)+4(y+1)-4(z-5)=0\Leftrightarrow x-2y+2z-15=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 467. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $x+z=0$. **C.** $y+z+1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

✍Lời giải.

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{OM}\right]$ với $\vec{i}=(1;0;0)$ và $\overrightarrow{OM}=(1;0;-1)\Rightarrow\vec{n}=(0;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $y=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 468. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-5y+1=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}_1=(2;-5;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-5;0)$. **C.** $\vec{n}_3=(2;5;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(-2;5;1)$.

✍Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P)\colon 2x-5y+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;-5;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 469. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-3z+1=0$ và $(R)\colon 2x-3y+z+1=0$ có dạng

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $7x+7y+7z-5=0$. **C.** $x-y+z-6=0$. **D.** $x+y+z+2=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-3)$.

Mặt phẳng (R) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(R)}=(2;-3;1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=[\vec{n}_{(Q)},\vec{n}_{(R)}]=(-7;-7;-7)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$-7(x+1)-7(y+2)-7(z-5)=0\Leftrightarrow -7x-7y-7z+14=0\Leftrightarrow x+y+z-2=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 470. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)\colon x+y+3z=0$ và $(R)\colon 2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

✍Lời giải.

Từ $(Q)\colon x+y+3z=0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)}=(1;1;3)$.

Từ $(R)\colon 2x-y+z=0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (R) là $\vec{n}_{(R)}=(2;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=\vec{n}_{(Q)}\wedge\vec{n}_{(R)}=(4;5;-3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0\Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 471. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y+z-3=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x-y+z+3=0$. **D.** $2x+y-1=0$.

✍Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của AB là $I(-1;1;-1)$, $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;0)=-2(2;1;0)$.
Mặt phẳng trung trực của AB qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là: $2(x+1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+1=0$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 472. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng (α): $x-y+2z-1=0$ có phương trình là

A. $x+y=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x-y=0$. **D.** $x+y-1=0$.

✍**Lời giải.**
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;2)$, véc-tơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k}=(0;0;1)$.
Mặt phẳng cần tìm có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{k}\right]=(-1;-1;0)$ và đi qua gốc tọa độ nên có phương trình là $x+y=0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 473. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4),B(0;0;1)$ và mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng (P): $ax+by+cz+3=0$ đi qua A,B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\dfrac{27}{4}$. **B.** $T=\dfrac{33}{5}$. **C.** $T=-\dfrac{3}{4}$. **D.** $T=\dfrac{31}{5}$.

✍**Lời giải.**
Ta có: (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R=2$.
Nhận thấy $r=\sqrt{4-(\mathrm{d}(I,P))^2}\Rightarrow r_{\min}$ khi $\mathrm{d}(I,(P))_{\max}$
(P): $ax+by+cz+3=0$ đi qua $A,B\Rightarrow P$: $(9-2b)x+by-3z+3=0$
$\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{3|b-2|}{\sqrt{5b^2-36b+90}}$.
Xét hàm số $y=\dfrac{3|b-2|}{\sqrt{5b^2-36b+90}}$.
Với $b<2$ thì hàm số không có GTLN.
Với $b\ge 2\Rightarrow y'=\dfrac{3(-8b+54)}{\left(5b^2-36b+90\right)\sqrt{5b^2-36b+90}}\Rightarrow \max\limits_{[2;+\infty)} y=y\left(\dfrac{27}{4}\right)$
Vậy $b=\dfrac{27}{4}$, $a=-\dfrac{9}{2}$, $c=-3\Rightarrow T=-\dfrac{3}{4}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 474. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và các số a,b thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P): $ay+bz=0$ bằng $2\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a=-b$. **B.** $a=2b$. **C.** $b=2a$. **D.** $a=b$.

✍**Lời giải.**
Ta có

$$d_{(A,(P))}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{|2a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow (a+b)^2=2(a^2+b^2)\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2=0\Leftrightarrow a=b.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 475. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $2x+y+mz-2=0$ và (Q): $x+ny+2z+8=0$ song song với nhau. Giá trị của m,n lần lượt là

A. 4 và $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2 và $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2 và $\dfrac{1}{4}$. **D.** 4 và $\dfrac{1}{4}$.

✍**Lời giải.**
Ta có $(P)\parallel(Q)\Leftrightarrow \dfrac{2}{1}=\dfrac{1}{n}=\dfrac{m}{2}\ne\dfrac{-2}{8}\Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{1}{2} \\ m=4 \end{cases}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 476. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$ và $B(1;0;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình tổng quát là

A. $x-y+2z+1=0$. **B.** $x-y+2z=0$. **C.** $x-y+2z-1=0$. **D.** $x+y+2z=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $1\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)-1\cdot\left(y-\frac{1}{2}\right)+2\cdot(z-0)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 477. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4;0;-5)$.

A. $4x-5y+4=0$. **B.** $4x-5y-4=0$. **C.** $4x-5z+4=0$. **D.** $4x-5z-4=0$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;2;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4;0;5)$ là

$$(x+1)+0(y-2)-5(z-0)=0 \Leftrightarrow 4x-5z+4=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 478. Điểm nào sau đây thuộc cả 2 mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$?

A. $M(1;1;0)$. **B.** $N(0;2;1)$. **C.** $P(0;0;3)$. **D.** $Q(2;1;0)$.

✍Lời giải.

Điểm thuộc mặt phẳng $(Oxy)\colon z=0$ sẽ có cao độ bằng 0. Do đó loại điểm N và P.

Thay tọa độ điểm $M(1;1;0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $1+1+0-3=0$ (sai) nên $M\notin(P)$.

Thay tọa độ điểm $Q(2;1;0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2+1+0-3=0$ (đúng) nên $Q\in(P)$.

Chọn đáp án D □

Câu 479. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;4;3)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua các hình chiếu của A lên các trục tọa độ. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $12x+15y+20z-10=0$. **B.** $12x+15y+20z+60=0$.

C. $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}-60=0$.

✍Lời giải.

Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Suy ra $A'(5;0;0)$, $B'(0;4;0)$, $C'(0;0;3)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A', B', C' là $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 480. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h=2$. **B.** $h=\frac{6}{\sqrt{5}}$. **C.** $h=\frac{10}{3}$. **D.** $h=6$.

✍Lời giải.

$h=\mathrm{d}(A,(\alpha))=\frac{|2\cdot1-2\cdot1+1+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 481. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;0;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

A. $3x+y-2z-5=0$. **B.** $x-y+z-2=0$.

C. $4x+2y+z-11=0$. **D.** $3x+7y-2z-11=0$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là vtpt của mặt phẳng (α).

Ta có $\begin{cases}AB\subset(\alpha)\\ OC\parallel(\alpha)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{OC}\end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{OC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-2)$, $\overrightarrow{OC}=(2;0;3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{OC}=(-3;-7;2)=(-1)\cdot(3;7;-2)$. Ta chọn $\vec{n}=(3;7;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $3x+7y-2z-11=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 482. Có bao nhiêu mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$, đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha_1): 2x+2y+z-6=0$ và $(\alpha_2): x-2y+2z=0$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

✍Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S). Do $I \in \Delta$ nên $I(3+2t;1-t;1-2t)$, ta có
$\mathrm{d}(I,(\alpha_1))=\mathrm{d}(I,(\alpha_2)) \Leftrightarrow 1=1$ (đúng).

Chọn đáp án D □

Câu 483. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(3;-2;2)$ và $D(-1;2;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB).

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** vô số.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;3)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-3;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=(5;5;5)$.
Phương trình $(ABC): x+y+z-3=0$. Ta thấy $D\in(ABC)$ nên có vô số mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 484. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-16=0$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z-2=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là

A. $r=\sqrt{6}$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=4$. **D.** $r=2\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $R=5$.

Ta đặt $d=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|1+2(-2)-2\cdot2-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.

Khi đó $r=\sqrt{R^2-d^2}=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 485. Cho tam giác ABC. Khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

✍Lời giải.

Mặt phẳng qua A và song song với đường thẳng BC thì cách đều hai điểm B và C, có vô số mặt phẳng đi qua A và song song với BC.

Chọn đáp án D □

Câu 486. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;-1;1)$;$B(3;1;1)$.Tìm phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $2x+y-z-2=0$. **B.** $2x+y-2=0$. **C.** $x+2y-2=0$. **D.** $x+2y-z-2=0$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(4;2;0)$, trung điểm của đoạn AB là $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}\\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}\\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I=1\\ y_I=0\\ z_I=1\end{cases}$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có VTPT là $\vec{n}=(2;1;0)$ và đi qua điểm $I(1;0;1)$ nên có phương trình $2(x-1)+(y-0)=0$ hay $2x+y-2=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 487. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+16=0$. Điểm $M(0;1;-3)$, khi đó khoảng cách từ M đến (P) là

A. $\dfrac{21}{9}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 7. **D.** 5.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M đến (P) là $d_{(M,(P))}=\dfrac{|2+3+16|}{\sqrt{4+4+1}}=7$.

Chọn đáp án C □

Câu 488. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;5)$ và chứa trục Ox có véc-tơ pháp tuyến $\vec{u}=(a;b;c)$. Khi đó tỉ số $\dfrac{b}{c}$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{-1}{5}$. **D.** -5.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}=[\overrightarrow{OA};\vec{i}\,]=(0;5;1)$, do đó $\dfrac{b}{c}=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 489. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y-1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $y+2z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}=(-2;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng $-2(x-0)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow -2x+y-1=0 \Leftrightarrow 2x-y+1=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 490. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến $(P): x+3y-4z+9=0$ là

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\dfrac{17}{\sqrt{26}}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

✍Lời giải.

$d(A,(P))=\dfrac{|1-3\cdot 2-4\cdot 3+9|}{\sqrt{1^2+3^2+(-4)^2}}=\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

Chọn đáp án D □

Câu 491. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB.

A. $y-2z+2=0$. **B.** $y-3z+4=0$. **C.** $y-2z-6=0$. **D.** $y-3z-8=0$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;2;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;2;-6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên phương trình có dạng: $0(x-1)+2(y-2)-6(z+2)=0 \Leftrightarrow y-3z-8=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 492. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;1)$, $B(0;2;3)$, $C(2;1;0)$. Độ dài đường cao của tam giác ABC kẻ từ C là

A. $\sqrt{26}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{3}$. **D.** 26.

✍Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;-1)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-4;1;-3)$, $\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Mà $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}d(C;AB)\cdot AB \Rightarrow d(C;AB)=\dfrac{\sqrt{26}}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 493. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

✍Lời giải.

Ta có mặt phẳng (MNP) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$ nên phương trình mặt phẳng (MNP) là

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 494. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-5)$ lên các trục toạ độ $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$.

A. $15x-10y-6z-30=0$. **B.** $15x-10y-6z+30=0$.
C. $15x+10y-6z+30=0$. **D.** $15x+10y-6z-30=0$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-5)$ lên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt là $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;-5)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C là

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-5}=1 \Leftrightarrow 15x+10y-6z-30=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 495. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng $(Q): x+2y-3z+2=0$.

A. $(P): x+2y-3z+9=0$. **B.** $(P): x+2y-3z-7=0$.
C. $(P): x+2y-3z+7=0$. **D.** $(P): x+2y-3z-9=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{n}_Q=(1;2;-3)$.

Vậy $(P): 1(x-2)+2(y+1)-3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z+9=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 496. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$?

A. $3x+5y+6z-19=0$. **B.** $x+2y-3z-2=0$.
C. $2x+3y+4z-5=0$. **D.** $5x+3y+2z-13=0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}=\left[\vec{n}_P,\overrightarrow{AB}\right]=(5;3;2)$.

Mặt phẳng (Q) qua $B(2;1;0)$ có phương trình $(Q): 5(x-2)+3(y-1)+2(z-0)=0$
$\Leftrightarrow 5x+3y+2z-13=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 497. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;1;1), N(2;-1;0)$ và $P(1;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $x-3y+2z-1=0$. **B.** $3x-y+2z-7=0$. **C.** $x-2y+3z-3=0$. **D.** $2x-y+3z-6=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MP}=(-1;-1;1), \overrightarrow{MN}=(0;-2;-1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n}=\overrightarrow{MP}\wedge\overrightarrow{MN}=(3;-1;2)$.

Mặt phẳng (MNP) đi qua $M(2;1;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ nên có phương trình

$$3(x-2)-(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y+2z-7=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 498. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;-1)$ và $N(0;-2;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN.

A. (α): $x+2y-3z+10=0$. **B.** (α): $x+2y-3z+15=0$.
C. (α): $2x+2y-z+9=0$. **D.** (α): $-2y+5z+9=0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của MN là $I(1;0;2)$.

Ta có (α): $\begin{cases} \text{đi qua } I(1;0;2) \\ \text{VTPT } \vec{n}=\overrightarrow{MN}=(-2;-4;6). \end{cases}$

Do đó (α): $-2(x-1)-4y+6(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z+5=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 499. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x+(m+1)y-2z+m=0$ và (Q): $2x-y+3=0$, với m là tham số thực. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $m=-5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng $(P);(Q)$ có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(1;m+1;-2)$ và $\overrightarrow{n_2}(2;-1;0)$.
Do đó $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 2-m-1=0\Leftrightarrow m=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 500. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm tại I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=5$.

A. (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.
B. (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.
C. (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.
D. (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

✍**Lời giải.**

Ta có $d(I;(P))=d=\dfrac{|-1-2\cdot2+2(-1)-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=3$.
Gọi R là bán kính mặt cầu (S), ta có $R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{34}$.
Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.
Chọn đáp án D □

Câu 501. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1), B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;1)$ và véc-tơ chỉ phương của trục Ox là $\vec{i}=(1;0;0)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm, do $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\vec{i}\end{cases}$ chọn $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{i}\right]=(0;1;-2)$.
Mà mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$, suy ra mặt phẳng (P) có phương trình là $y-2z+2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 502. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x-2y-z+4=0$. **B.** $4x-2y+z+4=0$. **C.** $4x+2y+z-4=0$. **D.** $4x+2y-z+4=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;6;-8)$.
Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x+6y-8z+10=0$.
Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x+y+z-2=0$.
Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x-3y-2z+6=0$.
Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\dfrac{22}{101};\dfrac{70}{101};\dfrac{176}{101}\right)$.
Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{22}{101};-\dfrac{31}{101};-\dfrac{26}{101}\right)=-\dfrac{1}{101}(22;31;26)$.
Mặt phẳng $(P)\perp(ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P}\perp\vec{n}_{(ABC)}=(1;6;-8)$.
Vậy $\left[\vec{n}_{(ABC)};\vec{u}_{AH}\right]=(404;-202;-101)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).
Chọn $\vec{n}_P=(4;-2;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x-2y-z+4=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 503. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+2y+z-2=0$ và mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-1)$ bán kính $R=2$. Bán kính đường tròn giao của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là

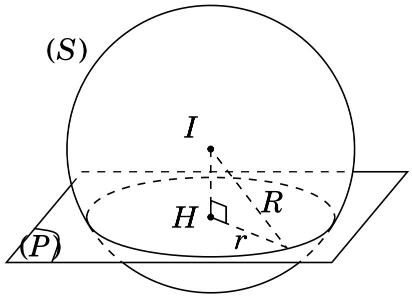
A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=3$. **C.** $r=\sqrt{5}$. **D.** $r=1$.

✍**Lời giải.**

Gọi bán kính đường tròn giao của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là r.

Ta có $h = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot 2 + 2\cdot(-1) - 1 - 2|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 1$.

Suy ra $r = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.



Chọn đáp án A □

Câu 504. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$, $C(-10;5;3)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\overrightarrow{n_3} = (1;8;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (1;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_4} = (1;-2;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (1;2;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;1;-2), \overrightarrow{AC} = (-12;6;0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}] = (12;24;24) = 2\overrightarrow{n_2}$. Vậy mặt phẳng (ABC) nhận $\overrightarrow{n_2} = (1;2;2)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án D □

Câu 505. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;3;1)$, $B(1;-1;2)$, $C(2;1;3)$ và $D(0;1;-1)$. Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có phương trình là

A. $(P): 8x+3y-4z+3=0$. **B.** $(P): x+2y+6z-11=0$.
C. $(P): x+2z-4=0$. **D.** $(P): 2x+y-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-4;1)$, $\overrightarrow{CD} = (-2;0;-4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}] = (8;3;-4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;3;1)$, nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}] = (8;3;-4)$ là véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $8(x+1)+3(y-3)-4(z-1)=0 \Leftrightarrow 8x+3y-4z+3=0$

(thỏa mãn song song CD nên thỏa mãn đề bài).

Chọn đáp án A □

Câu 506. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+1=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-5z+1=0$.
B. Điểm $A(-1;-1;5)$ thuộc (P).
C. (P) song song với trục Oz.
D. Véc-tơ $\vec{n} = (2;-1;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (2;-1;0)$. Ta có $\dfrac{2}{2} = \dfrac{-1}{-1} \neq \dfrac{0}{1}$ nên $\overrightarrow{n_P}$ không cùng phương với $\vec{n} = (2;-1;1)$. Suy ra $\vec{n} = (2;-1;1)$ không là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án D □

Câu 507. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Gọi M, N, P là hình chiếu vuông góc của điểm A trên ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (MNP).

A. (MNP): $6x+3y-2z-6=0$. **B.** (MNP): $6x+3y+2z-6=0$.
C. (MNP): $x+2y-3z-1=0$. **D.** (MNP): $6x+3y-2z+6=0$.

✍Lời giải.

Có $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;-3)$ là hình chiếu của A lên các trục tọa độ nên mặt phẳng cần tìm là

$$(MNP)\colon \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x+3y-2z-6=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 508. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;3)$, $B(1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. (ABC): $x+2y+4z+15=0$. **B.** (ABC): $x-2y+4z+11=0$.
C. (ABC): $x-2y+4z-11=0$. **D.** (ABC): $x+2y+4z-15=0$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(0;2;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;1;0)$, VTPT của (ABC) là $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(1;2;4)$.
Vậy (ABC): $x-1+2(y-1)+4(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+4z-15=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 509. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Trong các véc-tơ sau vec tơ nào **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-4;-2)$. **D.** $\vec{n}=\left(\frac{1}{2};1;\frac{1}{2}\right)$.

✍Lời giải.
Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;1)$.
Tất cả các véc-tơ pháp tuyến của (P) sẽ cùng phương với $\vec{n}$ và có dạng $k\vec{n}$ với $k\in\mathbb{R}^*$.

Chọn đáp án A □

Câu 510. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(0;1;2)$, $B(0;-1;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $z-2=0$. **B.** $x-z+2=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

✍Lời giải.
Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(0;0;2)$.
Suy ra (P) là mặt phẳng trung trực của AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-2;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
$\Rightarrow (P)$: $y=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 511. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;2)$, $B(2;1;1)$ và mặt phẳng $P: x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm phương trình mặt phẳng (Q).

A. $-x+y=0$. **B.** $3x-2y-x+3=0$. **C.** $x+y+z-2=0$. **D.** $3x-2y-x-3=0$.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1);\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$.
Do mặt phẳng Q chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng $(P)\Rightarrow \overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{AB}\right]=(-3;2;1)$.
Do đó $Q: 3x-2y-z-3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 512. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P): $4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-21$.
C. $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

✍Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$ và bán kính $R=2$.
Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi (P) tiếp xúc (S), từ đó suy ra $\mathrm{d}(I,(P))=R$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|4\cdot 2-3\cdot(-1)-m|}{\sqrt{4^2+3^3+0^2}}=2 \Leftrightarrow |11-m|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1\\ m=21.\end{array}\right.$

Chọn đáp án C □

Câu 513. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.
C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{n_1}=(1;1;3),\overrightarrow{n_2}=(2;-1;1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(Q),(R)$.
Do mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q),(R)$ nên $[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}]=(4;5;-3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Từ đó suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $4x+5y-3z-22=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 514. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $N(1;-1;-1)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $M(1;1;-1)$.

✍Lời giải.

Thế tọa độ điểm N vào phương trình nặt phẳng (P) ta được $2\cdot1-1\cdot(-1)+(-1)-2=0$.
Suy ra điểm N thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án B □

Câu 515. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. 1. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

✍Lời giải.

Lấy $M(0;0;-3)\in(P)$. Do $(P)\parallel(Q)$ nên $\mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(M,(Q))=\dfrac{|0+0-2(-3)+3|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 516. Mặt phẳng cắt mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y+6z-1=0$ có phương trình là

A. $2x+3y-z-16=0$. **B.** $2x+3y-z+12=0$. **C.** $2x+3y-z-18=0$. **D.** $2x+3y-z+10=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;-3)$ và $R=2\sqrt{3}$.

Ta có: Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x+3y-z-16=0$ là $d_1=\dfrac{14}{2\sqrt{3}}>R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x+3y-z+12=0$ là $d_1=\dfrac{14}{2\sqrt{3}}>R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x+3y-z-18=0$ là $d_1=\dfrac{16}{2\sqrt{3}}>R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x+3y-z+10=0$ là $d_1=\dfrac{12}{2\sqrt{3}}=R$.

Chọn đáp án D □

Câu 517. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=12$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn

A. (P_1): $x+y-z+2=0$. **B.** (P_2): $x+y-z-2=0$.
C. (P_3): $x+y-z+10=0$. **D.** (P_4): $x+y-z-10=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;-1;1)$ và bán kính $r=\sqrt{12}$. Để mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn thì khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng đó phải nhỏ hơn r.

Ta có $\mathrm{d}(I;(P_1))=\dfrac{|-2-1-1+2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}<\sqrt{12}$. Vậy mặt phẳng cần tìm là (P_1).

Chọn đáp án A □

Câu 518. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. (P): $6x+3y+2z+18=0$. **B.** (P): $6x+3y+2z+6=0$.
C. (P): $6x+3y+2z-18=0$. **D.** (P): $6x+3y+2z-6=0$.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c\neq0$.

Khi đó (P): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì M là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $\begin{cases}x_M=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_M=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_M=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=6\\ c=9.\end{cases}$

Vậy (P): $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1$ hay (P): $6x+3y+2z-18=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 519. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

A. 8. **B.** $4\sqrt{6}$. **C.** 10. **D.** 6.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$, bán kính $R=10$.

Gọi $d=\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|3\cdot2-2\cdot(-2)-1\cdot1+9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=6$.

Vậy bán kính của đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{100-36}=8$.

Chọn đáp án A □

Câu 520. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1;1;-1)$ có phương trình là

A. $z+1=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $x+z=0$. **D.** $y+z=0$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{OA}=(1;1;-1)\\ \vec{n}\perp\vec{i}=(1;0;0)\end{cases}$

$\Rightarrow$ Chọn một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\vec{i};\overrightarrow{OA}\right]=(0;1;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng là: $y+z=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 521. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$ có bán kính bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 9.

✍Lời giải.

Do mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên

$$R=\mathrm{d}(I,(P))\Leftrightarrow R=\frac{|1-2\cdot2+2\cdot(-1)-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}\Leftrightarrow R=2.$$

Vậy bán kính mặt cầu tâm I bằng 2.

Chọn đáp án C □

Câu 522. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;2;2)$, $B(1;1;-1)$ và $C(2;-2;-2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxz sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2;0;3)$. **B.** $M(2;0;1)$. **C.** $M(2;3;1)$. **D.** $M(-2;0;3)$.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right)\Rightarrow I(2;3;1)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right)=2\overrightarrow{MI}$

Nên $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên Oxz.

Vậy $M(2;0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 523. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-y+z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và song song với (α) ?

A. $3x-y+z-11=0$. **B.** $3x-y+z+11=0$. **C.** $3x-y+z+12=0$. **D.** $3x-y+z-12=0$.

✍Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P)\parallel(\alpha)\Rightarrow(P)\colon 3x-y+z+m=0$ (với $m\neq4$)

Do $M(3;-1;2)\in(P)\Rightarrow 3\cdot3+1+2+m=0\Rightarrow m=-12$ (thỏa mãn).

Do đó mặt phẳng cần tìm có phương trình là $(P)\colon 3x-y+z-12=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 524. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$.

✍Lời giải.

Vì mặt phẳng (MNP) đi qua ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$ nên có phương trình là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 525. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-6=0$ và $(Q)\colon x+2y-2z+3=0$ Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 9.

✍Lời giải.

Hai mặt phẳng song song nên khoảng cách giữa chúng bằng khoảng cách từ một điểm trên một mặt phẳng tới mặt phẳng còn lại.

Điểm $M(6,0,0)\in(P)$. Khoảng cách từ M đến (Q) bằng $d=\frac{|1\cdot(6)+2\cdot(0)-2\cdot(0)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 526. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+3=0$, $(Q)\colon 2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua $M(1;1;1)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của $(R)\colon m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$, khi đó giá trị của m là

A. 3. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -3.

✍Lời giải.

Vì mặt phẳng (R) đi qua $M(1;1;1)$ nên ta có

$$m(1-2-1+3)+(2+1+1-1)=0\Leftrightarrow m=-3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 527. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là.

A. $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-1=0\\-2x+3y+7z+23=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z-1=0\\-2x+3y+6z+13=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}x+y+z-1=0\\-23x+37y+17z+23=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2x+3y+z-1=0\\3x+y+7z+6=0\end{array}\right.$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2>0$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;3)$.
Vì (P) qua A, B nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0\Leftrightarrow -a-2b+3c=0\Rightarrow a=-2b+3c$ hay $\vec{n}=(-2b+3c;b;c)$.
Khi đó $(P)\colon(-2b+3c)x+by+cz+2b-3c=0$
Mặt khác

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(C,(P))=\frac{2}{\sqrt{3}} &\Leftrightarrow \frac{|b+c|}{\sqrt{(-2b+3c)^2+b^2+c^2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\\ &\Leftrightarrow \sqrt{3}|b+c|=2\sqrt{5b^2+10c^2-12bc}\\ &\Leftrightarrow 17b^2-54bc+37c^2=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b=c\\17b=37c.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Với $b=c$ chọn $\vec{n}=(1;1;1)$ suy ra mặt phẳng cần tìm là $x+y+z-1=0$.
Với $17b=37c$ chọn $\vec{n}=(-23;37;17)$ suy ra mặt phẳng cần tìm là $-23x+37y+17z+23=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 528. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=-1$. **B.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.

✍**Lời giải.**

Dựa trên phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có (ABC): $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.

Chọn đáp án C □

2.1 ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. D	5. C	6. C	7. A	8. C	9. C	10. C
11. B	12. A	13. C	14. B	15. B	16. C	17. B	18. A	19. C	20. D
21. A	22. C	23. A	24. D	25. D	26. B	27. B	28. D	29. C	30. A
31. D	32. A	33. A	34. B	35. C	36. B	37. C	38. C	39. D	40. C
41. D	42. B	43. A	44. C	45. D	46. A	47. C	48. A	49. C	50. B
51. B	52. B	53. A	54. A	55. D	56. C	57. A	58. B	59. A	60. A
61. D	62. A	63. C	64. C	65. C	66. B	67. D	68. A	69. D	70. D
71. A	72. B	73. B	74. D	75. B	76. B	77. C	78. C	79. B	80. B
81. C	82. B	83. C	84. B	85. C	86. D	87. B	88. B	89. B	90. C
91. D	92. C	93. B	94. B	95. A	96. B	97. A	98. C	99. C	100. C
101. C	102. A	103. A	104. B	105. B	106. A	107. D	108. A	109. C	110. C
111. D	112. A	113. D	114. D	115. D	116. D	117. D	118. B	119. B	120. B
121. D	122. C	123. B	124. D	125. A	126. D	127. C	128. C	129. B	130. A
131. D	132. C	133. D	134. C	135. B	136. C	137. D	138. A	139. D	140. B
141. A	142. A	143. D	144. C	145. B	146. B	147. D	148. A	149. D	150. B
151. B	152. C	153. C	154. A	155. C	156. C	157. D	158. B	159. B	160. A
161. A	162. D	163. B	164. A	165. A	166. C	167. C	168. C	169. B	170. A
171. D	172. D	173. C	174. A	175. C	176. C	177. A	178. C	179. C	180. B
181. A	182. A	183. C	184. B	185. C	186. D	187. A	188. D	189. A	190. B
191. A	192. B	193. D	194. C	195. C	196. C	197. B	198. C	199. A	200. A
201. A	202. D	203. A	204. C	205. B	206. B	207. D	208. B	209. D	210. B
211. D	212. D	213. B	214. C	215. C	216. D	217. D	218. C	219. B	220. A
221. A	222. C	223. C	224. B	225. A	226. A	227. D	228. D	229. D	230. D
231. C	232. C	233. C	234. A	235. A	236. A	237. A	238. C	239. C	240. B
241. B	242. D	243. D	244. A	245. B	246. B	247. C	248. B	249. D	250. C
251. B	252. A	253. B	254. A	255. A	256. D	257. C	258. B	259. D	260. A
261. B	262. A	263. C	264. A	265. D	266. D	267. B	268. A	269. B	270. A
271. A	272. B	273. D	274. B	275. C	276. C	277. D	278. D	279. D	280. B
281. C	282. A	283. D	284. D	285. D	286. A	287. C	288. D	289. A	290. D
291. A	292. D	293. C	294. B	295. A	296. C	297. D	298. B	299. A	300. B
301. B	302. B	303. D	304. C	305. B	306. B	307. D	308. B	309. C	310. A
311. D	312. C	313. A	314. D	315. A	316. A	317. A	318. B	319. A	320. A
321. C	322. C	323. B	324. C	325. D	326. C	327. B	328. B	329. A	330. D
331. A	332. A	333. D	334. B	335. C	336. C	337. A	338. B	339. A	340. C
341. C	342. B	343. B	344. C	345. D	346. A	347. A	348. A	349. D	350. C
351. A	352. C	353. B	354. B	355. D	356. C	357. A	358. A	359. C	360. B
361. C	362. C	363. D	364. B	365. D	366. D	367. C	368. C	369. C	370. D
371. B	372. B	373. C	374. A	375. B	376. C	377. D	378. B	379. B	380. A
381. D	382. A	383. D	384. A	385. A	386. D	387. B	388. D	389. A	390. B
391. B	392. A	393. D	394. B	395. D	396. C	397. D	398. D	399. C	400. C

401.D	402.C	403.A	404.D	405.C	406.C	407.D	408.A	409.A	410.D
411.A	412.B	413.B	414.D	415.B	416.B	417.C	418.C	419.C	420.B
421.D	422.A	423.D	424.C	425.A	426.B	427.B	428.B	429.A	430.B
431.D	432.B	433.A	434.A	435.A	436.C	437.C	438.B	439.D	440.D
441.C	442.D	443.A	444.B	445.A	446.C	447.C	448.C	449.B	450.A
451.D	452.A	453.B	454.B	455.B	456.D	457.C	458.B	459.D	460.A
461.A	462.A	463.A	464.B	465.A	466.D	467.A	468.B	469.A	470.D
471.B	472.A	473.C	474.D	475.A	476.B	477.C	478.D	479.C	480.A
481.D	482.D	483.D	484.C	485.D	486.B	487.C	488.A	489.C	490.D
491.D	492.C	493.C	494.D	495.A	496.D	497.B	498.B	499.B	500.D
501.A	502.A	503.A	504.D	505.A	506.D	507.A	508.D	509.A	510.D
511.D	512.C	513.D	514.B	515.B	516.D	517.A	518.C	519.A	520.D
521.C	522.B	523.D	524.A	525.C	526.D	527.C	528.C		

3 VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-3=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P), đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=3$. **B.** $R=9$. **C.** $R=5$. **D.** $R=1$.

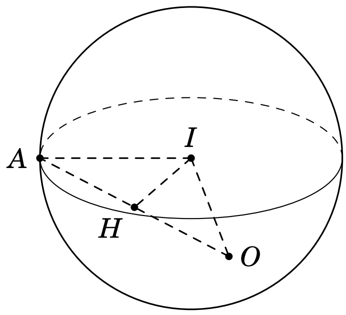
✍**Lời giải.**

Gọi H là trung điểm của OA, khi đó $IH\perp OA$.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;0;-1)\Rightarrow OA=\sqrt{2}\Rightarrow OH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Mặt cầu (S) có tâm I và qua O, A nên tam giác OIA cân tại I.

$$S_{\triangle OIA}=\frac{1}{2}\cdot IH\cdot OA\Leftrightarrow\frac{\sqrt{17}}{2}=\frac{1}{2}\cdot IH\cdot\sqrt{2}\Leftrightarrow IH=\frac{\sqrt{34}}{2}.$$



Xét tam giác IOH vuông tại H có

$$R=OI=\sqrt{IH^2+OH^2}=\sqrt{\frac{17}{2}+\frac{1}{2}}=3.$$

Chú ý: Nếu kết quả $OI<\sqrt{3}=\mathrm{d}(O,(P))$ thì không tồn tại điểm I thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;-1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;-1;3)$, $D\in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D.

A. -6. **B.** 2. **C.** 7. **D.** -4.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(0;0;2)$, do đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;-2;0)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $2(x-2)-2(y+1)=0\Leftrightarrow x-y-3=0$.

Vì $D\in Oy$ nên $D(0;m;0)$.

Tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5 nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|\cdot\mathrm{d}(D,(ABC))=5\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{8}\cdot\frac{|-m-3|}{\sqrt{2}}=30\\ \Leftrightarrow\ &|m+3|=15\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}m=12\\ m=-18.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy tổng tung độ các điểm D là $12+(-18)=-6$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn đẳng thức $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I-2)+3(x_I+3)=0 \\ 2(y_I+2)+3(y_I-3)=0 \\ 2(z_I-4)+3(z_I+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1+5=0 \\ 5y_1-5=0 \\ 5z_1-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=1 \\ z_1=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1;1).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2MA^2+3MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\cdot(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB})+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2+2IA^2+3IB^2. \end{aligned}$$

Vì A, B, I cố định nên $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P).

$$\Rightarrow \exists k\in\mathbb{R}, \overrightarrow{IM}=k\overrightarrow{n}_{(P)} \Rightarrow \begin{cases} x_M=2k-1 \\ y_M=-k+1 \\ z_M=2k+1. \end{cases}$$

Mà $M\in(P)\Rightarrow 2(2k-1)-(-k+1)+2(2k+1)-8=0 \Leftrightarrow 9k-9=0 \Leftrightarrow k=1 \Rightarrow M(1;0;3)$.

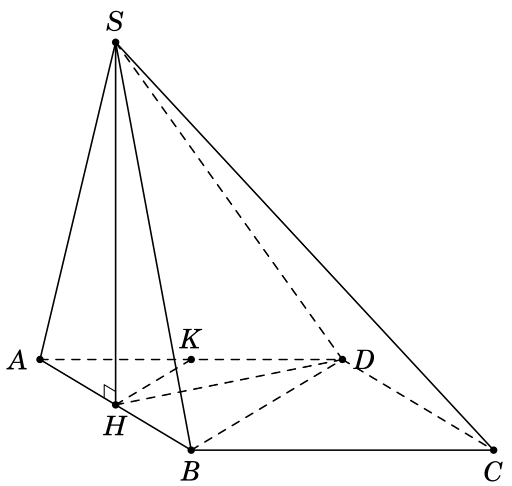
Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2=135$.

Chọn đáp án A □

Câu 4.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm đoạn AD (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD theo a là

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{45}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{25}$.



✍Lời giải.

Do giả thiết suy ra $HK\parallel BD$ nên $HK\parallel(SBD)$.

Do đó $\mathrm{d}(HK,SD)=\mathrm{d}(HK,(SBD))=\mathrm{d}(H,(SBD))$.

Xét tam giác vuông HAD ta có

$HD^2=AD^2+AH^2 \Leftrightarrow HD^2=a^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow HD^2=\dfrac{5a^2}{4} \Leftrightarrow HD=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vì $SH\perp(ABCD)$ nên $SH\perp HD$. Khi đó trong tam giác SHD ta có

$$\begin{aligned} SH^2=SD^2-HD^2 \quad &\Leftrightarrow \quad SH^2=\left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow \quad SH^2=\frac{17a^2}{4}-\frac{5a^2}{4} \\ &\Leftrightarrow \quad SH^2=3a^2 \Leftrightarrow SH=a\sqrt{3} \end{aligned}$$

Chọn hệ $Oxyz$ sao cho $H(0;0;0)$, $B\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $A\left(-\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $S\left(0;0;a\sqrt{3}\right)$.

Suy ra $C\left(\dfrac{a}{2};a;0\right)$ và $D\left(-\dfrac{a}{2};a;0\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{BS}=\left(-\frac{a}{2};0;a\sqrt{3}\right)$ và $\overrightarrow{BD}=(-a;a;0)$ nên $\left[\overrightarrow{BS},\overrightarrow{BD}\right]=\left(-a^2\sqrt{3};-a^2\sqrt{3};-\frac{a^2}{2}\right)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) ta chọn $\vec{n}=\left(\sqrt{3};\sqrt{3};\frac{1}{2}\right)$, khi đó phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\sqrt{3}\left(x-\frac{a}{2}\right)+\sqrt{3}y+\frac{1}{2}z=0\Leftrightarrow 2\sqrt{3}x+2\sqrt{3}y+z-\sqrt{3}a=0.$$

Nên $\mathrm{d}(H,(SBD))=\dfrac{\left|-a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2+1}}=\dfrac{\sqrt{3}a}{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+2=0$ và hai điểm $A(3;4;1)$, $B(7;-4;-3)$. Điểm $M(a;b;c)$, với $a>2$, thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải.

Ta có $S_{ABM}=\frac{1}{2}AB\cdot MH$ với H là hình chiếu vuông góc của M lên AB.
Do AB không đổi nên $\triangle ABM$ có diện tích nhỏ nhất khi MH nhỏ nhất.
Nhận thấy $\overrightarrow{AB}=(4;-8;-4)$, $\vec{n}_P=(1;1;-1)$ nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_P=0$. Mà $A\notin(P)$, suy ra $AB\parallel(P)$.
Do đó, MH nhỏ nhất khi và chỉ khi M thuộc giao tuyến của (P) và (Q), với (Q) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với (P). Ta có $\overrightarrow{AB}\wedge\vec{n}_P=(12;0;12)$. Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua A và nhận $\vec{n}=(1;0;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x+z-4=0$.
Điểm M nằm trên giao tuyến của (P) và (Q) nên có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}x+z-4=0\\x+y-z+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=t\\y=2-2t\\z=4-t\end{cases}\Rightarrow M(t;2-2t;4-t),\ t>2.$$

Ta có $\overrightarrow{AM}=(t-3;-2-2t;3-t)$ và $\overrightarrow{BM}=(t-7;6-2t;7-t)$.
Tam giác ABM vuông tại M khi

$$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=\dfrac{5}{3}.\end{array}\right.$$

Vì $t>2$ nên chọn $t=3$ và lúc đó $M(3;-4;1)$, suy ra $a+b+c=0$.
Chọn đáp án D □

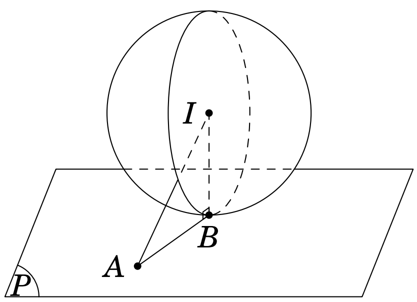
Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5;-3;5)$, bán kính $R=2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B. Tính OA biết $AB=4$.

A. $OA=\sqrt{11}$. **B.** $OA=5$. **C.** $OA=3$. **D.** $OA=\sqrt{6}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}[I,(P)]=\frac{|5-2\cdot(-3)+2\cdot5-3|}{3}=6.$$



Vì AB tiếp xúc với (S) tại B nên tam giác AIB vuông tại B, do đó ta có

$$IA=\sqrt{IB^2+AB^2}=\sqrt{R^2+AB^2}=6=\mathrm{d}[I,(P)].$$

Vậy, suy ra A là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng IA đi qua $I(5;-3;5)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên có phương trình là $\begin{cases}x=5+t\\y=-3-2t\\z=5+2t.\end{cases}$
Do $A=IA\cap(P)$ nên $5+t-2(-3-2t)+2(5+2t)-3=0\Leftrightarrow t=-2$.
Vậy $A(3;1;1)$ nên $OA=\sqrt{11}$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;1)$. Trục Ox có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;0)$.
Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Do (α) qua hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\overrightarrow{AB};\vec{u}]=(0;1;-2)$.
Phương trình mặt phẳng (α) cần tìm là $0(x-1)+1(y-0)-2(z-1)=0\Leftrightarrow y-2z+2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) qua các điểm A, B, C lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz sao cho $H(1;2;-2)$ là trực tâm của tam giác ABC.

A. $(\alpha)\colon x-2y+2z-11=0$. **B.** $(\alpha)\colon x+2y-2z-11=0$.
C. $(\alpha)\colon x-2y-2z-9=0$. **D.** $(\alpha)\colon x+2y-2z-9=0$.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c\neq0$.
Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Vì $H(1;2;-2)$ thuộc mặt phẳng (α) nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}-\dfrac{2}{c}=1$. (1)
Ta có $\overrightarrow{AH}=(1-a;2;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$, $\overrightarrow{BH}=(1;2-b;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.
Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên

$$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow -2b-2c=0\Leftrightarrow b=-c. \qquad (2)$$
$$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow -a-2c=0\Leftrightarrow a=-2c. \qquad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta được

$$\frac{1}{-2c}+\frac{2}{-c}-\frac{2}{c}=1\Leftrightarrow -\frac{1}{2c}-\frac{4}{2c}-\frac{4}{2c}=1\Leftrightarrow c=-\frac{9}{2}.$$

Khi đó $a=9$, $b=\dfrac{9}{2}$ nên phương trình của (α) là $\dfrac{x}{9}+\dfrac{2y}{9}-\dfrac{2z}{9}=1$ hay $x+2y-2z-9=0$.
Cách khác. Áp dụng nhanh tính chất tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và H là trực tâm của tam giác ABC thì $OH\perp(ABC)$.
Ta có $\overrightarrow{OH}=(1;2;-2)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
Phương trình của mặt phẳng (α) là $(x-1)+2(y-2)-2(z+2)=0$ hay $x+2y-2z-9=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+(m+1)y-2z+m=0$ và $(Q)\colon 2x-y+3=0$ với m là tham số thực. Tìm m để (P) vuông góc với (Q).

A. $m=-5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

✍Lời giải.

- (P) có vec-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;m+1;-2)$ và (Q) có vec-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;0)$.
- $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}\Leftrightarrow 1\cdot2+(m+1)\cdot(-1)+(-2)\cdot0=0\Leftrightarrow m=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-20=0$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-2z+4=0$ cắt nhau theo một đường tròn có chu vi bằng

A. 10π. **B.** 16π. **C.** 4π. **D.** 8π.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính

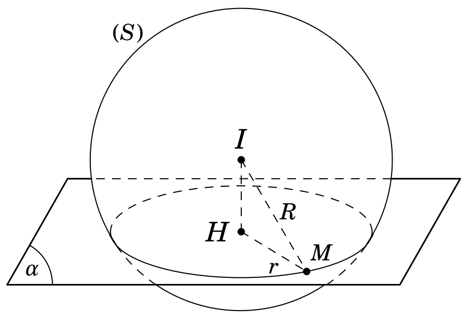
$$R = \sqrt{1^2+2^2+0^2-(-20)} = 5.$$

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) là

$$IH = \mathrm{d}(I,(\alpha)) = \frac{|1+2\cdot 2-2\cdot 0+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 3.$$

Do đó, bán kính đường tròn thiết diện là

$$r = \sqrt{R^2-IH^2} = 4.$$



Vậy chu vi của đường tròn thiết diện là $C = 2\pi r = 8\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(-3;0;0)$, $B(0;0;3)$, $C(0;-3;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

A. $M(3;3;-3)$. **B.** $M(-3;-3;3)$. **C.** $M(3;-3;3)$. **D.** $M(-3;3;3)$.

✍Lời giải.

Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thoả mãn $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-3-a;-b;-c)$, $\overrightarrow{IB}=(-a;-b;3-c)$, $\overrightarrow{IC}=(-a;3-b;-c)$.

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases}-3-a=0\\ b-3=0\\ 3-c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3\\ b=3\\ c=3\end{cases} \Leftrightarrow I(-3;3;3)$.

Nhận thấy $I(-3;3;3)\in(P)$. Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right| = MI \geq 0$.

Từ đó suy ra $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất bằng 0 khi $M(-3;3;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=2OB=3OC\neq 0$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

✍Lời giải.

Xét $(P)\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$, với $|a|=2|b|=3|c|=k>0$.

Do $M\in(P)\Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$.

Chú ý rằng $\dfrac{k}{a}\in\{-1;1\}, \dfrac{k}{b}\in\{-2;2\}, \dfrac{k}{c}\in\{-3;3\}$.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1\\ \Leftrightarrow\ &\frac{k}{a}+2\frac{k}{b}+3\frac{k}{c}=k\\ \Leftrightarrow\ &(\pm1)+2\cdot(\pm2)+3\cdot(\pm3)=k\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{aligned}&k=14\\&k=12\\&k=6\\&k=4.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Có 4 mặt phẳng thỏa đề bài.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;-2)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm N trên các trục Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $x+y-3z=0$. **D.** $x+y-2z-1=0$.

✍Lời giải.

Ta có $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;4;-1)$, $B(1;1;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y+2z-5=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $3x-y-3z+7=0$. **B.** $3x-y-3z-13=0$. **C.** $3x+y-3z-1=0$. **D.** $3x-y-3z-1=0$.

✍Lời giải.

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(3;-3;4)\\ \vec{n}_{(P)}=(1;-3;2)\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}\right]=(6;-2;-6)=2(3;-1;-3).$

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(3;-1;-3)$ có phương trình

$$\begin{aligned}&3(x+2)-(y-4)-3(z+1)=0\\ \Leftrightarrow\ &3x-y-3z+7=0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 8.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Theo giả thiết, mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ và $OA=OB=OC$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1\\ |a|=|b|=|c|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1\\ \left[\begin{array}{l}a=b=c\\ a=b=-c\\ a=-b=c\\ a=-b=-c\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=c=4\\ a=-b=c=2\\ a=-b=-c=-2.\end{array}\right.$$

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là

$$(P_1):\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1;(P_2):\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1;(P_3):\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x+2y-2z+2018=0$, (Q): $x+my+(m-1)z+2017=0$ (với m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm M nào dưới đây nằm trong (Q)?

A. $M(-2017;1;1)$. **B.** $M(0;0;2017)$. **C.** $M(0;-2017;0)$. **D.** $M(2017;1;1)$.

✍Lời giải.

(P) có 1 VTPT $\vec{n}_P=(1;2;-2)$, (Q) có 1 VTPT $\vec{n}_Q=(1;m;m-1)$.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q).

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\left|\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q\right|}{\left|\vec{n}_P\right|\cdot\left|\vec{n}_Q\right|}=\dfrac{|1+2m-2m+2|}{3\sqrt{1+m^2+(m-1)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2m^2-2m+2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}}}$.

Do $0\le\alpha\le 90^\circ$ nên α nhỏ nhất khi $\cos\alpha$ lớn nhất $\Leftrightarrow\sqrt{2\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow(Q)$: $2x+y-z+4034=0\Rightarrow M(-2017;1;1)\in(Q)$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=2OB=3OC\neq 0$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải.

Ta có:
$A(a;0;0)$,$B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, với $abc\neq 0$.

Do đó phương trình mặt phẳng (P) là : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do (P) đi qua M nên ta có

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1.$$

Với điều kiện $OA=2OB=3OC$ ta được

$$|a|=2|b|=3|c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b=3c \\ a=2b=-3c \\ a=-2b=3c \\ a=-2b=-3c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{a}{2};c=\frac{a}{3} \\ b=\frac{a}{2};c=-\frac{a}{3} \\ b=-\frac{a}{2};c=\frac{a}{3} \\ b=-\frac{a}{2};c=-\frac{a}{3} \end{array}\right.$$

+ Với $b=\frac{a}{2},c=\frac{a}{3}\Rightarrow a=13$.

+ Với $b=\frac{a}{2},c=-\frac{a}{3}\Rightarrow a=-4$.

+ Với $b=-\frac{a}{2},c=\frac{a}{3}\Rightarrow a=6$.

+ Với $b=-\frac{a}{2},c=-\frac{a}{3}\Rightarrow a=-12$.

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$. Tìm điểm $M\in(Oxy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\left(\frac{1}{5};\frac{3}{5};0\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{5};\frac{3}{5};0\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5};-\frac{3}{5};0\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5};0\right)$.

Lời giải.

Lấy điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow \begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B+3x_c}{5}=\dfrac{1}{5} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B+3y_c}{5}=\dfrac{3}{5} \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B+3z_c}{5}=-\dfrac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow I(\frac{1}{3};\frac{3}{5};-\frac{1}{5})$. Khi đó ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|=5\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=5\overrightarrow{MI}=5MI$.

Từ đó, để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, điều đó xảy ra khi M là hình chiếu của I trên mặt phẳng Oxy, suy ra $M(\frac{1}{5};\frac{3}{5};0)$.

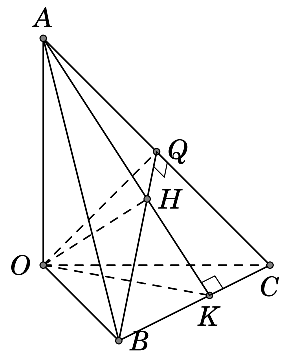
Chọn đáp án A □

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $2x+y+z-6=0$. **B.** $x+2y+z-6=0$. **C.** $x+2y+2z-6=0$. **D.** $2x+y+z+6=0$.

Lời giải.

Trong tam giác ABC, kẻ các đường cao AK và BQ.
Vì $BC \perp AK$ và $BC \perp AO$ nên $BC \perp (AOK)$, suy ra $BC \perp OH$.
Hoàn toàn tương tự, $AC \perp OH$.Suy ra $OH \perp (ABC)$.
Vậy (P) là mặt phẳng qua $H(2;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{OH} = (2;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến; $(P)\colon 2x + y + z - 6 = 0$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\dfrac{81}{2}$. **B.** $\dfrac{243}{2}$. **C.** $\dfrac{81}{6}$. **D.** 243.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $(a,b,c>0)$.
Khi đó $(P)\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$.
Vì $M \in (P)$ nên $\dfrac{9}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = 1$.
Ta có $1 = \dfrac{9}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} \ge 3\sqrt[3]{\dfrac{9}{a} \cdot \dfrac{1}{b} \cdot \dfrac{1}{c}} \Rightarrow abc \le 243$.
Suy ra $V_{OABC} = \dfrac{1}{6}abc \le \dfrac{243}{6} = \dfrac{81}{2}$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{9}{a} = \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{3}$ hay $a = 27$, $b = 3$, $c = 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;-1;0)$, $B(3;1;-1)$. Điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

A. $M\left(0;-\dfrac{9}{4};0\right)$. **B.** $M\left(0;\dfrac{9}{2};0\right)$. **C.** $M\left(0;-\dfrac{9}{2};0\right)$. **D.** $M\left(0;\dfrac{9}{4};0\right)$.

✍Lời giải.

Ta có trung điểm I của AB có tọa độ là $I\left(1;0;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB} = (4;2;-1)$.

Phương trình mặt trung trực của đoạn AB là $4(x-1) + 2(y-0) - 1\left(z + \dfrac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - z - \dfrac{9}{2} = 0$.

Khi đó M là giao điểm của Oy và mặt trung trực AB, do vậy tọa độ M cần tìm là $M\left(0;\dfrac{9}{4};0\right)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) chứa điểm $H(1;2;2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y - 2z - 9 = 0$. **B.** $2x + y + z - 6 = 0$. **C.** $2x + y + z - 2 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

✍Lời giải.

Ta có $BC \perp OA$ (do $BC \subset (Oyz)$ và $A \in Ox$), $BC \perp AH$ (do H là trực tâm tam giác ABC)
$\Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$, chứng minh tương tự ta cũng có $AC \perp OH \Rightarrow OH \perp (ABC)$.
Do vậy (P) qua điểm $H(1;2;2)$ và nhận $\overrightarrow{OH} = (1;2;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Ta được

$$(P)\colon (x-1) + 2(y-2) + 2(z-2) = 0 \Rightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài đoạn GM ngắn nhất bằng

A. 2. **B**. 1. **C**. 3. **D**. 4.

✍Lời giải.

Ta có G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2;3;1)$.

Giả sử $M(a;0;c) \in (Oxz)$. Gọi H là hình chiếu của G trên $mp(Oxz) \Rightarrow H(2;0;1)$.

Ta có $GM \geq GH = \mathrm{d}(G;(Oxz)) = 3$ và $GM = GH \Leftrightarrow M \equiv H$, khi đó $M(2;0;1)$.

Vậy độ dài đoạn GM ngắn nhất bằng 3.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(3;2;2)$, $D(1;1;1)$. Độ dài chiều cao DH của tứ diện bằng

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **B**. $\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$. **C**. $\dfrac{3\sqrt{14}}{7}$. **D**. $\dfrac{4\sqrt{14}}{7}$.

✍Lời giải.

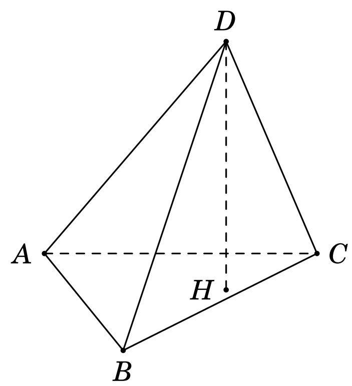
Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-1;2), \overrightarrow{AC} = (2;0;1)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-1;3;2)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-1;3;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua $A(1;2;1)$ có phương trình:

$-1(x-1)+3(y-2)+2(z-1) = 0 \Leftrightarrow -x+3y+2z-7 = 0$

Độ dài chiều cao DH của tứ diện bằng khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC).



Ta có: $DH = \mathrm{d}(D,(ABC)) = \dfrac{|-1+3+2-7|}{\sqrt{1+9+4}} = \dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.

Chọn đáp án B □

Câu 25. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2;1;2)$, điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q)\colon x+y-11=0$ là

A. 90°. **B**. 30°. **C**. 60°. **D**. 45°.

✍Lời giải.

Vì điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) nên ta chọn $\overrightarrow{OH} = \vec{n}_{(P)} = (2;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$2(x-2)+(y-1)+2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-9 = 0.$$

Do đó, góc giữa 2 mặt phẳng $(P),(Q)$ tính như sau

$$\cos((P),(Q)) = \frac{\left|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}_{(P)}\right| \cdot \left|\vec{n}_{(Q)}\right|} = \frac{|2\cdot 1+1\cdot 1+2\cdot 0|}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 45°.

Chọn đáp án D □

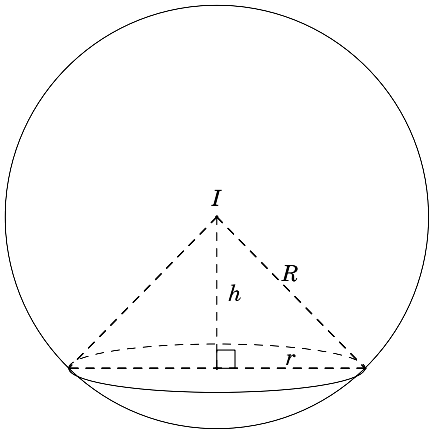
Câu 26. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 25$ có tâm I và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+7=0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng

A. 12π. **B**. 48π. **C**. 36π. **D**. 24π.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=5$.
Gọi h là khoảng cách từ điểm I đến (P) và r là bán kính của đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S).
Ta có $h=\mathrm{d}(I;(P))=\dfrac{|1+2+2+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=4$.
Mặt khác $r^2+h^2=R^2 \Leftrightarrow r^2+4^2=5^2 \Leftrightarrow r=3$.
Thể tích khối nón đỉnh I cần tìm là

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\cdot 3^2\cdot 4=12\pi.$$



Chọn đáp án A □

Câu 27. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (A, B, C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $N(0;2;2)$. **B.** $M(0;2;1)$. **C.** $P(2;0;0)$. **D.** $Q(2;0;-1)$.

✍**Lời giải.**
Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, $c>0$.
Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B, C là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Vì $M\in(P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.
Áp dụng bất đẳng thức AM-GM

$$1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{a}\cdot\frac{2}{b}\cdot\frac{1}{c}}\Leftrightarrow 1\ge 27\cdot\frac{2}{abc}\Leftrightarrow abc\ge 54.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V=\dfrac{1}{6}abc\ge 9$.
Suy ra thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là bằng $9\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=6\\c=3.\end{cases}$
Khi đó (P): $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{3}=1$.
Thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình mặt phẳng (P), ta thấy $N\in(P)$.
Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P): $x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0)$, $B(-2;2;-1)$, $C(5;-1;3)$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** 0. **D.** 5.

✍**Lời giải.**
Vì $M\in(P)$ nên $a+b+c=6$. (1)
Ta có $\overrightarrow{AM}=(a-1;b-6;c)$, $\overrightarrow{BM}=(a+2;b-2;c+1)$, $\overrightarrow{CM}=(a-5;b+1;c-3)$.
Vì M cách đều A, B, C nên $\begin{cases}AM^2=BM^2\\AM^2=CM^2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a+2)^2+(b-2)^2+(c+1)^2\\(a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a-5)^2+(b+1)^2+(c-3)^2\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}3a+4b+c=14\\4a+7b-3c=1.\end{cases}$$

Kết hợp với (1) suy ra $\begin{cases}a=-23\\b=18\\c=11.\end{cases}$
Tổng $a+b+c=-23+18+11=6$.
Chọn đáp án A □

Câu 29. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;2;3)$. Gọi $(P): px+qy+rz+1=0 (p,q,r\in\mathbb{R})$ là mặt phẳng qua G và cắt các trục Ox,Oy,Oz tại A,B,C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính $T=p+q+r$.

A. $T=-\dfrac{11}{18}$. **B.** $T=\dfrac{11}{18}$. **C.** $T=18$. **D.** $T=-18$.

Lời giải.

Giả sử $A(a,0,0),B(0,b,0),C(0,0,c)$, ta có phương trình đoạn chắn của (P) là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Tọa độ trọng tâm $G\left(\dfrac{a}{3};\dfrac{b}{3};\dfrac{c}{3}\right)=(1;2;3)\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=6\\c=9.\end{cases}$

Phương trình của (P): $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1\Rightarrow p=-\dfrac{1}{3},q=-\dfrac{1}{6},r=-\dfrac{1}{9}$.

Vậy ta có $p+q+r=-\dfrac{11}{18}$

Chọn đáp án A □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng qua $M(2;1;9)$ và cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C sao cho tam giác ABC đều. Điểm có tọa độ nào dưới đây thuộc (P)?

A. $(-1;5;8)$. **B.** $(3;2;-7)$. **C.** $(1;-7;-6)$. **D.** $(5;5;5)$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều, chứng minh được $OA=OB=OC=a>0$. Do A,B,C lần lượt thuộc tia Ox,Oy,Oz nên $A(a;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C(0;0;a)$. Theo phương trình mặt phẳng chắn, phương trình (P) có dạng

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1\Leftrightarrow x+y+z-a=0.$$

Vì $M\in(P)$, suy ra $2+1+9-a=0\Leftrightarrow a=12$. Do đó (P): $x+y+z-12=0$. Điểm có tọa độ $(-1;5;8)$ thuộc (P).

Chọn đáp án A □

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$, $d_2: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x-y+2z-3=0\\x-y+2z+9=0.\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-3=0\\x+y+2z+9=0.\end{array}\right.$ **C.** $x+y+2z+9=0$. **D.** $x-y+2z+9=0$.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng cần tìm là $mp(P)$.

Mặt cầu có tâm $I(1;0;-2)$ và có bán kính $R=\sqrt{6}$.

Vì mặt phẳng cần tìm song song với d_1,d_2 nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là tích có hướng của hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1,d_2. Vậy $\vec{n}=(2;2;4)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+y+2z+D=0$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu nên $\mathrm{d}(I,(P))=R\Leftrightarrow\dfrac{|1+0-4+D|}{\sqrt{1+1+4}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=9\\D=-3.\end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng (P): $x+2y-2z+1=0$, (Q): $x+my+(m-1)z+2019=0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

A. $M(2019;-1;1)$. **B.** $M(0;-2019;0)$. **C.** $M(-2019;1;1)$. **D.** $M(0;0;-2019)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-2)$ và $\vec{n}_{(Q)}=(1;m;m-1)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) khi đó

$$\cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}_{(P)}\cdot\vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}_{(P)}\right|\cdot\left|\vec{n}_{(Q)}\right|}=\frac{3}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2-m+1}}.$$

Ta có góc $0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos\alpha$ lớn nhất $\Leftrightarrow m^2 - m + 1$ nhỏ nhất.

Ta có $m^2 - m + 1 = \left(m - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} \ge \dfrac{3}{4}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $\cos\alpha$ là $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ khi $m = \dfrac{1}{2}$.

Với $m = \dfrac{1}{2} \Rightarrow (Q)\colon x + \dfrac{1}{2}y - \dfrac{1}{2}z + 2019 = 0$.

Dễ thấy điểm $M(-2019;1;1)$ thuộc (Q).

Chọn đáp án C □

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I, cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.
B. $(S)\colon (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$.
C. $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.
D. $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

✍**Lời giải.**

Gọi R là bán kính mặt cầu cần tìm, $r = 5$ là bán kính đường tròn giao tuyến của (P) và mặt cầu (S).

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|-1-4-2-2|}{\sqrt{1+4+4}} = \dfrac{9}{3} = 3$.

Do đó bán kính mặt cầu $R = \sqrt{r^2 + \mathrm{d}^2(I,(P))} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$, $D(4;1;0)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D. Hãy viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A.

A. $4x - y - 9 = 0$. **B.** $4x - y - 26 = 0$. **C.** $x + 4y + 3z - 1 = 0$. **D.** $x + 4y + 3z + 1 = 0$.

✍**Lời giải.**

Gọi phương trình mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Ta có A, B, C, D nằm trên mặt cầu (S), suy ra

$$\begin{cases} 6^2 + (-2)^2 + 3^2 - 2a\cdot 6 - 2b\cdot(-2) - 2c\cdot 3 + d = 0 \\ 1^2 + 6^2 - 2b\cdot 1 - 2c\cdot 6 + d = 0 \\ 2^2 + (-1)^2 - 2a\cdot 2 - 2c\cdot(-1) + d = 0 \\ 4^2 + 1^2 - 2a\cdot 4 - 2b\cdot 1 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 3 \\ d = -3. \end{cases}$$

Ta có $a^2 + b^2 + c^2 - d = 17 > 0$, do đó (S) là phương trình mặt cầu, tâm $I(2;-1;3)$.

Vậy mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại A sẽ qua điểm A và nhận $\overrightarrow{IA} = (4;-1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $4x - y - 26 = 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{16} + \dfrac{z}{12} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{16} + \dfrac{z}{12} = 0$. **C.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{12} + \dfrac{z}{9} = 0$. **D.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{12} + \dfrac{z}{9} = 1$.

✍**Lời giải.**

Gọi (α) là mặt phẳng cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc \ne 0$. Ta có $(\alpha)\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$. Ta có $G(1;4;3)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} &\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GO} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow\ &\begin{cases} a - 1 - 1 - 1 - 1 = 0 \\ -4 + b - 4 - 4 - 4 = 0 \\ -3 - 3 + c - 3 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\colon \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{16} + \dfrac{z}{12} = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc 60°. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}x-y=0\\x+y=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x-z-1=0\\x-z=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x-2z=0\\x+z=0\end{array}\right.$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) chứa Oy nên có dạng $(P)\colon ax+cz=0$, với $a^2+c^2\neq 0$.
Đặt $(Q)\colon y+z+1=0$, ta có $\overrightarrow{n}_{(P)}=(a;0;c)$, $\overrightarrow{n}_{(Q)}=(0;1;1)$.

Gọi φ là góc giữa (P) và (Q), ta có $\cos\varphi=\dfrac{\left|\overrightarrow{n}_{(P)}\cdot\overrightarrow{n}_{(Q)}\right|}{\left|\overrightarrow{n}_{(P)}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n}_{(Q)}\right|}=\dfrac{|c|}{\sqrt{2\left(a^2+c^2\right)}}$.

Theo giả thiết ta có $\dfrac{|c|}{\sqrt{2\left(a^2+c^2\right)}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2c^2=a^2+c^2\Leftrightarrow c=\pm a$.

Với $a=c$, ta có $(P)\colon x+z=0$; với $a=-c$, ta có $(P)\colon x-z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-2=0$ và $(Q)\colon 2x-y+z+1=0$. Số mặt cầu đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** vô số.

✍Lời giải.

Ta có $(P)\colon 2x-y+z-2=0$ và $(Q)\colon 2x-y+z+1=0$.

Vì $\dfrac{2}{2}=\dfrac{-1}{-1}=\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-2}{1}$ nên $(P)\parallel(Q)$.

Lấy điểm $M(0;0;2)\in(P)\Rightarrow \mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(M,(Q))=\dfrac{|3|}{\sqrt{6}}=\dfrac{3}{\sqrt{6}}$.

Lại có $\mathrm{d}(A,(Q))=\dfrac{|2.1-(-2)+1+1|}{\sqrt{6}}=\dfrac{6}{\sqrt{6}}=2\mathrm{d}((P),(Q))$.

Do đó điểm A nằm ngoài phần không gian giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q).
Vậy không có mặt cầu nào đi qua A và tiếp xúc với 2 mặt phẳng $(P),(Q)$.

Chọn đáp án C □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;3)$, $B(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+2z+8=0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C nằm trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

A. 2. **B.** 0. **C.** vô số. **D.** 1.

✍Lời giải.

Vì tam giác ABC đều nên $AB=AC=BC$. Gọi điểm $C(x;y;z)$.

Ta có $\begin{cases}C\in(\alpha)\\AC=AB\\BC=AB\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y+2z+8=0\\x^2+y^2+(z-3)^2=8\\(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y+2z+8=0\,(1)\\x^2+y^2+z^2-6z+1=0\,(2)\\x^2+y^2+z^2+4x-2z-3=0.\,(3)\end{cases}$ Lấy $(3)-(2)$ ta được: $4x+4z-4=0\Leftrightarrow z=1-x$ thay vào phương trình (1) ta được $y=10$.

Thay $z=1-x$ và $y=10$ vào phương trình (2) ta được:
$x^2+100+(1-x)^2-6(1-x)+1=0\Leftrightarrow 2x^2+4x+96=0$ (vô nghiệm).
Vậy không có điểm C thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x-2y-6z+9=0$. **B.** $2x-2y+6z-9=0$. **C.** $2x+2y+6z+9=0$. **D.** $2x-2y+6z+9=0$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{OM}=(x;y;z),\overrightarrow{AM}=(x-2;y+2;z-2)$.
$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{AM}=6\Leftrightarrow(T)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$.
Suy ra, điểm M vừa nằm trên mặt cầu (S) tâm $I(0;0;-2)$ bán kính $R_1=1$ và vừa nằm trên mặt cầu (T) tâm $J(1;-1;1)$ bán kính $R_2=3$. Do đó, M thuộc phần giao của hai mặt cầu (S) và (T).
Mà $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4z+3=0$, lấy $(S)-(T)$ ta được

$$2x-2y+6z+9=0$$

Vậy điểm M luôn thuộc mặt phẳng $2x-2y+6z+9=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P).

A. $\mathrm{d}=\dfrac{36}{7}$. **B.** $\mathrm{d}=\dfrac{24}{5}$. **C.** $\mathrm{d}=\dfrac{8}{3}$. **D.** $\mathrm{d}=\dfrac{26}{\sqrt{14}}$.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, với $a,b,c>0$ khi đó mặt phẳng (P) có phương trình

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Vì (P) qua $M(1;4;9)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức BCS cho hai bộ $\left(\sqrt{a}\sqrt{b};\sqrt{c}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}};\dfrac{2}{\sqrt{b}};\dfrac{3}{\sqrt{c}}\right)$ ta được

$(1+2+3)^2 \le (a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}\right) \Leftrightarrow a+b+c \ge 36.$ (1)

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{c}\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{9}{c}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\ b=12\\ c=18.\end{cases}$

Mặt khác $OA+OB+OC=a+b+c$, từ (1) suy ra tổng $OA+OB+OC$ nhỏ nhất bằng 36 khi $a=6, b=12, c=18$.

Suy ra (P): $\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{18}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-36=0$, nên $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{36}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\dfrac{36}{7}$.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC.

A. $x-y-z=0$. **B.** $2x+y+z-6=0$. **C.** $2x+y+z+6=0$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1$.

✍Lời giải.

Vì tứ diện $OABC$ có các cạnh đôi một vuông góc tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Do đó $\overrightarrow{OH}=(2;1;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) và $H(2;1;1)$ thuộc (ABC) nên phương trình mặt phẳng (ABC) là $2(x-2)+(y-1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+z-6=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Trong không gian cho điểm $M(1;-3;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

✍Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) cần tìm cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a,b,c\neq 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Do (α) đi qua $M(1;-3;2)$ nên $\dfrac{1}{a}-\dfrac{3}{b}+\dfrac{2}{c}=1$. $(*)$

Mặt khác, do $OA=OB=OC\neq 0$ nên $|a|=|b|=|c|\neq 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{ll}a=b=c & (1)\\ a=b=-c & (2)\\ a=-b=c & (3)\\ a=-b=-c. & (4)\end{array}\right.$

Thay (1) vào $(*)$, phương trình vô nghiệm.
Thay (2) vào $(*)$, ta thu được $a=-4$.
Thay (3) vào $(*)$, ta thu được $a=6$.
Thay (4) vào $(*)$, ta thu được $a=2$.
Vậy có 3 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;4;-3)$ và chứa trục Oy?

A. $3y+z=0$. **B.** $x-y-z=0$. **C.** $3x+z=0$. **D.** $x+3z=0$.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và chứa trục Oy, thì (α) đi qua điểm $O(0;0;0)$.

Khi đó, (α) chứa giá của các vectơ $\overrightarrow{OM}(1;4;-3)$ và $\vec{j}(0;1;0)$ suy ra $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{OM},\vec{j}\right]=(3;0;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α): $3x+z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$. Giả sử (α): $ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $a+b^2+c^3$.

A. 9. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 3.

✍Lời giải.

Ta có (α) cắt (S) theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ d$[S,(\alpha)]$ lớn nhất.

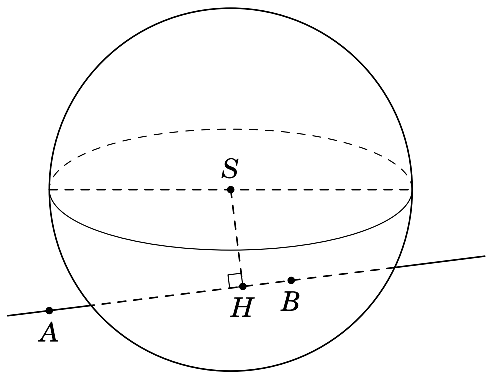
Mà d$[S,(\alpha)]\le$ d$[S,AB]$ (vì $AB\subset(\alpha)$).

Dấu "=" xảy ra khi (α) đi qua A, B và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{SH}$ (với H là hình chiếu của S trên (AB)).

Mặt khác $\overrightarrow{BA}=(3;-3;6)=3(1;-1;2)$ suy ra $\vec{u}_{AB}(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng (AB) là $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2t.\end{cases}$

$\Rightarrow H(m;1-m;2m)\Rightarrow\overrightarrow{SH}(m-1;-m-1;2m-3)$.



Do $SH\perp AB$ nên $\overrightarrow{SH}\cdot\vec{u}_{AB}=m-1+m+1+2(2m-3)=0\Leftrightarrow m=1$.

Suy ra

$$\begin{array}{rcl} & \overrightarrow{SH}=(0;-2;-1) & = & -1(0;2;1)\\ \Rightarrow & (\alpha): 2y+z-2 & = & 0\\ \Rightarrow & a=0,b=2,c=1 & \Rightarrow & T=5.\end{array}$$

Chọn đáp án C □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1)$, $B(6;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}$ là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+6z-12=0\\2x+3y-6z=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}2x-3y+6z-12=0\\2x-3y-6z=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}2x-3y+6z-12=0\\2x-3y-6z+1=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2x+3y+6z+12=0\\2x+3y-6z-1=0\end{array}\right.$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz+d=0$, $\left(a^2+b^2+c^2\ne0\right)$.

Khi đó, (P) và (Oyz) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$ và $\vec{i}=(1;0;0)$.

Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases}3a+c+d=0\\6a-2b+c+d=0\\\dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a+c+d=0\\a=\dfrac{2b}{3}\\7|a|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\end{cases}$$

Suy ra

$$7\left|\frac{2b}{3}\right|=2\sqrt{\left(\frac{2b}{3}\right)^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow49b^2=13b^2+9c^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=2b\\c=-2b.\end{array}\right.$$

Với $c=2b$ thì $a=\dfrac{2b}{3}$, $d=-4b$. Như thế, phương trình mặt phẳng (P) là

$$\frac{2b}{3}x+by+2bz-4b=0\Leftrightarrow2x+3y+6z-12=0\ \left(\text{vì } a^2+b^2+c^2\ne0\right).$$

Với $c=-2b$ thì $a=\dfrac{2b}{3}$, $d=0$. Như thế, phương trình mặt phẳng (P) là

$$\frac{2b}{3}x+by-2bz=0\Leftrightarrow 2x+3y-6z=0\ \left(\text{vì } a^2+b^2+c^2\neq 0\right).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $2x+3y+6z-12=0$ hoặc $2x+3y-6z=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+z-1=0\\3x+y+7z+6=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z-1=0\\-2x+3y+6z+13=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-1=0\\-2x+3y+7z+23=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x+y+z-1=0\\-23x+37y+17z+23=0\end{array}\right.$.

✍Lời giải.

Gọi (P): $ax+by+cz+d=0$, $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$ là mặt phẳng thỏa mãn bài toán.
Từ giả thiết, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}a+d=0\\-2b+3c+d=0\\\dfrac{|a+b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\end{cases}\Rightarrow |b+c|\sqrt{3}=2\sqrt{(-2b+3c)^2+b^2+c^2}\quad (*).$$

Ta có

$$\begin{aligned}(*)\ &\Leftrightarrow\ 3\left(b^2+2bc+c^2\right)=4\left(5b^2-12bc+10c^2\right)\\&\Leftrightarrow\ 17b^2-54bc+37c^2=0\\&\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l}b=c\\b=\dfrac{37}{17}c.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Với $b=c$ thì $a=c$ và $d=-c$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là

$$cx+cy+cz-c=0\Leftrightarrow x+y+z-1=0,\ (\text{do } a^2+b^2+c^2\neq 0).$$

Với $b=\dfrac{37}{17}c$ thì $a=-\dfrac{23}{17}c$ và $d=\dfrac{23}{17}c$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là

$$-\frac{23}{17}cx+\frac{37}{17}cy+cz+\frac{23}{17}c=0\Leftrightarrow -23x+37y+17z+23=0,\ (\text{do } a^2+b^2+c^2\neq 0).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S). Điểm M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $x+y+z-6=0$. **B.** $x+y+z-4=0$. **C.** $3x+3y+3z-8=0$. **D.** $3x+3y+3z-4=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=1$. Ta có $\overrightarrow{IA}=(1;1;1)\Rightarrow IA=\sqrt{3}$.
Do AM là tiếp tuyến của (S) nên $AM\perp IM\Rightarrow M\in(S')$, với (S') là mặt cầu đường kính AI.
Gọi J là trung điểm của AI, suy ra $J\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ là tâm mặt cầu (S').

Phương trình mặt cầu (S') là (S'): $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$.

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1 & (1)\\\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}. & (2)\end{cases}$

Lấy (1) trừ (2) ta được $x+y+z-4=0$.
Vậy điểm M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình $x+y+z-4=0$.

Chọn đáp án B □

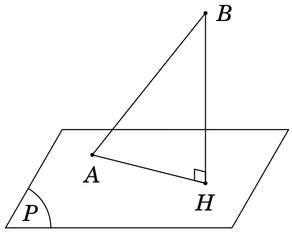
Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x-2y+2z+5=0$. **B.** $x-y+2z+3=0$. **C.** $2x-2y+4z+3=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (P).
Khi đó, $BH \le AB \Rightarrow BH$ lớn nhất khi H trùng với A.
Vậy (P) qua A và vuông góc với AB.
(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$, chọn $\vec{n}=(1;-1;2)$.
(P) qua điểm $A(1;2;-1)$ có phương trình

$$(P)\colon x-y+2z+3=0.$$



Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai mặt phẳng $4x-4y+2z-7=0$ và $2x-2y+z+4=0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó là

A. $V=\dfrac{125}{8}$. **B.** $V=\dfrac{81\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{27}{8}$.

✍**Lời giải.**

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng trên bằng độ dài cạnh của hình lập phương.
Gọi $(P)\colon 4x-4y+2z-7=0$ và $(Q)\colon 2x-2y+z+4=0$.
Lấy $M(0;0;-4)\in(Q)$ và $\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{5}{2}$.
Vậy $V=\dfrac{125}{8}$.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+2=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

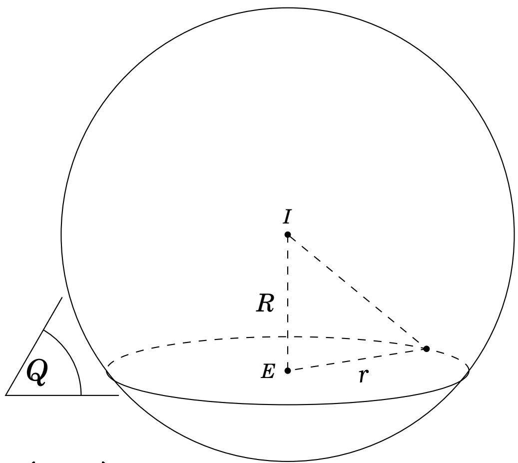
A. $2x+2y-z-4=0$ hoặc $2x+2y-z+17=0$. **B.** $2x+2y-z+2=0$ hoặc $2x+2y-z+8=0$.
C. $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$. **D.** $2x+2y-z-6=0$ hoặc $2x+2y-z+3=0$.

✍**Lời giải.**

$(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$. Gọi r là bán kính đường tròn (C) và E là hình chiếu của I lên (Q). Đặt $IE=x$, ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{12-x^2}$.
Vậy thể tích khối nón tạo được là

$$V=\frac{1}{3}\cdot IE\cdot S_{((C))}=\frac{1}{3}\cdot x\cdot\pi\left(\sqrt{12-x^2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\left(12x-x^3\right).$$

Gọi $f(x)=12x-x^3$ với $x\in\left(0;2\sqrt{3}\right)$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.



Ta có $f'(x)=12-3x^2, f'(x)=0\Leftrightarrow 12-3x^2=0\Leftrightarrow x=\pm2$. Đối chiếu điều kiện suy ra $x=2$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Vậy $V_{\max} = \dfrac{1}{3}\pi 16 = \dfrac{16\pi}{3}$ khi $x = IE = 2$.
Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q)\colon 2x+2y-z+a=0$.
$\mathrm{d}(I;(Q)) = IH \Leftrightarrow \dfrac{|2.1+2(-2)-3+a|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a-5| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 11 \\ a = -1. \end{array}\right.$
Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 51. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ biết toạ độ $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1;4;-2)$ và điểm $G(3;-3;6)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$. Thể tích tứ diện $OABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

✍Lời giải.
Ta có

$$\begin{array}{ll} & G \text{ trọng tâm của tứ diện } OABC \\ \Leftrightarrow & \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GO} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow & 3\overrightarrow{GA}+\left(\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GA}\right)+\left(\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{GA}\right)+\overrightarrow{GO} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow & 3\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{GO} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow & \overrightarrow{OA} = \dfrac{\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}+4\overrightarrow{OG}}{3} \\ \Leftrightarrow & \overrightarrow{AO} = \left(-4;6;-\dfrac{23}{3}\right) \end{array}$$

Ta được $V_{OABC} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AO}\right| = 2$.
Chọn đáp án C □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-3=0$, $(Q)\colon x-y+2z+3=0$ có bao nhiêu điểm M có hoành độ nguyên thuộc Ox sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai mặt phẳng (P), (Q) bằng khoảng cách giữa (P) và (Q).

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

✍Lời giải.
Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $\mathrm{d}[(P),(Q)] = \mathrm{d}[N,(Q)]$ với $N \in (P)$.
Chọn $N(3;0;0)$, khi đó $\mathrm{d}[(P),(Q)] = \mathrm{d}[N,(Q)] = \sqrt{6}$.
Gọi $M(m;0;0)$ với $m \in \mathbb{Z}$. Khi đó

$$\mathrm{d}[M,(P)]+\mathrm{d}[M,(Q)] = \mathrm{d}[(P),(Q)] \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{6}}+\frac{|m+3|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |m-3|+|m+3| = 6.$$

Ta xét các trường hợp sau

- Khi $m \geq 3$, suy ra $m-3+m+3=6 \Leftrightarrow m=3$.
- Khi $-3 < m < 3$, suy ra $-m+3+m+3=6$. Điều này đúng với mọi giá trị $m \in (-3;3)$.
- Khi $m \leq -3$, suy ra $-m+3-m-3=6 \Leftrightarrow m=-3$.

Do m nguyên suy ra $m \in \{0;\pm1;\pm2;\pm3\}$. Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án D □

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng (α): $2x-y+2z+7=0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$.

A. $P_{\min}=20$. **B.** $P_{\min}=5$. **C.** $P_{\min}=25$. **D.** $P_{\min}=27$.

✍**Lời giải.**

Với I là điểm bất kỳ, ta có

$$3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MI}+3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}.$$

Chọn I sao cho $3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Khi đó, ta có $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MI}\right|$.

Suy ra P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $\left|\overrightarrow{MI}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, tương đương với M là hình chiếu vuông góc của I trên (α).

Giả sử $I(x;y;z)$. Khi đó, ta có

$$3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}3(x-1)+5(x+1)-7(x-3)=0\\3(y-1)+5(y-2)-7(y+1)=0\\3(z-1)+5(z-0)-7(z-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-23\\y=20\\z=-11.\end{cases}$$

Suy ra $I(-23;20;-11)$.

Vậy $P_{\min}=\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|2(-23)-20+2(-11)+7|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=27$.

Chọn đáp án D □

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x-y-6=0$ và (Q). Biết rằng điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng (Q). Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{OH}(2;-1;-2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q), $\vec{n}(1;-1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), ta có

$$\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{OH}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\frac{|2+1|}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha=45^\circ.$$

Chọn đáp án A □

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng (P): $x+2y+2z-10=0$ và (Q): $x+2y+2z-2=0$ là

A. $x+2y+2z-6=0$. **B.** $x+2y+2z+12=0$. **C.** $x+2y+2z+6=0$. **D.** $x+2y+2z-12=0$.

✍**Lời giải.**

Chọn $M(10;0;0)\in(P)$ và $N(2;0;0)\in(Q)$. Suy ra trung điểm của đoạn MN là $I(6;0;0)$. Ta có $(P)\parallel(Q)$ nên phương trình mặt phẳng cách đều (P) và (Q) có dạng $x+2y+2z+d=0$ và đi qua điểm $I(6;0;0)\Rightarrow d=-6$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm có phương trình $x+2y+2z-6=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, $c>0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{5};\frac{2}{5};\frac{3}{5}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$. Tính $T=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$.

A. $T=\dfrac{3}{2}$. **B.** $T=\dfrac{2}{3}$. **C.** $T=\dfrac{9}{4}$. **D.** $T=\dfrac{4}{9}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;2;3)$ và bán kính là $R=6$.

Ta có mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$, do (ABC) qua M nên

$$\frac{1}{5a}+\frac{2}{5b}+\frac{3}{5c}=1\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=5.$$

Ta có (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$\mathrm{d}(I,(ABC))=R\Leftrightarrow\frac{\left|\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=6\Leftrightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\left(\frac{|5-1|}{6}\right)^2=\frac{4}{9}.$$

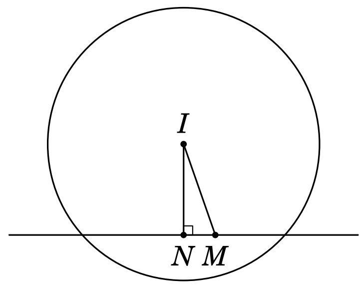
Chọn đáp án D □

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. Mặt phẳng qua M cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $x-y+2z-5=0$. **B.** $x-y+2z-7=0$. **C.** $2x-y+z-7=0$. **D.** $x+y+2z-5=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có, mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R=3$.
$MI=\sqrt{6}$ nên M là điểm trong của mặt cầu (S).
Gọi (P) là mặt phẳng bất kỳ đi qua M, N là hình chiếu của I trên (P), r là bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với mặt phẳng (P), $\mathrm{d}=IN$ là khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P). Khi đó, $r^2=IN^2=R^2-d^2\geq R^2-IM^2\Rightarrow r_{\min}=R^2-IM^2\Rightarrow IM\perp(P)$.
Vậy $\overrightarrow{IM}=(1;-1;2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P). Phương trình mặt phẳng cần tìm là $x-y+2z-7=0$.



Chọn đáp án B □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y-2z+3=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π. Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.
C. $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

✍**Lời giải.**

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|0-4-2+3|}{\sqrt{1+4+4}}=1$.
Giao tuyến là đường tròn có diện tích $2\pi=\pi r^2\Rightarrow r=\sqrt{2}$.
Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{[\mathrm{d}(I,(P))]^2+r^2}=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$.
Phương trình mặt cầu (S) là (S): $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.
Chọn đáp án B □

Câu 59. Cho các số thực a, b, c, d, e, f thỏa mãn $\begin{cases}a^2+b^2+c^2-2a+4b+2c-6=0\\2d-e+2f-14=0\end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $(a-d)^2+(b-e)^2+(c-f)^2$ bằng

A. $4-2\sqrt{3}$. **B.** $7-4\sqrt{3}$. **C.** $28-16\sqrt{3}$. **D.** 1.

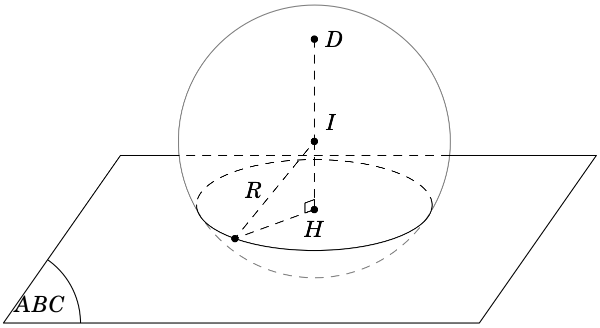
✍**Lời giải.**

Bài toán trở thành: Tìm điểm M trên (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-6=0$ và điểm N trên (P): $2x-y+2z-14=0$ sao cho MN nhỏ nhất.
Ta có mặt cầu có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.
Vậy $\min(MN)=|\mathrm{d}(I;(P))-R|=4-2\sqrt{3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$ và các điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;-2;-3)$, $C(1;0;-3)$. Điểm D thuộc mặt cầu (S). Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

A. 9. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{16}{3}$.

✍**Lời giải.**



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=2$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-3;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-1;-4)$ nên mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=(8;-8;4)$. Suy ra (ABC) nhận véc-tơ $\overrightarrow{n}=(2;-2;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$2\cdot(x-0)-2\cdot(y-1)+1\cdot(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-2y+z+1=0.$$

Ta có $\mathrm{d}[I;(ABC)]=\dfrac{|2\cdot1-2\cdot0+(-1)+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{2}{3}<2=R$ nên mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S).
Vì diện tích tam giác ABC không đổi nên thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $\mathrm{d}[D;(ABC)]$ lớn nhất. Khoảng cách này lớn nhất khi D là một trong hai giao điểm của đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Khoảng các lớn nhất khi đó là

$$\mathrm{d}_{\max}=\mathrm{d}[I;(ABC)]+R=\frac{2}{3}+2=\frac{8}{3}.$$

Diện tích $\triangle ABC$ là $S=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{8^2+(-8)^2+4^2}=6.$
Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng $V=\dfrac{1}{3}S\cdot\mathrm{d}_{\max}=\dfrac{1}{3}\cdot6\cdot\dfrac{8}{3}=\dfrac{16}{3}.$

Chọn đáp án D □

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$, $B(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=9a+3b+6c$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

✍Lời giải.

Gọi $N(x;y;z)$ sao cho $3\overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{0}\Rightarrow N(-3;-2;8)$.
$\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|=\left|3\overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{MN}\right|=MN$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của N lên $(P)\Rightarrow M\left(-\dfrac{11}{3};-\dfrac{8}{3};\dfrac{22}{3}\right)$.
Vậy $S=9a+3b+6c=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2;-2;5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P)\colon x=1$; $(Q)\colon y=-1$ và $(R)\colon z=1$ có bán kính bằng

A. 1. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Đặt $\begin{cases}x'=x-1\\y'=y+1\\z'=z-1.\end{cases}$
Trong hệ tọa độ mới $Ox'y'z'$, ta có: $(P)\colon x'=0$; $(Q)\colon y'=0$; $(R)\colon z'=0$. Hay (P), (Q), (R) là các mặt phẳng tọa độ với $(R)\equiv(Ox'y')$, $(P)\equiv(Oy'z')$, $(Q)\equiv(Oz'x')$.
Khi đó: $A(1;-1;4)$.
Nhận thấy: (S) đi qua A và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên (S) nằm trong góc phần tám có hoành độ, cao độ dương và tung độ âm.

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của $S \Rightarrow a > 0, b < 0, c > 0$.
Ta có:

$$R = IA = |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b = c > 0 \\ (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-4)^2 = a^2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -b = c > 0 \\ (a-1)^2 + (a-1)^2 + (a-4)^2 = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b = c > 0 \\ a^2 - 6a + 9 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow R = 3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng (P): $4x + 2y + 4z + 7 = 0$. Hai mặt cầu có bán kính là R_1 và R_2 chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời cùng tiếp xúc với mặt phẳng (Q): $3y - 4z - 20 = 0$. Tổng $R_1 + R_2$ bằng

A. $\frac{63}{8}$. **B.** $\frac{35}{8}$. **C.** $\frac{65}{8}$. **D.** 5.

✍**Lời giải.**

— Phương trình mặt cầu chứa giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có dạng

$$(T)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 9 + m(4x + 2y + 4z + 7) = 0.$$

— Mặt cầu (T) có tâm $I(-2m;-m;-2m)$ và bán kính $R = \sqrt{9m^2 - 7m + 9}$.

— Mặt cầu (T) tiếp xúc với mặt phẳng (Q) khi

$$d[I;(Q)] = R \Leftrightarrow \frac{|-3m + 8m - 20|}{5} = \sqrt{9m^2 - 7m + 9}$$
$$\Leftrightarrow |m - 4| = \sqrt{9m^2 - 7m + 9}$$
$$\Leftrightarrow 8m^2 + m - 7 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow R_1 = 5 \\ m = \frac{7}{8} \Rightarrow R_2 = \frac{25}{8} \end{array}\right..$$

Vậy $R_1 + R_2 = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án C □

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại A,B,C có phương trình (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.
Vì $OA = OB = OC$ nên $|a| = |b| = |c|$.
Mặt phẳng (P) đi qua M nên $\frac{1}{a} + \frac{-3}{b} + \frac{2}{c} = 1$ (1).
Xét các trường hợp:

① Nếu $a = b = c$, từ (1) suy ra $0 = 1$ (vô lý).

② Nếu $a = b = -c$, từ (1) suy ra $a = -4$, phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{4} = 1$.

③ Nếu $a = -b = c$, từ (1) suy ra $a = 6$, phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{6} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{6} = 1$.

④ Nếu $a = -b = -c$, từ (1) suy ra $a = 2$, phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-2} = 1$.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án A □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(10;2;-1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{29}}{29}$. **B.** $\dfrac{97\sqrt{3}}{15}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\dfrac{76\sqrt{790}}{790}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $A'(1+2t;t;1+3t)$ là hình chiếu của A lên d, suy ra $\overrightarrow{AA'} = (2t-9;t-2;3t+2)$.
Vì $AA' \perp d$ nên $\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(2t-9)+(t-2)+3(3t+2) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (-7;-1;5)$. Ta có $\mathrm{d}(d,(P)) = \mathrm{d}(A',(P)) \le AA'$.
Do đó khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất khi $AA' \perp (P)$, hay (P) nhận véc-tơ $\overrightarrow{AA'} = (-7;-1;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P): $-7(x-10)-(y-2)+5(z+1) = 0 \Leftrightarrow -7x-y+5z+77 = 0$.
Khoảng cách từ M đến (P) là $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|7-2+15+77|}{\sqrt{(-7)^2+(-1)^2+5^2}} = \dfrac{97\sqrt{3}}{15}$.

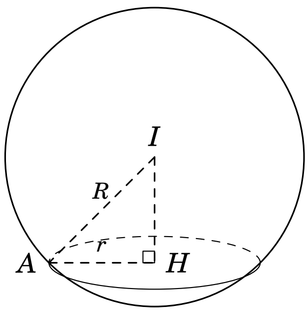
Chọn đáp án B □

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z-m+4 = 0$. Tìm số thực m để mặt phẳng (P): $2x-2y+z+1 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $m = 3$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 4$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{m+10}$.
Khoảng cách từ I đến (P) là $d = \mathrm{d}[I,(P)] = \dfrac{|-2+4+3+1|}{3} = 2$.
Bán kính r của đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{m+6}$.
Theo đề bài, ta có: $r = 3 \Leftrightarrow \sqrt{m+6} = 3 \Leftrightarrow m+6 = 9 \Leftrightarrow m = 3$.
Vậy $m = 3$.



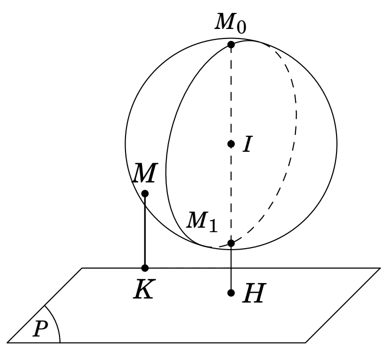
Chọn đáp án A □

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z+14 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Tính $T = a+b+c$.

A. $T = 1$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 10$. **D.** $T = 5$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;2)$ và bán kính $R = 3$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = 4 > 3 \Rightarrow (P)$ không cắt (S).
Gọi K là hình chiếu của M lên (P). Đường thẳng d qua I, vuông góc với (P) tại H, cắt mặt cầu tại hai điểm M_0 và M_1 trong đó M_1 nằm giữa H và I.
Ta có $MK \le MH \le MI + IH = M_0I + IH = M_0H$.
Do đó $\max MK = M_0H \Leftrightarrow M \equiv M_0$.



Đường thẳng d qua I, vuông góc với (P), suy ra d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-2;1)$.

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-2t \\ z = 2+t. \end{cases}$

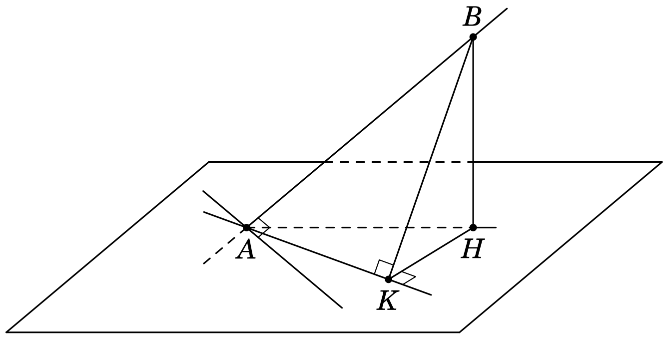
Điểm $M \in d \Rightarrow M(-1+2t;1-2t;2+t)$.
Điểm $M \in (S) \Leftrightarrow 4t^2+4t^2+t^2=9 \Leftrightarrow t^2=1 \Leftrightarrow t=\pm1$.
Với $t=1 \Rightarrow M(1;-1;3) \Rightarrow \mathrm{d}(M,(P))=7$.
Với $t=-1 \Rightarrow M(3;3;1) \Rightarrow \mathrm{d}(M,(P))=5$.
Vậy điểm $M(1;-1;3)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Rightarrow T=1-1+3=3$.
Chọn đáp án B □

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x-y-2z+4=0$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (P) góc với số đo nhỏ nhất có phương trình là

A. $x-z-2=0$. **B.** $x+z-2=0$. **C.** $3x+y+z-1=0$. **D.** $x+y-z+3=0$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của d và (P).
Trên d lấy điểm B.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P).
Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q).
Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên Δ.
Khi đó góc giữa mặt phẳng (Q) và (P) là $\widehat{BKH}=\alpha$.



Ta thấy $\tan\alpha=\dfrac{BH}{HK}$.
Ta thấy α nhỏ nhất khi HK lớn nhất, tức là $AK \perp AB$.
Ta có $\begin{cases}\vec{u}_d=(-1;2;1)\\ \vec{n}_{(P)}=(2;-1;-2)\end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(-3;0;-3)$.
Ta được $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta\right]=(-6;-6;6)$.
Vậy (Q): $x+y-z+3=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-5;7;-9)$, $B(1;3;7)$, $C(6;-7;-3)$. Gọi AH là chiều cao của tam giác ABC. Tỉ số $\dfrac{BH}{CH}$ là

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

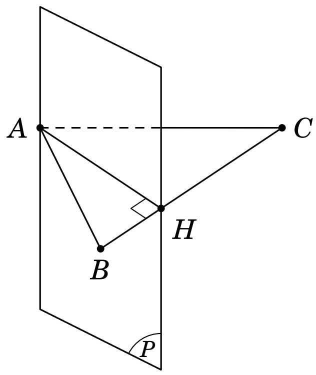
Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A nhận $\overrightarrow{BC}=(5;-10;-10)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(x+5)-2(y-7)-2(z+9)=0 \Leftrightarrow x-2y-2z+1=0.$$

Ta có

$$\frac{BH}{CH}=\frac{\mathrm{d}(B,(P))}{\mathrm{d}(C,(P))}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án C □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng (P): $x+y+x-1=0$, (Q): $2y+z-5=0$ và (R): $x-y+z-2=0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q), đồng thời vuông góc với (R). Phương trình của (α) là

A. $2x+3y-5z+5=0$. **B.** $x+3y+2z-6=0$. **C.** $x+3y+2z+6=0$. **D.** $2x+3y-5z-5=0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P=(1,1,1)$, $\vec{n}_Q=(0,2,1)$ và $\vec{n}_R=(1,-1,1)$.
Suy ra $\vec{u}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(-1,-1,2)$ là véc-tơ chỉ phương của giao tuyến.
$\Rightarrow \vec{n}_\alpha=[\vec{u},\vec{n}_R]=(1,3,2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α).

Nhận xét $M(-4,0,5)$ là điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (Q).
(α) đi qua $M(-4,0,5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(1,3,2)$ nên có phương trình

$$1(x+5)+3(y-0)+2(z-5)=0 \Leftrightarrow x+3y+2z-6=0.$$

Vậy phương trình của (α) là $x+3y+2z-6=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 71. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) qua điểm $M(2;3;5)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C phân biệt sao cho OA, OB, OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 3. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{18}{\sqrt{91}}$. **B.** $\dfrac{24}{\sqrt{91}}$. **C.** $\dfrac{16}{\sqrt{91}}$. **D.** $\dfrac{32}{\sqrt{91}}$.

✍**Lời giải.**
Do mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C phân biệt sao cho OA, OB, OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 3 nên $OB=3OA$, $OC=9OA$.
Giả sử điểm $A(a;0;0)$ thì $B(0;3a;0)$, $C(0;0;9a)$ với $a>0$.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{3a}+\dfrac{z}{9a}=1 \Leftrightarrow 9x+3y+z=9a$.
Do (P) đi qua $M(2;3;5)$, suy ra $9a=32$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P): $9x+3y+z-32=0$.
Khoảng các từ O đến mặt phẳng (P) là $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{|-32|}{\sqrt{9^2+3^2+1^2}}=\dfrac{32}{\sqrt{91}}$.
Chọn đáp án D □

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(1;-1;1)$. Mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện $ABCD$ cắt (ACD) theo thiết diện có diện tích S. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $S=\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $S=\dfrac{\pi}{6}$. **C.** $S=\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $S=\dfrac{\pi}{5}$.

✍**Lời giải.**
Ta có $AB=CD=AC=BD=AD=BC=\sqrt{2}$ nên $ABCD$ là tứ diện đều.
Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN, khi đó $MN\perp AB$ tại M, $MN\perp CD$ tại N nên mặt cầu (S) tâm I, bán kính $R=\dfrac{MN}{2}$ là mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện $ABCD$.
Ta có $M\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};0\right)$, $N\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$, $I\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;1)$.
Mặt phẳng (ACD) nhận $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=(1;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $x+y+z-1=0$.
Mặt cầu (S) có bán kính $R=\dfrac{MN}{2}=\dfrac{1}{2}$.
Khoảng cách từ I đến (ACD) là $d=\mathrm{d}(I,(ACD))=\dfrac{\left|\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-1\right|}{\sqrt{1+1+1}}=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}<R$.
Do đó (ACD) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{\dfrac{1}{6}}$.
Vậy diện tích S của thiết diện là $S=\pi\cdot r^2=\dfrac{\pi}{6}$.
Chọn đáp án B □

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2;2;0)$. **B.** $(1;1;2)$. **C.** $(-1;1;4)$. **D.** $(0;1;3)$.

✍**Lời giải.**
Giả sử $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$, $(a,b,c>0)$.
Phương trình của (P): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$; $M\in(P)\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{4}{c}=1$.
Thể tích của khối chóp $OABC$ là $V=\dfrac{abc}{6}$.

Ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geqslant 3\sqrt[3]{\frac{8}{abc}} \Rightarrow abc \geqslant 216$.

Dấu " = " xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Do đó thể tích khối chóp $OABC$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P): $4x + 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc tọa độ. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 18. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 54.

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, với $a,b,c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. $(*)$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, từ đẳng thức $(*)$ ta có

$$1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow \frac{1}{27} \geq \frac{2}{abc} \Rightarrow abc \geq 54.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6}abc \geq \frac{54}{6} = 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích tứ diện $OABC$ bằng 9 khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = c = 3,\ b = 6$.

Chọn đáp án B □

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;-1;5)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB và cắt các trục Ox, Oy và Oz tại các điểm D, E và F. Biết thể tích của tứ diện $ODEF$ bằng $\frac{3}{2}$, phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x - 3y + 4z \pm \sqrt[3]{36} = 0$. **B.** $2x - 3y + 4z + \frac{3}{2} = 0$.

C. $2x - 3y + 4z \pm 12 = 0$. **D.** $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có dạng (P): $2x - 3y + 4z + m = 0$.

Ta được $\begin{cases} D\left(-\frac{m}{2};0;0\right) \\ E\left(0;\frac{m}{3};0\right) \\ F\left(0;0;-\frac{m}{4}\right). \end{cases}$

Ta có $V_{ODEF} = \frac{1}{6}OD \cdot OE \cdot OF = \frac{|m|^3}{144}$.

Theo giả thiết ta có $\frac{|m|^3}{144} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = \pm 6$.

Vậy (P): $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $(3;-1;1)$ đồng thời song song với đường thẳng d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{37}{101}$. **B.** $\frac{5}{77}$. **C.** $\frac{37}{\sqrt{101}}$. **D.** $\frac{5\sqrt{77}}{77}$.

✍Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-2)$, véc-tơ $\vec{u}=(2;-1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d.
Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với d nhận $\left[\vec{u}_d;\overrightarrow{AB}\right]=(5;6;-4)$ là véc-tơ pháp tuyến.
Mặt khác $A\in(P)\Rightarrow(P)\colon 5x+6y-4z-5=0$.
Khoảng cách từ $O(0;0;0)$ đến (P) là

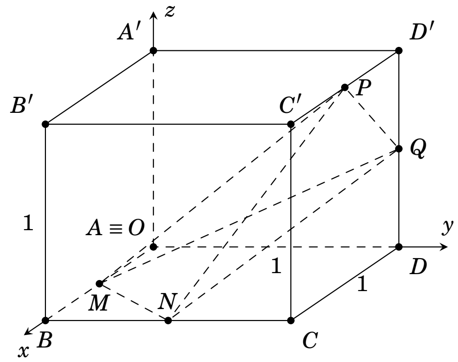
$$\mathrm{d}(O,(P))=\frac{|-5|}{\sqrt{5^2+6^2+(-4)^2}}=\frac{5\sqrt{77}}{77}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 77. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của $AB,BC,C'D',DD'$. Gọi thể tích khối tứ diện $MNPQ$ là phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính $a+b$.

A. 9. **B.** 25 . **C.** 13 . **D.** 11.

✍Lời giải.
Gắn vào hình lập phương hệ trục $Oxyz$ có gốc tại điểm A, các tia Ox,Oy,Oz lần lượt chứa các điểm D,B,A'. Khi đó ta suy ra tọa độ các đỉnh hình lập phương và các điểm M,N,P,Q là $B(1;0;0),C(1;1;0),C'(1;1;1),D(0;1;0)$, $D'(0;1;1),M\left(\frac{1}{2};0;0\right),N\left(1;\frac{1}{2};0\right),P\left(\frac{1}{2};1;1\right),Q\left(0;1;\frac{1}{2}\right)$.



Ta có $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{MP}=(0;1;1)$.
Suy ra
$\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{MQ}=\left(-\frac{1}{2};1;\frac{1}{2}\right)$.
Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ là

$$V_{MNPQ}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]\cdot\overrightarrow{MQ}\right|=\frac{1}{12}.$$

Vậy $a+b=13$.
Chọn đáp án C □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 10. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

✍Lời giải.
Ba điểm A, B, C lần lượt thuộc Ox, Oy, Oz nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1.$$

Ta có $\frac{2}{1}+\frac{-2}{2}+\frac{0}{3}=1$ nên $D\in(ABC)$.
Tiếp đến, từ tọa độ của A, B, D suy ra A là trung điểm của BD.
Vậy có tất cả 5 mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là (OAB), (OCA), (OCB), OCD và (ABC).
Chọn đáp án C □

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=1$. Điểm $M\in(S)$ có tọa độ dương, mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left(1+OA^2\right)\left(1+OB^2\right)\left(1+OC^2\right)$ là

A. 24. **B.** 27. **C.** 64. **D.** 8.

✍Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=1$.
Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì

$$\mathrm{d}(O,(P))=1 \Leftrightarrow \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=1.$$

Ta có $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \geq \frac{9}{a^2+b^2+c^2} \Rightarrow a^2+b^2+c^2 \geq 9$.

Mặt khác, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{a^2b^2c^2} \geq 3 \Leftrightarrow a^2b^2c^2 \geq 27$.

Do đó

$$\begin{aligned} T &= (1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2) \\ &= (1+a^2)(1+b^2)(1+c^2) \\ &= 1+a^2+b^2+c^2+a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2c^2 \\ &\geq 1+a^2+b^2+c^2+3(\sqrt[3]{a^2b^2c^2})^2+a^2b^2c^2 \\ &\geq 1+9+27+27=64. \end{aligned}$$

Vậy $T_{\min}=64$ đạt được khi $a=b=c=\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 80. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $2x+2y-z-7=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. (P): $2x+2y-z+17=0$. **B.** (P): $2x+2y-z+7=0$.
C. (P): $2x+2y-z-19=0$. **D.** (P): $2x+2y-z-17=0$.

✍Lời giải.

Vì $(P) \parallel (Q)$ nên (P): $2x+2y-z+m=0$ $(m \neq -7)$.

Ta có (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$.

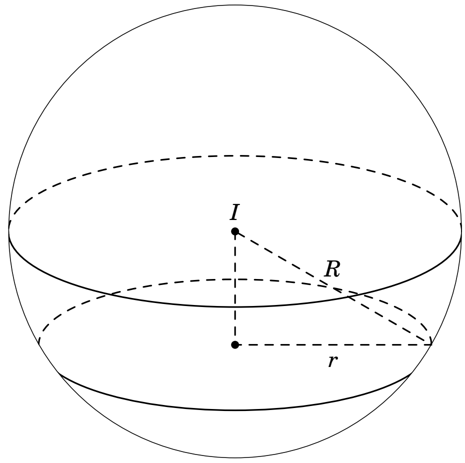
Vì chu vi đường tròn bằng 6π nên $2\pi r=6\pi \Leftrightarrow r=3$.

Khi đó $\mathrm{d}(I;(P))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Mặt khác $\mathrm{d}(I;(P))=\frac{|2-4-3+m|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{|m-5|}{3}$. Suy ra

$$\frac{|m-5|}{3}=4 \Leftrightarrow |m-5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=-7 & \text{(loại)} \\ m=17 & \text{(thỏa mãn).} \end{array}\right.$$

Vậy (P): $2x+2y-z+17=0$.



Chọn đáp án A □

Câu 81. Trông không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;4)$, $B(-1;4;3)$. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) vuông góc với AB, cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại P, Q, R sao cho thể tích khối chóp $OPQR$ bằng $\frac{3}{14}$.

A. $3x-7y+z\pm 27=0$. **B.** $3x-7y+z+3=0$. **C.** $3x-7y+z-3=0$. **D.** $3x-7y+z\pm 3=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;7;-1)$. Do đó, mặt phẳng (α) vuông góc với AB có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-7;1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng

$$(\alpha)\colon 3x-7y+z+C=0.$$

Mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại $P\left(-\frac{C}{3};0;0\right)$, $Q\left(0;\frac{C}{7};0\right)$, $R(0;0;-C)$.

Thể tích khối chóp $OPQR$ là

$$V=\frac{1}{6}\cdot OP\cdot OQ\cdot OR=\frac{1}{6}\cdot\left|-\frac{C}{3}\right|\cdot\left|\frac{C}{7}\right|\cdot|C|=\frac{1}{126}|C|^3.$$

Từ đó ta có $\dfrac{1}{126}|C|^3 = \dfrac{3}{14} \Leftrightarrow C = \pm 3$.
Vậy $(\alpha)\colon 3x - 7y + z - 3 = 0$ hoặc $(\alpha)\colon 3x - 7y + z + 3 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x - y - 6 = 0$ và (Q). Biết rằng điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng (Q). Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OH}(2;-1;-2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q), $\vec{n}(1;-1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), ta có

$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{OH}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|} = \frac{|2+1|}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Chọn đáp án A □

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z-15 = 0$. **B.** $x+y+z-7 = 0$.
C. $2x+2y+2z+15 = 0$. **D.** $x+y+z+7 = 0$.

✍Lời giải.

Từ giả thiết ta có $I(1;2;3)$ là tâm của mặt cầu (S); điểm $A(2;3;4)$ nằm ngoài (S).
Do IA tiếp xúc với (S) tại M nên $IM \perp AM$.
Lấy $M(x_0;y_0;z_0) \in (S)$ ta có $\overrightarrow{IM} = (x_0-1;y_0-2;z_0-3)$; $\overrightarrow{AM} = (x_0-2;y_0-3;z_0-4)$.
Do $\begin{cases} M \in (S) \\ IM \perp AM \end{cases}$ nên $\begin{cases} (x_0-1)^2+(y_0-2)^2+(z_0-3)^2 = 1 \\ (x_0-1)(x_0-2)+(y_0-2)(y_0-3)+(z_0-3)(z_0-4) = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_0-1)^2+(y_0-2)^2+(z_0-3)^2 = 1 \\ (x_0-1)^2-(x_0-1)+(y_0-2)^2-(y_0-2)+(z_0-3)^2-(z_0-3) = 0. \end{cases} \quad (*)$$

Từ $(*)$ ta có $x_0-1+y_0-2+z_0-3 = 1 \Leftrightarrow x_0+y_0+z_0-7 = 0$.
Vậy $M \in (P)\colon x+y+z-7 = 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ (a, b, c là các số dương) sao cho $OA+OB+OC+AB+BC+CA = 1+\sqrt{2}$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) khi khối tứ diện $OABC$ có thể tích đạt giá trị lớn nhất.

A. $3x+3y+3z-1 = 0$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{3} = 1$. **C.** $x+y+z-1 = 0$. **D.** $x+y+z-3 = 0$.

✍Lời giải.

Thử đáp án ta thấy phương trình mặt phẳng $3x+3y+3z-1 = 0$ cắt ba trục tọa độ tại $A\left(\dfrac{1}{3};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{1}{3};0\right)$, $C\left(0;0;\dfrac{1}{3}\right)$ thỏa mãn $OA+OB+OC+AB+BC+CA = 1+\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A □

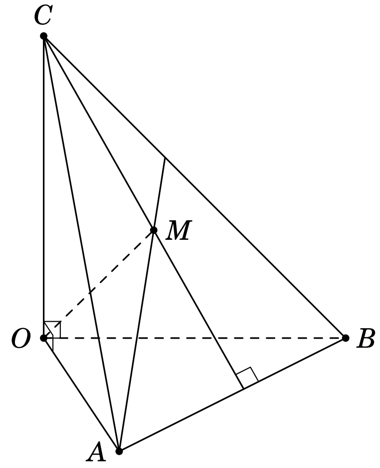
Câu 85. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+5z-30 = 0$. **B.** $x+y+z-8 = 0$. **C.** $\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1} = 0$. **D.** $\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1} = 1$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOM) \Rightarrow BC \perp OM \quad (1).$
Tương tự $\begin{cases} CM \perp AB \\ OC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OMC) \Rightarrow AB \perp OM \quad (2).$
Từ (1) và (2), suy ra $OM \perp (ABC)$. Khi đó mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM} = (1;2;5)$ nên có phương trình

$$x + 2y + 5y - 30 = 0$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(3;-4;0)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$. **C.** $M(0;0;5)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(x;y)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = 2(2-x) \\ 2-y = 2(-1-y) \\ 1-z = 2(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow I(3;-4;5).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 - 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = -MI^2 + 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}\right) + IA^2 - 2IB^2 \\ &= -MI^2 + IA^2 - 2IB^2. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất. Khi đó M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy), hay $M(3;-4;0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;2)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 1 = 0$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là

A. $H(2;2;-3)$. **B.** $H(-1;-2;4)$. **C.** $H(-1;2;0)$. **D.** $H(2;5;3)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{n} = (1;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Theo giả thiết thì

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MH} = k\overrightarrow{n} &\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{n} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OM} + k\overrightarrow{n} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} = (1+k;4+k;2+k). \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $H(1+k;4+k;2+k)$, mặt khác H thuộc (P) nên ta có

$$(1+k) + (4+k) + (2+k) - 1 = 0 \Leftrightarrow k = -2 \Rightarrow H(-1;2;0).$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 88. Cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $3x + 2y + z - 14 = 0$. **B.** $x + y + z - 6 = 0$. **C.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.

✍**Lời giải.**

Do M là trực tâm của tam giác ABC nên $AM \perp BC$. (1)
Do $OA \perp OB$ và $OA \perp OC$ nên $OA \perp BC$. (2)
Từ (1),(2) suy ra $BC \perp OM$. Tương tự $CA \perp OM$, do đó $OM \perp (ABC)$.
Ta có mặt phẳng (P) qua $M(3;2;1)$ và nhận $\overrightarrow{OM} = (3;2;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-3)+2(y-2)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x+2y+z-14=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;-4)$, $B(1;2;3)$, $C(-2;1;2)$, $D(-1;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+4)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+4)^2=32$.
C. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=16$. **D.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=32$.

✍Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm là A và bán kính chính là khoảng cách từ A đến (BCD).
Ta có $\overrightarrow{BC}=(-3;-1;-1), \overrightarrow{BD}=(-2;0;0)$. Mặt phẳng (BCD) qua $B(1;2;3)$ và nhận $\vec{n}=[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}]=(0;2;-2)=2(0;1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình là

$$(y-2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow y-z+1=0.$$

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) là

$$\mathrm{d}_{(A,(BCD))}=\frac{|3+4+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=4\sqrt{2}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+4)^2=32.$$

Chọn đáp án B □

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(5;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn NM có phương trình là

A. $-2x+2y+z+10=0$. **B.** $2x-2y+z-7=0$.
C. $4x-4y-2z+8=0$. **D.** $2x-2y-z-1=0$.

✍Lời giải.
$\overrightarrow{MN}=(-4;4;2)$. Trung điểm của MN là $(3;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của MN là:

$$2(x-3)-2(y-1)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-2y-z-1=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $2x+y-2z+1=0$ và hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

A. (Q): $2x-2y+3z-7=0$. **B.** (Q): $x+2y+3z-7=0$.
C. (Q): $2x+2y+3z-7=0$. **D.** (Q): $2x+2y+3z-9=0$.

✍Lời giải.
$\overrightarrow{AB}=(2;4;-4)$, $\overline{u}=(2;1;-2)$ là VTPT của (P), $[\overrightarrow{AB},\vec{u}]=(-4;-4;-6)$. Phương trình mặt phẳng (Q)

$$2(x-1)+2(y+2)+3(z-3) \Leftrightarrow 2x+2y+3z-7=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 92. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc 60°. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x-y=0\\x+y=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x-z-1=0\\x-z=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x-2z=0\\x+z=0\end{array}\right.$.

✍Lời giải.
Ta có (P) là mặt phẳng chứa trục Oy nên (P) có dạng: $ax+cz=0$ với $a^2+c^2\neq 0$.
(P) tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc $60^\circ \Rightarrow \cos 60^\circ=\dfrac{|c|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2+c^2}}=\dfrac{1}{2}$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+c^2}=\sqrt{2}|c| \Leftrightarrow a^2+c^2=2c^2 \Leftrightarrow a^2=c^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=c\\a=-c\end{array}\right..$$

Chọn $c=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\a=-1\end{array}\right. \Rightarrow (P):\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$.
Chọn đáp án A □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$, $B(-9;4;9)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+z+1=0$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IA-IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. 13. **B.** -13. **C.** 22. **D.** -4.

Lời giải.

Thay tọa độ của điểm vào vế trái phương trình mặt phẳng (P), ta được hai giá trị lần lượt là 6 và -12 nên suy ra A, B nằm khác phía với (P).

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng $(P) \Rightarrow IA = IA' \Rightarrow |IA-IB| = \left|IA'-IB\right| \leqslant A'B$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow I = A'B \cap (P)$.

Vì $\dfrac{IA'}{IB} = \dfrac{IA}{IB} = \dfrac{1}{2}$ nên suy ra A' là trung điểm của IB.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(P) \Rightarrow AH\colon \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases}$.

$$H = AH \cap (P) \Rightarrow 6+4t-1+t+t+1 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(1;2;-1).$$

Ta có: H là trung điểm của $AA' \Rightarrow A' = (-1;3;-2)$.

A' là trung điểm của $IB \Rightarrow I = (7;2;-13)$. Vậy $a+b+c = 7+2-13 = -4$.

Chọn đáp án D □

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình dạng $Ax+By+Cz+D=0$ và có ƯCLN$(|A|,|B|,|C|,|D|) = 1$. Để mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(1;2;-1)$ và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $A^2+B^2+C^2+D^2 = 42$. **B.** $A^2+B^2+C^2+D^2 = 46$.
C. $A^2+B^2+C^2+D^2 = 54$. **D.** $A^2+B^2+C^2+D^2 = 24$.

Lời giải.

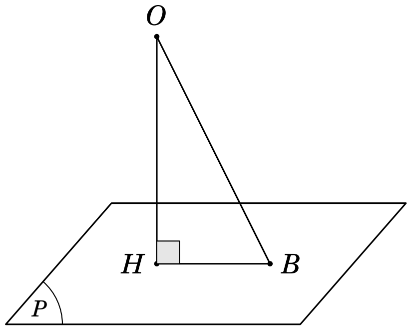
Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (P).

Ta có $\mathrm{d}(O,(P)) = OH \le OB$.

Suy ra $\max \mathrm{d}(O,(P)) = OB$ khi $H \equiv B$ hay $\overrightarrow{OB}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy (P) đi qua $B(1;2;-1)$ và nhận $\overrightarrow{OB} = (1;2;-1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến (P): $x+2y-z-6=0$.

Từ đó suy ra $A^2+B^2+C^2+D^2 = 1^2+2^2+(-1)^2+(-6)^2 = 42$.



Chọn đáp án A □

Câu 95. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ biết mặt phẳng (P): $2x+y-2z+1=0$ cắt mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2 = 9$ theo thiết diện là đường tròn (C). Tính diện tích đường tròn (C).

A. $S = 25\pi$. **B.** $S = 5\pi$. **C.** $S = 2\pi$. **D.** $S = 4\pi$.

Lời giải.

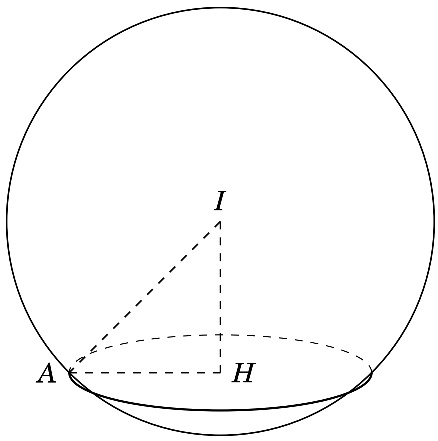
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-1)$ và bán kính $R = 3 = IA$.

Khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P) là:

$IH = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot 1+1-2\cdot(-1)+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 2.$

Ta có bán kính của đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2-IH^2} = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích của đường tròn (C) là $S = \pi\cdot r^2 = 5\pi$ (đvdt).



Chọn đáp án B □

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) chứa d sao cho $\mathrm{d}(A;(P))$ lớn nhất. Khi đó tọa độ véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(1;-1;1)$. **D.** $(0;1;1)$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng $d \Rightarrow H(-1-2t;t;1+t)$.

Vì $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow 6t=0 \Leftrightarrow t=0$.

Suy ra $H(-1;0;1)$.

Vậy (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AH}=-2(1;1;1)$ hay $(1;1;1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P)\colon x+2y+z-14=0$. **B.** $(P)\colon x+2y+3z-14=0$.
C. $(P)\colon x+2y+3z-11=0$. **D.** $(P)\colon x+y+3z-14=0$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của O lên (ABC) là trực tâm của tam giác ABC.

$\mathrm{d}(O;(ABC))=OH$.

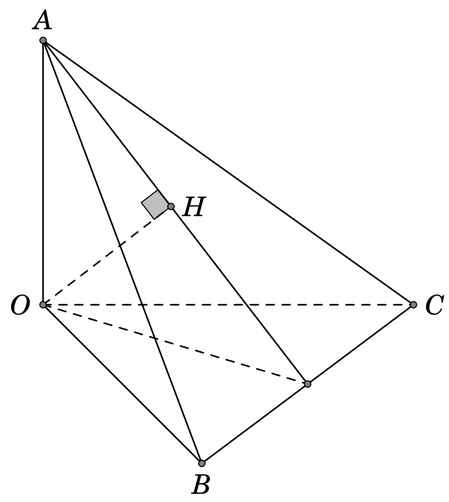
$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}.$$

Do đó $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ nhỏ nhất khi OH lớn nhất.

Mặt khác $OH=\mathrm{d}(O;(ABC))\le OM \Rightarrow OH$ đạt giá trị lớn nhất khi $H\equiv M$.

Vậy (P) đi qua $M(1;2;3)$ và véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ là

$x+2y+3z-14=0$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 98. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(C)\colon x^2+y^2+z^2-6x-8y-10z=0$. Gọi A,B,C lần lượt là giao điểm khác gốc tọa độ của mặt cầu với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}\left(\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5}\right)$. **B.** $\vec{n}\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{4};\frac{-1}{5}\right)$. **C.** $\vec{n}\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3};\frac{1}{5}\right)$. **D.** $\vec{n}\left(\frac{1}{3};\frac{-1}{4};\frac{1}{5}\right)$.

✍Lời giải.

Ta có $A(6;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;10)$.

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là $\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{8}+\dfrac{x}{10}=1$.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{8};\dfrac{1}{10}\right)$.

Suy ra $\vec{n}\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{5}\right)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC).

Chọn đáp án (A) □

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;4)$ và $B(2;-4;2)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $2x-3y-z-14=0$. **B.** $2x-3y-z-6=0$. **C.** $2x-3y-z=0$. **D.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

✍Lời giải.

Trung điểm I của AB có tọa độ thỏa

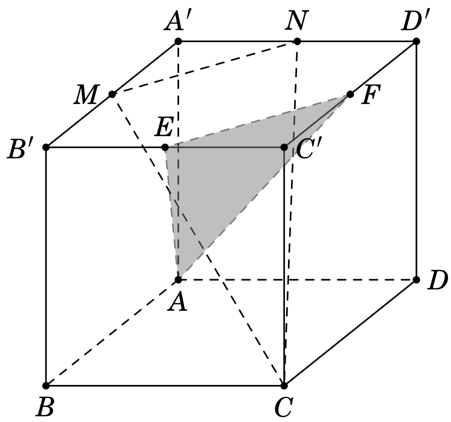
$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 0 \\ y_I = -1 \\ z_I = 3 \end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB đi qua $I(0;-1;3)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (4;-6;-2)$ là

$$\begin{aligned} &4(x-0) - 6(y+1) - 2(z-3) = 0 \\ &4x - 6y - 2z = 0 \\ &2x - 3y - z = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 100.
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, E, F lần lượt là trung điểm của cạnh $A'B'$, $A'D'$, $B'C'$, $C'D'$ (tham khảo hình bên).
Cosin của góc tạo giữa hai mặt phẳng (CMN) và (AEF) bằng



A. $\dfrac{2}{17}$. **B.** $\dfrac{1}{17}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 0.

✍Lời giải.

- Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Ta có $C(2;2;0)$, $B'(2;0;2)$, $C'(2;2;2)$, $D'(0;2;2)$.
- Do M,N,E,F lần lượt là các trung điểm của $A'B',A'D',B'C',C'D'$ nên $M(1;0;2)$, $N(0;1;2)$, $E(2;1;2)$, $F(1;2;2)$.
- Ta có $\overrightarrow{CM} = (-1;-2;2)$, $\overrightarrow{CN} = (-2;-1;2)$ nên $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{CN} = (-2;-2;-3)$.
- Ta có $\overrightarrow{AE} = (2;1;2)$, $\overrightarrow{AF} = (1;2;2)$ nên $\overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{AE} \wedge \overrightarrow{AF} = (-2;-2;3)$.
- Suy ra

$$\cos((CMN),(AEF)) = |\cos(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2})| = \frac{\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}}{|\overrightarrow{u_1}|\cdot|\overrightarrow{u_2}|} = \frac{1}{17}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt lại $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt trục Oz tại điểm $Q(0;0;10)$. Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. 8. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 16.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{MN} = (-1;1;0)$, $\overrightarrow{MP} = (-1;0;-2)$.
VTPT của mp $(ABCD)$ là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right] = (-2;-2;1)$.
Phương trình mp $(ABCD)$ là $-2(x-1) - 2y + 1z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 2 = 0$.
Độ dài một cạnh của hình lập phương là

$$\mathrm{d}[Q,(ABCD)] = \frac{|2\cdot 0 + 2\cdot 0 - (10) - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4.$$

Thể tích V cần tìm là $V = 4^3 = 64$.
Chọn đáp án C □

Câu 102. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;3)$, $M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM.

A. $(P)\colon 6x+3y+4z+2=0$. **B.** $(P)\colon 6x+3y+4z-2=0$.
C. $(P)\colon 6x+3y+4z-12=0$. **D.** $(P)\colon 6x+3y+4z+12=0$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $B(b;0;0)$, $C(0;c;0)$. Khi đó trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{b}{3};\frac{c}{3};1\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{b}{3};\frac{c}{3};-2\right)$, $\overrightarrow{AM} = (1;2;-3)$.

Vì G thuộc đường thẳng AM nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AM}$ cùng phương. Do đó, ta có

$$\frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=4. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x+3y+4z-12=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;0)$, $B(2;0;-1)$ và $C(0;0;-1)$. D là điểm thuộc tia Oy để tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $D(0;3;0)$. **B.** $D(0;17;0)$. **C.** $D(0;-13;0)$. **D.** $D(0;-3;0)$.

✍**Lời giải.**

Vì D là điểm thuộc tia Oy nên $D(0;y;0)$, với $y>0$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-2;-1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-2;-1)$, $\overrightarrow{AD} = (1;y-2;0)$.
$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (0;2;-4)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD} = 2(y-2)$.
Bởi vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right| = \frac{|y-2|}{3}$.
Do đó $V_{ABCD} = 5 \Leftrightarrow \frac{|y-2|}{3} = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-13 \\ y=17 \end{array}\right. \Rightarrow y=17$.
Vậy $D(0;17;0)$.
Chọn đáp án B □

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+1=0$ là

A. $-y+z-2=0$. **B.** $y+z-2=0$. **C.** $y-z-2=0$. **D.** $y+z+2=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;1)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1;-1;1)$.
Mặt phẳng (Q) qua hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right] = (0;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng (Q) cần lập là

$$0\cdot(x-0)+2\cdot(y-1)+2\cdot(z-1)=0 \Leftrightarrow y+z-2=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;11;-5)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2mx+\left(m^2+1\right)y+\left(m^2-1\right)z-10=0$. Biết khi m thay đổi thì tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với (P) và cùng đi qua A. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó là

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán.
Khi đó bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(a-2)^2+(b-11)^2+(c+5)^2}$.

Ta có mặt cầu tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
& \mathrm{d}(I,(P))=R \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\left|2ma+\left(m^2+1\right)b+\left(m^2-1\right)c-10\right|}{\sqrt{4m^2+\left(m^2+1\right)^2+\left(m^2-1\right)^2}}=R \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\left|(b+c)m^2+2am+b-c-10\right|}{\sqrt{2\left(m^4+2m^2+1\right)}}=R \\
\Leftrightarrow\ & \left|(b+c)m^2+2am+b-c-10\right|=\sqrt{2}\cdot R\left(m^2+1\right) \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l}(b+c)m^2+2am+b-c-10=\sqrt{2}R\cdot\left(m^2+1\right)\ (1) \\ (b+c)m^2+2am+b-c-10=-\sqrt{2}R\cdot\left(m^2+1\right)\ (2).\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Khi m thay đổi thì (P) luôn tiếp xúc với mặt cầu nên (1) và (2) luôn có nghiệm với mọi giá trị m.
Phương trình (1) có nghiệm với mọi m cho ta hệ phương trình: $\begin{cases} b+c=\sqrt{2}R \\ 2a=0 \\ b-c-10=\sqrt{2}R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=5+\sqrt{2}R \\ c=5. \end{cases}$
Khi đó $R=\sqrt{(0-2)^2+\left(5+\sqrt{2}R-11\right)^2+(5+5)^2} \Leftrightarrow R^2-12\sqrt{2}R+65=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=\sqrt{7}+6\sqrt{2} \\ R=-\sqrt{7}+6\sqrt{2}. \end{array}\right.$
Suy ra $R_1+R_2=12\sqrt{2}$.
Phương trình (2) vô nghiệm.

Chọn đáp án D □

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ (với $abc>0$) đi qua hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$. Biết $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{2}{3}$ và điểm $C(-3;1;0)$. Tính $\mathrm{d}(C,(P))$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

Vì mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ (với $abc>0$) đi qua hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{2}{3}$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+d=0 \Rightarrow a=-d & (1) \\ b+d=0 \Rightarrow b=-d & (2) \\ \dfrac{|d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow 9d^2=4\left(a^2+b^2+c^2\right) & (3) \end{cases}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $d^2=4c^2 \Rightarrow d\neq 0$ (vì nếu $d=0$ thì $a=b=c=0$ (vô lí)).
Chọn $d=-2$, ta được $a=2$, $b=2$, $c=1$ (vì $abc>0$). Khi đó (P): $2x+2y+z-2=0$.
Vậy $\mathrm{d}(C,(P))=\dfrac{|2\cdot(-3)+2\cdot 1+1\cdot 0-2|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=2$.

Chọn đáp án C □

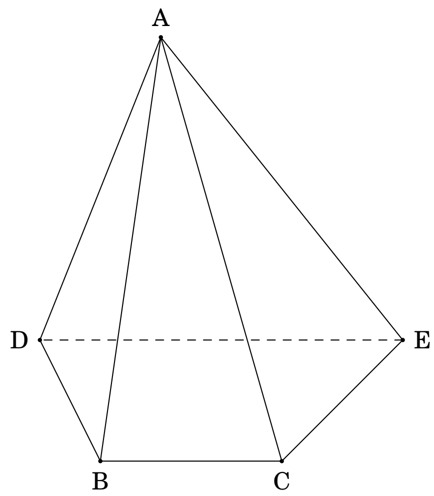
Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-12;-1;1)$, $B(1;0;0)$, $C(0;2;0)$, $D(0;0;3)$, $E(-2;4;3)$. Có bao nhiêu mặt phẳng cách đều năm điểm A, B, C, D, E?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

✍**Lời giải.**

Ta có $(BCD)\colon \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$.
Dễ thấy $6\cdot(-2)+3\cdot 4+2\cdot 3-6=0 \Rightarrow E\in(BCD)$.
Vì $\overrightarrow{BC}=(-1;2;0)$, $\overrightarrow{DE}=(-2;4;0)$. Suy ra $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{BC}$.
Mặt khác, vì $6\cdot(-12)+3\cdot(-1)+2\cdot 1-6=-79\neq 0 \Rightarrow A\notin(BCD)$.
Khi đó, có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán như sau:

- mp(P_1) đi qua trung điểm các đoạn AB, AC, AD, AE.
- mp(P_2) đi qua hai trung điểm của BD, CE và song song với mp(ABC).
- mp(P_3) đi qua hai trung điểm của BD, CE và song song với mp(ADE).



Chọn đáp án C □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-3;0;0)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;-2;-4)$. **D.** $(2;1;2)$.

Lời giải.

Gọi (d) là đường thẳng qua M và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow \vec{u}=(2;1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d).

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng (d) là $\begin{cases} x=1+2t\\ y=2+t\\ z=4+2t.\end{cases}$

Gọi $H=(d)\cap(\alpha) \Rightarrow H(-1;1;2)$.
Do M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'.
$\Rightarrow M'=(-3;0;0)$.
Chọn đáp án A □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3 là

A. $x-3y+z+2=0$. **B.** $2x-6y+2z+3=0$.
C. $-x+3y-z+2=0$. **D.** $-2x+6y-2z+1=0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_P(A;B;C)$ $\left(A^2+B^2+C^2>0\right)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax+By+Cz+D=0$.
Gọi I,R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu $(S) \Rightarrow I(1;2;3)$ và $R=3$.Vì mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3 nên $I\in(P) \Rightarrow A+2B+3C+D=0(1)$

Mà $d\subset(P)$ nên $\begin{cases}\vec{u}_d\cdot\vec{n}_P=0\\ M_0(-1;0;1)\in(P)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2A+B+C=0 & (2)\\ -A-C+D=0. & (3)\end{cases}$

Lấy $(1)+(3)$ ta được $2B+2C+2D=0 \Leftrightarrow B+C+D=0 \Leftrightarrow D=-B-C$. (4)
Thay (4) vào (1) và kết hợp với (2) có

$$\begin{cases}A+2B+3C-B-C=0\\ 2A+B+C=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}A+B+2C=0 & (5)\\ 2A+B+C=0. & (2)\end{cases}$$

Lấy $(5)-(2)$ ta được: $-A+C=0 \Leftrightarrow A=C$.
Chọn $A=C=1 \Rightarrow B=-3, D=2$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x-3y+z+2=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon (a+b)x-2ay-bz+b=0$ $\left(a^2+b^2\neq 0\right)$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P). Khi a,b thay đổi biết quỹ tích các điểm H là một đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết, phương trình mặt phẳng (P): $(a+b)x-2ay-bz+b=0 \Leftrightarrow a(x-2y)+(x-z+1)b=0$.
$\Rightarrow$ (P) luôn chứa đường thẳng cố định Δ là giao của hai mặt phẳng $\begin{cases}x-2y=0\\x-z+1=0\end{cases}$. Suy ra đường thẳng Δ có phương trình tham số

$$\Delta: \quad \begin{cases}x=-2+2t\\y=-1+t\\z=-1+2t.\end{cases}$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên $\Delta \Rightarrow K\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3}\right)$.
Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình: $2x+y+2z-5=0$.
$\Rightarrow \begin{cases}H\in(\alpha)\forall a,b\\ \widehat{MHK}=90^\circ\ \forall a,b\end{cases}$
$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính MK nằm trong mặt phẳng (α)
$\Rightarrow R=\dfrac{MK}{2}=\dfrac{1}{2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ (với $b,c>0$) và mặt phẳng (P): $y-z+1=0$. Tính $S=b+c$ biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng $\dfrac{1}{3}$.

A. $S=1$. **B.** $S=\sqrt{2}$. **C.** $S=0$. **D.** $S=\dfrac{3}{2}$.

✍Lời giải.
Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(ABC)}=\left(1;\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{c}\right)$.
Theo đề bài ta được

$$\begin{cases}\vec{n}_{(ABC)}\perp\vec{n}_{(P)}\\ \mathrm{d}[O,(ABC)]=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0\\ \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=c\\9=1+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\end{cases}$$

hay $b=c=\dfrac{1}{2}$.
Vậy $S=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-6=0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-8y-4z+12=0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là
A. $x-2y+2z-6=0$. **B.** $x-2y+2z+24=0$. **C.** $x-2y+2z+12=0$. **D.** $x-2y+2z-24=0$.

✍Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và bán kính $R=3$.
Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): x-2y+2z-6=0$ có dạng $(Q): x-2y+2z+d=0$.
Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(Q))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1-8+4+d|}{3}=3 \Leftrightarrow |d-3|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=12\\d=-6.\end{array}\right.$
Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): x-2y+2z+12=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 113. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho biết $A(0;-2;2-m)$, $B(m+3;-1;1)$, $C(-4;-3;0)$, $D(-1;-2;m-1)$. Tập hợp các giá trị m để bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng là tập con của tập hợp nào sau đây?
A. $(-7;-2)$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(5;8)$. **D.** $(-2;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(m+3;1;m-1),\overrightarrow{AC}=(-4;-1;m-2),\overrightarrow{AD}=(-1;0;2m-3)$.
Ta tính được $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2m-3;-m^2-6m+11;-m+1)$ và $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=-2m^2+3m$.
Bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng khi và chỉ khi

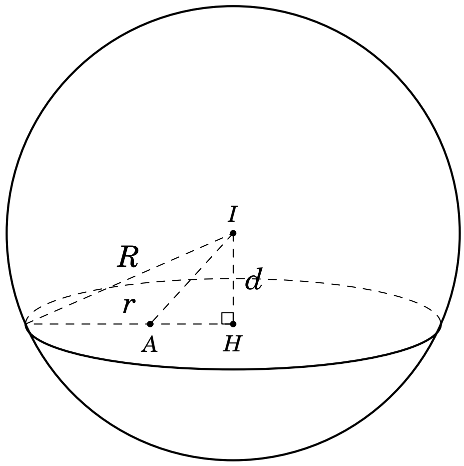
$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow -2m^2+3m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\\ m=\dfrac{3}{2}.\end{array}\right.$$

Vậy tập hợp các giá trị m cần tìm là tập con của $(-2;2)$.
Chọn đáp án D □

Câu 114. Trong không gian hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là

A. $(P)\colon x+2y+z-2=0$. **B.** $(P)\colon x-2y+z-6=0$.
C. $(P)\colon x+2y+3z+6=0$. **D.** $(P)\colon 3x+2y+2z-4=0$.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$.
Ta có $\overrightarrow{AI}=(1;2;1)\Rightarrow AI=\sqrt{6}<R=3\Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S).
Gọi r là bán kính của đường tròn (C) và d là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Ta có $r^2+d^2=R^2$. Do đó r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d$ lớn nhất $\Leftrightarrow d=IA\Leftrightarrow (P)$ đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AI}=(1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+z-2=0$.



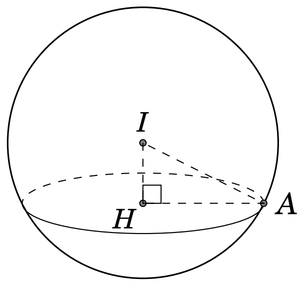
Chọn đáp án A □

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z+4=0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính chu vi của đường tròn đó.

A. 16π. **B.** 8π. **C.** 9π. **D.** 6π.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=5$.
Ta có $IH=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot1+2\cdot1+1+4|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\dfrac{9}{3}=3$.
Bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.
Vậy chu vi của đường tròn giao tuyến bằng

$$P=2r\pi=8\pi.$$



Chọn đáp án B □

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases}x=1+2t\\ y=2-2t\\ z=-1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$; $\Delta_2\colon \begin{cases}x=3+2s\\ y=-1-2s\\ z=s\end{cases}(s\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với trục Ox sao cho (P) cắt hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt tại A,B thỏa mãn $AB=1$. Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm có tọa độ sau?

A. $F(1;3;4)$. **B.** $H(3;-2;0)$. **C.** $I(0;-2;1)$. **D.** $E(2;-3;4)$.

Lời giải.
Gọi $\overrightarrow{n}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), $a^2+b^2+c^2\neq0$. Do $Ox\parallel(P)$ nên $\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{u}=(1;0;0)$. Suy ra $\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{u}=0\Leftrightarrow a=0$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(0;b;c)$ và đi qua điểm $M(1;2;0)$ nên (P) có phương

trình là $b(y-2)+c(z-0)=0$ hay $by+cz-2b=0$.
Do $A\in\Delta_1$ nên $A(1+2t;2-2t;-1+t)$, $t\in\mathbb{R}$. Mà $A\in(P)$ nên ta có

$$b(2-2t)+c(-1+t)-2b=0\Leftrightarrow t=\frac{c}{c-2b}.$$

Suy ra $A\left(\frac{3c-2b}{c-2b};\frac{-4b}{c-2b};\frac{2b}{c-2b}\right)$.
Do $B\in\Delta_2$ nên $B(3+2s;-1-2s;s)$, $s\in\mathbb{R}$. Mà $B\in(P)$ nên ta có

$$b(-1-2s)+cs-2b=0\Leftrightarrow s=\frac{3b}{c-2b}.$$

Suy ra $\left(\frac{3c}{c-2b};\frac{-4b-c}{c-2b};\frac{3b}{c-2b}\right)$. Do đó $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{2b}{c-2b};\frac{-c}{c-2b};\frac{b}{c-2b}\right)$.
Theo giả thiết $\left|\overrightarrow{AB}\right|^2=1\Leftrightarrow\frac{4b^2+c^2+b^2}{(c-2b)^2}=1\Leftrightarrow b^2=-4bc\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=-4c\end{array}\right.$.

- Nếu $b=0$, chọn $c=1$ ta được phương trình của (P) là $z=0$.
- Nếu $b=-4c$, chọn $c=1$ suy ra $b=-4$, ta được phương trình của (P) là $-4y+z-8=0$.

Vậy ta có $H(3;-2;0)\in(P)$.
Chọn đáp án B □

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=10$ và mặt phẳng $(P)\colon -2x+y+\sqrt{5}z+9=0$. Gọi (Q) là tiếp diện của (S) tại $M(5;0;4)$. Tính góc giữa (P) và (Q).

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 120°. **D.** 30°.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;4)$. Vì (Q) là tiếp diện của mặt cầu nên (Q) nhận $\overrightarrow{IM}=(3;1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Gọi α là góc giữa (P) và (Q). Ta có

$$\cos\alpha=|\cos(\overrightarrow{n}_{(P)};\overrightarrow{IM})|=\frac{|(-2)\cdot3+1\cdot1+0\cdot\sqrt{5}|}{\sqrt{(-2)^2+1^2+(\sqrt{5})^2}\cdot\sqrt{3^2+1^2+0^2}}=\frac{1}{2}.$$

Vậy $\alpha=60^\circ$.
Chọn đáp án B □

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;-2;4)$, cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $2OA=3OB=4OC$, có phương trình dạng $x+ay+bz+c=0$. Khi đó tổng $2a+b+c$ bằng

A. -7. **B.** $-\frac{15}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải.
Giả sử $A(m;0;0),B(0;n;0),C(0;0;p)$, $(m,n,p>0)$ là giao điểm của (P) với các tia Ox,Oy,Oz. Khi đó $OA=m,OB=n,OC=p$ và phương trình mặt phẳng (P)

$$\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1\qquad(*)$$

Vì $2OA=3OB=4OC$ nên $2m=3n=4p\Leftrightarrow n=\frac{2}{3}m,p=\frac{m}{2}$. Lại có (P) đi qua điểm $M(1;-2;4)$, thay vào $(*)$ ta có phương trình

$$\frac{1}{m}-\frac{2}{\frac{2m}{3}}+\frac{4}{\frac{m}{2}}=1\Leftrightarrow m=6\Rightarrow n=4,p=3.$$

Vậy $(P)\colon \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$ hay $(P)\colon x+\frac{3}{2}y+2z-6=0$. Vậy $2a+b+c=2\cdot\frac{3}{2}+2-6=-1$.
Chọn đáp án D □

Câu 119. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+y+z-4=0$ và ba điểm $A(2;-1;0), B(0;5;0), C(0;3;2)$. Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) và cách đều ba điểm A, B, C. Khi đó tích $T=x_0\cdot y_0\cdot z_0$ bằng

A. -2. **B.** -6. **C.** 4. **D.** -12.

Lời giải.

Vì M cách đều A,B,C nên M thuộc hai mặt phẳng $(Q),(R)$ lần lượt là các mặt phẳng trung trực của hai đoạn thẳng AB và AC.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;6;0)$, $I(1;2;0)$ là trung điểm của AB. Phương trình (Q) qua I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến là $-x+3y-5=0$.

Ta có $\overrightarrow{AC}=(-2;4;2)$, $J(1;1;1)$ là trung điểm của AC. Phương trình (R) qua J và nhận $\overrightarrow{AC}$ làm véc-tơ pháp tuyến là $-x+2y+z-2=0$.

Vì M cũng thuộc (P) nên tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}-x+3y-5=0\\-x+2y+z-2=0\\3x+y+z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\\z=-1.\end{cases}$$

Vậy $T=1\cdot2\cdot(-1)=-2$.

Chọn đáp án A □

Câu 120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng (P): $ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Vì điểm $B(0;1;0)\in(P)$ nên $b=2$. Vì điểm $A(3;-2;6)\in(P)$ nên $3a-2b+6c-2=0\Leftrightarrow a=2-2c$. Khi đó (P): $(2-2c)x+2y+cz-2=0$.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến và d là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P). Khi đó $r=\sqrt{R^2-d^2}$. Do đó r nhỏ nhất khi và chỉ khi d lớn nhất.

Ta có $d=\dfrac{|(2-2c)+4+3c-2|}{\sqrt{5c^2-8c+8}}=\dfrac{|c+4|}{\sqrt{5c^2-8c+8}}=\sqrt{\dfrac{(c+4)^2}{5c^2-8c+8}}$.

Xét hàm số $y=f(c)=\sqrt{\dfrac{(c+4)^2}{5c^2-8c+8}}$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $y'=\dfrac{-48(c+4)(c-1)}{2\sqrt{\dfrac{(c+4)^2}{5c^2-8c+8}}}=0\Leftrightarrow c=1$.

Bảng biến thiên

c	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$\dfrac{1}{\sqrt5}$	↘	0	↗	$\sqrt5$	↘	$\dfrac{1}{\sqrt5}$

Nên ta có d lớn nhất bằng $\sqrt5$ khi $c=1$. Khi đó $a=0, b=2, c=1$ hay $T=a+b+c=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y+3z-4=0$. Mặt phẳng (Q): $2x+by+cz-d=0$ song song với (P) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6. Tính $b+c+d$.

A. -14. **B.** 8. **C.** 10. **D.** -2.

Lời giải.

Vì $(Q)\parallel(P)$ nên (Q): $2x+y+3z-d=0$.

Nhận thấy (Q) lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại $A\left(\dfrac{d}{2};0;0\right)$, $B(0;d;0)$ và $C\left(0;0;\dfrac{d}{3}\right)$ với $d>0$.

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V=\dfrac16\cdot OA\cdot OB\cdot OC=\dfrac{d^3}{36}=6\Leftrightarrow d=6$.

Vậy $b+c+d=10$.

Chọn đáp án C □

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$ thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2018$. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là

A. $(2;2;2)$. **B.** $(2018;2018;2018)$.
C. $(1;1;1)$. **D.** $\left(\frac{1}{2018};\frac{1}{2018};\frac{1}{2018}\right)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Thay tọa độ điểm $M\left(\frac{1}{2018};\frac{1}{2018};\frac{1}{2018}\right)$ vào phương trình trên, ta có

$$\frac{1}{2018a}+\frac{1}{2018b}+\frac{1}{2018c}=1\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2018.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $\left(\frac{1}{2018};\frac{1}{2018};\frac{1}{2018}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 123. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x+2y+3z-14=0$. **B.** $(P): 6x-3y+2z-6=0$.
C. $(P): 6x+3y+2z-18=0$. **D.** $(P): 3x+2y+z-10=0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P).
Xét hình chóp $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc, $OH\perp(P)$ nên ta được

$$T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2}\geq\frac{1}{OM^2}.$$

Vậy T nhỏ nhất nếu (P) đi qua $M(1;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Ta có phương trình mặt phẳng

$$(P):\ 1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow x+2y+3z=14.$$

Chọn đáp án A □

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y-z+9=0$. Điểm M di động trên (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90°. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn cố định, tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $R=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Do M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° nên M thuộc mặt cầu (S) đường kính AB.

Ta có $I\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$ là trung điểm của AB, $r=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$ là bán kính mặt cầu.

Do M di động trên (P) nên M thuộc giao của (P) và (S).

Do $d(I,(P))=3<r$ nên giao của (P) và (S) là đường tròn bán kính $R=\sqrt{r^2-d^2(I,(P))}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1;2;1)$.

A. $(P): y-2z=0$. **B.** $(P): 2x-y=0$. **C.** $(P): x-z=0$. **D.** $(P): x-2y=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\overrightarrow{OM}=(1;2;1)$ và $\vec{k}=(0,0,1)$ làm véc-tơ chỉ phương, do đó nhận véc-tơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\vec{k}\right]=(-2;1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Mặt phẳng (P) đi qua $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình

$$-2x+y=0\Leftrightarrow 2x-y=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 126. Trong hệ toạ độ $Oxyz$, cho (P): $x+4y-2z-6=0$ và (Q): $x-2y+4z-6=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của (P), (Q) và cắt các trục toạ độ tại các điểm A,B,C sao cho $O.ABC$ là hình chóp đều.

A. $x+y+z-6=0$. **B.** $x+y-z-6=0$. **C.** $x+y+z-3$. **D.** $x+y+z+6=0$.

✍Lời giải.

Vì $O.ABC$ là chóp đều nên mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$ trong đó a,b,c nhận giá trị -1 hoặc 1.

Đường thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) là Δ: $\dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-1}$.

Ta có $\vec{n}\cdot\overrightarrow{u_\Delta}=0$, do vậy ta chọn $\vec{n}=(1;1;1)$.

Vậy mặt phẳng cần tìm $x+y+z-6=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=36$. Số mặt phẳng (P) chứa trục Ox và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 0.

✍Lời giải.

Gọi $I(-1;4;-3)$ là tâm mặt cầu. Ta có $\mathrm{d}(I,Ox)=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5<R=6$.

Vậy mặt cầu cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt. Khi đó không có mặt phẳng (P) chứa Ox và tiếp xúc với mặt cầu.

Chọn đáp án (D) □

Câu 128. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x}{10}=\dfrac{y+2}{8}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-15=0$. Mặt phẳng chứa d, tiếp xúc với (S) và cắt trục Oz tại điểm có cao độ lớn hơn 3 có phương trình là

A. $2x-3y+4z-10=0$. **B.** $2x-3y+4z-12=0$.
C. $3x-4y+2z-12=0$. **D.** $3x-4y+2z-10=0$.

✍Lời giải.

(S): $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-15=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=29$ suy ra (S) có tâm $I(-1;3;-2)$, bán kính $R=\sqrt{29}$. Đường thẳng d đi qua $M(0;-2;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(10;8;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần lập, $\vec{n}(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) $(a^2+b^2+c^2\neq0)$.

(P) chứa d nên $\vec{n}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow 10a+8b+c=0\Leftrightarrow c=-10a-8b$ (1)

(P) chứa d nên (P) đi qua M suy ra (P) có phương trình

$$a(x-0)+b(y+2)+c(z-1)=0\Leftrightarrow ax+by+cz+2b-c=0.$$

(P) tiếp xúc (S) nên $\mathrm{d}(I,d)=R\Leftrightarrow\dfrac{|-a+3b-2c+2b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{29}$

$\Leftrightarrow|a-5b+3c|=\sqrt{29}\sqrt{a^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow|a-5b-30a-24b|=\sqrt{29}\sqrt{a^2+b^2+(-10a-8b)^2}$ (theo (1))

$\Leftrightarrow 36a^2+51ab+18b^2=0\Leftrightarrow(3a+2b)(4a+3b)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3a+2b=0\\4a+3b=0.\end{array}\right.$

Với $3a+2b=0$, ta chọn $a=2,b=-3\Rightarrow c=4$, suy ra (P): $2x-3y+4z-12=0$. Khi đó (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ $z=3$, không thỏa mãn.

Với $4a+3b=0$, ta chọn $a=3,b=-4\Rightarrow c=2$, suy ra (P): $3x-4y+2z-10=0$. Khi đó (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ $z=5$, thỏa mãn.

Vậy (P): $3x-4y+2z-10=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trên mặt phẳng (P): $x-2y+z+2=0$ và điểm $S(1;2;-1)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=2\sqrt{6}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\sqrt{6}$. **D.** $V=4\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Khoảng cách từ S tới (ABC) bằng $d(S,(P)) = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$ nên thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A và chứa trục Ox là

A. $y+z=0$. **B.** $x+y=0$. **C.** $x+z=0$. **D.** $y-z=0$.

✍**Lời giải.**

$\overrightarrow{OA} = (1;1;-1)$, véc-tơ đơn vị của trục Ox là $\vec{i} = (1;0;0)$.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \vec{i}] = (0;-1;-1)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $-y-z=0$ hay $y+z=0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $x+2y+3z-14=0$. **B.** $3x+2y+z-10=0$.
C. $6x+3y+2z-18=0$. **D.** $6x-3y+2z-6=0$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c \in \mathbb{R}^*$ do OA, OB, OC khác 0.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có phương trình là $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$.
Mà $M \in (P)$ nên $\dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{c} = 1$, do đó theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$T = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{14}(1^2+2^2+3^2)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq \frac{1}{14}\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right)^2 = \frac{1}{14}.$$

T đạt giá trị nhỏ nhất nên ta có dấu bằng xảy ra, tức là

$$\begin{cases} x = 2y = 3z \\ \dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = \dfrac{14}{2} \\ c = \dfrac{14}{3}. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+3z-14=0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 132. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;\sqrt{3};0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(0;0;\sqrt{3})$ và điểm M thuộc trục Oz sao cho hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB).

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $15°$.

✍**Lời giải.**

$M(0;0;m)$ thuộc trục Oz.
Ta có $\overrightarrow{AM} = (1;-\sqrt{3};m)$, $\overrightarrow{AB} = (2;0;0)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-\sqrt{3};\sqrt{3})$.
$\Rightarrow \vec{n}_1 = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (0;-2\sqrt{3};-2\sqrt{3})$, $\vec{n}_2 = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}\right] = (0;-2m;-2\sqrt{3})$.
Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1$, mặt phẳng (MAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2$.
Hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow 0\cdot 0 + (-2\sqrt{3})\cdot(-2m) + (-2\sqrt{3})\cdot(-2\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow m = -\sqrt{3}.$$

Mặt phẳng (OAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = \left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = (0;0;-2\sqrt{3})$.
Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB). Khi đó

$$\cos\varphi = \left|\cos\left(\vec{n}_2, \vec{n}_3\right)\right| = \frac{\left|\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_3\right|}{\left|\vec{n}_2\right| \cdot \left|\vec{n}_3\right|} = \frac{12}{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) là $45°$.
Chọn đáp án C □

Câu 133. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;-1)$, $B(2;3;1)$, $C(5;5;1)$. Đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a;b;0)$. Tính $3b-a$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

✍Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2+(1+1)^2} = 3$, $AC = \sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2+(1+1)^2} = 6$.
Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$. Ta có $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{1}{2}$.
Gọi tọa độ của D là (x,y,z). Khi đó $\overrightarrow{DB} = (2-x;3-y;1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (5-x;5-y;1-z)$.
Vì D nằm giữa B và C nên ta có

$$\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x = -2(2-x) \\ 5-y = -2(3-y) \\ 1-z = -2(1-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{11}{3} \\ z = 1. \end{cases}$$

Ta có $\overrightarrow{AD} = \left(2;\dfrac{8}{3};2\right)$ và $\overrightarrow{AM} = (a-1;b-1;1)$.
Điểm M thuộc vào đường thẳng AD khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AD}$. Điều này tương đương với

$$\frac{a-1}{2} = \frac{b-1}{\frac{8}{3}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \dfrac{7}{3}. \end{cases}$$

Vậy $3b-a = 7-2 = 5$.
Chọn đáp án B □

Câu 134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$, mặt phẳng (α): $x-y+z-4 = 0$ và mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M\left(\dfrac{1}{3};0;0\right)$.

✍Lời giải.

Gọi (C) là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) và (C) có tâm H, bán kính r.
Bán kính r của đường tròn là nhỏ nhất khi và chỉ khi IH lớn nhất khi và chỉ khi $\mathrm{d}(I,(P))$ lớn nhất.
Vì $M \in x'Ox$ nên gọi $M(m;0;0)$. Suy ra mặt phẳng (P) chứa AM và $(P) \perp (\alpha)$.
Khi đó $\vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{MA}, \vec{n}_{(\alpha)}\right] = (3;2+m;m-1)$.
Mà mặt phẳng (P) đi qua A nên phương trình của mặt phẳng (P) là:

$$3(x-0)+(2+m)(y-2)+(m-1)(z-2) = 0 \quad \text{hay} \quad 3x+(2+m)y+(m-1)z-3m = 0.$$

Ta có $\mathrm{d}(I;(P)) = \dfrac{9}{\sqrt{2m^2+2m+14}}$ lớn nhất khi và chỉ khi $2m^2+2m+14$ nhỏ nhất.
Mà $2m^2+2m+14 = 2\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{27}{2} \geq \dfrac{27}{2}$.
Do đó $2m^2+2m+14$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $m = -\dfrac{1}{2}$.
Vậy $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$.
Chọn đáp án A □

Câu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;6)$, $B(-1;2;4)$ và $I(-1;-3;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A,B sao cho khoảng cách từ điểm I đến (P) là nhỏ nhất.

A. $(P): 16x+6y-15z+64=0$. **B.** $(P): 7x+59y+78z-423=0$.
C. $(P): 16x+6y-15z-64=0$. **D.** $(P): 7x+59y+78z+423=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(3;2;4), \overrightarrow{IB}=(0;5;2)$.

Khoảng cách từ I đến (P) nhỏ nhất khi $I \in (P)$.

Gọi $\vec{n}$ là một VTPT của (P), suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right]=(-16;-6;15)$.

Phương trình (P): $16(x-2)+6(y+1)-15(z-6)=0 \Leftrightarrow 16x+6y-15z+64=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z-3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA=MB=MC$, giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 39. **B.** 63. **C.** 62. **D.** 38.

Lời giải.

Gọi $M(a;b;c)$, do $M \in (P)$ nên $2a+2b+c-3=0$. (1)

Theo đề ta có

$$\begin{cases} MA^2=MB^2 \\ MA^2=MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+(b-1)^2+(c-2)^2=(a-2)^2+(b+2)^2+(c-1)^2 \\ a^2+(b-1)^2+(c-2)^2=(a+2)^2+b^2+(c-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-6b-2c=4 \\ -4a-2b-2c=0. \end{cases}$$

Kết hợp với (1) và giải hệ ta được $a=2$, $b=3$, $c=-7$ nên $a^2+b^2+c^2=49$.

Chọn đáp án C □

Câu 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là

A. $2x-y+z+6=0$. **B.** $2x-y+z-6=0$. **C.** $2x+y+z-6=0$. **D.** $2x+y-z-6=0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm O trên mặt phẳng (P). Khi đó, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng OH. Do đó, mặt phẳng (P) đi qua A và cách O một khoảng lớn nhất khi $H \equiv A$, hay $OA \perp (P)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-1;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OA}=(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2\cdot(x-2)+(-1)\cdot(y+1)+1\cdot(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+z-6=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ di động trên các tia Ox, Oy, Oz luôn thỏa mãn $a+b+c=2$. Biết rằng quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ nằm trong mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ điểm $M(4;0;0)$ đến mặt phẳng (P).

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nên tọa độ tâm mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện là $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};\dfrac{c}{2}\right)$.

Do $a+b+c=2$ nên $I \in (P)$: $x+y+z-1=0$.

Khoảng cách từ M đến (P) là $d=\dfrac{|4-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 139. Trong không gian Oxy, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$, tiếp xúc với hai mặt phẳng (P): $x+y+2z+5=0$, (Q): $2x-y+z-5=0$ lần lượt tại các tiếp điểm A,B. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

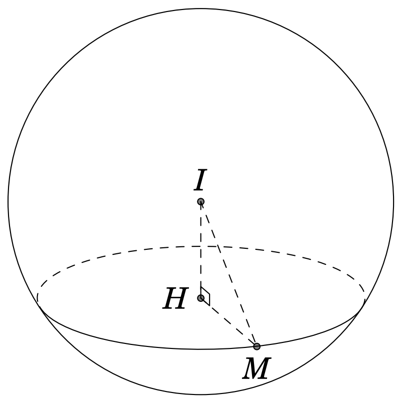
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=3$. Từ giả thiết suy ra A,B lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) và (Q).

Gọi d là đường thẳng đi qua I và $d \perp (P)$, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;1;2)$ nên d có phương trình $d\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = -1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.
$A \in d \Rightarrow A(1+t;2+t;-1+2t)$.
$A \in (P) \Leftrightarrow 1+t+2+t+2(-1+2t)+5 = 0 \Leftrightarrow 6t+6 = 0 \Leftrightarrow t = -1$, nên $A(0;1;-3)$.
Gọi d' là đường thẳng đi qua I và $d' \perp (Q)$, khi đó d' có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}'_d = (2;-1;1)$ nên d' có phương trình $d'\colon \begin{cases} x = 1+2t' \\ y = 2-t' \\ z = -1+t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$.
$B \in d' \Rightarrow B\left(1+2t';2-t';-1+t'\right)$.
$B \in (Q) \Leftrightarrow 2\left(1+2t'\right) - \left(2-t'\right) + \left(-1+t'\right) - 5 = 0 \Leftrightarrow 6t'-6 = 0 \Leftrightarrow t' = 1$, nên $B(3;1;0)$.
Vậy $AB = \sqrt{3^2+0^2+3^2} = 3\sqrt{2}$.
Chọn đáp án D □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $2x+2y-z-4 = 0$ hoặc $2x+2y-z+17 = 0$. **B.** $2x+2y-z+2 = 0$ hoặc $2x+2y-z+8 = 0$.
C. $2x+2y-z-1 = 0$ hoặc $2x+2y-z+11 = 0$. **D.** $2x+2y-z-6 = 0$ hoặc $2x+2y-z+3 = 0$.

✍Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.
Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên (Q).
Đặt $IH = x$ ta có $r = \sqrt{R^2-x^2} = \sqrt{12-x^2}$.
Vậy thể tích khối nón tạo được là
$V = \dfrac{1}{3} \cdot IH \cdot S_{((C))} = \dfrac{1}{3} \cdot x \cdot \pi \left(\sqrt{12-x^2}\right)^2 = \dfrac{1}{3}\pi(12x-x^3)$.
Gọi $f(x) = 12x - x^3$ với $x \in \left(0;2\sqrt{3}\right)$.
Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.
Ta có $f'(x) = 12-3x^2$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12-3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Chỉ có $x = 2 \in \left(0;2\sqrt{3}\right)$.



Bảng biến thiên:

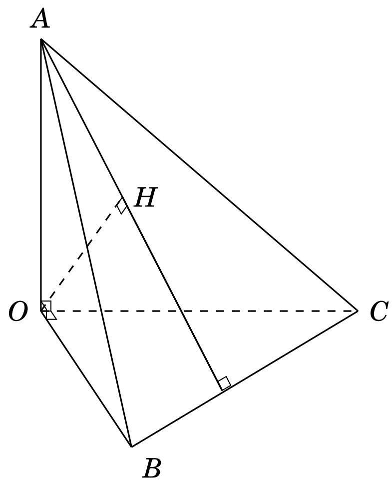
x	0		2		$2\sqrt{3}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Vậy $V_{\max} = \dfrac{1}{3}\pi 16 = \dfrac{16\pi}{3}$ khi $x = IH = 2$.
Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q)\colon 2x+2y-z+a = 0$ $(a \neq -3)$
Và $\mathrm{d}(I,(Q)) = IH \Leftrightarrow \dfrac{|2+2(-2)-3+a|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a-5| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 11 \\ a = -1. \end{array}\right.$
Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x+2y-z-1 = 0$ hoặc $2x+2y-z+11 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(2;1;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác $\triangle ABC$. Phương trình của (P) là

A. $2x+y+z-6 = 0$. **B.** $x+2y+z-6 = 0$. **C.** $x+2y+2z-6 = 0$. **D.** $2x+y+z+6 = 0$.

✍Lời giải.



Ta có $AH \perp BC$, $OA \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$.
Tương tự: $OH \perp AC$ suy ra $OH \perp (ABC)$ nên $\overrightarrow{OH} = (2;1;1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) và đi qua $H(2;1;1)$ do đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là $2x + y + z - 6 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 142. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60°$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD. Khoảng cách từ trung điểm K của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

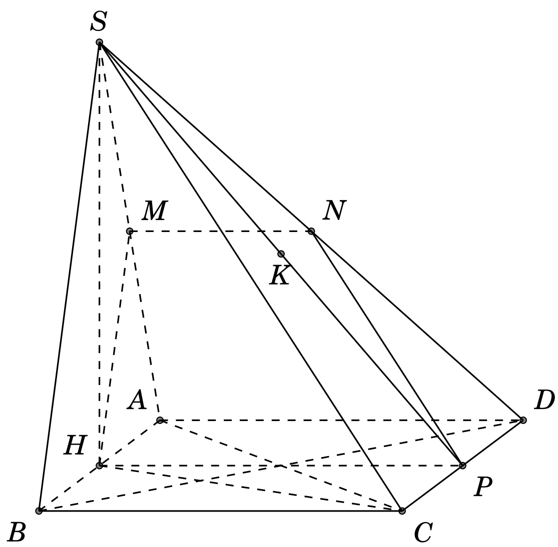
A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{30}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{15}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{10}$.

✍Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

$H(0;0;0)$, $A\left(-\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, Có

$S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)$, $C\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $D\left(-a;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$.



$MN \parallel AD$ nên suy ra P là trung điểm của CD.
Theo công thức trung điểm, ta suy ra

$M\left(-\dfrac{a}{4};0;\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$, $N\left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$,

$P\left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $K\left(-\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right)$, $\overrightarrow{HM} = \left(-\dfrac{a}{4};0;\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (HMN) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{HM}\right] = \left(\dfrac{3a^2}{16};\dfrac{a^2\sqrt{3}}{16};\dfrac{a^2\sqrt{3}}{16}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (HMN) là

$$\frac{3a^2}{16}(x-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(y-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(z-0) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + y + z = 0.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\mathrm{d}[K,(HMN)] = \dfrac{\left|-\dfrac{a\sqrt{3}}{4} + \dfrac{a\sqrt{3}}{4} + \dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right|}{\sqrt{3+1+1}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{20}$.

Chọn đáp án B □

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-2;3)$, $B(-4;0;-1)$ và $C(1;1;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $5x+y-2z+3=0$. **B.** $2y+z-7=0$. **C.** $5x+y-2z-1=0$. **D.** $2y+z+1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-5;2;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(0;3;-6)$ và G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

Có $\overrightarrow{AG}=\left(-\frac{5}{3};\frac{5}{3};-\frac{10}{3}\right)$ và véc-tơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-30;-15)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AG},\vec{n}_P\right]=(-125;-25;50)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $-125(x-1)-25(y+2)+50(z-3)=0 \Leftrightarrow 5x+y-2z+3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;7;6)$ và $B(2;4;3)$. Trên mặt phẳng (Oxy), lấy điểm $M(a;b;c)$ sao cho $MA+MB$ bé nhất. Tính $P=a^2+b^3-c^4$.

A. $P=134$. **B.** $P=-122$. **C.** $P=-204$. **D.** $P=52$.

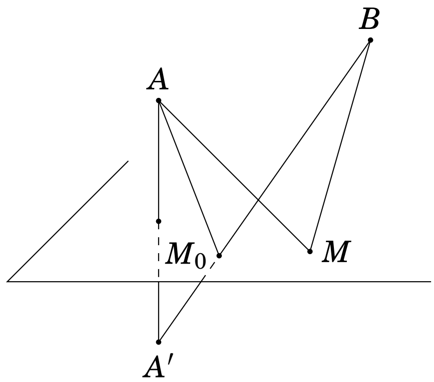
Lời giải.

Dễ thấy A và B nằm cùng phía với mặt phẳng (Oxy).

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oxy).

Ta có: $MA+MB=MA'+MB\geq A'B$, dấu bằng xảy ra khi $M\equiv M_0$ là giao điểm của $A'B$ với (Oxy).

Có $A(5;7;6)$, suy ra $A'(5;7;-6)$ và $\overrightarrow{A'B}=(3;3;-9)$ nên phương trình đường thẳng $A'B$: $\frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-3}{-9}$.



Điểm $M_0=A'B\cap(Oxy)$ nên là nghiệm của hệ $\begin{cases} z=0 \\ \frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-3}{-9} \end{cases} \Rightarrow M\equiv M_0(3;5;0)$.

Từ đó suy ra $P=3^2+5^3-0^4=134$.

Chọn đáp án A □

Câu 145. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a$, $AD=2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{5}$. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

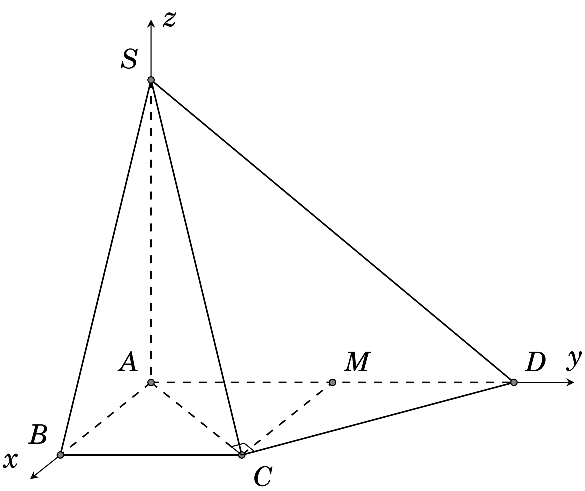
$A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$,
$S\left(0;0;a\sqrt{5}\right)$, $M(0;a;0)$, $C(a;a;0)$

Ta có $\overrightarrow{BC}=(0;a;0)$, $\overrightarrow{SB}=\left(a;0;-a\sqrt{5}\right)$

$\Rightarrow \vec{n}_{(SBC)}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{SB}\right]=\left(-a^2\sqrt{5};0;-a^2\right)$.

Ta có $\overrightarrow{CD}=(-a;a;0)$, $\overrightarrow{SC}=\left(a;a;-a\sqrt{5}\right)$

$\Rightarrow \vec{n}_{(SCD)}=\left[\overrightarrow{CD},\overrightarrow{SC}\right]=\left(-a^2\sqrt{5};-a^2\sqrt{5};-2a^2\right)$.



Ta có $\cos[(SBC),(SCD)]=\frac{\left|\vec{n}_{(SBC)}\cdot\vec{n}_{(SCD)}\right|}{\left|\vec{n}_{(SBC)}\right|\cdot\left|\vec{n}_{(SCD)}\right|}=\frac{\left|5a^4+2a^4\right|}{a^2\sqrt{6}\cdot a^2\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{21}}{6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 146. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và

$d_2\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

Lời giải.

Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Gọi $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2, ta chọn $\vec{v}_1(-1;1;1)$ và $\vec{v}_2(-2;1;1)$.

Ta có $[\vec{v}_1,\vec{v}_2]=(0;-1;1)$ khi đó ta chọn $\vec{n}(0;-1;1)$

Trên d_1, d_2 lần lượt chọn các điểm $A(2;0;0)$ và $B(0;1;2)$, gọi I là trung điểm của AB ta có $I\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$.

Do giả thiết suy ra mặt phẳng (P) đi qua I với véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$, ta có phương trình $(-1)\cdot\left(y-\dfrac{1}{2}\right)+(z-1)=0\Leftrightarrow -y+z+\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cách gốc tọa độ một đoạn lớn nhất.

A. $x+y+2z-12=0$. **B.** $2x+y+3z-19=0$.

C. $3x+2y+3z-22=0$. **D.** $3x-2y+3z-14=0$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(O,(P))\le OA$.

Do đó $\mathrm{d}(O,(P))$ lớn nhất bằng OA. Khi đó $OA\perp(P)$ hay $\vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{OA}=(3;2;3)$.

Vậy mặt phẳng (P) là

$$3(x-3)+2(y-2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y+3z-22=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 148. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;5;-3)$, $B(-2;1;1)$, $C(2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x+4y+5z+1=0$. Gọi $D(a;b;c)$ (với $c>0$) thuộc (α) sao cho có vô số mặt phẳng (P) chứa C,D và khoảng cách từ A đến (P) gấp 3 lần khoảng cách từ B đến (P). Tính giá trị biểu thức $S=a^2+b^2+c^2$.

A. $S=18$. **B.** $S=32$. **C.** $S=20$. **D.** $S=26$.

Lời giải.

Vì $\mathrm{d}(A,(P))=3\mathrm{d}(B,(P))$ nên AB cắt (P) tại điểm $I\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{BI}\\ \overrightarrow{AI}=-3\overrightarrow{BI}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}I(-4;-1;3)\\ I(-1;2;0)\end{array}\right.$.

Vì có vô số mặt phẳng (P) chứa C,D và khoảng cách từ A đến (P) gấp 3 lần khoảng cách từ B đến (P) nên I,C,D thẳng hàng hay $D=IC\cap(\alpha)$.

- Nếu $I(-4;-1;3)\Rightarrow(IC)\colon\begin{cases}x=2+6t\\ y=t\\ z=1-2t\end{cases}\Rightarrow D(-4;-1;3)$ (thỏa mãn $c>0$).

- Nếu $I(-1;2;0)\Rightarrow(IC)\colon\begin{cases}x=2+3t\\ y=-2t\\ z=1+t\end{cases}\Rightarrow D(-4;4;-1)$ (loại).

Vậy $D(-4;-1;3)\Rightarrow S=16+1+9=26$.

Chọn đáp án D □

Câu 149. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA=MB=MC$. Tính $T=a+2b+3c$.

A. $T=5$. **B.** $T=3$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải.

Ta có $M(a;b;c)\in(P)\Leftrightarrow a+b+c-2=0\quad(1)$

- $MA^2=(a-2)^2+(b-0)^2+(c-1)^2=a^2+b^2+c^2-4a-2c+5$.

- $MB^2=(a-1)^2+b^2+c^2=a^2+b^2+c^2-2a+1$.

- $MC^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=a^2+b^2+c^2-2a-2b-2c+3$.

Với $MA = MB$, ta có $a + c - 2 = 0$ (2)
Với $MA = MC$, ta có $a - b - 1 = 0$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+b+c=2 \\ a+c=2 \\ a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1. \end{cases}$

Vậy $T = a + 2b + 3c = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=9$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Gọi (S') là mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời (S') tiếp xúc với mặt phẳng $(Q)\colon x-y+z-5=0$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu $(S)'$. Tính tích $T = abc$.

A. $T = 1$. **B.** $T = -\dfrac{1}{8}$. **C.** $T = -1$. **D.** $T = \dfrac{1}{8}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S') có dạng

$$\begin{aligned} & x^2+y^2+z^2-9+m(x+y+z-3)=0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2+y^2+z^2+mx+my+mz-9-3m=0. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S') có tâm $I\left(-\dfrac{m}{2};-\dfrac{m}{2};-\dfrac{m}{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{\dfrac{3m^2}{4}+3m+9}$.

(S') tiếp xúc với (Q) nên

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(I,(Q))=R \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{\left|-\frac{m}{2}-5\right|}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{3m^2}{4}+3m+9} \\ &\Leftrightarrow \quad |m+10|=\sqrt{9m^2+36m+108} \\ &\Leftrightarrow \quad m=-1 \Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Vậy $T = abc = \dfrac{1}{8}$.

Chọn đáp án D □

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-m)^2=\dfrac{m^2}{4}$ (với $m>0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2;3;5)$, $B(1;2;4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2-MB^2=9$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 3-\sqrt{3}$. **C.** $m = 8-4\sqrt{3}$. **D.** $m = \dfrac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có

$$\begin{aligned} MA^2-MB^2=9 &\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2-(x-1)^2-(y-2)^2-(z-4)^2=9 \\ &\Leftrightarrow x+y+z-4=0. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S_m) có tâm $I(1;1;m)$ và bán kính $R=\dfrac{m}{2}$. Gọi $(\alpha)\colon x+y+z-4=0$. Khi đó,

$$\begin{aligned} M(1;1;m)\in(S_m) \Leftrightarrow \mathrm{d}[I,(\alpha)]\le R \Leftrightarrow \frac{|m-2|}{\sqrt{3}} \le \frac{m}{2} \\ \Rightarrow m-2 \ge -\frac{\sqrt{3}}{2}m \Rightarrow m \ge 8-4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $8-4\sqrt{3}$.

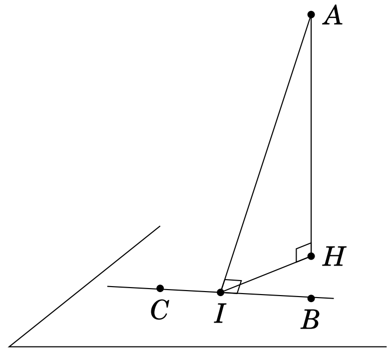
Chọn đáp án C □

Câu 152. Cho mặt phẳng $(\alpha)\colon ax+by+cz+d=0$, $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ đi qua hai điểm $B(1;0;2)$, $C(5;2;6)$ và cách $A(2;5;3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=\dfrac{a}{b+c+d}$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** -2.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng $BC:\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=2+2t\end{cases}$.



Gọi I là hình chiếu của A trên BC suy ra $I(3;1;4)$.
Kẻ $AH\perp(P)$, ta có AH đạt giá trị lớn nhất khi H trùng I hay $AI\perp(P)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $x-4y+z-3=0$.
Vậy $T=\frac{a}{b+c+d}=-\frac{1}{6}$.

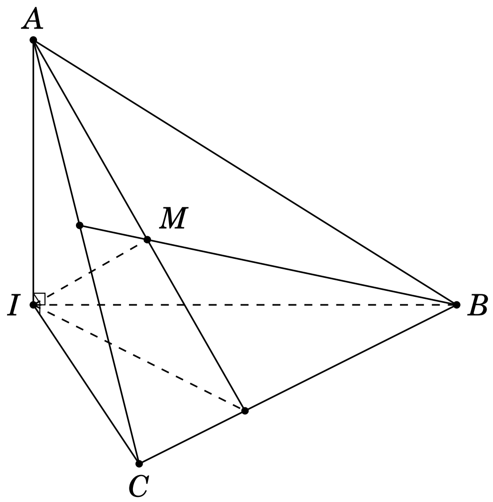
Chọn đáp án C □

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=t_1\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=t_2\\y=-1\\z=0\end{cases}$, $d_3:\begin{cases}x=1\\y=t_3\\z=0\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1;2;3)$ và cắt ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách $d=\mathrm{d}(O,(P))$ (O là gốc tọa độ của hệ trục $Oxyz$).

A. $d=2\sqrt{2}$. **B.** $d=\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi véc-tơ chỉ phương của các đường thẳng d_1, d_2, d_3 là $\vec{u}_{d_1}=(0;0;1)$, $\vec{u}_{d_2}=(1;0;0)$ và $\vec{u}_{d_3}=(0;1;0)$.
Ta có $\vec{u}_{d_1}\cdot\vec{u}_{d_2}=0$, $\vec{u}_{d_1}\cdot\vec{u}_{d_3}=0$, $\vec{u}_{d_2}\cdot\vec{u}_{d_3}=0$ và d_1, d_2 và d_3 cắt nhau tại điểm $I(1;-1;0)$ nên IA, IB, IC đôi một vuông góc với nhau.



Từ $\begin{cases}IA\perp IB\\IA\perp IC\end{cases}\Rightarrow IA\perp(IBC)\Rightarrow IA\perp BC$.
Từ $\begin{cases}IB\perp IA\\IB\perp IC\end{cases}\Rightarrow IB\perp(IAC)\Rightarrow IB\perp AC$.

Mặt khác từ $\begin{cases}AM\perp BC\\IA\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp(IAM)\Rightarrow BC\perp IM$ (1)
Mà $\begin{cases}BM\perp AC\\IB\perp AC\end{cases}\Rightarrow AC\perp(IBM)\Rightarrow AC\perp IM$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $IM\perp(ABC)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm M và nhận $\overrightarrow{IM}=(0;3;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$(ABC)\colon 3(y-2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow y+z-5=0.$$

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là $d=\frac{|-5|}{\sqrt{0^2+1^2+1^2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 154. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(1;1;0)$. Có bao nhiêu điểm M cách đều các mặt phẳng (ABC), (OBC), (OAC), (OAB)?

A. Vô số điểm M. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(0;1;1)$, $\overrightarrow{OB}=(1;0;1)$, $\overrightarrow{OC}=(1;1;0)$, $\overrightarrow{AB}=(1;-1;0)$, $\overrightarrow{AC}=(1;0;-1)$.

— Ta có $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(1;1;-1)\Rightarrow(OAB): x+y-z=0$.

— Ta có $\left[\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right]=(-1;1;1)\Rightarrow(OBC): -x+y+z=0$.

— Ta có $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right]=(-1;1;-1)\Rightarrow(OAC): -x+y-z=0$.

— Ta có $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;1)\Rightarrow(ABC): x+y+z-2=0$.

Gọi điểm $M(a;b;c)$ cách đều các mặt phẳng (OAB), (OBC), (OAC), (ABC).

Từ $\mathrm{d}(M,(OAB))=\mathrm{d}(M,(OBC))\Leftrightarrow \dfrac{|a+b-c|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|-a+b+c|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}a=c & (1)\\ b=c & (2)\end{array}\right.$

Từ $\mathrm{d}(M,(OAB))=\mathrm{d}(M,(OAC))\Leftrightarrow \dfrac{|a+b-c|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|-a+b-c|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}a=0 & (3)\\ b=c & (4)\end{array}\right.$

Từ $\mathrm{d}(M,(OAB))=\mathrm{d}(M,(ABC))\Leftrightarrow \dfrac{|a+b-c|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|a+b+c|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}c=0 & (5)\\ a=-b & (6)\end{array}\right.$

Từ (1), (3), (5) suy ra $a=c=0$, b khác 0 tùy ý. Như vậy có vô số điểm cách đều bốn mặt phẳng.

Chọn đáp án (A) □

Câu 155. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng (P) cắt trục Oy tại điểm B. Tọa độ của điểm B là

A. $B\left(0;\dfrac{14}{3};0\right)$. **B.** $B(0;14;0)$. **C.** $B(0;-14;0)$. **D.** $B\left(0;-\dfrac{14}{3};0\right)$.

✍Lời giải.

Dễ thấy, $\mathrm{d}(O;(P))\le OM$, nên mặt phẳng (P) đi qua M, cách O một khoảng lớn nhất khi (P) nhận $\overrightarrow{OM}=(1;3;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra (P) có phương trình $x+3y-2z-14=0$. Do đó giao điểm của (P) với trục Oy là $B\left(0;\dfrac{14}{3};0\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 156. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+3z-14=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\triangle MAB$ vuông tại M. Tính giá trị $a+b+2c$.

A. 5. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

✍Lời giải.

• $\overrightarrow{MA}=(x-3;y-1;z-2)$, $\overrightarrow{MB}=(x+3;y+1;z)$.

Tam giác MAB vuông tại M nên $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2z-10=0$.

Do đó M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(0;0;1)$ bán kính $R=\sqrt{11}$.

• Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{11}{\sqrt{11}}=\sqrt{11}$ nên (P) tiếp xúc với (S). Do đó điểm M là tiếp điểm của (P) và mặt cầu (S).

• Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P)\Leftrightarrow\Delta\colon\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=1+3t\end{cases}$.

Ta có $t+t+3(1+3t)-14=0\Leftrightarrow t=1$ nên $M(1;1;4)$. Vậy $a+b+2c=10$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 157. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;6;-5)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $M(1;2;0)$. **B.** $M(0;0;-1)$. **C.** $M(1;3;-1)$. **D.** $M(1;3;0)$.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có $MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$, dễ thấy $MA^2+MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, suy ra M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxy). Dễ thấy $G(1;3;-1)\Rightarrow M(1;3;0)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;-1;2)$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=9$. Mặt phẳng đi qua M cắt S theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $x-y+2z=0$. **C.** $x-y+2z-6=0$. **D.** $x-y+2z-4=0$.

✍**Lời giải.**

(S) có bán kính $R=3$ và tâm $I(0;0;0)$, $IM=\sqrt{6}<3$ nên I nằm trong hình cầu (S). Gọi r là bán kính của đường tròn, (P) là mặt phẳng qua M, ta có $r^2=R^2-\mathrm{d}^2(I,(P))=9-\mathrm{d}^2(I,(P))\geq 9-IM^2=3$, suy ra bán kính $r_{\min}=\sqrt{3}$ khi $\overrightarrow{IM}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P). Vậy phương trình của mặt phẳng (P): $(x-1)-(y+1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-6=0$.

Chọn đáp án C □

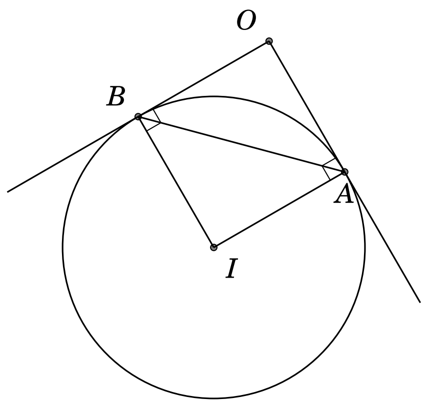
Câu 159. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B. Biết tiếp diện của (S) tại A, B vuông góc. Tính độ dài AB.

A. $AB=\dfrac{5}{2}$. **B.** $AB=5$. **C.** $AB=5\sqrt{2}$. **D.** $AB=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$, bán kính $R=5$.
Xét mặt phẳng (P) chứa d cắt giao tuyến của hai tiếp diện tại O. Ta có tứ giác $OIAB$ là hình vuông. Suy ra

$$AB=IA\cdot\sqrt{2}=R\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án C □

Câu 160. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(5;0;0)$, $B(1;2;-4)$, $C(4;3;0)$, mp(α): $x+2y+2z-10=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A,B,C và tiếp xúc mp(α).

A. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

✍**Lời giải.**
Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu cần viết.

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \\ AI = \mathrm{d}(I,(\alpha)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-5)^2+y^2+z^2} = \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2} \\ \sqrt{(x-5)^2+y^2+z^2} = \sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2+z^2} \\ \sqrt{(x-5)^2+y^2+z^2} = \dfrac{|x+2y+2z-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y+2z=1 \\ x-3y=0 \\ 3\sqrt{(x-5)^2+y^2+z^2} = |x+2y+2z-10| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ z=\dfrac{-5y+1}{2} \\ 9\left[(3y-5)^2+y^2+\left(\dfrac{-5y+1}{2}\right)^2\right] = \left[3y+2y+2\dfrac{-5y+1}{2}-10\right]^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ z=\dfrac{-5y+1}{2} \\ 65y^2-130y+65=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-2. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(3;1;-2)$ bán kính $R = AI = 3$ là $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2 = 9$.
Chọn đáp án A □

Câu 161. Cho $A(1;-1;0)$ và mp(P): $2x-2y+z-1=0$. Điểm $M(a;b;c) \in$ mp(P) sao cho $MA \perp OA$ và đoạn AM bằng 3 lần khoảng cách từ A đến mp(P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=-3$. **B.** $a+b+c=3$. **C.** $a+b+c=5$. **D.** $a+b+c=-5$.

✍**Lời giải.**

$$\begin{cases} M \in \mathrm{mp}(P) \\ AM \perp OA \\ AM = 3d(A,(P)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-2b+c-1=0 \\ 1(a-1)-1(b+1)+0(c-0)=0 \\ \sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2+(c-0)^2} = 3\cdot\dfrac{|2\cdot1-2\cdot(-1)+0-1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-2b+c-1=0 \\ a-b-2=0 \\ (a-1)^2+(b+1)^2+c^2=9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=a-2 \\ c=-3 \\ (a-1)^2+(a-2+1)^2+(-3)^2=9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-3. \end{cases}$$

Vậy $a+b+c=-3$.
Chọn đáp án A □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;0;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $3OA = 2OB = OC \neq 0$?

A. 3. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Từ giả thiết, ta có thể coi $A(2a;0;0)$, $B(0;3b;0)$, $C(0;0;6c)$ (với $|a|=|b|=|c|\neq 0$). Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{2a}+\dfrac{y}{3b}+\dfrac{z}{6c}=1$.

Do (P) đi qua $M(-1;0;3)$ nên $-\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{2c}=1$. Theo trên, $c=\pm a$, kết hợp với phương trình vừa thu được, ta suy ra $a=-1, c=1$.

Cũng theo trên, $b=\pm a$, nên có 2 giá trị của b. Suy ra có 2 bộ (a,b,c) thỏa mãn, hay có 2 mặt phẳng thỏa yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án D □

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$ và $D\left(1;1;\dfrac{1}{2}\right)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O, A, B, C, D?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(ABC): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{3}=1$.

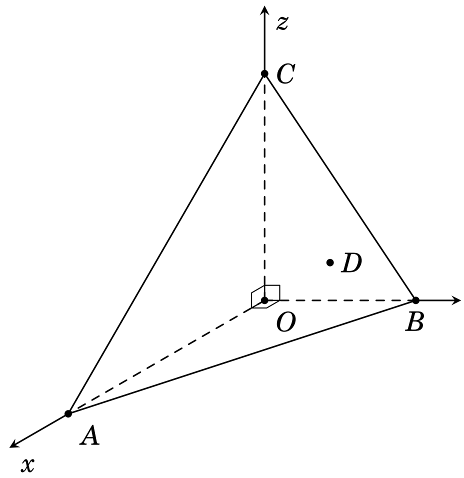
Suy ra $D\left(1;1;\dfrac{1}{2}\right)$ thuộc mặt phẳng (ABC).

Số mặt phẳng qua ba trong bốn điểm A, B, C, D là 1.

Số mặt phẳng qua điểm O và hai trong bốn điểm A, B, C, D là $\mathrm{C}_4^2=6$.

Vậy số mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O, A, B, C, D là

$$1+6=7.$$



Chọn đáp án C □

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-5)$ cắt mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+10=0$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi $2\pi\sqrt{3}$. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+10z+18=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x-4y+10z+12=0$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=16$.

Lời giải.

Đường tròn giao tuyến có chu vi $2\pi\sqrt{3}$ nên nó có bán kính $r=\sqrt{3}$.

Gọi $h=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\times(-1)-2\times 2-1\times(-5)+10|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=3$.

Suy ra bán kính R của mặt cầu (S) được tính theo công thức $R=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{12}$.

Phương trình của (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=12 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x-4y+10z+18=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y+1=0$. Viết phương trình (P) đi qua hai điểm $A(0;-1;1)$ và $B(1;-2;1)$ đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$.

A. $x+y+3z-2=0$, $x+y-5z+6=0$. **B.** $x+y+3z-2=0$, $x+y+z=0$.

C. $x+y-3z+4=0$, $x+y-z+2=0$. **D.** $x+y+1=0$, $x+y+4z-3=0$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) có dạng $Ax+By+Cz+D=0$ trong đó $A^2+B^2+C^2\neq 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$; bán kính $R=1$. Đường tròn giao tuyến có bán kính $r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra, $\mathrm{d}(I,(P))=\sqrt{R^2-r^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B nên ta có $\begin{cases}-B+C+D=0\\ A-2B+C+D=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A=B\\ B=C+D.\end{cases}$

Mặt khác, $d(I,(P)) = \dfrac{|A-B+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \dfrac{|A-C|}{\sqrt{2A^2+C^2}}$.

Suy ra, $\dfrac{|A-C|}{\sqrt{2A^2+C^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2C^2 - 8AC = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C=0 \\ C=4A. \end{array}\right.$

— Với $C=0 \Rightarrow A=B=D$.
Chọn $A=1$, ta được phương trình mặt phẳng (P_1) là $x+y+1=0$.

— Với $C=4A$:
Chọn $A=1 \Rightarrow B=1, C=4, D=-3$ ta được phương trình (P_2): $x+y+4z-3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-7=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. $2x+2y-z-19=0$. **B.** $2x+2y-z+17=0$. **C.** $2x+2y-z-17=0$. **D.** $2x+2y-z+7=0$.

Lời giải.

$(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0 \Leftrightarrow (S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.
(S) có tâm $I(1,-2,3)$, bán kính $R=\sqrt{25}=5$.
Gọi r là bán kính đường tròn. Ta có $2\pi r = 6\pi \Rightarrow r=3$.
Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.
Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có dạng : $2x+2y-z+c=0$. $(c \neq -7)$
Mặt phẳng (Q) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π nên

$d(I,(Q)) = \sqrt{R^2-r^2} \Rightarrow \dfrac{|2\cdot1+2\cdot(-2)-3+c|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = \sqrt{5^2-3^2} = 4$

$\Rightarrow |c-5| = 12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c-5=12 \\ c-5=-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=17 \\ c=-7.(\text{ loại }) \end{array}\right.$

Suy ra (Q): $2x+2y-z+17=0$ hoặc (Q): $2x+2y-z-7=0$.
Vậy (Q): $2x+2y-z+17=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 167. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-m}{1} = \dfrac{y+2m}{3} = \dfrac{z}{2}$. Nếu giao điểm của d và (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) thì giá trị của m bằng

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(t+m;3t-2m;2t)$ là giao điểm của d và (P). Do M thuộc (Oyz) nên ta có

$$\begin{cases} t+m=0 \\ (t+m)-2(3t-2m)+2t-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-m \\ -2(-3m-2m)-2m-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\dfrac{1}{2} \\ m=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy $m=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(4;2;3)$, $C(3;4;3)$. Gọi S_1, S_2, S_3 là các mặt cầu có tâm A, B, C và bán kính lần lượt là $3,2,3$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng qua điểm $I\left(\dfrac{14}{5};\dfrac{2}{5};3\right)$ và tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 2. **B.** 7. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải.

Phương trình của ba mặt cầu đã cho là

$$(S_1): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$$
$$(S_2): (x-4)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4.$$
$$(S_3): (x-3)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=9.$$

Thay tọa độ điểm I vào phương trình các mặt cầu, ta có $I \in (S_1), I \in (S_2)$ và I nằm ngoài S_3.
Suy ra điều kiện cần để một mặt phẳng (P) qua I và tiếp xúc với cả ba mặt cầu là (P) tiếp xúc với $(S_1),(S_2)$ tại I. Do đó (P) qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (3;4;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Suy ra $(P)\colon 3\left(x-\dfrac{14}{5}\right)+4\left(y-\dfrac{2}{5}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-10=0$.
Khoảng cách từ $C(3;4;3)$ đến (P) là

$$\mathrm{d}(C,(P)) = \frac{|3\cdot 3+4\cdot 4-10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$

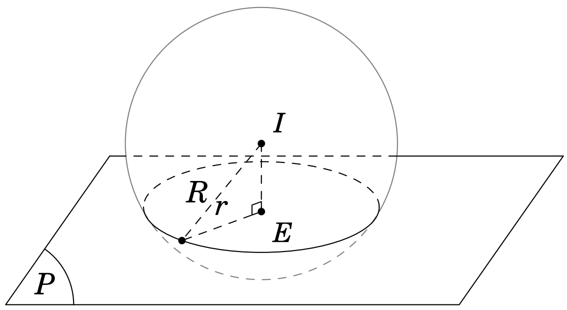
Suy ra (P) tiếp xúc với (S_3).
Vậy có đúng một mặt phẳng qua I và tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho.
Chọn đáp án D □

Câu 169. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-y-z+6=0$ và $(Q)\colon 2x+3y-2z+1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc (Q) và cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn tâm $E(-1;2;3)$, bán kính $r=8$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=64$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=67$.
C. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=64$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S), Δ là đường thẳng qua E và vuông góc với (P). Khi đó, ta có $I=\Delta\cap(Q)$.
Δ qua $E(-1;2;3)$ nhận $\vec{n}_P=(1;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Suy ra $\Delta\colon \begin{cases} x=-1+t\\ y=2-t\\ z=3-t.\end{cases}$



$I\in\Delta \Rightarrow I(-1+t;2-t;3-t)$.
$I\in(Q)\Rightarrow 2(-1+t)+3(2-t)-2(3-t)+1=0 \Leftrightarrow t=1$.
Do đó $I(0;1;2)$. Khoảng cách từ I đến (P) là $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|0-1-2+6|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}} = \sqrt{3}$.
Bán kính của (S) là $R=\sqrt{r^2+\mathrm{d}^2(I,(P))} = \sqrt{8^2+\sqrt{3}^2} = \sqrt{67}$.
Vậy $(S)\colon x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=67$.
Chọn đáp án B □

Câu 170. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(2;3;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$. Tìm hoành độ x_M của điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x_M=-3$. **B.** $x_M=-1$. **C.** $x_M=1$. **D.** $x_M=3$.

Lời giải.

Ta tìm điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, hay

$$\begin{aligned} &\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI}+2(\overrightarrow{OB}-2\overrightarrow{OI})=\vec{0}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{OI}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB})\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{OI}=\left(\frac{2+2\cdot 2}{3};\frac{0+2\cdot 3}{3};\frac{0+2\cdot 0}{3}\right)=(2;2;0)\\ \Leftrightarrow\ &I(2;2;0).\end{aligned}$$

Lúc này ta có

$$|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}+2(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM})| = |\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IM}| = 3IM.$$

Để $|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì IM phải nhỏ nhất, điều đó xảy ra khi M là hình chiếu của I lên (P).
Lúc này, do $\overrightarrow{IM}$ cùng phương với $\vec{n}=(1;1;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) nên $\overrightarrow{IM}=k\vec{n}$, trong đó k là một số thực.
Ta có

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{IM}=k\vec{n}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OI}=k\vec{n}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OI}+k\vec{n}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{OM}=(2+k;2+k;0+k)\\ \Leftrightarrow\ &M=(2+k;2+k;k).\end{aligned}$$

Do M thuộc mặt phẳng (P), ta có

$$(2+k)+(2+k)+k-7=0\Leftrightarrow k=1\Rightarrow M(3;3;1).$$

Vậy $x_M=3$.
Chọn đáp án D □

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) đi qua hai điểm $M(0;-1;0)$, $N(-1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz).

A. $(P)\colon x+z+1=0$. **B.** $(P)\colon x-z=0$. **C.** $(P)\colon z=0$. **D.** $(P)\colon x+z=0$.

✍**Lời giải.**
Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;2;1)$ và (Oxz) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\vec{j}\right]=(-1;0;-1)$. Do đó, (P) có phương trình là $-1(x-0)+0(y+1)-1(z-0)=0\Leftrightarrow x+z=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 172. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+3=0$, $(Q)\colon x+2y+2z+7=0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

✍**Lời giải.**
Tâm $I\in d\Rightarrow I(t;-1;-t)$. Do (S) tiếp xúc với (P) và (Q) nên ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\mathrm{d}(I,(Q))$.
Hay $|t-2-2t+3|=|t-2-2t+7|\Leftrightarrow t=3$.
Suy ra $I(3;-1;-3)$, từ đó ta có $a=3,b=-1,c=-3\Rightarrow a+b+c=-1$.
Chọn đáp án B □

Câu 173. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-3;1;-1)$, $B(1;2;m)$, $C(0;2;-1)$, $D(4;3;0)$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 10.

A. $m=\pm30$. **B.** $m=\pm120$. **C.** $m=\pm20$. **D.** $m=\pm60$.

✍**Lời giải.**
Ta có $\overrightarrow{AC}=(3;1;0),\overrightarrow{AD}=(7;2;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=(1;-3;-1)$.
Lại có $\overrightarrow{AB}=(4;1;m+1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\cdot\overrightarrow{AB}=-m$.
Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\cdot\overrightarrow{AB}\right|=\dfrac{|m|}{6}$. Theo đề ta có $V_{ABCD}=10\Leftrightarrow m=\pm60$.
Chọn đáp án D □

Câu 174. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C; trực tâm tam giác ABC là $H(1;2;3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+3z-14=0$. **B.** $x+2y+3z+14=0$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$.

✍**Lời giải.**
Do mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm A, B, C mà $\triangle ABC$ nhận H làm trực tâm nên $OH\perp(P)$.
Vậy (P) đi qua điểm H và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OH}=(1;2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Suy ra mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-14=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại A, B, C. Biết trọng tâm của tam giác ABC là $G(-1;-3;2)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $6x-2y+3z-1=0$. **B.** $6x+2y-3z+18=0$.
C. $6x+2y+3z-18=0$. **D.** $6x+2y-3z-1=0$.

Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ là giao điểm với ba trục tọa độ.

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_A+x_B+x_C=3x_G \\ y_A+y_B+y_C=3y_G \\ z_A+z_B+z_C=3z_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-9 \\ c=6. \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{-9}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+2y-3z+18=0$.

Vậy mặt phẳng song song với (α) trong các đáp án đã cho là $6x+2y-3z-1=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $mx+2y-z+1=0$ (m là tham số) và mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 2.

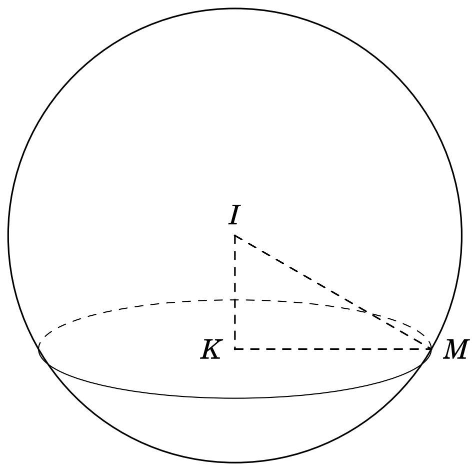
A. $m=\pm1$. **B.** $m=\pm2+\sqrt{5}$. **C.** $m=6\pm2\sqrt{5}$. **D.** $m=\pm4$.

Lời giải.

Tọa độ tâm mặt cầu là $I(2;1;0)$, bán kính mặt cầu $R=3$.

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $IK=\dfrac{|2m+3|}{\sqrt{m^2+5}}$. Vì bán kính đường tròn giao tuyến bằng 2 nên

$$2^2+\frac{(2m+3)^2}{m^2+5}=3^2 \Leftrightarrow m^2-12m+16=0 \Leftrightarrow m=6\pm2\sqrt{5}.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;5)$, $B(0;4;-3)$, $C(2;-3;7)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $P=x_0+y_0+z_0$.

A. $P=0$. **B.** $P=6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=-3$.

Lời giải.

Vì $M\in(Oxy)$ nên $M(x_0;y_0;0)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có $G(2;1;3)$.
Khi đó

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| &= \left|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right| \\ &= \left|3\overrightarrow{MG}\right| = 3MG = 3\sqrt{(x_0-2)^2+(y_0-1)^2+3^2} \geq 9.\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x_0=2$ và $y_0=1$ hay $M(2;1;0)$.
Vậy $P=x_0+y_0+z_0=3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 178. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;3;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $x-3y+2z-1=0$; (R): $2x+y-z-1=0$ là

A. $-2x+3y+z-10=0$. **B.** $x-3y+2z-1=0$.
C. $x+5y+7z-20=0$. **D.** $x+5y+7z+20=0$.

Lời giải.

Ta có vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) là $\vec{n}_Q=(1;-3;2)$ và $\vec{n}_R=(2;1;-1)$.
Vì mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) nên 1 vec-tơ pháp tuyến của

mặt phẳng (R) là $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (1;5;7)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x+2)+5(y-3)+7(z-1)=0 \Leftrightarrow x+5y+7z-20=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 179. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x-y+z-7=0$, (Q): $3x+2y-12z+5=0$. Phương trình mặt phẳng (R) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng nói trên là

A. $x+3y+z=0$. **B.** $2x+3y+z=0$. **C.** $x+2y+z=0$. **D.** $3x+2y+z=0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P=(1;-1;1)$; $\vec{n}_Q=(3;2;-12)$.
Mặt phẳng (R) vuông góc với hai mặt phẳng (P);(Q) nên $\vec{n}_R=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(10;15;5) \Rightarrow \vec{n}_R=(2;3;1)$. Khi đó mặt phẳng (R) có phương trình $2x+3y+z=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 180. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;-1)$, $B(1;-2;-3)$ và (P): $3x-2y+z-9=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa hai điểm A,B và vuông góc với (P).

A. $x-5y-2z+19=0$. **B.** $x+y-z-2=0$.
C. $x+y-z+2=0$. **D.** $3x-2y+z+13=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-5;-2)$; $\vec{n}_P=(3;-2;1)$.
Mặt phẳng (Q) chứa AB và vuông góc với (P) nên $\vec{n}_Q=[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P]=(-9;-9;9)$.
Khi đó phương trình
(Q): $-9(x+2)-9(y-3)+9(z+1)=0 \Leftrightarrow -x-y+z+2=0 \Leftrightarrow x+y-z-2=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(-1;3;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z+14=0$. Khi đó mặt cầu có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=5$.
C. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=5$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=25$.

Lời giải.

Ta có $R=\mathrm{d}(I,(\alpha))=5$.
Vậy phương trình (S): $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=25$.
Chọn đáp án D □

Câu 182. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+4=0$, $(\beta): 3y-z+5=0$ có phương trình là

A. $-x+2y+6z+15=0$. **B.** $x+2y+6z+13=0$.
C. $x+2y-6z-23=0$. **D.** $x-2y+6z+21=0$.

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;-3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=[\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta]=(1;2;6)$.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P): $x+2y+6z+13=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 183. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất là

A. (P): $x+2y+3z+6=0$. **B.** (P): $x+2y+z-2=0$.
C. (P): $x-2y+z-6=0$. **D.** (P): $3x+2y+2z-4=0$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$
$AI=\sqrt{1^2+2^2+(3-2)^2}=\sqrt{6}<R \Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S).
Để (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất thì đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất, hay $\mathrm{d}(I,(P))$ lớn nhất.
Suy ra (P) đi qua $A(0;0;2)$ và vuông góc với $AI \Rightarrow \overrightarrow{AI}=(1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Vậy (P): $x+2y+z-2=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;1)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O,A,B,C,D?

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 5.

✍Lời giải.

Ta thấy 3 điểm A,B,C tạo thành mặt phẳng chắn các trục tọa độ có phương trình:
$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1$

Suy ra $D\in(ABC)$. Như vậy 4 điểm A,B,C,D đồng phẳng.

Mà theo lý thuyết: qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng ta xác định được 1 mặt phẳng.

Vậy nên số mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O,A,B,C,D là $C_5^3-3=7$.

Chọn đáp án C □

Câu 185. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(2;1;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A,B,C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

A. $2x+y+z-6=0$. **B.** $3x+y+3z-10=0$. **C.** $x-y+z-2=0$. **D.** $3x-y+3z-8=0$.

✍Lời giải.

Nếu OA,OB,OC đôi một vuông góc thì ta dễ dàng nhận thấy H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $OH\perp(ABC)$.

Từ đó suy ra (P) đi qua điểm H và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OH}=(2;1;1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $2(x-2)+1(y-1)+1(z-1)=0$ hay (P): $2x+y+z-6=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 186. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. (P_1): $x+2y-2z+8=0$. **B.** (P_2): $x+2y-2z-8=0$.

C. (P_3): $x+2y-2z-2=0$. **D.** (P_4): $x+2y-2z-4=0$.

✍Lời giải.

(S) có tâm $I(-3;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$. Ta có (P) là mặt phẳng cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=3\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{10-9}=1$. Mà $\mathrm{d}(I,(P_1))=\frac{|-3+2\cdot 0-2\cdot 1+8|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$. Suy ra (P_1) thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 187. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$. **B.** $N(2;2;-4)$. **C.** $P(-2;2;4)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) chứa trục $Ox\Rightarrow(\alpha)$: $by+cz=0$ $(b^2+c^2\neq 0)$. Mà $A(1;-1;2)\in(\alpha)$ nên $-b+2c=0$.

Chọn $c=1\Rightarrow b=2$. Khi đó (α): $2y+z=0$. Ta có $2\cdot 2-4=0\Rightarrow N(2;2;-4)\in(\alpha)$.

Chọn đáp án B □

Câu 188. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $C(0;0;3)$ và $M(-1;3;2)$. Mặt phẳng (P) qua C,M đồng thời chắn trên các nửa trục dương Ox,Oy các đoạn thẳng bằng nhau. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $x+y+z-6=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $x+y+2z-6=0$.

✍Lời giải.

Giả sử (P) chắn trên nửa trục dương Ox,Oy các điểm $A(a;0;0)$ và $B(0;b;0)$ với $a,b>0$.

Ta có $OA=OB\Rightarrow a=b$. Khi đó phương trình mặt phẳng P đi qua A,B,C là $(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{3}=1$.

Điểm $M\in(P)\Rightarrow\frac{-1}{a}+\frac{3}{a}+\frac{2}{3}=1\Leftrightarrow a=6\Rightarrow(P): x+y+2z-6=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 189. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau d_1: $\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z+2}{1}$ và d_2: $\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. (P): $x+5y+8z-16=0$. **B.** (P): $x+5y+8z+16=0$.

C. (P): $x+4y+6z-12=0$. **D**. (P): $2x+y-6=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$.
Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-2)$.
Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n}=[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(1;5;8)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+2y+z-12=0$ và hai điểm $A(5;10;21)$, $B(1;3;16)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P). Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ bằng

A. 3. **B**. 4. **C**. 13. **D**. 9.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;1)$.
Vì đường thẳng Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;1) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=5+2t \\ y=10+2t\ (t\in\mathbb{R}). \\ z=21+t. \end{cases}$

Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ là $\mathrm{d}(B,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$,với $\overrightarrow{AB}=(-4;-7;-5)$, $\vec{u}=(2;2;1)$.

Vậy $\mathrm{d}(B,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(3;7;1)$, $B(8;3;8)$ và $C(-2;5;6)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3 và (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng 6. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua C và tiếp xúc đồng thời cả hai mặt cầu (S_1), (S_2)?

A. 1. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 4.

Lời giải.

Ta có $AB=3\sqrt{10}$.
Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $C(-2;5;6) \Rightarrow (P)$: $A(x+2)+B(y-5)+C(z-6)=0$ $(A^2+B^2+C^2>0)$.
Mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2) nên ta có hệ

$$\begin{cases} \mathrm{d}(A,(P))=3 \\ \mathrm{d}(B,(P))=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|5A+2B-5C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=3 \\ \dfrac{|10A-2B+2C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |5A+2B-5C|=3\sqrt{A^2+B^2+C^2}\ (1) \\ |10A-2B+2C|=6\sqrt{A^2+B^2+C^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |5A+2B-5C|=|5A-B+C| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5A+2B-5C=5A-B+C \\ 5A+2B-5C=-5A+B-C \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=2C \\ B=-10A+4C. \end{array}\right.$$

Với $B=2C$, thay vào (1): $|5A-C|=3\sqrt{A^2+5C^2} \Leftrightarrow 16A^2-10AC-44C^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=2C \\ A=-\dfrac{11}{8}C \end{array}\right.$

- Với $A=2C$, chọn $C=1$, $A=B=2 \Rightarrow (P): 2x+2y+z-12=0$.
- Với $A=-\dfrac{11}{8}C$, chọn $C=-8$, $A=11$, $B=-16 \Rightarrow (P): 11x-16y-8z+150=0$.

Với $B=-10A+4C$, thay vào (1) ta được

$$|-5A+C|=\sqrt{101A^2-80AC+17C^2} \Leftrightarrow -76A^2+70AC-16C^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=\dfrac{1}{2}C \\ A=\dfrac{8}{19}C. \end{array}\right.$$

- Với $A=\dfrac{1}{2}C$, chọn $C=2$, $A=1$, $B=-2 \Rightarrow (P): x-2y+2z=0$.
- Với $A=\dfrac{8}{19}C$, chọn $C=19$, $A=8$, $B=-4 \Rightarrow (P): 8x-4y+19z-78=0$.

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D) □

Câu 192. Cho tam giác ABC không vuông, trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ với hai mặt phẳng có phương trình $(P)\colon x\cdot\cos A + y\cdot\cos B + z\cdot\cos C - 1 = 0$, $(Q)\colon x\cdot\tan A - y\cdot\sin C - z\cdot\sin B - 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng?

A. $(P)\parallel(Q)$.
B. $(P)\equiv(Q)$.
C. $(P)\perp(Q)$.
D. $M(\cos A;\cos B;\cos C)\in(P)\cap(Q)$.

Lời giải.

Xét $\vec{n}_P = (\cos A;\cos B;\cos C)$ và $\vec{n}_Q = (\tan A;-\sin C;-\sin B)$. Khi đó

$$\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q = \cos A\cdot\tan A + \cos B\cdot(-\sin C) + \cos C\cdot(-\sin B) = \sin A - \sin(B+C) = \sin A - \sin A = 0.$$

Vậy, $(P)\perp(Q)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 193. Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z+1=0$, $(Q)\colon 2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

A. $r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
B. $r=\sqrt{2}$.
C. $r=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.
D. $r=\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi R, $I(m;0;0)$ lần lượt là bán kính, tâm của mặt cầu; d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P), (Q).

Từ đó ta có $R^2 = d_1^2 + 4 = d_2^2 + r^2$, suy ra

$$\begin{aligned}
&\frac{(m+1)^2}{1^2+(-1)^2+2^2} + 4 = \frac{(2m-1)^2}{2^2+1^2+1^2} + r^2\\
\Leftrightarrow\ & m^2+2m+1+16 = 4m^2-4m+1+6r^2\\
\Leftrightarrow\ & 3m^2-6m+(6r^2-16)=0\\
\Leftrightarrow\ & m^2-2m+(2r^2-8)=0 \qquad (*)
\end{aligned}$$

Để tồn tại đúng một mặt cầu tương đương phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm m hay

$$\Delta' = 1^2-(2r^2-8)=0 \Leftrightarrow r^2=\frac{9}{2} \Rightarrow r=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy ta có $r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 194. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{4}{\sqrt{21}}$.
B. $\dfrac{\sqrt{21}}{21}$.
C. $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$.
D. $9\sqrt{21}$.

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, $c>0$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Ta có (α) đi qua điểm $M(1;2;1)$ nên ta có $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}=1$. $(*)$

Vì OA, OB, OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 nên $c=2b=4a$. Thay vào $(*)$, ta được

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{2a}+\frac{1}{4a}=1 \Leftrightarrow \frac{9}{4a}=1 \Leftrightarrow a=\frac{9}{4}.$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=\dfrac{9}{4} \Leftrightarrow 4x+2y+z-9=0$.

Vậy $d(O,(\alpha)) = \dfrac{|-9|}{\sqrt{4^2+2^2+1^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 195. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng (P): $3x-8y+7z-1=0$ Điểm $C(a;b;c)$ là điểm nằm trên mặt phẳng (P), có hoành độ dương để tam giác ABC đều. Tính $a-b+3c$.

A. -7. **B.** -9. **C.** -5. **D.** -3.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, ta có (Q) đi qua điểm $I(1;0;-2)$ là trung điểm của AB và nhận $\overrightarrow{IB}=(1;0;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên (Q) có phương trình là

$$1(x-1)+0(y-0)+1(z+2)=0 \Leftrightarrow x+z+1=0.$$

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó d đi qua điểm $M(0;-1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;-1;-2)$ nên d có phương trình là $\begin{cases}x=2t\\y=-1-t\\z=-1-2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Ta có $C\in d \Rightarrow C(2t;-1-t;-1-2t)$.

Tam giác ABC đều khi và chỉ khi $AB=AC$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2t)^2+(-1-t)^2+(2-2t)^2}=2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 9t^2-6t-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\t=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right. \Rightarrow C(2;-2;-3)$.

Vậy $a-b+3c=-5$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 196. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;1;4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC)?

A. $4x-12y-3z+12=0$. **B.** $3x+12y-4z+12=0$.
C. $3x+12y-4z-12=0$. **D.** $4x-12y-3z-12=0$.

Lời giải.

Ta có $A(-3;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;4)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x-12y-3z+12=0.$$

Do đó, trong các mặt phẳng đã cho, chỉ có mặt phẳng có phương trình $4x-12y-3z-12=0$ là song song với mặt phẳng (ABC).

Chọn đáp án (D) □

Câu 197. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng (P): $x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng là $ax+by+cz-11=0$. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=10$. **B.** $a+b+c=3$. **C.** $a+b+c=5$. **D.** $a+b+c=-7$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(0;8;12)=4(0;2;3).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) là

$$0\cdot(x-2)+2\cdot(y-4)+3\cdot(z-1)=0.$$

Hay (Q): $2y+3z-11=0$. Từ đó suy ra $a=0$, $b=2$, $c=3$. Do đó $a+b+c=0+2+3=5$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;-2)$, $B(-3;7;-18)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+z+1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng $(ABM)\perp(P)$ và $MA^2+MB^2=246$. Tính $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** -1. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải.

Từ giả thiết $(ABM)\perp(P)$ suy ra M thuộc d là hình chiếu của đường thẳng AB trên (P).
Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\left[\vec{n}_P,\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]\right]=(36;0;-72)=36(1;0;-2)$.
Đường thẳng qua A vuông góc với (P): $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$, cắt (P) tại $A'(1;2;-1)$.
Suy ra phương trình d: $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-1-2t.\end{cases}$
Gọi $M(1+t;2;-1-2t)$, theo bài ra ta có $MA^2+MB^2=246$ nên

$$(1+t+1)^2+(2-3)^2+(-1-2t+2)^2+(1+t+3)^2+(2-7)^2+(-1-2t+18)^2=246\Leftrightarrow t=3.$$

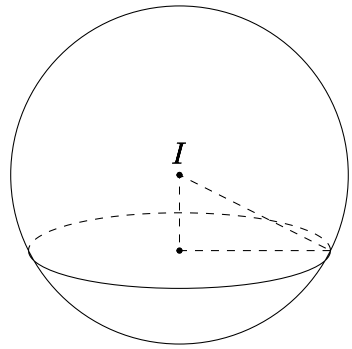
Khi đó $M(4;2;-7)$, vậy $a+b+c=-1$.
Chọn đáp án B □

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z-11=0$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$. Biết mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là đường tròn $(\mathscr{T})$. Tính chu vi của đường tròn $(\mathscr{T})$.

A. 2π. **B.** 4π. **C.** π. **D.** 6π.

Lời giải.

Ta có $(S): (x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$
$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=4$.
Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α) là
$d=\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|1+0+2+3|}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.
Gọi r là bán kính của đường tròn $(\mathscr{T})$
$\Rightarrow r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{16-12}=2$.
Chu vi đường tròn $(\mathscr{T})$ là $2\pi r=4\pi$.



Chọn đáp án B □

Câu 200. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;0), M(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi qua A, M và cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $b>0, c>0$. Khi diện tích tam giác ABC nhỏ nhất, hãy tính giá trị của tích bc.

A. $bc=8$. **B.** $bc=64$. **C.** $bc=2$. **D.** $bc=16$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Điểm $M(1;1;1)\in(P)\Rightarrow \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1\Leftrightarrow b+c=\dfrac{1}{2}bc\ge 2\sqrt{bc}\Rightarrow\sqrt{bc}\ge 4\Leftrightarrow bc\ge 16$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;b;0), \overrightarrow{AC}=(-2;0;c)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;2c;2b)$.
$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+4b^2+4c^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{2b^2c^2-8bc}$.
Vì $bc\ge 16\Rightarrow 2b^2c^2-8bc\ge 256\Rightarrow S_{\Delta ABC}\ge 8$.
Vậy diện tích tam giác ABC nhỏ nhất khi $bc=16$.
Chọn đáp án D □

Câu 201. Mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2;2;2)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+8=0$ cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính $r=8$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A. 20π. **B.** 200π. **C.** 10π. **D.** 400π.

Lời giải.

Ta có $d(A,(P))=\dfrac{|4+4+2+8|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=6$, $R^2=d^2(A,(P))+r^2=100$.
Vậy diện tích của mặt cầu (S) là $S=4\pi R^2=400\pi$.
Chọn đáp án D □

Câu 202. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;-2;1)$, $B(-4;2;-2)$, $C(-1;-1;-2)$, $D(-5;-5;2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC).

A. $d=\dfrac{20}{\sqrt{19}}$. **B.** $d=\dfrac{18}{\sqrt{19}}$. **C.** $d=3\sqrt{3}$. **D.** $d=4\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;4;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(0;1;-3)\Rightarrow[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-9;-9;-3)$.
Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(-1;-2;1)$ và nhận $\vec{n}=(3;3;1)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $3x+3y+z+8=0$.
Khi đó $\mathrm{d}=\mathrm{d}(D,(ABC))=\dfrac{|-15-15+2+8|}{\sqrt{3^2+3^3+1^2}}=\dfrac{20}{\sqrt{19}}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 203. Trong hệ tục toạ độ không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, biết $b,c>0$, phương trình mặt phẳng (P): $y-z+1=0$. Tính $M=b+c$ biết $(ABC)\perp(P)$, $\mathrm{d}(O;(ABC))=\dfrac{1}{3}$

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 1.

✍Lời giải.

Ta có $(ABC):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1\Rightarrow(ABC)$: $bcx+cy+bz-bc=0$.
(ABC) và (P) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(bc;c;b),\overrightarrow{n_2}=(0;1;-1)$.
Vì $(P)\perp(ABC)$ nên $c-b=0\Leftrightarrow b=c$.
Theo giả thiết $\mathrm{d}(O;(ABC))=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{|-bc|}{\sqrt{b^2c^2+c^2+b^2}}=\dfrac{1}{3}$
$\Leftrightarrow 3b^2=\sqrt{b^4+2b^2}\Leftrightarrow 3b^2=b\sqrt{b^2+2}$
$\Leftrightarrow 3b=\sqrt{b^2+2}\Leftrightarrow 9b^2=b^2+2\Leftrightarrow b=\dfrac{1}{2}$ (vì $b>0$). Suy ra $c=2$.
Vậy $M=b+c=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 204. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;-3;0)$ và mặt phẳng (α): $x+2y-z+3=0$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua A sao cho (P) vuông góc với (α) và (P) song song với trục Oz?

A. $y+2z+3=0$. **B.** $2x+y-1=0$. **C.** $x+2y-z+4=0$. **D.** $2x-y-7=0$.

✍Lời giải.

Vì $(P)\perp(\alpha)$ nên $\vec{n}_P\perp\vec{n}_\alpha$ và $(P)\parallel Oz$ nên $\vec{n}_P\perp\vec{k}$. Chọn $\vec{n}_P=[\vec{n}_\alpha,\vec{k}]=(2;-1;0)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $2x-y-7=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 205. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y+2z+3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng 3. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=5$. **B.** (S): $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=25$.
C. (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$. **D.** (S): $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=5$.

✍Lời giải.

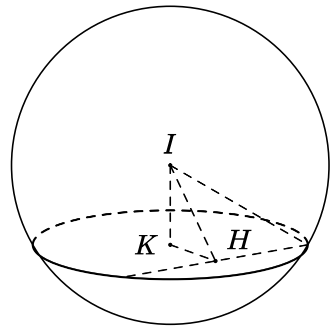
Gọi H là hình chiếu của I lên (P), khi đó ta có $IH=d(I,(P))=\dfrac{|2+1+6+3|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=4$.
Mặt khác ta có $R^2=IH^2+r^2=25$
Nên phương trình mặt cầu là $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 206. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ (với a, b, c là các số nguyên dương và a, b, c, d nguyên tố cùng nhau) đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=4$. **D.** $T=2$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;3;-6)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1;-1;2) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x = t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$.

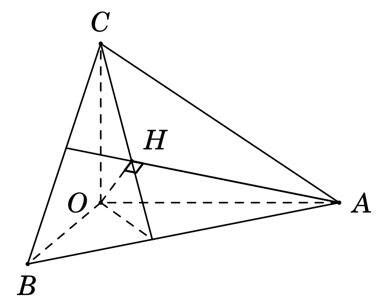


Xét mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 25 \Rightarrow I(1;2;3)$ và $R = 5$.
Gọi $H(t;1-t;2t)$ là điểm trên AB sao cho $AB \perp IH \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (t-1;-t-1;2t-3)$.
Vì $AB \perp IH \Rightarrow t-1+t+1+4t-6 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow H(1;0;2)$, $\overrightarrow{IH} = (0;-2;-1)$.
Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S), K là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow IK \le IH$.
Ta có $r = \sqrt{R^2 - IK^2} \ge \sqrt{R^2 - IH^2}$.
Dấu bằng chỉ xảy ra khi $K \equiv H$.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{IH} = (0;-2;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm $H(1;0;2)$ là $2y+z-2 = 0 \Rightarrow T = 3$.
Chọn đáp án A □

Câu 207. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với (P).

A. $x^2+y^2+z^2 = 9$. **B.** $x^2+y^2+z^2 = 25$. **C.** $x^2+y^2+z^2 = 81$. **D.** $x^2+y^2+z^2 = 3$.

✍Lời giải.
Vì H là trực tâm tam giác ABC nên $AH \perp BC$, $CH \perp AB$
$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp (OHC) \\ BC \perp (AHO) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (ABC) \perp (OHC) \\ (ABC) \perp (AHO) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$.
Do vậy mặt cầu tâm O tiếp xúc với (P) nhận OH làm bán kính $\Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2 = 9$.



Chọn đáp án A □

Câu 208. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Số điểm cách đều bốn mặt phẳng (ABC), (BCO), (COA), (OAB) là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 8.

✍Lời giải.
Gọi $I(m;n;p)$ là điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho. Dễ thấy các mặt phẳng (OAB), (OBC), (OCA) lần lượt là các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx). Mặt phẳng (ABC) có phương trình tổng quát là $x+y+z = 1$. Do I cách đều các mặt phẳng này nên ta có

$$|m| = |n| = |p| = \frac{|m+n+p-1|}{\sqrt{3}}. \quad (1)$$

Ta có các trường hợp

① *Trường hợp 1.* $m = n = p$.
Khi đó (1) tương đương

$$|m| = \frac{|3m-1|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

② *Trường hợp 2.* Trong ba số m, n, p có hai số bằng nhau và bằng số đối của số còn lại.
Khi đó, không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $m = n = -p$ (các trường hợp còn lại tương tự) và (1) tương đương

$$|m| = \frac{|m-1|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

Vậy số điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho là $2+2\cdot 3=8$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 209. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cách gốc tọa độ O một khoảng cách lớn nhất, khi đó mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm A,B,C. Tính thể tích V của khối chóp $O.ABC$.

A. $V=\dfrac{1372}{9}$. **B.** $V=\dfrac{686}{9}$. **C.** $V=\dfrac{524}{3}$. **D.** $V=\dfrac{343}{9}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$. Theo đề bài mặt phẳng (P) qua $M(1;2;3)$ và cách gốc tọa độ O một khoảng cách lớn nhất nên $OM\perp(P)$ hay véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} & (P)\colon 1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \\ \Leftrightarrow\ & x+2y+3z-14=0 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{z}{\frac{14}{3}}=1. \end{aligned}$$

Do đó (P) cắt các trục tọa độ lần lượt tại $A(14;0;0)$, $B(0;7;0)$ và $C\left(0;0;\dfrac{14}{3}\right)$.

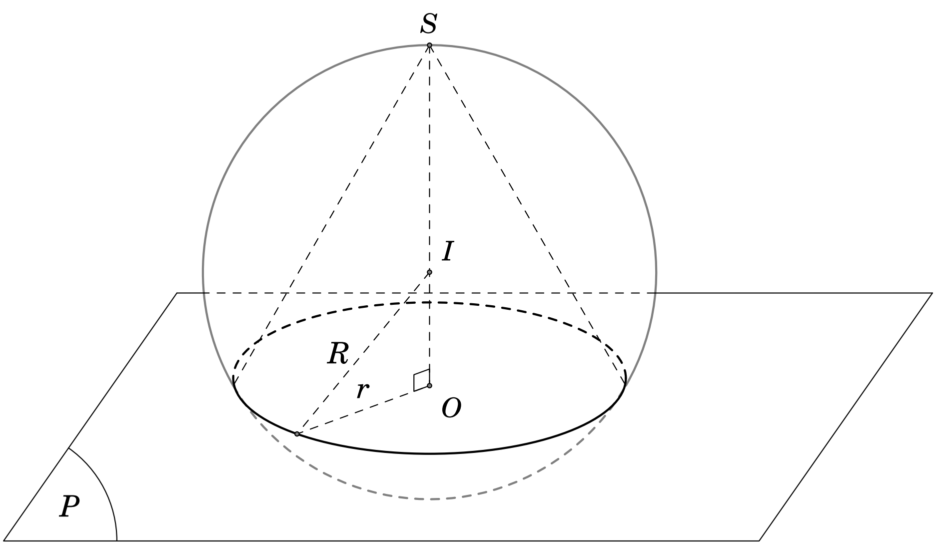
Vậy $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\dfrac{1}{6}\cdot 14\cdot 7\cdot\dfrac{14}{3}=\dfrac{686}{9}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y-2z+10=0$ và mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$ cắt nhau theo giao tuyến đường tròn (C). Gọi V_1 là thể tích khối cầu (S), V_2 là thể tích khối nón (N) có đỉnh là giao điểm của đường thẳng đi qua tâm mặt cầu (S) và vuông góc với mặt phẳng (P), đáy là đường tròn (C). Biết độ dài đường cao khối nón (N) lớn hơn bán kính của khối cầu (S). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{125}{32}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{125}{8}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{125}{96}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{375}{32}$.

✍**Lời giải.**



Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;3)$ và bán kính $R=5$, khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là

$$d=\mathrm{d}(I;(P))=\frac{|4+1-6+10|}{3}=3.$$

Bán kính đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-d^2}=4$.

Thể tích khối cầu (S) là

$$V_1=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{500\pi}{3}.$$

Chiều cao hình nón là $h = R + d = 8$. Thể tích khối nón là

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{128\pi}{3}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{32}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 211. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng (P): $x + y - z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng P, đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của OA. Ta có $OA = \sqrt{2}, OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$, mặt khác

$$S_{OIA} = \frac{1}{2}OA \cdot IH \Rightarrow IH = \frac{2S_{OIA}}{OA} = \sqrt{\frac{17}{2}}.$$

Từ đó ta tính được bán kính mặt cầu là $R = OI = \sqrt{OH^2 + IH^2} = 3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-2;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A, gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C?

A. (P): $2x - y + 3z = 0$. **B.** (P): $6x - 3y + 5z = 0$.

C. (P): $2x - y - 3z = 0$. **D.** (P): $-6x + 3y + 4z = 0$.

Lời giải.

Vì (P) đi qua O nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz = 0$ $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$. Vì $A \in (P)$ và B, C cách đều (P) nên

$$\begin{cases} -a - 2b = 0 \\ |4b| = |3c| \end{cases}$$

Chọn $a = -6$, ta có $b = 3$, suy ra $c = \pm 4$. Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn là $-6x + 3y - 4z = 0$ hoặc $-6x + 3y + 4z = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 213. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ $(a > 0,\ b > 0)$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

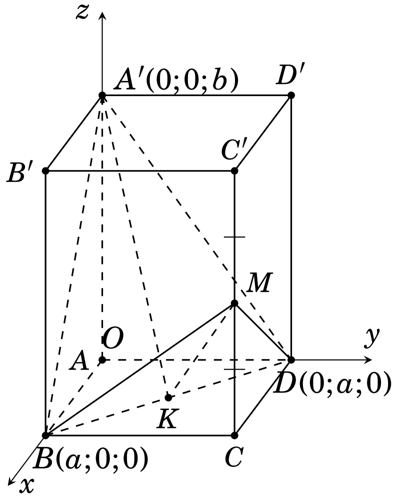
Lời giải.

Gọi K là trung điểm của BD. Do $A'B = A'D$ nên $A'K \perp BD$. Lại có $MB = MD$ nên $MK \perp BD$.
$(A'BD) \perp (MBD)$ nên $A'K \perp MK$.

Ta có $K\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$, $M\left(a;a;\frac{b}{2}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{A'K} = \left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};-b\right)$, $\overrightarrow{MK} = \left(-\frac{a}{2};-\frac{a}{2};-\frac{b}{2}\right)$.

$$A'K \perp MK \Leftrightarrow \overrightarrow{A'K} \cdot \overrightarrow{MK} = 0 \Leftrightarrow -\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{2} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{b^2}{2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1.\text{(vì } a > 0, b > 0)$$



Chọn đáp án B □

Câu 214. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên tia Oz một đoạn thẳng dài gấp đôi các đoạn thẳng mà nó chắn trên các tia Ox và Oy. Giả sử $(P)\colon ax+by+cz+d=0$, với a,b,c,d là các số nguyên và $d\neq 0$. Tính $S=\dfrac{a+b+c}{d}$.

A. $S=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $S=\dfrac{5}{4}$. **C.** $S=3$. **D.** $S=-3$.

✍Lời giải.

Từ giả thiết, ta suy ra các giao điểm của (α) với các tia Ox,Oy,Oy lần lượt là $A(a;0;0)$, $B(0;a;0)$ và $C(0;0;2a)$, với $a>0$. Suy ra phương trình (đoạn chắn) của (α) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}+\dfrac{z}{2a}=1$. Do (α) đi qua M nên $a=2$. Suy ra $(\alpha)\colon 2x+2y+z-4=0$. Từ đó, ta tính được $S=\dfrac{a+b+c}{d}=\dfrac{2+2+1}{-4}=-\dfrac{5}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 215. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P)\colon -2x+2y+z+15=0$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$.

C. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$.

✍Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|-2\cdot(-1)+2\cdot 4+2+15|}{\sqrt{(-2)^2+2^2+1^2}}=\dfrac{27}{3}=9$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm là $I(-1;4;2)$ và có bán kính $R=9$ nên có phương trình

$$(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81.$$

Chọn đáp án D □

Câu 216. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $(P)\colon x+y-z+1=0$. **B.** $(P)\colon x+y+z-3=0$.

C. $(P)\colon x-y-z+1=0$. **D.** $(P)\colon x+2y+z-4=0$.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. Xét tam giác ABC có $AB^2=a^2+b^2$, $AC^2=a^2+c^2$, $BC^2=b^2+c^2$. Khi đó

$$\cos\widehat{A}=\frac{AC^2+AB^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{a^2}{AB\cdot AC}>0$$

suy ra góc A nhọn. Chứng minh tương tự ta được góc $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ nhọn. Do đó, tam giác ABC có ba góc nhọn.

Phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Ta có (P) qua I suy ra $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$. Suy ra a, b, c lớn hơn 1.

Xét tam giác ABC có $IA=IB=IC$ mà a, b, $c>1$. Do đó $a=b=c$ suy ra tam giác ABC đều hay I là trực tâm của tam giác ABC khi đó OI vuông góc (ABC).

Ta có $\overrightarrow{OI}=(1;1;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Suy ra mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 217. Cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\dfrac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{3}\\(x-6)^2+(y+5)^2+(z-4)^2=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

C. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}\\(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

✍**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB}=(-2;2;-2)$ suy ra $AB:\begin{cases}x=1-2t\\y=-2+2t\\z=3-2t.\end{cases}$

Ta có bán kính $R=\dfrac{AB}{6}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Tâm I thuộc AB suy ra $I(1-2t,-2+2t,3-2t)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu nên

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}(I,(P))=R\\ \Leftrightarrow&\frac{|(1-2t)+(-2+2t)+(3-2t)+4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\\ \Leftrightarrow&|6-t|=1\\ \Leftrightarrow&\left[\begin{array}{l}6-2t=1\Rightarrow 2t=5\Rightarrow I(-4;3;-2)\\6-2t=-1\Rightarrow 2t=7\Rightarrow I(-6;5;-4)\end{array}\right.\end{aligned}$$

Ta có phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4;3;-2)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\frac{1}{3}.$$

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(-6;5;-4)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 218. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;-1)$ và $C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(0;0;3)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;0;4)$.

✍**Lời giải.**

Ta có D thuộc tia Oz nên $D(0;0;d)$ với $d>0$.

Tính $\overrightarrow{AB}=(0;-2;-4)$ và $\overrightarrow{AC}=(1;-3;-1)$.

Mặt phẳng (ABC): $\begin{cases}\text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-10;-4;2)\\ \text{đi qua điểm } A(1;2;3).\end{cases}$

$\Rightarrow (ABC)\colon -10(x-1)-4(y-2)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow 5x+2y-y-6=0$.

Ta có $\mathrm{d}[D,(ABC)]=\dfrac{3\sqrt{30}}{10}\Leftrightarrow\dfrac{|d+6|}{\sqrt{30}}=\dfrac{3\sqrt{30}}{10}\Leftrightarrow|d+6|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=3\text{ (nhận)}\\d=-15\text{ (loại)}\end{array}\right.$.

Vậy $D(0;0;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 219. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a+b+c<-2$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng song song với (Q) có dạng $(P)\colon x+y+z+m=0$ $(m\neq 3)$ mà

$$\mathrm{d}(M,(P))=\frac{|3+2+1+m|}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}m=3&\text{(loại)}\\m=-15.\end{array}\right.$$

Với $m=-15$ thì với mọi $X(a;b;c)\in(P)$ ta có $a+b+c-15=0 \Leftrightarrow a+b+c=15>-2$. Do đó không có mặt phẳng nào thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (D) □

Câu 220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

A. 14. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** $\frac{7}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Ta có $M\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right)\in(ABC)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=7$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{\frac{72}{7}}$. Mà (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$\mathrm{d}(I,(ABC))=R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 221. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $M(2;0;0)$, $N(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M, N cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(b>0,c<0)$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

A. $bc=2(b+c)$. **B.** $bc=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$. **C.** $b+c=bc$. **D.** $bc=b-c$.

✍Lời giải.

Cách 1. Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;1;1)$, $\overrightarrow{MB}=(-2;b;0)$, $\overrightarrow{MC}=(-2;0;c)$.
Bốn điểm M, N, B, C đều thuộc (P) nên các véc-tơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MC}$ đồng phẳng.
Suy ra $\left[\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}\right]\cdot\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow -bc+2c+2b=0 \Leftrightarrow bc=2(b+c)$.

Cách 2. Ta có phương trình mặt phẳng $(P)\colon \frac{x}{2}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.
Mặt phẳng (P) qua $N(1;1;1)$ nên $\frac{1}{2}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1 \Leftrightarrow bc=2(b+c)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 222. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và $(P)\colon 3x-8y+7z-1=0$. Có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (P) sao cho $\triangle ABC$ đều?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

✍Lời giải.

$\triangle ABC$ đều nên $CA=CB=AB$. Suy ra C thuộc đường tròn là giao của mặt cầu tâm A đi qua B và mặt cầu tâm B đi qua A.

Đường tròn này là đường tròn tâm $I(1;0;-2)$ và có bán kính $R=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$.

Cuối cùng vì C thuộc (P) nên C là giao của đường tròn trên và (P).

Ta chỉ cần so sánh $\mathrm{d}(I,(P))$ và R. Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|3\cdot1-8\cdot0+7\cdot(-2)-1|}{\sqrt{3^2+8^2+7^2}}=\frac{12}{\sqrt{122}}<R$ nên sẽ có 2 điểm C thỏa bài toán.

Chọn đáp án (D) □

Câu 223. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2+4x+2y+z=0$; $(S_2): x^2+y^2+z^2-2x-y-z=0$ cắt nhau theo một đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng

(P). Cho các điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Có bao nhiêu mặt cầu tâm thuộc (P) và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA?

A. 4 mặt cầu. **B.** 2 mặt cầu. **C.** 3 mặt cầu. **D.** 1 mặt cầu.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C) có được bằng cách khử x^2, y^2, z^2 trong phương trình hai mặt cầu ta được $6x+3y+2z=0$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$. Do đó $(P) \parallel (ABC)$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA sẽ giao với mặt phẳng (ABC) theo một đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA.

Trên mặt phẳng (ABC) có 4 đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA đó là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và ba đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C.

Do đó có 4 mặt cầu có tâm nằm trên (P) và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA.

Tâm của 4 mặt cầu là hình chiếu của tâm 4 đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA lên mặt phẳng (P).

Chọn đáp án A □

Câu 224. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ đi qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có hệ $\begin{cases}3a+2b+c-27=0\\-3a+5b+2c-27=0\\3a+b+c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\b=27\\c=-45\end{cases}$.

Vì vậy ta có $S=a+b+c=-12$.

Chọn đáp án A □

Câu 225. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn $OM=7$. Biết rằng khoảng cách từ M tới mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 2 và 3. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Oxy).

A. 12. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải.

(Oxz): $y=0$, (Oyz): $x=0$.

Giả sử $M(a;b;c)$ ta có $\begin{cases}OM=7\\\mathrm{d}(M,(Oxz))=2\\\mathrm{d}(M,(Oyz))=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2+c^2=49\\b^2=4\\a^2=9\end{cases} \Rightarrow c^2=36$.

Mà $\mathrm{d}(M,(Oxy))=\sqrt{c^2}=6$.

Chọn đáp án D □

Câu 226. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(0;1;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Khi đó, khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. $d=-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=\sqrt{3}$. **C.** $d=\frac{1}{3}$. **D.** $d=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B lên (P) ta có $BH \le BA$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv A$. Từ đó suy ra khoảng cách từ B đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi $(P) \perp AB$ nên (P) nhận $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, suy ra $(P): x-y+z-1=0$. Từ đó ta có $\mathrm{d}(O,(P))=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 227. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P), biết (P) song song với giá của véc-tơ $\vec{v}=(1;6;2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S).

A. $\left[\begin{array}{l}(P): x-2y+z+3=0\\(P): x-2y+z-2=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}(P): 3x+y+4z+1=0\\(P): 3x+y+4z-2=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}(P): 4x-3y-z+5=0\\(P): 4x-3y-z-27=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}(P): 2x-y+2z+3=0\\(P): 2x-y+2z-21=0\end{array}\right.$.

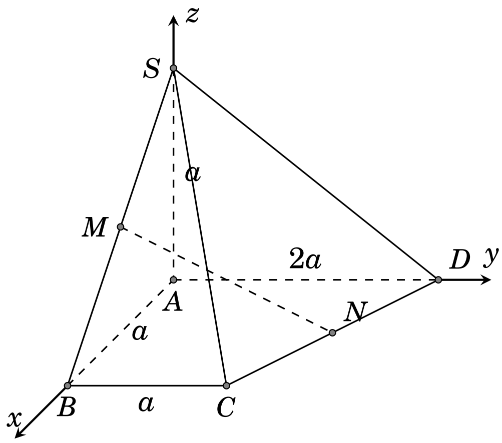
✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=4$. véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;4;1)$.
Theo giả thiết, suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=[\vec{v},\overrightarrow{n_\alpha}]=(2;-1;2)$.
Phương trình của mặt phẳng (P) có dạng $2x-y+2z+D=0$.
Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên ta có
$d(I,(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|2+3+4+D|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=4 \Leftrightarrow |9+D|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=3\\D=-21\end{array}\right.$.
Vậy có 2 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán có phương trình lần lượt là $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 228. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC).

A. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

✍Lời giải.



Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, với $O\equiv A$.
Khi đó ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;2a;0)$, $S(0;0;a)$.
Khi đó: $M\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{3a}{2};0\right)$.
Ta có: $-\dfrac{1}{a}\overrightarrow{SA}=(0;0;1)=\vec{u}$; $\dfrac{1}{a}\overrightarrow{SC}=(1;1;-1)=\vec{v}$.
Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) ta có $\vec{n}=[\vec{u},\vec{v}]=(-1;-1;0)$.
Lại có: $\dfrac{2}{a}\overrightarrow{MN}=(0;3;-1)=\vec{w}$.
Gọi α là góc giữa MN và (SAC) ta có: $\sin\alpha=\dfrac{|\vec{n}.\vec{w}|}{|\vec{n}|.|\vec{w}|}=\dfrac{3}{2\sqrt{5}}\Rightarrow\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{55}}{10}$.
Chọn đáp án B □

Câu 229. Trong không gian với hệ tọa đô $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(0;1;3)$. **B.** $(2;2;0)$. **C.** $(1;1;2)$. **D.** $(-1;1;4)$.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$, với $a,b,c>0$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Ta có $M\in(P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{4}{c}=1$. Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có
$$\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{4}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{2}{b}\cdot\dfrac{4}{c}}\Leftrightarrow 1\ge 27\cdot\dfrac{8}{abc}\Leftrightarrow abc\ge 8\cdot 27.$$
Mặt khác thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc\ge\dfrac{1}{6}\cdot 8\cdot 27=36$.
Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{4}{c}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=6\\c=12.\end{cases}$
Vậy phương trình của (P) là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{12}=1\Leftrightarrow 4x+2y+z-12=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $(2;2;0)$.
Chọn đáp án B □

Câu 230. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi N, P lần lượt là hình chiếu của M trên các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oxz). Viết phương trình mặt phẳng (MNP).

A. $x-1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $z-3=0$. **D.** $x+y+z-6=0$.

✍Lời giải.

— Ta có $N(1;2;0)$, $P(1;0;3) \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(0;0;-3)$, $\overrightarrow{MP}=(0;-2;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(-6;0;0)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP).

— Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $-6(x-1)=0 \Leftrightarrow x-1=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 231. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y+z=0$ và các điểm $A(1;1;2)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;0;0)$. Tìm tọa độ điểm M biết M thuộc mặt phẳng (P) và $MA=MB=MC$.

A. $M\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

✍Lời giải.

— Trong không gian $Oxyz$, gọi $M(a;b;c),(a,b,c\in\mathbb{R})$.

— Theo đề ra ta có

$$\begin{cases} M\in(P) \\ MA=MB \\ MB=MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b+c=0 \\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-2)^2=a^2+(b+1)^2+(c-1)^2 \\ a^2+(b+1)^2+(c-1)^2=(a-2)^2+b^2+c^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b+c=0 \\ a+2b+c=2 \\ 2a+b-c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \\ c=-\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 232. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+5=0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P), phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): -7x+11y+z+15=0$. **B.** $(\alpha): 7x-11y-z+1=0$.
C. $(\alpha): 7x-11y+z-1=0$. **D.** $(\alpha): -7x+11y+z-3=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;4)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(3;2;-1)$.
Theo bài ra, mặt phẳng (α) có cặp véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_p$, từ đó suy ra (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha=[\overrightarrow{AB},\vec{n}_p]=(-7;11;1)$.
Phương trình mặt phẳng (α): $-7x+11y+z+15=0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là

A. $m=\pm\frac{12}{5}$. **B.** $m=\pm\frac{2}{5}$. **C.** $m=\pm\sqrt{\frac{12}{5}}$. **D.** $m=\pm\frac{5}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng Oxy có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;0;m)$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2m;m;2)$.
Theo bài ra ta có

$$\cos 60^\circ=\frac{\left|\vec{k}\cdot\vec{n}\right|}{|\vec{k}|\cdot|\vec{n}|}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5m^2+4}=4 \Leftrightarrow m^2=\frac{12}{5} \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{\frac{12}{5}}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 234. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(0;0;0)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB).

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x+y+z-1=0$.
Phương trình mặt phẳng (BCD) là: $x=0$.
Phương trình mặt phẳng (CDA) là: $y=0$.
Phương trình mặt phẳng (DAB) là: $z=0$.
Điểm $M(a;b;c)$ cách đều 4 mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} d(M;(ABC))=d(M;(BCD)) \\ d(M;(CDA))=d(M;(BCD)) \\ d(M;(DAB))=d(M;(BCD)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+b+c-1|}{\sqrt{3}}=|a| \\ |b|=|a| \\ |c|=|a|. \end{cases}$$

Có các khả năng sau:

— $\begin{cases} b=a \\ c=a \\ |3a-1|=\sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow b=c=a=\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{6}$.

— $\begin{cases} b=-a \\ c=-a \\ |-a-1|=\sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=c=-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ a=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} b=c=-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \\ a=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

— $\begin{cases} b=a \\ c=-a \\ |a-1|=\sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ c=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ a=-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} b=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \\ c=-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \\ a=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}. \end{cases}$

— $\begin{cases} b=-a \\ c=a \\ |a-1|=\sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ c=-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ a=-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} b=-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \\ c=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \\ a=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}. \end{cases}$

Như vậy, có 8 điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB).
Chọn đáp án D □

Câu 235. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là

A. $M(0;1;-4)$. **B.** $M(2;1;0)$. **C.** $M(0;1;-2)$. **D.** $M(0;1;4)$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;7;-6), \overrightarrow{AC}=(1;3;-2), \overrightarrow{AD}=(1;6;-4)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}=-4\neq 0$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.
Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Khi đó $G(2;1;4)$.
Ta có:
$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|4\overrightarrow{MG}\right|=4MG$.
Do đó
$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất.
Vậy M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0;1;4)$.
Chọn đáp án D □

Câu 236. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-3;0;-2)$. **B.** $H(3;0;2)$. **C.** $H(-1;4;4)$. **D.** $H(-1;4;1)$.

✍Lời giải.

Ta có $I \notin (P)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm $H \Leftrightarrow H$ là hình chiếu của I lên (P)

$\Leftrightarrow \begin{cases} H \in (P) \\ \overrightarrow{IH} = (x_H-1; y_H-2; z_H-3) \quad \text{cùng phương} \quad \vec{n} = (2;-2;-1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_H - 2y_H - z_H - 4 = 0 \\ \dfrac{x_H-1}{2} = \dfrac{y_H-2}{-2} = \dfrac{z_H-3}{-1} = t \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_H = 2t+1 \\ y_H = -2t+2 \\ z_H = -t+3 \\ 2(2t+1)-2(-2t+2)-(-t+3)-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x_H = 3 \\ y_H = 0 \\ z_H = 2. \end{cases}$

Vậy $H(3;0;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 237. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Hãy viết trình mặt phẳng (P).

A. $2x+y+z-6=0$. **B.** $x+2y+z-6=0$. **C.** $x+2y+2z-6=0$. **D.** $2x+y+z+6=0$.

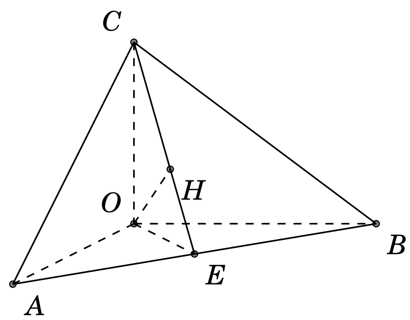
✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp CH \end{cases} \Rightarrow AB \perp OH$,

tương tự $BC \perp OH$.

Do đó $OH \perp (ABC) \Rightarrow \vec{n}_{ABC} = \overrightarrow{OH} = (2;1;1)$.

Suy ra (P): $2x+y+z-6=0$.



Chọn đáp án A □

Câu 238. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a. Trên hai tia Bt, Ds vuông góc và nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$ lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho $BE = \dfrac{a}{2}$, $DF = a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AEF) và (CEF).

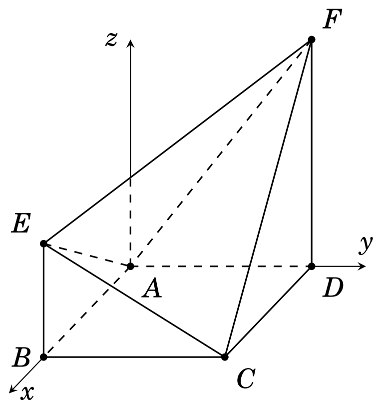
A. $\varphi = 30°$. **B.** $\varphi = 90°$. **C.** $\varphi = 60°$. **D.** $\varphi = 45°$.

✍Lời giải.

Đặt hình vẽ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với $O(0;0;0)$, B thuộc Ox và có tọa độ $B(a;0;0)$, D thuộc Oy và có thọa độ $D(0;a;0)$. Khi đó ta được $E\left(a;0;\dfrac{a}{2}\right)$, $C(a;a;0)$, $F(0;a;a)$.

(AEF) có một véc-tơ pháp tuyến là

$$\overrightarrow{n_1'} = \left[\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}\right] = \left(-\frac{a^2}{2}; -a^2; a^2\right),$$



nên $\overrightarrow{n_1} = (1;2;-2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (AEF).

(CEF) có một véc-tơ pháp tuyến là

$$\overrightarrow{n_2'} = \left[\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF}\right] = \left(-a^2; -\frac{a^2}{2}; -a^2\right)$$

nên $\overrightarrow{n_2} = (2;1;2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (CEF).

Ta thấy $\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = 0$ nên $\varphi = 90°$.

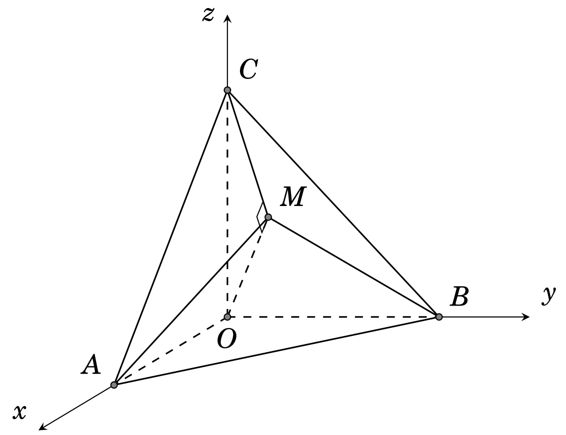
Chọn đáp án B □

Câu 239. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC.

A. $6x+3y-2z-6=0$. **B.** $x+2y+3z-14=0$. **C.** $x+2y+3z-11=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=3$.

✍Lời giải.

Ta có $AM\perp BC$ và $OA\perp BC$ nên $BC\perp OM$.
Ta có $BM\perp AC$ và $OB\perp AC$ nên $AC\perp OM$.
Vậy $OM\perp(ABC)$ nên (P) nhận $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do (P) đi qua $M(1;2;3)$ nên
$(P)\colon x-1+2(y-2)+3(z-3)=0$
$\Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$



Chọn đáp án B □

Câu 240. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và điểm $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S), có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x-y-2z=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x-y-z=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

✍Lời giải.

Gọi $B(x;y;z)$ với $x>0$. Ta có $OA^2=8$ và tam giác OAB đều nên $OA^2=OB^2=AB^2=8$.

Mà $B\in(S)\Rightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0 & (1)\\ x^2+y^2+z^2=8 & (2)\\ (x-2)^2+(y-2)^2+z^2=8 & (3).\end{cases}$

Thay (2) vào (1) và (3) ta được $\begin{cases}x+y+z=4\\ x+y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=2\\ y=2-x.\end{cases}$

Thế lại vào (2) ta được $x^2+(2-x)^2=4\Leftrightarrow 2x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2.\end{array}\right.$

Do $x>0$ nên ta chọn $x=2\Rightarrow\begin{cases}y=0\\ z=2\end{cases}\Rightarrow B(2;0;2)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-4;-4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (OAB).

Vậy phương trình tổng quát của (OAB) là $x-y-z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 241. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(8;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua E và cắt chiều dương các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho OG nhỏ nhất với G là trọng tâm tam giác ABC.

A. $x+2y+2z-12=0$. **B.** $x+y+2z-11=0$. **C.** $2x+y+z-18=0$. **D.** $8x+y+z-66=0$.

✍Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, a, b, $c>0$ là các điểm mặt phẳng (α) cắt chiều dương các trục Ox, Oy, Oz. Vậy trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3};\frac{b}{3};\frac{c}{3}\right)$ nên $OG=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$.

Khi đó mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do (α) qua $E(8;1;1)$ nên $\frac{8}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta trở lại bài toán: Cho a, b, c dương, thỏa $\frac{8}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$. Tìm min $T=a^2+b^2+c^2$.

Ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{a-8}{a}$ (do a, b, $c>0$ nên $a-8>0\Leftrightarrow a>8$) mà

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant\frac{4}{b+c}\Rightarrow\frac{a-8}{a}\geqslant\frac{4}{b+c}\Rightarrow b+c\geqslant\frac{4a}{-8+a}.$$

Vậy $T=a^2+b^2+c^2\geqslant a^2+\frac{1}{2}(b+c)^2\geqslant a^2+\frac{8a^2}{(a-8)^2}=g(a)$.

Xét $g(a)=a^2+\frac{8a^2}{(a-8)^2}$ với $a\in(8;+\infty)$ có $g'(a)=2a\left(1-\frac{64}{(a-8)^3}\right)$.

$g'(a)=0\Leftrightarrow a=12$ (do $a>8$).

Lập bảng biến thiên ta được $g(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $(8;+\infty)$ khi $a=12$.

Vậy $T_{\min}\Leftrightarrow a=12,b=6,c=6$ hay mặt phẳng (α) là $\frac{x}{12}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow x+2y+2z-12=0$.

Cách 2. Cách trắc nghiệm:

Cả 4 phương án đều cho ta mặt phẳng qua E.

$x+2y+2z-12=0\Leftrightarrow\frac{x}{12}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1$ nên $G(4;2;2)\Rightarrow OG=2\sqrt{6}$.

$x+y+2z-11=0\Leftrightarrow\frac{x}{11}+\frac{y}{11}+\frac{z}{\frac{11}{2}}=1$ nên $G\left(\frac{11}{3};\frac{11}{3};\frac{11}{6}\right)\Rightarrow OG=\frac{11}{2}$.

$2x+y+z-18=0\Leftrightarrow\frac{x}{9}+\frac{y}{18}+\frac{z}{18}=1$ nên $G(3;6;6)\Rightarrow OG=9$.

$8x+y+z-66=0\Leftrightarrow\frac{x}{\frac{33}{4}}+\frac{y}{66}+\frac{z}{66}=1$ nên $G\left(\frac{11}{4};22;22\right)\Rightarrow OG=\frac{11}{4}\sqrt{129}$.

Nhận xét: chỉ có đáp án $x+2y+2z-12=0$ cho ta độ dài đoạn OG nhỏ nhất.

Chọn đáp án A □

Câu 242. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;0;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

A. $3x+20y+2z-5=0$. **B.** $3x+10y+2z-5=0$.
C. $3x+10y-2z+11=0$. **D.** $3x+10y-2z-11=0$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-1;-2)$; $\overrightarrow{OC}=(2;0;3)$.

Mặt phẳng (α) qua $A(1;1;1)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OC}\right]=(-3;-10;2)=-(3;10;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $3x+10y-2z-11=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2;2;0)$. **B.** $(1;1;2)$. **C.** $(-1;1;4)$. **D.** $(0;1;3)$.

Lời giải.

Gọi $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $(a,b,c>0)$. Suy ra phương trình (ABC): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $M(1;2;4)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}=1$.

Ta có $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc$.

Lại có $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}\geqslant3\sqrt[3]{\frac{1}{a}\cdot\frac{2}{b}\cdot\frac{4}{c}}\Leftrightarrow1\geqslant\frac{27\cdot8}{abc}\Leftrightarrow\frac{abc}{6}\geqslant36$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{4}{c}=1\\ \frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{4}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=6\\ c=12.\end{cases}$

Suy ra phương trình (ABC): $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{12}=1\Leftrightarrow4x+2y+z-12=0$.

Vậy điểm $(2;2;0)$ thuộc mặt phẳng (ABC).

Chọn đáp án A □

Câu 244. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1)$, $B(6;-2;1)$ Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A,B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\frac{2}{7}$ là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+6z-12=0\\2x+3y-6z=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}2x-3y+6z-12=0\\2x-3y-6z=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}2x-3y+6z-12=0\\2x-3y-6z+1=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2x+3y+6z+12=0\\2x+3y-6z-1=0\end{array}\right.$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \left|\cos\left(\vec{n},\vec{i}\right)\right|=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=0\\ \dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{3a}{2}\\(6a-2c)(6a+2c)=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=2\\b=3\\c=6\end{cases}\\ \begin{cases}a=2\\b=3\\c=-6\end{cases}\end{array}\right.$.

Với $\vec{n}=(2;3;6)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+6z-12=0$.

Với $\vec{n}=(2;3;-6)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y-6z=0$.

Chọn đáp án A □

3.1 ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. A	5. D	6. A	7. A	8. D	9. B	10. D
11. D	12. B	13. B	14. A	15. A	16. A	17. A	18. A	19. A	20. A
21. D	22. D	23. C	24. B	25. D	26. A	27. A	28. A	29. A	30. A
31. B	32. C	33. A	34. B	35. A	36. C	37. C	38. B	39. D	40. A
41. B	42. B	43. C	44. C	45. A	46. D	47. B	48. B	49. A	50. C
51. C	52. D	53. D	54. A	55. A	56. D	57. B	58. B	59. A	60. D
61. D	62. C	63. C	64. A	65. B	66. A	67. B	68. D	69. C	70. B
71. D	72. B	73. A	74. B	75. D	76. D	77. C	78. C	79. C	80. A
81. D	82. A	83. B	84. A	85. A	86. A	87. C	88. A	89. B	90. D
91. C	92. A	93. D	94. A	95. B	96. A	97. B	98. A	99. C	100. B
101. C	102. C	103. B	104. B	105. D	106. C	107. C	108. A	109. A	110. A
111. A	112. C	113. D	114. A	115. B	116. B	117. B	118. D	119. A	120. B
121. C	122. D	123. A	124. C	125. B	126. A	127. D	128. D	129. B	130. A
131. A	132. C	133. B	134. A	135. A	136. C	137. B	138. A	139. D	140. C
141. A	142. B	143. A	144. A	145. C	146. A	147. C	148. D	149. D	150. D
151. C	152. C	153. D	154. A	155. A	156. C	157. D	158. C	159. C	160. A
161. A	162. D	163. C	164. B	165. D	166. B	167. B	168. D	169. B	170. D
171. D	172. B	173. D	174. A	175. D	176. C	177. C	178. C	179. B	180. B
181. D	182. B	183. B	184. C	185. A	186. A	187. B	188. D	189. A	190. A
191. D	192. C	193. A	194. C	195. C	196. D	197. C	198. B	199. B	200. D
201. D	202. A	203. D	204. D	205. C	206. A	207. A	208. D	209. B	210. A
211. C	212. D	213. B	214. A	215. D	216. B	217. D	218. B	219. D	220. D
221. A	222. D	223. A	224. A	225. D	226. D	227. D	228. B	229. B	230. A
231. A	232. A	233. C	234. D	235. D	236. B	237. A	238. B	239. B	240. C
241. A	242. D	243. A	244. A						

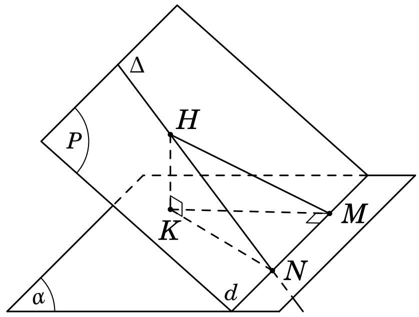
4 VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng (α): $x-2y+2z-5=0$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và tạo với mặt phẳng (α) một góc nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz+d=0$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$ và $a,b,c,d\in[-5;5]$). Khi đó tích $abcd$ bằng bao nhiêu?

A. 120. **B.** 60. **C.** -60. **D.** -120.

✍**Lời giải.**

Ta có giao điểm của Δ và (α) là điểm $N(7;13;12)$. Lấy điểm $H \in \Delta$ $(H \not\equiv N)$. Gọi d là giao tuyến của (P) và (α); M, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên d và (α). Ta có



- $d \perp HM, d \perp HK \Rightarrow d \perp KM \Rightarrow ((P),(\alpha)) = \widehat{HMK}$.
- $\tan((P),(\alpha)) = \tan\widehat{HMK} = \dfrac{HK}{KM} \geq \dfrac{HK}{KN} = \tan(\Delta,(\alpha))$.

Do đó $((P),(\alpha))$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $d \perp \Delta$ tại N. Khi đó

- Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;2;2)$.
- Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha} = (1;-2;2)$.

Đường thẳng $d \subset (\alpha)$ và $d \perp \Delta$ nên d nhận $[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{n_\alpha}] = (8;0;-4)$ làm một véc-tơ chỉ phương. Hay d nhận $\overrightarrow{u_d} = (2;0;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Mặt phẳng (P) chứa Δ và d nên nhận $[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_d}] = (-2;5;-4)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Mà $N \in (P)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là

$$-2(x-7)+5(y-13)-4(z-12) = 0 \Leftrightarrow 2x-5y+4z+3 = 0.$$

Suy ra $a = 2$, $b = -5$, $c = 4$, $d = 3$ hay $abcd = -120$.
Chọn đáp án D □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+2018 = 0$, $(Q)\colon x+my+(m-1)z+2017 = 0$ (m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm M nào dưới đây nằm trong (Q)?

A. $M(-2017;1;1)$. **B.** $M(0;0;2017)$. **C.** $M(0;-2017;0)$. **D.** $M(2017;1;1)$.

✍Lời giải.
Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_1 = (1;2;-2)$, $\vec{n}_2 = (1;m;m-1)$.

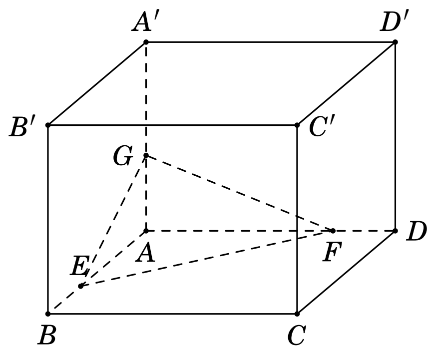
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng, ta có $\cos\alpha = \dfrac{|1|}{\sqrt{2}\sqrt{m^2-m+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\sqrt{\left(m-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{3}{4}}} \leq \sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Khi đó $\alpha \geq \arccos\dfrac{\sqrt{2}}{3}, (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$, nên α nhỏ nhất khi $m = \dfrac{1}{2}$.
Lúc đó $(Q)\colon 2x+y-z+2\cdot 2017 = 0$. Suy ra điểm $M(-2017;1;1)$ thuộc mặt phẳng (Q).
Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn đi qua C', mặt phẳng (P) cắt các tia AB, AD, AA' lần lượt tại E, F, G (khác A). Tính tổng $T = AE + AF + AG$ sao cho thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất.

A. 18. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 16.

✍Lời giải.
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho
$A \equiv O(0;0;0), B(1;0;0), D(0;2;0), A'(0;0;3)$.
Khi đó $E(AE;0;0), F(0;AF,0), G(0;0;AG), C'(1;2;3)$.
Phương trình mặ phẳng (P): $\dfrac{x}{AE}+\dfrac{y}{AF}+\dfrac{z}{AG} = 1$.
Vì $C'(1;2;3) \in (P) \Rightarrow \dfrac{1}{AE}+\dfrac{2}{AF}+\dfrac{3}{AG} = 1$.



Thể tích khối đa diện $AEFG$ là

$$V_{AEFG} = \frac{1}{6}AE\cdot AF\cdot AG = \frac{1}{\dfrac{1}{AE}\cdot\dfrac{2}{AF}\cdot\dfrac{3}{AG}} \geq \frac{1}{\dfrac{\left(\dfrac{1}{AE}+\dfrac{2}{AF}+\dfrac{3}{AG}\right)^3}{27}} = 27.$$

Do đó thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất bằng 27 khi và chỉ khi
$\frac{1}{AE}=\frac{2}{AF}=\frac{3}{AG}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\begin{cases}AE=3\\AF=6\\AG=9\end{cases}$. Suy ra $T=AE+AF+AG=3+6+9=18$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thay đổi sao cho $a^2+4b^2+16c^2=49$. Tính tổng $F=a^2+b^2+c^2$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất.

A. $F=\frac{51}{5}$. **B.** $F=\frac{51}{4}$. **C.** $F=\frac{49}{4}$. **D.** $F=\frac{49}{5}$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Nên $\mathrm{d}(O;(ABC))=\frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Schwarz ta có

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1^2}{a^2}+\frac{2^2}{4b^2}+\frac{4^2}{16c^2}\geq\frac{(1+2+4)^2}{a^2+4b^2+16c^2}=\frac{49}{49}=1\quad(1)$ (vì $a^2+4b^2+16c^2=49$).

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất bằng 1 khi và chỉ khi dấu đẳng thức của (1) xảy ra hay

$$\begin{cases}\frac{a^2}{1}=\frac{4b^2}{2}=\frac{16c^2}{4}\\a^2+4b^2+16c^2=49\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c^2=\frac{7}{4}\\b^2=\frac{7}{2}\\a^2=7.\end{cases}$$

Vậy $F=a^2+b^2+c^2=7+\frac{7}{2}+\frac{7}{4}=\frac{49}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{-2}$ và tạo với trục Oy một góc có số đo lớn nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $E(-3;0;4)$. **B.** $M(3;0;2)$. **C.** $N(-1;-2;-1)$. **D.** $F(1;2;1)$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$, $\vec{n}\neq\vec{0}$ là VTPT của (P) và α là góc tạo bởi (P) và trục Oy, α lớn nhất khi $\sin\alpha$ lớn nhất.

Từ d có VTCP $\vec{u}_d=(1;-1;-2)$.

Ta có $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}_d$ nên $\vec{n}=(b+2c;b;c)$.

Nên $\sin\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{j}\right)\right|=\frac{|b|}{\sqrt{2b^2+5c^2+4bc}}$.

TH1: Nếu $b=0$ thì $\sin\alpha=0$.

TH2: Nếu $b\neq0$ thì $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}c}{b}+\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2+\frac{6}{5}}}$.

Khi đó, $\sin\alpha$ lớn nhất khi $\frac{\sqrt{5}c}{b}+\frac{2}{\sqrt{5}}=0\Leftrightarrow\frac{c}{b}=-\frac{2}{5}\Rightarrow$ chọn $b=5$, $c=-2$.

Vậy phương trình (P) đi qua $A(1;-2;0)\in d$ và có VTPT $\vec{n}=(1;5;-2)$ có dạng

$$x+5y-2z+9=0.$$

Do đó, ta có $N\in(P)$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1), B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2) và (S_3)

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là $ax+by+cz+d=0$ (Điều kiện: $a^2+b^2+c^2>0$).
Khi đó ta có hệ điều kiện

$$\begin{cases} \mathrm{d}(A,(P))=2 \\ \mathrm{d}(B,(P))=1 \\ \mathrm{d}(C,(P))=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2 \\ \dfrac{|3a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \\ \dfrac{|-a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a+2b+c+d|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |3a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |-a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}. \end{cases}$$

Suy ra

$$|3a-b+c+d|=|-a-b+c+d| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a-b+c+d=-a-b+c+d \\ 3a-b+c+d=a+b-c-d \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a-b+c+d=0. \end{array}\right.$$

— Với $a=0$,

$$\begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d|=2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ \left[\begin{array}{l} 4b-c-d=0 \\ c+d=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c+d=0 \Rightarrow c=d=0, b\neq 0 \\ c+d=4b, c=\pm 2\sqrt{2}b. \end{array}\right.$$

Ta có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

— Với $a-b+c+d=0$,

$$\begin{cases} |3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=4|a| \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b|=\dfrac{4}{3}|a| \\ |c|=\dfrac{\sqrt{11}}{3}|a|. \end{cases}$$

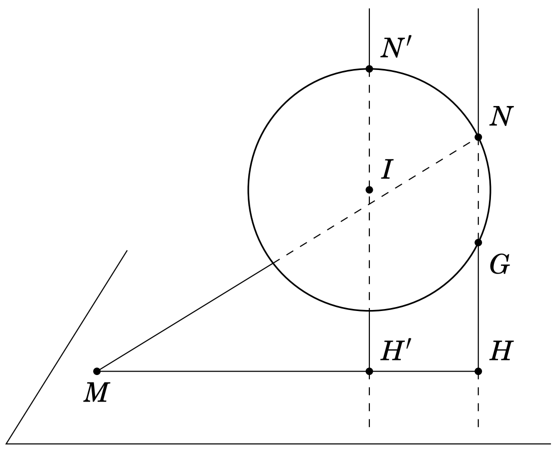
Ta có 4 mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$. **B.** $MN=1+2\sqrt{2}$. **C.** $MN=3\sqrt{2}$. **D.** $MN=14$.

Lời giải.



Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $r=1$. Nhận thấy rằng góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ bằng 45°. Vì $\mathrm{d}(I,(P))=2>1=r$ nên mặt phẳng (P)

không cắt mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) thì $\widehat{NMH} = 45°$ và $MN = \dfrac{NH}{\sin 45°} = NH\sqrt{2}$ nên MN lớn nhất khi và chỉ khi NH lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N \equiv N'$ và $H \equiv H'$ với N' là giao điểm của đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P), H' là hình chiếu của I mặt phẳng (P).

Lúc đó $NH_{\max} = N'H' = r + d(I;(P)) = 3$ và $MN_{\max} = \dfrac{NH_{\max}}{\sin 45°} = 3\sqrt{2}$.

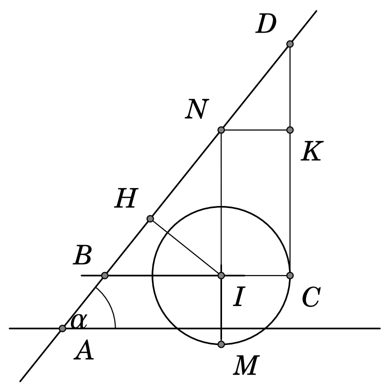
Chọn đáp án C □

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x - y + z + 3 = 0$, $(Q)\colon x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 14. **B.** $3 + 5\sqrt{3}$. **C.** 28. **D.** $9 + 5\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 5$, $d(I,(P)) = 3\sqrt{3}, \mathrm{d}(I,(Q)) = \dfrac{14}{3}$.



Gọi α là góc giữa (P) và (Q).

Khi đó $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{2}$.

Do đó $DK > NK = MI \Rightarrow CD \geq MN$.

Ta có $\sin\alpha = \dfrac{IH}{IB} \Rightarrow IB = \dfrac{9}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \dfrac{9 + 5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

Mà $\tan\alpha = \dfrac{CD}{CB} \Rightarrow CD = BC\tan\alpha = 9 + 5\sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn MN bằng $9 + 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là những số thực dương sao cho $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính $F = a^2 + b^2 + c^2$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất.

A. $F = \dfrac{51}{5}$. **B.** $F = \dfrac{51}{4}$. **C.** $F = \dfrac{49}{5}$. **D.** $F = \dfrac{49}{4}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng $(ABC)\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} - 1 = 0$ và $\mathrm{d}[O,(ABC)] = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right)}} = d$.

Xét $\vec{u} = (a;2b;4c)$; $\vec{v} = \left(\dfrac{1}{a};\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{c}\right)$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
&\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right)^2 \leq \vec{u}^2\cdot\vec{v}^2\\
\Rightarrow\ &\left(a\cdot\frac{1}{a} + 2b\cdot\frac{1}{b} + 4c\cdot\frac{1}{c}\right)^2 \leq \left(a^2 + 4b^2 + 16c^2\right)\cdot\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)\\
\Rightarrow\ &49 \leq 49\cdot\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)\\
\Rightarrow\ &\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 1\\
\Rightarrow\ &\mathrm{d}[O,(ABC)] \leq 1.
\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \dfrac{\dfrac{a}{1}}{a} = \dfrac{\dfrac{2b}{1}}{b} = \dfrac{\dfrac{4c}{1}}{c} \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 2b^2 = 4c^2 \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases}$

$\Rightarrow 28c^2 = 49 \Leftrightarrow c^2 = \dfrac{7}{4} \Rightarrow F = 7c^2 = \dfrac{49}{4}$.

$\Rightarrow \max d[O,(ABC)] = 1$, khi đó $F = \dfrac{49}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;1)$, $B(3;-2;0)$, $C(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P) lớn nhất, biết rằng (P) không cắt đoạn BC. Khi đó pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

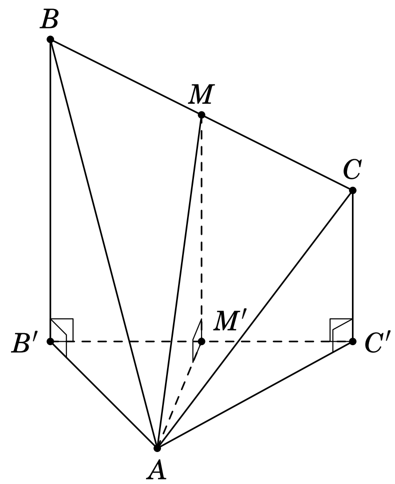
A. $\vec{n} = (2;-2;-1)$. **B.** $\vec{n} = (1;0;2)$. **C.** $\vec{n} = (-1;2;-1)$. **D.** $\vec{n} = (1;0;-2)$.

✍Lời giải.

Lấy M là trung điểm của đoạn BC, suy ra $M(2;0;-1)$.

Gọi BB', CC', MM' lần lượt là khoảng cách từ B, C, M đến mặt phẳng (P), từ đó suy ra $BB' + CC' = 2MM'$.

Xét tam giác vuông AMM', ta có $MM' \le AM$, từ đó suy ra để tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P) thì MM' phải lớn nhất, điều này có nghĩa là M' trùng với A hay $MA \perp (P)$. Từ đó suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{AM} = (1;0;-2)$.



Chọn đáp án D □

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi thỏa mãn $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ khi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

A. $S = \dfrac{51}{5}$. **B.** $S = \dfrac{49}{4}$. **C.** $S = \dfrac{49}{5}$. **D.** $S = \dfrac{51}{4}$.

✍Lời giải.

Dựng $OH \perp (ABC)$;$(H \in (ABC))$ vì $OABC$ là tứ diện vuông nên ta có

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{2^2}{4b^2} + \dfrac{4^2}{16c^2}$.

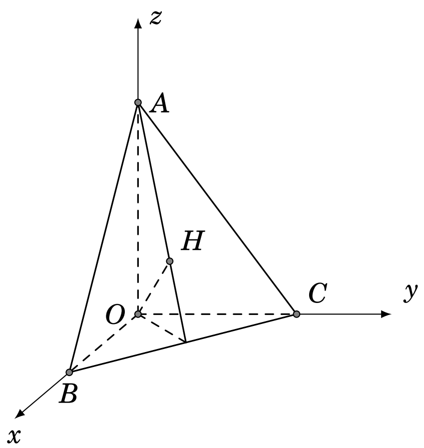
Áp dụng bất đẳng thức Schwarz

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{2^2}{4b^2} + \dfrac{4^2}{16c^2} \ge \dfrac{(1+2+4)^2}{a^2+4b^2+16c^2} = 1 \Rightarrow OH \le 1$.

Vậy khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất là 1 khi

$$\frac{1}{a^2} = \frac{2}{4b^2} = \frac{4}{16c^2} = \frac{1+2+4}{a^2+4b^2+16c^2} = \frac{1}{7}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = \dfrac{7}{2} \\ c^2 = \dfrac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{49}{4}.$$



Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo một giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng (α): $ax + by - z + c = 0$. Tính $P = a - b + c$.

A. $P = 8$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = -4$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

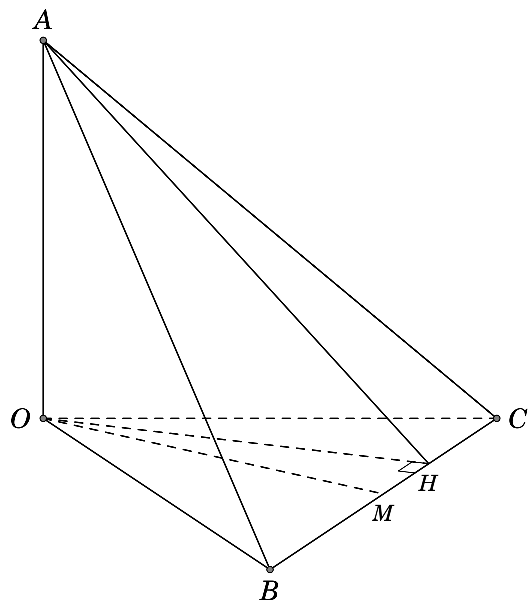
Gọi H, r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến (C) của (S) và (α).

Đặt $h = d(I,(\alpha))$, ta có $R^2 = r^2 + h^2$.
Thể tích khối nói có đỉnh I và đáy (C) là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{27-r^2}$.
Xét hàm số $f(t) = t\sqrt{27-t}, t \in [0;27]$.
Ta có $f'(t) = \sqrt{27-t} - \frac{t}{2\sqrt{27-t}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{27-t} = \frac{t}{2\sqrt{27-t}} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in [0;27] \\ 3t = 54 \end{cases} \Leftrightarrow t = 18$.
Khi đó, ta có $f(0) = 0, f(27) = 0, f(18) = 54 \Leftrightarrow \max f(t) = f(18) = 54$.
Suy ra giá trị lớn nhất của V đạt được khi $r^2 = 18 \Leftrightarrow h^2 = 9 \Leftrightarrow h = 3$.
Khi đó ta có $d(I,(\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|a-2b-3+c|}{\sqrt{a^2+b^2+1}} = 3$. (1)
Mặt khác $A, B \in (\alpha) \Rightarrow \begin{cases} 4+c=0 \\ 2a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-4 \\ a=2. \end{cases}$ (2)
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{|5+2b|}{\sqrt{5+b^2}} = 3 \Leftrightarrow 5b^2 - 20b + 20 = 0 \Leftrightarrow (b-2)^2 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.
Vậy ta có $a = b = 2, c = -4 \Rightarrow P = a - b + c = -4$.
Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ và đôi một vuông góc nhau. Gọi r là bán kính mặt cầu tiếp xúc với cả bốn mặt của tứ diện. Giả sử $a \geq b$, $a \geq c$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{r}$ là

A. $1+\sqrt{3}$. **B.** $2+\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3+\sqrt{3}$.

✍Lời giải.



Ta có $V_{O.ABC} = \frac{abc}{5}$.
Mặt khác $V_{O.ABC} = \frac{1}{3}r(S_{\triangle ABC} + S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC})$.
Suy ra ta có $\frac{a}{r} = 2\frac{S_{\triangle ABC}}{bc} + \frac{ab+ac+bc}{bc}$.
Do $a \geq b$, $a \geq c \Rightarrow \frac{ab+bc+bc}{bc} \geq 3$ (1).
Dấu bằng của (1) xảy ra khi $a = b = c$.
Xét $2\frac{S_{\triangle ABC}}{bc} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{1}{\cos(\alpha)}$ (với α là góc giữa (ABC) và (OBC)).
Bài toán trở thành tìm $\min \frac{1}{cos\alpha}$, hay tìm $\min\sqrt{1+tan^2\alpha}$.
Ta có $\tan\alpha = \frac{a}{OH} \geq \frac{a}{OM}$, với H là hình chiếu vuông góc của O lên BC còn M là trung điểm của BC.

Mặt khác.

$$\frac{a}{OM} = \frac{2a}{\sqrt{b^2+c^2}} = \sqrt{2} = \tan\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1+\tan^2\alpha} = \sqrt{3}.$$

Kết hợp với (1) $\Rightarrow \min\frac{a}{r} = 3+\sqrt{3} \Leftrightarrow a = b = c$.

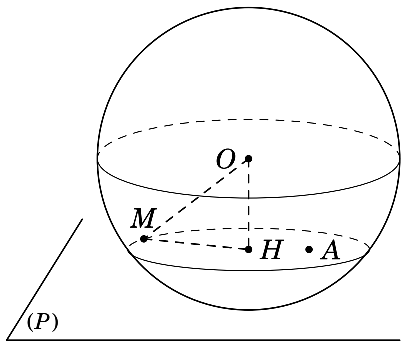
Chọn đáp án D □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2 = 9$ và điểm $A(0;-1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Phương trình của (P) là

A. $y-2z+5=0$. **B.** $x-y+2z-5=0$. **C.** $-y+2z+5=0$. **D.** $y-2z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=0$ có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=3$.
Ta có $OA=\sqrt{5}<R$, do đó điểm A nằm bên trong mặt cầu (S).
Mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu theo một hình tròn có bán kính r, có chu vi là $C_{\text{đường tròn}}=2\pi r$.
Ta có chu vi đường tròn nhỏ nhất $\Leftrightarrow r$ nhỏ nhất.
Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P), ta có



$$MH^2=OM^2-OH^2 \quad \Leftrightarrow r^2=R^2-OH^2$$
$$\Leftrightarrow r^2=9-\mathrm{d}[O,(P)].$$

Ta có r nhỏ nhất $\Leftrightarrow \mathrm{d}[O,(P)]$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv A$.
Khi đó mặt phẳng (P) qua $A(0;-1;2)$ nhận $\overrightarrow{OA}$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Suy ra (P): $y-2z+5=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$ đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

A. -7. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 7.

✍Lời giải.

Ta có Vì (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$.
(P) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$.
Nên ta có $\begin{cases}1+b_1+c_1+d_1=0\\ -2b_1+2c_1+d_1=0\end{cases} \Rightarrow 1+3b_1-c_1=0.$ (1)

Vì (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_1(-d_1;0;0), B_1\left(0;\dfrac{-d_1}{b_1};0\right)$.
Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_1|=\dfrac{|d_1|}{|b_1|}\Rightarrow |b_1|=1$.
Chọn $b_1=1$, thay vào (1) ta được $c_1=4$.
Vì (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$ và (Q) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$.
Nên ta có $\begin{cases}1+b_2+c_2+d_2=0\\ -2b_2+2c_2+d_2=0\end{cases} \Rightarrow 1+3b_2-c_2=0.$ (2)

Vì (Q) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_2(-d_2;0;0), B_2\left(0;-\dfrac{d_2}{b_2};0\right)$.
Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_2|=\dfrac{|d_2|}{|b_2|}\Rightarrow |b_2|=1$.
Vì $b_1\neq b_2$ nên ta chọn $b_2=-1$, thay vào (2) ta được $c_2=-2$.
Vậy $b_1b_2+c_1c_2=-9$.

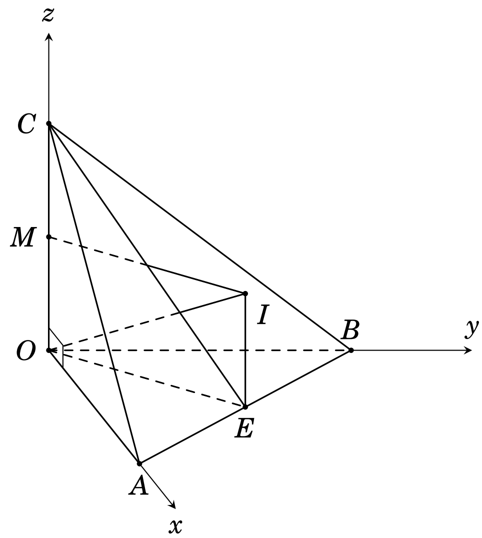
Chọn đáp án B □

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng

A. 81π. **B.** $\dfrac{243\pi}{2}$. **C.** 243π. **D.** $\dfrac{81\pi}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C.
Vì tứ diện $OABC$ đôi một vuông góc tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.
Do đó $\overrightarrow{OH} = (1;2;-2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) và H thuộc (α).
Phương trình mặt phẳng
$(\alpha)\colon 1\cdot(x-1)+2\cdot(y-2)-2\cdot(z+2)=0$
$\Leftrightarrow x+2y-2z-9=0$.



Mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-2z-9=0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(9;0;0)$, $B\left(0;\frac{9}{2};0\right)$, $C\left(0;0;-\frac{9}{2}\right)$.
$\Rightarrow OA = 9, OB = \frac{9}{2}, OC = \frac{9}{2}$.
Gọi E, M lần lượt là trung điểm AB, OC. Khi đó, E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC.
Dựng hình chữ nhật $OEIM$. Ta được $IA = IB = IC = IO$ hay IO là bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
Khi đó

$$\begin{aligned} R &= IO = \sqrt{IN^2+IM^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2+\left(\frac{OC}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{9\sqrt{5}}{4}\right)^2+\left(\frac{9}{4}\right)^2} \\ &= \frac{9\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng $S_c = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{243\pi}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C. Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $4\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của (P) với Oy, Oz.
Ta có $(ABC)\colon \frac{x}{2}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Điểm $M(1;1;1)\in(ABC)\Rightarrow \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$.
Ta có $\frac{1}{2}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 2\sqrt{\frac{1}{bc}}\Rightarrow bc\geq 16$.
$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+4(b^2+c^2)}\geq\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+8bc}\geq\frac{1}{2}\sqrt{16^2+8\cdot 16}=4\sqrt{6}$
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}\\ b=c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4\\ c=4.\end{cases}$
Vậy $\min S_{\triangle ABC}=4\sqrt{6}$.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2y-z=0$. Biết điểm B thuộc (P), điểm C thuộc (Oxy) sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất. Hỏi giá trị nhỏ nhất đó là

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $6\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm đối xứng với A qua hai mặt phẳng (P) và (Oxy).
Khi đó, ta tìm được $M(1;0;5)$, $N(1;4;-3)$.
$\overrightarrow{MN}=(0;4;-8) \Rightarrow MN=4\sqrt{5}$.
Ta có (P), (Oxy) lần lượt là mặt phẳng trung trực của AM, AN.
Suy ra $BA=BM$, $CA=CN$.
Ta có $AB+BC+CA=MB+BC+CN \geq MN$
Dấu "=" xảy ra khi bốn điểm M, B, C, N thẳng hàng hay MN lần lượt cắt (P), (Oxy) tại B và C.
Vậy chu vi tam giác ABC nhỏ nhất là $4\sqrt{5}$.

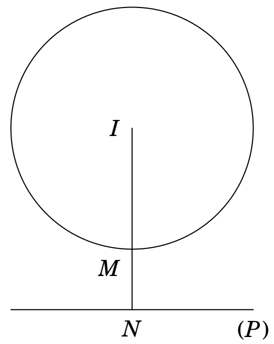
Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho x, y, z, a, b, c là ba số thực thay đổi thỏa mãn $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$ và $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2$.

A. $\sqrt{3}-1$. **B.** $\sqrt{3}+1$. **C.** $4-2\sqrt{3}$. **D.** $4+2\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;z), N(a;b;c)$. Khi đó M thuộc mặt cầu tâm $I(-1;-1;2)$ bán kính $R=1$ và N thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$.
Suy ra $P=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=MN^2$. (1)
Ta có $MN=IN-R$, nên MN nhỏ nhất khi N là hình chiếu của I lên (P).
Mà $IN=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|-1-1+2-3|}{\sqrt{1+1+1}}=\sqrt{3}$.
Suy ra $P_{\min}=(IN-R)^2=\left(\sqrt{3}-1\right)^2=4-2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(4;-3;1)$ và $C(1;1;2)$. Đường phân giác trong của góc A có phương trình là

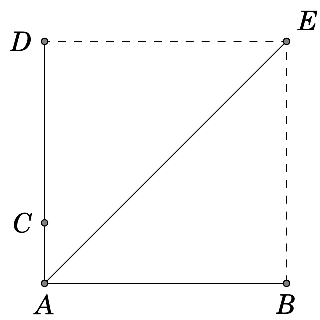
A. $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3-4t \\ z=6+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3+4t \\ z=6+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-4t \\ z=1-5t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có

$$\overrightarrow{AB}=(3;-4;0),\ \overrightarrow{AC}=(0;0;1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}.$$

Đặt $\vec{u}=(0;0;5)$. Ta có $\vec{u}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ và $|\vec{u}|=5=\left|\overrightarrow{AB}\right|$.
Gọi E là điểm xác định bởi



$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\vec{u}=(3;-4;5)$$

thì AE chính là đường phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$. Vậy phương trình của đường phân giác cần tìm là

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-4t \\ z=1+5t \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x=4+3t \\ y=-3-4t \\ z=6+5t. \end{cases}$$

Chọn đáp án A □

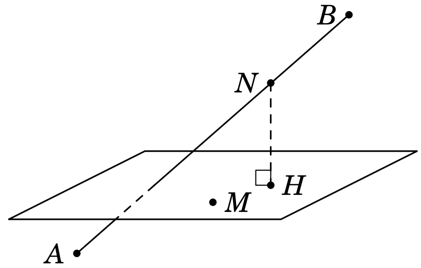
Câu 21. Cho điểm $A(-3;5;-5)$, $B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z=0$. Xét điểm M thay đổi trên (α), giá trị lớn nhất của MA^2-2MB^2 bằng

A. 398. **B.** 379. **C.** 397. **D.** 489.

✍Lời giải.

Xét N là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}=0$ thế thì

$$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{ON}-2\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{ON}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{ON}=2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$$



hay $N(13;-11;19)$.
Ta có

$$\begin{aligned}
MA^2-2MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2-2\overrightarrow{MB}^2\\
&= \left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NA}\right)^2-2\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)^2\\
&= -\overrightarrow{MN}^2+\overrightarrow{NA}^2-2\overrightarrow{NB}^2+2\overrightarrow{MN}\left(\overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}\right)\\
&= -MN^2+NA^2-2NB^2\,(\text{do } \overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}=0)\\
&\le -HN^2+NA^2-2NB^2\,(H \text{ là hình chiếu của } N \text{ lên } (\alpha))\\
&= -\mathrm{d}^2[N,(\alpha)]+NA^2-2NB^2=397.
\end{aligned}$$

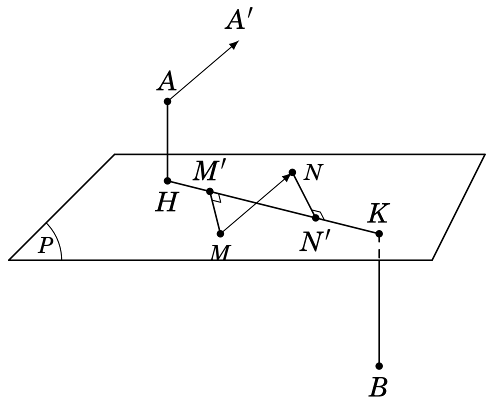
Dấu "=" xảy ra khi M là hình chiếu của N lên (α).
Chọn đáp án C □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;0)$, $B(2;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$ và $(S_2)\colon x^2+y^2+z^2+2y-2=0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(1;-1;0)$ và bán kính $R_1=2$.
Mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(0;-1;0)$ và bán kính $R_2=\sqrt{3}$.
Đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) là thỏa mãn hệ phương trình



$$\begin{cases}(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4\\ x^2+y^2+z^2+2y-2=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+2y-2=0\\ x^2+y^2+z^2+2y-2=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x=0.$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $x=0$ và tâm của đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1), (S_2) là $J\equiv I_2=(0;-1;0)$, bán kính $r=\sqrt{3}$.
Ta có A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (P).
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A và B trên (P). Khi đó, $H(0;0;0)$, $K(0;3;4)$ và $AH=1$, $BK=2$, $HK=5$.
Gọi M', N' là hình chiếu của M, N trên HK. Ta có

$$\begin{cases}MH\ge M'H\Rightarrow AM\ge AM'\\ NK\ge N'K\Rightarrow BN\ge BN'\end{cases}\Rightarrow AM+BN\ge AM'+BN'.$$

Gọi A' là ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến $\overrightarrow{MN}\Rightarrow AM'=A'N'$.
Do đó $AM+BN\ge A'N'+BN'$. Khi đó, $AM+BN$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A', N' và B thẳng hàng.
Đường thẳng AA' đi qua A và nhận $\overrightarrow{HK}=(0;3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=-1\\ y=3t\\ z=4t.\end{cases}$

Do $A'\in AA'$ và $AA'=1$ nên $(3t)^2+(4t)^2=1\Rightarrow t=\pm\dfrac{1}{5}$. Suy ra $\left[\begin{array}{l}A'\left(-1;\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5}\right)\\ A'\left(-1;-\dfrac{3}{5};-\dfrac{4}{5}\right).\end{array}\right.$

— Với $A'\left(-1;\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5}\right)$ ta có $A'B=5$.

— Với $A'\left(-1;-\dfrac{3}{5};-\dfrac{4}{5}\right)$ ta có $A'B=3\sqrt{5}$ (loại).

Vậy $AM+BN$ ngắn nhất là 5.

Chọn đáp án (A) □

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-2=0$, (Q) là mặt phẳng chứa d và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất. Gọi $\vec{n}_Q=(a;b;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (Q). Đẳng thức nào đúng?

A. $a-b=-1$. **B.** $a+b=-2$. **C.** $a-b=1$. **D.** $a+b=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;-1;-2)$ và đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.
Vì $d\subset(Q)$ nên $\vec{u}\cdot\vec{n}_Q=0\Leftrightarrow -a+2b+1=0\Leftrightarrow a=2b+1$.
Gọi α là góc giữa (P) và (Q)

$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q\right|}{\left|\vec{n}_P\right|\cdot\left|\vec{n}_Q\right|}=\frac{|2a-b-2|}{3\sqrt{a^2+b^2+1}}=\frac{|3b|}{3\sqrt{5b^2+4b+2}}=\sqrt{\frac{b^2}{5b^2+4b+2}}.$$

Góc α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\alpha$ lớn nhất.
Xét $f(b)=\dfrac{b^2}{5b^2+4b+2}\Rightarrow f'(b)=\dfrac{4b^2+4b}{(5b^2+4b+2)^2}$.
Giải $f'(b)=0\Leftrightarrow b^2+4b=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b=0\\ b=-1\end{array}\right.$. Bảng biến thiên

b	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(b)$	$\frac{1}{5}$	↗	$\frac{1}{3}$	↘	0	↗	$\frac{1}{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(b)$ lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$ khi $b=-1$.

Vì $f(b)$ lớn nhất suy ra $\cos\alpha$ lớn nhất nên $\cos\alpha$ lớn nhất khi $b=-1$ và $a=-1$.
Vậy $a+b=-2$.

Chọn đáp án (B) □

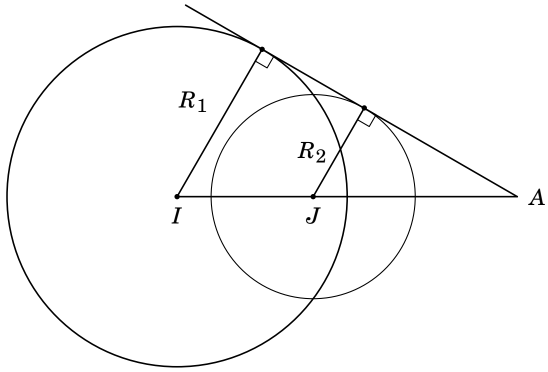
Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) lần lượt có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$, $x^2+y^2+z^2-6x+4y+2z+5=0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc với cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $A(a;b;c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=\dfrac{5}{2}$. **B.** $S=-\dfrac{5}{2}$. **C.** $S=\dfrac{9}{2}$. **D.** $S=-\dfrac{9}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R_1 = 5$.
Mặt cầu (S_2) có tâm $J(3;-2;-1)$, bán kính $R_2 = 3$.
Ta có $\overrightarrow{IJ} = (2;-3;-2) \Rightarrow IJ = \sqrt{17}$.
Vì $R_1 - R_2 = 2 < IJ < R_1 + R_2 = 8$ nên (S_1), (S_2) cắt nhau.
Gọi A là tâm tỉ cự của hai mặt cầu, ta có

$$\frac{AI}{AJ} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AJ} \quad (1).$$



Ta có $\overrightarrow{AI} = (1-a;1-b;1-c)$, $\overrightarrow{AJ} = (3-a;-2-b;-1-c)$. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a = \dfrac{5}{3}(3-a) \\ 1-b = \dfrac{5}{3}(-2-b) \\ 1-c = \dfrac{5}{3}(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -\dfrac{13}{2} \\ c = -4. \end{cases}$$

Vậy tổng $a + b + c = -\dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$ với a; b; c là những số thực dương thay đổi sao cho $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất.

A. $S = \dfrac{49}{5}$. **B.** $S = \dfrac{49}{4}$. **C.** $S = \dfrac{53}{5}$. **D.** $S = \dfrac{53}{4}$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1 \Rightarrow \mathrm{d}(O,(ABC)) = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}}}$.

Do đó $\mathrm{d}(O,(ABC))\max \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right)\min$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có

$(1+2+4)^2 = \left(a \cdot \dfrac{1}{a} + 2b \cdot \dfrac{1}{b} + 4c \cdot \dfrac{1}{c}\right)^2 \le (a^2 + 4b^2 + 16c^2)\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right)$.

$\Rightarrow 49 \le 49 \cdot \left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right)$ hay $\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right) \ge 1$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a^2 = 2b^2 = 4c^2 \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = \dfrac{7}{2} \\ c^2 = \dfrac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \dfrac{49}{4}$.

Chọn đáp án B □

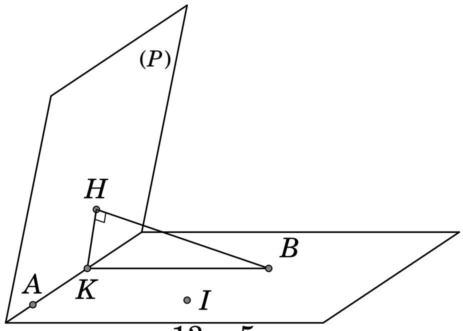
Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;8;2)$ và mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y+3)^2 + (z-7)^2 = 72$ và điểm $B(9;-7;23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Giả sử $\vec{u} = (1;m;n)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P). Khi đó, hãy tính giá trị của $H = n - m$.

A. $H = 3$. **B.** $H = -5$. **C.** $H = 4$. **D.** $H = 5$.

✍Lời giải.

Ta có $(S): (x-5)^2 + (y+3)^2 + (z-7)^2 = 72$ có tâm $I(5;-3;7)$ và bán kính $R = \sqrt{72}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P), K là hình chiếu vuông góc của B lên giao tuyến của (P) và (IAB).
$\Rightarrow BH \le BK \Rightarrow BH_{\max} = BK$.
Khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất $\Rightarrow$ (P) vuông góc với mặt phẳng (IAB).
Ta có: $\overrightarrow{AB} = (9;-15;21)$, $\overrightarrow{AI} = (5;-3;7) \Rightarrow \vec{n}_{ABI} = (13;5;-2)$.



(P) vuông góc với mặt phẳng $(IAB) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n}_{ABI} = 0 \Rightarrow 13 + 5m - 2n = 0 \Rightarrow n = \dfrac{13}{2} + \dfrac{5}{2}m$.

(P) đi qua A và nhận $\vec{u} = (1;m;n)$ là một véc-tơ pháp tuyến.
$\Rightarrow (P)\colon x + my + nz - 8m - 2n = 0$.
(P) tiếp xúc với (S) nên ta có

$$\mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|5 - 3m + 7n - 8m - 2n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} = \sqrt{72}$$
$$\Leftrightarrow \quad (5 - 11m + 5n)^2 = 72\left(1 + m^2 + n^2\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad \left(5 - 11m + 5 \cdot \frac{13 + 5m}{2}\right)^2 = 72\left(1 + m^2 + \left(\frac{13 + 5m}{2}\right)^2\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad (75 + 3m)^2 = 72 \cdot \left(29m^2 + 130m + 173\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow n = 4 \\ m = \dfrac{-27}{3} \Rightarrow n = -16. \end{array}\right.$$

Thử lại ta có

— TH1: $m = -1$; $n = 4 \Rightarrow (P)\colon x - y + 4z = 0 \Rightarrow \mathrm{d}(B;(P)) = 18\sqrt{2}$.

TH2: $m = -\dfrac{27}{3}$; $n = -16 \Rightarrow (P)\colon x - \dfrac{27}{3}y - 16z + 104 = 0 \Rightarrow \mathrm{d}(B;(P)) = \dfrac{96\sqrt{2}}{13} < 18\sqrt{2}$.

Suy ra $m = -1$; $n = 4$ .Vậy $n - m = 5$.
Chọn đáp án D □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-6;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

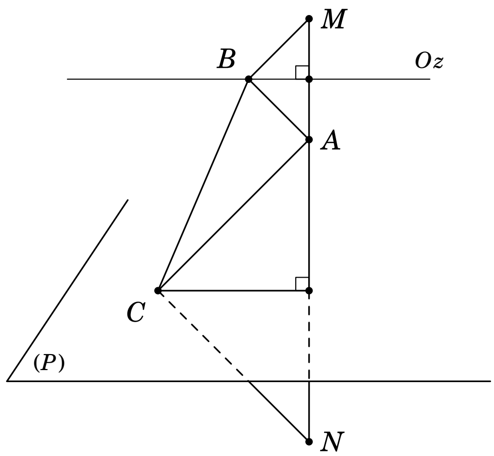
A. $B(0;0;2)$. **B.** $B(0;0;-1)$. **C.** $B(0;0;1)$. **D.** $B(0;0;-2)$.

✍Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là hai điểm đối xứng với A qua Oz và mặt phẳng (P) (điểm A nằm giữa Oz và (P), vì O, A nằm cùng phía với (P) và $\mathrm{d}(Oz,(P)) > \mathrm{d}(A,(P))$). Khi đó ta có chu vi tam giác ABC là

$$P_{\min} = (AB + BC + AC)_{\min} = (BM + BC + CN)_{\min}.$$

Suy ra $(BM + BC + CN)_{\min}$ khi B, C, M, N thẳng hàng. Hay B là hình chiếu của $A(1;-6;2)$ lên $Oz \Rightarrow B(0;0;2)$.

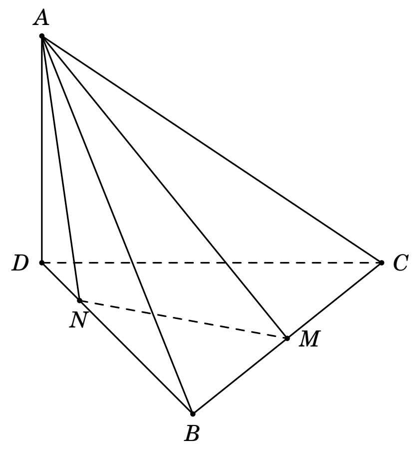


Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;0)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$. Hai điểm M, N lần lượt trên đoạn BC và BD sao cho $2\dfrac{BC}{BM} + 3\dfrac{BD}{BN} = 10$ và $\dfrac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \dfrac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng $ax + by + cz + 32 = 0$. Tính $S = a - b + c$?

A. $S = 98$. **B.** $S = 26$. **C.** $S = 27$. **D.** $S = 97$.

Lời giải.



Ta có $\dfrac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \dfrac{V_{B.AMN}}{V_{B.ACD}} = \dfrac{BA}{BA} \cdot \dfrac{BM}{BC} \cdot \dfrac{BN}{BD} = \dfrac{BM}{BC} \cdot \dfrac{BN}{BD}$.

Suy ra $\dfrac{BM}{BC} \cdot \dfrac{BN}{BD} = \dfrac{6}{25} \Rightarrow \dfrac{BC}{BM} \cdot \dfrac{BD}{BN} = \dfrac{25}{6}$.

Đặt $x = \dfrac{BC}{BM}$, $y = \dfrac{BD}{BN}$,với $x, y > 1$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ xy = \dfrac{25}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{2} \\ y = \dfrac{5}{3}. \end{cases}$$

Như vậy $\dfrac{BC}{BM} = \dfrac{5}{2}$, $\dfrac{BD}{BN} = \dfrac{5}{3}$. Hay $BM = \dfrac{2}{5}BC$, $BN = \dfrac{3}{5}BD$.

— Với $BM = \dfrac{2}{5}BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{BC}$. Do đó

$$\begin{cases} x_M - 0 = \dfrac{2}{5} \cdot (1 - 0) \\ y_M - 0 = \dfrac{2}{5} \cdot (0 - 0) \\ z_M + 2 = \dfrac{2}{5} \cdot (1 + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{2}{5} \\ y_M = 0 \\ z_M = -\dfrac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\dfrac{2}{5}; 0; -\dfrac{4}{5}\right).$$

— Với $BN = \dfrac{3}{5}BD \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{BD}$. Do đó

$$\begin{cases} x_N - 0 = \dfrac{3}{5} \cdot (2 - 0) \\ y_N - 0 = \dfrac{3}{5} \cdot (1 - 0) \\ z_N + 2 = \dfrac{3}{5} \cdot (-1 + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \dfrac{6}{5} \\ y_N = \dfrac{3}{5} \\ z_N = -\dfrac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\dfrac{6}{5}; \dfrac{3}{5}; -\dfrac{7}{5}\right).$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(\dfrac{7}{5}; -2; -\dfrac{4}{5}\right)$, $\overrightarrow{AN} = \left(\dfrac{11}{5}; -\dfrac{7}{5}; -\dfrac{7}{5}\right)$.

Véc-tơ $\vec{u}_1(7; -10; -4)$ cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AM}$. Véc-tơ $\vec{u}_2(11; -7; -7)$ cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AN}$. Mặt phẳng (AMN) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (42; 5; 61)$.

Phương trình mặt phẳng (AMN) là

$$42 \cdot (x + 1) + 5 \cdot (y - 2) + 61 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 42x + 5y + 61z + 32 = 0.$$

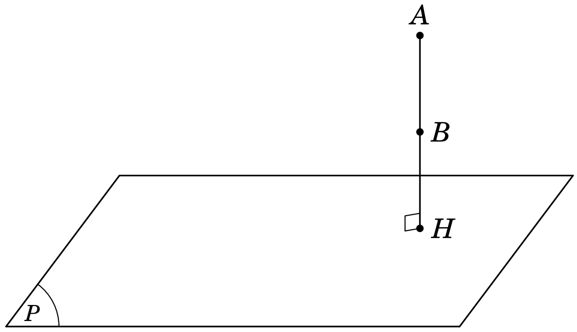
Suy ra $a = 42$, $b = 5$, $c = 61$. Vậy nên $S = a - b + c = 42 - 5 + 61 = 98$.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; 4; 0)$, mặt phẳng (P): $ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. -3. **B.** -6. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải.



- Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (P).
- Ta có $AH = 6$, $BK = 3$, $AB = 3 < AH$, suy ra A, B nằm cùng phía với (P).
- Mà $AH = 6 \le AK \le BA + BK = 6$, suy ra $H \equiv K$ và B, A, K thẳng hàng.
- Do đó B là trung điểm của AH, suy ra $H(5;6;-1)$ và AB vuông góc với (P).
- Mặt phẳng (P) đi qua H, có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2;2;-1)$ có phương trình

$$2(x-5)+2(y-6)-(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z-23=0 \Leftrightarrow -4x-4y+2z+46=0.$$

Suy ra $a=-4$, $b=-4$, $c=2 \Rightarrow T=a+b+c=-6$.

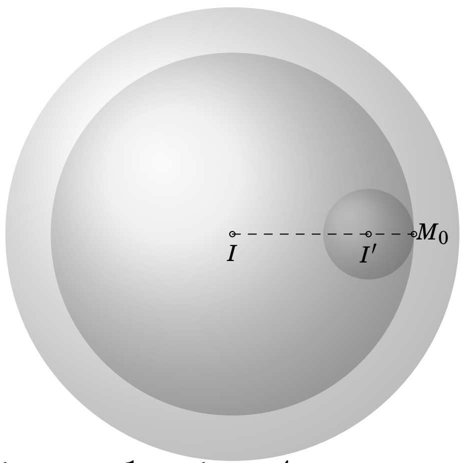
Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z-1)^2=25$ và (S'): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $\dfrac{14}{3}$. **B.** $\dfrac{17}{7}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{19}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=5$.
Mặt cầu (S') tâm $I'(1;2;3)$, bán kính $R'=1$.
Gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của I,I' lên (P).
Gọi bán kính của đường tròn giao tuyến của (P) và (S) là r.
Ta có $2\pi r = 6\pi \Leftrightarrow r=3$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = IM = \sqrt{R^2-r^2} = \sqrt{5^2-3^2} = 4.$ (1)
Từ (1) $\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (C) tâm I bán kính $R''=4$.
Mặt khác $II' = R''-R' = 3 \Leftrightarrow (C)$ và (S') tiếp xúc ngoài.
Mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (P)$ đồng thời tiếp xúc với (C) và (S').



Gọi M_0 là tiếp điểm chung của (S') và (C), ta có $\overrightarrow{II'} = 3\overrightarrow{I'M_0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0-1=\dfrac{1}{3} \\ y_0-2=\dfrac{2}{3} \\ z_0-3=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=\dfrac{4}{3} \\ y_0=\dfrac{8}{3} \\ z_0=\dfrac{11}{3}. \end{cases}$

Mặt phẳng (P) qua $M_0\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3};\dfrac{11}{3}\right)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{II'}=(1;2;2)$. Phương trình của (P) là

$$x+2y+2z-14=0.$$

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) là $\mathrm{d}(O,(P)) = \dfrac{14}{3}$.

• **Lưu ý:** *Nếu (C) và (S') không tiếp xúc trong thì hoặc không tồn tại (P) hoặc có vô số mặt phẳng (P) thỏa mãn. Chính đề bài yêu cầu tính khoảng cách từ (O) đến (P) dẫn đến nhận định về tính duy nhất của (P).*

Chọn đáp án A □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-z+6=0$ và hai mặt cầu (S_1): $x^2+y^2+z^2=25$, (S_2): $x^2+y^2+z^2+4x-4z+7=0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1), (S_2) và nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

A. $\dfrac{7}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{7}{9}\pi$. **C.** $\dfrac{9}{7}\pi$. **D.** $\dfrac{7}{6}\pi$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R_1 = 5$, mặt cầu (S_2) có tâm $J(-2;0;2)$ bán kính $R_2 = 1$. Giả sử điểm $I(x;y;z) \in (P)$ sao cho mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Khi đó ta có $\begin{cases} x - z + 6 = 0 & (1) \\ R = |IO - R_1| & (2) \\ R = |IJ - R_2| & (3) \end{cases}$

Từ (2), (3) ta có $|IO - 5| = |IJ - 1|$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow IO^2 - 10IO + 25 = IJ^2 - 2IJ + 1\\
&\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{x^2+y^2+z^2+4x-4y+8} + 20\\
&\Leftrightarrow 25(x^2+y^2+z^2) = x^2+y^2+z^2-16+40\sqrt{x^2+y^2+z^2-16}+400\\
&\Leftrightarrow 24(x^2+y^2+z^2-16) - 40\sqrt{x^2+y^2+z^2-16} = 0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+y^2+z^2-16} = 0\\ \sqrt{x^2+y^2+z^2-16} = \dfrac{5}{3}. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Với $\sqrt{x^2+y^2+z^2-16} = 0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-16 = 0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 = 16$ là phương trình mặt cầu tâm O bán kính $R = 4$. Ta thấy $\mathrm{d}(O,(P)) = \dfrac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} > R$ nên mặt cầu không cắt (P) do đó không tồn tại điểm I.

Với $\sqrt{x^2+y^2+z^2-16} = \dfrac{5}{3} \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 = \dfrac{169}{9}$ là phương trình mặt cầu (S') tâm O bán kính $R = \dfrac{13}{3}$. Ta thấy $\mathrm{d}(O,(P)) = \dfrac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} < R$ nên mặt cầu (S') cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) bán kính $r = \sqrt{R^2 - (\mathrm{d}(O,(P)))^2} = \sqrt{\dfrac{169}{9} - 18} = \sqrt{\dfrac{7}{9}}$.

Vậy tập hợp điểm I là đường tròn (C), diện tích hình tròn giới hạn bởi (C) là $S = \pi r^2 = \dfrac{7\pi}{9}$.

Chọn đáp án B □

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các điểm $A(1;2;1)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;-1;0)$, $D(-2;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\dfrac{AB}{AB'} + \dfrac{AC}{AC'} + \dfrac{AD}{AD'} = 6$ và tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng $(B'C'D)$ là

A. $y - z = 0$. **B.** $y - z - 2 = 0$. **C.** $x - z - 2 = 0$. **D.** $x - z = 0$.

✍Lời giải.

Ta có $\dfrac{V_{ABCD}}{V_{A'B'C'D'}} = \dfrac{AB}{AB'} \cdot \dfrac{AC}{AC'} \cdot \dfrac{AD}{AD'} \le \left(\dfrac{\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'}}{3}\right)^3 = \left(\dfrac{6}{3}\right)^3 = 8$.

Do đó thể tích của $AB'C'D'$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AD}{AD'} = \dfrac{AC}{AC'} = 2$.

Khi đó $\overrightarrow{AB'} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ hay B' là trung điểm của $AB \Rightarrow B'(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-2;-1;-1)$; $\overrightarrow{BD} = (-3;3;3)$ nên $\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (0;9;-9)$.

Mặt khác $(B'C'D') \parallel (BCD)$ nên $\vec{n} = \left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (0;9;-9)$ là một véc-tơ pháp tuyến của $(B'C'D')$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(B'C'D)$: $9(y-1) - 9(z-1) = 0 \Leftrightarrow y - z = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;-1;0)$,$C(0;0;1)$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 7 = 0$. Xét $M \in (P)$, giá trị nhỏ nhất của $\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| + \left|\overrightarrow{MB}\right|$ bằng

A. $\sqrt{22}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{19}$.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, suy ra $I(-1;1;1)$. Ta có

$$\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+|\overrightarrow{MB}|=\left|\overrightarrow{MI}\right|+|\overrightarrow{MB}|=MI+MB.$$

Vì B và I cùng phía so với mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z+7=0$. Gọi B' là điểm đối xứng với điểm B qua mặt phẳng (P), suy ra tọa độ $B'(-4;3;-2)$.
Vậy, ta có $MI+MB=MI+MB'\geq IB'$.
Do đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+\left|\overrightarrow{MB}\right|$ bằng $IB'=\sqrt{22}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+3y-2z-29=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. -10. **B.** 10. **C.** 8. **D.** -8.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ là 1 điểm trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ với:

$$\begin{cases}A(1;4;5)\Rightarrow\overrightarrow{IA}=(1-x_I;4-y_I;5-z_I)\\ B(3;4;0)\Rightarrow\overrightarrow{IB}=(3-x_I;4-y_I,-z_I)\\ C(2;-1;0)\Rightarrow\overrightarrow{IC}=(2-x_I;-1-y_I;-z_I)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=(10-5x_I;5-5y_I;5-5z_I).$$

$$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}10-5x_I=0\\5-5y_I=0\\5-5z_I=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=2\\y_I=1\\z_I=1\end{cases}\Rightarrow I(2;1;1).$$

Ta có:

$$\begin{aligned}MA^2+MB^2+MC^2&=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2\\&=5MI^2+2\overrightarrow{MI}\cdot\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right)+IA^2+IB^2+3IC^2\\&=5MI^2+IA^2+IB^2+3IC^2.\end{aligned}$$

Vì $IA^2+IB^2+3IC^2$ là hằng số nên $\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)_{\min}\Leftrightarrow MI^2_{\min}\Rightarrow M$ là hình chiếu của I lên (P). Gọi (d) là đường thẳng qua I và vuông góc với $(P)\Rightarrow\vec{u}_d=\vec{n}_P=(3;3;-2)$.

Mà $I(2;1;1)$ nên phương trình đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2+3t\\y=1+3t\\z=1-2t\end{cases}$, suy ra tọa độ $M(2+3t;1+3t;1-2t)$.

Vì $M\in(P)\Rightarrow 3(2+3t)+3(1+3t)-2(1-2t)-29=0\Rightarrow t=1$.
Suy ra tọa độ $M(5;4;-1)\Rightarrow a+b+c=8$.

Chọn đáp án C □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $E(8;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua E và cắt chiều dương các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho OG nhỏ nhất với G là trọng tâm tam giác ABC.

A. $x+2y+2z-12=0$. **B.** $x+y+2z-11=0$. **C.** $2x+y+z-18=0$. **D.** $8x+y+z-66=0$.

✍**Lời giải.**

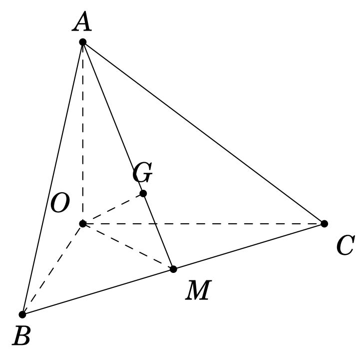
Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng (α) đi qua $E(8;1;1)$ nên $\dfrac{8}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Mà $OG^2=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{9}$ nên ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $a^2+b^2+c^2$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki



$$\begin{aligned}&(a^2+b^2+c^2)(4+1+1)\geq(2a+b+c)^2\\\Rightarrow\ &6(a^2+b^2+c^2)\geq(2a+b+c)^2.\end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned}
&\sqrt{(a^2+b^2+c^2)(4+1+1)} \geq (2a+b+c)\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt{(a^2+b^2+c^2)(4+1+1)} \geq (2a+b+c)\left(\frac{8}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt{(a^2+b^2+c^2)(4+1+1)} \geq (4+1+1)^2 = 36.
\end{aligned}$$

Từ đó suy ra $a^2+b^2+c^2 \geq 6^3$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a^2}{4} = b^2 = c^2 \Rightarrow a = 2b = 2c$.

Vậy $a^2+b^2+c^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 216 khi $a = 12, b = c = 6$.

Vậy phương trình mặt phẳng là $\frac{x}{12}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6} = 1$ hay $x+2y+2z-12 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Cho điểm $A(4;-4;2)$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z = 0$. Gọi M nằm trên (P), N là trung điểm của OM, H là hình chiếu vuông góc của O lên AM. Biết rằng khi M thay đổi thì đường thẳng HN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Tính thể tích của mặt cầu đó.

A. 36π. **B.** $32\sqrt{3}\pi$. **C.** $32\sqrt{2}\pi$. **D.** $72\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Dễ thấy O thuộc (P) và A không thuộc (P).

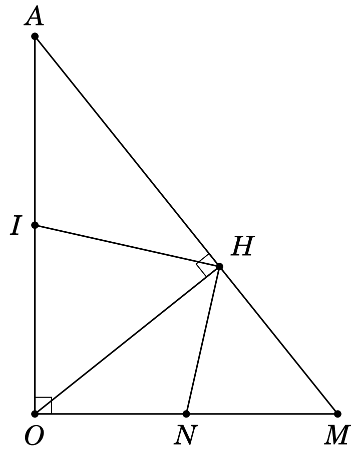
Ta có $\vec{n}_P = (2;-2;1)$ và $\overrightarrow{OA} = (4;-4;2)$ cùng phương nên điểm O là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P).

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là $AO = 6$.

Gọi I là trung điểm của OA. Các tam giác IOH và OHN cân suy ra $\widehat{IHO} = \widehat{IOH}$ và $\widehat{OHN} = \widehat{NOH}$, do đó

$$\widehat{IHN} = \widehat{IHO}+\widehat{NHO} = \widehat{ION} = 90^\circ.$$

Vậy đường thẳng HN luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm I bán kính $R = IO = 3$. Thể tích của mặt cầu đó là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$.



Chọn đáp án A □

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-2z+2017 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất. (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1;a;b)$, khi đó $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

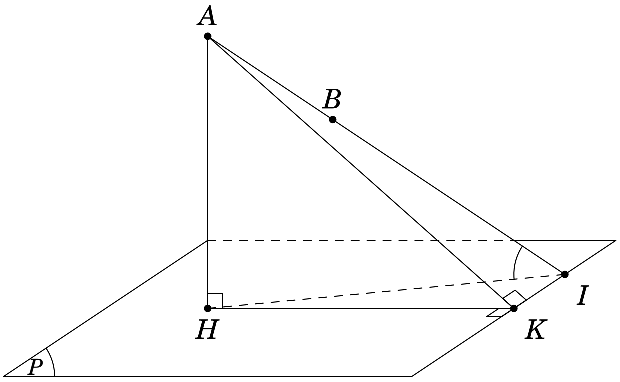
Lời giải.

Gọi $I = AB \cap (P)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P).

Gọi $\Delta = (P) \cap (Q)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên Δ $\Rightarrow \widehat{AKH}$ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).



Do $\triangle HKI$ vuông tại K $(K \neq I) \Rightarrow HK \leq HI$

$\Rightarrow \tan\widehat{AKH} = \frac{AH}{HK} \geq \frac{AH}{HI} = \tan\widehat{AIH} \Rightarrow \widehat{AHK} \geq \widehat{AIH}$.

Vậy góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng là $\widehat{AIH}$.

Khi đó K trùng với I và $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}]$ là một véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (Q).

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;1)$, $\vec{n}_{(P)} = (2;-1;-2) \Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (-3;0;-3)$

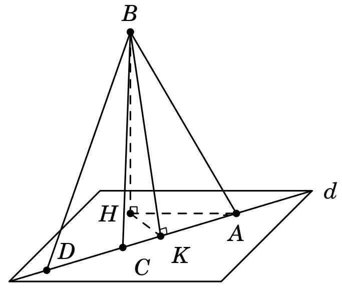
$\Rightarrow \vec{u}_1 = (1;0;1)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (Q).
Suy ra $\vec{n}_2 = [\vec{u}_1, \overrightarrow{AB}] = (-2;-2;2) = -2(1;1;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q)
$\Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = (1;1;-1)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q), suy ra $a+b=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-1)$, $B(-1;-3;1)$. Giả sử C,D là hai điểm di động trên mặt phẳng (P): $2x+y-2z-1=0$ sao cho $CD=4$ và A,C,D thẳng hàng. Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích lớn nhất và nhỏ nhất của tam giác BCD. Khi đó tổng S_1+S_2 có giá trị bằng

A. $\dfrac{34}{3}$. **B.** $\dfrac{37}{3}$. **C.** $\dfrac{11}{3}$. **D.** $\dfrac{17}{3}$.

✍Lời giải.

Kiểm tra ta thấy $A \in (P)$.



Gọi H là hình chiếu của điểm B lên (P) và d là đường thẳng nằm trong (P), đi qua A. Gọi K là hình chiếu của B lên d. Khi đó:
$\begin{cases} d \perp BH \\ d \perp BK \end{cases} \Rightarrow d \perp HK$. Do đó $S_{BCD} = \dfrac{1}{2} CD \cdot BK$.
Vì $CD=4$ nên S_{BCD} đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất khi và chỉ khi BK lớn nhất, nhỏ nhất.

— S_{BCD} đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $BK=BH$, khi đó $S_1 = \dfrac{1}{2}\cdot 4 \cdot \dfrac{8}{3} = \dfrac{16}{3}$.

— S_{BCD} đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $BK=BA$, khi đó $S_2 = \dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 3 = 6$.

— Tổng $S_1+S_2 = \dfrac{34}{3}$.

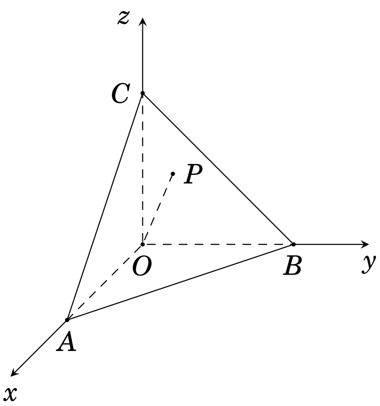
Chọn đáp án A □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(1;1;2)$. Mặt phẳng (α) đi qua P cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc tọa độ sao cho $T = \dfrac{R_1^2}{S_1^2} + \dfrac{R_2^2}{S_2^2} + \dfrac{R_3^2}{S_3^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, trong đó S_1,S_2,S_3 lần lượt là diện tích các tam giác OAB, OBC, OCA và R_1, R_2, R_3 lần lượt là diện tích các tam giác PAB, PBC, PCA. Điểm M nào dưới đây thuộc (α)?

A. $M(4;0;1)$. **B.** $M(5;0;2)$. **C.** $M(2;1;4)$. **D.** $M(2;0;5)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OP} = (1;1;2) \Rightarrow OP = \sqrt{6}$. Lại có $\mathrm{d}(P,(Oxy)) = 2$, $\mathrm{d}(P,(Oxz)) = 1$ và $\mathrm{d}(P,(Oyz)) = 1$.
Đặt $d = \mathrm{d}(O,(ABC))$, ta có



$$\begin{aligned} V_{P.OAB} = V_{O.PAB} &\Leftrightarrow \mathrm{d}(P,(Oxy))\cdot S_{\triangle OAB} = \mathrm{d}(O,(ABC))\cdot S_{\triangle PAB} \\ &\Leftrightarrow 2S_1 = dR_1 \\ &\Leftrightarrow \dfrac{R_1}{S_1} = \dfrac{2}{d}. \end{aligned}$$

Tương tự, ta có $\dfrac{R_2}{S_2} = \dfrac{1}{d}$ và $\dfrac{R_3}{S_3} = \dfrac{1}{d}$.

Khi đó $T = \dfrac{R_1^2}{S_1^2} + \dfrac{R_2^2}{S_2^2} + \dfrac{R_3^2}{S_3^2} = \dfrac{6}{d^2} \ge \dfrac{6}{OP^2} = 1$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $d = OP$ hay $OP \perp (ABC)$.
Từ đó suy ra (α) nhận $\overrightarrow{OP} = (1;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do đó (α) có phương trình $1(x-1)+1(y-1)+2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x+y+2z-6=0$.
Vậy $M(4;0;1)$ là điểm thuộc (α).

Chọn đáp án A □

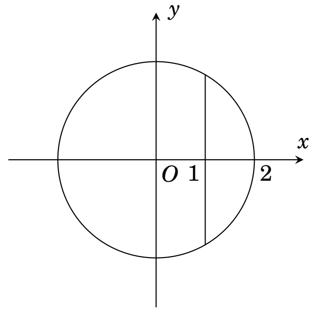
Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=4$ và mặt phẳng (α): $z=1$. Biết rằng (α) chia (S) thành hai phần, khi đó tỉ số tỉ số thể tích của phần nhỏ với phần lớn là

A. $\frac{5}{27}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{25}$. **D.** $\frac{2}{11}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=2$, suy ra $\mathrm{d}(O,(\alpha))=1$.

Thể tích của (S) là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32\pi}{3}$.



Gắn vào mặt cầu hệ trục Oxy có tâm O là gốc tọa độ; mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) tạo thành khi quay đường tròn $x^2+y^2=4$ quanh Ox.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của phần lớn và phần nhỏ khi chia (S) bởi (α). Ta có

$$V_2=\pi\int\limits_1^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x=\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2=\frac{5\pi}{3}.$$

Từ đó suy ra $V_1=V-V_2=\frac{32\pi}{3}-\frac{5\pi}{3}=\frac{27\pi}{3}$. Vậy $\frac{V_2}{V_1}=\frac{5}{27}$.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. (P): $x+2y+3z-8=0$. **B.** (P): $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

C. (P): $x+y+z-4=0$. **D.** (P): $x+2y+z-6=0$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC)

$\Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle ABC$.

Ta có $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2}$.

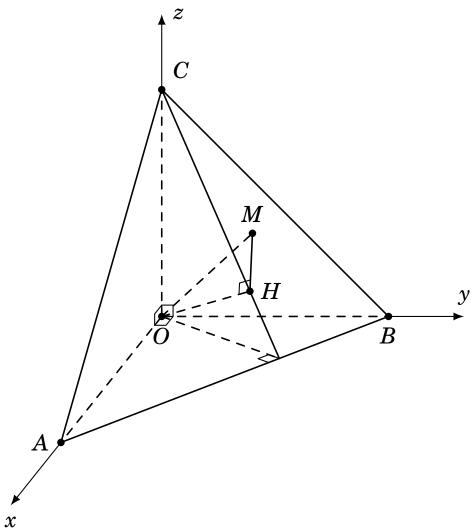
Do đó $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi OH lớn nhất.

Mặt khác $OH\le OM$

$\Rightarrow OH$ lớn nhất khi và chỉ khi $OH=OM$.

Khi đó (P) đi qua $M(1;2;1)$ và nhận $\overrightarrow{OM}=(1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến

$\Rightarrow (P)$: $x+2y+z-6=0$.



Chọn đáp án D □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$ và mặt phẳng (P): $2x-y-2z+2018=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và α là góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Giá trị của $\cos\alpha$ là

A. $\cos\alpha=\frac{1}{6}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{1}{9}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-1;-2)$. Gọi $\vec{n}_2=(a;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) $(\vec{n}_2\ne\vec{0})$.

Do $A,B\in(Q)$ nên $\vec{n}_2\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -a+2b+c=0\Leftrightarrow a=2b+c$. Suy ra $\vec{n}_2=(2b+c;b;c)$.

Ta có $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|} = \dfrac{|b|}{\sqrt{5b^2+4bc+2c^2}} = \dfrac{|b|}{\sqrt{3b^2+2(b+c)^2}} \le \dfrac{|b|}{\sqrt{3b^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
Dấu "=" xảy ra khi $b+c=0$.
Vậy α là góc nhỏ nhất thì $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

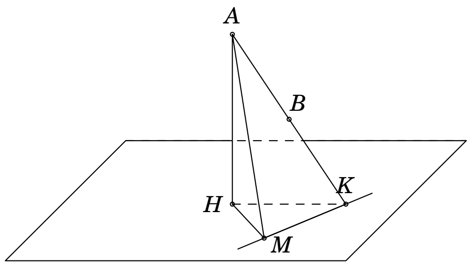
Chọn đáp án D □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho (Q): $24x-12y+9z-36=0$ và hai điểm $A\left(-2;-2;\dfrac{5}{2}\right)$; $B\left(2;-4;-\dfrac{5}{2}\right)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và tạo với (Q) một góc nhỏ nhất.

A. $2x-y+2z-3=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Q) và u là giao tuyến của (P) và (Q). Hạ $HM\perp u$ tại M. Vậy góc tạo bởi (P) và (Q) là $\widehat{AMH}$.
Ta có $\tan\widehat{AMH} = \dfrac{AH}{HM}$.
Để $\widehat{AMH}$ nhỏ nhất thì HM lớn nhất.



Gọi $K = AB\cap(Q)$. Khi đó u luôn đi qua K nên để HM lớn nhất thì $M\equiv K$.
Khi đó gọi $\vec{a} = [\vec{n}_{(P)},\overrightarrow{AB}]$ thì $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{a},\overrightarrow{AB}] = (-780;390;-780)$.
Do đó có thể chọn $\vec{n}_{(Q)} = (2;-1;2)$
mà (Q) đi qua A nên có phương trình $2x-y+2z-3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(1;2;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và tạo với mặt thẳng (Q): $x+2y-2z+3=0$ một góc nhỏ nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(1;7;-9)$. **B.** $(0;1;-7)$. **C.** $(1;1;-8)$. **D.** $(2;5;4)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a;b;c)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình

$$a(x+1)+b(y-1)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-a-b-2c=0.$$

Ta có $1a+2b-1c+a-b-2c=0 \Leftrightarrow b=3c-2a$.
$\cos(\widehat{(P),(Q)}) = \dfrac{|1a+2b-2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{|a+6c-4a-2c|}{3\sqrt{a^2+(3c-2a)^2+c^2}} = \dfrac{|4c-3a|}{3\sqrt{5a^2-12ac+10c^2}}$.
+ Nếu $a=0 \Rightarrow \cos(\widehat{(P),(Q)}) = \dfrac{4|c|}{3\sqrt{10c^2}} = \dfrac{4}{3\sqrt{10}}$.
+ Nếu $a\ne 0 \Rightarrow \cos(\widehat{(P),(Q)}) = \dfrac{\left|4\dfrac{c}{a}-3\right|}{3\sqrt{10\dfrac{c^2}{a^2}-12\dfrac{c}{a}+5}}$.
Xét hàm số $f(t) = \dfrac{|4t-3|}{3\sqrt{10t^2-12t+5}}$, với $t=\dfrac{c}{a}$.
Để $(\widehat{(P),(Q)})$ nhỏ nhất thì $\cos(\widehat{(P),(Q)})$ lớn nhất.
Dễ dàng chứng minh được $f(t)\le\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{13}{7}}$, đẳng thức xảy ra khi $t=-\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow a=-3c$.
Chọn $a=3$, $c=-1\Rightarrow b=-9$.
Vậy (P): $3x-9y-z+14=0$.
Do đó điểm $(1;1;-8)$ thuộc (P).

Chọn đáp án C □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$. Đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d và Δ là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=3-5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d nên A là giao điểm của d và Δ.
Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}=(-3;0;-4)$.
Đặt $\vec{u'}=\dfrac{1}{|\vec{u}|}\vec{u}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, $\vec{v'}=\dfrac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}=\left(-\dfrac{3}{5};0;-\dfrac{4}{5}\right)$. Ta có $\vec{u'}\cdot\vec{v'}>0$ nên góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{u'}$, $\vec{v'}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.
Suy ra $\vec{w}=\vec{u'}+\vec{v'}=\left(-\dfrac{4}{15};\dfrac{10}{15};-\dfrac{22}{15}\right)=-\dfrac{2}{15}(2;-5;11)$ là véc-tơ chỉ phương của đường phân giác cần tìm. Phương trình đường phân giác cần tìm là

$$\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-5t\\z=5+11t.\end{cases}$$

Chọn $t=-2$ suy ra điểm $M(-1;2;-6)$ thuộc đường phân giác. Khi đó, đường phân giác có phương trình

$$\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t.\end{cases}$$

Chọn đáp án B □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-4;4),B(1;7;-2),C(1;4;-2)$. Mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+62=0$ đi qua A, đặt $h_1=\mathrm{d}(B,(P));h_2=2\mathrm{d}(C,(P))$. Khi h_1+h_2 đạt giá trị lớn nhất, tính $T=a+b+c$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

✍Lời giải.

Lấy C' là điểm đối xứng của A qua C.
Tọa độ của C' là $C'(3;12;-8)$.
Vậy $\mathrm{d}(C',(P))=2\mathrm{d}(C,(P))=h_2$.
Ta chia làm 2 trường hợp:

- Nếu B,C' nằm cùng phía so với (P) thì lấy I là trung điểm BC'. Tọa độ của I là $I\left(2;\dfrac{19}{2};-5\right)$.
  Ta có $h_1+h_2=\mathrm{d}(B,(P))+\mathrm{d}(C',(P))=2\mathrm{d}(I,(P))\leqslant 2AI$.
- Nếu B,C' nằm khác phía so với (P) thì $h_1+h_2\leqslant BC'$.

$\overrightarrow{BC'}=(2;5;-6)\Rightarrow|\overrightarrow{BC'}|=\sqrt{65}$.
$\overrightarrow{AI}=(-3;-\dfrac{27}{2};9)\Rightarrow|\overrightarrow{AI}|=16.5$.
Ta thấy $AI>BC'$ nên độ dài AI là giá trị lớn nhất của h_1+h_2.
Vậy (P) nhận $\overrightarrow{AI}$ là véc-tơ pháp tuyến.
Khi đó $(P)\colon -3(x+1)-\dfrac{27}{2}(y+4)+9(z-4)=0\Leftrightarrow 2(x+1)+9(y+4)-6(z-4)=0$.
Vậy $T=a+b+c=2+9-6=5$.
Chọn đáp án D □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0),B(0;4;0),C(2;4;0),D(0;0;6)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Có bao nhiêu mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có diện tích 14π và cách đều cả năm điểm O,A,B,C,D (O là gốc tọa độ)?

A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 1.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng thỏa yêu cầu. Từ giao tuyến của (α) và (S) suy ra (α) đi qua tâm mặt cầu (S) là $I(1;2;3)$.

(α) có phương trình $A(x-1)+B(y-2)+C(z-3)=0$.
Vì (α) cách đều 5 điểm A,B,C,D,O nên
$|A-2B-3C|=|-A+2B-3C|=|-A-2B+3C|=|A+2B-3C|=|-A-2B-3C|$

- Với $C=0$. Khi đó
  $|A-2B|=|A+2B| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}A=0\\B=0\end{array}\right.$
  Vậy có 2 mặt phẳng $x=1$ hoặc $y=2$.

- Với $C\neq 0$, chọn $C=1$. Khi đó

$$\begin{aligned}
&|A-2B-3|=|A-2B=3|=|A+2B-3|+|A+2B+3|\\
\Rightarrow\ &\begin{cases}|A-2B-3|=|A-2B+3|\\|A+2B-3|=|A+2B+3|\end{cases}\\
\Rightarrow\ &\begin{cases}A-2B=0\\A+2B=0\end{cases}\\
\Rightarrow\ &A=B=0
\end{aligned}$$

  Thử lại $A=B=0$ thỏa điều kiện. Do đó (α) có phương trình $z=3$. Vậy có 1 mặt phẳng thỏa ycbt.

Vậy có tất cả 3 mặt phẳng thỏa điều kiện đề bài.
Chọn đáp án B □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;-2;-4)$, $B(-4;-4;2)$, $C(2;-3;3)$. Biết tọa độ điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $MA^2+MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $P=a^2+b^2+c^2$ là

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=9$. **D.** $P=4$.

✍Lời giải.
Với I là điểm bất kỳ ta có

$$\begin{aligned}
&MA^2+MB^2+2MC^2\\
&=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+2\overrightarrow{MC}^2\\
&=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2+2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC})^2\\
&=4\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{IC}^2+2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC})\\
&=4MI^2+IA^2+IB^2+2IC^2+2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}).
\end{aligned}$$

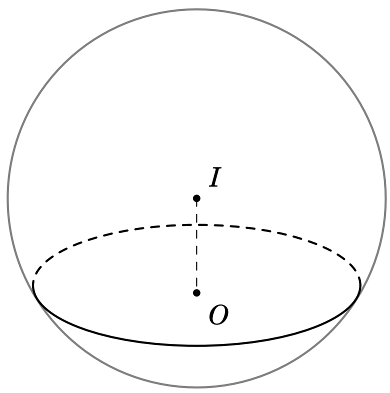
Với điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow I\left(0;\dfrac{-5}{2};1\right)$.

Do $IA^2+IB^2+2IC^2$ không đổi nên $MA^2+MB^2+2MC^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên $(Oxz)\Rightarrow M(0;0;1)$.
Vậy $P=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-4)^2+(z-5)^2=49$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách tâm I của mặt cầu một đoạn lớn nhất. Khoảng cách từ $A(10;5;10)$ đến (P) bằng

A. $12\sqrt{2}$. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng đi qua $O(0;0;0)$ và cách tâm $I(3;4;5)$ một đoạn lớn nhất sẽ nhận $\overrightarrow{OI}=(3;4;5)$ làm véctơ pháp tuyến. Suy ra $(P): 3x+4y+5z=0$. Khoảng cách từ $A(10;5;10)$ đến (P) bằng $h=\dfrac{|3.10+4.5+5.10|}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}=10\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $S(0;0;1)$, $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$ với m, $n>0$ và $m+n=1$. Mặt phẳng (SMN) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính là bao nhiêu biết mặt cầu đó đi qua điểm $A(1;1;1)$?

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (SMN) đi qua ba điểm $S(0;0;1)$, $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$

$$\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow nx+my+mnz-mn=0.$$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của $A(1;1;1)$ trên mặt phẳng (Oxy), ta có $I(1;1;0)$ và $IA=1$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(SMN))=\dfrac{|n+m-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=\dfrac{|1-mn|}{\sqrt{(m+n)^2-2mn+m^2n^2}}=\dfrac{|1-mn|}{\sqrt{(1-mn)^2}}=1.$

Suy ra mặt phẳng (SMN) luôn tiếp xúc với một mặt cầu tâm $I(1;1;0)$, bán kính $R=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và ba điểm $A(1;2;1)$, $B(0;1;2)$, $C(0;0;3)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+3MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $x_0+2y_0-z_0$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{6}{9}$. **C.** $\dfrac{46}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OI}=\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}\right)\Rightarrow I\left(\frac{1}{6};\frac{5}{6};\frac{13}{6}\right).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} T &= MA^2+3MB^2+2MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2\\ &= 6MI^2+IA^2+3IB^2+2IC^2. \end{aligned}$$

Do $IA^2+3IB^2+2IC^2$ không đổi nên T đạt giá trị nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất.

Do $M\in(P)$ nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I lên (P).

Do $MI\perp(P)$ nên phương trình đường thẳng MI đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{u}_d=(1;1;1)$ là

$$\begin{cases} x=\dfrac{1}{6}+t\\ y=\dfrac{5}{6}+t\\ z=\dfrac{13}{6}+t\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{1}{6}+t;\frac{5}{6}+t;\frac{13}{6}+t\right).$$

Mặt khác $M\in(P)$ nên $\dfrac{1}{6}+t+\dfrac{5}{6}+t+\dfrac{13}{6}+t-4=0\Leftrightarrow t=\dfrac{5}{18}\Rightarrow M\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{10}{9};\dfrac{22}{9}\right)$.

Suy ra $x_0+2y_0-z_0=\dfrac{4}{9}+\dfrac{20}{9}-\dfrac{22}{9}=\dfrac{2}{9}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA+3OB+2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x+2y+3z-19=0$. **B.** $x+2y+3z-14=0$.

C. $6x+3y+2z-18=0$. **D.** $x+3y+2z-13=0$.

✍Lời giải.

Giả sử điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ do giả thiết suy ra $a>0$, $b>0$ và $c>0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Do M thuộc (P) nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \quad (*)$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpski cho hai bộ số $\left(\sqrt{\frac{1}{a}},\sqrt{\frac{2}{b}},\sqrt{\frac{3}{c}}\right)$ và $\left(\sqrt{6a};\sqrt{3b},\sqrt{2c}\right)$ ta có

$$\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\cdot\sqrt{6a}+\sqrt{\frac{2}{b}}\cdot\sqrt{3b}+\sqrt{\frac{3}{c}}\cdot\sqrt{2c}\right)^2 \le \left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)\cdot(6a+3b+2c).$$

Do $(*)$ ta suy ra

$$\left(\sqrt{6}+\sqrt{6}+\sqrt{6}\right)^2 \le (6a+3b+2c) \Leftrightarrow 6a+3b+2c \ge 54.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6a}}{\sqrt{\frac{1}{a}}}=\dfrac{\sqrt{3b}}{\sqrt{\frac{2}{b}}}=\dfrac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\frac{3}{c}}}\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{6}a=\sqrt{\frac{3}{2}}b=\sqrt{\frac{2}{3}}c\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=2a\\ c=3a\\ \dfrac{3}{a}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=2a\\ c=3a\\ a=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=6\\ c=9\end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 53. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2+b^2+c^2=1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Khi đó $\mathrm{d}(O,(ABC))=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhhia ta có $(a^2+b^2+c^2)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 9 \Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge 9$.

Suy ra $\mathrm{d}(O,(ABC))\le\frac{1}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 54. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P)\colon 2x+by+cz+d=0$ với $b,c,d\in\mathbb{R}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $S=-18$. **B.** $S=-24$. **C.** $S=-11$. **D.** $S=-14$.

✍Lời giải.

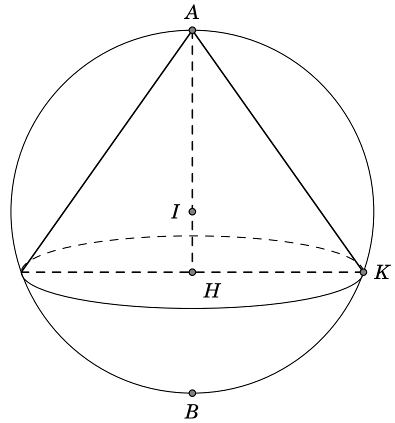
Gọi R, r, h lần lượt là bán kính của mặt cầu (S), đường tròn tâm H và chiều cao của hình nón.

$\overrightarrow{AB} = (4;4;2) \Rightarrow R = \dfrac{AB}{2} = 3$ và $r^2 = h(6-h)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ nên $b = 2, c = 1$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi h^2(6-h)$.

Để V đạt giá trị lớn nhất thì hàm số $f(h) = h^2(6-h)$ đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(0;6)$.



Ta có $f'(h) = -3h^2 + 12h$, $f'(h) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h = 0 \notin (0;6) \\ h = 4 \in (0;6). \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

h	0		4		6
$f'(h)$		+	0	−	
$f(h)$	0	↗	32	↘	0

Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}$ khi $h = 4$.

Mà $h = \mathrm{d}(A,(P)) \Leftrightarrow \dfrac{|d+9|}{3} = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d = -21 \\ d = -3. \end{array}\right.$

Mặt khác $\mathrm{d}(A,(P)) > \mathrm{d}(B,(P))$ nên ta loại $d = -3$. Vậy $b + c + d = 2 + 1 - 21 = -18$.

Chọn đáp án A □

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và điểm $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S), có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x - y - z = 0$. **B.** $x - y + z = 0$. **C.** $x - y - 2z = 0$. **D.** $x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (2;2;0)$ và trung điểm của OA là $J(1;1;0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng trung trực của OA là $x + y - 2 = 0$.

Gọi tọa độ điểm B có dạng $(a;b;c)$. Vì điểm B thuộc mặt cầu (S) và tam giác OAB đều nên điểm B cũng thuộc mặt phẳng trung trực OA. Ta suy ra hệ sau $\begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 2c = 0 \\ OA^2 = OB^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 2c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ a + b + c = 4 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ c = 2 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \begin{cases} b = 2 - a \\ c = 2 \\ a = 2 \vee a = 0. \end{cases}$

Vì điểm B có hoành độ dương nên $a = 2; b = 0, c = 2$.

$\overrightarrow{OB} = (2;0;2)$ và $\vec{n} = \left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right] = (4;-4;-4)$. Khi đó ta chọn véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng OAB là $\vec{n} = (1;-1;-1)$.

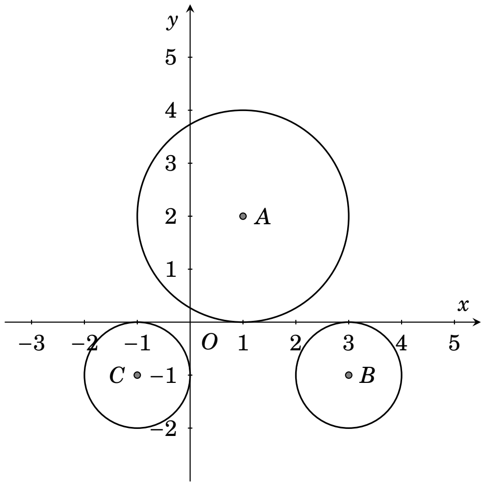
Vậy phương trình mặt phẳng (OAB) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;-1)$ là $x - y - z = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1), B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi S_1 là mặt cầu có tâm A,bán kính bằng $2, S_2$ và S_3 là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải.



Nhận xét A, B, C thuộc mặt phẳng $z = 1$.
Trên mặt phẳng $z = 1$ xét đường tròn (C_1) tâm $A(1;2), R = 2$. Đường tròn (C_2) tâm $B(3;-1), (C_3)$ tâm $C(-1;-1)$ có cùng bán kính $R = 1$.
Có 2 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_1), (S_2), (S_3)$ nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng đó.
Có 1 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_2), (S_3)$ nằm về cùng một phía và (S_1) nằm phía bên kia đối với mặt phẳng.
Có 2 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_1), (S_2)$ nằm về cùng một phía và (S_3) nằm phía bên kia đối với mặt phẳng.
Có 2 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_1), (S_3)$ nằm về cùng một phía và (S_2) nằm phía bên kia đối với mặt phẳng.
Vậy có $2 + 1 + 2 + 2 = 7$ mặt phẳng thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án B

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y - 2z + 2018 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và α là góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Giá trị của $\cos\alpha$ là

A. $\cos\alpha = \dfrac{1}{6}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{9}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;-2)$. Gọi $\overrightarrow{n_2} = (a;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) $(\overrightarrow{n_2} \neq \overrightarrow{0})$.
Do $A, B \in (Q)$ nên $\overrightarrow{n_2} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow a = 2b + c$. Suy ra $\overrightarrow{n_2} = (2b + c; b; c)$.
Ta có $\cos\alpha = \dfrac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{|b|}{\sqrt{5b^2 + 4bc + 2c^2}} = \dfrac{|b|}{\sqrt{3b^2 + 2(b+c)^2}} \leq \dfrac{|b|}{\sqrt{3b^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
Dấu "=" xảy ra khi $b + c = 0$.
Vậy α là góc nhỏ nhất thì $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án D

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;-2)$, $C(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + z + 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c) \in (P)$ sao cho $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 1$. Tính $T = a^2 + 2b^2 + 3c^2$.

A. $T = 41$. **B.** $T = 8$. **C.** $T = 4$. **D.** $T = 2$.

✍Lời giải.
Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$. Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{IA} &= (1-x; 2-y; -1-z) \\ \overrightarrow{IB} &= (2-x; 1-y; -2-z) \\ \overrightarrow{IC} &= (1-x; -y; -1-z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - x + 2 - x - (1 - x) = 0 \\ 2 - y + (1 - y) + y = 0 \\ -1 - z - 2 - z + 1 + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow I(2;3;-2).$$

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;1)\Rightarrow IA^2=3$, $\overrightarrow{IB}=(0;-2;0)\Rightarrow IB^2=4$, $\overrightarrow{IC}=(-1;-3;1)\Rightarrow IC^2=11$.
Theo giả thiết

$$\begin{aligned}
& MA^2+MB^2-MC^2=8\\
\Leftrightarrow\ & \overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2-\overrightarrow{MC}^2=1\\
\Leftrightarrow\ & \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2=1\\
\Leftrightarrow\ & MI^2+IA^2+IB^2-IC^2=8\\
\Leftrightarrow\ & MI^2+3+4-11=8\\
\Leftrightarrow\ & MI^2=12\Leftrightarrow MI=2\sqrt{3}.
\end{aligned}$$

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2+3-2+3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=MI$.
Suy ra M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).
Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P).
Khi đó d nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$ của (P) là véc-tơ chỉ phương.
Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+t\\ y=3+t\\ z=-2+t.\end{cases}$
Vì $M\in d$ nên $M(2+t;3+t;-2+t)$. Mặt khác $M\in(P)\Rightarrow(2+t)+(3+t)+(-2+t)+3=0\Leftrightarrow t=2$.
Vậy $M(4;5;0)\Rightarrow a=4,b=5,c=0\Rightarrow T=4^2+5^2+0^2=41$.
Chọn đáp án A □

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C. Gọi D là điểm trong không gian sao cho DA, DB, DC vuông góc với nhau từng đôi một (D không trùng O). Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $DABC$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MI+ME$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết $E(1;1;-2)$. Tính $T=2a-b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=-3$.

✍Lời giải.
Do DA, DB, DC vuông góc với nhau từng đôi một nên suy ra O và D đối xứng nhau qua mặt phẳng (ABC).
Từ đó, hai khối chóp $O.ABC$ và $D.ABC$ đối xứng nhau qua (ABC). Gọi J là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$ thì I và J cũng đối xứng nhau qua (ABC).
Ta có $(P)\colon x+y+z-2=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$. Suy ra $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, do đó $J(1;1;1)$. Dễ dàng kiểm tra được J và E không cùng phía đối với mặt phẳng (ABC).
Khi đó $MI+ME=MJ+ME\geq JE$.
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M=JE\cap(ABC)$, ta được $M(1;1;0)$.
Vậy $T=2a-b+c=2\times1-1+0=1$
Chọn đáp án B □

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z+5=0$. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C lên mặt phẳng (P). Diện tích lớn nhất của tam giác DEF là

A. $\sqrt{\dfrac{13}{6}}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(6;3;2)$.
Gọi α là góc giữa mặt phẳng (P) và (ABC). Ta có

$$S_{DEF}=S_{ABC}\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|\cdot\cos\alpha=\frac{7}{2}\cdot\cos\alpha.$$

Gọi $\vec{n}_2=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq0$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Ta có

$$cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|\cdot\left|\vec{n}_2\right|}=\frac{|6a+3b+2c|}{7\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Mặt khác vì $(P) \perp (Q)$ nên $a+b+c=0 \Rightarrow c=-a-b$.
Từ đó suy ra

$$cos\alpha = \frac{|4a+b|}{7\cdot\sqrt{2a^2+2b^2+2ab}} = \frac{\left|4\frac{a}{b}+1\right|}{7\cdot\sqrt{2\left(\frac{a}{b}\right)^2+2+2\frac{a}{b}}} = \frac{1}{7}\sqrt{\frac{16\left(\frac{a}{b}\right)^2+1+8\frac{a}{b}}{2\left(\frac{a}{b}\right)^2+2+2\frac{a}{b}}}.$$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{16t^2+8t+1}{2t^2+2t+2}$, ta có $f'(t)=\dfrac{16t^2+60t+14}{\left(2t^2+2t+2\right)^2}$.

Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	−	0	+	
$f(t)$	8	↗	$\frac{26}{3}$	↘	0	↗	8

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\cos\alpha = \dfrac{1}{7}\cdot\sqrt{\dfrac{26}{3}} = \dfrac{\sqrt{78}}{21}$.

Vậy $\max S_{DEF} = \dfrac{7}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{78}}{21} = \sqrt{\dfrac{13}{6}}$

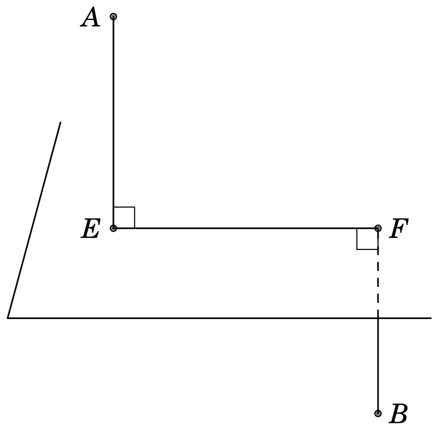
Chọn đáp án A □

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+y+z-3=0$ và hai điểm $A(m;1;0), B(1;-m;2)$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A, B lên mặt phẳng (P). Biết $EF=\sqrt{5}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m là

A. -6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

✍Lời giải.

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).



$d_1: \begin{cases} x=m+2t \\ y=1+t \\ z=t. \end{cases}$

E là hình chiếu của A lên (P)

$\Rightarrow E=d_1\cap(P) \Rightarrow E\left(\dfrac{2+m}{3};\dfrac{4-m}{3};\dfrac{1-m}{3}\right)$.

Gọi d_2 là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P).

$d_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-m+t \\ z=2+t. \end{cases}$

F là hình chiếu của B lên (P)

$\Rightarrow F=d_2\cap(P) \Rightarrow F\left(\dfrac{2+m}{3};\dfrac{-5m-1}{6};\dfrac{11+m}{6}\right)$.

Ta có $EF^2=5$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{4-m}{3}+\dfrac{5m+1}{6}\right)^2+\left(\dfrac{1-m}{3}-\dfrac{11+m}{6}\right)^2=5$

$\Leftrightarrow m^2+6m-1=0$.

Phương trình trên có 2 nghiệm và tổng của chúng bằng $-\dfrac{6}{1}=$
-6.

Chọn đáp án A □

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x-y+z+3=0$, (Q): $x+2y-2z-5=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $9+5\sqrt{3}$. **B.** 28. **C.** 14. **D.** $3+5\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. Suy ra (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$.

Gọi (R) là mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với (S). Khi đó M là tiếp điểm của (S) với (R) và N là giao điểm của đường thẳng d đi qua M vuông góc với (Q) với mặt phẳng (P). Có hai cặp M,N như thế, một cặp ứng MN lớn nhất, một cặp ứng với MN nhỏ nhất.

Vì $(R)\parallel(P)\Rightarrow(R)\colon x-y+z+D=0\,(D\neq 3)$.

(R) tiếp xúc với (S) nên có $\mathrm{d}(I,(R))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1+2+3+D|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=5\sqrt{3}-6 \\ D=-5\sqrt{3}-6 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Suy ra $(R_1)\colon x-y+z+5\sqrt{3}-6=0$ và $(R_2)\colon x-y+z-5\sqrt{3}-6=0$.

M_1 là tiếp điểm của (S) với (R_1) nên $M_1\left(1-\dfrac{5\sqrt{3}}{3};-2+\dfrac{5\sqrt{3}}{3};3-\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Gọi d_1 là đường thẳng qua M_1 vuông góc với (Q). Khi đó $N_1=d_1\cap(P)\Rightarrow N_1\left(4-\dfrac{10\sqrt{3}}{3};4-\dfrac{5\sqrt{3}}{3};-3+\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Ta được $M_1N_1=9-5\sqrt{3}$.

M_2 là tiếp điểm của (S) với (R_2) nên $M_2\left(1+\dfrac{5\sqrt{3}}{3};-2-\dfrac{5\sqrt{3}}{3};3+\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Gọi d_2 là đường thẳng qua M_2 vuông góc với (Q). Khi đó $N_2=d_2\cap(P)\Rightarrow N_2\left(4+\dfrac{10\sqrt{3}}{3};4+\dfrac{5\sqrt{3}}{3};-3-\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Ta được $M_2N_2=9+5\sqrt{3}$.

Thấy $M_2N_2>M_1N_1$ nên giá trị lớn nhất của MN là $9+5\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 63. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. (P): $6x-3y+2z-6=0$. **B.** (P): $6x+3y+2z-18=0$.

C. (P): $x+2y+3z-14=0$. **D.** (P): $3x+2y+z-10=0$.

Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ là ba điểm thuộc $Oxyz$. Ta có mặt phẳng (P) đi qua các điểm A, B, C có phương trình là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Mà (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nên

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1.$$

Do đó, áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta được

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)^2\leqslant\left(1^2+2^2+3^2\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geqslant\frac{1}{14}\Leftrightarrow\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}\geqslant\frac{1}{14}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\\ \dfrac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{a}}=\dfrac{\frac{2}{1}}{\frac{1}{b}}=\dfrac{\frac{3}{1}}{\frac{1}{c}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\\ a=2b=3c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=14\\ b=7\\ c=\dfrac{14}{3}\end{cases}\Leftrightarrow(P)\colon\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{3z}{14}=1.$$

Vậy $\min T=\dfrac{1}{14}\Leftrightarrow(P)\colon x+2y+3z-14=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$ và $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất và $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Tìm phương trình của mặt phẳng $(B'C'D')$.

A. $16x+40y-44z+39=0$.
B. $16x-40y-44z+39=0$.
C. $16x+40y+44z+39=0$.
D. $16x+40y-44z-39=0$.

Lời giải.

Đặt $b=\frac{AB}{AB'}$, $c=\frac{AC}{AC'}$, $d=\frac{AD}{AD'}$ ta có b, c, d là các số thực dương và thoả mãn $b+c+d=4$.

Gọi V và V' lần lượt là thể tích của khối tứ diện $ABCD$ và $AB'C'D'$ ta có $\frac{V}{V'}=bcd$ nên $V'=\frac{V}{bcd}$.

Từ đó suy ra thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất khi bcd đạt giá trị lớn nhất với $b+c+d=4$.

Mà ta có $4=b+c+d\geq 3\sqrt[3]{bcd}$ nên $bcd\leq\left(\frac{4}{3}\right)^3$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b=c=d=\frac{4}{3}$.

Vậy điểm B', C', D' thoả mãn yêu cầu bài toán khi $\frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}=\frac{AD}{AD'}=\frac{4}{3}$.

Khi đó $(B'C'D')\parallel(BCD)$ và ta có $\overrightarrow{CD}=(1;4;4)$, $\overrightarrow{CB}=(3;1;2)$, $B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$.

Mặt phẳng $(B'C'D')$ đi qua B' và nhận $\vec{n}=\left[\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}\right]=(4;10;-11)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $16x+40y-44z+39=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;7)$, $B\left(\frac{-5}{7};\frac{-10}{7};\frac{13}{7}\right)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I đi qua hai điểm A,B sao cho OI nhỏ nhất. $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S), giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2a-b+2c$ là

A. 18.
B. 7.
C. 156.
D. 6.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) đi qua hai điểm A,B nên I thuộc mặt trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

Trung điểm E của AB có tọa độ là $\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{31}{7}\right)$ và $\overrightarrow{BA}=\left(\frac{12}{7};\frac{24}{7};\frac{36}{7}\right)$.

Vậy (P) đi qua E và nhận $\overrightarrow{BA}$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $\frac{12}{7}\left(x-\frac{1}{7}\right)+\frac{24}{7}\left(y-\frac{2}{7}\right)+\frac{36}{7}\left(z-\frac{31}{7}\right)=0$ hay $x+2y+3z-14=0$.

Lại có OI nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của O lên (P) hay I nằm trên đường thẳng (d) đi qua O và vuông góc với (P).

Phương trình (d) là $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ hay $I(t;2t;3t)$ $(t\in\mathbb{R})$.

Mà $I\in(P)\Rightarrow t+4t+9t-14=0\Leftrightarrow t=1$ hay $I(1;2;3)$. Khi đó $R=IA=4$.

Vì $T=2a-b+2c\Leftrightarrow 2a-b+2c-T=0$ nên điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x-y+2z-T=0$.

Vậy M là giao điểm của (Q) và (S).

Điều này xảy ra $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(Q))\leq R\Leftrightarrow\frac{|6-T|}{3}\leq 4\Leftrightarrow -6\leq T\leq 18$.

Vậy giá trị lớn nhất của T là 18.

Chọn đáp án A □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $6x+3y+2z-18=0$.
B. $6x+3y+3z-21=0$.
C. $6x+3y+2z+21=0$.
D. $6x+3y+2z+18=0$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Khi đó, thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\frac{abc}{6}$.

Và phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mặt khác, do (P) đi qua M nên ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow \frac{abc}{6} \geq \frac{1}{27}$.
Vậy $V_{\min} = \frac{1}{27}$ khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3}$, từ đó suy ra $a = 3$, $b = 6$ và $c = 9$.
Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

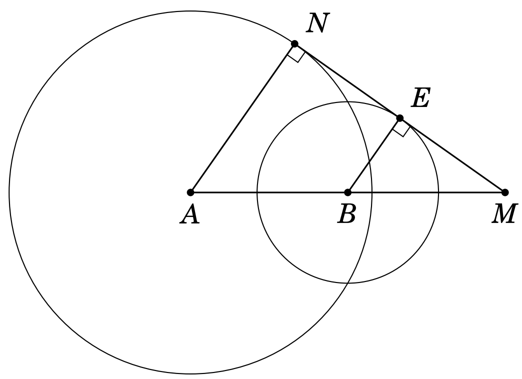
Chọn đáp án A □

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$, $C(1;1;4)$, $D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu (S_1), (S_2) đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C, D?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right) \Rightarrow AB = \frac{3\sqrt{3}}{2} < 3$ nên B nằm bên trong mặt cầu (S_1). Một mặt phẳng qua A và B cắt hai mặt cầu theo hai đường tròn giao tuyến như hình bên. Kẻ tiếp tuyến chung của hai đường tròn, tiếp tuyến này sẽ cắt đường thẳng AB tại M. Gọi N, E lần lượt là tiếp điểm với hai đường tròn như hình vẽ.
Tam giác ANM đồng dạng tam giác BEM nên $\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{BE} = 2$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow M(2;1;2)$.



Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Khi đó (P) sẽ luôn đi qua M.
Gọi $\vec{n} = (m;n;p)$ với $m^2 + n^2 + p^2 \neq 0$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Phương trình (P): $m(x-2) + n(y-1) + p(z-2) = 0$.
Ta có:

- $\overrightarrow{CD} = (4;2;-4)$.
- $CD \parallel (P) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow 4m + 2n - 4p = 0 \Rightarrow n = 2p - 2m$.
- $\mathrm{d}(A,(P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-m+n-5p|}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3m-3p| = 3\sqrt{m^2 + (2p-2m)^2 + p^2}$

  $\Leftrightarrow 4m^2 - 10mp + 4p^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{m}{p} = \frac{1}{2} \\ \frac{m}{p} = 2. \end{array}\right.$

- Trường hợp $\frac{m}{p} = \frac{1}{2}$: chọn $m = 1$, $p = 2 \Rightarrow n = 2$.
  Khi đó (P): $x + 2y + 2z - 8 = 0$ (nhận).
- Trường hợp $\frac{m}{p} = 2$: chọn $m = 2$, $p = 1 \Rightarrow n = -2$.
  Khi đó (P): $2x - 2y + z - 4 = 0$ (loại vì chứa C, D).

Chọn đáp án D □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(4;1;1)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho biểu thức $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(2;0;2)$. **B.** $(2;2;0)$. **C.** $(2;1;1)$. **D.** $(0;2;2)$.

Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.
Mặt phẳng (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Điểm $M(4;1;1)\in(P)$ nên $\dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.
Ta có $OA+OB+OC=a+b+c$.
Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-xcốp-ki, ta được

$$\begin{aligned}\left(\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a}+\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b}+\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}}\cdot\sqrt{c}\right)^2 &\le \left(\frac{4}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c)\\ \Leftrightarrow 16 &\le a+b+c.\end{aligned}$$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{\sqrt{4}}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\ b=4\\ c=4.\end{cases}$

Khi đó (P): $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{4}=1$.

- Thay tọa độ $(2;0;2)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{2}{8}+\dfrac{0}{4}+\dfrac{2}{4}\neq 1$.
- Thay tọa độ $(2;2;0)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{2}{8}+\dfrac{2}{4}+\dfrac{0}{4}\neq 1$.
- Thay tọa độ $(2;1;1)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{2}{8}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\neq 1$.
- Thay tọa độ $(0;2;2)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{0}{8}+\dfrac{2}{4}+\dfrac{2}{4}=1$.

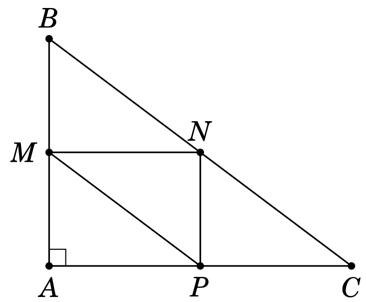
Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm có tọa độ $(0;2;2)$.
Chọn đáp án D □

Câu 69. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;0)$, $B(5;4;4)$, $C\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{22}{3};-\dfrac{16}{3}\right)$. Gọi (S_1), (S_2), (S_3) là ba mặt cầu có tâm lần lượt là A,B,C và có cùng bán kính là $\dfrac{13}{5}$. Xác định số tiếp diện chung của ba mặt cầu trên.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.
Ta có

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{(5-1)^2+(4-2)^2+(4-0)^2}=6.\\ BC &= \sqrt{\left(\frac{11}{3}-5\right)^2+\left(\frac{22}{3}-4\right)^2+\left(-\frac{16}{3}-4\right)^2}=10.\\ CA &= \sqrt{\left(1-\frac{11}{3}\right)^2+\left(2-\frac{22}{3}\right)^2+\left(0+\frac{16}{3}\right)^2}=8.\end{aligned}$$



Sử dụng định lý Pi-ta-go, ta có $\triangle ABC$ vuông tại A.
Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của AB,BC,CA. Khi đó, ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(A,MN) &= \mathrm{d}(C,MN)=\mathrm{d}(B,MN)=\frac{1}{2}AB=3.\\ \mathrm{d}(A,NP) &= \mathrm{d}(C,NP)=\mathrm{d}(B,NP)=\frac{1}{2}AC=4.\\ \mathrm{d}(A,MP) &= \mathrm{d}(C,MP)=\mathrm{d}(B,MP)=\frac{1}{2}\mathrm{d}(A,BC)=\frac{AB\cdot AC}{2BC}=\frac{6\cdot 8}{20}=2{,}4.\end{aligned}$$

Một mặt phẳng chia không gian thành hai phần. Do đó, ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả ba mặt cầu nằm về cùng một phía so với tiếp diện chung. Mặt khác, ba mặt cầu có bán kính bằng nhau nên khi đó tiếp diện là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) và cách (ABC) một khoảng bằng bán kính. Do đó, ta nhận được hai tiếp diện trong trường hợp này.

TH2: Nếu (S_1) nằm khác phía (S_2), (S_3) so với tiếp diện (T).
Vì $\mathrm{d}(B,(T)) = \mathrm{d}(A,(T))$ và A, B nằm khác phía so với (T) nên (T) đi qua trung điểm M của AB. Tương tự (T) cũng đi qua trung điểm P của AC.
Tuy nhiên, $2,4 = \mathrm{d}(A,MP) \geq \mathrm{d}(A,(T)) = \dfrac{13}{5}$ (vô lí). Do đó trường hợp này không xảy ra.

TH3: Nếu (S_2) nằm khác phía (S_1), (S_3) so với tiếp diện (T).
Lập luận như trên, (T) chứa đường thẳng MN. Ta có $\mathrm{d}(A,MN) = \mathrm{d}(C,MN) = \mathrm{d}(B,MN) = 3 > \dfrac{13}{5}$ nên trong trường hợp này có hai tiếp diện.

TH4: Nếu (S_3) nằm khác phía (S_1), (S_2) so với tiếp diện (T). Tương tự TH3, ta có hai tiếp diện trong trường hợp này.

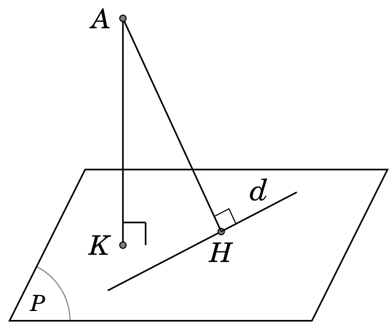
Chọn đáp án A □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = -2-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x+2y+4z+7=0$. **B.** $4x-7y+z-2=0$. **C.** $4x-5y+3z+2=0$. **D.** $x+y+3z+5=0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên d; K là hình chiếu của A trên (P).
Ta có $d(A;\ (P)) = AK \leqslant AH$ (không đổi)
$\Rightarrow d(A;\ (P))$ lớn nhất khi $K \equiv H$.
Vì $H \in d$ nên $H(1+2t;t;-2-t)$.
Ta có $\overrightarrow{AH} = (2t-1;t-1;-3-t)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-1)$.



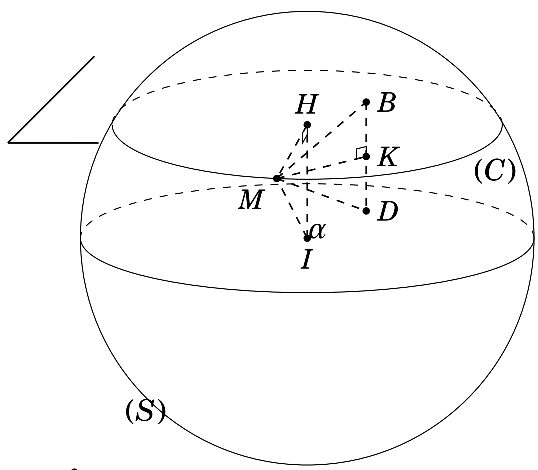
Vì H là hình chiếu của A trên d nên $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(2t-1)+1(t-1)+(3+t)=0 \Leftrightarrow t=0$.
Vậy $H=(1;0;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1;-1;-3)$.
Mặt phẳng (P) qua H và vuông góc với AH nên (P) có phương trình $x+y+3z+5=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4;4;3)$, $B(1;1;1)$. Gọi (C) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ để $|MA-2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng (C) là một đường tròn bán kính r. Tính r.

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.
Trong không gian $Oxyz$, ta tìm tọa độ điểm D sao cho khi M di chuyển trên (S) ta luôn có $AM = 2DM$. Nhận thấy $IA = 4\sqrt{2} = 2R$, nên trên tia IA lấy điểm D sao cho $ID = \dfrac{1}{2}R$, suy ra $\overrightarrow{ID} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{IA} \Rightarrow D(1;1;3)$.
Khi đó, $ID.IA = R^2 = IM^2$
$\Rightarrow \triangle IAM \backsim \triangle IMD \Rightarrow \dfrac{AM}{MD} = \dfrac{IM}{ID} = 2$.
Suy ra, $|MA-2MB| = 2|MD-MB| \geqslant 0$.



Dấu "=" xảy ra khi $MB = MD$, suy ra M nằm trên mặt phẳng trung trực của BD.
Mặt phẳng (α) đi qua $K(1;1;2)$ là trung điểm của BD và nhận $\overrightarrow{BD} = (0;0;2)$ làm véc-tơ pháp

tuyến có phương trình là (α): $z-2=0$.
Khi đó, bán kính của đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(I,(\alpha))}=\sqrt{7}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(-2;0;1)$, $C(0;0;2)$ và mặt phẳng (P): $x+2y+z+4=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $S=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $Q=a+b+6c$.

A. $Q=2$. **B.** $Q=-2$. **C.** $Q=0$. **D.** $Q=1$.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$ ta có $G\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3};1\right)$. Lại có

$$\begin{aligned}A &= \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}\\ &= 3MG^2+2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}\\ &= 3MG^2+\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}.\end{aligned}$$

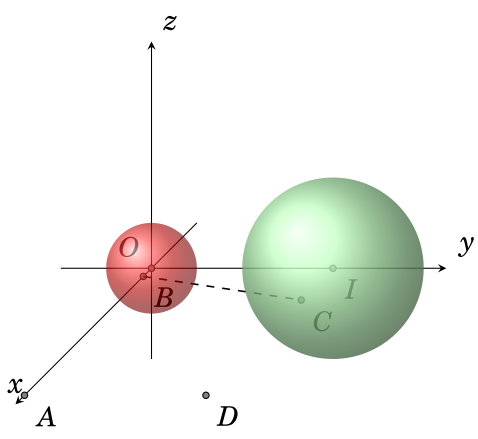
Vì $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}$ là một hằng số nên S nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của G lên (P).
Từ đó ta tìm được $M\left(-\frac{11}{9};-\frac{13}{9};\frac{1}{9}\right)$ và $Q=a+b+6c=-2$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 73. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $x^2+y^2+z^2=1$, (S_2): $x^2+(y-4)^2+z^2=4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\frac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1), N là điểm thay đổi trên (S_2). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=MA+2ND+4MN+6BC$ là

A. $2\sqrt{265}$. **B.** $\frac{5\sqrt{265}}{2}$. **C.** $3\sqrt{265}$. **D.** $\frac{7\sqrt{265}}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính bằng 1; mặt cầu (S_2) có tâm $I(0;4;0)$ bán kính bằng 2.
Ta có 4 điểm O, A, D, I là 4 đỉnh của hình vuông cạnh bằng 4 và $OB=\frac{1}{4}$, $IC=1$.
Ta có $\triangle OMA \backsim \triangle OBM$ (c.g.c)
$\Rightarrow \frac{MA}{BM}=\frac{OM}{OB}\Rightarrow MA=4MB$.
Ta có $\triangle IND \backsim \triangle ICN$ (c.g.c)
$\Rightarrow \frac{ND}{CN}=\frac{IN}{IC}=2\Rightarrow ND=2NC$.



$$\begin{aligned}Q&=4MB+4NC+4MN+6BC\\ &=4(BM+MN+NC)+6BC\\ &\geq 4BC+6BC=10BC=10\cdot\frac{\sqrt{265}}{4}=\frac{5\sqrt{265}}{2}\end{aligned}$$

Vậy Q nhỏ nhất là bằng $\frac{5\sqrt{265}}{2}$, dấu "=" xảy ra khi M, N là giao điểm của BC với các mặt cầu.
Chọn đáp án (B) □

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $2x+y+z-3=0$ và hai điểm $A(m;1;0)$; $B(1;-m;2)$. Gọi E,F lần lượt là hình chiếu của A,B lên mặt phẳng (P). Biết $EF=\sqrt{5}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m là

A. 2. **B.** 3. **C.** -6. **D.** -3.

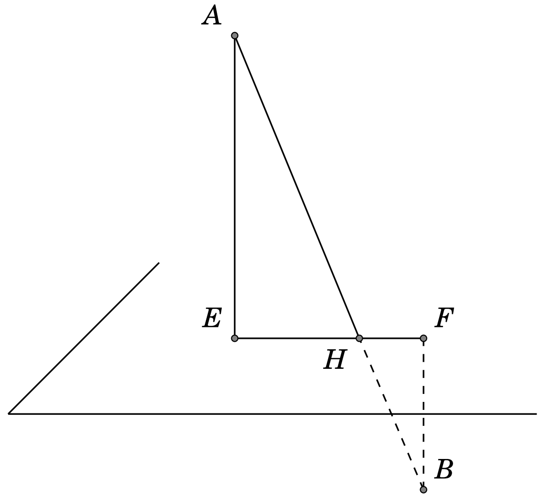
✍Lời giải.

— Xét trường hợp $m=1$. Khi đó cả A,B đều thuộc (P). Trong trường hợp này $EF=AB=2\sqrt{2}$ (loại).

— Khi $m\neq 1$. Ta tính toán các đại lượng

$$\mathrm{d}(A;(P))=\frac{|2m-2|}{\sqrt{6}}\qquad \mathrm{d}(B;(P))=\frac{|1-m|}{\sqrt{6}}.$$

Từ đó suy ra A,B khác phía với (P) và $\mathrm{d}(A;(P))=2\mathrm{d}(B;(P))$.



Gọi H là giao điểm của AB với (P).

Theo Thales ta có $EH=\frac{2\sqrt{5}}{3}$, $AH=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\sqrt{(1-m)^2+(m+1)^2+2^2}$.

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác AEH ta có

$$\begin{aligned}
& AE^2+EH^2=AH^2\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{(2m-2)^2}{6}+\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2=\frac{4}{9}\left((1-m)^2+(m+1)^2+4\right)\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{3\cdot(4m^2-8m+4)}{18}+\frac{40}{18}=\frac{8\cdot(2m^2+6)}{18}\\
\Leftrightarrow\quad & 4m^2+24m-4=0.
\end{aligned}$$

Phương trình này có hai nghiệm và tổng hai nghiệm đó bằng $-\frac{24}{4}=-6$.

Chọn đáp án C □

Câu 75. Cho mặt cầu tâm O, bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h $(h>R)$. Hình trụ (T) có đáy là đường tròn (C) và có cùng chiều cao với hình nón (N). Tính thể tích V khối trụ được tạo nên bởi (T) theo R, biết V có giá trị lớn nhất.

A. $V=\frac{32}{27}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{32}{81}\pi R^3$. **C.** $V=\frac{16}{27}\pi R^3$. **D.** $V=\frac{64}{9}\pi R^3$.

✍Lời giải.

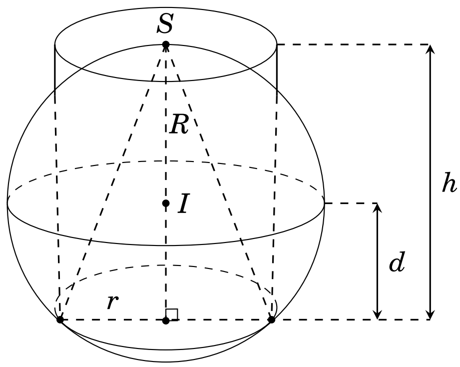
Gọi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) là d với $(0\le d\le R)$, đường tròn (C) có bán kính là r.

$V=h\cdot\pi\cdot r^2=\pi(R+d)\left(R^2-d^2\right)=\pi\left(-d^3-Rd^2+R^2d+R^3\right)$.

$V'(d)=\pi\left(-3d^2-2Rd+R^2\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}d=-1\\ d=\frac{R}{3}\end{array}\right.\Rightarrow d=\frac{R}{3}$.

Ta có $V(0)=\pi R^3, V(R)=0$ và $V\left(\frac{R}{3}\right)=\frac{32}{27}\pi R^3$.

Vậy $V=\frac{32}{27}\pi R^3$



Chọn đáp án A □

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị $2x_0+3y_0+z_0$ bằng

A. 11. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 10.

✍Lời giải.

Gọi $G(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. Từ hệ thức này, suy ra

$$\begin{cases}2(1-a)-(1-a)+(1-a)=0\\2(2-b)-(-1-b)+(-1-b)=0\\2(0-c)-(3-c)+(-1-c)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\\c=-2\end{cases}\Rightarrow G(1;2;-2).$$

Ta có

$$\begin{aligned}2MA^2-MB^2+MC^2&=2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2\\&=2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2\\&=2MG^2+2GA^2-GB^2+GC^2+2\overrightarrow{MG}\left(2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)\\&=2MG^2+2GA^2-GB^2+GC^2.\end{aligned}$$

Vì $2GA^2-GB^2+GC^2$ không đổi nên $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi M là hình chiếu của G lên (P).

Phương trình đường thẳng qua G và vuông góc với (P) là $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Xét hệ $\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+2}{2}\\3x-3y+2z-15=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3\\2x-3z=8\\3x-3y+2z=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-1\\z=0.\end{cases}$

Vậy $M(4;-1;0)$ và giá trị của biểu thức cần tìm bằng $2\cdot4+3\cdot(-1)+0=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$, mặt phẳng (α): $x-y+z-4=0$ và mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tìm tọa độ giao điểm M của (P) với trục hoành.

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M\left(\dfrac{1}{3};0;0\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;2)$ và bán kính $R=4$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;1)$.

Giả sử (P) cắt trục hoành tại điểm $M(m;0;0)$, do $(P)\perp(\alpha)$, suy ra (P) có hai véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM}=(m;-1;-2)$ và $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;1)$.

Suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\overrightarrow{AM}\right]=(3;m+2;m-1)$.

Từ đó ta có, phương trình mặt phẳng (P)

$$3(x-0)+(m+2)(y-1)+(m-1)(z-2)=0\Leftrightarrow 3x+(m+2)y+(m-1)z-3m=0.$$

Gọi d là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P), r là bán kính đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S), khi đó ta có $R^2=d^2+r^2$.

Suy ra, để r nhỏ nhất khi và chỉ khi $d=\mathrm{d}(I,(P))$ lớn nhất.

Ta có $d=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|9+(m+2)+(m-1)2-3m|}{\sqrt{3^2+(m+2)^2+(m-1)^2}}=\dfrac{9}{\sqrt{2m^2+2m+14}}=\dfrac{9}{\sqrt{2\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{27}{2}}}$.

Lại có $2\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{27}{2}\ge\dfrac{27}{2}$, suy ra $d\le\dfrac{9}{\sqrt{\dfrac{27}{2}}}=\sqrt{6}$, từ đó suy ra d lớn nhất khi $m=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 78. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và $N(-1;1;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M,N và tạo với mặt phẳng (Q): $2x-y-2z-2=0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1;2;3)$ cách mặt phẳng (P) một khoảng là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{11}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

• (P) có VTPT $\overrightarrow{n_1}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2>0$. Ta có $M\in(P)$ nên (P): $ax+b(y+1)+c(z-2)=0$. Điểm $N\in(P)$ nên $-a+2b+c=0 \Leftrightarrow a=2b+c$. (1)

• $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;-2)$ nên $\left|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})\right|=\dfrac{|2a-b-2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\dfrac{|b|}{\sqrt{5b^2+4bc+2c^2}}$.

• Với $c=0$ thì $|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

• Với $c\neq 0$ thì $|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\dfrac{\left|\dfrac{b}{c}\right|}{\sqrt{5\dfrac{b^2}{c^2}+4\dfrac{b}{c}+2}}$.

Đặt $t=\dfrac{b}{c}$ ta có $\cos^2(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})=\dfrac{t^2}{\sqrt{5t^2+4t+2}}=f(t)$.

• Ta có $f'(t)=\dfrac{4t^2+4t}{5t^2+4t+2}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{1}{5}$	$\nearrow$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{5}$

• Từ bảng biến thiên, $\cos((P),(Q))$ đạt GTLN khi $t=-1 \Leftrightarrow b=-c \Rightarrow a=-c$. Chọn $c=-1$, ta có $a=b=1$. Ta có (P): $x+y-z+3=0$. Suy ra $\mathrm{d}(A,(P))=\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=9$ và ba điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2+2\cdot\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=8$ là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r=\sqrt{7}$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{2}$. **D.** $r=7$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(1-x;-y;-z)$, $\overrightarrow{MB}=(2-x;1-y;3-z)$, $\overrightarrow{MC}=(-x;2-y;-3-z)$.
Khi đó

$$\begin{aligned}&MA^2+2\cdot\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=8\\ \Leftrightarrow\ &(x-1)^2+y^2+z^2+2[x(x-2)+(y-1)(y-2)+(z-3)(z+3)]=8\\ \Leftrightarrow\ &3\left(x^2+y^2+z^2\right)-6x-6y-21=0\end{aligned}$$

$\Rightarrow M\in(S')$: $x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$.
Mà $M\in(S)$: $(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=9 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x+2y+1=0$.
Suy ra $M\in(P)$: $4x-4y-8=0$. Như vậy quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của (S) tâm $I(3;-1;0)$, bán kính $R=3$ và (P). Ta có $\mathrm{d}[I,(P)]=\sqrt{2}\Rightarrow r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2}=\sqrt{7}$.

Chọn đáp án A □

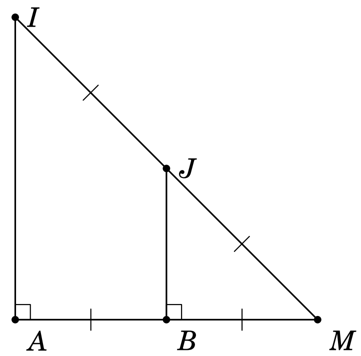
Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có phương trình lần lượt là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$ và $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=4$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1), (S_2). Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{9}{2}-\sqrt{15}$. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\dfrac{9+\sqrt{15}}{2}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ và bán kính $R_1=4$.
Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ và bán kính $R_2=2$.
Gọi A, B lần lượt là hai tiếp điểm của (S_1), (S_2) với mặt phẳng (P).
Gọi M là giao điểm của IJ với mặt phẳng (P). Ta có

$$\frac{MI}{MJ}=\frac{IA}{JB}=2.$$



Suy ra J là trung điểm của IM, do đó $M(2;1;9)$.
Gọi véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2>0)$, khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là

$$a(x-2)+b(y-1)+c(z-9)=0.$$

Ta có

$$\begin{aligned}
&\mathrm{d}(I,(P))=4\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|8c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=4\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{2}\\
\Leftrightarrow\ &a^2+b^2=3c^2\\
\Leftrightarrow\ &\left(\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{c}\right)^2=3. \qquad (1)
\end{aligned}$$

Mặt khác,

$$\mathrm{d}(O,(P))=\frac{|2a+b+9c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|2a+b+9c|}{2c}=\frac{1}{2}\left|\frac{2a}{c}+\frac{b}{c}+9\right|. \qquad (2)$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$\left(\frac{2a}{c}+\frac{b}{c}\right)^2\le\left(2^2+1^2\right)\left[\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2\right]. \qquad (3)$$

Từ (1) và (3) ta có

$$\left(\frac{2a}{c}+\frac{b}{c}\right)^2\le 15\Leftrightarrow-\sqrt{15}\le\frac{2a}{c}+\frac{b}{c}\le\sqrt{15}. \qquad (4)$$

Từ (2) và (4) suy ra

$$\frac{9-\sqrt{15}}{2}\le\mathrm{d}(O,(P))\le\frac{9+\sqrt{15}}{2}.$$

Vậy khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{9+\sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho $2a+3b+6c$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $a+b+c$.

A. $T=\frac{81}{7}$. **B.** $T=-\frac{12}{7}$. **C.** $T=\frac{11}{7}$. **D.** $\frac{79}{7}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;2)$, bán kính $R=4$.
Xét mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+6z=0$.
Ta có $\mathrm{d}(M,(P))=\frac{|2a+3b+6c|}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}}$.
Như vậy $2a+3b+6c$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\mathrm{d}(M,(P))$ lớn nhất.
Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=2+6t.\end{cases}$

Khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất khi M là một trong hai giao điểm của d với mặt cầu (S). Tọa độ giao điểm $M(x;y;z)$ của d và (S) là nghiệm x,y,z của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=2+6t \\ x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=2+6t \\ 49t^2-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=2+6t \\ t=\pm\dfrac{4}{7}. \end{cases}$$

— Với $t=\dfrac{4}{7}$ ta được $M_1=\left(\dfrac{15}{7};\dfrac{26}{7};\dfrac{38}{7}\right)$. Khi đó, $\mathrm{d}(M_1,(P))=\dfrac{48}{7}$.

— Với $t=-\dfrac{4}{7}$ ta được $M_2=\left(-\dfrac{1}{7};\dfrac{2}{7};-\dfrac{10}{7}\right)$. Khi đó, $\mathrm{d}(M_2,(P))=\dfrac{8}{7}$.

Vậy điểm M_1 thỏa mãn yêu cầu bài toán và $a+b+c=\dfrac{79}{7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó $a>0$, $b>0$, $c>0$ và $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=7$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{72}{7}$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{9}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{\dfrac{72}{7}}$. Khi đó

$$\mathrm{d}(I,(ABC))=\dfrac{\left|\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{7}}\Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=\dfrac{7}{2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có:

$$49=\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}\right)^2\le(1^2+2^2+3^2)\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)=\dfrac{7}{2}\cdot 14=49.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=2b=3c$. Thay vào giả thiết ta có $a=2;b=1;c=\dfrac{2}{3}$.

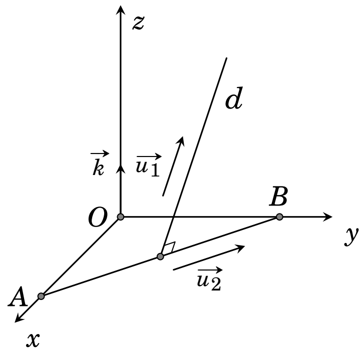
Vì $OABC$ là tứ diện vuông tại O nên $V_{OABC}=\dfrac{abc}{6}=\dfrac{2}{9}$.

Chọn đáp án D □

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d.

A. $(P)\colon x+2y+5z-4=0$. **B.** $(P)\colon x+2y+5z-5=0$.
C. $(P)\colon x+2y-z-4=0$. **D.** $(P)\colon 2x-y-3=0$.

✍Lời giải.



Đường thẳng d qua điểm $M(2;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_1}=(1;2;-1)$.
Gọi $\vec{u_2}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.
Do $\vec{u_2}\perp\vec{u_1}$ và $\vec{u_2}\perp\vec{k}=(0;0;1)$ nên $\vec{u_2}=[\vec{u_1},\vec{k}]=(2;-1;0)$.
Mặt phẳng (P) chứa d và AB nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(-1;-2;-5)$.
Phương trình mặt phẳng (P) qua M và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$-1(x-2)-2(y-1)-5z=0\Leftrightarrow x+2y+5z-4=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;3;0), B(3;0;3), C(0;3;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O, vuông góc với (ABC) sao cho (P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M và N. Khi $OAMN$ có thể tích nhỏ nhất, hãy viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $x+y-2z=0$. **B.** $x+y+2z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $y-z=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;-3;3), \overrightarrow{AC}=(-3;0;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-9;-9;-9)$.
Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.
Phương trình của đường thẳng AB: $\begin{cases}x=3\\y=3-t\\z=t\end{cases}$ và của đường thẳng AC: $\begin{cases}x=3-t\\y=3\\z=t.\end{cases}$
(P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M, N nên $M(3;3-m;m), N(3-n;3;n)$, với $m,n\in[0;3]$
Ta có $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(3n-3m-mn;3m-3n-mn;3m+3n-mn)$.
Do $(OMN)\perp(ABC)$ nên $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]\vec{n}=0\Leftrightarrow 3m+3n-3mn=0\Leftrightarrow mn=n+m$.
Suy ra $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(2n-4m;2m-4n;2m+2n)$.
Do $\overrightarrow{OA}=(3;3;0)$ nên $V_{OAMN}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right].\overrightarrow{OA}\right|=\dfrac{1}{6}|6n-12m+6m-12n|=m+n=V$.
Ta có $m+n\geqslant 2\sqrt{mn}=2\sqrt{m+n}\Rightarrow\sqrt{m+n}\geqslant 2\Rightarrow V=m+n\geqslant 4$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=n=2$.
Vậy mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(-4;-4;8)$ và đi qua O nên có phương trình $x+y-2z=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm O, A và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A. $\vec{n}_1=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}_3=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;-1;-5)$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng chứa AO, $\mathrm{d}(B;(P))=\sqrt{3}$. Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$. Vì $O\in(P)$ nên (P): $ax+by+cz=0$. Ta có

$$\vec{n}\cdot\overrightarrow{OA}=0\Leftrightarrow a+b=0\Leftrightarrow a=-b.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(B;(P))=\sqrt{3} &\Leftrightarrow \frac{|-b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{3}\\ &\Leftrightarrow (-b+2c)^2=3(a^2+b^2+c^2)\\ &\Rightarrow b^2-4bc+4c^2=3(b^2+b^2+c^2)\\ &\Leftrightarrow 5b^2+4bc-c^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-c\\ b=\frac{1}{5}c. \end{array}\right. \end{aligned}$$

• Trường hợp $b=-c$, chọn $c=1 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow \vec{n}=(1;-1;1)$.
• Trường hợp $b=\frac{1}{5}c$, chọn $c=-5 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow \vec{n}=(1;-1;-5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2y-z+3=0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

✍Lời giải.

Gọi $B(0;b;0), C(0;0;c)$ là giao điểm của (α) với các tia Oy, Oz, trong đó $b, c>0$.

Khi đó ta có (α): $\frac{x}{2}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$. Mà $(\alpha)\perp(P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}\cdot\vec{n}_{(P)}=0 \Rightarrow \frac{2}{b}-\frac{1}{c}=0 \Leftrightarrow b=2c$. Mặt khác

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(O;(\alpha))=\frac{4}{3} &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\frac{4}{3} \Leftrightarrow 16\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)=9\\ &\Rightarrow 16\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4c^2}+\frac{1}{c^2}\right)=9 \Leftrightarrow c=2 \Rightarrow b=4. \end{aligned}$$

Khi đó $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\frac{1}{6}\cdot 2\cdot 4\cdot 2=\frac{8}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 87. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(1;8;0)$, $C(0;0;3)$ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho OG nhỏ nhất, với G là trọng tâm tam giác ABC. Biết $G(a;b;c)$, hãy tính $T=a+b+c$.

A. $T=7$. **B.** $T=3$. **C.** $T=12$. **D.** $T=6$.

✍Lời giải.

Gọi $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$ với $m, n>0$.

Khi đó phương trình của (ABC): $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{3}=1$.

Vì $M\in(ABC)$ nên $\frac{1}{m}+\frac{8}{n}=1$. Kết hợp với điều kiện $m>0$, $n>0$ suy ra $m>1$ và $n>8$.

Cũng từ trên ta có $m=\frac{n}{n-8}$.

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $\left(\frac{m}{3};\frac{n}{3};1\right)$.

$OG^2=\left|\overrightarrow{OG}\right|^2=\left(\frac{m}{3}\right)^2+\left(\frac{n}{3}\right)^2+1^2=\frac{1}{9}\left[\left(\frac{n}{n-8}\right)^2+n^2\right]+1$.

Xét hàm số $f(n)=\left(\frac{n}{n-8}\right)^2+n^2$ với $n>8$.

Ta có $f'(n)=2\cdot\frac{n}{n-8}\cdot\frac{-8}{(n-8)^2}+2n=2n\left[\frac{-8}{(n-8)^3}+1\right]$.

$f'(n)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=0\\ n=10 \end{array}\right. \Leftrightarrow n=10$.

Bảng biến thiên

n	8		10		$+\infty$
$f'(n)$		$-$	0	$+$	
$f(n)$	$+\infty$	$\searrow$	125	$\nearrow$	$+\infty$

OG đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $f(n)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi $n=10$; lúc đó $m=5$ và $G\left(\frac{5}{3};\frac{10}{3};1\right)$.

Vậy $T=a+b+c=6$.

Chọn đáp án D □

Câu 88. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm $M(1;6;4)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A,B,C (khác gốc tọa độ) sao cho $OA=OB=OC$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại $A(a;0;0),B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $a^2+b^2+c^2\neq 0$. Khi đó phương trình (α): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $OA=OB=OC$ nên $|a|=|b|=|c| \Leftrightarrow \begin{cases}|a|=|b|\\|b|=|c|\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}a=b\\a=-b\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}b=c\\b=-c\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b=c\\a=b=-c\\a=-b=-c\\a=-b=c\end{array}\right.$.

- Với $a=b=c$ ta có (α): $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1\Leftrightarrow x+y+z-a=0$. Vì (α) đi qua $M(1;6;4)$ nên $1+6+4-a=0\Rightarrow a=11$.
  Vậy (α): $x+y+z-11=0$.
  Tương tự ba trường hợp còn lại.

- Với $a=b=-c$ ta có (α): $x+y-z-3=0$

- Với $a=-b=-c$ ta có (α): $x-y-z+9=0$

- Với $a=-b=c$ ta có (α): $x-y+z+1=0$
  Vậy có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;2)$ và mặt phẳng (P): $(m-1)x+y+mz-1=0$ với m là tham số. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

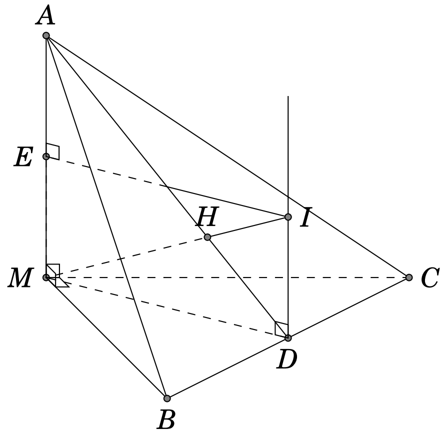
A. $-6<m<-2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $2<m<6$. **D.** Không có m.

Câu 90. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và $M(4;6;3)$. Qua M kẻ các tia Mx, My, Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại điểm thứ hai tương ứng là A, B, C. Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.

A. 21. **B.** 14. **C.** 20. **D.** 15.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.
Gọi D,E lần lượt là trung điểm của BC, AM.
Qua D dựng đường thẳng song song với AM, cắt mặt phẳng trung trực của AM tại I.
Khi đó I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp $MABC$.
Gọi H là giao điểm của AD và MI.
Ta có $\dfrac{MH}{HI}=\dfrac{AM}{ID}=2$ (vì $AM \parallel DI$).
Suy ra $MH=2HI \Rightarrow \overrightarrow{MH}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{MI}$. (1)



Vì M,I cố định nên H là điểm cố định mà mặt phẳng (ABC) luôn đi qua.
Ta có $H(a;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{MH}=(a-4;b-6;c-3)$, $\overrightarrow{MI}=(-3;-4;0)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-4=-2 \\ b-6=-\dfrac{8}{3} \\ c-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\dfrac{10}{3} \\ c=3 \end{cases}.$$

Vậy $a+3b+c=2+10+3=15$.
Chọn đáp án D □

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=2OC\neq 0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải.

Đặt $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A,B,C có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Do $OA=OB=2OC$ nên ta có $|a|=|b|=2|c|$. Suy ra $a=\pm 2c, b=\pm 2c$.

— Nếu $a=2c$ và $b=2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{2c}+\dfrac{y}{2c}+\dfrac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{2c}+\frac{2}{2c}+\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow \frac{9}{2c}=1 \Leftrightarrow c=\frac{9}{2}.$$

Ta có (P): $x+y+2z-9=0$.

— Nếu $a=2c$ và $b=-2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{2c}+\dfrac{y}{-2c}+\dfrac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{2c}-\frac{2}{2c}+\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow \frac{5}{2c}=1 \Rightarrow c=\frac{5}{2}.$$

Ta có (P): $x-y+2z-5=0$.

— Nếu $a=-2c$ và $b=2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{-2c}+\dfrac{y}{2c}+\dfrac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên

$$-\frac{1}{2c}+\frac{2}{2c}+\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow \frac{7}{2c}=1 \Rightarrow c=\frac{7}{2}.$$

Ta có (P): $-x+y+2z-7=0$.

— Nếu $a=-2c$ và $b=-2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{-2c}+\dfrac{y}{-2c}+\dfrac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên

$$-\frac{1}{2c}-\frac{2}{2c}+\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow \frac{3}{2c}=1 \Rightarrow c=\frac{3}{2}.$$

Ta có (P): $-x-y+2z-3=0$.

Vậy có bốn mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+10=0$, một mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1;1;1)$ vuông góc (P) và khoảng cách từ điểm $B(2;1;3)$ đến mặt phẳng (Q) bằng $\sqrt{3}$, mặt phẳng (Q) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm M, N, P sao cho thể tích của tứ diện $OMNP$ lớn hơn 1. Thể tích của tứ diện $OMNP$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{1331}{150}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc (P) có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1 \end{cases}$, dễ thấy Δ là giao của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $x+y-2=0$ và $z-1=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và vuông góc (P) nên $\Delta \subset (Q)$, suy ra $(Q): a(x+y-2)+b(z-1)=0, (a^2+b^2 \neq 0)$.

$$d(B,(Q))=\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|a+2b|}{\sqrt{2a^2+b^2}}=\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{a}{b}=1 \\ \frac{a}{b}=-\frac{1}{5} \end{array}\right..$$

$$V_{OMNP}=\frac{1}{6}OM \cdot ON \cdot OP=\left|\frac{(2a+b)^3}{6a^2b}\right|=\left|\frac{\left(\frac{2a}{b}+1\right)^3}{6\left(\frac{a}{b}\right)^2}\right|=\frac{9}{2} \text{ khi } \frac{a}{b}=1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;-0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $16x+40y-44z+39=0$. **B.** $16x+40y+44z-115=0$.

C. $16x+40y+44z+39=0$. **D.** $16x+40y-44z-39=0$.

Lời giải.

Nhận thấy rằng V_{ABCD} là hằng số.

Áp dụng công thức tỷ số thể tích và bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương, ta có

$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}}=\frac{AB}{AB'}\cdot\frac{AC}{AC'}\cdot\frac{AD}{AD'} \le \left(\frac{\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}}{3}\right)^3=\left(\frac{4}{3}\right)^3.$$

Do đó $V_{AB'C'D'} \ge \frac{27}{64}V_{ABCD}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}=\frac{AD}{AD'}=\frac{4}{3}$.

Vì B', C', D' lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, AD nên

$$\overrightarrow{AB'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \Rightarrow B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right).$$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ đi qua B' và song song mặt phẳng (BCD) nên có phương trình là

$$16x+40y-44z+39=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 94. Biết rằng có n mặt phẳng với phương trình tương ứng là $(P_i): x+a_iy+b_iz+c_i=0 (i=1,2,...n)$ đi qua $M(1;2;3)$ (nhưng không đi qua O) và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Tính tổng $S=a_1+a_2+...+a_n$

A. $S=3$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-1$.

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, với $a,b,c\neq 0$. Khi đó trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3};\frac{b}{3};\frac{c}{3}\right)$, mặt phẳng (P_i) có dạng : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\Leftrightarrow x+\frac{a}{b}y+\frac{a}{c}z-a=0$

Theo bài ra (P_i) đi qua $M(1;2;3)$ nên ta có $1+\frac{2a}{b}+\frac{3a}{c}-a=0\quad(1)$.

Mặt khác, vì $O.ABC$ là hình chóp đều nên tam giác ABC đều nên $AB=BC=AC\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+c^2}=\sqrt{b^2+c^2}\Leftrightarrow a^2=b^2=c^2$, kết hợp với (1) ta có các trường hợp sau

- $a=b=c\Rightarrow a=1+2+3=6$ nên $(P_1): x+y+z-6=0$
- $a=b=-c\Rightarrow a=1+2-3=0$ không thỏa yêu cầu.
- $a=-b=c\Rightarrow a=1-2+3=2$ nên $(P_2): x-y+z-2=0$
- $a=-b=-c\Rightarrow a=1-2-3=-5$ nên $(P_3): x-y-z+5=0$
- $-a=-b=c\Rightarrow a=1+2-3=0$, không thỏa yêu cầu
- $-a=b=-c\Rightarrow a=1-2+3=2$ nên $(P): x-y+z-2=0$ trùng với (P_2)
- $-a=b=c\Rightarrow a=1-2-3=-5$ nên $(P): x-y-z+5=0$ trùng với (P_3)
- $-a=-b=-c\Rightarrow a=1+2+3=6$ nên $(P): x+y+z-6=0$ trùng với (P_1)

Vậy $S=a_1+a_2+a_3=1-1-1=-1$.

Chọn đáp án D □

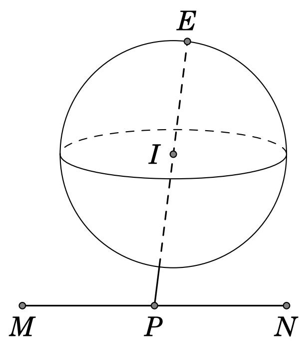
Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ hai hai điểm $M(4;-4;2)$,$N(6;0;6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E.

A. $x-2y+2z+8=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$. **C.** $2x+2y+z+1=0$. **D.** $2x-2y+z+9=0$.

Lời giải.

Gọi $I(1;2;2)$ là tâm của (S), $P(5;-2;4)$ là trung điểm MN. Theo bất đẳng thức Bu-nhi-a-copx-ki và công thức độ dài trung tuyến ta được

$$(EM+EN)^2\le 2(EM^2+EN^2)=2\left(2EP^2+\frac{MN^2}{2}\right)$$



nên $T=EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất khi $EM=EN$ và EP đạt giá trị lớn nhất. Khi đó E là giao điểm của đường thẳng IP với mặt cầu (S) (I nằm giữa E và P). Đường thẳng IP có phương trình

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{1}.$$

Tọa độ E thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9\\ \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{1}\end{cases}.$$

Tìm được $E(3;0;3)$ hoặc $E(-1;4;1)$, thử lại để EP lớn nhất ta được $E(-1;4;1)$. Khi đó phương trình tiếp diện với (S) tại E là $2x-2y+z+9=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1;1;4)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C phân biệt sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó.

A. 72. **B.** 108. **C.** 18. **D.** 36.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ với $a,b,c>0$.

Điểm $M\in(\alpha)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức *Cauchy* ta có $1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{4}{abc}}\Rightarrow abc\ge 27\cdot 4=108$.

Do đó thể tích khối chóp $O.ABC$ là $V=\dfrac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\dfrac{1}{6}abc\ge\dfrac{1}{6}\cdot 107=18$.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=3, c=12$.

Chọn đáp án C □

Câu 97. Tong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $ABCD$ là bé nhất.

A. $4x-y-z-6=0$. **B.** $2x+y+2z-6=0$. **C.** $2x-y-2z-3=0$. **D.** $x+2y+2z-6=0$.

✍Lời giải.

Gọi tọa độ của A, B, C lần lượt là $(a;0;0),(0;b;0),(0;0;c)$, do A, B, C lần lượt thuộc Ox, Oy, Oz nên a,b,c là các số dương. Mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì $M\in(P)$ nên $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$, sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\dfrac{2}{a},\dfrac{1}{b},\dfrac{1}{c}$ ta có $1=\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{2}{abc}}\Rightarrow abc\ge 3^3\cdot 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{2}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=6\\b=3\\c=3\end{cases}$.

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bé nhất $\Leftrightarrow abc$ bé nhất $\Leftrightarrow a=6, b=3, c=3$.
Phương trình mặt phẳng (P): $x+2y+2z-6=0$.

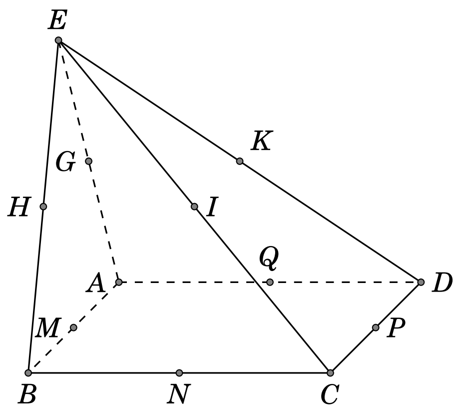
Chọn đáp án D □

Câu 98. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(2;1;0)$, $C(4;-3;-2)$, $D(3;-2;1)$, $E(1;1;-1)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm trên?

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Không tồn tại.

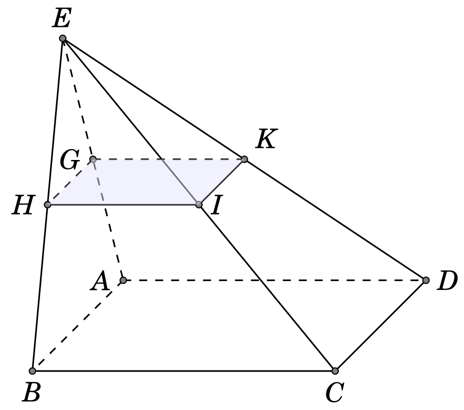
✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-3)$, $\overrightarrow{DC}=(1;-1;-3)$, $\overrightarrow{AD}=(2;-4;-2)$.
Suy ra $ABCD$ là hình bình hành.
$\overrightarrow{AE}=(0;-1;-4)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-10;-4;-2)$.
$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\cdot\overrightarrow{AE}=12\ne 0$ nên $E.ABCD$ là hình chóp đỉnh E có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
Gọi G, H, I, K, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh EA, EB, EC, ED, AB, BC, CD, AD.

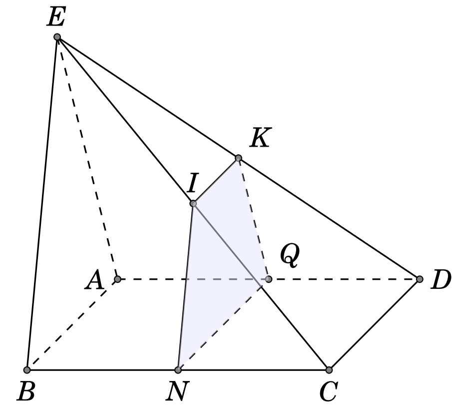


Do đó có 5 mặt phẳng cách đều 5 điểm là:

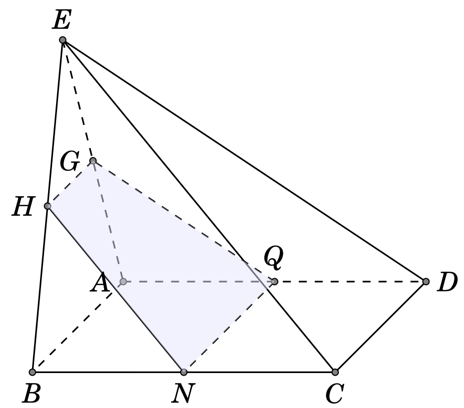
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của 4 cạnh bên: $(GHIK)$.



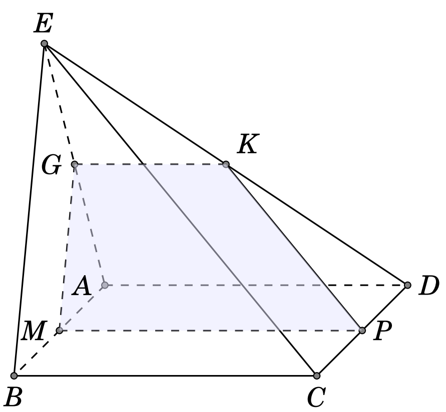
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của EC, ED, AD, BC: $(IKQN)$.



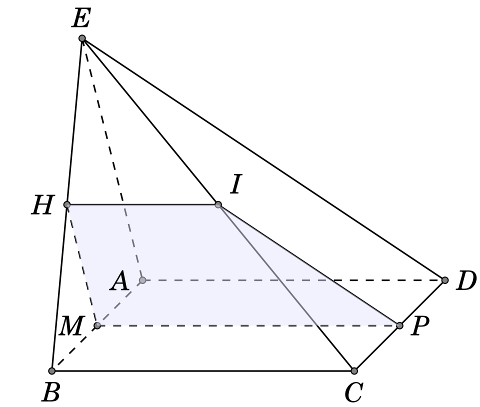
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EB, EA, AD, BC: $(HGQN)$.



— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EA, ED, CD, AB: $(GKPM)$.



— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EB, EC, CD, AB: $(HIPM)$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-4;-1;3)$, $B(-1;-2;-1)$, $C(3;2;-3)$ và $D(0;-3;-5)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D và tổng khoảng cách từ A, B, C đến (α) lớn nhất, đồng thời ba điểm A, B, C nằm cùng phía so với (α). Trong các điểm sau, điểm nào thuộc mặt phẳng (α)

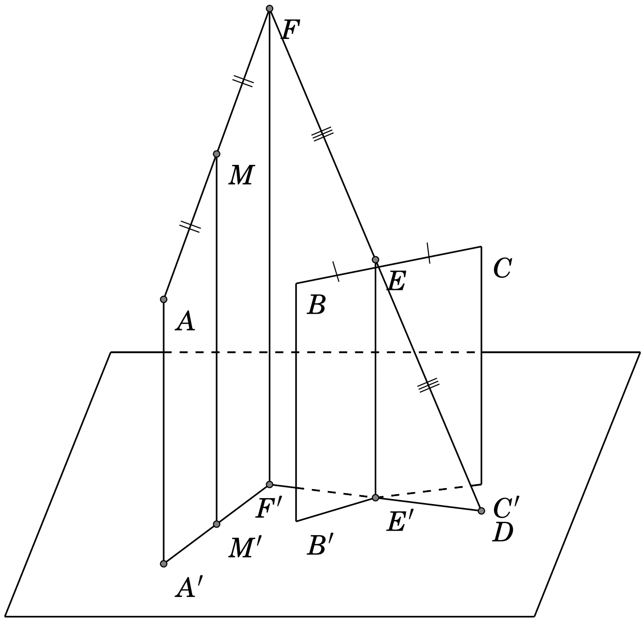
A. $E_1(7;-3;-4)$. **B.** $E_2(2;0;-7)$. **C.** $E_3(-1;-1;-6)$. **D.** $E_4(36;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Gọi E là trung điểm BC, F là điểm đối xứng với D qua E và M là trung điểm AF. Ta có $E(1;0;-2)$, $F(2;3;1)$ và $M(-1;1;2)$. Gọi A', B', C', E', F', M' tương ứng là hình chiếu của A, B, C, E, F, M lên mặt phẳng (α).

Ta có $\mathrm{d}(A,(\alpha))+\mathrm{d}(B,(\alpha))+\mathrm{d}(C,(\alpha)) = AA'+BB'+CC' = AA'+2EE' = AA'+FF' = 2MM' \leq 2MD$.

Do đó $(\alpha)\perp MD$. Mà $\overrightarrow{MD}=(1;-4;-7)$ nên phương trình $(\alpha): x-4y-7z-47=0$.

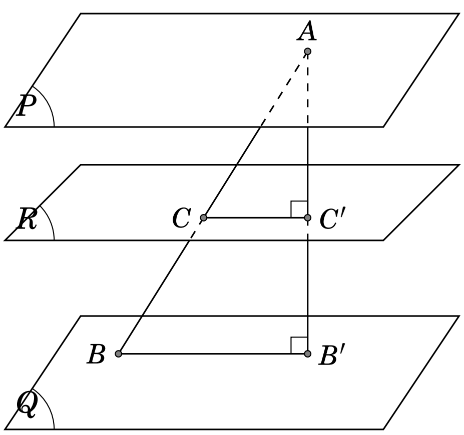


Chọn đáp án (A) □

Câu 100. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0, (Q): x-2y+z+8=0, (R): x-2y+z-4=0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ lần lượt tại A,B,C. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2+\dfrac{144}{AC}$.

A. $72\sqrt[3]{3}$. **B.** 96. **C.** 108. **D.** $72\sqrt[3]{4}$.

✍**Lời giải.**



Ta có $M(1;0;0)\in(P)$ và ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ đôi một song song với nhau.
Gọi B',C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các mặt phẳng $(Q),(R)$.
Ta có

$AB'=d(A;(Q))=d(M;(Q))=\dfrac{|1-2.0+0+8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

$AC'=d(A;(R))=d(M;(R))=\dfrac{|1-2.0+0-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Ta thấy $AB'=3AC'$ nên đặt $CC'=a\Rightarrow BB'=3a$.

Ta có $AB^2=AB'^2+BB'^2=\dfrac{27}{2}+9a^2$; $AC=\sqrt{AC'^2+CC'^2}=\sqrt{\dfrac{3}{2}+a^2}$.

$$\Rightarrow T=AB^2+\frac{144}{AC}=\frac{27}{2}+9a^2+\frac{144}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}=9\left(\frac{3}{2}+a^2\right)+\frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}+\frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}$$

$$\geqslant 3\sqrt[3]{9\left(\frac{3}{2}+a^2\right).\frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}.\frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}}=108.$$

Do đó $\min T=108$ khi $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 101. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt chiều dương của các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C thỏa mãn $OA=2OB$. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $OABC$.

A. $\dfrac{64}{27}$. **B.** $\dfrac{10}{3}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{81}{16}$.

✍**Lời giải.**

Giả sử $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Khi đó mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Vì $OA=2OB\Rightarrow a=2b\Rightarrow\dfrac{3}{2b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\dfrac{1}{6}abc=\dfrac{1}{3}b^2c$.

Ta có $1=\dfrac{3}{2b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{3}{4b}+\dfrac{3}{4b}+\dfrac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{9}{16b^2c}}\Rightarrow\sqrt[3]{\dfrac{9}{16b^2c}}\leq\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{16b^2c}{9}\geq 27\Rightarrow\dfrac{b^2c}{3}\geq\dfrac{81}{16}$.

$$V_{\min}=\frac{81}{16}\text{ khi }\frac{3}{4a}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{9}{2}\\ b=\dfrac{9}{4}\\ c=3\end{cases}.$$

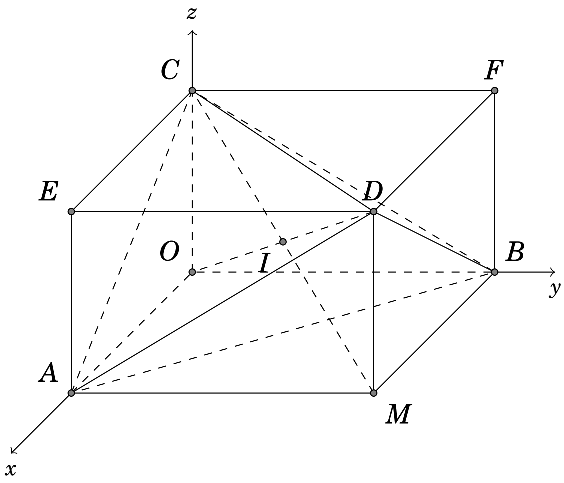
Chọn đáp án (D) □

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau và D khác phía với O so với (ABC); đồng thời A,B,C lần lượt là giao điểm của các trục tọa độ Ox,Oy,Oz với mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{m+2}+\dfrac{z}{m-5}=1$, $m\notin\{0;-2;-5\}$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ đến O.

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Do tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau và D khác phía với O nên ta dựng được hình hộp chữ nhật $CEDF.OAMB$ như hình vẽ.
Lúc đó mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật này cũng là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên tâm I là trung điểm OD.
Dễ thấy rằng $A(m;0;0), B(0;m+2;0)$ và $C(0;0;m-5)$.
Khoảng cách từ tâm I đến O là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $CEDF.OAMB$ nên



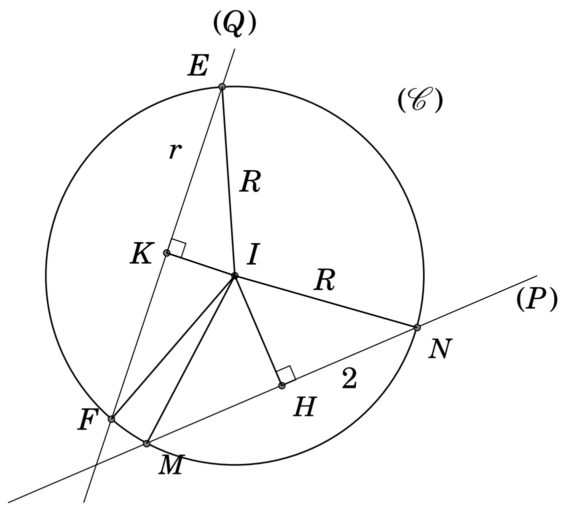
$$IO = R = \frac{\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{3m^2-6m+29}}{2} = \frac{\sqrt{3(m-1)^2+26}}{2} \geq \frac{\sqrt{26}}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m=1$.
Chọn đáp án D □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$, $(Q): 2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{\frac{3}{2}}$. **D.** $r=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

✍Lời giải.
Gọi $\Delta = (P)\cap(Q)$, I là tâm của (S).
Gọi (α) là mặt phẳng qua I và vuông góc với Δ.
Khi đó (α) cắt (S) theo đường tròn lớn $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C})$ cắt các đường tròn giao tuyến của (S) với $(P),(Q)$ lần lượt theo các đường kính MN và EF (hình vẽ).



Do $I \in Ox$ nên $I(x;0;0)$.
Gọi R là bán kính mặt cầu (S) và H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên $(P),(Q)$.
Ta có:
Khoảng cách từ I đến (P) là $IH = d(I,(P)) = \dfrac{|x+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}} = \dfrac{|x+1|}{\sqrt{6}}$.

Suy ra $R^2 = 2^2 + IH^2 \Leftrightarrow R^2 = 4 + \dfrac{(x+1)^2}{6}$ (1).

Khoảng cách từ I đến (Q) là $IK = d(I,(Q)) = \dfrac{|2x-1|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}} = \dfrac{|2x-1|}{\sqrt{6}}$.

Suy ra $R^2 = r^2 + IK^2 \Leftrightarrow R^2 = r^2 + \dfrac{(2x-1)^2}{6}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $4 + \dfrac{(x+1)^2}{6} = r^2 + \dfrac{(2x-1)^2}{6}$ (*).

Bài toán trở thành tìm r để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
$(*) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2r^2 - 8 = 0.$

(*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - (2r^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow r = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $S(0;0;1)$ và $A(1;1;1)$. Hai điểm $M(m;0;0), N(0;n;0)$ thay đổi sao cho $m+n=1$ và $m>0, n>0$. Biết rằng luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (SMN). Bán kính của mặt cầu đó là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (SMN) là $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} + \dfrac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow nx + my + mnz - mn = 0$.

Gọi $I(a;b;c)$ và R là tâm và bán kính của mặt cầu cố định.
Ta có

$$\begin{aligned} R = d(I;(SMN)) &= \frac{|na + mb + mnc - mn|}{\sqrt{n^2 + m^2 + m^2n^2}} \\ &= \frac{|(1-m)a + mb + m(1-m)(c-1)|}{\sqrt{1 - 2mn + m^2n^2}} \\ &= \frac{|(1-m)a + mb + m(1-m)(c-1)|}{1 - mn} \\ &= \frac{|(1-c)m^2 + (b+c-a-1)m + a|}{m^2 - m + 1}. \end{aligned}$$

Mà R không đổi nên $\dfrac{1-c}{1} = \dfrac{b+c-a-1}{-1} = \dfrac{a}{1} = t \Rightarrow \begin{cases} a = t \\ b = t \\ c = 1-t \end{cases}$, hay $I(t;t;1-t)$.

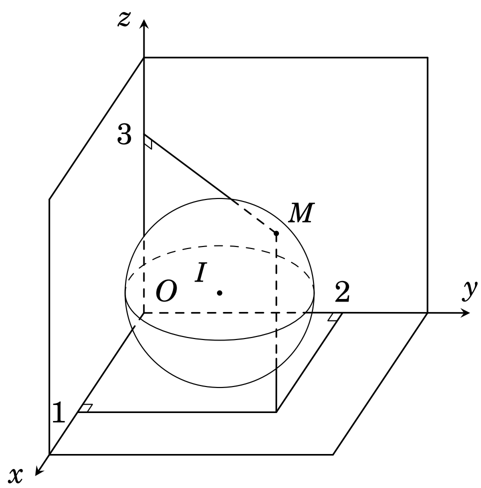
Mặt khác ta có $R = IA = \sqrt{3t^3 - 4t + 2} = |t| \Rightarrow t = 1$. Vậy $R = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 105. Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau, được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của mỗi quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà nó tiếp xúc lần lượt bằng 1,2,3. Tính tổng các bình phương của hai bán kính của hai quả bóng đó.

A. 22. **B.** 26. **C.** 20. **D.** 24.

Lời giải.



Xét quả bóng tiếp xúc với hai bức tường, nền của căn nhà và chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (tương tự với góc tường còn lại).

Gọi $I(a;a;a)$ là tâm của mặt cầu có bán kính $R = a$. Phương trình mặt cầu là:

$$(S): (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2. \quad (1)$$

Xét điểm $M(x;y;z)$ nằm trên mặt cầu sao cho $d(M,(Oxz)) = 2$, $d(M,(Oyz)) = 1$, $d(M,(Oxy)) = 3$.
Suy ra $M(2;1;3)$.
Vì M thuộc mặt cầu (S) nên từ (1) ta có:

$$\begin{aligned} &(2-a)^2 + (1-a)^2 + (3-a)^2 = a^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 - 6a + 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 + \sqrt{2} = R_1 \\ a_2 = 3 - \sqrt{2} = R_2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $R_1^2 + R_2^2 = 22$.

Chọn đáp án A □

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$, $B(0;2;2)$ đồng thời (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy theo thứ tự tại hai điểm M, N (M, N đều không trùng với gốc tọa độ) thỏa mãn $OM = ON$. Biết mặt phẳng (P) có hai phương trình là $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính đại lượng $T=b_1+b_2$.

A. $T=2$. **B.** $T=0$. **C.** $T=4$. **D.** $T=-4$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-1;1;1)$.

- Nếu mặt phẳng (P) song song với trục Oz.
  (P) đi qua $A(1;1;1)$ có VTPT $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\vec{k}]=(1;1;0)$.
  Khi đó (P): $x+y-2=0$.
  Dễ thấy (P) cắt Ox tại $M(2;0;0)$ cắt Oy tại $M(0;2;0)$. Ta thấy $OM=ON$ nên (P) thỏa mãn.

- Nếu mặt phẳng (P) cắt trục Oz. Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có

$$(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\,(a,b,c\neq 0)$$

  Do đó phương trình (P) có dạng $x+By+Cz+D=0\,(B,C,D\neq 0)$. (P) đi qua hai điểm A, B nên

$$\begin{cases}B+C+D=-1\\2B+2C+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2B+2C+2D=-2\\2B+2C+D=0\end{cases}\Rightarrow D=-2.$$

  (P) cắt trục Ox tại $M(-D;0;0)$, cắt Oy tại $N(0;\frac{-D}{B};0)$.

  Vì $OM=ON$ nên $|-D|=|\frac{-D}{B}|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-D=-\frac{D}{B}\Rightarrow B=1\,(\text{loại vì } C\neq 0)\\-D=\frac{D}{B}\Rightarrow B=-1\Rightarrow C=2.\end{array}\right.$

  Do đó $(P): x-y+2z-2=0$. Vậy $b_1+b_2=1-1=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$ đồng thời (P) cắt các tia Oy, Oz theo thứ tự tại hai điểm B, C (B, C đều không trùng với gốc tọa độ). Khi diện tích tam giác ABC nhỏ nhất phương trình mặt phẳng (P) là

A. $y-z=0$. **B.** $y+z-2=0$. **C.** $2x+y+z-4=0$. **D.** $x+y-2$.

✍Lời giải.

Ta thấy (P) cắt trục Ox tại điểm $A(2;0;0)$. Gọi $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(b,c\neq 0)$.

Khi đó $(P): \frac{x}{2}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

$$M(1;1;1)\in(P)\Leftrightarrow\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}.$$

Suy ra $\frac{1}{2}\geq\frac{2}{\sqrt{bc}}\Leftrightarrow bc\geq 16$. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;b;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;0;c)$.

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]|=\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+4b^2+4c^2}\geq\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+8bc}\geq\frac{1}{2}\sqrt{16^2+8\cdot 16}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $b=c=4$.

Khi đó $(P): \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1$ hay $2x+y+z-4=0$.

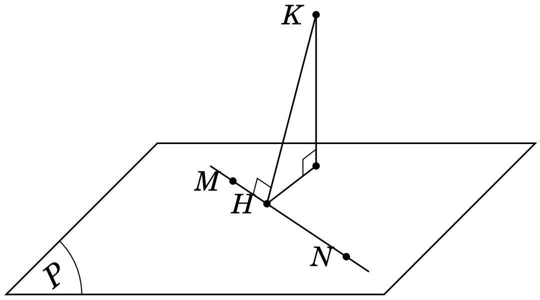
Chọn đáp án C □

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$ và $N(-1;1;3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0;0;2)$. đến mặt phẳng P đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}=(1;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;-1)$.

✍Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;2;1)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm MN.
Phương trình đường thẳng d đi qua $M(0;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{MN}=(-1;2;1)$ làm véc-tơ chỉ phương là: $\begin{cases}x=-1\\y=-1+2t\\z=2+t\end{cases}$.



Gọi H là hình chiếu của K lên đường thẳng d.
Ta có: $\mathrm{d}(K,(P))\le KH$. Do đó $\mathrm{d}(K,(P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $\mathrm{d}(K,(P))=KH$.
Ta có $H\in d\Rightarrow H(-t;-1+2t;2+t)$;
$\overrightarrow{KH}=(-t;-1+2t;t)$.
Ta có: $KH\perp MN\Leftrightarrow \overrightarrow{KH}\cdot\overrightarrow{MN}=0\Leftrightarrow(-1)\cdot(-t)+2(-1+2t)+1\cdot t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$.
Lúc đó $\overrightarrow{KH}=\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{1}{3}\cdot\vec{n}$, với $\vec{n}=(1;1;-1)$.
$\overrightarrow{KH}$ là véc-tơ pháp tuyến của mp(P) nên $\vec{n}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của mp(P).

Chọn đáp án B □

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$, với a,b,c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** 1.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C, mặt phẳng (P) có phương trình theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\Leftrightarrow\frac{1}{a}\cdot x+\frac{1}{b}\cdot y+\frac{1}{c}\cdot z-1=0.$$

Ta có $d(O;(P))=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}$.
Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\ge\dfrac{9}{x+y+z},\forall x,y,z>0$, ta có

$$d(O;(P))\le\frac{1}{\sqrt{\dfrac{9}{a^2+b^2+c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

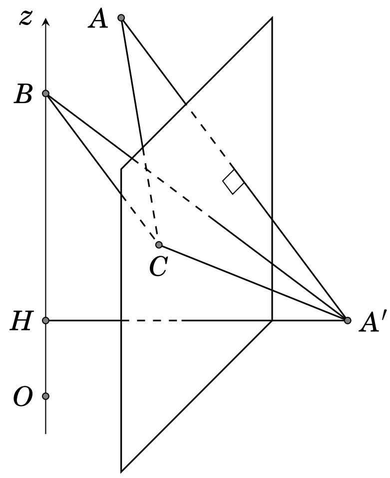
Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=1$.
Vậy $\max d(O;(P))=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-6;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+7=0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là:

A. $B(0;0;1)$. **B.** $B(0;0;-2)$. **C.** $B(0;0;-1)$. **D.** $B(0;0;2)$.

✍Lời giải.



Kiểm tra thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với bờ là mặt phẳng (P), trục Oz song song với mặt phẳng (P).
Lấy điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P). Ta có các đánh giá:
+ $AB \geq AB_0$ với B_0 là hình chiếu của A lên trục Oz và AB_0 có độ dài không đổi.
+ $BC + CA = BC + CA' \geq A'B \geq A'H$, $A'H$ có độ dài không đổi.
Từ đó suy ra
$$AB + BC + CA \geq AB_0 + A'H.$$
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi B trùng $B_0(0;0;1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1), B(0;1;-2)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{12}$.

Lời giải.

Thay tọa độ của A,B vào PT mặt phẳng $(Oxy): z = 0$, ta có $1\cdot(-2) = -2 < 0 \Rightarrow A,B$ nằm về hai phía của (Oxy).
Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (Oxy). Khi đó ta có:
$|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$. Suy ra $|MA - MB|$ lớn nhất bằng $A'B$ khi và chỉ khi M là giao điểm của $A'B$ và (Oxy).
Ta có $A'(1;-1;-1) \Rightarrow A'B = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$.
Chọn đáp án C □

Câu 112. Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x + 2y - z + 4 = 0$. **B.** $4x + 2y + z - 4 = 0$. **C.** $4x - 2y - z + 4 = 0$. **D.** $4x - 2y + z + 4 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (2,-3,-2)$; $\overrightarrow{AC} = (-2;-1;-1)$; $\overrightarrow{BC} = (-4;2;1)$.
$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;6;-8)$.
Gọi tọa độ trực tâm $H(a;b;c)$. $\overrightarrow{AH} = (a;b-1;c-2)$; $\overrightarrow{BH} = (a-2;b+2,c)$.
Theo đề bài ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{AH}\cdot[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = 0. \end{cases}$$
$$\begin{cases} -4a + 2(b-1) + c - 2 = 0 \\ -2(a-2) - 1(b+2) - c = 0 \\ a + 6(b-1) - 8(c-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{22}{101} \\ b = \dfrac{70}{101} \\ c = \dfrac{176}{101} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\dfrac{22}{101}; \dfrac{70}{101}; \dfrac{176}{101}\right).$$
$\overrightarrow{AH} = \left(-\dfrac{22}{101}; -\dfrac{31}{101}; -\dfrac{26}{101}\right)$.
Gọi $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng (P).

Ta có $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AH} \\ \vec{n} \perp \vec{n}_{(ABC)} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AH}, \vec{n}_{(ABC)}] = (4;-2;-1)$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;2)$ có một VTPT là $\vec{n} = (4;-2;-1)$ là
$4(x-0)-2(y-1)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow 4x-2y-z+4=0$.
Vậy $(P): 4x-2y-z+4=0$.

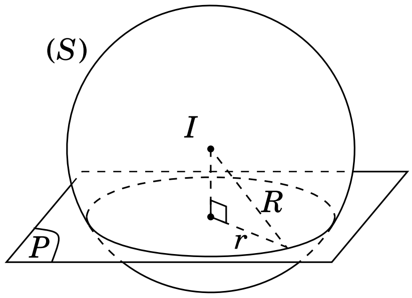
Chọn đáp án (C) □

Câu 113. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;-1;1)$, $B(1;-2;1)$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$.

A. $x+y-3z+4=0$, $x+y-z+2=0$. **B.** $x+y+3z-2=0$, $x+y+z=0$.
C. $x+y+1=0$, $x+y+4z-3=0$. **D.** $x+y+3z-2=0$, $x+y-5z+6=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$, bán kính $R=1$.
Gọi r là bán kính đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$
$\Rightarrow 2\pi r = \sqrt{2}\pi \Leftrightarrow r = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.
Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2 \neq 0$.
Suy ra (P) có phương trình:
$a(x-0)+b(y+1)+c(z-1)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz+b-c=0$.
$B \in (P) \Rightarrow a-2b+c+b-c=0 \Leftrightarrow a=b$.



Ta có $d(I;(P)) = \sqrt{R^2-r^2} = \sqrt{1-\dfrac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra

$$\frac{|a-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{(a-c)^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c^2-4ac=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ c=4a. \end{array}\right.$$

• Với $c=0$, chọn $a=1=b$ ta có $(P): x+y+1=0$.
• Với $c=4a$, chọn $a=1=b \Rightarrow c=4$, ta có $(P): x+y+4z-3=0$.

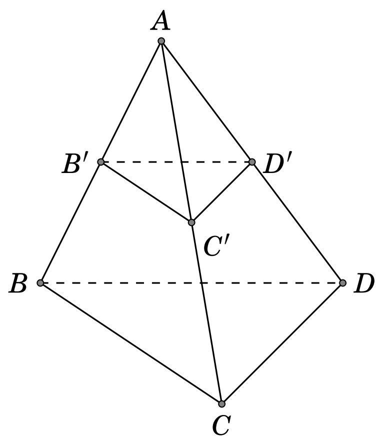
Chọn đáp án (C) □

Câu 114. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$ và $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $16x-40y-44z+39=0$. **B.** $16x+40y-44z+39=0$.
C. $16x+40y+44z-39=0$. **D.** $16x-40y-44z-39=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\dfrac{V_{A.B'C'D'}}{V_{A.BCD}} = \dfrac{AB'}{AB} \cdot \dfrac{AC'}{AC} \cdot \dfrac{AD'}{AD}$.
Đặt $x = \dfrac{AB'}{AB}$, $y = \dfrac{AC'}{AC}$, $z = \dfrac{AD'}{AD}$; $x,y,z>0$.
Tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất $\Leftrightarrow xyz$ đạt giá trị nhỏ nhất.
Theo đề bài, ta có $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=4$.
Mà $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z} \geq \dfrac{3}{\sqrt[3]{xyz}} \Rightarrow 4 \geq \dfrac{3}{\sqrt[3]{xyz}} \Leftrightarrow xyz \geq \left(\dfrac{3}{4}\right)^3$.
Dấu bằng xảy ra khi $x=y=z=\dfrac{3}{4}$.
Vậy tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất $\Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{3}{4}$.



Khi đó $BC \parallel (B'C'D'), BD \parallel (B'C'D') \Rightarrow [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (4;10;-11)$ là một véc-tơ pháp tuyến của

$(B'C'D');\quad \overrightarrow{AD'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}\Rightarrow\begin{cases}x_{D'}-1=\frac{3}{4}\cdot(-1)\\ y_{D'}-1=\frac{3}{4}\cdot 2\\ z_{D'}-1=\frac{3}{4}\cdot 3\end{cases}\Rightarrow D'\left(\frac{1}{4};\frac{10}{4};\frac{13}{4}\right).$

Suy ra $(B'C'D'):4\left(x-\frac{1}{4}\right)+10\left(y-\frac{10}{4}\right)-11\left(z-\frac{13}{4}\right)=0\Leftrightarrow 16x+40y-44z+39=0.$

Chọn đáp án B □

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;8;2)$, điểm $B(9;-7;23)$ và mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Biết $\vec{n}=(1;m;n)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P). Tính mn.

A. $mn=-2$. **B.** $mn=-4$. **C.** $mn=2$. **D.** $mn=4$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(5;-3;7)$; bán kính $R=6\sqrt{2}$.
Phương trình mặt phẳng $(P):1(x-0)+m(y-8)+n(z-2)=0$.
Vì (P) và (S) tiếp xúc nhau nên
$d(I;(P))=R\Leftrightarrow\frac{|5-11m+5n|}{\sqrt{1+m^2+n^2}}=6\sqrt{2}\Leftrightarrow|5-11m+5n|=6\sqrt{2}\sqrt{1+m^2+n^2}\quad(1).$
Ta có $d(B,(P))=\frac{|9-15m+21n|}{\sqrt{1+m^2+n^2}}$.
Ta có $|9-15m+21n|=|5-11m+5n+4-4m+16n|\le|5-11m+5n|+|4-4m+16n|\quad(2).$
Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có
$(4-4m+16n)^2\le(4^2+4^2+16^2)(1+m^2+n^2)=288(1+m^2+n^2)$
$\Rightarrow|4-4m+16n|\le 12\sqrt{2}\sqrt{1+m^2+n^2}\quad(3).$
Từ (1),(2),(3) ta có $|9-15m+21n|\le 18\sqrt{2}\sqrt{1+m^2+n^2}$. Dấu "=" xảy ra

$$\Leftrightarrow\begin{cases}|5-11m+5n|=6\sqrt{2}\sqrt{1+m^2+n^2}\\(5-11m+5n)(4-4m+16n)\ge 0\\ \frac{1}{4}=\frac{m}{-4}=\frac{n}{16}\end{cases}\Leftrightarrow m=-1,n=4\Rightarrow mn=-4.$$

Chọn đáp án B □

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(4;9;1)$, phương trình mặt phẳng (α): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ qua điểm M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA+OB+OC$ nhỏ nhất. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=15$. **B.** $P=14$. **C.** $P=36$. **D.** $P=42$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.
Do (α) đi qua điểm $M(4;9;1)$ nên

$$1=\frac{4}{a}+\frac{9}{b}+\frac{1}{c}=\frac{2^2}{a}+\frac{3^2}{b}+\frac{1^2}{c}\ge\frac{(2+3+1)^2}{a+b+c}=\frac{36}{a+b+c}\Rightarrow a+b+c\ge 36.$$

Mà $OA+OB+OC=a+b+c$ nên $OA+OB+OC$ nhỏ nhất khi $a+b+c$ nhỏ nhất và bằng 36.

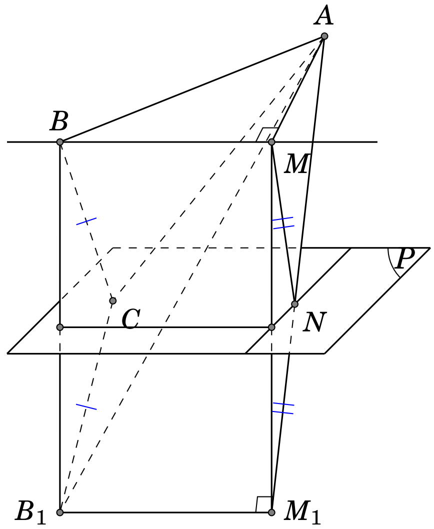
Chọn đáp án C □

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-6;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+7=0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

A. $B(0;0;1)$. **B.** $B(0;0;-2)$. **C.** $B(0;0;-1)$. **D.** $B(0;0;2)$.

Lời giải.

Gọi B_1 là điểm đối xứng với B qua (P).
$P_{ABC}=AB+BC+CA=AB+B_1C+CA\geq AB+AB_1$
Gọi M là hình chiếu của A lên trục Oz, M_1 là điểm đối xứng của M qua (P)
$AB+AB_1\geq AM+AB_1\geq AM+AM_1$ (hằng số).
Vậy P_{ABC} nhỏ nhất khi $B\equiv M$ và C là giao điểm của AM_1 với (P).
Từ đó suy ra tọa độ của điểm B là $(0;0;1)$.



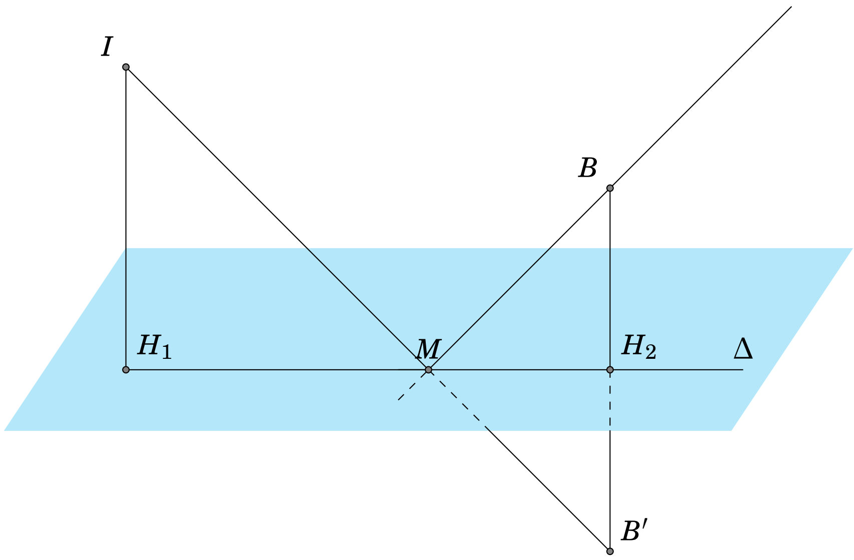
Chọn đáp án (A) □

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z+7=0$. Xét $M\in(P)$, giá trị nhỏ nhất của $\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|+\left|\overrightarrow{MB}\right|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

* Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IA}=\vec{0}\Rightarrow I(1;-1;1)$
* Ta có $\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IM}=\overrightarrow{IM}$
$\Rightarrow\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|+\left|\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{IM}\right|+\left|\overrightarrow{MB}\right|=MI+MB$
* Do $(I;(P))=2+2+1+7>0, (B;(P))=0+2+0+7>0$ nên điểm I và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P)



* Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (P) ta có
$\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|+\left|\overrightarrow{MB}\right|=MI+MB=MI+MB'\geqslant IB'$ đạt min khi I, M, I' thẳng hàng
* Ta có $(BH_2)\colon\begin{cases}x=2t\\y=-1-2t\\z=t\end{cases}$, $H_2=BH_2\cap(P)\Rightarrow H_2(-2;1;-1)\Rightarrow B'(-4;3;-2)\Rightarrow\overrightarrow{IB'}=(-5;4;-3)\Rightarrow$
$\min\left(\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|+\left|\overrightarrow{MB}\right|\right)=IB'=5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m\in(0;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+2z+10=0$ và $(\beta)\colon\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{1-m}+\dfrac{z}{1}=1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng (α), (β). Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

A. 6. **B**. 3. **C**. 9. **D**. 12.

Lời giải.

Ta có: Giả sử $I(a;b;c)$ ta có

$$\mathrm{d}\left(I,(\beta)\right)=\frac{\left|\frac{a}{m}+\frac{b}{1-m}+c-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{m^2}+\frac{1}{(m-1)^2}+1}}=\frac{\left|\frac{a}{m}+\frac{b}{1-m}+c-1\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{m-1}-\frac{1}{m}+1\right)^2}}=\frac{\left|\frac{a}{m}+\frac{b}{1-m}+c-1\right|}{\left|\frac{1}{m-1}-\frac{1}{m}+1\right|}=|k|$$

$\Rightarrow (a;b;c-1)$ tỉ lệ với bộ $(-1;-1;1)\Rightarrow \begin{cases}a=-k\\ b=-k\\ c-1=k\end{cases}$

$+\ \mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{|-2k+k+2k+2+10|}{3}=|k|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=6\\ k=-3.\end{array}\right.$

$\Rightarrow R_1=6;R_2=3\Rightarrow R_1+R_2=9.$

Chọn đáp án C □

Câu 120. Cho điểm $A(4;-4;2)$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z=0$. Gọi M nằm trên (P), N là trung điểm của OM, H là hình chiếu vuông góc của O lên AM. Biết rằng khi M thay đổi thì đường thẳng HN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Tính thể tích của mặt cầu đó?

A. $V=36\pi$. **B**. $V=32\sqrt{3}\pi$. **C**. $V=32\sqrt{2}\pi$. **D**. $V=72\sqrt{2}\pi$.

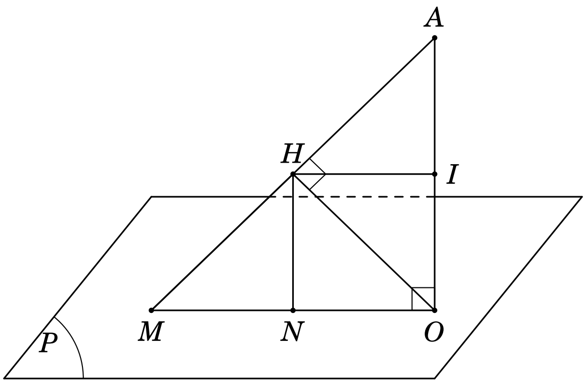
Lời giải.

Ta có $O\in(P)$. Mà $\overrightarrow{OA}=(4;-4;2)$ và VTPT của mp(P) là $\vec{n}=(2;-2;1)=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}$.

Suy ra $OA\perp(P)$. Lại có $M\in(P)\Rightarrow OA\perp OM$ hay tam giác OAM vuông tại O.

Gọi I là trung điểm đoạn OA $\Rightarrow I(2;-2;1)$.

Do $OH\perp AM\Rightarrow \begin{cases}\widehat{OHI}=\widehat{IOH}\\ \widehat{OHN}=\widehat{NOH}\end{cases}\Rightarrow \widehat{IHN}=\widehat{ION}=\widehat{AOM}=90^\circ$.



$\Rightarrow HN\perp IH\Rightarrow HN$ luôn tiếp xúc với mặt cầu cố định tâm I đường kính OA.

Suy ra bán kính là $R=\dfrac{OA}{2}=3\Rightarrow V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=36\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=1$. Điểm $M\in(S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left(1+OA^2\right)\left(1+OB^2\right)\left(1+OC^2\right)$ là

A. 24. **B**. 27. **C**. 64. **D**. 8.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=1$. Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, $c>0$.

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trinh $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Theo đề (P) tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow \dfrac{\left|\frac{0}{a}+\frac{0}{b}+\frac{0}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=1\Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=1.$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si $1=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\geqslant 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{a^2}\cdot\dfrac{1}{b^2}\cdot\dfrac{1}{c^2}}\Leftrightarrow a^2b^2c^2\geqslant 27.$

Ta có $1+a^2=1+\dfrac{a^2}{3}+\dfrac{a^2}{3}+\dfrac{a^2}{3}\geqslant 4\sqrt[4]{\dfrac{a^6}{27}}$.

Tương tự $1+b^2\geqslant 4\sqrt[4]{\dfrac{b^6}{27}};1+c^2\geqslant 4\sqrt[4]{\dfrac{c^6}{27}}$.

$$\Rightarrow T=(1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2)=(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)\geqslant 64\sqrt[4]{\frac{a^6b^6c^6}{27^3}}\geqslant 64.$$

Dấu "= " xảy ra khi $a^2 = b^2 = c^2 = 3$.
Chọn đáp án C □

4.1 ĐÁP ÁN

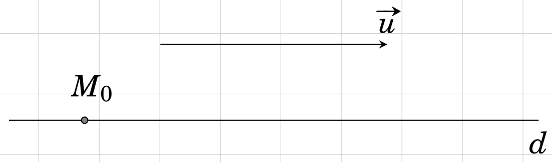
1. D	2. A	3. A	4. C	5. C	6. B	7. C	8. D	9. D	10. D
11. B	12. D	13. D	14. A	15. B	16. B	17. C	18. A	19. C	20. A
21. C	22. A	23. B	24. D	25. B	26. D	27. A	28. A	29. B	30. A
31. B	32. A	33. A	34. C	35. A	36. A	37. B	38. A	39. A	40. A
41. D	42. D	43. A	44. C	45. B	46. D	47. B	48. A	49. B	50. C
51. A	52. C	53. C	54. A	55. A	56. B	57. D	58. A	59. B	60. A
61. A	62. A	63. C	64. A	65. A	66. A	67. D	68. D	69. A	70. D
71. A	72. B	73. B	74. C	75. A	76. C	77. A	78. C	79. A	80. C
81. D	82. D	83. A	84. A	85. D	86. C	87. D	88. D	89. C	90. D
91. C	92. C	93. A	94. D	95. D	96. C	97. D	98. C	99. A	100. C
101. D	102. D	103. D	104. C	105. A	106. B	107. C	108. B	109. C	110. A
111. C	112. C	113. C	114. B	115. B	116. C	117. A	118. C	119. C	120. A
121. C									

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1 PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Định nghĩa 1.
Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$, với $\overrightarrow{u_\Delta}\neq\overrightarrow{0}$, làm một véc-tơ chỉ phương.



Phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct. \end{cases}$

Nếu a,b,c đều khác 0 thì người ta còn viết phương trình của đường thẳng Δ dưới dạng chính tắc như sau: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$.

2 ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, TRÙNG NHAU, CẮT NHAU HOẶC CHÉO NHAU

Cho hai đường thẳng d và d' lần lượt đi qua hai điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$, và $M_0'\left(x_0';y_0';z_0'\right)$ có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_d=(a;b;c), \vec{u}_{d'}=(a';b';c')$.

① Đặt $\vec{n}=\left[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}\right]$, ta có:

- $d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}=\vec{0} \\ M_0\notin d'. \end{cases}$
- $d\equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}=\vec{0} \\ M_0\in d'. \end{cases}$
- d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}\neq\vec{0} \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{M_0M_0'}=0. \end{cases}$
- d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{M_0M_0'}\neq 0$.

$d\perp d' \Leftrightarrow \vec{u}_d\cdot\vec{u}_{d'}=0$.

② Xét hệ phương trình hai ẩn $\begin{cases} x_0+at=x_0'+a't' \\ y_0+bt=y_0'+b't' \\ z_0+ct=z_0'+c't' \end{cases}$ (1). Khi đó:

- d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ (1) có đúng một nghiệm.
- d và d' chéo nhau khi và chỉ khi hai véc-tơ $\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}$ không cùng phương và hệ (1) vô nghiệm.

3 ĐIỀU KIỆN ĐỂ MỘT ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, CẮT HOẶC VUÔNG GÓC VỚI MỘT MẶT PHẲNG

Cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a;b;c)$; cho mặt phẳng (P) có phương trình là: $Ax+By+Cz+D=0$.
Gọi $\vec{n}_p=(A;B;C)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Ta có:

- $d\parallel(P)\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d\cdot\vec{n}_p=0 \\ M_0\notin(P) \end{cases}$;
- $d\subset(P)\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d\cdot\vec{n}_p=0 \\ M_0\in(P) \end{cases}$;

- d cắt $(P) \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_p \neq 0$;
- $d \perp (P) \Leftrightarrow \vec{n}_p = k\vec{u}_d$ với k là một số thực nào đó.

4 KHOẢNG CÁCH

4.1 KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A và đường thẳng Δ đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$. Để tính khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ ta có 2 cách:
Cách 1:
Bước 1: Tìm hình chiếu vuông góc H của A trên đường thẳng Δ.
Bước 2: Khoảng cách từ A đến Δ chính là khoảng cách giữa hai điểm A và $H: d(A,\Delta) = AH$.

⚠ *Để tìm được H ta có thể làm như sau: Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ ,từ đó suy ra toạ độ của điểm H dưới dạng tham số. Sau đó ta tìm được toạ độ của H dựa vào điều kiện $AH \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0$.*

Cách 2: *Sử dụng công thức:* $\mathrm{d}(A,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}_\Delta, \overrightarrow{AM}\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}$.

Hệ quả: *Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song* Cho hai đường thẳng song song Δ và Δ'. Gọi M, M' lần lượt là một điểm tùy ý trên Δ và Δ'. Khi đó ta có $\mathrm{d}(\Delta,\Delta') = \mathrm{d}(M,\Delta') = \mathrm{d}(M',\Delta)$.

4.2 KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ', trong đó Δ đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$; Δ' đi qua điểm M' và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta'} = \left(a';b';c\right)$.
Để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' ta có 2 cách:
Cách 1:
Bước 1: Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng Δ' và song song với Δ .
Bước 2: Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' chính là khoảng cách giữa Δ và mặt phẳng $(Q): \mathrm{d}(\Delta,\Delta') = \mathrm{d}(\Delta,(Q)) = \mathrm{d}(M,(Q))$.

Cách 2: Sử dụng công thức: $\mathrm{d}(\Delta,\Delta') = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u'_\Delta}\right] \cdot \overrightarrow{MM'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u'_\Delta}\right]\right|}$.

B CÁC DẠNG TOÁN

1 ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA MỘT ĐIỂM VÀ VÉC-TƠ CHỈ PHƯƠNG CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải:
Ở dạng này véc-tơ chỉ phương có thể được cho trước hoặc ẩn trong các đặc điểm tương ứng của đường thẳng

— Đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B, khi đó véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là một chỉ phương của (d).

— Đường thẳng (d) song song với đường thẳng (l), khi đó véc-tơ chỉ phương của (l) cũng là một chỉ phương của (d).

— Đương thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (α), khi đó véc-tơ pháp tuyến của (α) là một chỉ phương của (d).

Ví dụ 1. Viết phương trình đường thẳng (d) khi biết (d) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(-1;3;5)$ làm một véc-tơ chỉ phương.

✍Lời giải.
Vì (d) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(-1;3;5)$ làm một véc-tơ chỉ phương nên ta có phương trình của (d) là $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \\ z=-3+5t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$. □

Ví dụ 2. Viết phương tham số của đường thẳng (d) biết (d) đi qua hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(1;2;4)$.

✍Lời giải.
Vì (d) đi qua hai điểm A, B nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$ là một véc-tơ chỉ phương.
Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \\ z=-1-5t. \end{cases}$ □

Ví dụ 3. Viết phương tham số của đường thẳng (d) biết (d) đi qua hai điểm $A(3;2;-4)$ và song song với đường thẳng (a): $\begin{cases} x=2-3t \\ y=3+4t \\ z=5-2t. \end{cases}$

✍Lời giải.
Vì (d) song song với (a) nên véc-tơ chỉ phương của (a) cũng là một véc-tơ chỉ phương của (d), suy ra $\overrightarrow{u_d}=(-3;4;-2)$.
Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x=2-3t \\ y=3+4t \\ z=5-2t. \end{cases}$ □

Ví dụ 4. Viết phương tham số của đường thẳng (d) biết (d) đi qua hai điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α): $2x-3y+6z+19=0$.

✍Lời giải.
Vì (d) vuông góc với (α) nên véc-tơ pháp tuyến của (α) cũng là một véc-tơ chỉ phương của (d), suy ra $\overrightarrow{u_d}=(2;-3;6)$.
Do đó phương trình (d) là (d): $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=4-3t \\ z=3+6t. \end{cases}$ □

1.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$.

① $M(0;-2;5)$ và $\vec{u}=(0;1;4)$.

✍Lời giải.

Vì (d) đi qua M và nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là (d): $\begin{cases} x=0 \\ y=-2+t \\ z=5+4t. \end{cases}$

□

② $M(1;3;-1)$ và $\vec{u}=(1;2;-1)$

✍Lời giải.

Vì (d) đi qua M và nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là (d): $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+2t \\ z=-1-t. \end{cases}$

□

③ $M(3;-1;-3)$ và $\vec{u}=(1;-2;-1)$

✍Lời giải.

Vì (d) đi qua M và nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $(d)\colon \begin{cases} x = 3+t \\ y = -1-2t \\ z = -3-t. \end{cases}$

□

Bài 2. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và song song với đường thẳng (l).

① $M(3;2;-4)$ và $(l)\colon \begin{cases} x = 4+2t \\ y = -1+3t \\ z = 3+t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Vì $(d) \parallel (l)$ nên véc-tơ chỉ phương của (l) cũng là một véc-tơ chỉ phương của (d), suy ra $\overrightarrow{u_d} = (2;3;1)$.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 2+3t \\ z = -4+t. \end{cases}$ □

② $M(3;2;-4)$ và $(l) \equiv Ox$.

✍**Lời giải.**

Vì $(d) \parallel Ox$ nên véc-tơ chỉ phương của (d) là $\overrightarrow{u_d} = (1;0;0)$.

Do đó phương trình của (d) là $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2 \\ z = -4. \end{cases}$ □

Bài 3. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm hai điểm A, B.

① $A(1;-2;5)$ và $B(0;1;4)$.

✍**Lời giải.**

Vì (d) qua hai điểm A, B nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{BA} = (1;-3;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-3t \\ z = 5+t. \end{cases}$ □

② $A(1;1;5)$ và $B(2;1;-4)$.

✍**Lời giải.**

Vì (d) qua hai điểm A, B nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (1;0;-9)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 5-9t. \end{cases}$ □

③ $A(3;-2;1)$ và $B(0;1;4)$.

✍**Lời giải.**

Vì (d) qua hai điểm A, B nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (-3;3;3)$ làm véc-tơchỉ phương.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x = 3-3t \\ y = -2+3t \\ z = 1+3t. \end{cases}$ □

Bài 4. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(3;2;1)$ và vuông góc mặt phẳng $(P)\colon 2x-5y+4=0$.

✍**Lời giải.**

Vì $(d) \perp (P)$ nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là một véc-tơ chỉ phương của (d), suy ra $\overrightarrow{u_d} = (2;-5;0)$.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 2-5t \\ z = 1. \end{cases}$ □

Bài 5. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$.

① $M(3;-2;-5)$ và $\vec{u} = (-2;0;4)$.

✍**Lời giải.**

Vì (d) đi qua M và nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $(d)\colon \begin{cases} x = 3-2t \\ y = -2 \\ z = -5+4t. \end{cases}$

□

② $M(4;3;-2)$ và $\vec{u}=(-3;0;0)$

✍Lời giải.

Vì (d) đi qua M và nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là (d): $\begin{cases} x=4-3t \\ y=3 \\ z=-2. \end{cases}$

□

Bài 6. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và song song với đường thẳng (l).

① $M(-3;2;-4)$ và (l): $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{6}$.

✍Lời giải.

Vì $(d)\parallel(l)$ nên véc-tơ chỉ phương của (l) cũng là một véc-tơ chỉ phương của (d), suy ra $\overrightarrow{u_d}=(3;2;6)$.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=2+2t \\ z=-4+6t. \end{cases}$ □

② $M(5;2;-3)$ và (l): $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{2-y}{2}=\dfrac{z+3}{5}$.

✍Lời giải.

Vì $(d)\parallel(l)$ nên véc-tơ chỉ phương của (d) là $\overrightarrow{u_d}=(-3;-2;5)$.

Do đó phương trình của (d) là $\begin{cases} x=5-3t \\ y=2-2t \\ z=-3+5t. \end{cases}$ □

Bài 7. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm hai điểm A, B.

① $A(1;-2;5)$ và $B(2;0;4)$.

✍Lời giải.

Vì (d) qua hai điểm A, B nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=5-t. \end{cases}$ □

② $A(2;1;5)$ và $B(2;1;-4)$.

✍Lời giải.

Vì (d) qua hai điểm A, B nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(0;0;-9)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=5-9t. \end{cases}$ □

Bài 8. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và vuông góc mặt phẳng (P).

① $M(1;-1;0)$ và $(P)\equiv(Oxy)$.

✍Lời giải.

Vì $(d)\perp(Oxy)$ nên véc-tơ chỉ phương của (d) là $\overrightarrow{u_d}=(0;0;1)$.

Do đó phương trình (d): $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=t. \end{cases}$ □

② $M(2;-3;6)$ và (P): $2x-3y+6z+19=0$.

✍Lời giải.

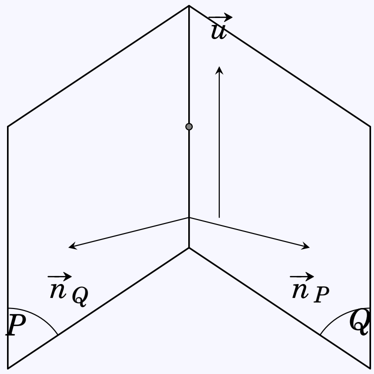
Vì $(d)\perp(P)$ nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là một véc-tơ chỉ phương của (d), suy ra $\overrightarrow{u_d}=(2;-3;6)$.

Do đó phương trình (d) là (d): $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-3t \\ z=6+6t. \end{cases}$ □

2 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

Phương pháp giải:
Cho hai mặt phẳng (P): $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$, mặt phẳng (Q): $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ để viết phương trình đường thẳng (d) là giao tuyến chung của hai mặt phẳng trên ta cần xác định hai yếu tố:

- Véc-tơ chỉ phương của (d), $\vec{u}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]$.
- Điểm M mà (d) đi qua, tìm được bằng cách cho $z=z_0$ và khi đó x,y tìm từ hệ phương trình của (P), (Q).



Đối với dạng này ta có thể tìm phương trình (d) bằng cách giải hệ phương trình $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$, nghiệm của hệ được viết ở dạng tham số là phương trình tham số của đường thẳng (d).

Ví dụ 5. Viết phương trình đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $6x+2y+2z+3=0$ và (Q): $3x-5y-2z-1=0$.

Lời giải.

Cách 1. Ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(6;2;2)$ và véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=(3;-5;-2)$ nên một véc-tơ chỉ phương của (d) là $\vec{u}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(1;3;-6)$. Điểm $M\left(\frac{-13}{36};\frac{-5}{12};0\right)$ nằm trên đường thẳng (d).

Do đó phương trình (d): $\begin{cases}x=\dfrac{-13}{36}+t\\ y=\dfrac{-5}{12}+3t\\ z=-6t.\end{cases}$

Cách 2. Tọa độ các điểm chung của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases}6x+2y+2z+3=0\\3x-5y-2z-1=0.\end{cases}$$

Cho $z=t$ thay vào hệ ta được $\begin{cases}x=\dfrac{-13}{36}-\dfrac{1}{6}t\\ y=\dfrac{-5}{12}-\dfrac{1}{2}t\\ z=t\end{cases}$. Đây cũng là phương trình tham số của (d).

□

2.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 9. Viết phương trình đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $2x-2y-z-4=0$ và (Q): $x+2y-2z-1=0$.

Lời giải.

Tọa độ các điểm chung của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases}2x-2y-z-4=0\\x+2y-2z-1=0.\end{cases}$$

Cho $z = t$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x = \dfrac{5}{3} + t \\ y = \dfrac{-1}{3} + \dfrac{1}{2}t \\ z = t \end{cases}$. Đây cũng là phương trình tham số của (d). □

Bài 10. Viết phương trình đường thẳng giao tuyến chung (d) của hai mặt phẳng (P) và (Q) biết

① $\begin{cases} (P)\colon 3x + 3y - 4z + 7 = 0 \\ (Q)\colon x + 6y - 2z + 6 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Tọa độ các điểm chung của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 3x + 3y - 4z + 7 = 0 \\ x + 6y - 2z + 6 = 0. \end{cases}$$

Cho $z = t$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x = \dfrac{-8}{5} + \dfrac{6}{5}t \\ y = \dfrac{-14}{15} + \dfrac{2}{15}t \\ z = t \end{cases}$. Đây cũng là phương trình tham số của (d).

□

② $\begin{cases} (P)\colon x + z - 1 = 0 \\ (Q)\colon y - 2 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Tọa độ các điểm chung của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y - 2 = 0. \end{cases}$$

Cho $z = t$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$. Đây cũng là phương trình tham số của (d). □

③ $\begin{cases} (P)\colon 2x + y + z - 1 = 0 \\ (Q)\colon x + z - 1 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

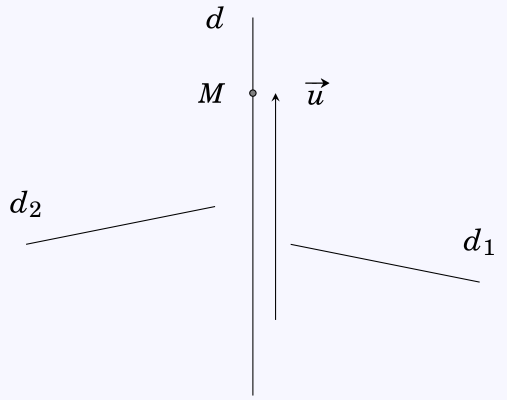
Tọa độ các điểm chung của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0 \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$$

Cho $z = t$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$. Đây cũng là phương trình tham số của (d). □

3 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA ĐIỂM M VÀ VUÔNG GÓC VỚI HAI ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải:



Đường thẳng (d) đi qua điểm M và vuông góc hai đường thẳng (d_1), (d_2). Khi đó ta gọi $\vec{u}$ là một véc-tơ chỉ phương của (d) thì $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{u_1}\\ \vec{u}\perp\vec{u_2}\end{cases}$ với $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$ lần lượt là chỉ phương của (d_1), (d_2) nên ta chọn $\vec{u}=[\vec{u_1},\vec{u_2}]$.

Ví dụ 6. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;0;5)$ và vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-2t\\ z=1+t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1-t\\ y=2+t\\ z=1+3t.\end{cases}$

Lời giải.

Vì (d) vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-2t\\ z=1+t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1-t\\ y=2+t\\ z=1+3t\end{cases}$ nên $\vec{u}=[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(-7;-7;0)$ (với $\vec{u_1}=(2;-2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1, $\vec{u_2}=(-1;1;3)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2).

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases}x=1-7t\\ y=-7t\\ z=5.\end{cases}$ □

3.1 BÀI TẬP ÁP RÈN LUYỆN

Bài 11. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng (d_1), (d_2).

① $M(2;-1;1)$ và (d_1): $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2+t\\ z=3\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2+t\\ z=3+t.\end{cases}$

Lời giải.

Vì (d) vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2+t\\ z=3\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2+t\\ z=3+t\end{cases}$ nên $\vec{u}=[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(1;-1;-2)$ (với $\vec{u_1}=(1;1;0)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1, $\vec{u_2}=(3;1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2).

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases}x=2+t\\ y=-1-t\\ z=1-2t.\end{cases}$ □

② $M(1;-2;3)$ và (d_1): $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2+t\\ z=3+t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1\\ y=-2\\ z=3+t.\end{cases}$

Lời giải.

Vì (d) vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2+t\\ z=3+t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1\\ y=-2\\ z=3+t\end{cases}$ nên $\vec{u}=[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(1;-2;0)$ (với $\vec{u_1}=$

$(2;1;1)$, $\overrightarrow{u_2}=(0;0;1))$.

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=3.\end{cases}$ □

Bài 12. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng (d_1), (d_2).

① $M(4;1;4)$ và (d_1): $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-2t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3+t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Vì (d) vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-2t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3+t\end{cases}$ nên $\vec{u}=[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(3;-3;3)$ (với $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1, $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2).

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases}x=4+3t\\y=1-3t\\z=4+3t.\end{cases}$ □

② $M(0;-2;3)$ và (d_1): $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=t\\y=-2t\\z=3+t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Vì (d) vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=t\\y=-2t\\z=3+t\end{cases}$ nên $\vec{u}=[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(3;1;-1)$ (với $\overrightarrow{u_1}=(0;1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1, $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2).

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases}x=3t\\y=-2+t\\z=3-t.\end{cases}$ □

③ $M(3;-2;3)$ và (d_1): $\begin{cases}x=1+7t\\y=-2+t\\z=1-t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=3+t\\y=-2t\\z=3-t.\end{cases}$

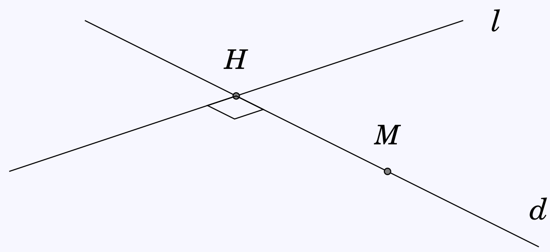
✍Lời giải.

Vì (d) vuông góc với (d_1): $\begin{cases}x=1+7t\\y=-2+t\\z=1-t\end{cases}$, (d_2): $\begin{cases}x=3+t\\y=-2t\\z=3-t\end{cases}$ nên $\vec{u}=[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(-3;6;-16)$ (với $\overrightarrow{u_1}=(7;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1, $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2).

Do đó phương trình (d) là $\begin{cases}x=3-3t\\y=-2+6t\\z=3-16t.\end{cases}$ □

4 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA ĐIỂM M, CẮT VÀ VUÔNG GÓC VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải:



Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng cho trước (l). Dựa vào điều kiện $\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_l=0$ ta tìm được H. Khi đó đường thẳng đi qua hai điểm M, H là đường thẳng cần tìm.

Ví dụ 7. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;2;-2)$, vuông góc và cắt đường thẳng (l): $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng (l). Vì $H \in (l)$ nên $H(h;1-h;2h)$ và do $MH \perp (l)$ suy ra $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0$ (với $\overrightarrow{u_l}$ là véc-tơ chỉ phương của l).

Ta có $\overrightarrow{MH} = (h-1;-h-1;2h+2)$, $\overrightarrow{u_l} = (1;-1;2)$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0 \Leftrightarrow h - 1 + h + 1 + 4h + 4 = 0 \Leftrightarrow h = \dfrac{-2}{3}$ hay $\overrightarrow{MH} = \left(\dfrac{-5}{3}; \dfrac{-1}{3}; \dfrac{2}{3}\right)$.

Vậy phương trình (d) có dạng $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 2t. \end{cases}$ □

Ví dụ 8. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-4;-2;4)$, vuông góc và cắt đường thẳng (l): $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng (l). Vì $H \in (l)$ nên $H(-3+2h;1-h;-1+4h)$ và do $MH \perp (l)$ suy ra $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0$ (với $\overrightarrow{u_l}$ là véc-tơ chỉ phương của l).

Ta có $\overrightarrow{MH} = (2h+1;-h+3;4h-5)$, $\overrightarrow{u_l} = (2;-1;4)$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0 \Leftrightarrow 4h+2+h-3+16h-20 = 0 \Leftrightarrow h = 1$ hay $\overrightarrow{MH} = (3;2;-1)$.

Vậy phương trình (d) có dạng $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 4 - t. \end{cases}$ □

4.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 13. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M, vuông góc và cắt đường thẳng (l).

① $M(1;-1;0)$ và (l): $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng (l). Vì $H \in (l)$ nên $H(2-h;1+h;0)$ và do $MH \perp (l)$ suy ra $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0$ (với $\overrightarrow{u_l}$ là véc-tơ chỉ phương của l).

Ta có $\overrightarrow{MH} = (-h+1;h+2;0)$, $\overrightarrow{u_l} = (-1;1;0)$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0 \Leftrightarrow h - 1 + h + 2 = 0 \Leftrightarrow h = \dfrac{-1}{2}$ hay $\overrightarrow{MH} = \left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{3}{2}; 0\right)$.

Vậy phương trình (d) có dạng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 0. \end{cases}$ □

② $M(1;1;3)$ và (l): $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng (l). Vì $H \in (l)$ nên $H(h+1;-2+2h;1+h)$ và do $MH \perp (l)$ suy ra $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0$ (với $\overrightarrow{u_l}$ là véc-tơ chỉ phương của l).

Ta có $\overrightarrow{MH} = (h;2h-3;h-2)$, $\overrightarrow{u_l} = (1;2;1)$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0 \Leftrightarrow h + 4h - 6 + h - 2 = 0 \Leftrightarrow h = \dfrac{4}{3}$ hay $\overrightarrow{MH} = \left(\dfrac{4}{3}; \dfrac{-1}{3}; \dfrac{-2}{3}\right)$.

Vậy phương trình (d) có dạng $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$ □

Bài 14. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M, vuông góc và cắt đường thẳng (l)

① $M(1;-1;3)$ và (l): $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -1+t \\ z = 3+2t. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng (l). Vì $H \in (l)$ nên $H(1-h;-1+h;3+2h)$ và do $MH \perp (l)$ suy ra $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0$ (với $\overrightarrow{u_l}$ là véc-tơ chỉ phương của l).
Ta có $\overrightarrow{MH} = (-h;h;2h)$, $\overrightarrow{u_l} = (-1;1;2)$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0 \Leftrightarrow h+h+4h = 0 \Leftrightarrow h = 0$ hay $H \equiv M$ nên tồn tại vô số đường thẳng (d) thỏa yêu cầu bài. □

② $M(2;-1;1)$ và (l): $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3. \end{cases}$

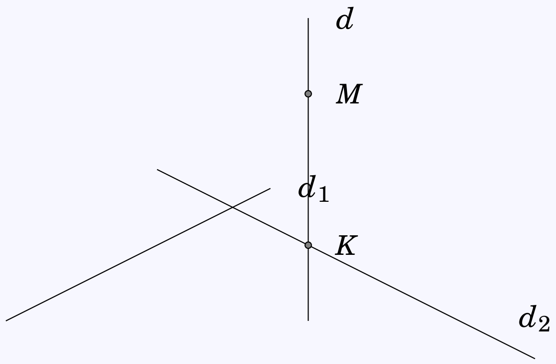
✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng (l). Vì $H \in (l)$ nên $H(h+1;-2+h;3)$ và do $MH \perp (l)$ suy ra $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0$ (với $\overrightarrow{u_l}$ là véc-tơ chỉ phương của l).
Ta có $\overrightarrow{MH} = (h-1;h-1;2)$, $\overrightarrow{u_l} = (1;1;0)$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_l} = 0 \Leftrightarrow h-1+h-1 = 0 \Leftrightarrow h = 1$ hay $\overrightarrow{MH} = (0;0;2)$.

Vậy phương trình (d) có dạng $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1+2t. \end{cases}$ □

5 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA ĐIỂM M, VUÔNG GÓC VỚI (D_1) VÀ CẮT (D_2).

Phương pháp giải:



Gọi K là giao điểm của (d) và (d_2). Ta có $MK \perp (d_1)$ nên $\overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{u}_{d_1} = 0$, từ đó ta tìm được véc-tơ $\overrightarrow{MK}$ chính là chỉ phương của (d).

Ví dụ 9. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(0;1;1)$ vuông góc với (d_1): $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{1}$ và cắt (d_2): $\begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ z = 1+t. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi K là giao điểm của (d) và (d_2), suy ra $K(-1;k;1+k)$. Mà $(d) \perp (d_1)$ nên $\overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{u}_{d_1} = 0$ với $\overrightarrow{MK} = (-1;k-1;k)$, $\overrightarrow{u}_{d_1} = (3;1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của (d_1) do đó $\overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow -3+k-1+k = 0 \Leftrightarrow k = 2$. Suy ra $\overrightarrow{MK} = (-1;1;2)$ hay (d): $\begin{cases} x = -t \\ y = 1+t \\ z = 1+2t. \end{cases}$ □

5.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 15. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M, vuông góc với (d_1) và cắt (d_2)

① $M(1;1;1)$, $(d_1)\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $(d_2)\colon \begin{cases}x=2\\y=1+2t\\z=-1-t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi K là giao điểm của (d) và (d_2), suy ra $K(2;1+2k;-1-k)$. Mà $(d)\perp(d_1)$ nên $\overrightarrow{MK}\cdot\vec{u}_{d_1}=0$ với $\overrightarrow{MK}=(1;2k;-k-2)$, $\vec{u}_{d_1}=(2;-1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của (d_1) do đó $\overrightarrow{MK}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\Leftrightarrow$ $2-2k-k-2=0\Leftrightarrow k=0$. Suy ra $\overrightarrow{MK}=(1;0;-2)$ hay $(d)\colon \begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1-2t.\end{cases}$ □

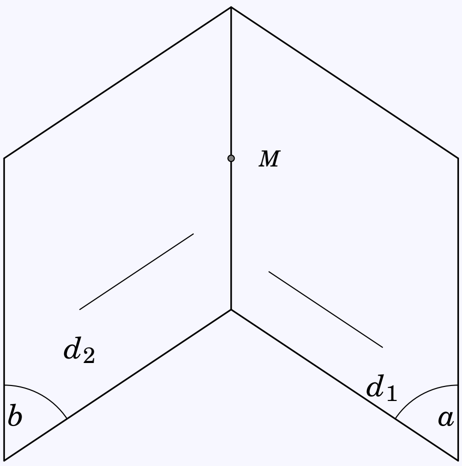
② $M(-1;2;-3)$, $(d_1)\colon \dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z}{-3}$ và $(d_2)\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-5}$.

✍Lời giải.

Gọi K là giao điểm của (d) và (d_2), suy ra $K(1+3k;-1+2k;3-5k)$. Mà $(d)\perp(d_1)$ nên $\overrightarrow{MK}\cdot\vec{u}_{d_1}=0$ với $\overrightarrow{MK}=(3k+2;2k-3;-5k+6)$, $\vec{u}_{d_1}=(6;-2;-3)$ là véc-tơ chỉ phương của (d_1) do đó $\overrightarrow{MK}\cdot\overrightarrow{u_{d_1}}=0\Leftrightarrow 18k+12-4k+6+15k-18=0\Leftrightarrow k=0$. Suy ra $\overrightarrow{MK}=(2;-3;6)$ hay $(d)\colon \begin{cases}x=-1+2t\\y=2-3t\\z=-3+6t.\end{cases}$ □

6 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA ĐIỂM M CẮT CẢ HAI ĐƯỜNG THẲNG (D_1) VÀ (D_2)

Phương pháp giải:



Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua điểm M, (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua điểm M. Khi đó đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b) là đường thẳng (d) cần tìm.

Ví dụ 10. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và cắt hai đường thẳng (d_1), (d_2).
Với $M(1;0;5)$, $(d_1)\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $(d_2)\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

✍Lời giải.

Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (a) là $\vec{n}_a=\left[\vec{u}_{d_1},\overrightarrow{MD}\right]$ với $\vec{u}_{d_1}=(2;-2;1)$, $\overrightarrow{MD}=(0;3;-4)$ (ở đây $D(1;3;1)\in(d_1)$).
Do đó $\vec{n}_a=(5;8;6)$ nên phương trình (a) là $5x+8y+6z-35=0$.

Gọi (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (b) là $\vec{n}_b = \left[\vec{u}_{d_2}, \overrightarrow{MK}\right]$ với $\vec{u}_{d_2} = (-1;1;-3)$, $\overrightarrow{MK} = (0;2;-4)$ (ở đây $K(1;2;1) \in (d_2)$).
Do đó $\vec{n}_b = (2;-4;-2)$ nên phương trình (b) là $x - 2y - z + 4 = 0$.
Khi đó, đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng trên là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 5x + 8y + 6z - 35 = 0 \\ x - 2y - z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{11}{4}t - \dfrac{19}{4} \\ z = \dfrac{-9}{2}t + \dfrac{27}{2}. \end{cases}$$

Vậy phương trình (d) là $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{11}{4}t - \dfrac{19}{4} \\ z = \dfrac{-9}{2}t + \dfrac{27}{2}. \end{cases}$ □

Ví dụ 11. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và cắt hai đường thẳng (d_1), (d_2).
Với $M(-4;-5;3)$, (d_1): $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$ và (d_2): $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-1}{-5}$.

✍Lời giải.

Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (a) là $\vec{n}_a = \left[\vec{u}_{d_1}, \overrightarrow{MD}\right]$ với $\vec{u}_{d_1} = (3;-2;1)$, $\overrightarrow{MD} = (3;2;-1)$ (ở đây $D(1;3;1) \in (d_1)$).
Do đó $\vec{n}_a = (0;-6;-12)$ nên phương trình (a) là $y + 2z - 1 = 0$.
Gọi (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (b) là $\vec{n}_b = \left[\vec{u}_{d_2}, \overrightarrow{MK}\right]$ với $\vec{u}_{d_2} = (-2;3;-5)$, $\overrightarrow{MK} = (6;4;-2)$ (ở đây $K(2;-1;1) \in (d_2)$).
Do đó $\vec{n}_b = (-13;17;13)$ nên phương trình (b) là $-13x + 17y + 13z + 30 = 0$.
Khi đó, đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng trên là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ -13x + 17y + 13z + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{-26}{21}t - \dfrac{53}{21} \\ z = \dfrac{13}{21}t + \dfrac{37}{21}. \end{cases}$$

Vậy phương trình (d) là $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{-26}{21}t - \dfrac{53}{21} \\ z = \dfrac{13}{21}t + \dfrac{37}{21}. \end{cases}$ □

6.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 16. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và cắt hai đường thẳng (d_1), (d_2).

① $M(2;-1;1)$, (d_1): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (a) là $\vec{n}_a = \left[\vec{u}_{d_1}, \overrightarrow{MD}\right]$ với $\vec{u}_{d_1} = (1;1;0)$, $\overrightarrow{MD} = (-1;-1;2)$ (ở đây $D(1;-2;3) \in (d_1)$).
Do đó $\vec{n}_a = (-2;2;0)$ nên phương trình (a) là $x - y - 3 = 0$.
Gọi (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (b) là $\vec{n}_b = \left[\vec{u}_{d_2}, \overrightarrow{MK}\right]$ với $\vec{u}_{d_2} = (0;1;2)$, $\overrightarrow{MK} = (-1;3;-2)$ (ở đây $K(1;2;-1) \in (d_2)$).

Do đó $\vec{n}_b=(8;2;-1)$ nên phương trình (b) là $8x+2y-z-13=0$.
Khi đó, đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng trên là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x-y-3=0\\8x+2y-z-13=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{19}{10}+\dfrac{1}{10}t\\y=\dfrac{-11}{10}+\dfrac{1}{10}t\\z=t.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d) là $\begin{cases}x=\dfrac{19}{10}+\dfrac{1}{10}t\\y=\dfrac{-11}{10}+\dfrac{1}{10}t\\z=t.\end{cases}$ □

② $M(1;-1;1)$, (d_1): $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=3\end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases}x=2-t\\y=2+t\\z=-1+t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (a) là $\vec{n}_a=\left[\vec{u}_{d_1},\overrightarrow{MD}\right]$ với $\vec{u}_{d_1}=(1;1;0)$, $\overrightarrow{MD}=(0;-1;2)$ (ở đây $D(1;-2;3)\in(d_1)$).
Do đó $\vec{n}_a=(-2;2;1)$ nên phương trình (a) là $-2x+2y+z+3=0$.
Gọi (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (b) là $\vec{n}_b=\left[\vec{u}_{d_2},\overrightarrow{MK}\right]$ với $\vec{u}_{d_2}=(-1;1;1)$, $\overrightarrow{MK}=(1;3;-2)$ (ở đây $K(2;2;-1)\in(d_2)$).
Do đó $\vec{n}_b=(-5;-1;-4)$ nên phương trình (b) là $5x+y+4z-8=0$.
Khi đó, đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng trên là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}-2x+2y+z+3=0\\5x+y+4z-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\y=\dfrac{-20}{7}+\dfrac{13}{7}t\\z=\dfrac{19}{7}-\dfrac{12}{7}.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d) là $\begin{cases}x=t\\y=\dfrac{-20}{7}+\dfrac{13}{7}t\\z=\dfrac{19}{7}-\dfrac{12}{7}.\end{cases}$ □

Bài 17. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M và cắt hai đường thẳng (d_1), (d_2).

① $M(1;0;1)$, (d_1): $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=t\end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=-1+t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (a) là $\vec{n}_a=\left[\vec{u}_{d_1},\overrightarrow{MD}\right]$ với $\vec{u}_{d_1}=(1;1;1)$, $\overrightarrow{MD}=(0;-2;-1)$ (ở đây $D(1;-2;0)\in(d_1)$).
Do đó $\vec{n}_a=(1;1;-2)$ nên phương trình (a) là $x+y-2z+1=0$.
Gọi (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (b) là $\vec{n}_b=\left[\vec{u}_{d_2},\overrightarrow{MK}\right]$ với $\vec{u}_{d_2}=(0;1;1)$, $\overrightarrow{MK}=(0;2;-2)$ (ở đây $K(1;2;-1)\in(d_2)$).
Do đó $\vec{n}_b=(-4;0;0)$ nên phương trình (b) là $x-1=0$.
Khi đó, đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng trên là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x+y-2z+1=0\\x-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2+2t\\z=t.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d) là $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 2t \\ z = t. \end{cases}$ □

② $M(1;-1;0)$, (d_1): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 1 - t \end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1. \end{cases}$

✍Lời giải.

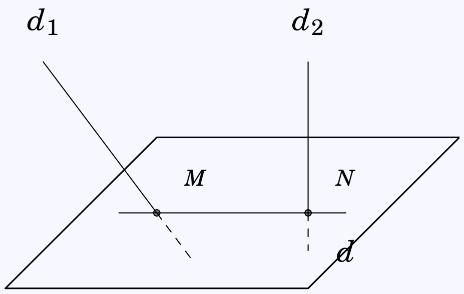
Gọi (a) là mặt phẳng chứa (d_1) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (a) là $\vec{n}_a = \left[\vec{u}_{d_1}, \overrightarrow{MD}\right]$ với $\vec{u}_{d_1} = (1;0;-1)$, $\overrightarrow{MD} = (0;-1;1)$ (ở đây $D(1;-2;1) \in (d_1)$).
Do đó $\vec{n}_a = (1;1;1)$ nên phương trình (a) là $x + y + z = 0$.
Gọi (b) là mặt phẳng chứa (d_2) và đi qua M, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (b) là $\vec{n}_b = \left[\vec{u}_{d_2}, \overrightarrow{MK}\right]$ với $\vec{u}_{d_2} = (-1;1;0)$, $\overrightarrow{MK} = (0;2;1)$ (ở đây $K(1;1;1) \in (d_2)$).
Do đó $\vec{n}_b = (1;1;-2)$ nên phương trình (b) là $x + y - 2z = 0$.
Khi đó, đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng trên là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0. \end{cases}$$

Vậy phương trình (d) là $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0. \end{cases}$ □

7 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG (D) NẰM TRONG MẶT PHẲNG (P) CẮT CẢ HAI ĐƯỜNG THẲNG (D_1), (D_2).

Phương pháp giải:



Để viết phương trình đường thẳng (d) ta cần tìm điểm M là giao điểm của (P) và (d_1), điểm N là giao điểm của (P) và (d_2). Khi đó đường thẳng (d) đi qua hai điểm M, N là đường thẳng cần tìm.

Ví dụ 12. Viết phương trình đường thẳng (d) nằm trong mặt phẳng (P): $y + 2z = 0$ cắt cả hai đường thẳng (d_1): $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{4}$ và (d_2): $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi M là giao điểm của (P) và (d_1) khi đó tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y + 2z = 0 \\ \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0. \end{cases}$$

Gọi N là giao điểm của (P) và (d_2) khi đó tọa độ N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y+2z=0 \\ x=2-t \\ y=4+2t \\ z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \\ z=1. \end{cases}$$

Khi đó, $(d)\equiv MN\colon \begin{cases} x=1+4t \\ y=-2t \\ z=t. \end{cases}$ □

7.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 18. Viết phương trình đường thẳng (d) nằm trong mặt phẳng (P) cắt cả hai đường thẳng (d_1), (d_2).

① $(P)\colon x+y-1=0$, $(d_1)\colon \begin{cases} x=t \\ y=4+2t \\ z=t \end{cases}$ và $(d_2)\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-2t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi M là giao điểm của (P) và (d_1) khi đó tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y-1=0 \\ x=t \\ y=4+2t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1. \end{cases}$$

Gọi N là giao điểm của (P) và (d_2) khi đó tọa độ N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y-1=0 \\ x=1+t \\ y=3t \\ z=1-2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=1. \end{cases}$$

Khi đó, $(d)\equiv MN\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2t \\ z=1+2t. \end{cases}$ □

② $(P)\colon x+y+2z-1=0$, $(d_1)\colon \begin{cases} x=t \\ y=5+t \\ z=t \end{cases}$ và $(d_2)\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=2t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi M là giao điểm của (P) và (d_1) khi đó tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y+2z-1=0 \\ x=t \\ y=5+t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \\ z=-1. \end{cases}$$

Gọi N là giao điểm của (P) và (d_2) khi đó tọa độ N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y+2z-1=0 \\ x=1+t \\ y=2t \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0. \end{cases}$$

Khi đó, $(d)\equiv MN\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-4t \\ z=t. \end{cases}$ □

Bài 19. Viết phương trình đường thẳng (d) nằm trong mặt phẳng (P) cắt cả hai đường thẳng (d_1), (d_2)

① $(P)\colon x+y+z-1=0$, $(d_1)\colon \begin{cases} x=t \\ y=-2+t \\ z=t \end{cases}$ và $(d_2)\colon \begin{cases} x=2+3t \\ y=t \\ z=-1-2t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi M là giao điểm của (P) và (d_1) khi đó tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ x=t \\ y=-2+t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=1. \end{cases}$$

Gọi N là giao điểm của (P) và (d_2) khi đó tọa độ N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ x=2+3t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=-1. \end{cases}$$

Khi đó, $(d) \equiv MN\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=-1-2t. \end{cases}$ □

② $(P)\colon x+2z-4=0$, $(d_1)\colon \begin{cases} x=2t \\ y=5+t \\ z=t \end{cases}$ và $(d_2)\colon \begin{cases} x=0 \\ y=2t \\ z=2t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi M là giao điểm của (P) và (d_1) khi đó tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+2z-4=0 \\ x=2t \\ y=5+t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=6 \\ z=1. \end{cases}$$

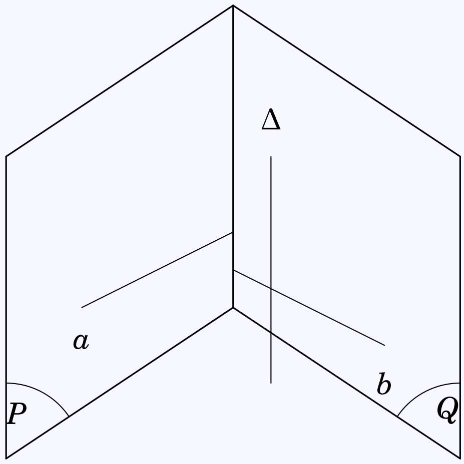
Gọi N là giao điểm của (P) và (d_2) khi đó tọa độ N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+2z-4=0 \\ x=0 \\ y=2t \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=2. \end{cases}$$

Khi đó, $(d) \equiv MN\colon \begin{cases} x=0-2t \\ y=2-4t \\ z=2+t. \end{cases}$ □

8 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG (D) SONG SONG VỚI (Δ) CẮT CẢ HAI ĐƯỜNG THẲNG (A) VÀ (B).

Phương pháp giải:



Ta viết phương trình hai mặt phẳng, (P) chứa (a) và song song với (Δ), (Q) chứa (b) và song song với (Δ). Khi đó đường thẳng giao tuyến chung giữa (P) và (Q) là đường thẳng cần tìm.

Ví dụ 13. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với (Δ): $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ cắt cả hai đường thẳng (a): $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và (b): $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa (a) và song song với (Δ), khi đó $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_\Delta,\vec{u}_a\right]$ với $\vec{u}_\Delta=(2;-1;2)$, $\vec{u}_a=(1;2;-1)$ suy ra $\vec{n}_P=(-3;4;5)$. Do đó phương trình (P): $-3x+4y+5z-8=0$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (Δ), khi đó $\vec{n}_Q=\left[\vec{u}_\Delta,\vec{u}_b\right]$ với $\vec{u}_\Delta=(2;-1;2)$, $\vec{u_b}=(3;2;1)$ suy ra $\vec{n}_Q=(-5;4;7)$. Do đó phương trình (Q): $-5x+4y+7z+35=0$.
Khi đó đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}-3x+4y+5z-8=0\\-5x+4y+7z+35=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t+\dfrac{43}{2}\\y=-\dfrac{1}{2}t+\dfrac{145}{8}\\z=t.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d): $\begin{cases}x=t+\dfrac{43}{2}\\y=-\dfrac{1}{2}t+\dfrac{145}{8}\\z=t.\end{cases}$ □

8.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 20. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với (Δ): $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, cắt cả hai đường thẳng (a): $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và (b): $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa (a) và song song với (Δ), khi đó $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_\Delta,\vec{u}_a\right]$ với $\vec{u}_\Delta=(1;1;1)$, $\vec{u}_a=(1;2;1)$ suy ra $\vec{n}_P=(-1;0;1)$. Do đó phương trình (P): $-x+z-2=0$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (Δ), khi đó $\vec{n}_Q = [\vec{u}_\Delta, \vec{u}_b]$ với $\vec{u}_\Delta = (1;1;1)$, $\vec{u}_b = (1;1;2)$ suy ra $\vec{n}_Q = (1;-1;0)$. Do đó phương trình (Q): $x - y - 3 = 0$.
Khi đó đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -x+z-2=0 \\ x-y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t \\ y=t-3 \\ z=t+2. \end{cases}$$

Vậy phương trình (d): $\begin{cases} x=t \\ y=t-3 \\ z=t+2. \end{cases}$ □

Bài 21. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với (Δ): $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ cắt cả hai đường thẳng (a): $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$ và (b): $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{2}$.

✍Lời giải.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa (a) và song song với (Δ), khi đó $\vec{n}_P = [\vec{u}_\Delta, \vec{u}_a]$ với $\vec{u}_\Delta = (1;-1;1)$, $\vec{u}_a = (1;1;1)$ suy ra $\vec{n}_P = (-2;0;2)$. Do đó phương trình (P): $-x+z-4=0$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (Δ), khi đó $\vec{n}_Q = [\vec{u}_\Delta, \vec{u}_b]$ với $\vec{u}_\Delta = (1;-1;1)$, $\vec{u}_b = (1;1;2)$ suy ra $\vec{n}_Q = (-3;-1;2)$. Do đó phương trình (Q): $3x+y-2z-11=0$.
Khi đó đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -x+z-4=0 \\ 3x+y-2z-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t-4 \\ y=-t+23 \\ z=t. \end{cases}$$

Vậy phương trình (d): $\begin{cases} x=t-4 \\ y=-t+23 \\ z=t. \end{cases}$ □

9 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC CHUNG CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU (A) VÀ (B).

Phương pháp giải:
Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) song song với (b), khi đó pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_a, \vec{u}_b]$.
Gọi (β) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (α) nên $\vec{n}_\beta = [\vec{u}_a, \vec{n}_\alpha]$.
Gọi I là giao điểm của (β) và (b) khi đó đường thẳng đi qua I và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương là đường thẳng (d) cần tìm.

⚠ *Để viết đường thẳng này ta có thể gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường vuông góc với (a), (b). Vì AB là đường vuông góc chung nên ta có hệ điều kiện* $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_a = 0 \\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_b = 0 \end{cases}$*, từ hệ này ta tìm được hai điểm A, B khi đó ta sẽ viết được phương trình đường thẳng vuông góc chung.*

Ví dụ 14. Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng (a): $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=-2+4t \end{cases}$ và (b): $\begin{cases} x=2+3t \\ y=4-t \\ z=1-2t. \end{cases}$

✍Lời giải.
Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) và song song với (b), khi đó $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_a, \vec{u}_b] = (2;-4;5)$ (ở đây $\vec{u}_a = (1;-2;-2)$, $\vec{u}_b = (3;-1;-2)$).
Gọi (β) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (α) nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = [\vec{u}_a, \vec{n}_\alpha] = (18;9;0)$. Do đó phương trình (β): $2x+y-7=0$.

Gọi I là giao điểm của (β) và (b), tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+y-7=0 \\ x=2+3t \\ y=4-t \\ z=1-2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{5} \\ y=\dfrac{21}{5} \\ z=\dfrac{7}{5}. \end{cases}$

Vậy đường vuông góc chung của (a) và (b) là đường thẳng qua (I) và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=\dfrac{7}{5}+2t \\ y=\dfrac{21}{5}-4t \\ z=\dfrac{7}{5}+5t. \end{cases}$ □

Ví dụ 15. Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng $(a)\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-3+t \\ z=2+3t \end{cases}$ và $(b)\colon \begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+2t \\ z=-4+4t. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (a), khi đó $\vec{n}_\alpha=\left[\vec{u}_a,\vec{u}_b\right]=(-2;1;1)$ (ở đây $\vec{u}_a=(2;1;3)$, $\vec{u}_b=(3;2;4)$).

Gọi (β) là mặt phẳng chứa (b) và vuông góc với (α) nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta=\left[\vec{u}_b,\vec{n}_\alpha\right]=(2;11;-7)$. Do đó phương trình (β): $2x+11y-7z-35=0$.

Gọi I là giao điểm của (β) và (a), tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+11y-7z-35=0 \\ x=1+2t \\ y=-3+t \\ z=2+3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-77}{3} \\ y=\dfrac{-49}{3} \\ z=-38. \end{cases}$

Vậy đường vuông góc chung của (a) và (b) là đường thẳng qua (I) và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=\dfrac{-77}{3}-2t \\ y=\dfrac{-49}{3}+t \\ z=-38+t. \end{cases}$ □

9.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 22. Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng (a) và (b).

① $(a)\colon \begin{cases} x=1 \\ y=-3+t \\ z=2+t \end{cases}$ và $(b)\colon \begin{cases} x=-2+t \\ y=1+t \\ z=-4. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (a), khi đó $\vec{n}_\alpha=\left[\vec{u}_a,\vec{u}_b\right]=(-1;1;-1)$ (ở đây $\vec{u}_a=(0;1;1)$, $\vec{u}_b=(1;1;0)$).

Gọi (β) là mặt phẳng chứa (b) và vuông góc với (α) nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta=\left[\vec{u}_b,\vec{n}_\alpha\right]=(-1;1;2)$. Do đó phương trình (β): $-x+y+2z+5=0$.

Gọi I là giao điểm của (β) và (a), tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} -x+y+2z+5=0 \\ x=1 \\ y=-3+t \\ z=2+t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\dfrac{-14}{3} \\ z=\dfrac{1}{3}. \end{cases}$

Vậy đường vuông góc chung của (a) và (b) là đường thẳng qua (I) và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=1-t \\ y=\dfrac{-14}{3}+t \\ z=\dfrac{1}{3}-t. \end{cases}$ □

② (a): $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=2+t \end{cases}$ và (b): $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-1+t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (a), khi đó $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_a, \vec{u}_b] = (-1;1;0)$ (ở đây $\vec{u}_a = (0;0;1)$, $\vec{u}_b = (1;1;1)$).
Gọi (β) là mặt phẳng chứa (b) và vuông góc với (α) nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = [\vec{u}_b, \vec{n}_\alpha] = (-1;-1;2)$. Do đó phương trình (β): $-x-y+2z+3=0$.

Gọi I là giao điểm của (β) và (a), tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} -x-y+2z+3=0 \\ x=1 \\ y=-1 \\ z=2+t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=\dfrac{-3}{2}. \end{cases}$

Vậy đường vuông góc chung của (a) và (b) là đường thẳng qua (I) và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \\ z=\dfrac{-3}{2}. \end{cases}$ □

Bài 23. Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng (a) và (b).

① (a): $\begin{cases} x=0 \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$ và (b): $\begin{cases} x=t \\ y=2+t \\ z=1+t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (a), khi đó $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_a, \vec{u}_b] = (-2;1;1)$ (ở đây $\vec{u}_a = (0;-1;1)$, $\vec{u}_b = (1;1;1)$).
Gọi (β) là mặt phẳng chứa (b) và vuông góc với (α) nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = [\vec{u}_b, \vec{n}_\alpha] = (0;-3;3)$. Do đó phương trình (β): $-y+z+1=0$.

Gọi I là giao điểm của (β) và (a), tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} -y+z+1=0 \\ x=0 \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{3}{2} \\ z=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

Vậy đường vuông góc chung của (a) và (b) là đường thẳng qua (I) và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=-2t \\ y=\dfrac{3}{2}+t \\ z=\dfrac{1}{2}+t. \end{cases}$ □

② (a): $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$ và (b): $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-1-t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

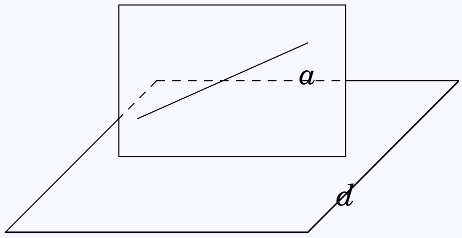
Gọi (α) là mặt phẳng chứa (b) và song song với (a), khi đó $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_a, \vec{u}_b] = (-1;2;1)$ (ở đây $\vec{u_a} = (1;0;1)$, $\vec{u_b} = (1;1;-1)$).
Gọi (β) là mặt phẳng chứa (b) và vuông góc với (α) nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = [\vec{u}_b, \vec{n}_\alpha] = (3;0;3)$. Do đó phương trình (β): $x+z+1=0$.

Gọi I là giao điểm của (β) và (a), tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+z+1=0 \\ x=1+t \\ y=-1 \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ z=-1. \end{cases}$

Vậy đường vuông góc chung của (a) và (b) là đường thẳng qua (I) và nhận $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=-1+t. \end{cases}$ □

10 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG (D) LÀ HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA (A) LÊN MẶT PHẲNG (P)

Phương pháp:



Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (P), khi đó giao tuyến chung giữa (α) và (P) là đường thẳng (d) cần tìm.

⚠ *Để viết phương trình đường thẳng (d) trong trường hợp này ta có thể tìm hai điểm A, B mà đường thẳng đi qua.*

— *A là giao điểm của (a) và (P) (nếu có).*

— *Lấy một điểm M trên (a) sau đó tìm điểm (B) là hình chiếu vuông góc của M lên (P).*

Ví dụ 16. Viết phương trình đường thẳng (d) là hình chiếu vuông góc của (a) lên mặt phẳng (P), với $(a)\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$ và $(P)\colon 2x-y+2z+3=0$.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (P) khi đó véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = \left[\vec{n}_P, \vec{u}_a\right]=(-1;-2;0)$ với $\vec{n}_P=(2;-1;2)$, $\vec{u}_a=(2;-1;3)$. Suy ra phương trình $(\alpha)\colon x+2y-4=0$.
Đường thẳng (d) là giao tuyến của (α) và (P), tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+2y-4=0 \\ 2x-y+2z+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-2t \\ y=t \\ z=\dfrac{-11}{2}+\dfrac{5}{2}t. \end{cases}$$

Vậy phương trình $(d)\colon \begin{cases} x=4-2t \\ y=t \\ z=\dfrac{-11}{2}+\dfrac{5}{2}t. \end{cases}$ □

10.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 24. Viết phương trình đường thẳng (d) là hình chiếu vuông góc của (a) lên mặt phẳng (P), với $(a)\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ và $(P)\colon 2x+y-z+3=0$.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (P) khi đó véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = \left[\vec{n}_P, \vec{u}_a\right]=(2;-1;3)$ với $\vec{n}_P=(2;1;-1)$, $\vec{u}_a=(-1;1;1)$. Suy ra phương trình $(\alpha)\colon 2x-y+3z+2=0$.
Đường thẳng (d) là giao tuyến của (α) và (P), tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là

nghiệm của hệ

$$\begin{cases}2x-y+3z+2=0\\2x+y-z+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\y=-4t-\dfrac{11}{2}\\z=-2t-\dfrac{5}{2}.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d): $\begin{cases}x=t\\y=-4t-\dfrac{11}{2}\\z=-2t-\dfrac{5}{2}.\end{cases}$ □

Bài 25. Viết phương trình đường thẳng (d) là hình chiếu vuông góc của (a) lên mặt phẳng (P), với (a): $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$ và (P): $2x-2y+z-3=0$.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (P) khi đó véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha=\left[\vec{n}_P,\vec{u}_a\right]=(2;5;6)$ với $\vec{n}_P=(2;-2;1)$, $\vec{u}_a=(1;2;-2)$. Suy ra phương trình (α): $2x+5y+6z-21=0$.
Đường thẳng (d) là giao tuyến của (α) và (P), tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}2x+5y+6z-21=0\\2x-2y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{57}{7}-\dfrac{17}{7}t\\y=\dfrac{18}{7}-\dfrac{5}{7}t\\z=t.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d): $\begin{cases}x=\dfrac{57}{7}-\dfrac{17}{7}t\\y=\dfrac{18}{7}-\dfrac{5}{7}t\\z=t.\end{cases}$ □

Bài 26. Viết phương trình đường thẳng (d) là hình chiếu vuông góc của (a) lên mặt phẳng (P), với (a): $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và (P): $x-y+z-3=0$.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (a) và vuông góc với (P) khi đó véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha=\left[\vec{n}_P,\vec{u}_a\right]=(-2;0;2)$ với $\vec{n}_P=(1;-1;1)$, $\vec{u}_a=(1;1;1)$. Suy ra phương trình (α): $-x+z-4=0$.
Đường thẳng (d) là giao tuyến của (α) và (P), tọa độ các điểm chung của hai mặt phẳng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}-x+z-4=0=0\\x-y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\y=2t+1\\z=t+4.\end{cases}$$

Vậy phương trình (d): $\begin{cases}x=t\\y=2t+1\\z=t+4.\end{cases}$ □

11 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG (D) ĐỐI XỨNG VỚI (A) QUA MẶT PHẲNG (P)

Phương pháp:
Để viết phương trình đường thẳng (d) ta cần tìm hai điểm A, B mà đường thẳng đi qua.

- A là giao điểm của (a) với (P) (nếu có).
- Lấy một điểm M nằm trên (a) tìm điểm B là điểm đối xứng với M qua (P).

Ví dụ 17. Viết phương trình đường thẳng (d) đối xứng với đường thẳng (a): $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$

qua mặt phẳng (P): $x+y-z-4=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi A là giao điểm của (a) và mặt phẳng (P), khi đó tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-z-4=0 \\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=3. \end{cases}$

Lấy điểm $M(1;0;0)\in(a)$, đường thẳng (l) qua M vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-t. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của (l) với (P) tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-z-4=0 \\ x=1+t \\ y=t \\ z=-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ mà I là trung điểm MB nên suy ra $B(3;2;-2)$.

Vậy phương trình đường thẳng (d): $\begin{cases} x=4-t \\ y=3-t \\ z=3-5t. \end{cases}$ □

11.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 27. Viết phương trình đường thẳng (d) đối xứng với đường thẳng (a): $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ qua mặt phẳng (P): $x+y-z-6=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi A là giao điểm của (a) và mặt phẳng (P), khi đó tọa độ A là nghiệm của hệ
$\begin{cases} x+y-z-6=0 \\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases}$

Lấy điểm $M(0;0;0)\in(a)$, đường thẳng (l) qua M vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-t. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của (l) với (P) tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-z-6=0 \\ x=t \\ y=t \\ z=-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases}$ mà I là trung điểm MB nên suy ra $B(4;4;-4)$.

Vậy phương trình đường thẳng (d): $\begin{cases} x=6-2t \\ y=1+3t \\ z=1-5t. \end{cases}$ □

Bài 28. Viết phương trình đường thẳng (d) đối xứng với đường thẳng (a): $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ qua mặt phẳng (P): $x+y-8=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi A là giao điểm của (a) và mặt phẳng (P), khi đó tọa độ A là nghiệm của hệ
$\begin{cases} x+y-8=0 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \\ z=-8. \end{cases}$

Lấy điểm $M(0;0;0)\in(a)$, đường thẳng (l) qua M vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của (l) với (P) tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-8=0 \\ x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \\ z=0 \end{cases}$ mà I là trung điểm MB nên suy ra $B(8;8;0)$.

Vậy phương trình đường thẳng (d): $\begin{cases} x=4+t \\ y=4+t \\ z=-8+t. \end{cases}$ □

Bài 29. Viết phương trình đường thẳng (d) đối xứng với đường thẳng (a): $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ qua mặt phẳng (P): $x+3y-4=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi A là giao điểm của (a) và mặt phẳng (P), khi đó tọa độ A là nghiệm của hệ
$\begin{cases} x+3y-4=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=-2. \end{cases}$

Lấy điểm $M(0;0;0)\in(a)$, đường thẳng (l) qua M vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=3t \\ z=0. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của (l) với (P) tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+3y-4=0 \\ x=t \\ y=3t \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=0 \end{cases}$ mà I là trung điểm MB nên suy ra $B(2;6;0)$.

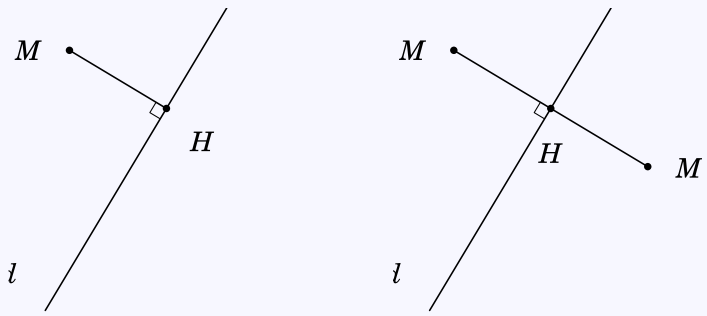
Vậy phương trình đường thẳng (d): $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+5t \\ z=-2+2t. \end{cases}$ □

12 TÌM HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

Phương pháp giải:

Để tìm hình chiếu vuông góc H của điểm M trên đường thẳng d ta làm như sau:

- Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ của đường thẳng d.
- Viết phương trình tham số của đường thẳng d: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$ (*).
- Sử dụng (*) để ghi thành toạ độ cho H, tức là $H(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$.
- Tính $\overrightarrow{MH}$ theo t. Cho $\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_d=0$, tìm t. Sau đó tìm được H.



⚠ *Nếu đề bài có thêm yêu cầu tìm điểm M' đối xứng với M qua d:*

- *Ta vẫn phải giải bài toán tìm hình chiếu vuông góc H của M trên d (như trên).*
- *Tiếp tục cho M' đối xứng với M qua H và tìm được M' bởi công thức:*

$$\begin{cases} x_{M'}=2x_H-x_M \\ y_{M'}=2y_H-y_M \\ z_{M'}=2z_H-z_M. \end{cases}$$

Ví dụ 18. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tìm toạ độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(1;2;-6)$ trên đường thẳng d: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1-t \\ z=t-3 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

✍Lời giải.

Xét $M(1;2;-6)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1-t \\ z = t-3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;-1;1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2+2t;1-t;t-3)$, $t \in \mathbb{R} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (1+2t;-1-t;t+3)$.

Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$ nên $2(1+2t)-(-1-t)+(t+3) = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Suy ra $\boxed{H(0;2;-4)}$.

Vậy hình chiếu vuông góc của $M(1;2;-6)$ trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1-t \\ z = t-3 \end{cases}$ là $H(0;2;-4)$. □

Ví dụ 19. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tìm toạ độ điểm M' đối xứng với điểm $M(2;3;1)$ qua đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-4t \\ y = 2+2t \\ z = 4t-1. \end{cases}$

✍Lời giải.

Xét $M(2;3;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-4t \\ y = 2+2t \\ z = 4t-1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (-4;2;4)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(1-4t;2+2t;4t-1)$, $t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MH} = (-1-4t;-1+2t;4t-2).$$

Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$ nên $-4(-1-4t)+2(-1+2t)+4(4t-2) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{6}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{3};-\dfrac{1}{3}\right)}$.

Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -\dfrac{4}{3} \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = \dfrac{5}{3} \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = -\dfrac{5}{3} \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{5}{3}\right)}$.

Vậy $M'\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$ là điểm đối xứng với điểm $M(2;3;1)$ qua đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-4t \\ y = 2+2t \\ z = 4t-1. \end{cases}$ □

12.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 30. Tìm toạ độ hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng d và điểm M' đối xứng với M qua d:

① $M(2;1;-3)$, $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1-t \\ z = -1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

✍Lời giải.

$M(2;1;-3)$, $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1-t \\ z = -1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;-1;2)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2t;1-t;-1+2t)$, $t \in \mathbb{R} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-2;-t;2+2t)$.

Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$ nên $2(2t-2)-(-t)+2(2+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Suy ra $\boxed{H(0;1;-1)}$.

Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = 1 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 1 \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'(-2;1;1)}$. □

② $M(1;2;-1)$, $d\colon \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

✍Lời giải.

$M(1;2;-1)$, $d\colon \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (-1;2;3)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2-t;1+2t;3t)$, $t \in \mathbb{R} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (1-t;-1+2t;1+3t)$.

Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$ nên $-(1-t) + 2(-1+2t) + 3(1+3t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Suy ra $\boxed{H(2;1;0)}$.

Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = 3 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = 0 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 1 \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'(3;0;1)}$. □

Bài 31. Tìm toạ độ hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng d và điểm M' đối xứng với M qua d:

① $M(1;2;-1)$, $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{2}$.

✍Lời giải.

$M(1;2;-1)$, $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{2}$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;1;2)$ và phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 + 2t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(1+2t;-2+t;2+2t)$, $t \in \mathbb{R} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t;-4+t;3+2t)$.

Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$ nên $2(2t) + (-4+t) + 2(3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{2}{9}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{5}{9};-\dfrac{20}{9};\dfrac{14}{9}\right)}$.

Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = \dfrac{1}{9} \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = -\dfrac{58}{9} \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = \dfrac{37}{9} \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'\left(\dfrac{1}{9};-\dfrac{58}{9};\dfrac{37}{9}\right)}$. □

② $M(2;5;2)$, $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$.

✍Lời giải.

$M(2;5;2)$, $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;-2;1)$ và phương trình $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 3 + t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(-1+2t;-2-2t;3+t)$, $t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MH} = (-3+2t;-7-2t;1+t).$$

Do $\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{u}_d=0$ nên $2(-3+2t)-2(-7-2t)+(1+t)=0\Leftrightarrow t=-1$. Suy ra $\boxed{H(-3;0;2)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.
Do đó $\begin{cases}x_{M'}=2x_H-x_M=-8\\y_{M'}=2y_H-y_M=-5\\z_{M'}=2z_H-z_M=2\end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'(-8;-5;2)}$. □

③ $M(2;1;-3)$, $d\colon\begin{cases}x-2y-z=0\\2x+y-z-5=0.\end{cases}$

Lời giải.

$M(2;1;-3)$, $d\colon\begin{cases}x-2y-z=0\\2x+y-z-5=0.\end{cases}$
Từ $\begin{cases}x-2y-z=0\\2x+y-z-5=0.\end{cases}$, cho $z=0$ ta được $\begin{cases}x-2y=0\\2x+y-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}\Rightarrow d$ qua $A(2;1;0)$.
Đặt $\overrightarrow{n}_1=(1;-2;-1)$ và $\overrightarrow{n}_2=(2;1;-1)$.
Suy ra $\overrightarrow{u}=[\overrightarrow{n}_1;\overrightarrow{n}_2]=(3;-1;5)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2+3t\\y=1-t\\z=5t.\end{cases}$
Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases}H\in d\\\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{u}_d=0.\end{cases}$
Do $H\in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2+3t;1-t;5t)$, $t\in\mathbb{R}\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(3t;-t;3+5t)$.
Do $\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{u}_d=0$ nên $3(3t)-(-t)+5(3+5t)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{3}{7}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{5}{7};\dfrac{10}{7};-\dfrac{15}{7}\right)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.
Do đó $\begin{cases}x_{M'}=2x_H-x_M=-\dfrac{4}{7}\\y_{M'}=2y_H-y_M=\dfrac{13}{7}\\z_{M'}=2z_H-z_M=-\dfrac{9}{7}\end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'\left(-\dfrac{4}{7};\dfrac{13}{7};-\dfrac{9}{7}\right)}$. □

④ $M(2;1;-3)$, $d\colon\begin{cases}y+z-4=0\\2x-y-z+2=0.\end{cases}$

Lời giải.

$M(2;1;-3)$, $d\colon\begin{cases}y+z-4=0\\2x-y-z+2=0.\end{cases}$
Từ $\begin{cases}y+z-4=0\\2x-y-z+2=0\end{cases}$, cho $z=0$ ta được $\begin{cases}y-4=0\\2x-y+2=0.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}\Rightarrow d$ qua $A(1;4;0)$.
Đặt $\overrightarrow{n}_1=(0;1;1)$ và $\overrightarrow{n}_2=(2;-1;-1)$.
Suy ra $\overrightarrow{u}=[\overrightarrow{n}_1;\overrightarrow{n}_2]=(0;2;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-t.\end{cases}$
Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d. Khi đó ta có $\begin{cases}H\in d\\\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{u}_d=0.\end{cases}$
Do $H\in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(1;4+t;-t)$, $t\in\mathbb{R}\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(-1;3+t;3-t)$.
Do $\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{u}_d=0$ nên $0(-1)+(3+t)-(3-t)=0\Leftrightarrow t=0$. Suy ra $\boxed{H(1;4;0)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d. Khi đó M' đối xứng với M qua H.
Do đó $\begin{cases}x_{M'}=2x_H-x_M=0\\y_{M'}=2y_H-y_M=7\\z_{M'}=2z_H-z_M=3\end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'(0;7;3)}$. □

13 TÌM HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN MỘT MẶT PHẲNG

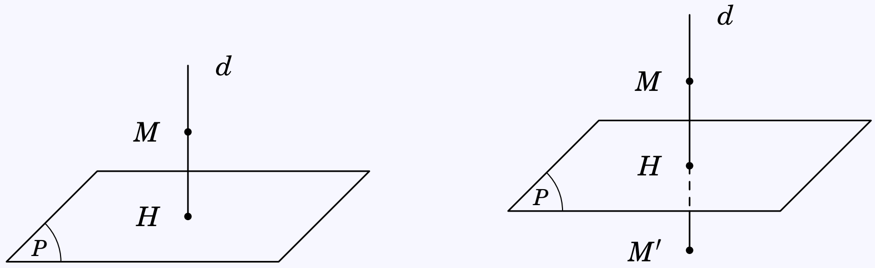
Phương pháp giải:
Để tìm hình chiếu vuông góc H của điểm M trên mặt phẳng (P) ta làm như sau:

— Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Viết phương trình tham số của d

$$d:\begin{cases}x=x_M+at\\y=y_M+bt\\z=z_M+ct\end{cases}(*),$$ trong đó $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

— Sử dụng (*) để ghi thành toạ độ cho H, tức là $H(x_M+at;y_M+bt;z_M+ct)$.

— Thay toạ độ của H vào phương trình của (P) để tìm t, từ đó tìm được H.



⚠ *Nếu đề bài có thêm yêu cầu tìm điểm M' đối xứng với M qua (P):*

— *Ta vẫn phải giải bài toán tìm hình chiếu vuông góc H của M trên (P) (như trên).*

— *Tiếp tục cho M' đối xứng với M qua H và tìm được M' bởi công thức:*

$$\begin{cases}x_{M'}=2x_H-x_M\\y_{M'}=2y_H-y_M\\z_{M'}=2z_H-z_M.\end{cases}$$

Ví dụ 20. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tìm toạ độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(2;-3;5)$ trên mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+1=0$.

Lời giải.
Xét mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+1=0$ và điểm $M(2;-3;5)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Phương trình của $d\colon\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-t\\z=5+2t.\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $\begin{cases}H\in d\\H\in(P).\end{cases}$
Do $H\in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2+2t;-3-t;5+2t)$.
Do $H\in(P)$ nên $2(2+2t)-(-3-t)+2(5+2t)+1=0\Leftrightarrow t=-2$. Suy ra $\boxed{H(-2;-1;1)}$.
Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-3;5)$ trên mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+1=0$ là $H(-2;-1;1)$.
□

Ví dụ 21. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tìm toạ độ điểm M' đối xứng với điểm $M(1;-4;-2)$ qua mặt phẳng $(P)\colon x+y+5z-14=0$.

Lời giải.
Xét mặt phẳng $(P)\colon x+y+5z-14=0$ và điểm $M(1;-4;-2)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Ta có phương trình của $d\colon\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t\\z=-2+5t.\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(1+t;-4+t;-2+5t)$.
Do $H \in (P)$ nên $(1+t)+(-4+t)+5(-2+5t)-14=0 \Leftrightarrow t=1$. Suy ra $\boxed{H(2;-3;3)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với M qua (P) thì M' đối xứng với M qua H.
Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = 3 \\ y_{M'} = 2y_H - x_M = -2 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 8 \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'(3;-2;8)}$. □

13.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 32. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc H của điểm M trên mặt phẳng (P) và điểm M' đối xứng với M qua (P).

① $(P)\colon 6x-2y+3z+11=0$, $M(3;1;-2)$.

✍Lời giải.

$(P)\colon 6x-2y+3z+11=0$, $M(3;1;-2)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Phương trình của $d\colon \begin{cases} x = 3+6t \\ y = 1-2t \\ z = -2+3t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(3+6t;1-2t;-2+3t)$.

Do $H \in (P)$ nên $6(3+6t)-2(1-2t)+3(-2+3t)+11=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{3}{7}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{13}{7};-\dfrac{23}{7}\right)}$.

Gọi M' là điểm đối xứng với M qua (P) thì M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -\dfrac{15}{7} \\ y_{M'} = 2y_H - x_M = \dfrac{19}{7} \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = -\dfrac{32}{7} \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'\left(-\dfrac{15}{7};\dfrac{19}{7};-\dfrac{32}{7}\right)}$. □

② $(P)\colon x-2y+2z+2=0$, $M(2;-3;4)$.

✍Lời giải.

$(P)\colon x-2y+2z+2=0$, $M(2;-3;4)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Phương trình của $d\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-2t \\ z = 4+2t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2+t;-3-2t;4+2t)$.
Do $H \in (P)$ nên $(2+t)-2(-3-2t)+2(4+2t)+2=0 \Leftrightarrow t=-2$. Suy ra $\boxed{H(0;1;0)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với M qua (P) thì M' đối xứng với M qua H.
Do đó $\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_H - x_M = 5 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = -4 \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'(-2;5;-4)}$. □

Bài 33 (TN.THPT-2011-Chương trình cơ bản).
Cho điểm $A(3;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+1=0$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A và song song với (P). Xác định toạ độ hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (P).

✍Lời giải.

Với $A(3;1;0)$ và $(P)\colon 2x+2y-z+1=0$, ta có $\mathrm{d}(A,(P)) = \dfrac{|2\cdot3+2\cdot1-0+1|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = \dfrac{9}{3}\boxed{=3}$.

Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)\colon 2x+2y-z+1=0$ nên phương trình của $(Q)\colon 2x+2y-z+C=0$ $(C \neq 1)$.
Do (Q) qua $A(3;1;0)$ nên $2\cdot3+2\cdot1-0+C=0 \Leftrightarrow C=-8 \neq 1 \Rightarrow \boxed{(Q)\colon 2x+2y-z-8=0}$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Ta có phương trình của $d\colon \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 1+2t \\ z = -t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(3+2t;1+2t;-t)$.
Do $H \in (P)$ nên $2(3+2t)+2(1+2t)-(-t)+1=0 \Leftrightarrow t=-1$. Suy ra $\boxed{H(1;-1;1)}$. □

Bài 34. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc H của điểm M trên mặt phẳng (P) và điểm M' đối xứng với M qua (P).

① $(P)\colon x-y+z-4=0$, $M(2;1;-1)$.

Lời giải.

$(P)\colon x-y+z-4=0$, $M(2;1;-1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Phương trình của $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-1+t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2+t;1-t;-1+t)$.
Do $H \in (P)$ nên $(2+t)-(1-t)+(-1+t)-4=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{10}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với M qua (P) thì M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'}=2x_H-x_M=\dfrac{14}{3} \\ y_{M'}=2y_H-x_M=-\dfrac{5}{3} \\ z_{M'}=2z_H-z_M=\dfrac{5}{3} \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'\left(\dfrac{14}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3}\right)}$. □

② $(P)\colon 3x-y+z-2=0$, $M(1;2;4)$.

Lời giải.

$(P)\colon 3x-y+z-2=0$, $M(1;2;4)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Phương trình của $d\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=2-t \\ z=4+t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(1+3t;2-t;4+t)$.
Do $H \in (P)$ nên $3(1+3t)-(2-t)+(4+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{3}{11}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{2}{11};\dfrac{25}{11};\dfrac{41}{11}\right)}$.
Gọi M' là điểm đối xứng với M qua (P) thì M' đối xứng với M qua H.

Do đó $\begin{cases} x_{M'}=2x_H-x_M=-\dfrac{7}{11} \\ y_{M'}=2y_H-x_M=\dfrac{28}{11} \\ z_{M'}=2z_H-z_M=\dfrac{38}{11} \end{cases}$. Suy ra $\boxed{M'\left(-\dfrac{7}{11};\dfrac{28}{11};\dfrac{38}{11}\right)}$. □

Bài 35 (Cao đẳng-A,A1,B,D-2014). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-1)$, $B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+3=0$. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Ta có phương trình của $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-1-2t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(2+t;1+2t;-1-2t)$.
Do $H \in (P)$ nên $(2+t)+2(1+2t)-2(-1-2t)+3=0 \Leftrightarrow t=-1$. Suy ra $\boxed{H(1;-1;1)}$.
Với $A(2;1;-1)$, $B(1;2;3)$, ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;4)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (1;2;-2)$.
Mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}\right] = (-10;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (Q) là $10(x-1)-2(y-2)+3(z-3)=0$ hay $\boxed{(Q)\colon 10x-2y+3z-15=0}$. □

Bài 36 (Đại học-B-2014). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên d.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;2;-1)$.
Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d nên nhận $\vec{u}_d$ làm một véc-tơ pháp tuyến cho (P).
Vậy phương trình của (Q) là $2(x-1)+2(y-0)-(z+1)=0$ hay $\boxed{(Q)\colon 2x+2y-z-3=0}$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d. Khi đó ta có $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(1+2t;-1+2t;-t)$.
Do $H \in (P)$ nên $2(1+2t)+2(-1+2t)-(-t)-3=0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)}$.

□

Bài 37 (Đại học-D-2013-Chương trình chuẩn).

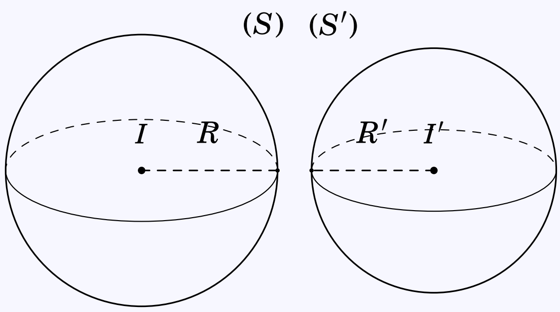
Trong không gian với hệ trục toạ độ $xxyz$, cho các điểm $A(-1;-1;-2)$, $B(0;1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P).

✍**Lời giải.**

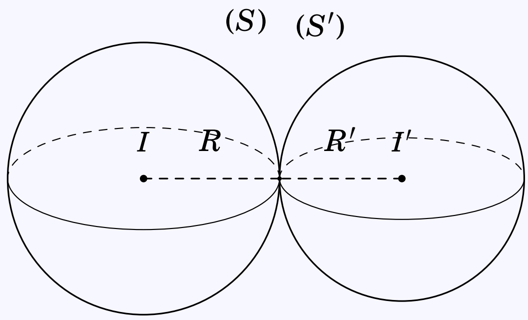
Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Ta có phương trình của $d\colon \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1+t \\ z = -2+t. \end{cases}$
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) thì $\begin{cases} H \in d \\ H \in (P). \end{cases}$
Do $H \in d$ nên toạ độ của H có dạng $H(-1+t;-1+t;-2+t)$.
Do $H \in (P)$ nên $(-1+t)+(-1+t)+(-2+t)-1=0 \Leftrightarrow t = \dfrac{5}{3}$. Suy ra $\boxed{H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right)}$.
Với $A(-1;-1;-2)$, $B(0;1;1)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (1;1;1)$.
Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}\right] = (-1;2;-1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (Q) là $(x+1)-2(y+1)+(z+2)=0$ hay $\boxed{(Q)\colon x-2y+z+1=0}$. □

14 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI MẶT CẦU

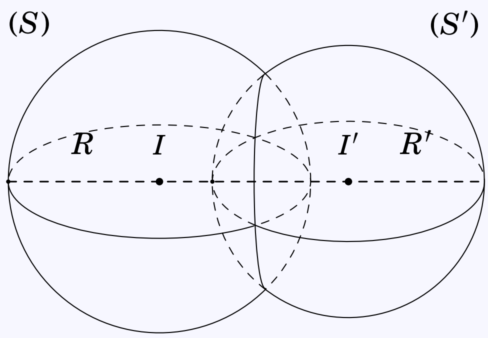
Phương pháp giải:



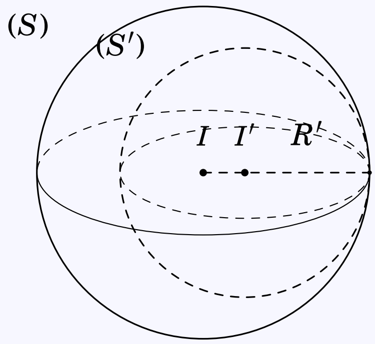
(S), (S') nằm ngoài nhau $\Leftrightarrow II' < R + R'$



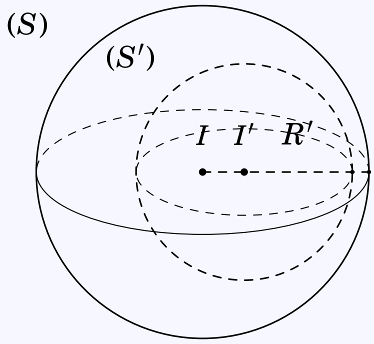
(S), (S') tiếp xúc ngoài $\Leftrightarrow II' = R + R'$



(S), (S') cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn $\Leftrightarrow |R - R'| < II' < R + R'$



(S), (S') tiếp xúc trong $\Leftrightarrow II' = |R - R'|$



$(S)'$ nằm gọn trong (S) $\Leftrightarrow II' < R - R'$

⚠ *Để xét vị trí tương đối giữa hai mặt cầu (S) và (S'), ta làm như sau:*

— *Xác định toạ độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).*

— *Xác định toạ độ tâm I' và tính bán kính R' của mặt cầu (S').*

— *Tính và so sánh II' với $R + R'$, $R - R'$ và $R' - R$ để kết luận vị trí tương đối giữa (S) và (S').*

Ví dụ 22. Xét vị trí tương đối giữa hai mặt cầu (S) và (T) sau đây:

$$(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z - 4 = 0 \text{ và } (T)\colon x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4z + 5 = 0.$$

✍**Lời giải.**

Xét hai mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z - 4 = 0$ và $(T)\colon x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4z + 5 = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{4^2+(-2)^2+1^2-(-4)}=5$.
Mặt cầu (T) có tâm $I'(-2;1;2)$ và bán kính $R'=\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2-5}=2$.
Ta có $\overrightarrow{II'}=(-6;3;1)\Rightarrow II'=\sqrt{(-6)^2+3^2+1^2}=\sqrt{46}$.
Do $|R-R'|<II'<R+R'$ nên (S) và (T) cắt nhau theo một đường tròn. □

Ví dụ 23. Biện luận vị trí tương đối giữa hai mặt cầu sau đây theo m:

$$(S)\colon (x+3)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=16 \text{ và } (T)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=(m+3)^2.$$

✍Lời giải.
Xét hai mặt cầu $(S)\colon (x+3)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=16$ và $(T)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=(m+3)^2$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;-2;-1)$ và bán kính $R=4$.
Mặt cầu (T) có tâm $I'(1;2;3)$ và bán kính $R'=|m+3|$.
Ta có $\overrightarrow{II'}=(4;4;4)\Rightarrow II'=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$.

• (S) và (T) nằm ngoài nhau $\Leftrightarrow R+R'=|m+3|+4<4\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow |m+3|<4\sqrt{3}-4 \Leftrightarrow 1-4\sqrt{3}<m<4\sqrt{3}-7.$$

• (S) và (T) tiếp xúc ngoài với nhau $\Leftrightarrow R+R'=|m+3|+4=4\sqrt{3}\Leftrightarrow m=4\sqrt{3}-7 \vee m=1-4\sqrt{3}$.

• (S) và (T) cắt nhau theo đường tròn $\Leftrightarrow \begin{cases} R+R'=|m+3|+4>4\sqrt{3}\\ |R-R'|=\big||m+3|-4\big|<4\sqrt{3}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}|m+3|>4\sqrt{3}-4\\ |m+3|<4+4\sqrt{3}\\ |m+3|>4-4\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m>4\sqrt{3}-7 \vee m<1-4\sqrt{3}\\ -7-4\sqrt{3}<m<1+4\sqrt{3}\\ m\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -7-4\sqrt{3}<m<1-4\sqrt{3}\\ 4\sqrt{3}-7<m<1+4\sqrt{3}.\end{array}\right.$$

• (S) và (T) tiếp xúc trong với nhau $\Leftrightarrow |R-R'|=\big||m+3|-4\big|=4\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|m+3|-4=4\sqrt{3}\\ |m+3|-4=-4\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|m+3|=4+4\sqrt{3}\\ |m+3|=4-4\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\{1+4\sqrt{3};-7-4\sqrt{3}\}.$$

• (S) nằm gọn trong $(T)\Leftrightarrow R'-R=|m+3|-4>4\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow |m+3|>4+4\sqrt{3}\Leftrightarrow m>1+4\sqrt{3}\vee m<-7-4\sqrt{3}.$$

• (T) nằm gọn trong $(S)\Leftrightarrow R-R'=4-|m+3|>4\sqrt{3}\Leftrightarrow |m+3|<4-4\sqrt{3}\Leftrightarrow m\in\varnothing$. □

14.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 38. Xét vị trí tương đối giữa hai mặt cầu sau đây:

① $\begin{cases}(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9\\ (T)\colon x^2+y^2+z^2-6x-10y-6z-21=0.\end{cases}$

✍Lời giải.
$\begin{cases}(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9\\ (T)\colon x^2+y^2+z^2-6x-10y-6z-21=0.\end{cases}$
Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=3$.
Mặt cầu (T) có tâm $I'(3;5;3)$ và bán kính $R'=\sqrt{3^2+5^2+3^2-(-21)}=8$.
Ta có $\overrightarrow{II'}=(3;3;0)\Rightarrow II'=\sqrt{3^2+3^2+0^2}=3\sqrt{2}$.
Do $II'<R'-R$ nên (S) nằm gọn bên trong (T). □

② $\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-10z+5=0\\ (T)\colon x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z-2=0.\end{cases}$

✍Lời giải.

$\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-10z+5=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z-2=0\end{cases}$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;5)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+5^2-5}=5$.

Mặt cầu (T) có tâm $I'(2;3;-1)$ và bán kính $R'=\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2-(-2)}=4$.

Ta có $\overrightarrow{II'}=(1;5;-6)\Rightarrow II'=\sqrt{1^2+5^2+(-6)^2}=\sqrt{62}$.

Do $|R-R'|<II'<R+R'$ nên (S) và (T) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. □

Bài 39. Biện luận theo m vị trí tương đối của hai mặt cầu: $\begin{cases}(S)\colon (x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=64\\(T)\colon (x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=(m+2)^2.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

$\begin{cases}(S)\colon (x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=64\\(T)\colon (x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=(m+2)^2.\end{cases}$

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-3)$ và bán kính $R=8$.

Mặt cầu (T) có tâm $I'(4;-2;3)$ và bán kính $R'=|m+2|$.

Ta có $\overrightarrow{II'}=(2;-3;6)\Rightarrow II'=\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}=7<R+R'$.

• (S) và (T) tiếp xúc trong với nhau $\Leftrightarrow |R-R'|=\big||m+2|-8\big|=7$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|m+2|-8=7\\|m+2|-8=-7\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|m+2|=15\\|m+2|=1\end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\{13;-17;-1;-3\}.$$

• (S) và (T) cắt nhau theo một đường tròn $\Leftrightarrow |R-R'|=\big||m+2|-8\big|<7$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}|m+2|-8<7\\|m+2|-8>-7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|m+2|<15\\|m+2|>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-17<m<13\\m<-3\vee m>-1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-17<m<-3\\-1<m<13.\end{array}\right.$$

• (S) nằm gọn trong (T) $\Leftrightarrow R'-R=|m+2|-8>7\Leftrightarrow |m+2|>15\Leftrightarrow m>13\vee m<-17$.

• (T) nằm gọn trong (S) $\Leftrightarrow R-R'=8-|m+2|>7\Leftrightarrow |m+2|<1\Leftrightarrow -3<m<-1$. □

Bài 40 (TN.THPT-2012-Chương trình nâng cao).

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z}{1}$.

① Viết phương trình của đường thẳng d đi qua O và A.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua O, A có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=\overrightarrow{OA}=(2;1;2)$.

Do đó phương trình của $\boxed{d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}}$. □

② Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua O. Chứng minh rằng Δ tiếp xúc với mặt cầu (S).

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) tâm $A(2;1;2)$ đi qua O có bán kính $R=OA=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3$.

Do đó phương trình của $\boxed{(S)\colon (x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9}$.

Nếu Δ và (S) có điểm chung là H thì $\begin{cases}H\in\Delta\\H\in(S)\end{cases}\Rightarrow H(1+2t;3+2t;t)\ (t\in\mathbb{R})$.

Và $H\in(S)$ nên $(1+2t-2)^2+(3+2t-1)^2+(t-2)^2=9\Leftrightarrow \boxed{t=0}$.

Vậy Δ và (S) chỉ có 1 điểm chung là $H(1;3;0)$ nên Δ và (S) tiếp xúc nhau tại H. □

Bài 41. Xét vị trí tương đối giữa hai mặt cầu sau đây:

① $\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2-8x+4y-2z-15=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2+4x-12y-2z+25=0.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

$\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2-8x+4y-2z-15=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2+4x-12y-2z+25=0\end{cases}$

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{4^2+(-2)^2+1^2-(-15)}=6$.

Mặt cầu (T) có tâm $I'(-2;6;1)$ và bán kính $R' = \sqrt{(-2)^2+6^2+1^2-25} = 4$.
Ta có $\overrightarrow{II'} = (-6;8;0) \Rightarrow II' = \sqrt{(-6)^2+8^2+0^2} = 10$.
Do $II' = R + R'$ nên (S) và (T) tiếp xúc ngoài với nhau. □

② $\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+5=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-2=0.\end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+5=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-2=0\end{cases}$
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2+3^2+(-2)^2-5} = 3$.
Mặt cầu (T) có tâm $I'(3;-1;2)$ và bán kính $R' = \sqrt{3^2+(-1)^2+2^2-(-2)} = 4$.
Ta có $\overrightarrow{II'} = (2;-4;4) \Rightarrow II' = \sqrt{2^2+(-4)^2+4^2} = 6$.
Do $|R-R'| < II' < R+R'$ nên (S) và (T) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. □

③ $\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z-3=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z-2=0.\end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases}(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z-3=0\\(T)\colon x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z-2=0\end{cases}$
Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2+1^2+(-1)^2-(-3)} = 3$.
Mặt cầu (T) có tâm $I'(3;-2;1)$ và bán kính $R' = \sqrt{3^2+(-2)^2+1^2-(-2)} = 4$.
Ta có $\overrightarrow{II'} = (5;-3;2) \Rightarrow II' = \sqrt{5^2+(-3)^2+2^2} = \sqrt{38}$.
Do $|R-R'| < II' < R+R'$ nên (S) và (T) cắt nhau theo một đường tròn. □

Bài 42. Biện luận theo m vị trí tương đối của hai mặt cầu sau đây:

① $\begin{cases}(S)\colon (x-3)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=81\\(T)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=(m-3)^2.\end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases}(S)\colon (x-3)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=81\\(T)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=(m-3)^2\end{cases}$
Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;-1)$ và bán kính $R = 9$.
Mặt cầu (T) có tâm $I'(1;2;3)$ và bán kính $R' = |m-3|$.
Ta có $\overrightarrow{II'} = (-2;4;4) \Rightarrow II' = \sqrt{(-2)^2+4^2+4^2} = 6 < R+R'$.

- (S) và (T) tiếp xúc trong với nhau $\Leftrightarrow |R-R'| = \big||m-3|-9\big| = 6$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&|m-3|-9=6\\&|m-3|-9=-6\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&|m-3|=15\\&|m-3|=3\end{aligned}\right. \Leftrightarrow m \in \{18;-12;6;0\}.$$

- (S) và (T) cắt nhau theo một đường tròn $\Leftrightarrow |R-R'| = \big||m-3|-9\big| < 6$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}|m-3|-9<6\\|m-3|-9>-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|m-3|<15\\|m-3|>3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-12<m<18\\m<0 \vee m>6\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&-12<m<0\\&6<m<18.\end{aligned}\right.$$

- (S) nằm gọn trong $(T) \Leftrightarrow R'-R = |m-3|-9 > 6 \Leftrightarrow |m-3| > 15 \Leftrightarrow m > 18 \vee m < -12$.
- (T) nằm gọn trong $(S) \Leftrightarrow R-R' = 9-|m-3| > 6 \Leftrightarrow |m-3| < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 6$. □

② $\begin{cases}(S)\colon (x+3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25\\(T)\colon (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=(m-1)^2.\end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases}(S)\colon (x+3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25\\(T)\colon (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=(m-1)^2.\end{cases}$
Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;2;1)$ và bán kính $R = 5$.

Mặt cầu (T) có tâm $I'(-1;-2;-3)$ và bán kính $R' = |m-1|$.
Ta có $\overrightarrow{II'} = (2;-4;-4) \Rightarrow II' = \sqrt{2^2+(-4)^2+(-4)^2} = 6$.

- (S) và (T) nằm ngoài nhau $\Leftrightarrow R+R' = |m-1|+5 < 6 \Leftrightarrow |m-1| < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.
- (S) và (T) tiếp xúc ngoài với nhau $\Leftrightarrow R+R' = |m-1|+5 = 6 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 2$.
- (S) và (T) cắt nhau theo đường tròn $\Leftrightarrow \begin{cases} R+R' = |m-1|+5 > 6 \\ |R-R'| = \big||m-1|-5\big| < 6 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |m-1| > 1 \\ |m-1| < 11 \\ |m-1| > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \vee m < 0 \\ -10 < m < 12 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -10 < m < 0 \\ 2 < m < 12. \end{array}\right.$$

- (S) và (T) tiếp xúc trong với nhau $\Leftrightarrow |R-R'| = \big||m-1|-5\big| = 6$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |m-1|-5 = 6 \\ |m-1|-5 = -6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |m-1| = 11 \\ |m-1| = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in \{12;-10\}.$$

- (S) nằm gọn trong $(T) \Leftrightarrow R'-R = |m-1|-5 > 6 \Leftrightarrow |m-1| > 11 \Leftrightarrow m > 12 \vee m < -10$.
- (T) nằm gọn trong $(S) \Leftrightarrow R-R' = 5-|m-1| > 6 \Leftrightarrow |m-1| < -1 \Leftrightarrow m \in \varnothing$. □

15 XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Phương pháp giải:
Để xét vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) ta thực hiện như sau:

— Tìm các véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$ tương ứng của (P) và (Q).

— Nếu $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$ không cùng phương thì kết luận (P) và (Q) cắt nhau.

— Nếu $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$ cùng phương, ta lấy điểm $M_{(P)} \in (P)$ xét sự phụ thuộc vào (Q):

- Nếu $M_{(P)} \in (Q)$ thì kết luận (P) và (Q) trùng nhau.
- Nếu $M_{(P)} \notin (Q)$ thì kết luận $(P) \parallel (Q)$.

— Đặc biệt: $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow (P) \perp (Q)$.

⚠ *Với* $(P)\colon Ax+By+Cz+D=0$ *và* $(Q)\colon A'x+B'y+C'z+D'=0$ $(A'B'C'D' \neq 0)$.

— *Nếu 3 tỉ số* $\dfrac{A}{A'}; \dfrac{B}{B'}; \dfrac{C}{C'}$ *không bằng nhau thì* (P) *và* (Q) *cắt nhau.*

— *Nếu* $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} \neq \dfrac{D}{D'}$ *thì* $(P) \parallel (Q)$.

— *Nếu* $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} = \dfrac{D}{D'}$ *thì* $(P) \equiv (Q)$.

Ví dụ 24. Xét vị trí tương đối của hai mặt phẳng sau đây:

① $\begin{cases} (P)\colon 2x+3y-2z+5=0 \\ (Q)\colon 3x+4y-8z-5=0. \end{cases}$ ② $\begin{cases} (P)\colon 5x+5y-5z-1=0 \\ (Q)\colon 3x+3y-3z+7=0. \end{cases}$

✍Lời giải.

① $\begin{cases} (P)\colon 2x+3y-2z+5=0 \\ (Q)\colon 3x+4y-8z-5=0. \end{cases}$
(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2;3;-2)$ và
(Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (3;4;-8)$.

Vì $\dfrac{2}{3} \neq \dfrac{3}{4}$ nên $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$ không cùng phương, suy ra (P) và (Q) cắt nhau.
Ngoài ra, $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} \neq 0$ nên (P) và (Q) cắt nhau, nhưng không vuông góc với nhau.

② $\begin{cases} (P)\colon 5x+5y-5z-1=0 \\ (Q)\colon 3x+3y-3z+7=0. \end{cases}$
Vì $\dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{3} = \dfrac{-5}{-3} \neq \dfrac{-1}{7}$ nên (P) và (Q) song song với nhau.

□

Ví dụ 25. Tìm m và n để hai mặt phẳng $(P)\colon 3x+my-2z-7=0$ và $(Q)\colon nx+7y-6z+4=0$

① song song nhau. ② trùng nhau. ③ cắt nhau.

Lời giải.

Xét hai mặt phẳng $\begin{cases} (P)\colon 3x+my-2z-7=0 \\ (Q)\colon nx+7y-6z+4=0. \end{cases}$

① Nếu $n=0$ thì $\dfrac{n}{3} \neq \dfrac{-6}{-2}$. Trường hợp này (P) và (Q) cắt nhau.

$(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{n} = \dfrac{m}{7} = \dfrac{-2}{-6} \neq \dfrac{-7}{4} \\ n \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{n} = \dfrac{-2}{-6} \\ \dfrac{m}{7} = \dfrac{-2}{-6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=9 \\ m = \dfrac{7}{3}. \end{cases}$

② $(P) \equiv (Q)$ không xảy ra do $\dfrac{-2}{-6} \neq \dfrac{-7}{4}$.

③ (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n \neq 9 \\ m \neq \dfrac{7}{3}. \end{array}\right.$

□

Ví dụ 26. Tìm các giá trị của tham số m để hai mặt phẳng sau đây vuông góc với nhau:

① $\begin{cases} (P)\colon 2x-my+3z-6+m=0 \\ (Q)\colon (m+3)x-2y+(5m+1)z-10=0. \end{cases}$ ② $\begin{cases} (P)\colon 2x-7y+mz+2=0 \\ (Q)\colon 3x+y-2z+15=0. \end{cases}$

Lời giải.

① $\begin{cases} (P)\colon 2x-my+3z-6+m=0 \\ (Q)\colon (m+3)x-2y+(5m+1)z-10=0. \end{cases}$
Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 2(m+3)-2(-m)+3(5m+1)=0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{9}{19}$.

② $\begin{cases} (P)\colon 2x-7y+mz+2=0 \\ (Q)\colon 3x+y-2z+15=0. \end{cases}$
Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 2\cdot 3 - 7\cdot 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{2}$.

□

15.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 43. Xét vị trí tương đối của hai mặt phẳng sau đây:

① $\begin{cases} (P)\colon 3x-4y+3z+6=0 \\ (Q)\colon 3x-2y+5z-3=0. \end{cases}$

Lời giải.

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (3;-4;3)$ và
(Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (3;-2;5)$.

Vì $\dfrac{3}{3} \neq \dfrac{-4}{-2}$ nên $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$ không cùng phương, suy ra (P) và (Q) cắt nhau.
Ngoài ra, $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} \neq 0$ nên (P) và (Q) cắt nhau, nhưng không vuông góc với nhau. □

② $\begin{cases}(P)\colon 6x-4y-6z+5=0\\(Q)\colon 12x-8y-12z-5=0.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Vì $\dfrac{6}{12} = \dfrac{-4}{-8} = \dfrac{-6}{-12} \neq \dfrac{5}{-5}$ nên (P) và (Q) song song với nhau. □

Bài 44. Xác định tham số m và n để các cặp mặt phẳng sau đây: song song, cắt nhau, trùng nhau

① $\begin{cases}(P)\colon 5x-2y+mz-11=0\\(Q)\colon 3x+ny+z-5=0.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Nếu $n=0$ thì $\dfrac{3}{5} \neq \dfrac{n}{-2}$. Trường hợp này (P) và (Q) cắt nhau.

- $(P)\parallel(Q) \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{5}{3}=\dfrac{-2}{n}=\dfrac{m}{1}\neq\dfrac{-11}{-5}\\ n\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{5}{3}=\dfrac{-2}{n}\\ \dfrac{5}{3}=\dfrac{m}{1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=-\dfrac{6}{5}\\ m=\dfrac{5}{3}.\end{cases}$
- $(P)\equiv(Q)$ không xảy ra do $\dfrac{5}{3} \neq \dfrac{-11}{-5}$.
- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n\neq -\dfrac{6}{5}\\ m\neq \dfrac{5}{3}.\end{array}\right.$
- Đặc biệt: $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow 15-2n+m=0$. □

② $\begin{cases}(P)\colon 2x+my+3z-5=0\\(Q)\colon nx-6y-6z+2=0.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Nếu $n=0$ thì $\dfrac{n}{2} \neq \dfrac{-6}{3}$. Trường hợp này (P) và (Q) cắt nhau.

- $(P)\parallel(Q) \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{n}=\dfrac{m}{-6}=\dfrac{3}{-6}\neq\dfrac{-5}{2}\\ n\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{n}=\dfrac{3}{-6}\\ \dfrac{m}{-6}=\dfrac{3}{-6}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=-4\\ m=3.\end{cases}$
- $(P)\equiv(Q)$ không xảy ra do $\dfrac{3}{-6} \neq \dfrac{-5}{2}$.
- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n\neq -4\\ m\neq 3.\end{array}\right.$
- Đặc biệt: $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow 2n-6m-18=0$. □

③ $\begin{cases}(P)\colon 3x-y+mz-9=0\\(Q)\colon 2x+ny+2z-3=0.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Nếu $n=0$ thì $\dfrac{2}{3} \neq \dfrac{n}{-1}$. Trường hợp này (P) và (Q) cắt nhau.

- $(P)\parallel(Q) \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{3}{2}=\dfrac{-1}{n}=\dfrac{m}{2}\neq\dfrac{-9}{-3}\\ n\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{3}{2}=\dfrac{-1}{n}\\ \dfrac{3}{2}=\dfrac{m}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=-\dfrac{2}{3}\\ m=3.\end{cases}$
- $(P)\equiv(Q)$ không xảy ra do $\dfrac{3}{2} \neq \dfrac{-9}{-3}$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n \neq -\dfrac{2}{3} \\ m \neq 3. \end{array}\right.$
- Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 6 - n + 2m = 0.$ □

Bài 45. Xác định tham số m để các cặp mặt phẳng sau đây vuông góc với nhau:

① $\begin{cases} (P)\colon (2m-1)x - 3my + 2z + 3 = 0 \\ (Q)\colon mx + (m-1)y + 4z - 5 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow m(2m-1) - 3m(m-1) + 8 = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow m \in \{4; -2\}.$ □

② $\begin{cases} (P)\colon mx + 2y + mz - 12 = 0 \\ (Q)\colon x + my + z + 7 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow m \cdot 1 + 2 \cdot m + m \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$ □

Bài 46. Xét vị trí tương đối của hai mặt phẳng sau đây:

① $\begin{cases} (P)\colon 2x - 2y - 4z + 5 = 0 \\ (Q)\colon 5x - 5y - 10z + \dfrac{25}{2} = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Vì $\dfrac{2}{5} = \dfrac{-2}{5} = \dfrac{-4}{-10} = \dfrac{5}{\frac{25}{2}}$ nên (P) và (Q) trùng nhau. □

② $\begin{cases} (P)\colon 3x - 2y - 6z - 23 = 0 \\ (Q)\colon 3x - 2y - 6z + 23 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Vì $\dfrac{3}{3} = \dfrac{-2}{-2} = \dfrac{-6}{-6} \neq \dfrac{-23}{23}$ nên (P) và (Q) song song với nhau. □

Bài 47. Xác định tham số m và n để các cặp mặt phẳng sau đây: song song, cắt nhau, trùng nhau

① $\begin{cases} (P)\colon 2x + y + 3z - 5 = 0 \\ (Q)\colon mx - 6y - 6z - 2 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

- Do $\dfrac{1}{-6} \neq \dfrac{3}{-6}$ nên (P) và (Q) luôn cắt nhau.
- Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 2m - 6 - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 12.$ □

② $\begin{cases} (P)\colon 3x - 5y + mz - 3 = 0 \\ (Q)\colon 2x + y - 3z + 1 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

- Do $\dfrac{3}{2} \neq \dfrac{-5}{1}$ nên (P) và (Q) luôn cắt nhau.
- Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 6 - 5 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{3}.$ □

③ $\begin{cases} (P)\colon x + my - z + 2 = 0 \\ (Q)\colon 2x + y + 4nz - 3 = 0. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Nếu $n = 0$ thì $\dfrac{2}{1} \neq \dfrac{4n}{-1}$. Trường hợp này (P) và (Q) cắt nhau.

- $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2} = \dfrac{m}{1} = \dfrac{-1}{4n} \neq \dfrac{2}{-3} \\ n \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2} = \dfrac{m}{1} \\ \dfrac{1}{2} = \dfrac{-1}{4n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{1}{2} \\ n = -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

- $(P) \equiv (Q)$ không xảy ra do $\dfrac{1}{2} \neq \dfrac{2}{-3}$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \neq \dfrac{1}{2} \\ n \neq -\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

- Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 2 + m - 4n = 0$. □

④ $\begin{cases} (P)\colon 3x - (m-3)y + 2z - 5 = 0 \\ (Q)\colon (m+2)x - 2y + mz - 10 = 0. \end{cases}$

✍Lời giải.

Nếu $m = 3$ thì $\dfrac{-(m-3)}{-2} \neq \dfrac{2}{m}$. Trường hợp này (P) và (Q) cắt nhau.

- $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{-2}{-(m-3)} = \dfrac{m}{2} \neq \dfrac{-10}{-5} \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{2}{m-3} \\ \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{m}{2} \\ m \neq 3,\ m \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$

- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{-2}{-(m-3)} = \dfrac{m}{2} = \dfrac{-10}{-5} \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{2}{m-3} \\ \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{m}{2} \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow m \neq 4$.

- Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 3(m+2) + 2(m-3) + 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$. □

Bài 48. Xác định tham số m để các cặp mặt phẳng sau đây vuông góc với nhau:

① $\begin{cases} (P)\colon 3x - (m-3)y + 2z - 5 = 0 \\ (Q)\colon (m+2)x - 2y + mz - 10 = 0. \end{cases}$

✍Lời giải.

Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 3(m+2) + 2(m-3) + 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$. □

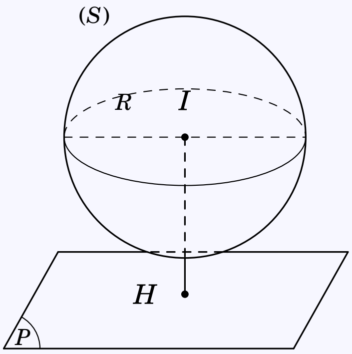
② $\begin{cases} (P)\colon 3x - 5y + mz - 3 = 0 \\ (Q)\colon x + 3y + 2z + 5 = 0. \end{cases}$

✍Lời giải.

Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 3 \cdot 1 - 5 \cdot 3 + m \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow m = 6$. □

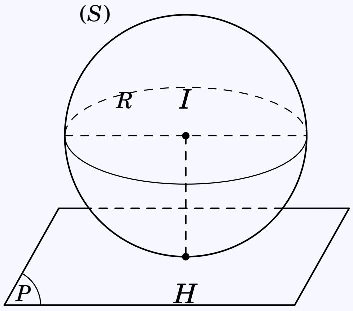
16 XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT PHẲNG VÀ MẶT CẦU

Phương pháp giải:



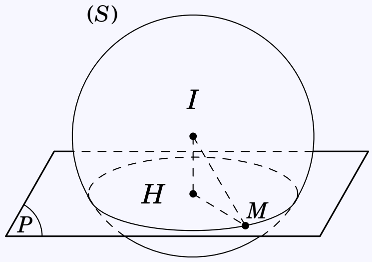
(P) và (S) không giao nhau

$\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) > R$



(P) và (S) tiếp xúc nhau

$\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) = R$



(P) cắt (S) theo 1 đường tròn

$\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) > R$

$\boxed{R^2 = d^2 + r^2}$

⚠ *Để xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) ta thực hiện như sau:*

— *Tìm toạ độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).*

— *Tính khoảng cách $\mathrm{d}(I,(P))$ từ tâm I đến mặt phẳng (P).*

— *So sánh kết quả $\mathrm{d}(I,(P))$ và R để kết luận vị trí tương đối giữa (P) và (S).*

Ví dụ 27. Xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) sau đây:

① $\begin{cases}(P)\colon 2x+2y+z-1=0\\(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0.\end{cases}$ ② $\begin{cases}(P)\colon x-2y+2z+5=0\\(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-4y-8z+4=0\end{cases}$

✍Lời giải.

① Xét mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-1=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+1^2+(-2)^2-5}=3$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot 3+2\cdot 1+(-2)-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\dfrac{5}{3}<R \Rightarrow (P)$ và (S) cắt nhau theo một đường tròn.

② $\begin{cases}(P)\colon x-2y+2z+5=0\\(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-4y-8z+4=0.\end{cases}$
Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;4)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+2^2+4^2-4}=5$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3-2\cdot 2+2\cdot 4+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=4<R \Rightarrow (P)$ và (S) cắt nhau theo một đường tròn.

□

Ví dụ 28. Biện luận theo m vị trí tương đối giữa mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+6=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2(m-1)x+4my+4z-8m+1=0$.

✍Lời giải.

$(P)\colon 2x-2y-z+6=0$, $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2(m-1)x+4my+4z-8m+1=0$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(m-1;-2m;-2)$.
Và (S) có bán kính $R=\sqrt{(m-1)^2+(-2m)^2+(-2)^2-(-8m+1)}=\sqrt{5m^2+6m+4}$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2(m-1)-2(-2m)-(-2)+6|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=2|m+1|$.

• (P) và (S) không giao nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))>R \Leftrightarrow 2|m+1|>\sqrt{5m^2+6m+4}$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2>(5m^2+6m+4) \Leftrightarrow m^2-2m<0 \Leftrightarrow 0<m<2.$$

• (P) và (S) tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) = R$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 = (5m^2+6m+4) \Leftrightarrow m^2-2m=0 \Leftrightarrow m \in \{0;2\}.$$

• (P) và (S) cắt nhau theo 1 đường tròn $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) < R$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 < (5m^2+6m+4) \Leftrightarrow m^2-2m>0 \Leftrightarrow m<0 \vee m>2.$$

□

16.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 49. Xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) như sau:

① $\begin{cases}(P)\colon 2x-3y+6z-9=0\\(S)\colon (x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R=4$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot1-3\cdot3+6\cdot(-2)-9|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}} = 4 = R \Rightarrow (P)$ và (S) tiếp xúc với nhau. □

② $\begin{cases}(P)\colon x+y-2z-11=0\\(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+2=0\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2-2}=2$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|(-1)+2-2\cdot1-11|}{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}} = 2\sqrt{6} > R \Rightarrow (P)$ và (S) không giao nhau. □

Bài 50. Biện luận theo m vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S):

① $(P)\colon 4x-2y+4z-5=0$, $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=(m-1)^2$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và (S) có bán kính $R=|m-1|$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|4\cdot1-2\cdot(-2)+4\cdot3-5|}{\sqrt{4^2+(-2)^2+4^2}} = \dfrac{5}{2}$.

• (P) và (S) không giao nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) > R \Leftrightarrow \dfrac{5}{2} > |m-1| \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} < m < \dfrac{7}{2}$.

• (P) và (S) tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) = R \Leftrightarrow \dfrac{5}{2} = |m-1| \Leftrightarrow m \in \left\{-\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right\}$.

• (P) và (S) cắt nhau theo 1 đường tròn $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) < R \Leftrightarrow m > \dfrac{7}{2} \vee m < -\dfrac{3}{2}$. □

② $(P)\colon 3x+2y-6z+7=0$, $(S)\colon (x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=(m+2)^2$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và (S) có bán kính $R=|m+2|$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|3\cdot2+2\cdot1-6(-1)+7|}{\sqrt{3^2+2^2+(-6)^2}} = 3$.

• (P) và (S) không giao nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) > R \Leftrightarrow 3 > |m+2| \Leftrightarrow -5 < m < 1$.

• (P) và (S) tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) = R \Leftrightarrow 3 = |m+2| \Leftrightarrow m \in \{-5;1\}$.

• (P) và (S) cắt nhau theo 1 đường tròn $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P)) < R \Leftrightarrow m > 1 \vee m < -5$. □

Bài 51 (Đại học-D-2014). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 6x+3y-2z-1=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm toạ độ tâm của đường tròn (C).

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3^3+2^2+1^2-(-11)}=5$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|6\cdot3+3\cdot2-2\cdot1-1|}{6^2+3^2+(-2)^2} = 3 \Rightarrow \mathrm{d}(I,(P)) < R \Rightarrow (P)$ cắt (S) theo một đường tròn.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) thì phương trình của $d:\begin{cases}x=3+6t\\y=2+3t\\z=1-2t\end{cases}$ (*).

Gọi H là tâm của đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S) thì $\begin{cases}H\in d\\H\in(P)\end{cases}$.

Do $H\in d$ nên $H(3+6t;2+3t;1-2t)$.

Do $H\in(P)$ nên $6(3+6t)+3(2+3t)-2(1-2t)-1=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{3}{7}$.

Vậy tâm của đường tròn giao tuyến của (P) và (S) là $H\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{5}{7};\dfrac{13}{7}\right)$. □

Bài 52. Xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) như sau:

① $\begin{cases}(P)\colon x+2y+2z=0\\(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x+2y-2z+10=0\end{cases}$

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+(-1)^2+1^2-10}=1$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3+2\cdot(-1)+2\cdot 1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1=R\Rightarrow(P)$ và (S) tiếp xúc với nhau. □

② $\begin{cases}(P)\colon z-3=0\\(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x+2y-16z+22=0\end{cases}$

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;8)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+(-1)^2+8^2-22}=2\sqrt{13}$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|8-3|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=5<R\Rightarrow(P)$ và (S) cắt nhau theo một đường tròn. □

Bài 53. Biện luận theo m vị trí tương đối giữa mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+6z-10=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4mx-2(m+1)y-2z+3m^2+5m-5=0$.

✍Lời giải.

$(P)\colon 2x-3y+6z-10=0$, $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4mx-2(m+1)y-2z+3m^2+5m-5=0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2m;m+1;1)$.

Và (S) có bán kính $R=\sqrt{(-2m)^2+(m+1)^2+1^2-(3m^2+5m-5)}=\sqrt{2m^2-3m+7}$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2(-2m)-3(m+1)+6-10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}}=|m+1|$.

• (P) và (S) không giao nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))>R\Leftrightarrow |m+1|>\sqrt{2m^2-3m+7}$

$$\Leftrightarrow(m+1)^2>2m^2-3m+7\Leftrightarrow m^2-5m+6<0\Leftrightarrow 2<m<3.$$

• (P) và (S) tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))=R\Leftrightarrow |m+1|=\sqrt{2m^2-3m+7}$

$$\Leftrightarrow(m+1)^2=2m^2-3m+7\Leftrightarrow m^2-5m+6=0\Leftrightarrow m\in\{2;3\}.$$

• (P) và (S) cắt nhau theo 1 đường tròn $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))<R\Leftrightarrow |m+1|<\sqrt{2m^2-3m+7}$

$$\Leftrightarrow(m+1)^2<2m^2-3m+7\Leftrightarrow m^2-5m+6>0\Leftrightarrow m>3\vee m<2.$$

□

Bài 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(-1;1;2)$.

① Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa AB, song song với CD.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$ và $\overrightarrow{CD}=(-1;-1;1)$.

Do (P) chứa AB và song song với CD nên $\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(6;-2;4)$.

Lại có (P) chứa $A(3;-2;-2)$ nên có phương trình là $6(x-3)-2(y+2)+4(z+2)=0$

Vậy $(P)\colon 3x-y+2z-7=0$. □

② Tìm tọa độ hình chiếu của C lên mặt phẳng (P).

✍Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng qua C vuông góc với (P). Khi đó $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (6;-2;4)$, do đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 6t \\ y = 2-2t \\ z = 1+4t \end{cases}$. Hình chiếu của C lên (P) là giao điểm của Δ và (P) nên là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x = 6t \\ y = 2-2t \\ z = 1+4t \\ 3x-y+2z-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{4} \\ x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \\ z = 2 \end{cases}$. Vậy $H\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};2\right)$. □

Bài 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-8}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-8}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+5z+1=0$.

① Chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và tính khoảng cách giữa d và (P).

✍Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;2;-1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1;2;5)$.
Ta có $\vec{u}\cdot\vec{n}_{(P)} = 1\cdot1+2\cdot2+(-1)\cdot5 = 0$ nên d song song hoặc nằm trong (P).
Mặt khác ta có $A(8;5;8)\in d$ và $A\notin(P)$ nên d song song với (P).
Vì $d \parallel (P)$ nên $\mathrm{d}(d,(P)) = \mathrm{d}(A,(P)) = \frac{|8+2\cdot5+5\cdot8+1|}{\sqrt{1^2+2^2+5^2}} = \frac{59}{\sqrt{30}}$. □

② Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P).

✍Lời giải.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) nên $\vec{n}_{(Q)}\perp\vec{u}$ và $\vec{n}_{(Q)}\perp\vec{n}_{(P)}$.
Do đó có thể chọn $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u},\vec{n}_{(P)}] = (12;-6;0)$.
Mặt khác, $A(8;5;8)\in d\subset(Q)$ nên phương trình của (Q) là $12(x-8)-6(y-5)=0$.
Vậy $(Q)\colon 2x-y-11=0$. □

Bài 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;5)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2\colon \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

① Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 có $\vec{u}_1 = (2;-2;1)$ và đi qua $A(1;3;1)$.
Đường thẳng d_2 có $\vec{u}_2 = (-1;1;-3)$ và đi qua $B(1;2;1)$.
Ta có $[\vec{u}_1,\vec{u}_2] = (5;5;0) \Rightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2]\cdot\overrightarrow{AB} = -5 \neq 0$ nên d_1 và d_2 chéo nhau. □

② Gọi M và N lần lượt là giao điểm của d_1 và d_2 với mặt phẳng Oxy. Tính diện tích tam giác AMN.

✍Lời giải.

Giao điểm M của d_1 và Oxy là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$.
Do đó $M(-1;5;0)$.

Giao điểm N của d_2 và Oxy là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-3} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{7}{3} \\ z = 0 \end{cases}$.

Do đó $N\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3};0\right)$.

Diện tích $S_{\triangle ANM}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]\right|=\dfrac{\sqrt{2306}}{6}$. □

Bài 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x+7}{3}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-9}{4}$ và $d'\colon \dfrac{x}{6}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z+18}{8}$.

① Chứng minh d song song với d'. Và viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d'.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(-7;5;9)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-1;4)$. Đường thẳng d' đi qua $M'(0;-4;-18)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}'=(6;-2;8)$. Vì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{u}'$ và M' không thuộc d nên d song song với d'.
Mặt phẳng (P) nhận tích có hướng $\left[\vec{u},\overrightarrow{MM'}\right]=(63;109;-20)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $63(x-0)+109(y+4)-20(z+18)=0$.
Vậy $(P)\colon 63x+109y-20z+76=0$. □

② Tính khoảng cách giữa d và d'.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(d,d')=\mathrm{d}(M,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MM'}\right]\right|}{|\vec{u}|}=25$. □

Bài 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

① Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A và đường thẳng d.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;1;1)$ và $M(1;-2;3)\in d$.
Mặt phẳng (P) chứa A và d nên (P) chứa $\overrightarrow{AM}=(-1;-1;2)$.
Do đó $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]=(3;-7;-2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $3(x-2)-7(y+1)-2(z-1)=0$.
Vậy $(P)\colon 3x-7y-2z-11=0$. □

② Tìm điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên d.
Ta có $H\in d$ nên $H(1+3t;-2+t;3+t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1+3t;-1+t;2+t)$.
Hơn nữa $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow 3(-1+3t)+(-1+t)+(2+t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{11}$.
Do đó $H\left(\dfrac{17}{11};-\dfrac{20}{11};\dfrac{35}{11}\right)$. Điểm A' đối xứng với A qua d nên cũng đối xứng với A qua H.
Suy ra $A'\left(\dfrac{12}{11};-\dfrac{29}{11};\dfrac{59}{11}\right)$. □

Bài 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+5=0$ và $(Q)\colon 2x-z=0$. Chứng minh hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau và tìm phương trình đường thẳng giao tuyến của (P) và (Q).

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$ không cùng phương với $\vec{n}_{(Q)}=(2;0;-1)$ nên (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến u.
Véc-tơ chỉ phương của u là $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-1;-1;-2)$.
Điểm $M(0;-5;0)$ là điểm chung của (P) và (Q) nên M thuộc giao tuyến cần tìm.
Suy ra phương trình đường giao tuyến là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+5}{1}=\dfrac{z}{2}$. □

Bài 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z-3=0$.

① Tìm tọa độ giao điểm A của d và (P).

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+t\end{cases}$. Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta có $2(1+2t)+(2-t)+(3+t)-3=0\Leftrightarrow t=-1$. Suy ra giao điểm của d và (P) là $A(-1;3;2)$. □

② Viết phương trình đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P).

✍Lời giải.

Lấy điểm $M(1;2;3)\in d$. Gọi d' là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Phương trình tham số của d' là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$ (1). Hình chiếu của M lên (P) là giao điểm B của d' và (P).

Để tìm tọa độ điểm B ta thay (1) vào phương trình mặt phẳng (P) ta có

$2(1+2t)+(2+t)+(3+t)-3=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{2}{3}$. Suy ra tọa độ B là $\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

Hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng AB. Do đó Δ đi qua $A(-1;3;2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ nên có phương trình là

$$\frac{x+1}{\frac{2}{3}}=\frac{y-3}{-\frac{5}{3}}=\frac{z-2}{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z-2}{1}.$$ □

③ Tính sin góc giữa d và (P).

✍Lời giải.

Ta có $\sin(d,(P))=\dfrac{|2\cdot2+1\cdot(-1)+1\cdot1|}{\sqrt{2^2+1^1+1^1}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\dfrac{2}{3}$. □

Bài 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-3y+4z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(3;1;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P).

✍Lời giải.

Gọi B là giao điểm của Δ và d. Ta có $B(1+3t;-1+t;2t)\in d$ nên $\overrightarrow{AB}=(-2+3t;-2+t;-1+2t)$.

Do Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_{(P)}$ nên $(-2+3t)-3(-2+t)+4(-1+2t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(3;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(-2;-2;-1)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}\Leftrightarrow\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. □

Bài 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z=0$, mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-6=0$.

① Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C).

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-0}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là $\mathrm{d}=\dfrac{\left|\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}-6\right|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}<R$ nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) có bán kính là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{6}$.

Để tìm tâm của (C) ta tìm hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x=\frac{3}{2}+t \\ y=\frac{3}{2}+t \\ z=\frac{3}{2}+t. \end{cases}$

Hình chiếu của I lên (P) là giao điểm M của Δ và (P). Tọa độ điểm M là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x=\frac{3}{2}+t \\ y=\frac{3}{2}+t \\ z=\frac{3}{2}+t \\ x+y+z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{1}{2} \\ x=2 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow M(2;2;2).$ □

② Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm mặt cầu (S) và đáy là đường tròn (C).

✍Lời giải.

Khối nón đã cho có bán kính đáy là $r=\sqrt{6}$ và chiều cao là $h=d=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó khối nón có thể tích là $V=\frac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot h=\pi\sqrt{3}$ □

Bài 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;3)$, $B(2;-2;-3)$ và đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$.

① Chứng minh A, B, Δ cùng nằm trong một mặt phẳng và viết phương trình mặt phẳng đó.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;-1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;3)$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;-2;-6)$ và $\overrightarrow{MA}=(0;1;3)$. Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]\cdot\overrightarrow{MA}=0$ nên $\vec{u},\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MA}$ đồng phẳng. Nghĩa là, A, B và Δ cùng nằm trong một mặt phẳng (α).
Ta có $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(6;-6;2)$ và (α) đi qua $A(2;0;3)$ nên có phương trình là $6(x-2)-6y+2(z-3)=0$.
Vậy $(\alpha)\colon 3x-3y+z-9=0$. □

② Tìm điểm I thuộc Δ sao cho tam giác IAB cân tại I.

✍Lời giải.

Điểm $I(2+t;-1+2t;3t)\in\Delta$. Để tam giác IAB cân tại I thì

$$\begin{aligned} & IA^2=IB^2 \\ \Leftrightarrow\ & t^2+(-1+2t)^2+(3-3t)^2=t^2+(1+2t)^2+(3+3t)^2 \\ \Leftrightarrow\ & t=0. \end{aligned}$$

Suy ra $I(2;-1;0)$. Mặt khác ta có $\overrightarrow{IA}=(0;1;3)$ và $\overrightarrow{IB}=(0;-1;-3)$ nên I,A,B thẳng hàng.
Vậy không tồn tại điểm I thỏa bài toán. □

Bài 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;3;-4)$ và $B(1;3;4)$. Tìm tọa độ điểm $C\in(Oxy)$ sao cho tam giác ABC cân tại đỉnh C và có diện tích $S=8\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

Do $C\in(Oxy)$ nên $C(x;y;0)$. Tam giác ABC cân tại đỉnh C nên

$$CA^2=CB^2\Leftrightarrow(5-x)^2+(3-y)^2+16=(1-x)^2+(3-y)^2+16\Leftrightarrow x=3.$$

Suy ra $C(3;y;0)$. Ta có $\overrightarrow{BA}=(4;0;-8)$ và $\overrightarrow{BC}=(2;y-3;-4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]=(8y-24;0;4y-12)$.

Ta có

$$\begin{aligned} & S_{ABC} &= \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]\right| \\ \Leftrightarrow\ & S_{ABC} &= \frac{1}{2}\sqrt{(8y-24)^2+(4y-12)^2} \\ \Leftrightarrow\ & 8\sqrt{5} &= \frac{1}{2}\sqrt{(8y-24)^2+(4y-12)^2} \\ \Leftrightarrow\ & (4y-12)^2 &= 16 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=-1. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $C(3;7;0)$ hoặc $C(3;-1;0)$. □

Bài 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-2;3)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

✍**Lời giải.**

Gọi B là giao điểm của d và Δ. Khi đó $B\in\Delta\Rightarrow B(1+t;-1-t;1-t)$. Đường thẳng cần tìm là AB.

Do $AB\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_\Delta\Leftrightarrow t-(1-t)-(-2-t)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow B\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{AB}=\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$. Do đó phương trình của d là $\dfrac{x-1}{-\frac{1}{3}}=\dfrac{y+2}{\frac{4}{3}}=\dfrac{z-3}{-\frac{5}{3}}$.

Vậy $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{5}$. □

Bài 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2.

✍**Lời giải.**

Gọi B là giao điểm của d_2 và Δ. Khi đó $B\in d_2\Rightarrow B(1-t;1+2t;-1+t)$. Đường thẳng cần tìm là AB.

Do $AB\perp d_1$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_{d_1}\Leftrightarrow -2t-(-1+2t)+(-4+t)=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(2;-1;-2)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{AB}=(1;-3;-5)$. Do đó phương trình của d là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Vậy $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$. □

Bài 67. Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng d có phương trình lần lượt là $(P)\colon 2x+y-2z+9=0$ và $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

① Tìm tọa độ điểm I thuộc d sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 2.

✍**Lời giải.**

Ta có $I\in d\Rightarrow I(1-t;-3+2t;3+t)$. Khoảng cách từ I đến (P) là

$$\begin{aligned} & \mathrm{d} = \frac{|2(1-t)+(-3+2t)-2(3+t)+9|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} \\ \Leftrightarrow\ & 2=\frac{|2-2t|}{3} \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=4. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Suy ra $I(-3;5;7)$ hoặc $I(3;-7;1)$. □

② Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

Tọa độ điểm A là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}\\ 2x+y-2z+9=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=-1\\ z=4.\end{cases}$

Vậy $A(0;-1;4)$. □

③ Viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm A của (P) và d, vuông góc với d và nằm trong (P).

✍**Lời giải.**

Vì Δ nằm trong (P) và vuông góc với d nên $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{u}_d\right]=(5;0;5)$. Do đó Δ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=5t\\ y=-1\\ z=4+5t.\end{cases}$ □

C DẠNG TOÁN TỔNG HỢP

Bài 68. Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng d có phương trình lần lượt là $(P): x+2y-3z+4=0$ và $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc và cắt đường thẳng d.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+t\\ y=2+t\\ z=-t.\end{cases}$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;2;0)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;-1)$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc với đường thẳng d nên Δ có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_P;\vec{u}_d\right]=(1;-2;-1)$.

Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d khi và chỉ khi đường thẳng Δ đi qua giao điểm của d và (P).

Phương trình giao điểm của d và (P):

$$-2+t+2(2+t)-3(-t)+4=0 \Leftrightarrow t=-1$$

Do đó tọa độ giao điểm của d và (P) là $N(-3;1;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-3+t\\ y=1-2t\ (t\in\mathbb{R}).\\ z=1-t\end{cases}$ □

Bài 69. Cho điểm $M(1;1;0)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với d_1 và d_2 đồng thời cách M một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của $d_1:\begin{cases}x=1+t_1\\ y=3-t_1\\ z=1+t_1\end{cases}$. Phương trình tham số của $d_2:\begin{cases}x=1-t_2\\ y=-3+2t_2\\ z=2-3t_2.\end{cases}$

Đường thẳng d_1 có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-1;1)$. Đường thẳng d_2 có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(-1;2;-3)$.

Mặt phẳng (P) song song với d_1 và d_2 nên ta có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_1;\vec{u}_2\right]=(1;2;1)$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$x+2y+z+d=0$$

Vì $(P)\parallel d_1$ và $(P)\parallel d_2$ nên $\begin{cases}d\neq -8\\ d\neq 3\end{cases}$. Ta có $\mathrm{d}(M,(P))=\sqrt{6}$, nghĩa là

$$\frac{|1+2+0+d|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\frac{|d+3|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow|d+3|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=3\ \text{(loại)}\\ d=-9\ \text{(nhận)}\end{array}\right.$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): x+2y+z-9=0$. □

Bài 70. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4z-4y-6z+13=0$ và hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;2;1)$. Tìm điểm C trên trục Oz để cho mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) và viết phương trình mặt phẳng (ABC) với điểm C tìm được.

✍Lời giải.
Vì $C \in Oz$ nên $C(0;0;m)$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;0;2)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1;-2;m+1)$. Do đó $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = (4;m-1;2)$.
Từ đó phương trình mặt phẳng $(ABC): 4x+(m-1)(y-2)+2(z-1) = 0$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;3)$ và $R = \sqrt{2^2+2^2+3^2-13} = 2$. Ta có:

$$\mathrm{d}(I,(ABC)) = \frac{|4\cdot 2+(m-1)(2-2)+2(3-1)|}{\sqrt{4^2+(m-1)^2+2^2}} = \frac{12}{\sqrt{m^2-2m+21}}$$

Vì mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\mathrm{d}(I,(ABC)) = 2$, do đó:

$$\frac{12}{\sqrt{m^2-2m+21}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2-2m+21} = 6 \Leftrightarrow m^2-2m-15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-3. \end{array}\right.$$

Vậy $C(0;0;5) \vee C(0;0;-3)$ và $(ABC): 4x+4y+2z = 10$ hoặc $(ABC): 4x-4y+2z+6 = 0$. □

Bài 71. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): 3x+12y-3z-5 = 0$; $(Q): 3x-4y+9z+7 = 0$ và các đường thẳng $d_1: \dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y-3}{-4} = \dfrac{z+1}{3}$, $d_2: \dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-2}{4}$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với (P) và (Q) cắt cả d_1 và d_2.

✍Lời giải.
Gọi $M \in d_1 \Rightarrow M(-5+2t_1;3-4t_1;-1+3t_1)$. Gọi $N \in d_2 \Rightarrow N(3-2t_2;-1+3t_2;2+4t_2)$. Phương trình đường thẳng Δ có vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-2t_1-2t_2+8;4t_1+3t_2-4;-3t_1+4t_2+3)$.
Ta có vec-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (3;12;-3)$ và $\vec{n}_Q = (3;-4;9)$.
Vì $\Delta \parallel (P)$ và $\Delta \parallel (Q)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 3(-2t_1-2t_2+8)+12(4t_1+3t_2-4)-3(-3t_1+4t_2+3) = 0 \\ 3(-2t_1-2t_2+8)-4(4t_1+3t_2-4)+9(-3t_1+4t_2+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 51t_1+18t_2 = 33 \\ -49t_1+18t_2 = -67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -1. \end{cases}$$

Vậy $\overrightarrow{MN} = (8;-3;-4)$ và $M(3;-1;2)$. Do đó phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+3}{8} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z-2}{-4}$. □

Bài 72. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trong mặt phẳng Oxy và C nằm trên trục Oz. Tìm tọa độ các điểm B, C sao cho $H(2;1;1)$ là trực tâm của $\triangle ABC$.

✍Lời giải.
Gọi $B(m;n;0)$, $C(0;0;p)$.
Ta có: $\overrightarrow{AH} = (-1;0;1)$, $\overrightarrow{BC} = (-m;-n;p)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;-1;p)$, $\overrightarrow{CH} = (2;1;1-p)$, $\overrightarrow{AB} = (m-3;n-1;0)$.
Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC} = 0 & (1) \\ \overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 & (2) \\ \left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AB} = 0 & (3) \end{cases}$.
Giải (1) và (2) ta được $\begin{cases} m+p = 0 \\ 2m+n-7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -p \\ n = 7+2p \end{cases}$. Vậy $\overrightarrow{AB} = (-p+3;2p+6;0)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right] = (1;p-3;1)$.
Giải (3) ta được

$$\begin{aligned} & \left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & -p-3+(2p+6)(p-3) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2p^2+p-21 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} p = \dfrac{7}{2} \\ p = -3. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Với $p = \dfrac{7}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = -\dfrac{7}{2} \\ n = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B\left(-\dfrac{7}{2};14;0\right) \\ C\left(0;0;\dfrac{7}{2}\right). \end{cases}$

Với $p = -3 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(3;1;0) \\ C(0;0;-3) \end{cases}$ (loại). □

Bài 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC.

✍**Lời giải.**

Dễ thấy H là trực tâm của tam giác ABC thì $OH \perp (ABC)$. Do đó (ABC) qua $H(2;1;1)$ và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{OH} = (2;1;1)$. Vậy

$$(ABC): 2(x-2)+1(y-1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+z-6=0$$

□

Bài 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm $M \in (P): 2x+2y+z=3$ sao cho $MA = MB = MC$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-1)$, $\overrightarrow{AC} = (-2;-1;-1)$. Do đó $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;4;-8)$. Vậy ta chọn vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(ABC)} = (1;2;-4)$. Nên phương trình mặt phẳng $(ABC): x+2y-4z+6=0$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên tam giác ABC vuông tại A. Vậy tâm O là trung điểm BC. Suy ra $O(0;-1;1)$.

Phương trình đường thẳng Δ qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC): $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=1-4t \end{cases}$. Khi đó mọi điểm $M \in \Delta$ ta có $MA = MB = MC$. Giả thiết cho $M \in (P)$ nên

$$2t+2(-1+2t)+1-4t=3 \Leftrightarrow t=2$$

Vậy $M(2;3;-7)$. □

Bài 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;-2;2)$, $B(3;-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng $(P): 2x+y+z-5=0$ sao cho $MA = MB$ và $\widehat{MAB} = 45^\circ$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm P của $AB: P(4;-2;4)$. Ta có $\overrightarrow{AP} = (-1;0;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB qua P và có vec-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AP}$. Vậy $(Q): -(x-4)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow -x+2z-4=0$.
Phương trình giao tuyến của (P) và (Q) qua điểm $N(2;-2;3)$ và có vcto chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2;-5;1)$. Vậy phương trình đường thẳng giao tuyến $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-5t \\ z=3+t \end{cases}$.
Gọi $M \in d \Rightarrow M(2+2t;-2-5t;3+t)$. Vì $MA = MB$ và $\widehat{MAB} = 45^\circ$ nên $\triangle MAB$ vuông tại $M \Rightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB} \Rightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.
Ta có $\overrightarrow{MA} = (3-2t;5t;-1-t)$, $\overrightarrow{MB} = (1-2t;5t;3-t)$. Do đó

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow (3-2t)(1-2t)+5t \cdot 5t+(-1-t)(3-t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\dfrac{1}{3}. \end{array}\right.$$

Vậy có hai điểm $M(2,-2,3)$ hoặc $M\left(\dfrac{8}{3};-\dfrac{11}{3};\dfrac{10}{3}\right)$. □

Bài 76. Cho hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là $(d_1): \begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$, $d_2: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{1}$, d là đường thẳng qua $I(2;2;-1)$ cắt d_1, d_2 tại A và B. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của $d_2: \begin{cases} x=3+t' \\ y=1+t' \\ z=-2+t' \end{cases}$.

Gọi $A \in d_1 \Rightarrow A(1+t;3-t;t)$. Gọi $B \in d_2 \Rightarrow B(3+t';1+t';-2+t')$. Khi đó ta có $\overrightarrow{AB} = (t'-t+2;t'+t-2;t'-t-2)$ và $\overrightarrow{AI} = (1-t;-1+t;-1-t)$.
d qua $I(2;2;-1)$ cắt d_1, d_2 tại A và B nên ta có ba điểm I, A, B thẳng hàng, nghĩa là $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AI}$. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} t'-t+2=k(1-t) \\ t'+t-2=k(-1+t) \\ t'-t-2=k(-1-t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=0 \\ t=0 \\ k=2. \end{cases}$$

Vậy $A(1;3;0)$ và $B(3;1;-2)$. Từ đó trung điểm M của AB trùng với điểm $I(2;2;-1)$. Khi đó mặt cầu đường kính AB có $R = AI = \sqrt{3}$. Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. □

Bài 77. Cho $d_1: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+3}{1}$, $d_2: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+7=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc d_1, tiếp xúc với đường thẳng d_2 và mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

Gọi $I \in d_1 \Rightarrow I(-3+2t; 1+t; -3+t)$.

Đường thẳng d_2 qua điểm $A(1;-1;3)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-2;1)$. Ta có $\overrightarrow{AI} = (2t-4; t+2; t-6)$ và $\left[\overrightarrow{AI}, \vec{u}\right] = (-3t+10; 8; 6t-4)$.

Ta tính $\mathrm{d}(I, d_2) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{3\sqrt{5t^2-12t+20}}{3} = \sqrt{5t^2-12t+20}$.

Ta tính $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|-3+2t+2(1+t)+2(-3+t)+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \dfrac{|6t|}{3} = 2|t|$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng d_2 và mặt phẳng (P) khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}(I, d_2) = \mathrm{d}(I,(P)) \Leftrightarrow \sqrt{5t^2-12t+20} = 2|t| \Leftrightarrow t^2 - 12t + 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 10 \\ t = 2. \end{array}\right.$$

Với $t = 10$, mặt cầu (S) tâm $I(17;11;7)$ và bán kính $R = 20$ có phương trình $(S): (x-17)^2 + (y-11)^2 + (z-7)^2 = 400$.

Với $t = 2$, mặt cầu (S) tâm $I(1;3;-1)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$. □

Bài 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(0;-1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên tia Ox sao cho thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 1. Khi đó hãy viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

✍**Lời giải.**

Vì $D \in Ox$ nên $D(m;0;0)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-1;1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;-2;-1)$, $\overrightarrow{AD} = (m-1;-1;-1)$, $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (3;-3;3)$. Theo đề bài, ta có

$$V_{ABCD} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD}\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{6}|3(m-1) - 3(-1) + 3(-1)| = 1 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $D(3;0;0)$. Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

Thay tọa độ bốn điểm A, B, C, D vào phương trình, ta được

$$\begin{cases} 1^2 + 1^2 + 1^2 - 2a - 2b - 2c + d = 0 \\ (-1)^2 + 0^2 + 2^2 + 2a - 4c + d = 0 \\ 0^2 + (-1)^2 + 0^2 + 2b + d = 0 \\ 3^2 + 0^2 + 0^2 - 6a + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \\ c = 3 \\ d = 3. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 6z + 3 = 0$ □

Bài 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;3;2)$, $B(-1;3;2)$, $C(3;3;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 11 = 0$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

với tâm $I(a;b;c)$. Thay tọa độ ba điểm A, B, C vào phương trình mặt cầu, ta được

$$\begin{cases} 3^2 + 3^2 + 2^2 - 6a - 6b - 4c + d = 0 \\ (-1)^2 + 3^2 + 2^2 + 2a - 6b - 4c + d = 0 \\ 3^2 + 3^2 + (-2)^2 - 6a - 6b + 4c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = b \\ c = 0 \\ d = -16 + 6b. \end{cases}$$

Ta có $IA^2 = (a-3)^2+(b-3)^2+(c-2)^2 = b^2-6b+17$. Ngoài ra ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2a-2b-c+11|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \dfrac{|-2b+13|}{3}$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) khi

$$IA^2 = \mathrm{d}^2(I,(P)) \Leftrightarrow b^2-6b+17 = \frac{(-2b+13)^2}{9} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=-\dfrac{8}{5}. \end{array}\right.$$

Vậy có hai mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và $(S): x^2+y^2+z^2-2x+\dfrac{16}{5}y-\dfrac{128}{5}=0$. □

Bài 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+2=0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc d, tiếp xúc với mặt phẳng (P) và đi qua điểm $A(2;-1;0)$.

✍**Lời giải.**

Gọi tâm $I(1+t;-2+t;t) \in d$. Ta có $IA^2 = 3t^2-4t+2$ và $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2(1+t)-2+t-2t+2|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \dfrac{|t+2|}{3}$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) khi

$$IA^2 = \mathrm{d}^2(I,(P)) \Leftrightarrow 3t^2-4t+2 = \frac{(t+2)^2}{9} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{7}{13}. \end{array}\right.$$

Với $t=1$, ta có phương trình mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=1$.

Với $t=\dfrac{7}{13}$, ta có phương trình mặt cầu $(S): \left(x-\dfrac{20}{13}\right)^2+\left(y+\dfrac{19}{13}\right)^2+\left(z-\dfrac{7}{13}\right)^2=\left(\dfrac{11}{13}\right)^2$. □

Bài 81. Cho hai mặt phẳng $(P): -x+y+z-1=0$, $(Q): -2x-2y+z+3=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm thuộc mặt phẳng (P) bán kính bằng 3 và tiếp xúc mặt phẳng (Q) tại điểm M có tung độ bằng 1.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(a;1;b) \in (Q)$. Ta có $-2a-2+b+3=0 \Leftrightarrow b=2a-1$. Do đó $M(a;1;2a-1)$.

Gọi I là tâm mặt cầu cần tìm. Ta có phương trình đường thẳng $IM: \begin{cases} x=a-2t \\ y=1-2t \\ z=2a-1+t. \end{cases}$

Vì $I \in IM \Rightarrow I(a-2t;1-2t;2a-1+t)$. Ngoài ra vì $I \in (P)$ nên ta có

$$-(a-2t)+1-2t+2a-1+t-1=0 \Leftrightarrow t=1-a$$

Vậy $I(3a-2;2a-1;a)$. Ta có $\overrightarrow{IM}=(2-2a;2-2a;a-1)$. Mà bán kính $R=IM=3$ nên

$$(2-2a)^2+(2-2a)^2+(a-1)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=2. \end{array}\right.$$

Với $a=0$, ta có tâm $I(-2;-1;0)$ và $R=3$ nên phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+z^2=9$.

Với $a=0$, ta có tâm $I(4;3;2)$ và $R=3$ nên phương trình mặt cầu $(S): (x-4)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$.

□

Bài 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại 2 điểm A, B sao cho diện tích của tam giác IAB bằng 12.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-4)$.

$\overrightarrow{MI}=(2;2;1)$; $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(9;-9;0) \Rightarrow \left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|=9\sqrt{2}$.

Ta có $\mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|u|} = \dfrac{9\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 3$.

$S_{\Delta IAB} = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}(I,d)\cdot AB = 12 \Leftrightarrow AB = 8.$

Gọi R là bán kính mặt cầu (S). $R = \sqrt{\mathrm{d}^2(I,d) + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{8}{2}\right)^2} = 5.$

Vậy (S): $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25.$ □

Bài 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-5;-6)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+1}{-3}$.

① Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên Δ.

② Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt Δ tại B sao cho $AB = \sqrt{35}$.

✍Lời giải.
Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-3)$.

① Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng Δ, suy ra $H(1+2t;-2+t;-1-3t)$, $\overrightarrow{AH} = (-1+2t;3+t;5-3t)$.
Ta có $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow -2+14t+3+t-15+9t = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(3;-1;-4)$.

② $B \in \Delta \Rightarrow B(1+2m;-2+m;-1-3m)$, $\overrightarrow{AB} = (-1+2m;3+m;5-3m)$.
Ta có

$$\begin{aligned} \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{35} &\Leftrightarrow (-1+2m)^2 + (3+m)^2 + (5-3m)^2 = 35 \\ &\Leftrightarrow 14m^2 - 28m = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Với $m = 0$: $\overrightarrow{AB} = (-1;3;5)$; phương trình $AB\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z+6}{5}$.
Với $m = 2$: $\overrightarrow{AB} = (3;5;-1)$; phương trình $AB\colon \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+5}{5} = \dfrac{z+6}{-1}$.

□

Bài 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;3;2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z-2}{-1}$.

① Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

② Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, cắt và vuông góc với Δ.

✍Lời giải.
Đường thẳng Δ qua $B(1;-1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-3;-1)$.

① $\overrightarrow{AB} = (-3;4;0)$, $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right] = (-4;-3;1)$.
Ta có $\mathrm{d}(A,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{\sqrt{26}}{\sqrt{14}} = \dfrac{\sqrt{91}}{7}$.

② Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và Δ. Vì $H \in \Delta$ nên $H(1+2t;-1-3t;2-t)$.
• $\overrightarrow{AH} = (-3+2t;-4-3t;-t)$.
Vì d qua A, cắt và vuông góc với Δ nên $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 14t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{-3}{7}$.
$\overrightarrow{AH} = \left(-\dfrac{27}{7};-\dfrac{19}{7};\dfrac{3}{7}\right)$.
• Đường thẳng d qua $A(4;3;2)$ và nhận $\vec{v} = (27;19;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy phương trình đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{27} = \dfrac{y-3}{19} = \dfrac{z-2}{-3}$.

□

Bài 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$.

① Viết phương trình đường thẳng d' là đường thẳng đối xứng với d qua (P).

② Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên d'.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-1)$.

① Xét hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}\\ x+2y-z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x-2y=0\\ 2y+z=-1\\ x+2y-z=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=-1\\ z=1\end{cases}.$

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $B(2;-1;1)$.

Lấy $C(0;0;-1)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (P). Phương trình đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Gọi H là giao điểm của Δ và (P). Tọa độ H là nghiệm hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}\\ x+2y-z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=0\\ y+2z=-2\\ x+2y-z=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{3}\\ y=-\dfrac{2}{3}\\ z=-\dfrac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow H\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right).$$

Gọi C' là điểm đối xứng của C qua mặt phẳng (P), suy ra $C'\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

$\overrightarrow{BC'}=\left(-\dfrac{8}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.

Gọi d' là đường thẳng đối xứng với d qua mặt phẳng (P). Đường thẳng d' qua $B(2;-1;1)$ và nhận $\vec{u}=(8;1;4)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng $d'\colon \dfrac{x-2}{8}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{4}$.

② Gọi (Q) là mặt phẳng qua $A(1;2;3)$ và nhận $\vec{u}=(8;1;4)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng $(Q)\colon 8x+y+4z-22=0$.

Gọi K là giao điểm của (Q) và đường thẳng d'. Tọa độ K là nghiệm hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x-2}{8}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{4}\\ 8x+y+4z-22=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-8y=10\\ 4y-z=-5\\ 8x+y+4z=22\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{62}{27}\\ y=-\dfrac{26}{27}\\ z=\dfrac{31}{27}\end{cases}.$$

Vậy $K\left(\dfrac{62}{27};-\dfrac{26}{27};\dfrac{31}{27}\right)$.

□

Bài 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-y-2z=0$ và điểm $M(2;-3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua M vuông góc với (P) và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc 45°.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;-1;-2)$.

Gọi $\vec{n}_Q=(a;b;c)$ $\left(\text{với } a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$.

Vì $(P)\perp(Q)$ nên $\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0\Leftrightarrow a-b-2c=0\Leftrightarrow a=b+2c\Rightarrow \vec{n}_Q=(b+2c;b;c)$.

Mặt phẳng (Oyz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1;0;0)$.
Ta có

$$\begin{aligned} & \left|\cos\left(\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right)\right| = \cos 45^\circ \\ \Leftrightarrow\ & \frac{|b+2c|}{\sqrt{(b+2c)^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow\ & 2(b+2c)^2 = (b+2c)^2+b^2+c^2 \\ \Leftrightarrow\ & (b+2c)^2 - b^2 - c^2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (3c+4b)\cdot c = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} c=0 \\ 3c+4b=0 \end{array}\right. . \end{aligned}$$

• Với $c=0$ chọn $b=1 \Rightarrow a=1$, nên $\vec{n}_Q = (1;1;0)$.
Phương trình mặt phẳng (Q): $x+y+1=0$.
• Với $3c+4b=0$, chọn $b=3$ và $c=-4$, suy ra $a=-5$.
Mặt phẳng Q qua $A(2;-3;1)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (-5;3;-4)$.
Phương trình mặt phẳng (Q): $-5x+3y-4z+23=0$. □

Bài 87. Cho mặt phẳng (P): $x-y+2z+6=0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=-3 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=5+9t' \\ y=10-2t' \\ z=1-t' \end{cases}$.
Lập phương trình đường thẳng Δ cắt d_1 tại A, cắt d_2 tại B sao cho đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ (Δ) đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{6}}$.

✍Lời giải.

Có hai mặt phẳng song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng $\frac{3}{\sqrt{6}}$ là $(Q_1): x-y+2z+3=0$ và $(Q_2): x-y+2z+9=0$.
Giao của (Q_1) với (d_1) là $A(2;-1;-3)$ và giao (d_2) tại $B(5;10;1)$ nên đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{11} = \frac{z+3}{4}$.
Giao của (Q_2) với (d_1) là $A(8;11;-3)$ và giao (d_2) tại $B\left(-1;\frac{34}{3};\frac{5}{3}\right)$ nên đường thẳng Δ là $\frac{x-8}{27} = \frac{y-11}{-1} = \frac{z+3}{-14}$. □

Bài 88. Cho hai điểm $A(1;1;1)$; $B(2;3;-1)$ và đường thẳng (Δ): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$, mặt phẳng $(P) x-y-z+2=0$. Viết phương trình đường thẳng d cắt (P) tại C, cắt Δ tại D để $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B.

✍Lời giải.

$ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên D là giao điểm của mặt phẳng (Q) qua A vuông góc AB với đường thẳng Δ. (Q): $x+2y-2z-1=0$.
Giao của (Q) và Δ là $D(3;2;3)$.
Lại có $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AD, CB nên đường thẳng CB qua B và song song với AD nên phương trình đường thẳng CB là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$.
Vậy $C(2t+2;t+3;2t-1)$.
Do $C \in (P)$ nên $t=2$. Suy ra $C(6;5;3)$.
Vậy phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=3. \end{cases}$ □

Bài 89. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng
(P): $x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc với d đồng thời khoảng cách từ M tới Δ bằng $\sqrt{42}$.

✍Lời giải.

M là giao điểm của (d) và (P) nên $M(1;-3;0)$.
Đường thẳng Δ nằm trên (P) và vuông góc với d nên chọn vtcp của Δ là $\vec{u}=(2;-3;1)$.
Mặt cầu tâm M bán kính $\sqrt{42}$ là (S).
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa (Δ), vuông góc với (P) và tiếp xúc với (S).
(Q) chứa (Δ), vuông góc với (P) nên chọn vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;1;-5)$.
Vậy phương trình (Q): $4x+y-5z+d=0$.
Khoảng cách từ M đến Δ bằng $\sqrt{42}$ tức là $d(M,\Delta)=\sqrt{42}$ hay (Q) tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow \dfrac{|4-3+d|}{\sqrt{4^2+1^2+5^2}}=\sqrt{42}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=41\\ d=-43.\end{array}\right.$.
Suy ra (Q): $4x+y-5z+41=0$ hoặc (Q): $4x+y-5z-43=0$.
Khi đó Δ là giao tuyến của (Q) và (P) nên có hai đường thẳng Δ là $\Delta\colon \dfrac{x+13}{2}=\dfrac{y-11}{-3}=\dfrac{z}{1}$ hoặc $\Delta\colon \dfrac{x-15}{2}=\dfrac{y+17}{-3}=\dfrac{z}{1}$. □

Bài 90. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;-1;-2)$ cắt đường thẳng (d) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A và B sao cho $AB=8$.

✍Lời giải.

$(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=5$. $AB=8\Leftrightarrow d(I,\Delta)=3$.
Gọi $N(2-t;1-2t;1+t)$ là giao điểm của (d) và Δ.
Khi đó một vtcp của Δ là $\overrightarrow{MN}=(3-t;2-2t;3+t)$.

$$d(I,\Delta)=3\Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{MN}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|}=3\Leftrightarrow \frac{\sqrt{(3-3t)^2+(9-3t)^2+(3t-9)^2}}{\sqrt{(3-t)^2+(2-2t)^2+(3+t)^2}}=3\Leftrightarrow t=-1$$

Vậy $\overrightarrow{MN}=(4;4;2)$ nên chọn vtcp của Δ là $\vec{u}=(2;2;1)$.
Vậy phương trình đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. □

Bài 91. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$.

① Chứng minh rằng 3 điểm A,B,C không thẳng hàng. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

② Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC).

✍Lời giải.

① Có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;4), \overrightarrow{AC}=(-2;1;3)$ nên hai véc tơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ không cùng phương, suy ra 3 điểm A,B,C không thẳng hàng.
Chọn vtpt của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=-\dfrac{1}{5}\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right]=(2;1;1)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $2x+y+z-3=0$.

② Đường thẳng qua O và vuông góc với (ABC) là $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.
Hình chiếu H của O lên (ABC) là giao của d và (ABC). Vậy $H\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

□

Bài 92. Cho hai điểm $A(-5;0;1)$; $B(7;4;-5)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z=0$.

① Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB. Tính khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P).

② Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của mặt cầu (S) đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

✍Lời giải.

① Gọi I là trung điểm của AB, thì mặt cầu (S) có tâm I và bán kính $r=\dfrac{AB}{2}$, ta có

$$\overrightarrow{AB}=(12;4;-6)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=14\Rightarrow r=\frac{14}{2}=7.$$

Vì I là trung điểm của AB nên I có tọa độ $I(1;2;-2)$.
Thay tọa độ của tâm I và bán kính $r=7$ ta có phương trình mặt cầu (S)

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=49.$$

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là

$$d(I,(P))=\frac{|1+2\cdot2-2\cdot(-2)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{9}{3}=3.$$

② Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-2)$.
Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}=(1;2;-2)$.
Đường thẳng d đi qua $I(1;2;-2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-2)$.
Vậy phương trình đường thẳng d là $d\colon\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-2-2t.\end{cases}$

Tọa độ giao điểm C của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-2-2t\\x+2y-2z=0\end{cases}$.

$\Rightarrow(1+t)+2(2+2t)-2(-2-2t)=0\Leftrightarrow 9t=9\Leftrightarrow t=1$ Vậy tọa độ C là $C(2;4;-4)$.

□

Bài 93. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình là $d\colon\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$, $(P)\colon x-3y+2z+6=0$.

① Tìm tọa độ điểm A giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm A, đồng thời vuông góc với đường thẳng d.

② Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$, tiếp xúc với mp(P). Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu (S) biết nó song song với mp(P).

✍**Lời giải.**

① Tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=-t\\x-3y+2z+6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=2\\x=1\\y=1\\z=-2\end{cases}\Rightarrow A(1;1;-2).$$

Mặt phẳng (Q) vuông góc với đường thẳng d nên VTCP của d bằng VTPT của $(Q)\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_Q}=(2;1;-1)$.
Mặt phẳng (Q) có $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;-1)$ và chứa điểm $A(1;1;-2)$ có phương trình là

$$2\cdot(x-1)+y-1-2\cdot(z+2)=0\Leftrightarrow 2x+y-2z-7=0.$$

② **Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$, tiếp xúc với mp(P).**
Vì (S) tiếp xúc với mp(P)

$$\Rightarrow r=d(I;(P))=\frac{|1\cdot2-3\cdot1+2\cdot1+6|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+2^2}}=\frac{7}{\sqrt{14}}.$$

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\dfrac{7}{2}$.
Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu (S) biết nó song song với

mp(P).
Gọi mặt phẳng tiếp diện của (S) là mặt phẳng (α).
Vì $(\alpha)\parallel(P)$ suy ra phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon x-3y+2z+d=0$, $d\neq 6$.
Lại có

$$\begin{aligned} d(I;(\alpha))=r &\Leftrightarrow \frac{|1\cdot 2-3\cdot 1+2\cdot 1+d|}{\sqrt{14}}=\frac{7}{\sqrt{14}}\\ &\Leftrightarrow |d+1|=7\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d+1=7\\ d+1=-7\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=6 \text{ (loại)}\\ d=-8 \text{ (thỏa mãn)}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon x-3y+2z-8=0$.

□

Bài 94. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;2;-1)$, $B(2;1;-1)$, $C(3;0;1)$.

① Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, C và xác định tọa độ tâm I của nó.

② Tìm tọa độ điểm M sao cho $3\overrightarrow{AM}=-2\overrightarrow{MC}$. Viết phương trình đường thẳng BM.

✍**Lời giải.**

① Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, C có dạng

$$(S)\colon x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$$

Vì $O,A,B,C\in(S)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} d=0\\ 1+2+1+2a-4b+2c+d=0\\ 4+1+1-4a-2b+2c+d=0\\ 9+1-6a-2z+d=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-4b+2c=-4\\ -4a-2b+2c=-6\\ -6a-2z=-10\\ d=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{9}{8}\\ b=\dfrac{19}{8}\\ c=\dfrac{13}{8}\\ d=0\end{cases}$$

Phương trình mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-\frac{9}{4}x-\frac{19}{4}y-\frac{13}{4}z=0$.
Tâm I của mặt cầu có tọa độ là $I\left(\frac{9}{8};\frac{19}{8};\frac{13}{8}\right)$.

② Gọi $M(x,y,z)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(x+1;y-2;z+1)$; $\overrightarrow{MC}=(3-x;-y;1-z)$.
Ta có

$$3\overrightarrow{AM}=-2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\begin{cases} 3(x+1)=-2(3-x)\\ 3(y-2)=2y\\ 3(z+1)=-2(1-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-9\\ y=6\\ z=-5\end{cases}.$$

Viết phương trình đường thẳng BM biết $B(2;1;-1)$; $M(-9;6;5)$.

$$\frac{x-2}{-9-2}=\frac{y-1}{6-1}=\frac{z+1}{5+1}\Leftrightarrow\frac{x-2}{-11}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+1}{6}.$$

□

Bài 95. Cho hai điểm $A(0;1;-4)$, $B(1;0;-5)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{-4}=\dfrac{z-1}{-2}$.

① Viết phường trình đường thẳng AB và chứng minh rằng AB và Δ chéo nhau.

② Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai điểm A, B đồng thời song song với đường thẳng Δ. Tính khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

① Viết phương trình đường thẳng AB và chứng minh rằng AB và Δ chéo nhau.
Đường thẳng AB có VTCP là $\overrightarrow{u_{AB}} = \overrightarrow{AB} = (1;-1;-1)$ và đi qua $A(0;1;-4)$, do đó phương trình đường thẳng AB là $AB\colon \begin{cases} x = t \\ y = 1-t \\ z = -4-t \end{cases}$. Chứng minh rằng AB và Δ chéo nhau.
Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = (1;-1;-1)$; $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;-4;-2)$.
$\left[\overrightarrow{u_{AB}};\overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-2;1;-3)$.
Chọn $C(1;4;1) \in \Delta$; $\overrightarrow{AC} = (1;3;5)$.
Xét $\left[\overrightarrow{u_{AB}};\overrightarrow{u_\Delta}\right].\overrightarrow{AC} = -2+3-15 = -14 \neq 0$.
Suy ra, $\overrightarrow{u_{AB}};\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{AC}$ không đồng phẳng hay AB và Δ chéo nhau.

② Viết phương trình mặt phẳng (P).
Vì $A,B \in (P)$ nên $\overrightarrow{AB} = (1;-1;-1)$ là VTCP của (P).
Lại có, $(P) \parallel \Delta$ nên $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;-4;-2)$ là VTCP của (P).
Suy ra $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_{AB}};\overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-2;1;-3)$.
Mặt phẳng (P) có pt là

$$\begin{aligned} -2(x-0)+y-1-3(z+4)=0 &\Leftrightarrow -2x+y-3z-13=0 \\ &\Leftrightarrow 2x-y+3z+13=0. \end{aligned}$$

Tính khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).
Vì $(P) \parallel \Delta$ nên ta có

$$d(\Delta;(P)) = d(C;(P)) = \frac{|2\cdot 1 - 1\cdot 4 + 3\cdot 1 + 13|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}} = \frac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}.$$

□

Bài 96. Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $A(-1;1;1)$, $B(5;1;-1)$, $C(2;5;2)$, $D(0;-3;1)$.

① Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Từ đó chứng minh $ABCD$ là một tứ diện.

② Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm D, đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (ABC). Viết phương trình tiếp diện với mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (ABC).

✍**Lời giải.**

① Ta có $\overrightarrow{AB} = (6;0;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (3;4;1)$.
Đặt $\vec{n} = [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}] = (8;-12;24)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua A và nhận $\vec{n}$ làm một véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$8(x+1)-12(y-1)+24(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+6z-1=0.$$

Thay tọa độ của D vào phương trình (ABC), ta được $14=0$ (sai).
Suy ra $D \notin (ABC)$, suy ra $ABCD$ là một tứ diện.

② Ta có $\mathrm{d}(D,(ABC)) = \dfrac{|14|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}} = 2$.
Mặt cầu (S) tiếp xúc với (ABC) nên có bán kính $r = \mathrm{d}(D,(ABC)) = 2$, suy ra phương trình (S) là

$$x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4.$$

Gọi (α) là tiếp diện cần tìm, $(\alpha) \parallel (ABC)$ nên (α) có dạng

$$2x-3y+6z+m=0 \quad (m \neq -1).$$

Vì (α) tiếp xúc (S) nên

$$\mathrm{d}(D,(\alpha)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|15+m|}{7} = 2 \Leftrightarrow |15+m| = 14 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-29. \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện, ta nhận $m=-29$. Vậy $(\alpha)\colon 2x-3x+6z-29=0$.

□

Bài 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;2;1), B(-5;-4;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y-6z+38=0$

① Viết phương trình tham số của đường thẳng AB. Chứng minh rằng $AB \parallel (P)$.

② Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là AB.

③ Chứng minh (P) là tiếp diện của mặt cầu (S). Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S).

✍**Lời giải.**

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(-12;-6;-4)$. Chọn $\vec{v}=(6;3;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của AB. Do đó, đường thẳng AB có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x=7+6t \\ y=2+3t \\ z=1+2t. \end{cases}$$

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-2;-6)$. Ta có $\vec{v}\cdot\vec{n}=6\cdot3+3\cdot(-2)+2\cdot(-6)=0$. Suy ra $\vec{v}\perp\vec{n}\Rightarrow AB\parallel(P)$.

② Gọi I là trung điểm AB, khi đó I là tâm mặt cầu đường kính AB. Ta có

$$\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=1 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-1 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=-1 \end{cases} \Rightarrow I(1;-1;-1).$$

Mặt cầu (S) tâm I và có bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{(-12)^2+(-6)^2+(-4)^2}}{2}=7$ nên (S) có phương trình

$$(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=49.$$

③ Ta có

$$\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|3+2+6+38|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+(-6)^2}}=7=R.$$

Suy ra (P) là tiếp diện của mặt cầu (S).
Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc (P). Khi đó, Δ nhận $\vec{n}_P=(3;-2;-6)$ làm véc-tơ chỉ phương, do đó Δ có phương trình

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1-2t \\ z=-1-6t. \end{cases}$$

Gọi H là giao điểm của (P) và Δ thì H là tiếp điểm cần tìm. Tọa độ H thỏa mãn

$$3(1+3t)-2(-1-2t)-6(-1-6t)+38=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

Thay $t=-1$ ta được $H(-2;1;5)$ là tiếp điểm cần tìm.

□

Bài 98. Cho hai điểm $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$.

① Viết phương trình đường thẳng AB và phương trình mặt cầu đường kính AB.

② Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa hai điểm A, B, đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

① Đường thẳng AB đi qua $A(3;1;-1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;5)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là

$$\begin{cases} x=3-1 \\ y=1-2t \\ z=-1+5t \end{cases}$$

Gọi I là trung điểm AB, khi đó I là tâm mặt cầu đường kính AB. Ta có

$$\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{5}{2} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=0 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\dfrac{5}{2};0;\dfrac{3}{2}\right).$$

Mặt cầu (S) tâm I, bán kính $r=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+5^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$ có phương trình là

$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+y^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{2}.$$

② (P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-1;3)$.
(Q) đi qua $A(3;1;-1)$ và nhận một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}]=(-1;13;5)$ nên có phương trình là

$$-(x-3)+13(y-1)+5(z+1)=0 \Leftrightarrow x-13y-5z+5=0.$$

□

Bài 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(-1;1;2), B(0;1;1)$ và $C(1;0;4)$.

① Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác vuông. Xác định tọa độ điểm D để 4 điểm A,B,C,D là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

② Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng BC. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với (P).

① Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-1), \overrightarrow{AC}=(2;-1;2)$.

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1\cdot2+0\cdot(-1)+(-1)\cdot2=0\Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}.$$

Suy ra $\triangle ABC$ vuông tại A.
A,B,C,D là 4 đỉnh của hình chữ nhật khi và chỉ khi $ABDC$ là hình bình hành.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D-x_c=1 \\ y_D-y_C=0 \\ z_D-z_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=1+x_C \\ y_D=y_C \\ z_D=-1+z_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=2 \\ y_D=0 \\ z_D=3. \end{cases}$$

Vậy $D(2;0;3)$.

② Từ giả thiết suy ra C là trung điểm MB, suy ra

$$\begin{cases} x_M=2x_C-x_B \\ y_M=2y_C-y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=2 \\ y_M=-1 \\ z_M=7 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;7).$$

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;-1;3)$. Mặt phẳng (P) qua M và nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$(x-2)-(y+1)+3(z-7)=0 \Leftrightarrow x-y+3z-24=0.$$

Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|-1-1+6-24|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}}=\dfrac{20}{\sqrt{11}}$.

Mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc (P) nên có bán kính $R=\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{20}{\sqrt{11}}$, do đó (S) có phương trình

$$(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\frac{400}{11}.$$

Bài 100. Trong không gian vớ hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ và mặt phẳng α lần lượt có phương trình $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{3}$; $(\alpha): 2x+y-z+1=0$.

① Chứng minh rằng đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (α). Tính khoảng cách từ Δ đến mặt phẳng (α).

② Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxy). Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với mặt phẳng (α).

✍**Lời giải.**

① Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta}=(1;1;3)$ và đi qua $M(3;2;-3)$.
(α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;1;-1)$. Ta có

$$\vec{u}_{\Delta}\cdot\vec{n}_{\alpha}=1\cdot2+1\cdot1+3\cdot(-1)=0\Rightarrow\vec{u}_{\Delta}\perp\vec{n}_{\alpha}\Rightarrow\Delta\parallel(\alpha).$$

Ta có

$$\mathrm{d}(\Delta,(\alpha))=\mathrm{d}(M,(\alpha))=\frac{|2\cdot3+2+3+1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{6}.$$

② Giao điểm A của Δ và (Oxy) có tọa độ thỏa mãn

$$\begin{cases}\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{3}\\ z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x-3}{1}=1\\ \dfrac{y-2}{1}=1\\ z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\ y=3\\ z=0\end{cases}\Rightarrow A(4;3;0).$$

Mặt cầu (S) tâm A có bán kính $R=\mathrm{d}(A,(\alpha))=2\sqrt{6}$ nên có phương trình

$$(x-4)^2+(y-3)^2+z^2=24.$$

□

Bài 101. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ và mặt phẳng (P): $x-y+3z+2=0$

① Tìm giao điểm của d và (P).

② Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với (P).

✍**Lời giải.**

① Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=2+t\\ y=-1+2t\\ z=1+3t.\end{cases}$
Giao điểm của d và (P) có tham số t thỏa mãn $(2+t)-(-1+2t)+3(1+3t)+2=0\Leftrightarrow t=-1$.
Với $t=-1$ ta được $x=1; y=-3; z=-2$. Vậy giao điểm của d và (P) là $A(1;-3;-2)$.

② d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;2;3)$ và đi qua $M(2;-1;1)$, mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;3)$.
Vì (Q) chứa d và vuông góc (α) nên (Q) qua M và có véc-tơ pháp tuyến

$$\vec{n}_{(Q)}=[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}]=(9;0;-3).$$

Do đó (P) có phương trình

$$9(x-2)-3(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-z-5=0.$$

□

Bài 102. Cho điểm $A(1;2;-3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$ và $(Q): x+6y+2z+5=0$.

① Xác định góc giữa hai mặt phẳng.

② Lập phương trình đường thẳng d qua A và song song với hai mặt phẳng.

✍Lời giải.

① (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2;-1;2)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (1;6;2)$.Ta có

$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 2\cdot 1 + (-1)\cdot 6 + 2\cdot 2 = 0$$

Suy ra $(P) \perp (Q) \Rightarrow ((P),(Q)) = 90°$.

② Đặt $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (-14;-2;13)$.
Khi đó, d qua A và nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương, suy ra d có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 - 14t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 + 13t. \end{cases}$$

□

Bài 103. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 1 = 0$ và điểm $A(1;3;-2)$.

① Tìm tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng (P).

② Viết phương trình mặt cầu tâm A và đi qua gốc tọa độ O.

✍Lời giải.

① Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Khi đó d nhận $\vec{n}_{(P)} = (2;-1;2)$ làm véc-tơ chỉ phương. Suy ra d có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 2t. \end{cases}$$

Gọi H là giao điểm của d và (P) thì H là hình chiếu của A lên (P). Tọa độ H thỏa mãn

$$2(1+2t) - (3-t) + 2(-2+2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Với $t = \frac{2}{3}$ ta được $x = \frac{7}{3}; y = \frac{7}{3}; z = -\frac{2}{3}$. Vậy $H\left(\frac{7}{3};\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

② Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;3;-2) \Rightarrow OA = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$.
Mặt cầu (S) tâm A và đi qua O có bán kính bằng OA, do đó (S) có phương trình

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 14.$$

□

Bài 104. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y-6}{6} = \frac{z-3}{3}$, $d': \begin{cases} x = 7 + 6t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t. \end{cases}$

① Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d'.

② Lập phương trình mặt phẳng chứa hai đường thằng d và d'.

✍Lời giải.

① d qua điểm $A(1;6;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (9;6;3)$, d' qua điểm $B(7;6;5)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (6;4;2)$. Ta có

$$[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \vec{0}$$

Suy ra $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ cùng phương. Mặt khác thay tọa độ A vào d' ta được

$$\begin{cases} 1 = 7 + 6t \\ 6 = 6 + 4t \\ 3 = 5 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 0 \\ t = -1 \end{cases} \quad \text{(Vô lí).}$$

Suy ra $A \notin d'$. Vậy $d \parallel d'$.

② Ta có $\overrightarrow{AB}=(6;0;2)$. Đặt $\overrightarrow{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u}_1]=(-12;0;36)$.
Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và d'. Khi đó (α) qua A và nhận $\overrightarrow{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến, do đó (α) có phương trình $-12(x-1)+36(z-3)=0 \Leftrightarrow x-3z+8=0$.

□

Bài 105. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y+4z-3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x+2y-2=0 \\ x-2z=0 \end{cases}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

① Chứng minh Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

② Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) biết tiếp diện đó song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

Lời giải.

① Đặt $x=2t$ thì ta đưa Δ_1 về dạng tham số là $\begin{cases} x=2t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$.
Δ_1 qua $A(0;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_1=(2;-1;1)$, Δ_2 qua $B(1;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_2=(-1;1;-1)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;0)$. Xét

$$[\overrightarrow{u}_1,\overrightarrow{u}_2]\cdot\overrightarrow{AB}=(0;1;1)\cdot(1;-1;0)=-1\neq 0.$$

Vậy Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

② Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;-2)$ và bán kính $R=3$.
Gọi (α) là tiếp diện cần tìm. Vì (α) song song với Δ_1 và Δ_2 nên (α) nhận $[\overrightarrow{u}_1,\overrightarrow{u}_2]=(0;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra phương trình (α) có dạng

$$y+z+m=0.$$

Vì (α) tiếp xúc với (S) nên

$$\mathrm{d}(I,(\alpha))=R \Leftrightarrow \frac{|-1+(-2)+m|}{\sqrt{1^2+1^2}}=3 \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{2}}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3+3\sqrt{2} \\ m=3-3\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Vậy (S) có hai tiếp diện là $(\alpha_1): y+z+3+3\sqrt{2}=0$ và $(\alpha_2): y+z+3-3\sqrt{2}=0$.

□

Bài 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $B(-1;2;-3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z+5=0$.

① Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (α).

② Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (α).

Lời giải.

① Ta có $\mathrm{d}(M;(\alpha))=\dfrac{|-1+2\cdot 2-2\cdot(-3)+5|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{14}{3}$.

② Đường thẳng Δ qua B và vuông góc (α) nên nhận $\overrightarrow{n}_{(\alpha)}=(1;2;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó Δ có phương trình

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-3-2t. \end{cases}$$

□

Bài 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+4z-7=0$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z+3=0$.

① Tính khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) tới mặt phẳng (α).

② Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và tiếp xúc với mặt cầu (S).

✍Lời giải.

① Mặt cầu S có tâm $I(2;-1;-2)$ và bán kính $R=4$

$$\mathrm{d}(I;(\alpha))=\frac{|2-2\cdot(-1)+2\cdot(-2)+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{3}{3}=1.$$

② Mặt phẳng (β) song song với (α) có dạng $x-2y+3z+m=0,\quad(m\neq 3)$. Vì (β) tiếp xúc (S) nên

$$\mathrm{d}(I;(\beta))=R\Leftrightarrow\frac{|2-2\cdot(-1)+2\cdot(-2)+m|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=4\Leftrightarrow\frac{|m|}{3}=4\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&m=12\\&m=-12.\end{aligned}\right.$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu là $(\beta_1):x-2y+2z+12=0$ và $(\beta_2):x-2y+2z-12=0$.

□

Bài 108. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

✍Lời giải.

Δ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-t.\end{cases}$

Giao điểm I của Δ và (P) thỏa mãn

$$(2+t)+(-1-2t)+(-t)-3=0\Leftrightarrow t=-1.$$

Với $t=-1$, ta được $x=1;y=1;z=1$. Suy ra $I(1;1;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I, chứa trong (P) và vuông góc với Δ.

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(1;-2;-1)$, (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Suy ra d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=[\vec{u}_\Delta,\vec{n}_{(P)}]=(-1;-2;3)$. Từ đó ta có phương trình d như sau

$$\begin{cases}x=1-t\\y=1-2t\\z=1+3t.\end{cases}$$

Điểm $M\in d$ nên ta viết $M(1-t;1-2t;1+3t),(M\in\mathbb{R})$. Ta có

$$\overrightarrow{IM}=(-t;-2t;3t)\Rightarrow IM=\sqrt{(-t)^2+(-2t)^2+(3t)^2}=\sqrt{14t^2}.$$

Theo đề bài ta có

$$MI=4\sqrt{14}\Leftrightarrow\sqrt{14t^2}=4\sqrt{14}\Leftrightarrow|t|=4\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&t=4\\&t=-4.\end{aligned}\right.$$

Với $t=4$, ta được $M_1(-3;-7;13)$, với $t=-4$ ta được $M_2(5;9;-11)$. □

Bài 109. Cho $(P):2x+y-z=0;d:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-3};\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{2}$. Tìm $M\in(P),N\in d$ sao cho M và N đối xứng nhau qua Δ.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của N lên Δ. Vì M và N đối xứng nhau qua Δ nên H là trung điểm của MN. Phương trình tham số của d và Δ lần lượt là

$$d:\begin{cases}x=4+t\\y=t\\z=-3t\end{cases},\quad\Delta:\begin{cases}x=3+s\\y=2s\\z=-1+2s.\end{cases}$$

Vì $N\in d$ nên $N(4+t;t;-3t)$, $H\in\Delta$ nên $H(3+s;2s;-1+2s)$. Vì H là trung điểm MN nên

$$\begin{cases}x_H=\dfrac{x_M+x_N}{2}\\y_H=\dfrac{y_M+y_N}{2}\\z_H=\dfrac{z_M+z_N}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=2x_H-x_N\\y_M=2y_H-y_N\\z_M=2z_H-z_N\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=2s-t+2\\y_M=4s-t\\z_M=4s+3t-2.\end{cases}$$

Suy ra M có tọa độ $M(2s-t+2;4s-t;4s+3t-2)$. Theo đề bài ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{NH}\cdot\vec{u}_\Delta=0\\ M\in(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}s-t-1+2(2s-t)+2(2s+3t-1)=0\\ 2(2s-t+2)+4s-t-(4s+3t-2)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3s+t=1\\ 4s-6t=-6.\end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $s=0;t=1$, suy ra $M(1;-1;1)$ và $N(5;1;-3)$. □

Bài 110. Cho đường thẳng (d): $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z=0$. Gọi A là điểm trên d sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng 1; B là điểm trên mặt phẳng (P) sao cho AB vuông góc với d và AB có độ dài nhỏ nhất. Tìm toạ độ A và B.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(1+2t;-2+t;-t)\in(d)$.

Khi I là giao điểm của (d) và (P), ta được $(1+2t)+2(-2+t)-2(-t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}\Rightarrow I\left(2;-\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Vì $\begin{cases}B\in(P)\\ AB\perp(d)\\ AB\text{ nhỏ nhất}\end{cases}$ nên $B\in(\Delta)=(Q)\cap(P)$ trong đó $\begin{cases}(Q)\perp(P)\\ (d)\subset(Q).\end{cases}$

Ta có $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_{(d)},\vec{n}_{(P)}\right]=(0;1;1)$.

Ta có $\vec{u}_{(\Delta)}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(4;-1;1)$. Ta được $B\left(2+4t;-\dfrac{3}{2}-t;-\dfrac{1}{2}+t\right)$.

Gọi $A(1+2m;-2+m;-m)\in(d)$.

Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=1\Leftrightarrow\dfrac{|1+2m-4+2m+2m|}{3}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=1.\end{array}\right.$

- Với $m=0$, ta được $A(1;-2;0)$.
  Ta có $\overrightarrow{AB}=(1+4t;-\dfrac{1}{2}-t;-\dfrac{1}{2}+t)$.
  Vì $AB\perp(d)$ nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{(d)}=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow B(0;-1;-1)$
- Với $m=1$, ta được $A(3;-1;-1)$.
  Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2+4t;\dfrac{3}{2}-t;\dfrac{1}{2}+t)$.
  Vì $AB\perp(d)$ nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{(d)}=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}\Rightarrow B(4;-2;0)$.

□

Bài 111. Cho các điểm $A(-1;-1;-2)$, $B(0;1;1)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$.

① Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên (P).

② Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A,B và vuông góc với (P).

✍**Lời giải.**

① Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Ta được (Δ): $\begin{cases}x=-1+t\\ y=-1+t\\ z=-2+t.\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên (P). Ta được $H=(\Delta)\cap(P)$.

Khi đó, ta có $\begin{cases}x=-1+t\\ y=-1+t\\ z=-2+t\\ x+y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\ y=\dfrac{2}{3}\\ z=-\dfrac{1}{3}\\ t=\dfrac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

② Gọi $\vec{n}_{(Q)}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;2;3)\\ \vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_{(Q)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}\right]=(-1;2;-1)$.

Ta được (Q): $x-2y+z+1=0$.

□

Bài 112. Cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$ và hai điểm $A(2;1;1), B(1;1;0)$. Tìm điểm $M\in(\Delta)$ sao cho $\triangle AMB$ có diện tích nhỏ nhất.

✍**Lời giải.**

Ta có $M(1+t;-1-2t;1+3t)\in(\Delta)$.

Ta được $\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(t-1;-2t-2;3t)\\ \overrightarrow{AB}=(-1;0;-1)\end{cases}$. Ta được $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=(2t+2;-2t-1;-2t-2)$.

Ta có $S_{\triangle MAB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(2t+2)^2+(2t+1)^2+(2t+2)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{12\left(t+\dfrac{5}{6}\right)^2+\dfrac{2}{3}}\geq\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. (1)

Đẳng thức (1) xảy ra $\Leftrightarrow t=-\dfrac{5}{6}$. Khi đó, ta được $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{3}{2}\right)$. □

Bài 113. Cho điểm $M(-1;4;1)$ và đường thẳng $(\Delta)\colon \dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và song song với đường thẳng (Δ). Biết $\mathrm{d}(\Delta;(P))=3$.

✍**Lời giải.**

Gọi $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$, $(A^2+B^2+C^2>0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $(P)\parallel(\Delta)\Leftrightarrow \vec{n}_{(P)}\cdot\vec{u}_{(\Delta)}=0\Leftrightarrow 4A+B+C=0\Leftrightarrow C=-4A-B$.

Ta được $(P)\colon Ax+By-(4A+B)z+5A-3B=0$.

Ta có $N(2;1;1)\in(\Delta)$. Vì $(P)\parallel(\Delta)$ nên $\mathrm{d}((\Delta);(P))=\mathrm{d}(N;(P))=3$. Ta được

$$\begin{aligned}&\frac{|3A-3B|}{\sqrt{A^2+B^2+(4A+B)^2}}=3\\ \Leftrightarrow\ &|A-B|=\sqrt{17A^2+2B^2+8AB}\\ \Leftrightarrow\ &16A^2+10AB+B^2=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{aligned}&A=-\frac{1}{2}B\\ &A=-\frac{1}{8}B.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Với $A=-\dfrac{1}{2}B$, ta được $(P)\colon x-2y-2z+11=0$.

Với $A=-\dfrac{1}{8}B$, ta được $(P)\colon x-8y+4z+29=0$. □

Bài 114. Cho $(d)\colon \dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+3}{1}$ và $(P)\colon -x+y+2z+5=0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong (P), song song với (d) và cách (d) một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases}M(2;3;-3)\in(d)\\ \vec{u}_{(d)}=(4;2;1).\end{cases}$

Ta thấy $\begin{cases}M(2;3;-3)\in(P)\\ \vec{u}_{(d)}\cdot\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}\Rightarrow(d)\subset(P)$.

Gọi (d_1) là đường thẳng qua $M(2;3;-3)$ và vuông góc (d).

Ta được $\vec{u}_{(d_1)}=\left[\vec{u}_{(d)},\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-9;6)$.

Ta có $(d_1)\colon \begin{cases}x=2+t\\ y=3-3t\\ z=-3+2t.\end{cases}$

Ta thấy $A(2+t;3-3t;-3+2t)\in(d_1)$. Ta được $\overrightarrow{MA}=(t;-3t;t)$.

Ta có $AM=\sqrt{14}\Leftrightarrow 14t^2=14\Leftrightarrow t=-1\vee t=1$.

Ta có (Δ) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;2;1)$ và đi qua điểm A.

Với $t=-1$, ta được $A(1;6;-5)$, khi đó $(\Delta)\colon \begin{cases}x=1+4t\\ y=6+2t\\ z=-5+t.\end{cases}$

Với $t=1$, ta được $A(3;0;-1)$, khi đó $(\Delta)\colon \begin{cases}x=3+4t\\ y=2t\\ z=-1+t.\end{cases}$ □

Bài 115. Cho hai đường thẳng $(\Delta_1)\colon \dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z}{2}$; $(\Delta_2)\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $M(4;5;-1)$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) qua M và cắt $(\Delta_1),(\Delta_2)$ lần lượt tại A,B sao cho $MA=2MB$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}A(4-2t_1;3-t_1;t_1)\in(\Delta_1)\\ B(-2t_2;3+t_2;3+t_2)\in(\Delta_2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MA}=(-2t_1;-t_2-2;2t_1+1)\\ \overrightarrow{MB}=(-2t_2-4;t_2-2;t_2+4)\end{cases}$.

Ta có $MA=2MB\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{MB} & (1)\\ \overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}. & (2)\end{array}\right.$

Từ (1) ta được $\begin{cases}-2t_1=-4t_2-8\\ -t_1-2=2t_2-4\\ 2t_1+1=2t_2+8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=3\\ t_2=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(-2;0;6)\\ B\left(1;\dfrac{5}{2};\dfrac{5}{2}\right)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{MA}=(-6;-5;7)$.

Đường thẳng (Δ) qua M có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-6;-5;7)$ có dạng $\begin{cases}x=4-6t\\ y=5-5t\\ z=-1+7t.\end{cases}$

Từ (2) ta được $\begin{cases}-2t_1=4t_2+8\\ -t_1-2=-2t_2+4\\ 2t_1+1=-2t_2-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=-5\\ t_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(14;8;-10)\\ B\left(-1;\dfrac{7}{2};\dfrac{7}{2}\right)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{MA}=(10;3;-9)$.

Đường thẳng (Δ) qua M có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(10;3;-9)$ có dạng $\begin{cases}x=4+10t\\ y=5+3t\\ z=-1-9t.\end{cases}$ □

Bài 116. Cho điểm $M(2;1;1)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) qua M, nằm trong mặt phẳng (α) và cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;4)$ và bán kính $R=4$.

Ta có $\mathrm{d}(I;(\alpha))=\dfrac{|3+3+4-4|}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}<R\Rightarrow(\alpha)$ cắt (S) theo đường tròn giao tuyến (C).

Gọi (d) là đường thẳng qua I và vuông góc (α) có dạng $(d)\colon\begin{cases}x=3+t\\ y=3+t\\ z=4+t.\end{cases}$

Gọi J là tâm đường tròn (C), ta được $J=(d)\cap(S)\Rightarrow J(1;1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{MI}=(1;2;3)\Rightarrow MI=\sqrt{14}<R\Rightarrow M$ thuộc miền trong của đường tròn (C).

Do vậy, ta có

$$\begin{aligned}&(\Delta)\text{ cắt }(S)\text{ thoả đề bài}\\ \Leftrightarrow\ &(\Delta)\text{ cắt }(C)\text{ theo dây cung ngắn nhất}\\ \Leftrightarrow\ &(\Delta)\perp MJ\\ \Leftrightarrow\ &\vec{u}_{(\Delta)}=\left[\overrightarrow{MJ},\vec{n}_{(\alpha)}\right]\\ \Leftrightarrow\ &\vec{u}_{(\Delta)}=(-1;2;-1).\end{aligned}$$

Vậy phương trình đường thẳng $(\Delta)\colon\begin{cases}x=2-t\\ y=1+2t\\ z=1-t.\end{cases}$ □

Bài 117. Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+z-9=0$, $(\beta)\colon -x+y-z+8=0$ và mặt cầu $(S)\colon(x-4)^2+(y-3)^2+z^2=10$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S). Biết rằng $(P)\perp(\beta)$ và $\tan((P);(\alpha))=\sqrt{11}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}=(A;B;C),(A^2+B^2+C^2>0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $(P)\perp(\beta)\Leftrightarrow\vec{n}\cdot\vec{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow -A+B-C=0\Leftrightarrow B=A+C\Rightarrow\begin{cases}A\neq0\\ C\neq0.\end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned}&\tan((P);(\alpha))=\sqrt{11}\\ \Rightarrow\ &\cos^2((P);(\alpha))=\frac{1}{12}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{(2A+A+C+C)^2}{6\left[A^2+(A+C)^2+C^2\right]}=\frac{1}{12}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad 16A^2 + 20AC + 6A^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} \dfrac{A}{C} = -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{A}{C} = -\dfrac{3}{4}. \end{array}\right.$$

- Với $\dfrac{A}{C} = -\dfrac{1}{2}$, ta được $\begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \\ C = -2 \end{cases}$. Khi đó, ta được $(P)\colon x - y - 2z + D = 0$.
  Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm $I(4;3;0)$ bán kính $R = \sqrt{10}$ ta được
  $$\begin{aligned} & \mathrm{d}(I,(P)) = R \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{|D+1|}{\sqrt{6}} = \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow \quad & D = -1 \pm 2\sqrt{15}. \end{aligned}$$
  Vậy $(P)\colon x - y - 2z - 1 \pm 2\sqrt{15} = 0$.
- Với $\dfrac{A}{C} = -\dfrac{3}{4}$, ta được $\begin{cases} A = 3 \\ B = -1 \\ C = -4 \end{cases}$. Khi đó, ta được $(P)\colon 3x - y - 4z + D = 0$.
  Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm $I(4;3;0)$ bán kính $R = \sqrt{10}$ ta được
  $$\begin{aligned} & \mathrm{d}(I,(P)) = R \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{|D+9|}{\sqrt{26}} = \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow \quad & D = -9 \pm 2\sqrt{65}. \end{aligned}$$
  Vậy $(P)\colon 3x - y - 4z - 9 \pm 2\sqrt{65} = 0$.

□

Bài 118. Cho $A(1;1;0), B(1;1;1)$ và đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên (d), tiếp xúc với đường thẳng (AB) và có thể tích bằng $\dfrac{32\pi}{3}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $V_{(S)} = \dfrac{32\pi}{3} \Rightarrow R = 2$.

Tâm $I(-1+2t; 2+t; 1-2t) \in (d)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0;0;1) \\ \overrightarrow{AI} = (2t-2; t+1; 1-2t) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}\right] = (t+1; 2t-2; 0)$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng (AB) ta có

$$\begin{aligned} & \mathrm{d}(I;(AB)) = R \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{\left|\left[\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|} = R \\ \Leftrightarrow \quad & \sqrt{(t+1)^2 + (2t-2)^2} = 2 \\ \Leftrightarrow \quad & 5t^2 - 6t + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \dfrac{1}{5}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

- Với $t = 1$, ta được $I(1;3;-1)$. Khi đó, ta có $(S)\colon (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 4$.
- Với $t = \dfrac{1}{5}$, ta được $I\left(-\dfrac{3}{5}; \dfrac{11}{5}; \dfrac{3}{5}\right)$. Khi đó, ta có $(S)\colon \left(x + \dfrac{3}{5}\right)^2 + \left(y - \dfrac{11}{5}\right)^2 + \left(z - \dfrac{3}{5}\right)^2 = 4$.

□

Bài 119. Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+2y+4z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng (Δ): $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+5}{-1}$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính bằng 1.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng (Δ) qua $M(0;0;-5)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{7}$.
Gọi $\vec{n}=(A;B;C),(A^2+B^2+C^2>0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Vì $(\Delta)\in(P)$ nên ta có $\vec{u}\cdot\vec{n}=0\Rightarrow B=-A+C$.
Ta được (P): $Ax+(C-A)y+Cz+5C=0$.
Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn giao tuyến có bán kính bằng 1 ta được

$$\begin{aligned}
& \mathrm{d}(I;(P))=\sqrt{6}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{|A-(C-A)-2C+5C|}{\sqrt{A^2+(C-A)^2+C^2}}=\sqrt{6}\\
\Leftrightarrow\ & |2(A+C)|=\sqrt{6}\sqrt{2A^2+2B^2-2AC}\\
\Leftrightarrow\ & 2A^2-5AC+2C^2=0\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l}A=2C\\ 2A=C.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

- Với $A=2C$, ta được $\begin{cases}A=2\\B=-1\\C=1\end{cases}$. Ta được (P): $2x-y+z+5=0$.
- Với $2A=C$, ta được $\begin{cases}A=1\\B=1\\C=2\end{cases}$. Ta được (P): $x+y+2z+10=0$.

□

Bài 120. Cho hai đường thẳng (d_1): $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$ và (d_2): $\begin{cases}x=3+t\\y=7-2t\\z=1-t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) cắt (d_1) và (d_2) đồng thời đi qua điểm $K(3;10;1)$.

✍**Lời giải.**

Gọi M,N lần lượt là giao điểm của (Δ) với (d_1), (d_2).
Ta có $\begin{cases}M(2+3t_1;-1+t_1;-3+2t_1)\in(d_1)\\N(3+t_2;7-2t_2;1-t_2)\in(d_2)\end{cases}$ ta được $\begin{cases}\overrightarrow{KM}=(3t_1-1;t_1-11;2t_1-4)\\\overrightarrow{KN}=(t_2;-2t_2-3;-t_2).\end{cases}$
Ta có

$$\begin{aligned}
& M,N,K \text{ thẳng hàng}\\
\Leftrightarrow\ & \overrightarrow{KM},\overrightarrow{KN} \text{ cùng phương}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{3t_1-1}{t_2}=\frac{t_1-11}{-2t_2-2}=\frac{2t_1-4}{-t_2}\\
\Rightarrow\ & \begin{cases}t_1=1\\t_2=1.\end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy (Δ) qua $K(3;10;1)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;5;1)$ có dạng (Δ): $\begin{cases}x=3-t\\y=10+5t\\z=1+t.\end{cases}$ □

Bài 121. Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8z-20=0$ và mặt phẳng (P): $2x+2y-z-5=0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P), đi qua $M(-1;4;1)$ và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B sao cho đoạn thẳng $AB=6\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;4)$ và bán kính $R=6$.
Gọi H là trung điểm AB, ta được $HA=3\sqrt{3}$.
Trong tam giác vuông IHA, ta có $IH=\sqrt{IA^2-AH^2}=3$. (1)
Mặt khác, ta có $\mathrm{d}(I,(P))=3$. (2)
Từ (1) và (2) ta được $IH\perp(P)$.
Gọi $H(x;y;z)$ ta có

H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

$$\Rightarrow \text{ Toạ độ } H \text{ thoả } \begin{cases} H \in (P) \\ \overrightarrow{IH} \text{ cùng phương } \overrightarrow{n}_{(P)} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y-z-5=0 \\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-4}{-1} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=3. \end{cases}$$

Đường thẳng (Δ) qua M có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(3;-2;2)$ có dạng (Δ): $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=4-2t \\ z=1+2t. \end{cases}$ □

Bài 122. Cho (P): $2x+y-z=0$, (d): $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-3}$ và $M(1;-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua M vuông góc với (d) và tạo với (P) một góc 30°.

✍**Lời giải.**

Gọi $\overrightarrow{u}_{(\Delta)}=(A;B;C),(A^2+B^2+C^2>0)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (Δ).

Ta có $(\Delta)\perp(d)\Leftrightarrow \overrightarrow{u}_{(\Delta)}\cdot\overrightarrow{u}_{(d)}=0\Leftrightarrow A+B-3C=0\Leftrightarrow A=-B+3C.$ (1)

Ta có

$$(\Delta) \text{ hợp với mặt phẳng } (P) \text{ một góc } 30^\circ$$
$$\Leftrightarrow \frac{\left|\overrightarrow{u}_{(\Delta)}\cdot\overrightarrow{n}_{(P)}\right|}{\left|\overrightarrow{u}_{(\Delta)}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n}_{(P)}\right|}=\frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow 2|2A+B-C|=\sqrt{6\left(A^2+B^2+C^2\right)}$$
$$\overset{(1)}{\Rightarrow} 2B^2+BC-10C^2=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=2C \\ B=-\dfrac{5}{2}. \end{array}\right.$$

- Với $B=2C$, ta được $\begin{cases} A=1 \\ B=2 \\ C=1 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=1+t. \end{cases}$
- Với $B=-\dfrac{5}{2}C$, ta được $\begin{cases} A=11 \\ B=-5 \\ C=2 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x=1+11t \\ y=-1-5t \\ z=1+2t. \end{cases}$

□

Bài 123. Cho mặt phẳng (P): $x-y+z-6=0$ và hai đường thẳng (d_1): $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-4}{1}$, (d_2): $\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng (d) biết $(d)\parallel(P)$ đồng thời (d) cắt hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ lần lượt tại hai điểm A,B sao cho $AB=3\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} A(2-t_1;3+t_1;4+t_1) \\ B(1+2t_2;-2+t_2;2-2t_2) \end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(t_1+2t_2-1;-t_1+t_2-5;-t_1-2t_2-2).$

Ta có $(d)\parallel(P)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow t_1-t_2+2=0\Leftrightarrow t_2=t_1+2.$ (1)

Ta có

$$AB=3\sqrt{6}$$
$$\Leftrightarrow (t_1+2t_2-1)^2+(-t_1+t_2-5)^2+(-t_1-2t_2-2)^2=54$$
$$\overset{(1)}{\Rightarrow} t_1^2+3t_1=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3 \\ t=0. \end{array}\right.$$

- Với $t=-3$ ta được $\begin{cases} A(2;3;4)\not\in(P) \\ B(5;0;-2) \end{cases}$. Ta được (d): $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=4-2t. \end{cases}$

- Với $t=0$ ta được $\begin{cases} A(5;0;1)\in(P) \\ B(-1;-3;4) \end{cases}$ (loại vì (d) thuộc mặt phẳng (P)).

□

Bài 124. Cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+2=0$, $(Q)\colon x+1=0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $M(0;1;1)$, vuông góc với d, đồng thời cắt giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

✍Lời giải.

Gọi (R) là mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d. Ta có (R) nhận véc tơ $\vec{u}_d=(3;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó, phương trình (R) có dạng: $(R)\colon 3(x-0)+1(y-1)+1(z-1)=0$ hay $(R)\colon 3x+y+z-2=0$.

Gọi d_1 là giao tuyến của (P) và (Q), suy ra, phương trình của d_1 có dạng:

$$d_1\colon \begin{cases} x+y-z+2=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Rightarrow d_1\colon \begin{cases} x=-1 \\ y=t-1 \\ z=t \end{cases}.$$

Gọi N là giao điểm của (R) và d_1, suy ra, tọa độ của điểm N là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=-1 \\ y=t-1 \\ z=t \\ 3x+y+z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} \Leftrightarrow N(-1;2;3).$$

Suy ra, tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là $(-1;1;2)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là đường thẳng đi qua hai điểm $M(0;1;1)$ và $N(-1;2;3)$ có dạng: $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases}$. □

Bài 125. Cho $(P)\colon 2x+y+2z+4=0$; $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng: $x=1; y+z-4=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d, đồng thời tiếp xúc với Δ và (P), biết rằng tâm của mặt cầu có tọa độ nguyên.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\begin{cases} x=1 \\ y+z-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=4-t \end{cases}$.

Gọi $I\in d$ là tâm của hình cầu cần tìm nên có tọa độ $I(2i+2;-i-1;-i+1)$. Ta có

$$\mathrm{d}(I;P)=\frac{|4i+4-i-1-2i+2+4|}{3}=\frac{|i+9|}{3}.$$

Giả sử $H(1;h;4-h)\in\Delta$ là hình chiếu của I trên đường thẳng Δ. Từ đây, ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned}\begin{cases} IH=\mathrm{d}(I;P) \\ \overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}_\Delta=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (2i+1)^2+(i+h+1)^2+(-h+i+3)^2=\dfrac{(i+9)^2}{9} \\ (-2i-1)\cdot 0+(i+h+1)\cdot 1+(-h+i+3)\cdot(-1)=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 53a^2+90a=0 \\ h=1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} i=0 \text{ (TMĐK)} \\ i=-\dfrac{90}{53} \text{ (loại)} \end{array}\right. \\ h=1 \end{cases}.\end{aligned}$$

Suy ra, tâm và bán kính của hình cầu cần tìm lần lượt là $I(2;-1;1)$ và $R=3$. Vậy hình cầu cần tìm có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. □

Bài 126. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Xét hình bình hành $ABCD$ có $A(1;0;0)$, $C(2;2;2)$, $D\in d$. Tìm tọa độ của đỉnh B viết $S_{ABCD}=3\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AC, ta có $I\left(\dfrac{3}{2};1;1\right)$.

Phương trình của đường thẳng AC có dạng: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = 2t. \end{cases}$

Vì $D \in d$, nên ta giả sử $D(t;t+1;2t+1)$. Vì I là trung điểm của BD nên ta suy ra, tọa độ của đỉnh B có dạng $B(3-t;1-t;1-2t)$.

Gọi H là hình chiếu của D lên AC, do $H \in AC$ nên ta có thể giả sử $H(1+h;2h;2h)$. Do diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng $3\sqrt{2}$ nên:

$$AC \cdot \mathrm{d}(D;AC) = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 3 \cdot DH = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow DH = \sqrt{2} \Leftrightarrow (h-t+1)^2 + (2h-t-1)^2 + (2h-2t-1)^2 = 2.$$

Lại có $DH \perp AC$ nên $1(h-t+1) + 2(2h-t-1) + 2(2h-2t-1) = 0$ hay $9h - 7t - 3 = 0$.

Suy ra, ta thu được hệ phương trình

$$\begin{aligned} \begin{cases} (h-t+1)^2 + (2h-t-1)^2 + (2h-2t-1)^2 = 2 \\ 9h-7t-3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (9h-9t+9)^2 + (18h-9t-9)^2 + (18h-18t-9)^2 = 162 \\ 9h = 7t+3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (2t-12)^2 + (5t-3)^2 + (4t+3)^2 = 162 \\ 9h = 7t+3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 45t^2 - 54t = 0 \\ 9h = 7t+3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \dfrac{6}{5} \end{array}\right. \\ 9h = 7t+3 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy có hai điểm B thỏa mãn bài toán là $B(3;1;1)$ và $B\left(\dfrac{9}{5};-\dfrac{1}{5};-\dfrac{-7}{5}\right)$.

□

Bài 127. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$, $d_2\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$ cắt nhau tại $I(1;1;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;5;4)$ và cắt hai đường thẳng $\mathrm{d}_1, \mathrm{d}_2$ tại A và B sao cho $\triangle IAB$ cân tại A.

✍**Lời giải.**

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ theo thứ tự là véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2, ta có: $\vec{u}_1 = (2;2;1)$, $\vec{u}_2 = (1;0;-1)$. Khi đó

$$\cos(\vec{u}_1;\vec{u}_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{3\sqrt{2}}.$$

Vì $B \in d_2$ nên ta giả sử $B(2+b;1;-b) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = (2-b;4;4+b)$. Do tam giác AIB cân tại A nên

$$\begin{aligned} \cos(\overrightarrow{BM};\vec{u}_2) = \cos(\vec{u}_1;\vec{u}_2) &\Leftrightarrow \frac{|(2-b)\cdot(1) + 4\cdot 0 + (4+b)\cdot(-1)|}{\sqrt{2}\sqrt{2b^2+4b+36}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{|2b+2|}{\sqrt{2b^2+4b+36}} = \frac{1}{3} \\ &\Leftrightarrow 34b^2 + 68b = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = -2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

- Với $b = 0$, tọa độ điểm B là $(2;1;0)$. Phương trình đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\overrightarrow{BM} = (2;4;4)$ làm véc-tơ chỉ phương và đi qua $M(4;5;4)$ nên có phương trình $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-4}{2}$.

- Với $b = -2$, tọa độ điểm B là $(0;1;2)$. Phương trình đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\overrightarrow{BM} = (4;4;2)$ làm véc-tơ chỉ phương và đi qua $M(4;5;4)$ nên có phương trình $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-4}{1}$.

Kết luận: Vậy có hai phương trình Δ thỏa mãn bài toán là $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-4}{2}$ và $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-4}{1}$.

□

Bài 128. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-7=0$. Chứng minh rằng mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Viết phương trình mặt cầu (S') đi qua điểm $A(6;-1;4)$ và chứa đường tròn (C).

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu (S) được viết lại thành: $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.
Suy ra, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$.
Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}(I;P)=\frac{|2\cdot1+2\cdot(-2)-1\cdot3-7|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\frac{12}{3}=4<R.$$

Suy ra, mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C).
Ta có, phương trình đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) có dạng:

$$d\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}.$$

Gọi I' là tâm của mặt cầu (S'). Dễ có $I'\in d$ nên giả sử $I'(1+2t;-2+2t;3-t)$. Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(I';P)=I'A &\Leftrightarrow \frac{|2+4t-4+4t-3+t-7|}{\sqrt{9}}=\sqrt{(5-2t)^2+(2t-1)^2+(t+1)^2}\\ &\Leftrightarrow |3t-4|=\sqrt{9t^2-22t+27}\\ &\Leftrightarrow 9t^2-24t+16=9t^2-22t+27\\ &\Leftrightarrow -2t=11\\ &\Leftrightarrow t=-\frac{11}{2}.\end{aligned}$$

Suy ra, tọa độ tâm và bán kính của của hình cầu (S') lần lượt là $I'\left(-10;-13;\frac{17}{2}\right)$ và $I'A=\frac{41}{2}$.

Suy ra, phương trình mặt cầu cần tìm có dạng $(S')\colon (x+10)^2+(y+13)^2+\left(z-\frac{17}{2}\right)^2=\frac{1681}{4}$.

□

Bài 129. Cho $\triangle ABC$ có $B(1;4;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ A và đường cao kẻ từ C lần lượt là $AM\colon \frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-7}{2}$; $CH\colon \frac{x-1}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-4}{1}$. Tìm tọa độ của A và C?

✍**Lời giải.**

Phương trình dạng tổng quát của AM và CD lần lượt là $AM\colon \begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=7+2t\end{cases}$ và $CH\colon \begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\\z=4+t\end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với đường thẳng CH, phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$(P)\colon\ -2(x-1)+1(y-4)+1(z-3)=0 \text{ hay } (P)\colon\ -2x+y+z-5=0.$$

Tọa độ của điểm A (giao của AM và (P)) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=7+2t\\-2x+y+z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-3\\x=-3\\y=-2\\z=1\end{cases}\Leftrightarrow A(-3;-2;1).$$

Vì điểm $C\in CH$ nên ta có thể giả sử $C(1-2c;3+c;4+c)$. Từ đây ta có tọa độ trung điểm M của BC có dạng $M\left(1-c;\frac{7}{2}+\frac{c}{2};\frac{7}{2}+\frac{c}{2}\right)$. Do $M\in AM$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình AM, ta được:

$$\begin{cases}1-c=t\\ \frac{7}{2}+\frac{c}{2}=1+t\\ \frac{7}{2}+\frac{c}{2}=7+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-6\\c=7\end{cases}\Rightarrow C(-13;10;11).$$

Vậy tọa độ các điểm cần tìm là: $A(-3;-2;1)$, $C(-13;10;11)$. □

Bài 130. Trong không gian $Oxyz$, tìm điểm $M \in d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$ sao cho mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d cắt mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-19=0$ theo một đường tròn có chu vi bằng 8π.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu (S) được viết lại thành (S): $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=25$. Suy ra, tâm và bán kính của (S) lần lượt là $I(1;-1;2)$ và $R=5$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d, phương trình mặt phẳng (P) có dạng: (P): $2x+y-2z+m=0$.

Gọi (C) là đường tròn tạo thành từ giao của (S) và (P). Theo đề bài, ta tìm được bán kính r của (C) như sau:

$$2\pi r = 8\pi \Leftrightarrow r = 4.$$

Suy ra, khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng P bằng $\sqrt{R^2-r^2} = \sqrt{5^2-4^2} = 3$. Ta thu được hệ thức

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(I;P) = 3 &\Leftrightarrow \frac{|2\cdot 1 + 1\cdot(-1) - 2\cdot 2 + m|}{3} = 3 \\ &\Leftrightarrow |m-3| = 9 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 12 \\ m = -6 \end{array}\right. . \end{aligned}$$

— Với $m=12$, tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 2+t \\ z = 1-2t \\ 2x+y-2z+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(-1;0;5).$

— Với $m=-6$, tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 2+t \\ z = 1-2t \\ 2x+y-2z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ x=3 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(3;2;1).$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn bài toán là $M(-1;0;5)$ và $M(3;2;1)$. □

Bài 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(3;0;1)$, $N(6;-2;1)$ và (P) tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc φ thỏa mãn $\sin\varphi = \dfrac{3\sqrt{5}}{7}$.

✍**Lời giải.**

Giả sử phương trình mặt phẳng P có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (a;b;c)$. Theo giả thiết, ta có

$$\vec{n}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow 3a-2b=0.$$

Lại có, (P) tạo với mặt phẳng (Oyz) (có một véc tơ pháp tuyến $n_2 = (1;0;0)$) một góc φ thỏa mãn $\sin\varphi = \dfrac{3\sqrt{5}}{7}$ nên ta có hệ thức

$$\cos\varphi = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{|(a;b;c)\cdot(1;0;0)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 45a^2-4b^2-4c^2=0.$$

Suy ra, ta thu được hệ phương trình $\begin{cases} 3a-2b=0 \\ 45a^2-4b^2-4c^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=2b \\ 16b^2-4c^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=2b \\ \left[\begin{array}{l} 2b=c \\ 2b=-c \end{array}\right. \end{cases}.$

Ta xét hai trường hợp:

TH1: $\begin{cases} 3a=2b \\ 2b=c \end{cases}$. Chọn $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=6 \end{cases}$, ta có phương trình mặt phẳng (P) là

$$(P)\colon 2(x-3)+3y+6(z-1)=0 \text{ hay } 2x+3y+6z-12=0.$$

TH2: $\begin{cases} 3a=2b \\ 2b=-c \end{cases}$. Chọn $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=-6 \end{cases}$, ta có phương trình mặt phẳng (P) là

$$(P)\colon 2(x-3)+3y-6(z-1)=0 \text{ hay } 2x+3y-6z=0.$$

Kết luận: Vậy có hai phương trình mặt phẳng (P) thỏa mãn bài toán là $(P)\colon 2x+3y-6z=0$ và $(P)\colon 2x+3y+6z-12=0$.

□

Bài 132. Cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-6=0$. Một mặt phẳng (Q) chứa d và cắt (P) theo giao tuyến là đường thẳng Δ cách gốc tọa độ O một khoảng ngắn nhất. Viết phương trình của mặt phẳng (Q).

✍Lời giải.

Để khoảng cách từ O đến Δ là ngắn nhất thì hình chiếu của O lên đường thẳng Δ chính là hình chiếu của O lên (P).

Ta có, phương trình đường thẳng đi qua O vuông góc với (P) có dạng: $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=t. \end{cases}$

Suy ra, tọa độ hình chiếu H của O lên (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=t \\ x+2y+z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=1 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow H(1;2;1).$$

Suy ra, mặt phẳng (Q) cần tìm là mặt phẳng chứa d và đi qua điểm H. Ta chọn một điểm A trên d có tọa độ $A(1;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(0;1;-1)$. Ta có

$$\vec{n}_Q=\left[\vec{u}_d;\overrightarrow{AH}\right]=(-3;1;1).$$

Suy ra, phương trình mặt phẳng (Q) có một véc-tơ chỉ phương là $(-3;1;1)$ và đi qua điểm $H(1;2;1)$ nên có phương trình

$$(Q)\colon -3(x-1)+1(y-2)+1(z-1)=0 \text{ hay } (Q)\colon -3x+y+z=0.$$

Kết luận: Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(Q)\colon -3x+y+z=0$. □

Bài 133. Cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua giao tuyến của (P) và mặt phẳng Oxy và (Q) tạo với 3 mặt phẳng tọa độ một tứ diện có thể tích bằng $\dfrac{125}{6}$.

✍Lời giải.

Giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng Oxy là đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=-5+2t \\ z=0 \end{cases}$.

Gọi A,B,C theo thứ tự là giao điểm của (Q) với các trục Ox, Oy, Oz, trong đó tọa độ của hai điểm A,B,C lần lượt là $A\left(\dfrac{5}{2};0;0\right)$, $B(0;-5;0)$ (A,B cũng là giao của d với Ox và Oy) và $C(0;0;c)$.

Theo giả thiết, ta có

$$\frac{1}{3}OA\cdot OB\cdot OC=\frac{125}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}\cdot 5\cdot|c|=\frac{125}{6}$$
$$\Leftrightarrow c=\pm 5.$$

Ta xét hai trường hợp:

TH1: Với $c=5$, ta tính được $\overrightarrow{BC}=(0;5;5) \Rightarrow \vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{BC};\vec{u}_d\right]=(-10;5;-5)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $C(0;0;5)$ và có một véc tơ chỉ phương là $(2;-1;1)$ nên có phương trình

$$(Q)\colon 2x-y+z-5=0.$$

TH2: Với $c=-5$, ta tính được $\overrightarrow{BC}=(0;5;-5) \Rightarrow \overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{u_d}\right]=(10;5;-5)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $C(0;0;5)$ và có một véc tơ chỉ phương là $(2;1;-1)$ nên có phương trình

$$(Q)\colon 2x+y-z+5=0.$$

Vậy có hai phương trình mặt phẳng (Q) thỏa mãn bài toán là $(Q)\colon 2x-y+z-5=0$ và $(Q)\colon 2x+y-z+5=0$.

□

Bài 134. Cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;1)$ và $D(0;3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A,B sao cho khoảng cách từ C đến mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ D đến mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

Khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) nên mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm $I(1;1;1)$ của đoạn thẳng CD.

Ta có các véc tơ $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;2)$ và $\overrightarrow{AI}=(0;-1;0)$. Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) được tính bởi $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AB}\right]=(2;0;3)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;1)$ và có véc tơ pháp tuyến là $(2;0;3)$ nên có phương trình

$$(P)\colon 2(x-1)+3(z-1)=0 \text{ hay } (P)\colon 2x+3z-5=0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(P)\colon 2x+3z-5=0$. □

Bài 135. Cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z+5=0$. Tính khoảng cách từ A đến (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P).

✍**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{d}(A;(P))=\dfrac{|-1-2\cdot 3-2\cdot(-2)|}{3}=1$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có dạng

$$(Q)\colon 1(x+1)-2(y-3)-2(z+2)=0 \text{ hay } (Q)\colon x-2y-2z+3=0.$$

□

Bài 136. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$, $\Delta_2\colon \begin{cases} x=3\\ y=1+t\\ z=2+t\end{cases}$. Xác định tọa độ điểm $M\in\Delta_1$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

✍**Lời giải.**

Giả sử $M(m+4;2m-1;2m)$ là điểm cần tìm thuộc đường thẳng Δ_1. Ta có

$$\mathrm{d}(M;P)=\frac{|m+4-4m+2+4m-1|}{3}=\frac{|m+5|}{3}.$$

Gọi $H(3;1+h;2+h)$ là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng Δ_2.

Ta có $\overrightarrow{MH}=(-1-m;h-2m+2;h-2m+2)$, từ đây ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases} MH=\mathrm{d}(M;P)\\ \overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_{\Delta_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)^2+(h-2m+2)^2+(h-2m+2)^2=\dfrac{(m+5)^2}{9}\\ 2h-4m+4=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)^2=\dfrac{(m+5)^2}{9}\\ h=2m-2\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-2\end{array}\right.\\ h=2m-2.\end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm M cần tìm là $M(5;1;2)$ và $M(2;-5;-4)$. □

Bài 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;-1;0)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d sao cho tam giác AMB vuông tại M.

✍**Lời giải.**

Giả sử $M(1+2m;-1-m;m)$ là điểm cần tìm thuộc d, ta có:

$$\overrightarrow{AM}=(2m;-m;m-2),$$
$$\overrightarrow{BM}=(2m-1;-m;m).$$

Theo giả thiết, tam giác AMB vuông tại M nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=\vec{0} &\Leftrightarrow 2m(2m-1)+m^2+m(m-2)=0\\ &\Leftrightarrow 6m^2-4m=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\\ m=-\dfrac{2}{3}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy ta có hai điểm M thỏa mãn bài toán là $M(1;-1;0)$ và $M\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. □

Bài 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm. Phương trình mặt phẳng (Q) có một véc tơ pháp tuyến là

$$\vec{u}_Q=\left[\vec{u}_d;\vec{n}_P\right]=(3;6;0).$$

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $(0;1;0)$ và có một véc tơ pháp tuyến là $(1;2;0)$ nên có phương trình là $(Q)\colon x+2y-2=0$.

Giả sử $M(-2m;m+1;m)$ là điểm thuộc đường thẳng d. Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}MO=\mathrm{d}(M;P) &\Leftrightarrow 6m^2+2m+1=|m+1|\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}6m^2+m=0\\ 6m^2+3m+2=0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}\end{array}\right.\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\\ m=-\dfrac{1}{6}\end{array}\right..\end{aligned}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M(0;1;0)$ và $M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6};-\dfrac{1}{6}\right)$.

□

Bài 139. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

✍**Lời giải.**

- $I\in\Delta$ nên $I(2+t;-1;œ-2t;-t)$. Ta có $I\in(P)\Leftrightarrow(2+t)+(-1-2t)+(-t)-3=0\Leftrightarrow t=1$. Suy ra $I(1;1;1)$.
- Giả sử $M(x;y;z)$. Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;-1)$. Ta có $\overrightarrow{IM}=(x-1;y-1;z-1)$.
  Theo giả thiết $\begin{cases}M\in(P)\\ IM\perp\Delta\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z-3=0\\ (x-1)-2(y-1)-(z-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-1\\ z=4-3x.\end{cases}$
- Ta có
  $$\begin{aligned}IM=4\sqrt{14}&\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=224\Leftrightarrow(x-1)^2+4(x-1)^2+9(x-1)^2=224\\ &\Leftrightarrow(x-1)^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\ x=-3.\end{array}\right.\end{aligned}$$
- Vậy $M(5;9;-11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$.

□

Bài 140. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;-2)$, $B(-3;7;-18)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+1=0$.

① Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và vuông góc với (P).

② Tìm tọa độ điểm $M\in(P)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

✍**Lời giải.**

① — Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;4;-16)$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P} = (2;-1;1)$.

— Mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) có VTPT $\overrightarrow{n_Q} = \overrightarrow{n_P} \wedge \overrightarrow{AB} = (12;30;6)$.

— Suy ra $(Q)\colon 2(x+1)+5(y-3)+(z+2)=0 \Rightarrow (Q)\colon 2x+5y+z-11=0$.

② — Ta có A,B nằm cùng phía đối với (P). Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P). Khi đó $MA+MB = MA'+MB \geq A'B$. Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ và (P).

— Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), H là hình chiếu của A trên (P). Khi đó $H = \Delta \cap (P)$. Ta có $\Delta\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \\ z=-2+t \end{cases}$. Suy ra $H(-3;4;-3)$.

— A' là điểm đối xứng của A qua (P) nên H là trung điểm của AA'. Suy ra $A'(-5;5;8)$.

— Ta có $A'B\colon \begin{cases} x=-3+t \\ y=7+t \\ z=-18-13t \end{cases}$. Suy ra giao điểm của $A'B$ và (P) là $M\left(-\frac{11}{2};\frac{19}{2};\frac{29}{2}\right)$.

□

Bài 141. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;5;-5)$, $B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$.

① Tìm giao điểm I của đường thẳng AB và mặt phẳng (P).

② Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MA^2+MB^2 nhỏ nhất.

✍**Lời giải.**

① — $\overrightarrow{AB} = (8;-8;12)$ nên VTCP của đường thẳng AB là $\vec{u} = (2;-2;3)$. Do đó $AB\colon \begin{cases} x=-3+2t \\ y=5-2t \\ z=-5+3t. \end{cases}$

— $I \in AB$ nên $I(-3+2t;5-2t;-5+3t)$. Ta có

$$I \in (P) \Leftrightarrow (-3+2t)+(5-2t)+(-5+3t)=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Vậy $I(-1;3;-2)$.

② — Gọi E là trung điểm của AB, suy ra $E(1;1;1)$.

— Ta có $MA^2+MB^2 = IA^2+IB^2+2MI^2$ nên MA^2+MB^2 đạt GTNN $\Leftrightarrow IM$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của E trên (P).

— Gọi Δ là đường thẳng đi qua E và vuông góc với (P). Suy ra Δ có VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;1;1)$. Suy ra $\Delta\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t. \end{cases}$

— $M \in \Delta$ nên $M(1+t;1+t;1+t)$. Ta có

$$M \in (P) \Leftrightarrow (1+t)+(1+t)+(1+t)=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

Vậy $M(0;0;0)$.

□

Bài 142. Cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$.

① Chứng minh rằng đường thẳng đi qua A,B cắt mặt phẳng (P) tại một điểm I. Tìm tọa độ điểm I.

② Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

✍**Lời giải.**

① $\overrightarrow{AB}=(4;2;-2)$ nên đường thẳng AB có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)$. Do đó $AB:\begin{cases}x=1+2t\\y=-3+t\\y=-t.\end{cases}$

Điểm $I\in AB$ nên $I(1+2t;-3+t;-t)$. Ta có

$$I\in(P)\Leftrightarrow(1+2t)+(-3+t)+(-t)-1=0\Leftrightarrow t=\frac{3}{2}.$$

Vậy AB cắt (P) tại điểm $I\left(4;-\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

② A,B thuộc 2 phía khác nhau của mặt phẳng (P).
Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P). Ta có $|MA-MB|=|MA'-MB|\geq A'B$ nên $|MA-MB|$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ M là giao điểm của $A'B$ với (P).
Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), H là hình chiếu của A trên (P). Suy ra H là giao điểm của Δ và (P).
Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-3+t\\z=t\end{cases}$. Do đó $H(2;-2;1)$.
A' là điểm đối xứng của A qua (P) nên H là trung điểm của AA'. Suy ra $A'(3;-1;2)$.
$\overrightarrow{AB'}=(2;0;-4)$ nên $A'B:\begin{cases}x=3+t\\y=-1\\z=2-3t.\end{cases}$
M là giao điểm của $A'B$ và (P) nên $M(6;-1;-4)$.

□

Bài 143. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;0;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(2;4;2)$ và mặt phẳng (P): $x+y+2z+2=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Suy ra $G(1;1;1)$.
Ta có $MA^2+MB^2+MC^2=GA^2+GB^2+GC^2+3MG^2$ nên $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ MG đạt GTNN $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của G trên (P).

Gọi Δ là đường thẳng đi qua G và vuông góc với (P). Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1+2t\end{cases}$

$M\in\Delta$ nên $M(1+t;1+t;1+2t)$.

$$M\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+(1+t)+2(1+2t)+2=0\Leftrightarrow t=-1.$$

Vậy $M(0;0;-1)$. □

Bài 144. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$ và ba điểm $A(2;1;3)$, $B(0;-6;2)$, $C(1;-1;4)$. Tìm điểm $M\in(P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị bé nhất.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Suy ra $G(1;-2;3)$.
Ta có $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=|3\overrightarrow{MG}|=3MG$. Do đó $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của G trên (P).

Gọi Δ là đường thẳng đi qua G và vuông góc (P). Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=3+t.\end{cases}$

Điểm $M\in\Delta$ nên $M(1+t;-2+t;3+t)$. Do đó $M\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+(-2+t)+(3+t)-1=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{2}{3};-\frac{7}{3};\frac{8}{3}\right)$. □

Bài 145. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tọa độ mặt phẳng (P): $3x-3y+2z+37=0$ và các điểm $A(2;1;3)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;2;0)$. Tìm tọa độ M thuộc (P) sao cho biểu thức sau đạt được giá trị nhỏ nhất $S=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\overrightarrow{MA}$.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Suy ra $G(2;1;2)$. Ta có

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}\\
=&(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA})(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB})+(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB})(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC})+(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC})(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA})\\
=&3MG^2+2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})+\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}\\
=&3MG^2+\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}.
\end{aligned}$$

S đạt GTNN $\Leftrightarrow MG$ đạt GTNN $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G trên (P).

Gọi Δ là đường thẳng đi qua G và vuông góc với (P). Ta có $\Delta\colon \begin{cases}x=2+3t\\y=1+3t\\z=2+2t.\end{cases}$

M là giao điểm của Δ và (P) nên $3(2+3t)-3(1-3t)+2(2+2t)+37=0\Leftrightarrow t=-2$. Vậy $M(-4;7;-2)$.
□

Bài 146. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+2z+9=0$ và hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;-5;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó $I(2;-3;1)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)(\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{IA})=MI^2-IA^2$.

Do đó, $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MI$ đạt GTNN $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P).

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). Ta có $\Delta\colon \begin{cases}x=2+2t\\y=-3-t\\z=1+2t.\end{cases}$

Điểm M là giao điểm của Δ và $(P)\Leftrightarrow 2(2+2t)-(-3-t)+2(1+2t)+9=0\Leftrightarrow t=-2$.
Vậy $M(-2;-1;-3)$. □

Bài 147. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+z=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A thuộc d và tọa độ điểm B trên trục Oz sao cho $AB\parallel(P)$ và độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

✍**Lời giải.**

Điểm $A\in d$ nên $A(1+a;-2+a;-a)$. Điểm $B\in Ox$ nên $B(0;0;b)$. Ta có $\overrightarrow{BA}=(1+a;a-2;-a-b)$.
Ta có

$$AB\parallel(P)\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 2(1+a)+(-a-b)=0\Leftrightarrow a-b+2=0\Leftrightarrow b=a+2.$$

$$AB^2=(a+1)^2+(a-2)^2+(a+b)^2=(a+1)^2+(a-2)^2+(2a+2)^2=6a^2+6a+9.$$

Ta có AB đạt GTNN $\Leftrightarrow a=-1$. Khi đó $b=1$. Vậy $A(0;-3;1)$ và $B(0;0;1)$. □

D CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\end{cases}$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{a}=(-1;2;0)$. **B.** $\vec{b}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{c}=(-1;2;-5)$. **D.** $\vec{d}=(2;1;-5)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2\\y=1+2t\\z=5-t\end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(0;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(0;2;1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-t\\y=2+3t\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(-1;3;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{u}=(-1;3;2)$. **D.** $\vec{u}=(-1;3;1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $M(0;4;2)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $P(1;-2;3)$. **D.** $Q(2;0;4)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2 \\ z=1-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{m}=(1;0;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;3)$. **C.** $\vec{p}=(3;-2;-3)$. **D.** $\vec{q}=(1;-2;2)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;4;-1)$.

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+1}{4}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+1}{-4}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+5t \\ y=3+2t \\ z=-2+t \end{cases}$ Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường thẳng d?

A. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3), B(3;2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=-4+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+3t \\ z=3-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=3-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=-4+3t \end{cases}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-t \\ z=-3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-3t \\ z=3+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5-3t \\ z=-7+4t \end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;0;-1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$ là

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+6}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;0)$ và $B(-1;2;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=3-4t \\ y=-1+3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-2t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-4+3t \\ y=3-t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $\Delta\colon\begin{cases} x=1-4t \\ y=2+3t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **B.** $\Delta\colon\begin{cases} x=-4+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$. **C.** $\Delta\colon\begin{cases} x=4+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\Delta\colon\begin{cases} x=1+4t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, tìm vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$(d)\colon\begin{cases} x=6+3t \\ y=8+4t \\ z=11+6t \end{cases} \text{ và } (d')\colon\begin{cases} x=7+4t' \\ y=10+6t' \\ z=6+t' \end{cases}.$$

A. Chéo nhau. **B.** Song song. **C.** Trùng nhau. **D.** Cắt nhau.

✍**Lời giải.**

Bấm MTCT ra $t=t'=-1$. Thay vào thoả $\Rightarrow d\cap d'=(3;4;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-7}{1}$ và $d'\colon \dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d'.

A. d và d' cắt nhau. **B.** d và d' chéo nhau.
C. d song song với d'. **D.** d vuông góc với d'.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. $6x-4y-2z+1=0$. **B.** $6x+4y-2z+1=0$. **C.** $6x-4y+2z+1=0$. **D.** $6x+4y+2z+1=0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(1;0;-4)$. **C.** $M\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{17}{3}\right)$. **D.** $M(-5;-2;2)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;4)$. Tìm phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với mặt phẳng (Oxy).

A. $\begin{cases}x=-2\\y=3+t\\z=4\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=3\\z=4\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2\\y=3\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=3+t\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm G' đối xứng với điểm $G(5;-3;7)$ qua trục Oy.

A. $G'(-5;3;-7)$. **B.** $G'(-5;0;-7)$. **C.** $G'(-5;-3;-7)$. **D.** $G'(5;3;7)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x-y+2z=1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α).

A. $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. **B.** $d_3\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. **C.** $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $d_4\colon \begin{cases}x=2t\\y=0\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon x-y+2z=1$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;2)$.
Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1}=(1;-1;2)=\vec{n}_{(\alpha)}$. Suy ra $d_1\perp(\alpha)$.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm đã cho vào phương trình của đường thẳng d, ta có

- Với $M(-1;-2;-3)$ thì $\dfrac{-1-1}{2}\neq\dfrac{-2-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm M.
- Với $N(-2;1;-2)$ thì $\dfrac{-2-1}{2}\neq\dfrac{1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm N.
- Với $P(1;2;3)$ thì $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{3-3}{2}=0$, suy ra d đi qua điểm P.
- Với $Q(2;-1;2)$ thì $\dfrac{2-1}{2}\neq\dfrac{-1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm Q.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $(-1;-3;2)$. **B.** $(1;3;2)$. **C.** $(1;-3;-2)$. **D.** $(-1;3;2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có $\vec{u}=(-1;-3;2)$ là véc-tơ chỉ phương.
Chọn đáp án A □

Câu 22. Véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-5)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A. $\begin{cases}x=6-t\\y=-1-2t\\z=5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-2t\\z=3-5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5+t\\y=-1+2t\\z=5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+4t\\z=-5+6t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=6-t\\y=-1-2t\\z=5t\end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{v}=(-1;-2;5)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-5)$.

Vậy $\vec{u}=(1;2;-5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=6-t\\y=-1-2t\\z=5t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. Vec-tơ nào dưới đây là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(-1;-2;1)$. **D.** $(-1;2;1)$.

✍Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án D □

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;1)$.

✍Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(-1;2;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(-1;2;0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1\\y=2+t\\z=2\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=2\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=-1\\y=2\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

✍Lời giải.

Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là $\begin{cases}x=-1\\y=2+t\\z=2\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1\\y=2+3t\ (t\in\mathbb{R})\\z=5-t\end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ $\vec{u}_1=(0;3;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+5y-z-2=0$ là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $M(0;0;-2)$. **C.** $M(0;0;2)$. **D.** $M(0;-2;-3)$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ứng với t là nghiệm phương trình

$$3\cdot(12+4t)+5\cdot(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3.$$

Do đó, tọa độ giao điểm cần tìm là $M(0;0;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1 \\ y=2+3t, \\ z=5-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(0;3;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+5y-z-2=0$ là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;-2;-3)$.

✍Lời giải.

Ta có $M\in d$ nên $M(12+4t;9+3t;1+t)$ với $t\in\mathbb{R}$.

Vì $M\in(P)$ nên $3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow 26t+78=0 \Leftrightarrow t=-3$.

Vậy $M(0;0;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ 1+t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(-1;-2;1)$. **D.** $(-1;2;1)$.

✍Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ 1+t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(-1;-2;1)$. **D.** $(-1;2;1)$.

✍Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(2;1;3)$. **B.** $(3;1;2)$. **C.** $(3;2;3)$. **D.** $(3;1;3)$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng d. Ta thấy $M(3;1;3)\in d$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_1 = (3;2;1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3;2;0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (3;2;3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1;2;3)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = z-3$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 8 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 8 = 0$. **C.** $2x - y + 3z - 8 = 0$. **D.** $2x + y - 3z - 8 = 0$.

✍Lời giải.

Vì $(d) \perp (P)$ nên $\vec{u}_d = (2;-1;3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Phương trình mặt phẳng (P): $2(x-1) - y + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 8 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, đường thẳng đi qua $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1 \end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1;1;1)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0;0;1)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1+t. \end{cases}$$

Chọn đáp án B □

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ là

A. $x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - y - z = 1$. **C.** $x + y + z = 1$. **D.** $x + y + z = 0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;1)$ có phương trình là $x + y + z = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-7}$. **B.** $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-7}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{3}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng EF đi qua điểm $E(-1;0;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (3;1;-7)$, nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-4} = \dfrac{z-7}{1}$ nhận véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương?

A. $(-2;-4;1)$. **B.** $(2;4;1)$. **C.** $(1;-4;2)$. **D.** $(2;-4;1)$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(2;-4;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{1} - \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 0$. **D.** $-\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$.

✍Lời giải.

Ta có $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=3-2t \end{cases}$?

A. $\vec{u}=(1;4;3)$. **B.** $\vec{u}=(1;4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;0;2)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;0;-2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(0;-3;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x-2y+z+5=0$. **B.** $3x-2y+z-7=0$. **C.** $3x-2y+z-10=0$. **D.** $3x-2y+z-5=0$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-2;1)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$3(x-0)-2(y+3)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$. Điểm M nằm trên Δ thì tọa độ của M có dạng nào sau đây?

A. $M(a+x_0t;b+y_0t;c+z_0t)$. **B.** $M(at;bt;ct)$.

C. $M(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$. **D.** $M(x_0t;y_0t;z_0t)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+at \end{cases}$. Do đó tọa độ điểm có dạng $M(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 44. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+z-2=0$ tại điểm $I(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

✍**Lời giải.**

Ta có $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$2(1+2t)-3(3-t)+(1+t)-2=0 \Leftrightarrow 8t-8=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Suy ra tọa độ điểm I là $(3;2;2) \Rightarrow a+b+c=7$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 45. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-1}$?

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(2;1;3)$. **C.** $(-3;2;1)$. **D.** $(3;-2;1)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-1}$ là $\overrightarrow{u_1}=(3;-2;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{u_2}=(-3;2;1)$ cùng phương với $\overrightarrow{u_1}$ nên cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đã cho.

Chọn đáp án (C) □

Câu 46. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;4)$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=3t\\z=4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2\\y=3\\z=4\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=4t\\z=3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=3t\\z=4t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;4)$ có phương trình là

$$\begin{cases}x=0+2t\\y=0+3t\\z=0+4t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2t\\y=3t\\z=4t.\end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-3t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-3t\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3-2t\\y=1+3t\\z=t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Từ phương trình chính tắc của Δ ta có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(2;-3;1)$ và đi qua điểm $(3;-1;0)$ nên phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-3t\\z=t.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $M(3;-2;-4)$. **B.** $N(1;-1;-2)$. **C.** $P(-1;0;0)$. **D.** $Q(-3;1;-2)$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng d, ta thấy $Q\notin d$.

Chọn đáp án D □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;-4;-5)$ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+2t\\z=-5+3t\end{cases}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+4t\\z=3+5t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Do d có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;-4;-5)$ nên d cũng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;4;5)$.

Vậy phương trình tham số của $d\colon \begin{cases}x=1-t\\y=2+4t\\z=3+5t.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm M, nhận véc-tơ $\vec{a}$ làm véc-tơ chỉ phương và đường thẳng d' đi qua điểm M', nhận véc-tơ $\vec{a}'$ làm véc-tơ chỉ phương. Điều kiện để đường thẳng d song song với d' là

A. $\begin{cases}\vec{a}=k\vec{a}',(k\neq0)\\M\notin d'\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}\vec{a}=k\vec{a}',(k\neq0)\\M\in d'\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\vec{a}=\vec{a}'\\M\in d'\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\vec{a}\neq k\vec{a}',(k\neq0)\\M\notin d'\end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện để $d \parallel d'$ là $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α): $x+2z+3=0$. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{b}(2;-1;0)$. **B.** $\vec{v}(1;2;3)$. **C.** $\vec{a}(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}(2;0;-1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;2)$.
Δ vuông góc với (α) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a}=\vec{n}=(1;0;2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng (d): $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;-1;2)$. **B.** $(-3;2;1)$. **C.** $(3;2;1)$. **D.** $(3;-2;-1)$.

Lời giải.

- Xét điểm $(1;-1;2)$, ta có $\dfrac{1+3}{1}=2\neq\dfrac{-1-2}{-1}=3 \Rightarrow$ điểm này không thuộc đường thẳng (d).
- Xét điểm $(-3;2;1)$, ta có $\dfrac{-3+3}{1}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{1-1}{2}=0 \Rightarrow$ điểm này thuộc d.
- Xét điểm $(3;2;1)$, ta có $\dfrac{3+3}{1}=6\neq\dfrac{0}{-1}=0 \Rightarrow$ điểm này không thuộc d.
- Xét điểm $(3;-2;-1)$, ta có $\dfrac{3+3}{1}=6\neq\dfrac{-2-2}{-1}=4 \Rightarrow$ điểm này không thuộc d.

Chọn đáp án B □

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $x+3y-5z+6=0$ và (β): $x-y+3z-6=0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x=-3-t \\ y=3+2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-3+2t \\ z=3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Nhận thấy $A(1;1;2)$ và $B(2;-1;1)$ đều thuộc (α) và (β) nên chúng cũng thuộc đường thẳng d.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.

Khi đó phương trình tham số của d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án B □

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương suy ra $-\vec{u}=(-2;-1;-1)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án C □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=6t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+2t\\y=-3+t\\z=4+5t\end{cases}$?

A. $P(3;-2;-1)$. **B.** $N(2;1;5)$. **C.** $M(1;-3;4)$. **D.** $Q(4;1;3)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình đưởng thẳng d, ta thấy $M\in d$.

Chọn đáp án C □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z+2}{-5}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(3;2;-5)$. **C.** $\vec{u}=(-3;2;-5)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;-5)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(3;2;-5)$.

Chọn đáp án B □

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-2t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(-2;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-2;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-2t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Đường thẳng d không đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;-1;6)$. **B.** $N(2;3;-1)$. **C.** $P(3;5;4)$. **D.** $M(1;2;5)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có dạng phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-5}{-1}$.

Đường thẳng d không đi qua điểm $N(2;3;-1)$ vì thay tọa độ điểm N vào đường thẳng d không thỏa mãn các đẳng thức.

Chọn đáp án B □

Câu 61. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d?

A. $\begin{cases}x=1\\y=2-t\\z=-2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và nhận véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ có dạng phương trình tham số là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-2+3t\end{cases}$ (với $t\in\mathbb{R}$).

Chọn đáp án C □

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2t \\ z = 3+t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$. Một véc-tơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(-3;-2;-1)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;2;1)$. **D.** $(1;0;3)$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng của Δ, ta có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;2;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-2}{-4} = \dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là

A. $(1;4;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(1;-4;2)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Lời giải.

Từ phương trình chính tắc của đường thẳng d, ta suy ra đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là $(1;-4;2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1 \\ z = -2+3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(2;1;-2)$. **B.** $P(4;1;-4)$. **C.** $Q(3;1;-5)$. **D.** $N(0;1;4)$.

Lời giải.

Kiểm tra thấy điểm $P(4;1;-4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ.

Chọn đáp án B □

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $(T)\colon x+y+2z+1=0$. **B.** $(P)\colon x-2y+z+1=0$.
C. $(Q)\colon x-2y-z+1=0$. **D.** $(R)\colon x+y+z+1=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;1)$. Mặt phẳng vuông góc với d nhận véc-tơ $\vec{u}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó (P) là mặt phẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-4)$ là

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-4}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+4}{3}$.
C. $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{-4}$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-4)$ là $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A?

A. $\Delta_1\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\Delta_2\colon \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.
C. $\Delta_3\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\Delta_4\colon \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

- Vì $\dfrac{3-3}{1} = \dfrac{-2+2}{1} = \dfrac{1-1}{2} = 0$ nên đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$ đi qua A.
- Vì $\dfrac{3-3}{4} = \dfrac{-2+2}{-2} \neq \dfrac{1+1}{-1}$ nên đường thẳng $\Delta_2\colon \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$ không đi qua A.
- Vì $\dfrac{3+3}{1} \neq \dfrac{-2+2}{1}$ nên đường thẳng $\Delta_3\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$ không đi qua A.

— Vì $\dfrac{3-3}{4} \neq \dfrac{-2-2}{-2}$ nên đường thẳng $\Delta_4 \colon \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$ không đi qua A.

Chọn đáp án (A) □

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3-t \\ z = -2+t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;-1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(3;-2;-1)$. **D.** $Q(-3;-2;1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng, suy ra điểm $N(3;2;-1)$ thuộc đường thẳng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta \colon \dfrac{x+1}{-3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Tọa độ một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;2;0)$. **C.** $(-1;2;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Lời giải.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-3;2;1) = -(3;-2;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) \colon x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$. **B.** $(\alpha) \parallel Oz$. **C.** $Oz \subset (\alpha)$. **D.** $Oy \subset (\alpha)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha) \colon x - 2y = 0$ đi qua hai điểm $O(0;0;0)$ và $A(0;0;1)$, mà đây là hai điểm nằm trên trục Oz nên mặt phẳng (α) chứa trục Oz.

Chọn đáp án (C) □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$, $B(3;2;-8)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{u} = (1;2;-4)$. **B.** $\vec{u} = (2;4;8)$. **C.** $\vec{u} = (-1;2;-4)$. **D.** $\vec{u} = (1;-2;-4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (2;4;-8)$. Suy ra $\vec{u} = (1;2;-4)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án (A) □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2;1;1)$. **B.** $\vec{u} = (-1;2;0)$. **C.** $\vec{u} = (-1;2;1)$. **D.** $\vec{u} = (2;1;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;2;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d \colon \dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y-7}{-8} = \dfrac{z+13}{9}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (2;-8;9)$. **B.** $\vec{u}_4 = (2;8;9)$. **C.** $\vec{u}_2 = (-5;7;-13)$. **D.** $\vec{u}_3 = (5;-7;-13)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;-8;9)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 74. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $I(1;-1;-1)$ và nhận $\vec{u} = (-2;3;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-1}{-5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+1}{-5}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+1}{5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+1}{-5}$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $I(1;-1;-1)$ và nhận $\vec{u} = (-2;3;-5)$ là véc tơ chỉ phương là $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+1}{-5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=2+4t \\ y=1-6t \\ z=9t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$?

A. $\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **C.** $(2;1;0)$. **D.** $(4;-6;0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=2+4t \\ y=1-6t \\ z=97 \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-6;9)$.

Suy ra $\dfrac{1}{12}\vec{u}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x=2 \\ y=-3+t \\ z=-1+t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là

A. $\overrightarrow{u_1}=(0;-1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;-3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-1;-1)$.

✍Lời giải.

Ta thấy $\overrightarrow{u_1}=(0;-1;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d).

Chọn đáp án A □

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+4}{-2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z}{3}$. Đường thẳng d có một vec-tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}(2;1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(4;-5;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}(-2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}(-4;5;3)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}(2;1;-3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 78. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$.

✍Lời giải.

Một điểm thuộc Oz khi và chỉ khi hoành độ, tung độ của điểm đó đồng thời bằng 0.

Trong các phương trình đã cho, phương trình của Oz là $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=3-t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;-1;4)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(1;0;3)$. **D.** $(3;-1;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $d\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

- Điểm $(3;-1;4)$ có $\dfrac{3-1}{-2}=\dfrac{-1}{1}=\dfrac{4-3}{-1}=-1\Rightarrow$ điểm này thuộc d.
- Điểm $(-1;1;2)$ có $\dfrac{-1-1}{-2}=\dfrac{1}{1}=\dfrac{2-3}{-1}=1\Rightarrow$ điểm này thuộc d.
- Điểm $(1;0;3)$ có $\dfrac{1-1}{-2}=\dfrac{0}{1}=\dfrac{3-3}{-1}=0\Rightarrow$ điểm này thuộc d.
- Điểm $(3;-1;2)$ có $\dfrac{3-1}{-2}=-1\neq\dfrac{-1}{-1}=1\Rightarrow$ điểm này không thuộc d.

Chọn đáp án (D) □

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(1;2;5)$. **B.** $\vec{u}=(1;-3;-1)$. **C.** $\vec{u}=(0;3;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;-1)$.

✍Lời giải.

Dựa vào định nghĩa phương trình tham số của đường thẳng, ta suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(0;3;-1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{BA}=(1;2;1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 82. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=2-t.\end{cases}$ Trong các điểm có tọa độ dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $(1;4;-5)$. **B.** $(-1;-4;3)$. **C.** $(2;1;1)$. **D.** $(-5;-2;-8)$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ các điểm và phương trình đường thẳng Δ, ta thấy

$$\begin{cases}-1=1+2t\\-4=-1+3t\\3=2-t\end{cases}\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow M(-1;-4;3)\in\Delta.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(0;1;2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(1;3;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-3;1)$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{BA}=(1;-3;1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(-2;3;1)$. **B.** $M(4;7;0)$. **C.** $P(1;5;2)$. **D.** $N(-5;1;0)$.

✍Lời giải.

Ta thấy điểm $M(4;7;0)$ không thuộc đường thẳng d vì

$$\frac{4+2}{3}=\frac{7-3}{2}\neq\frac{0-1}{1}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;2;2)$. **B.** $M(-1;0;3)$. **C.** $M(0;2;-1)$. **D.** $M(1;-2;-2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\dfrac{-1}{-1}=\dfrac{0+2}{2}=\dfrac{3-1}{2}=1$ nên điểm $M(-1;0;3)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án (B) □

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=3+t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3=(2;1;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_2=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_1=(-1;2;3)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_4=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(3;-1;5)$. **B.** $\vec{u}_4=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}_2=(-3;1;5)$. **D.** $\vec{u}_3=(1;-1;-2)$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$?

A. $P(1;1;2)$. **B.** $N(2;-1;2)$. **C.** $Q(-2;1;-2)$. **D.** $M(-2;-2;1)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm $Q(-2;1;-2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$?

A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(1;5;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{3}$. Tìm tọa độ một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{a}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{b}=(2;1;3)$. **C.** $\vec{c}=(3;1;-5)$. **D.** $\vec{d}=(-3;1;5)$.

✍Lời giải.

Vì đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{3}$ nên tọa độ của véc-tơ chỉ phương là $(2;-1;3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=z-3$. Véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(3;2;3)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;2;0)$. **D.** $\vec{u}=(3;2;1)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;2;1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm O và $A(-2;1;3)$ là

A. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1-t \\ z=3+3t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{-3}$.

C. $\begin{cases}x=-2t\\y=t\\z=3t\end{cases}$. **D.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AO}=(2;-1;-3)$ và đi qua A nên phương trình chính tắc là

$$\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-3}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}_2=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}_4=(2;-1;-3)$. **C.** $\vec{u}_1=(0;2;-1)$. **D.** $\vec{u}_3=(-2;-1;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(-2;1;3)$. Do $\vec{u}_4=-\vec{u}$ nên cũng là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án B □

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(1;3;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;3;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(-1;2;0)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là $(1;3;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa $Oxyz$, tìm phương trình tham số của trục Oz?

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$.

Lời giải.

Trục Oz qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận véc-tơ đơn vị $\vec{k}=(0;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó trục Oz có phương trình là $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 96. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-7}{2}=\dfrac{z+4}{5}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(-2;-7;4)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;5)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;5)$. **D.** $\vec{u}=(2;7;-4)$.

Lời giải.

Dễ thấy một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(-1;2;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{5}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_4=(-2;1;-5)$. **B.** $\vec{u}_1=(2;-1;-5)$. **C.** $\vec{u}_2=(2;1;5)$. **D.** $\vec{u}_3=(1;2;3)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án B □

Câu 98. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(-2;1;-3)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;1)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+6}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{6}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{6}$.

✍Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{6}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+3t\\z=1-t\end{cases}$. Đường thẳng d' song song với d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(-2;3;0)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-3;1)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=(2;3;-1)=-(-2;-3;1)$.

Do d' song song với d nên d' có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;-3;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;1)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ có một vec-tơ chỉ phương là $(a;b;c)$. Do đó, từ phương trình d, ta thấy $\vec{n}=(-1;2;1)$ là một vec-tơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án B □

Câu 103. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2+3t\\y=5-t\\z=2\end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(3;-1;0)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;5;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(-3;1;2)$. **D.** $\vec{u}_4=(3;-1;2)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2+3t\\y=5-t\\z=2\end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(3;-1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}=(2;3;1)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;3)$.

✍Lời giải.

Theo định nghĩa về phương trình chính tắc ta có $\vec{u}=(2;3;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{x-3}{1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $N(-1;2;0)$. **B.** $P(3;0;6)$. **C.** $Q(1;1;3)$. **D.** $M(2;-1;3)$.

✍**Lời giải.**

Thay tọa độ điểm $M(2;-1;3)$ vào d ta được $\dfrac{3}{2}\neq\dfrac{-3}{-1}\neq\dfrac{3}{3}$. Vậy $M\notin d$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **C.** $x-2y+z=0$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng qua điểm $A(0;-1;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$ có phương trình là $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 107. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=0\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{u}=(0;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(0;2;0)$. **C.** $\vec{u}=(0;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;-1)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(0;1;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z}{-1}$. Chọn khẳng định **sai**?

A. Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=\left(-1;-2;\dfrac{1}{2}\right)$.

B. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-3;0)$.

C. Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{v}=(2;4;-1)$.

D. Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1;-3;1)$.

✍**Lời giải.**

Thay tọa độ N vào phương trình đường thẳng Δ thấy không thỏa nên mệnh đề sai là "Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1;-3;1)$".

Chọn đáp án (D) □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d?

A. $(Q)\colon x-2y-z+1=0$. **B.** $(P)\colon x-2y+z+1=0$.

C. $(R)\colon x+y+z+1=0$. **D.** $(T)\colon x+y+2z+1=0$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Xét mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)=\vec{u}$. Do đó $d\perp(P)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 110. Đường thẳng đi qua điểm $A(3;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2-2t\\z=3-t.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=4+2t\\z=2-t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3+t\\y=2-2t\\z=3+t.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=1-2t.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số cần tìm là

$$\begin{cases} x = 3 + s \\ y = 2 - 2s \\ z = 3 + s. \end{cases}$$

Đặt $s = -1 - t$, suy ra

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án B □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d song song với trục Oy. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1} = (-2;0;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (0;3;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (0;0;2018)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;0;1)$.

✍**Lời giải.**

Trục Oy có véc-tơ chỉ phương $(0;1;0)$. Quan sát đáp án ta thấy chỉ có véc-tơ $\overrightarrow{u_2}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 112. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$.

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2;-3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$ có tọa độ là

A. $(-1;0;1)$. **B.** $(2;3;-1)$. **C.** $(-2;-3;-1)$. **D.** $(2;3;1)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$ có tọa độ là $(2;3;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;4;-1)$.

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z+3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z+1}{-4}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z+1}{4}$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (1;2;-4)$. Suy ra phương trình chính tắc của AB là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$$

Chọn đáp án C □

Câu 115. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = z - 3$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d)?

A. $\overrightarrow{u_3} = (3;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2} = (3;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (3;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Từ phương trình đường thẳng ta có tọa độ của véc-tơ chỉ phương là $(3;2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;1)$.

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$.
B. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$.
C. $2(x-1)+3(y+2)-2(z-3)=0$.
D. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;3;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Từ đó ta có phương trình đường thẳng AB: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 117. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3;0;1)$ và $B(-1;2;3)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;0)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Do đường thẳng d đi qua hai điểm A, B nên nếu $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d thì $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}=(-4;2;2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=2-t\\y=1+t\\z=t\end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $x-2=y=z+3$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;1;0)$ và nhận $\vec{u}=(-1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương, có phương trình chính tắc $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 119. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(2;3;1)$. **B.** $\vec{u}=(-2;-1;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-2;1;-3)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng có dạng $\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}$ với $(a;b;c)$ là một véc-tơ chỉ phương.

Vậy $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}$.

Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(4;-6;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(8;-6;3)$. **C.** $\vec{u}_2=(8;11;2)$. **D.** $\vec{u}_3=(4;-6;2)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_2=(8;11;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng d song song với Δ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1}=(0;2;-1)$. **B.** $\vec{u_2}=(3;2;1)$. **C.** $\vec{u_3}=(0;-1;1)$. **D.** $\vec{u_4}=(3;2;-1)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;2;-1)$ nên đường thẳng song song với Δ nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án (D) □

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc (P) nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=\vec{n}_P=(2;-1;3)$.

Vậy d có phương trình: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 123. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-3}=\dfrac{z-3}{6}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-6}{3}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+3}{6}$. **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+6}{3}$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ là $\vec{n}=(2;-3;6)$.

Đường thẳng đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}=(2;-3;6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-3}=\dfrac{z-3}{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{-5}=\dfrac{y+5}{8}=\dfrac{z-8}{-2}$.

A. $\vec{u}_1=(-5;-2;8)$. **B.** $\vec{u}_2=(5;-8;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(8;-2;-5)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;-5;8)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}=(-5;8;-2)=-(5;-8;2)$, nên đáp án là $\vec{u}_2=(5;-8;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=3.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3-t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3+t.\end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có $d\parallel Oy$ nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;1;0)$.

Do đó $d:\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-1;-2;0)$. **B.** $M(-1;1;2)$. **C.** $M(2;1;-2)$. **D.** $M(3;3;2)$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{-1-1}{2}=\dfrac{1-2}{1}=\dfrac{2}{-2}=-1$ nên $M(-1;1;2)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án B □

Câu 127. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-3=0$ và điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (P).

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)$ nên đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 128. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$ và $B(1;0;2)$. Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;-1;3)$ và đi qua $A(0;1;-1)$ có phương trình là $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z}{4}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3=(2;-3;0)$. **B.** $\vec{u}_1=(2;-3;4)$. **C.** $\vec{u}_4=(1;2;4)$. **D.** $\vec{u}_2=(1;2;0)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-3;4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{u}_2=(2;0;-1)$. **B.** $\vec{u}_4=(2;1;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;0;2)$. **D.** $\vec{u}_1=(-1;1;2)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;0;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-2;1)$, $B(2;1;-1)$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là

A. $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;0)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1;3;-2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 132. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \\ z=t. \end{cases}$ Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{1}$. **C.** $x-2=y=z+3$. **D.** $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;1)$ và đi qua điểm $M(2;1;0)$. Do đó phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(0;1;2)$, $B(1;3;4)$ là

A. $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=2+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=3+2t \\ z=4+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

C. $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=1+3t \\ z=2+4t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x=1 \\ y=3+2t \\ z=4+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

d đi qua điểm $B(1;3;4)$, nên có phương trình là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+2t \\ z=4+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $z-1=0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$. **B.** $(\alpha) \perp Oy$. **C.** $(\alpha) \parallel Ox$. **D.** $(\alpha) \perp Oz$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;0;1)$.

Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$.

Suy ra (α) không vuông góc với Oy.

Chọn đáp án B □

Câu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P).

B. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P).

C. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

D. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

✍Lời giải.

— $\vec{u}$ vuông góc $\vec{n}$ thì d có thể nằm trong (P).

— d song song (P) thì $\vec{u}$ vuông góc $\vec{n}$.

— d vuông góc (P) thì $\vec{u}$ cùng phương $\vec{n}$.

Chọn đáp án B □

Câu 136. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;3)$, $B(-3;0;-4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B?

A. $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{7}$. **B.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$. **C.** $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{7}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-7}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(4;-1;7)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{4}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(-3;2;4)$. **B.** $\vec{u}_2=(-2;-1;3)$. **C.** $\vec{u}_3=(3;2;4)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;-1;3)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d=(-3;2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 138. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;-2)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-2}$. **C.** $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;-2)$ có phương trình là

$$\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(7;0;-1)$?

A. $\dfrac{x-7}{6}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.

C. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng AB nhận véc-tơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(3;-1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 140. Đường thẳng đi qua $A(2;-1;3)$ và nhận $\vec{a}=(1;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-1+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-1-t\\z=3-t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng đi qua $A(2;-1;3)$ và nhận $\vec{a}=(1;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3-t\end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{3}$. Véc-tơ nào là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(1;-1;2)$. **B.** $\vec{u}=(-1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}=(5;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(5;2;-3)$.

✍Lời giải.

Một một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(5;-2;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(1;3;-2)$. **B.** $\vec{u}=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{u}=(-2;1;-3)$.

✍Lời giải.

d có một véc-tơ chỉ phương là d là $\vec{u}=(-1;3;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 143. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;1)$ và $B(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-3}{1}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;2)$.

Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 144. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-4}{4}$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=1-2t\\z=-4+4t.\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=2-3m\\y=-1+2m\\z=4-4m.\end{cases};\ m\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases}x=-2+3\tan t\\y=1-2\tan t\\z=-4+4\tan t.\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=2-3\cos t\\y=-1+2\cos t\\z=-4-4\cos t.\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{u}$ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d, ta chọn $\vec{u}(-3;2;-4)$. Giả sử $M_0\in d$, chọn $M_0(2,-1;4)$ suy ra phương trình tham số d là $\begin{cases}x=2-3m\\y=-1+2m\\z=4-4m\end{cases};\ m\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B □

Câu 145. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-5}{4}$ và mặt phẳng (P): $x-3y+2z-5=0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

✍Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;4)$, (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-3;2)$.

Do $\vec{u}$ không cùng phương $\vec{n}$ nên d cắt (P). Mặt khác $\vec{u}\cdot\vec{n}=19\neq 0$ nên d không vuông góc (P).

Vậy d cắt và không vuông góc với (P).

Chọn đáp án A □

Câu 146. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-3+5t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(2;0;-3)$. **B.** $\vec{u}=(2;-3;5)$. **C.** $\vec{u}=(2;3;-5)$. **D.** $\vec{u}=(2;0;5)$.

✍Lời giải.

Ta có $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-3+5t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ suy ra véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-3;5)$.

Chọn đáp án B □

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(-1;0;-2)$. **B.** $\vec{b}=(-1;0;2)$. **C.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **D.** $\vec{d}=(-1;1;2)$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án B □

Câu 148. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-3t \\ z=2+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-3;1)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 149. Trong không $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3 \end{cases}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{v}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{a}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{b}=(-2;4;6)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng thẳng d có $\vec{u}=(1;-2;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-4+4t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d.

A. $\vec{u}=(0;3;-4)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;4)$. **C.** $\vec{u}=(0;2;4)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;-4)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;2;4)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án B □

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-2}$, véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(-1;-3;2)$. **B.** $\vec{u}=(1;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(-1;3;-2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}=(1;3;-2)$ hay $\vec{u}=(-1;-3;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;2;4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây không phải là phương trình đường thẳng AB?

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{-5}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$.

Vì điểm $A(2;3;-1)\notin\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$ nên $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$ không phải là phương trình đường thẳng AB.

Các đường thẳng còn lại đều có véc-tơ chỉ phương là $(1;1;-5)$ và đi qua điểm $A(2;3;-1)$ hoặc đi qua điểm $B(1;2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng d.

A. $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(1;2;3)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(-1;1;2)\Rightarrow[\overrightarrow{AM};\vec{u}]=(-6;0;-3)$.

Ta có $\mathrm{d}(A;d)=\dfrac{|[\overrightarrow{AM};\vec{u}]|}{|\vec{u}|}=\dfrac{3\sqrt{5}}{3}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$.

A. $d\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **C.** $d\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-1)$ nên d có phương trình chính tắc là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 155. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M_1(1;5;4)$. **B.** $M_2(-1;-2;-5)$. **C.** $M_3(0;3;-1)$. **D.** $M_4(1;2;-5)$.

Lời giải.

Với $t=1$ ta có một điểm thuộc d là $(1;5;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 156. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(-1;0;-2)$. **B.** $\vec{b}=(-1;0;2)$. **C.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **D.** $\vec{d}=(-1;1;2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án B □

Câu 157. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$?

A. $M(0;-3;-1)$. **B.** $M(3;0;2)$. **C.** $M(2;3;1)$. **D.** $M(6;-3;2)$.

✍Lời giải.

Cho $t = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1+2 = 3 \\ y = 2-2 = 0 \\ z = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{3}$.

A. $\vec{u} = (2;1;-3)$. **B.** $\vec{u} = \left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $\vec{u} = \left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\vec{u} = (-4;-2;6)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;3) \Rightarrow \dfrac{1}{2}\vec{u} = \left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án (C) □

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -6t \\ z = 1+2t. \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2+2t \\ y = -3t \\ z = 1+t. \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -1+t. \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = -3t \\ z = 2+t. \end{cases}$.

✍Lời giải.

Do Δ nhận $\vec{a} = (4;-6;2) = 2(2;-3;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên ta suy ra phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 160. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;1;1)$ và đi qua điểm $M(2;1;0)$.

Do đó d có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 161. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1;2;3)$ và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+t \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t \\ z = 3-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương là $(0;1;0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+t \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 162. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = -t \\ z = 1-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và $d': \dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{2}$. Vị trí tương đối của d và d' là

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

✍Lời giải.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(3;-1;-2)$ và đi qua điểm $M(-1;0;1)$.
Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=(-3;1;2)$.
Hai véc-tơ $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương và điểm M không thuộc đường thẳng d'. Do đó hai đường thẳng d và d' song song với nhau.
Chọn đáp án A □

Câu 163. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-8}=\dfrac{z+3}{7}$ là

A. $\vec{u}=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(5;-8;7)$. **D.** $\vec{u}=(-5;-8;7)$.

✍Lời giải.
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(5;-8;7)$.
Chọn đáp án C □

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-2;-1;1)$. **B.** $(4;1;2)$. **C.** $(-1;1;-1)$. **D.** $(-2;1;-1)$.

✍Lời giải.
Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(2;1;-1)$ cùng phương với $(-2;-1;1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+5z+4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P).

A. $d=\dfrac{24}{\sqrt{30}}$. **B.** $d=\dfrac{23}{\sqrt{11}}$. **C.** $d=\dfrac{20}{\sqrt{30}}$. **D.** $d=\dfrac{24}{\sqrt{14}}$.

✍Lời giải.
Ta có $d=\dfrac{|2\cdot 2-1\cdot(-1)+5\cdot 3+4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+5^2}}=\dfrac{24}{\sqrt{30}}$.
Chọn đáp án A □

Câu 166. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-2t\\ y=1+t\\ z=t+2\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $(-2;1;2)$. **B.** $(-2;1;1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(2;-1;-2)$.

✍Lời giải.
Đường thẳng d có vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;1;1)$.
Chọn đáp án B □

Câu 167. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-5}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z}{1}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của Δ.

A. $\vec{a}=(-5;2;1)$. **B.** $\vec{b}=(1;2;-5)$. **C.** $\vec{n}=(5;2;1)$. **D.** $\vec{v}=(5;-2;1)$.

✍Lời giải.
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{a}=(-5;2;1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 168. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-6;2)$. Phương trình chính tắc của Δ là

A. $\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+6}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

✍Lời giải.
Ta có: $\vec{u}=(4;-6;2)\Rightarrow \vec{u'}=(2;-3;1)$.
Phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án C □

Câu 169. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=2+3t \\ z=2 \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$. Tọa độ một véc-tơ chỉ phương của d là

A. $(-2;3;0)$. **B.** $(-2;3;3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;3;0)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-2;3;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 170. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=5 \end{cases}$. Đường thẳng d có một vec-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(-1;2;5)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;2;5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;0;5)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 171. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;5;-7)$ là

A. $\begin{cases} x=4+3t \\ y=5-t \\ z=-7+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-4+3t \\ y=-5-t \\ z=7+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1+5t \\ z=2-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=1+5t \\ z=-2-7t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;5;-7)$ là $\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1+5t \\ z=2-7t \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-t \\ z=4+5t \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1}=(1;0;4)$. **B.** $\vec{u_4}=(1;-1;4)$. **C.** $\vec{u_3}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{u_2}=(2;-1;5)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 173. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(1;3;1)$, đường thẳng nào dưới đây nhận $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương?

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+3t \\ z=1-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=2-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+3t \\ z=-4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+5t \\ z=-4-3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+3t \\ z=-4+t \end{cases}$ nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án C □

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=3+t \\ y=1-2t \\ z=2 \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(3;1;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;2)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;2)$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;-2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-2)$ và $B(2;2;2)$. Véc-tơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(2;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(2;3;4)$. **C.** $\vec{a}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;0)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;3;4)$. Suy ra véc-tơ $\vec{a}=(2;3;4)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.
Chọn đáp án B □

Câu 176. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_4=(1;2;5)$. **B.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$. **C.** $\vec{u}_1=(0;3;-1)$. **D.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1=(0;3;-1)$.
Chọn đáp án C □

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;3;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;1)$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z+1}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(3;3;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;1)$. Phương trình đường thẳng d là

$$d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+2}{1}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 178. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(-2;2;0)$. **B.** $B(2;2;0)$. **C.** $C(-3;0;3)$. **D.** $D(3;0;3)$.

Lời giải.

Thay toạ độ các điểm vào phương trình đường thẳng d thì chỉ có điểm $D(3;0;3)$ thoả mãn.
Chọn đáp án D □

Câu 179. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2),B(2;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.
Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.
Chọn đáp án B □

Câu 180. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d?

A. $E(2;-2;3)$. **B.** $N(1;0;1)$. **C.** $F(3;-4;5)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của M vào phương trình ta thấy $\dfrac{-1}{1}=\dfrac{2}{-2}\neq\dfrac{0}{2}$ nên $M\notin d$.
Chọn đáp án D □

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d.

A. $(P):x-y-2z=0$. **B.** $(P):x-2y-2=0$. **C.** $(P):x+y+2z=0$. **D.** $(P):x-y+2z=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(P):1(x-2)-1(y-0)+2(z+1)=0\Leftrightarrow x-y+2z=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 182. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

B. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Do giả thiết ta suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 183. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=2-2t\\y=1-t\\z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án B □

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=2+4t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

B. $\begin{cases}x=3-t\\y=-8+5t\\z=5-4t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=-3-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

D. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+5t\\z=1+4t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(1;-5;4)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1-t\\y=2+5t\\z=-3-4t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Với $t=-2$, ta được $M(3;-8;5)$ thuộc đường thẳng AB. Khi đó, đường thẳng AB có phương trình tham số $\begin{cases}x=3-t\\y=-8+5t\\z=5-4t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Chọn đáp án B □

$\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=-3-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2;-1;2)$ và nhận $\vec{u}=(-1;2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\Delta\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

B. $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

C. $\Delta\colon \dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

D. $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $A(2;-1;2)$ và nhận $\vec{u}=(-1;2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$\Delta\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 186. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;-1;0)$ là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.

B. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$.

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-4}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1,-2,-2)$. Phương trình đường thẳng AB đi qua $B(2;-1;0)$ nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+t\\y=3+2t\\z=-7+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nên nhận véc-tơ $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương. Suy ra, phương trình đường thẳng $d: \begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 188. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;0;-1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(4;-6;2)$ là

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+6}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(4;-6;2)$ nên có phương trình $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 189. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{-3}$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{a}(2;1;3)$. **B.** $\vec{b}(2;-1;-3)$. **C.** $\vec{c}(-2;1;3)$. **D.** $\vec{d}(6;-3;-9)$.

✍Lời giải.

Dễ thấy, $\vec{a}(2;1;3)$ không phải là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án (A) □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases}x=2t\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ là

A. $\vec{m}(2;-1;1)$. **B.** $\vec{v}(2;-1;0)$. **C.** $\vec{u}(2;1;1)$. **D.** $\vec{n}(-2;-1;0)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(2;1;0)=-(-2;-1;0)$.

Do đó một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{n}(-2;-1;0)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm có tọa độ?

A. $P(-1;0;0)$. **B.** $Q(0;2;3)$. **C.** $K(0;2;0)$. **D.** $E(0;0;3)$.

✍Lời giải.

Trục Ox có phương trình là $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$. Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm $P(-1;0;0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 192. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $2x+y-3z+5=0$?

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=3+t\\z=-3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=3+t\\z=3-3t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P): $2x+y-3z+5=0$ nên Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)$. Phương trình Δ là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-3t\end{cases}$ (1).

Kiểm tra được điểm $M(3;3;-3)$ thỏa mãn hệ (1).

Vậy phương trình $\begin{cases}x=3+2t\\y=3+t\\z=-3-3t\end{cases}$ cũng là phương trình của Δ.

Chọn đáp án C □

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_1=(2;-2;2)$. **B.** $\vec{u}_2=(-3;3;-3)$. **C.** $\vec{u}_3=(4;-4;4)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;1;1)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;1)$. Ta thấy véc-tơ $\vec{u}_4$ không cùng phương với $\vec{u}$ suy ra $\vec{u}_4$ không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án D □

Câu 194. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Do $(2;-2;1)$ cũng là véc-tơ chỉ phương nên phương trình tham số là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng qua $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-(-2)}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 196. Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $A(-1;2;0)$. **B.** $(-1;-3;1)$. **C.** $(3;-1;-1)$. **D.** $(1;-2;0)$.

✍Lời giải.

Ta có $\dfrac{-1-1}{2}\neq\dfrac{2+2}{1}\neq\dfrac{0}{-1}$ nên điểm $A(-1;2;0)$ không thuộc đường thẳng Δ.

Chọn đáp án A □

Câu 197. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P): $4x-z+3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u_1}(4;1;-1)$. **B.** $\vec{u_2}(4;-1;3)$. **C.** $\vec{u_3}(4;0;-1)$. **D.** $\vec{u_4}(4;1;3)$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(4;0;-1)$, do đường thẳng $d\perp(P)$, nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án C □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ điểm $(1;-2;3)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\dfrac{0}{3}=\dfrac{0}{-4}=\dfrac{0}{-5}$, do đó điểm này thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án B □

Câu 199. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng MN đi qua $N(0;1;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ có phương trình là $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 200. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-4)$ là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ với $abc\neq 0$ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$.

Suy a đường thẳng cần tìm có phương trình: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 201. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(3;2;-8)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB

A. $\vec{u}=(1;2;-4)$. **B.** $\vec{u}=(2;4;8)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;-4)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;-4)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng AB nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(2;4;-8)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Nên véc-tơ $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;2;-4)$ cũng là véc-tơ chỉ phương của AB.

Chọn đáp án A □

Câu 202. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Tọa độ của một véc-tơ chỉ phương là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;2;0)$. **C.** $(-1;2;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $(-3;2;1)$ và cùng phương với véc-tơ $(3;-2;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 203. Trong không gian $Oxyz$, trục $y'Oy$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Trục Oy qua $O(0;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 204. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}\Rightarrow d$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 205. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$ Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là

A. $\Delta\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\Delta\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-2t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\Delta\begin{cases}=1+2t\\y=-2-4t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\Delta\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=1+t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Do đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;1)$ và vuông góc với (P) nên đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_{(P)}=(2;-1;1)$.

Nên đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=1+t\end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 206. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;4;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;2)$.

✍**Lời giải.**

Do mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là véc-tơ pháp tuyến của (P). Do đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 207. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ có véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(1;2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;1;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;-1;2)$. **D.** $\vec{u}_4=(-1;-2;-3)$.

✍**Lời giải.**

$(d)\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}\Rightarrow \vec{u}_3=(2;-1;2)$.

Chọn đáp án (C) □

1.1 ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. C	5. A	6. C	7. D	8. B	9. D	10. D
11. A	12. C	13. D	14. A	15. C	16. A	17. C	18. C	19. A	20. C
21. A	22. A	23. D	24. D	25. A	26. A	27. A	28. B	29. A	30. B
31. D	32. D	33. D	34. A	35. C	36. B	37. D	38. B	39. D	40. A
41. C	42. B	43. C	44. A	45. C	46. B	47. D	48. B	49. D	50. D
51. A	52. C	53. B	54. B	55. C	56. D	57. C	58. B	59. A	60. B
61. C	62. C	63. C	64. B	65. B	66. D	67. A	68. B	69. A	70. C
71. A	72. C	73. A	74. B	75. A	76. A	77. A	78. B	79. D	80. C
81. A	82. B	83. D	84. B	85. B	86. B	87. B	88. C	89. B	90. A
91. D	92. B	93. B	94. A	95. C	96. C	97. B	98. B	99. C	100. C
101. D	102. B	103. A	104. A	105. D	106. B	107. A	108. D	109. B	110. B
111. B	112. D	113. B	114. C	115. D	116. B	117. A	118. B	119. C	120. C
121. D	122. B	123. A	124. B	125. C	126. B	127. A	128. D	129. B	130. A
131. C	132. D	133. B	134. B	135. B	136. C	137. A	138. B	139. D	140. B

141. C	142. B	143. B	144. B	145. A	146. B	147. B	148. D	149. D	150. B
151. A	152. A	153. B	154. A	155. A	156. B	157. B	158. C	159. C	160. C
161. B	162. A	163. C	164. A	165. A	166. B	167. A	168. C	169. A	170. B
171. C	172. D	173. C	174. A	175. B	176. C	177. B	178. D	179. B	180. D
181. D	182. A	183. B	184. B	185. A	186. B	187. D	188. A	189. A	190. D
191. A	192. C	193. D	194. A	195. A	196. A	197. C	198. B	199. C	200. D
201. A	202. A	203. B	204. C	205. A	206. B	207. C			

2 THÔNG HIỂU

Câu 1 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{b}=(-1;0;2)$. **B.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{d}=(-1;1;2)$. **D.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

✍**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án A □

Câu 2 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\vec{u_2}=(1;2;0)$. **B.** $\vec{u_3}=(1;0;0)$. **C.** $\vec{u_4}=(-1;2;0)$. **D.** $\vec{u_1}=(0;2;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $M_1(1;0;0)$ và $M_2(0;2;0)$. Do đó, $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Điểm M nào sau đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(2;1;3)$. **B.** $M(2;0;4)$. **C.** $M(1;-2;3)$. **D.** $M(1;2;-3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-1;1)$ và vuông góc với 2 đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1-t\\y=-1+t\\z=-2t\end{cases}$, $d'\colon \begin{cases}x=1+t'\\y=3-2t'\\z=1\end{cases}$. Tìm toạ độ véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của d.

A. $\vec{u}=(-4;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(-4;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(-4;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(4;2;1)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-3t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;1)$, $B(3;2;-2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A, B. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=3-t\\z=1-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=1-t\\z=-5-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=2+t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;-3;1)$.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=-3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+5t\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=3+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-t\\y=-8+5t\\z=5-4t\end{cases}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua hai điểm $M(2;3;4)$, $N(3;2;5)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-4}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-4}{1}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;-1;0)$ là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và song song với đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3. \end{cases}$

A. $\begin{cases} x=1-t' \\ y=2-t' \\ z=-1. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2+t' \\ y=1-t' \\ z=3. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=3+t' \\ y=t' \\ z=-1. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=3+t' \\ y=-t' \\ z=-1. \end{cases}$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon y+3=0$.

A. $\Delta\colon \begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=-3. \end{cases}$ **B.** $\Delta\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=3. \end{cases}$ **C.** $\Delta\colon \begin{cases} x=2 \\ y=-1+t \\ z=3. \end{cases}$ **D.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=3. \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;2;-4), B(4;1;1)$ và $C(2;6;-3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $d\colon \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x+12}{3}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $d\colon \dfrac{x-3}{7}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **D.** $d\colon \dfrac{x+7}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là

A. $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-2t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\Delta\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;2)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;3)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC).

A. $\Delta\colon \begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-2t \\ z=2-t \end{cases}$. **C.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1 \\ y=2+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1-3t \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $G(1;2;2)$ và đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-3;0;0)$.

Do đó $\Delta\colon \begin{cases} x=1-3t \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình tham số của đường thẳng d?

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=1-t \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P).

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-4}{3}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-4}{3}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;3;1)$, đường thẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và song song với OB có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+3t \\ z=-3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+3t \\ z=-3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2-6t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng (d): $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-5}{1}$ và d': $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' là

A. trùng nhau. **B.** cắt nhau.
C. chéo nhau. **D.** song song với nhau.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=13-t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua $A(0;1;-1)$ cắt và vông góc với đường thẳng Δ. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường thẳng d?

A. d: $\begin{cases} x=5t' \\ y=1+5t; \\ x=-1+8t' \end{cases}$. **B.** d: $\begin{cases} x=t' \\ y=1+t' \\ z=-1+2t' \end{cases}$. **C.** d: $\begin{cases} x=5 \\ y=5+t' \\ z=10-t' \end{cases}$. **D.** d: $\begin{cases} x=5+5t' \\ y=6+5t' \\ z=9+8t' \end{cases}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3-t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=2t' \\ y=-1-2t' \\ z=5-2t' \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. d trùng d'. **B.** d cắt d'.
C. d và d' chéo nhau. **D.** d song song với d'.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$, Δ_2: $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. Vị trí tương đối của Δ_1 và Δ_2 là

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** cắt nhau. **D.** chéo nhau.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d_2\begin{cases} x=1+kt \\ y=t \\ y=-1+2t \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của k để d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $k=-1$. **B.** $k=0$. **C.** $k=1$. **D.** $k=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \\ z=5+4t \end{cases}$ và d_2: $\begin{cases} x=7+3m \\ y=-2+2m \\ z=1-2m \end{cases}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho là

A. song song. **B.** chéo nhau. **C.** trùng nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 24. Cho đường thẳng d : $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Đường thẳng nào sau đây song song với d?

A. Δ_1: $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$. **B.** Δ_2: $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.
C. Δ_3: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** Δ_4: $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;-1)$, vuông góc và cắt đường thẳng $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=-1+4t \end{cases}$.

A. $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+1}{-8}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$.
C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{13}=\dfrac{y-1}{-28}=\dfrac{z+1}{20}$.

✍Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-m}=\dfrac{z-2}{-3}$ và d_2: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d_1 vuông góc d_2.

A. $m=5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=-1$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và $d_2: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{3}$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. Chéo nhau. **B.** Trùng nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Song song nhau.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và chứa đường thẳng $d: \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+3}{1}$.

A. $23x+17y-z+14=0$. **B.** $23x-17y-z+14=0$.
C. $23x+17y+z-60=0$. **D.** $23x-17y-z-14=0$.

Lời giải.

Thay tọa độ của điểm A vào các phương trình, ta loại được hai phương án.
Lấy điểm $M(0;1;-3) \in d$ và thay vào hai phương trình còn lại, ta loại được một phương án.
Vậy phương án còn lại là phương án đúng.
Chọn đáp án B □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;1;3)$ và vuông góc với đường thẳng OA.

A. $2x+y+3z-14=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$.
C. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$. **D.** $3x-y-2z+1=0$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, tìm giao điểm của $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và $(P): 2x-y-z-7=0$.

A. $M(0;2;-4)$. **B.** $M(1;4;-2)$. **C.** $M(3;-1;0)$. **D.** $M(6;-4;3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$, mặt phẳng $(P): x-y+z+4=0$ và điểm $A(1;1;2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A, song song với (P) và vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z+2}{3}$.
C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+2}{-3}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{m} = \dfrac{y+2}{2m-1} = \dfrac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+3y-2z-5=0$. Để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d.

A. $x-y-4z+3=0$. **B.** $x-7y-4z+8=0$. **C.** $x-6y-4z+9=0$. **D.** $x-7y-4z+9=0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P).
B. Nếu $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P).
C. Nếu d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.
D. Nếu d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (P): $3x-4y+2z-2016=0$?

A. $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. **B.** $d_2: \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-1}{1}$.
C. $d_3: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z-1}{-4}$. **D.** $d_1: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z-1}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=2+t \\ z=2+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+1=0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. d vuông góc với (P).
B. d song song với (P).
C. d nằm trong (P).
D. d cắt và không vuông góc với (P).

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+my+m^2z-1=0$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) song song với đường thẳng d.

A. $m=0$ và $m=\dfrac{1}{2}$.
B. $m=-\dfrac{1}{2}$.
C. $m=1$.
D. $m=1$ và $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $N(2;-3;-5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+2=0$.

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+5}{-1}$.
B. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$.
C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-1}{-5}$.
D. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+1}{-5}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z+9=0$. Tìm toạ độ giao điểm của d và (P).

A. $(2;1;1)$.
B. $(0;-1;4)$.
C. $(1;-3;3)$.
D. $(2;-5;1)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{3}$ và $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-1}{6}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Δ và d cắt nhau.
B. Δ và d song song.
C. Δ và d chéo nhau.
D. Δ và d vuông góc với nhau.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \begin{cases}x=1+2t\\ y=7+t\\ z=3+4t\end{cases}$, $d_2\colon \begin{cases}x=6+3t'\\ y=-1-2t'\\ z=-2+t'\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 trùng với d_2.
B. d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 song song d_2.
D. d_1 cắt d_2.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon y+2z=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2-t\\ y=4+2t\\ z=1\end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm M của mặt phẳng (α) và đường thẳng d.

A. $M(5;-2;1)$.
B. $M(5;2;1)$.
C. $M(1;6;1)$.
D. $M(0;-2;1)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $M(2-t;4+2t;1)$. Do $M\in(\alpha)$ nên ta có: $(4+2t)+2.1=0 \iff t=-3$.
Vậy $M(5;-2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{5}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-4}{1}$. Hỏi đường thẳng d song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây?

A. $x+y-2z+2=0$.
B. $x+y-2z+9=0$.
C. $5x-3y+z-2=0$.
D. $5x-3y+z-9=0$.

✍**Lời giải.**

Kiểm tra các phương án, ta được kết quả đúng là $x+y-2z+2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-1=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $\begin{cases}x=2+t\\ y=-1-3t\\ z=3+2t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3+t\\ z=2+3t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3-t\\ z=2+3t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3-t\\ z=2-3t\end{cases}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. véc-tơ pháp tuyến mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với đường thẳng (d).

A. $\vec{n}=(-2;0;-4)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(0;2;0)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d vuông góc với (P). **B.** d nằm trong (P).
C. d cắt và không vuông góc với (P). **D.** d song song với (P).

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{4}$, $\Delta_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm toạ độ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của (P).

A. $\vec{n}=(5;-6;7)$. **B.** $\vec{n}=(-5;-6;7)$. **C.** $\vec{n}=(-5;6;-7)$. **D.** $\vec{n}=(-5;6;7)$.

✍**Lời giải.**

$[\vec{n_1},\vec{n_2}]=(-5;6;7)$

Chọn đáp án D □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y-z-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua $M(1;1;-2)$ song song với (P) và vuông góc với d là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+5}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;5;-2)$, $B(2;-1;7)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{MA}{MB}$.

A. $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{MA}{MB}=2$. **C.** $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{MA}{MB}=3$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon 3x+y-3=0$, $(Q)\colon 2x+y+z-3=0$.

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-3t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(3;5;-12)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng Oyz tại N. Tính tỉ số $\dfrac{BN}{AN}$.

A. $\dfrac{BN}{AN}=4$. **B.** $\dfrac{BN}{AN}=2$. **C.** $\dfrac{BN}{AN}=5$. **D.** $\dfrac{BN}{AN}=3$.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z+5=0$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{-3}$. Tìm tọa độ giao điểm giữa (P) và d.

A. $(17;9;20)$. **B.** $(17;-9;-20)$. **C.** $(-17;9;20)$. **D.** $(1;3;2)$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-t \\ z=4+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+3=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. d song song với (P). **B.** d vuông góc với (P).
C. d nằm trên (P). **D.** d cắt (P).

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-t \\ z=4+2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. d cắt (P) tại một điểm. **B.** d nằm trên (P).
C. d song song với (P). **D.** d vuông góc với (P).

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;-1)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A,B cắt mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ tại điểm $S(a;b;c)$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. -3. **B**. 0. **C**. 2. **D**. 3.

Câu 56 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3).
Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-4}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+3=0$. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại đúng 1 điểm.
B. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).
C. Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (P).
D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 57. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=5+3t \\ z=4+2t \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $d \perp (P)$. **B**. $d \parallel (P)$.
C. $d \subset (P)$. **D**. d tạo với (P) một góc nhọn.

Câu 58 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3).
Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=1-2t \\ z=4-3t \end{cases}$ và đường thẳng $d': \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{3}$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa d và song song với d'?

A. Vô số. **B**. 2. **C**. 1. **D**. 0.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $MNPQ$ với $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;1)$ và $Q(2;-1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng MN và PQ có số đo bằng

A. 60°. **B**. 45°. **C**. 30°. **D**. 135°.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;-3)$, $B(4;3;-2)$, $C(6;-4;-1)$, $D(1;2;3)$. Chọn khẳng định **sai**.

A. Cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.
B. Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.
C. Tam giác ABC vuông.
D. Diện tích tam giác BCD bằng $\dfrac{3\sqrt{206}}{2}$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(1;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'C$ và BC'.

A. 45°. **B**. 60°. **C**. 30°. **D**. 30°.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

A. $(P_1): 4x-3z=0$. **B**. $(P_2): x-y-z-4=0$.
C. $(P_3): 3y-z=0$. **D**. $(P_4): 2y+z-2=0$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(2;0;2)$ và song song với đường thẳng CD, với $C(3;2;0)$, $D(1;2;1)$.

A. $x-6y+2z-6=0$. **B**. $x+6y-2z-6=0$. **C**. $x-6y-2z-6=0$. **D**. $x+6y+2z-6=0$.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+2}{2m-1} = \dfrac{z+3}{2} \left(m \neq \dfrac{1}{2}\right)$ và mặt phẳng $(P): x+3y-2z-5=0$. Tìm giá trị m để đường thẳng d vuông góc với (P).

A. $m = \dfrac{4}{3}$. **B**. $m=0$. **C**. $m=-3$. **D**. $m=-1$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-5z+10=0$ và đường thẳng d đi qua hai điểm $M(-1;0;2), N(3;2;0)$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 90°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 30°.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3;-1), B(1;2;-3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x+y+z=8$ tại điểm S. Tính tỉ số $\dfrac{SA}{SB}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B**. 2. **C**. 1. **D**. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 67. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-mt\\y=5+t\\z=-6+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y+3z-3=0$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d khi

A. $m=-1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Câu 68. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mp$(P): x+2y+z-5=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x+y-5z+6=0$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;7)$ biết d vuông góc với (P).

A. $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+7}{-5}$. **B.** $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+5}{7}$.

C. $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-7}{-5}$. **D.** $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-7}{-5}$.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+8t\\y=-2+6t\\z=-3-14t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=1+t\\z=-1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng (P): $2x-2y-4z+1=0$. Khi đó, tính góc tạo bởi Δ và mặt phẳng (P).

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=0\\z=2+t\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $30°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (Oxy).

A. $M(-1;2;0)$. **B.** $M(1;0;0)$. **C.** $M(2;-1;0)$. **D.** $M(3;-2;0)$.

Câu 74. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, góc giữa đường thẳng $d_1:\dfrac{x+4}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=5-2t\\y=7-4t\\z=3-2t\end{cases}$ bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

✍**Lời giải.**

Chọn đáp án C □

Câu 75. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Tính $\cos\varphi$.

A. $\cos\varphi=\dfrac{5}{9}$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{65}}{9}$. **C.** $\cos\varphi=\dfrac{9\sqrt{65}}{65}$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{4}{9}$.

Câu 76. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và điểm $A(1;2;-3)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P).

A. $(1;1;2)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Câu 77. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;3)$ và mặt phẳng (α): $x+2y-z-3=0$. Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α).

A. $(3;1;2)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(4;3;1)$. **D.** $(0;-5;-1)$.

Câu 78. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Điểm A thuộc (d) sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Tìm tọa độ điểm A biết A có hoành độ dương.

A. $A(0;0;-1)$. **B.** $A(-2;1;-2)$. **C.** $A(4;-2;1)$. **D.** $A(2;-1;0)$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm I thuộc đường thẳng AB (I khác B) sao cho khoảng cách từ I đến (P) bằng khoảng cách từ B đến (P).

A. $I(-3;1;1)$. **B.** $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$. **C.** $I\left(2;\frac{8}{3};1\right)$. **D.** $I(3;3;1)$.

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;-2;3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(0;0;3)$. **C.** $(-1;2;0)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 81. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=-8+4t \\ y=5-2t \\ z=t \end{cases}$ và điểm $A(3;-2;5)$. Tìm tọa độ hình chiếu của điểm A trên d.

A. $(4;-1;-3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;-3)$. **D.** $(-4;-1;3)$.

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-3;1)$ trên Δ.

A. $H(-1;-2;0)$. **B.** $H(1;-3;2)$. **C.** $H(-3;-1;-2)$. **D.** $H(3;-4;4)$.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;3;-1), B(2;3;-4)$ và $C(1;2;0)$. Tìm tọa độ điểm D đối xứng với C qua đường thẳng AB.

A. $(6;-5;4)$. **B.** $(-5;6;4)$. **C.** $(4;6;-5)$. **D.** $(6;4;-5)$.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, gọi B là điểm đối xứng với điểm $A(1;2;1)$ qua mặt phẳng $(P): y-z=0$. Tìm tọa độ điểm B.

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(-1;1;2)$. **D.** $(1;1;2)$.

Câu 85. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{3-z}{1}$. Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d.

A. $(2;0;5)$. **B.** $(1;3;2)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy).

A. $\begin{cases} x=3-6t \\ y=11-9t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5+6t \\ y=11-9t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5-6t \\ y=11+9t \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5-6t \\ y=11-9t \\ z=0 \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

• Trên đường thẳng d lấy hai điểm $A(-1;2;-3)$ và $B(1;5;-2)$.

• Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B xuống mặt phẳng (Oxy) suy ra $A'(-1;2;0)$ và $B'(1;5;0)$.

• Khi đó hình chiếu d' của d xuống (Oxy) qua hai điểm A', B'.

Dễ thấy hai điểm A', B' thuộc đường thẳng $\begin{cases} x=5-6t \\ y=11-9t \\ z=0 \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, $d': \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=1-t \end{cases}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d, d'.

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{6}}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+5}{1}$ cắt mặt phẳng Oxz tại điểm A cách gốc tọa độ O một khoảng bằng

A. 1. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 5.

✍Lời giải.

Điểm A thuộc (Oxz) cho nên $A(x_0;0;z_0)$ thay vào (d) ta được $x_0=3, z_0=-4$ cho nên $OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;-2;2)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{1}$. Tìm tọa độ điểm H thuộc Δ sao cho đoạn thẳng MH có độ dài nhỏ nhất.

A. $(-3;3;-4)$. **B.** $(3;-3;2)$. **C.** $(4;-4;3)$. **D.** $(3;3;2)$.

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-y+2z-1=0$, điểm $A(1;-1;0)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên (P).

A. $H(-10;-3;4)$. **B.** $H(7;2;-2)$. **C.** $H(-\frac{10}{3};\frac{1}{3};\frac{7}{3})$. **D.** $H(\frac{5}{6};-\frac{5}{6};-\frac{1}{3})$.

Câu 91 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+3=0$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=-3+2t, \\ y=-1+3t, \\ z=-1+2t. \end{cases}$ Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=\frac{10}{3}$. **B.** $d=\frac{2}{3}$. **C.** $d=0$. **D.** $d=2$.

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$ và điểm $M(3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm N là điểm đối xứng của điểm M qua đường thẳng d.

A. $N(-1;1;5)$. **B.** $N(-9;-3;-7)$. **C.** $N(-5;-1;-1)$. **D.** $N(1;6;2)$.

✍Lời giải.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng d. Khi đó $I(-1+2t;2+t;3t)\in d$.

Ta có $\overrightarrow{MI}=(2t-4;t-3;3t-1)$. Do $MI\perp d$ nên ta có $2(2t-4)+(t-3)+3(3t-1)=0$.

Suy ra $t=1$, vậy $I(1;3;3)$. Vì N là điểm đối xứng của M qua đường thẳng d nên I là trung điểm của MN. Vậy $N(-1;1;5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases}$.

Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+3t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1-3t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+3t \\ z=-2-t \end{cases}$.

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$, $C(2;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ABC). Độ dài đoạn thẳng OM bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;1;0)\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua A, nhận $\vec{n}=(3;3;1)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $3x+3y+z-8=0$.

Do $M\in d$ nên $M(t;-2+3t;3-t)$.

Mặt khác $M\in(ABC)$ nên $3t+3(-2+3t)+3-t-8=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)\Rightarrow OM=\sqrt{6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(6;-7;0)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(-3;8;-3)$. **D.** $(0;3;-2)$.

✍Lời giải.

Gọi H là giao điểm của AB và đường thẳng d, ta có $H(2t+1;t-1;-t+2) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(2t;t-3;-t+3)$.
Do $AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}_d=0 \Rightarrow 6t-6=0 \Rightarrow t=1$.
Từ đó $\overrightarrow{AH}(2;-2;2) \Rightarrow B(1+2k;2-2k;-1+2k)$.
Ta có $B \in (P) \Rightarrow B(0;3;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $(P)\colon x-y+2z=0$. **B.** $(P)\colon x-2y-2=0$. **C.** $(P)\colon x+y+2z=0$. **D.** $(P)\colon x-y-2z=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;2)$. Do đó, phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

$$1(x-2)+(-1)(y-0)+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(2;1;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=2t.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 98. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{u}=(-1;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;-4;2)$. **D.** $\vec{u}=(2;4;-2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-4;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB nên véc-tơ $\vec{u}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(-1;2;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án A □

Câu 99. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;2;4)$. Phương trình nào dưới đây không phải phương trình đường thẳng AB?

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{5}$. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{-5}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;5)$ không cùng phương với véc-tơ $\vec{u}=(1;1;5)$ nên đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{5}$ không phải phương trình đường thẳng AB.

Chọn đáp án A □

Câu 100. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{4}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x+2y+z-1=0$ là

A. $M(1;-1;0)$. **B.** $M(-1;0;1)$. **C.** $M(-1;1;0)$. **D.** $M(1;0;-1)$.

✍Lời giải.

Giả sử M là giao điểm của d và (P). Vì $M\in d$ nên $M(1+t,-1-2t,4t)$.
Vì $M\in(P)$ nên $3(1+t)+2(-1-2t)+4t-1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow M(1;-1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;4;-7)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+5=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-7}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-7}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+7}{-2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $(1;2;-2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P). Vì d nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) làm véc-tơ chỉ phương nên $(1;2;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của d. Phương trình đường thẳng d: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=2\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=2\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=-1\\y=2\\z=2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Trục Oy có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}(0;1;0)$.

Đường thẳng đi qua M, song song với Oy có phương trình là $\begin{cases}x=-1\\y=2+t\\z=2\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án A □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;1)$ và hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình là $x-3z+1=0$, $2y-z+1=0$. Đường thẳng d đi qua I và song song với mặt phẳng (P), (Q) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{6}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{6}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(6,1,2)$.

Đường thẳng d đi qua I và song song với mặt phẳng (P), (Q) có phương trình là $\frac{x-1}{6}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-1}$.

A. $x+2y-5=0$. **B.** $2x+y-z+4=0$. **C.** $-2x-y+z-4=0$. **D.** $-2x-y+z+4=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-1}$ là

$$2(x-1)+1(y-2)-1(z-0)=0\Leftrightarrow -2x-y+z+4=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 105. Đường thẳng d: $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{3}$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (α_1): $4x+2y+6z-2018=0$. **B.** (α_2): $2x+y-3z-2017=0$.
C. (α_3): $3x+y+2z-2017=0$. **D.** (α_4): $2x-y+3z-2018=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;3)$.
Mặt phẳng (α_1) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;2;6)$.
Vì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$ nên $d\perp(\alpha_1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

A. $(P)\colon x+2y-5=0$.
B. $(P)\colon 2x+y-z+4=0$.
C. $(P)\colon -2x-y+z-4=0$.
D. $(P)\colon -2x-y+z+4=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.
Vì $(P)\perp d$ nên $\vec{u}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2(x-1)+1(y-2)-1(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-4=0 \Leftrightarrow -2x-y+z+4=0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $(P)\colon -2x-y+z+4=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng d đi qua $M(0;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x+3y-1=0$.

A. $d\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=3+2t\end{cases}$.
B. $d\colon \begin{cases}x=1\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$.
C. $d\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.
D. $d\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+3t\\z=3\end{cases}$.

Lời giải.

Vì đường thẳng d vuông góc với (P) nên một véc-tơ chỉ phương của d là véc-tơ pháp tuyến của (P), do đó $\vec{a}_d=\vec{n}_{(P)}=(1;3;0)$.

Vì điểm $M\in d$ nên phương trình đường thẳng d là $d\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+3t\\z=3.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và $\Delta'\colon \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Δ trùng với Δ'.
B. Δ và Δ' chéo nhau.
C. Δ và Δ' song song với nhau.
D. Δ cắt Δ'.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có một vec-tơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta=(2;-1;4)$, đường thẳng Δ' có một vec-tơ chỉ phương $\vec{a}_{\Delta'}=(3;2;-1)$. Vì $\vec{a}_\Delta$ và $\vec{a}_{\Delta'}$ không cùng phương nên Δ và Δ' chỉ có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.
Xét hệ phương trình giao điểm của Δ và Δ'

$$\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\\\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\\\dfrac{2t+1}{3}=\dfrac{-t+3}{2}=\dfrac{4t-5}{-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\x=-t\\y=0\\z=3.\end{cases}$$

Do đó Δ cắt Δ'.
Chọn đáp án D □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-1;4;2)$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC.

A. $\sqrt{6}$.
B. $\sqrt{2}$.
C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
D. $\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng BC là $\begin{cases} x = -t \\ y = 3+t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng BC, tọa độ điểm H có dạng $H(-t;3+t;1+t)$. Vì $AH \perp BC$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$, suy ra $H(2;1;-1)$.

Khoảng cách $\mathrm{d}(A,BC) = AH = \sqrt{0^2+1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 110. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = -t \\ y = 2+3t \\ z = -4+3t. \end{cases}$

A. $\dfrac{2\sqrt{110}}{55}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{110}}{23}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{55}}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{3}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(0;4;-1)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (-1;1;-2)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $B(0;2;-4)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (-1;3;3)$.

Suy ra khoảng cách giữa hai đường thẳng $\mathrm{d}(d_1,d_2) = \dfrac{\left|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}] \cdot \overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]\right|} = \dfrac{2\sqrt{110}}{55}$.

Chọn đáp án A □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** 1.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (2;-1;2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-1;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;2;-1)$.

Do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $M \notin (P) \Rightarrow \Delta \parallel (P)$.

Vậy $\mathrm{d}(\Delta,(P)) = \mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|2\cdot 1-(-1)+2\cdot 1-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta)\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{3}$ là

A. $(2;4;6)$. **B.** $\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $(0;0;0)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

✍Lời giải.

Gọi $H(t;2t;3t) \in (\Delta)$. Ta có $\overrightarrow{MH} = (t-1;2t;3t-1)$.

H là hình chiếu cần tìm $\Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{(\Delta)} = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{2}{7} \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z=0$ là

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng (Δ) qua $A(3;2;-1)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2+t \\ z = -1+t. \end{cases}$

Tọa độ hình chiếu H của A lên (α) là giao điểm của (Δ) và (α).

Tọa độ $H(3+t;2+t;-1+t) \in (\alpha) \Rightarrow t = -\dfrac{4}{3} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véc-tơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-2;-2)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(-2;2;2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng (Δ) qua $M(-1;0;3)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$ có phương trình là $\begin{cases}x=-1+t\\y=-2t\\z=3+t.\end{cases}$

Hình chiếu của $M(-1;0;3)$ theo phương véc-tơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ là giao điểm N của (Δ) và (P).
Tọa độ $N(-1+t;-2t;3+t)\in(P)\Rightarrow t=-1\Rightarrow N(-2;2;2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 115. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta)\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $3x-y+2z+1=0$. **C.** $x+y+z-1=0$. **D.** $3x+y-2z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases}A(0;1;0)\in(P)\\B(2;1;3)\in(\Delta)\subset(P)\end{cases}\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_{(\Delta)}\right]=(3;1;-2)$.

Ta được $(P)\colon 3x+y-2z-1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d'?

A. $\vec{u}=(2;3;0)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;1)$. **C.** $\vec{u}=(-2;3;0)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;0)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng Oxy là $I(5;11;0)$.
Gọi $A(-1;2;-3)\in d$.
Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng Oxy suy ra $A'(-1;2;0)\Rightarrow\overrightarrow{A'I}=(6;9;0)$.
Vậy đường thẳng d' có một véc-tơ chỉ phương là $(2;3;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 120°. **D.** 45°.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u}=(-1;2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d và $\vec{n}=(1;-1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Suy ra $\sin(d;(P))=\left|\cos\left(\vec{u};\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{u}\cdot\vec{n}\right|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy $(d;(P))=60^\circ$.

Chọn đáp án A □

Câu 118. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$ và $d_2\colon\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau. **B.** Trùng nhau. **C.** Song song. **D.** Cắt nhau.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{u}(2;1;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1; $\vec{v}(-2;-1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2; $A(1;0;-2)$ là một điểm thuộc d_1.
Vì $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương, đồng thời $A\in d_1$ nhưng $A\notin d_2$ nên d_1 và d_2 song song với nhau.

Chọn đáp án C □

Câu 119. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x+3y-z+1=0$, $(Q)\colon 2x-y+z-7=0$.

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{-7}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-10}{7}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{7}$.

✍**Lời giải.**

Gọi (d) là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x+3y-z+1=0\\2x-y+z-7=0.\end{cases}$

Cho $x=2$, ta có $y=0, z=3$, ta có $A(2;0;3)\in(d)$.

Mặt khác $\vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(2;-3;-7)$ ta có thể chọn $\vec{u}_1=(-2;3;7)$ làm véc-tơ chỉ phương của (d).

Vậy (d): $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 120. Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

✍**Lời giải.**

(P): $x+z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;0;1)$.

(Q): $x-2y-z+3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;-2;-1)$.

Ta có: $[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=(2;2;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ, thì $\vec{u}\perp\vec{n}_1$ và $\vec{u}\perp\vec{n}_2$.

Suy ra $\vec{u}$ cùng phương với $[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$. Chọn $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Lấy $M(2;1;3)$ thuộc hai mặt phẳng (P) và (Q).

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;1;3)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Vậy phương trình Δ là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án C □

Câu 121. Mặt phẳng (P) đi qua $A(3;0;0)$, $B(0;0;4)$ và song song với trục Oy có phương trình là

A. $4x+3z-12=0$. **B.** $3x+4z-12=0$. **C.** $4x+3z+12=0$. **D.** $4x+3z=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;0;4)$; Oy có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do $\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{j}\\\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\end{cases}$ nên ta có thể chọn $\vec{n}=\left[\vec{j},\overrightarrow{AB}\right]=(4;0;3)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng cần tìm qua điểm $A(3;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;0;3)$ là (P): $4(x-3)+3(z-0)=0$ hay $4x+3z-12=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M, vuông góc với d và song song với (P).

A. Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** Δ: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

C. Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **D.** Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;0;1)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d và song song với (P) nên nhận $[\vec{u}_d,\vec{n}_P]=(-5;-5;10)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Do đó Δ qua M và nhận $\vec{u}=(1;1;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương và có phương trình

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 123. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d?

A. $Q(-2;-4;7)$. **B.** $N(4;0;-1)$. **C.** $M(1;-2;3)$. **D.** $P(7;2;1)$.

Lời giải.

- Dễ thấy $M(1;-2;3)\in d$.
- Với $N(4;0;-1)$ ta có $\dfrac{4-1}{3}=\dfrac{0+2}{2}=\dfrac{-1-3}{-4}=1$ nên $N\in d$.
- Với $P(7;2;1)$ ta có $\dfrac{7-1}{3}=\dfrac{2+2}{2}\neq\dfrac{1-3}{-4}$ nên $P\notin d$.
- Với $Q(-2;-4;7)$ ta có $\dfrac{-2-1}{3}=\dfrac{-4+2}{2}=\dfrac{7-3}{-4}=-1$ nên $Q\in d$.

Chọn đáp án D □

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là.

A. $\vec{u}=(2;3;2)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}=(-3;5;1)$. **D.** $\vec{u}=(4;5;-13)$.

Lời giải.

Ta có $\{M\}=\Delta\cap d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Do $A(1;-1;2)$ là trung điểm của MN nên $N(3-2t;-2-t;2-t)$.

Mặt khác $N\in(P)$ nên $3-2t-2-t-4+2t+5=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ.

Chọn đáp án A □

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+1=0$, $(Q)\colon 2x+y-z-4=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $d\parallel(P)$. **B.** $d\parallel(Q)$. **C.** $(P)\cap(Q)=d$. **D.** $d\perp(P)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(1;1;-1)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;1;1)$. Mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$, $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;-1)$.

Vì $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(0;3;3)=3\cdot\vec{u}$, $A\in(P)$, $A\in(Q)$ nên $(P)\cap(Q)=d$.

Chọn đáp án C □

Câu 126. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-6}{-2}$ và $d_2\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là

A. $(P)\colon x+4y+3z-12=0$. **B.** $(P)\colon x+8y+5z+16=0$.
C. $(P)\colon x+8y+5z-16=0$. **D.** $(P)\colon 2x+y-6=0$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1=(2;1;-2)$, véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2=(1;-2;3)$ và điểm $M(2;-2;6)\in d_1$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-1;-8;-5)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P) là

$$-(x-2)-8(y+2)-5(z-6)=0\Leftrightarrow x+8y+5z-16=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 127. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;3)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z-8=0$, $(Q)\colon x-4y+z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với cả hai mặt phẳng (P), (Q).

A. $d\colon \begin{cases}x=3+t\\y=5-t\\z=3\end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases}x=3+t\\y=5\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $d\colon \begin{cases}x=3+t\\y=5\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases}x=3\\y=5+t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n}_1=(2;1;2)$, véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n}_2=(1;-4;1)$.
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u}=[\overrightarrow{n}_1,\overrightarrow{n}_2]=(9;0;-9)\parallel(1;0;-1)$, suy ra phương trình đường thẳng d là $d\colon\begin{cases}x=3+t\\y=5\\z=3-t.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 128. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta\colon\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2t\end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của A trên Δ là

A. $M(3;-1;2)$. **B.** $H(11;-17;18)$. **C.** $K(2;1;0)$. **D.** $N(1;3;-2)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u}=(1;-2;2)$. Gọi $I(2+t;1-2t;2t)$ là hình chiếu vuông góc của A lên Δ, khi đó

$$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{u}=0\Leftrightarrow(3+t)-2(-2t)+2(2t-6)=0\Leftrightarrow 9t-9=0\Leftrightarrow t=1.$$

Suy ra tọa độ hình chiếu của A lên Δ là $(3;-1;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 129. Cho hai đường thẳng $d_1\colon\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ và $d_2\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-m}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ (với m là tham số). Tìm m để hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau.

A. $m=9$. **B.** $m=4$. **C.** $m=5$. **D.** $m=7$.

Lời giải.

Ta có $M_1(1;2;3)\in d_1$ và véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\overrightarrow{u}_1=(1;-1;2)$, $M_2(1;m;-2)\in d_2$ và véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\overrightarrow{u}_2=(2;1;-2)$. Suy ra $\overrightarrow{M_1M_2}=(0;m-2;-5)$ và $[\overrightarrow{u}_1,\overrightarrow{u}_2]=(0;6;3)$.
Để d_1 cắt d_2 thì $[\overrightarrow{u}_1,\overrightarrow{u}_2]\cdot\overrightarrow{M_1M_2}=0\Leftrightarrow 6(m-2)-15=0\Leftrightarrow m=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 130. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1\colon\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-1\end{cases}$, $d_2\colon\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}(1;a;b)$. Tính $a+b$.

A. $a+b=1$. **B.** $a+b=-1$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+b=2$.

Lời giải.

Giả sử Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Ta có $A(a;1-a;-1)$ và $B(-1+2b;1+b;-2+b)$, suy ra $\overrightarrow{MA}=(a-1;2-a;-3)$, $\overrightarrow{MB}=(2b-2;b+2;b-4)$.
Vì $M\in\Delta$ nên M, A, B thẳng hàng. Do vậy

$$\begin{cases}a-1=k(2b-2)\\2-a=k(b+2)\\-3=k(b-4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2kb+2k=1\\a+kb+2k=2\\kb-4k=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\kb=\dfrac{1}{3}\\k=\dfrac{5}{6}.\end{cases}$$

Với $a=0$ suy ra $A(0;1;-1)$. Do đó một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AM}=(1;-2;3)$, do đó $a=-2$ và $b=3\Rightarrow a+b=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 131. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-11=0$ có phương trình là

A. $2x-y+2z+7=0$. **B.** $2x-y+2z-7=0$. **C.** $2x-y+2z+9=0$. **D.** $2x-y+2z-9=0$.

Lời giải.

Ta có $(S)\colon(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, suy ra (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=3$.
Gọi mặt phẳng cần tìm là (Q).
Vì $(Q)\parallel(P)$ nên phương trình (Q) có dạng: $2x-y+2z+c=0,(c\neq-11)$.
(Q) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi:

$$\mathrm{d}(I,(Q))=R\Leftrightarrow\frac{|2\cdot(-1)-2+2\cdot 3+c|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=7\\c=-11\text{ (loại).}\end{array}\right.$$

Vậy (Q): $2x - y + 2z + 7 = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 132. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng (β): $x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(2;3;3)$. **B.** $(5;6;8)$. **C.** $(0;1;3)$. **D.** $(1;-2;0)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;2)$ và đi qua điểm $A(2;3;0)$.

Mặt phẳng (β) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;-2)$.

Mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với (β) nên có véc tơ pháp tuyến $\vec{v} = [\vec{u}, \vec{n}] = (-4;4;0)$ và đi qua điểm A.

Do đó (α) có phương trình: $x - y + 1 = 0$.

Nhận thấy điểm có tọa độ $(2;3;3)$ thuộc (α) và thuộc (β).

Vậy giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm có tọa độ $(2;3;3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 133. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa trục Oz và mặt phẳng $(P): x - y - 2 = 0$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

✍Lời giải.

Vì $Oz \parallel (P) \Rightarrow \mathrm{d}[Oz,(P)] = \mathrm{d}[O,(P)] = \dfrac{|-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;6)$, $B(-3;1;-2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-4;3;-8)$ là $\dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-6}{-8}$.

M là giao điểm của AB với (Oxy) nên thỏa hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-6}{-8} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \dfrac{1}{4} \\ z = 0. \end{cases}$$

Suy ra $AM = \dfrac{3\sqrt{89}}{4}$ và $BM = \dfrac{\sqrt{89}}{4}$. Vậy $\dfrac{AM}{BM} = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 135. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng (d): $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

A. $(0;1;1)$. **B.** $(2;1;2)$. **C.** $(2;-1;-2)$. **D.** $(2;-2;-1)$.

✍Lời giải.

Do $\dfrac{2}{2} = \dfrac{-2+3}{1} = \dfrac{-1}{-1}$ nên $(2;-2;-1)$ là một điểm thuộc (d): $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng (P): $x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1;0;1)$.
Đường thẳng đi qua $M(3;2;-1)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (1;0;1)$ là véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2 \\ z = -1+t. \end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1;1;1)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$.

A. $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$. **B.** $H(1;1;1)$. **C.** $H(0;0;-1)$. **D.** $H(1;1;0)$.

✍**Lời giải.**
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1;1;1)$.
H thuộc đường thẳng d nên $H(1+t;1+t;t)$.
Suy ra $\overrightarrow{AH} = (t;t;t-1)$.
Do $AH \perp$ d nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow t+t+t-1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$.
Vậy $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$.
Chọn đáp án A □

Câu 138. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$, $Q(2;3;2)$.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng PQ đi qua $P(1;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{PQ} = (1;2;3)$.
Phương trình đường thẳng PQ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.
Chọn đáp án B □

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -2t \\ z = 1+t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là vectơ chỉ phương của đường thẳng?

A. $(6;-4;2)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(-3;2;-1)$. **D.** $(-3;2;1)$.

✍**Lời giải.**
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (3;-2;1)$. Ta có $2\vec{u} = (6;-4;2)$ và $-\vec{u} = (-3;2;-1)$.
Chọn đáp án D □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M(a;b;c) \in d$ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$. Tính $a+b+c$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

✍**Lời giải.**
Ta có $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+t \\ z = 2t \end{cases}$. Điểm $M(1-t;-2+t;2t)$; $MA^2 = 6t^2 - 20t + 40$ và $MB^2 = 6t^2 - 28t + 36$.
$MA^2 + MB^2 = 12t^2 - 48t + 76 = 28 \Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 48 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.
Vậy $M(-1;0;4)$ và $a+b+c = 3$.
Chọn đáp án B □

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.
Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-7=0.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap(P)$.
Suy ra $H\in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mà $H\in(P)$ nên $-1+t-6+4t-4+4t-7=0 \Rightarrow t=2$.
Vậy $H(1;1;2)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA', suy ra $A'(-1;0;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 142. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với (d) là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $I=(d)\cap(P)\Rightarrow I(1;1;1)$.

Ta có $\begin{cases}(\Delta)\subset(P)\\(\Delta)\perp(d)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\vec{u}_{(\Delta)}\perp\vec{n}_{(P)}\\\vec{u}_{(\Delta)}\perp\vec{u}_{(d)}\end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{(\Delta)}=\left[\vec{u}_{(P)},\vec{u}_{(d)}\right]=(5;-1;-3)$.

Vậy $(\Delta)\colon \dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 143. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1)\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$ và $(d_2)\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình là

A. $14x-4y-8z+1=0$. **B.** $14x-4y-8z+3=0$.

C. $14x-4y-8z-3=0$. **D.** $14x-4y-8z-1=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Ta thấy $\begin{cases}M(2;2;3)\in(d_1)\\N(1;2;1)\in(d_2)\end{cases} \Rightarrow$ trung điểm của đoạn MN là $I\left(\dfrac{3}{2};2;2\right)$.

Vì (d_1) và (d_2) chéo nhau, nên ta có $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(d_1)},\vec{n}_{(d_2)}\right]=(7;-2;-4)$.
Vậy $(P)\colon 14x-4y-8z+3=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 144. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;-2)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.
Vì $\vec{u}\cdot\vec{n}=0$ và $M\notin(P)$ nên $d\parallel(P)$.

Do đó, $\mathrm{d}(d,(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 145. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z-3=0$. Khi đó tổng $T=a+b+c$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-2} \\ 2x-2y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y+3=0 \\ 2x+z-1=0 \\ 2x-2y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(-2;-1;5).$$

Do đó $a=-2$, $b=-1$, $c=5$ nên $T=2$.

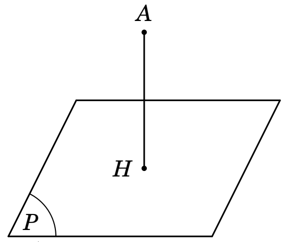
Chọn đáp án D □

Câu 146. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y-z+7=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Điểm $H(a;b;-1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Tổng $a+b$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải.

Đường thẳng AH đi qua điểm A và nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;-1)$ của (P) làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là



$$AH: \begin{cases} x=1+2t \\ y=1-2t \\ z=-2-t. \end{cases}$$

Vì $H\in AH$ nên $H(1+2t;1-2t;-2-t)$.

Mặt khác $H\in(P)$ nên $2(1+2t)-2(1-2t)-(-2-t)+7=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(-1;3;-1)$.
Do đó $a=-1$, $b=3 \Rightarrow a+b=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 147. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;4;6)$. Phương trình nào sau đây **không** phải là của đường thẳng Δ?

A. $\begin{cases} x=-5-2t \\ y=-10-4t \\ z=-15-6t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+2t \\ z=6+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+4t \\ z=3+6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=6+4t \\ z=12+6t \end{cases}$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(1;2;3)$ vào các phương trình, dễ thấy $M(1;2;3)$ không thỏa mãn phương trình $\begin{cases} x=3+2t \\ y=6+4t \\ z=12+6t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 148. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng (α): $x-y+2z=0$. Góc gữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $150°$. **D.** $120°$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}_\Delta=(1;2;-1)$. Mặt phẳng (α): $x-y+2z=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;2)$. Ta có

$$\sin(\Delta,(\alpha))=\frac{\left|\vec{v}_\Delta\cdot\vec{n}_{(\alpha)}\right|}{\left|\vec{v}_\Delta\right|\cdot\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|}=\frac{|1\cdot1+2\cdot(-1)+(-1)\cdot2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{1+(-1)^2+2^2}}=\frac{1}{2}.$$

Vậy góc gữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng $30°$.

Chọn đáp án A □

Câu 149. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(0;-1;-2)$ trên mặt phẳng (α): $x-y+z-2=0$ là $M'(x_0;y_0;z_0)$. Tính $x_0+y_0+z_0$.

A. $x_0+y_0+z_0=0$. **B.** $x_0+y_0+z_0=-2$. **C.** $x_0+y_0+z_0=4$. **D.** $x_0+y_0+z_0=-4$.

Lời giải.

Ta có $MM'\perp(\alpha)\Rightarrow MM'$: $\begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=-2+t. \end{cases}$

$M'\in MM'\Rightarrow M'(t;-1-t;-2+t)$.
$M'\in(P)\Leftrightarrow t+1+t-2+t-2=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M'(1;-2;-1)$.
Do đó $x_0=1$, $y_0=-2$, $z_0=-1\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Chọn đáp án B □

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $(P)\colon x-y+2z=0$. **B.** $(P)\colon x-2y-2=0$. **C.** $(P)\colon x-y-2z=0$. **D.** $(P)\colon x+y+2z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) vuông góc với d có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{u}_d=(1;-1;2)$.
Suy ra $(P)\colon 1(x-2)-1(y-0)+2(z+1)=0$ hay $(P)\colon x-y+2z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Gọi $H(t;2-t;3+2t)$ là hình chiếu của M lên Δ.
Ta có $\overrightarrow{MH}=(t-2;6-t;4+2t)$ và $\vec{u}=(1;-1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ.
H là hình chiếu của M lên Δ khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow t-2-(6-t)+2(4+2t)=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(0;2;3).$$

Vậy $\mathrm{d}(M,\Delta)=MH=\sqrt{(0-2)^2+(2+4)^2+(3+1)^2}=2\sqrt{14}$.

Chọn đáp án B □

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{a}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{c}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{b}=(-2;2;2)$. **D.** $\vec{d}=(-1;1;0)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC, ta có $M(0;2;1)$. Do đó $\overrightarrow{AM}=(-1;1;0)$. Từ đó ta có trung tuyến AM có véc-tơ chỉ phương là $\vec{d}=(-1;1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 153. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-4y+7z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-4+2t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=7+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=3+7t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2-4t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=3+7t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2+3t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=3+7t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-4;-7)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).
Khi đó d đi qua A và nhận $\vec{n}=(3;-4;-7)$ là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=3+7t \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-1=0$ có dạng

A. $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.
Nhận thấy đường thẳng d cũng đi qua điểm $M(2;0;2)$ nên có thể viết lại là

$$d\colon \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-4}=\frac{z-2}{2}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 155. Cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z+1=0$, $(Q)\colon 2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-6}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{-6}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_{(P)}=(2;2;1)$, $\vec{n}_{(Q)}=(2;-1;2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), (Q).
Do d song song với cả (P) và (Q) nên d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(5;-2;-6)$.

Vậy phương trình của d là $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{-6}$.

Chọn đáp án D □

Câu 156. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường vuông góc chung Δ của hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=-3t\\y=t\\z=-1-3t\end{cases}$.

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Gọi $\Delta\cap d_1=M(1+t';3-t';2+2t')$, $\Delta\cap d_2=N(-3t;t;-1-3t)$.
$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-3t-1-t';t-3+t';-3-3t-2t')$.
d_1, d_2 lần lượt có 2 vectơ chỉ phương là $\vec{u_1}=(1;-1;2)$, $\vec{u_2}=(-3;1;-3)$.

Vì Δ là đường vuông góc chung của d_1, d_2 nên $\begin{cases}\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6t'-10t=4\\10t'+19t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1.\end{cases}$

$\Rightarrow M(2;2;4)$, $N(3;-1;2)$, $\overrightarrow{MN}=(1;-3;-2)$.

Vậy phương trình $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta\perp(P)$ nên $\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(1;2;0)$.

Hơn nữa Δ đi qua $A(1;2;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;3)$, $B(-10;-5;-1)$, $C(-3;-9;10)$. Phương trình đường phân giác kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{7}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-5}=\dfrac{y-2}{-6}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta có $AB=AC=\sqrt{186}$, do đó tam giác ABC cân tại A.

Phân giác kẻ từ đỉnh A đi qua trung điểm $M\left(-\dfrac{13}{2};-7;\dfrac{9}{2}\right)$ của cạnh BC.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(-\dfrac{15}{2};-9;\dfrac{3}{2}\right)$, do đó đường phân giác kẻ từ đỉnh A nhận véc-tơ $\vec{u}=(-5;-6;1)$ là véc-tơ chỉ phương, suy ra đường phân giác có phương trình là

$$\frac{x-1}{-5}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 159. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1,-1,2)$ và hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$, $d'\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$.

B. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$.

D. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1,-4,6)$ và d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(2,1,-5)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d,d' nên véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(14,17,9)$.

Vậy phương trình dường thẳng Δ cần tìm là $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Chọn đáp án D □

Câu 160. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{7}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$, đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_d}=(1;2;-1)$. Vì $\vec{n}\cdot\vec{u_d}\neq 0$ nên d và (P) cắt nhau.

Gọi A là giao điểm của d và (P), ta có $A(t;-1+2t;2-t)$ thỏa mãn $t-1+2t+2-t-3=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow A(1;1;1)$.

Điểm $B(0;-1;2)\in d$, gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên (P), ta có phương trình đường thẳng BH là $\begin{cases} x=t' \\ y=-1+t' \\ z=2+t'. \end{cases}$

Khi đó $H(t';-1+t';2+t')$ thỏa mãn $t'-1+t'+2+t'-3=0\Leftrightarrow t'=\dfrac{2}{3}\Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (P), khi đó H là trung điểm của BB' nên $B'\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

Đường thẳng d' đối xứng với d nên đi qua A, B' và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB'}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương. Khi đó $\vec{v}=(1;-2;7)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d'.

Vậy phương trình $d'\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc đường thẳng d có phương trình là

$$1(x-1)+1(y-0)+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0.$$

Gọi $B=d\cap(P)$. Khi đó tọa độ của B thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2} \\ x+y+2z-5=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x-y=1 \\ 2x-z=3 \\ x+y+2z=5 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases}$$

Suy ra $B(2;1;1)$.
Ta có $d \perp (P)$ suy ra $d \perp AB$. Do vậy đường thẳng Δ cũng chính là đường thẳng AB có $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$.
Đường thẳng Δ đi qua B và nhận $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 162. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = -1+2t \end{cases}$.
Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt đường thẳng d là

A. $\Delta\colon \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2}$. **B.** $\Delta\colon \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\Delta\colon \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. **D.** $\Delta\colon \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;2)$.
Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ. Khi đó $M(1+t;t;-1+2t)$.
Do đó $\overrightarrow{AM} = (t+4;t-2;2t-4)$.
Do đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d nên

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t+4+t-2+2(2t-4) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = (5;-1;-2).$$

Đường thẳng Δ đi qua $A(-3;2;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (5;-1;-2)$ có phương trình là $\Delta\colon \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.
Chọn đáp án D □

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng vuông góc với d?

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;3;-1)$.
Ta thấy đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (2;1;-1)$, suy ra

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2)\cdot(2) + 3\cdot 1 + (-1)\cdot(-1) = 0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 164. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3y-z+5 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng song song với mặt phẳng (α)?

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-3;-1)$.
Xét các trường hợp sau

- (d_1) đi qua điểm $M_1(-1;-2;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2;3;1)$. Khi đó $\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = -14 \neq 0$. Vậy (d_1) không song song với (α).
- (d_2) đi qua điểm $M_2(-1;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-2;3;1)$. Khi đó $\vec{u}_2 \cdot \vec{n} = -14 \neq 0$. Vậy (d_2) không song song với (α).
- (d_3) đi qua điểm $M_3(-1;-1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (-1;-1;1)$. Khi đó $\vec{u}_3 \cdot \vec{n} = 0$ và $2\cdot(-1) - 3\cdot(-1) - 0 + 5 = 6 \neq 0$. Vậy (d_3) song song với (α).
- (d_4) đi qua điểm $M_4(-1;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_4 = (-1;1;1)$. Khi đó $\vec{u}_4 \cdot \vec{n} = 0$ và $2\cdot(-1) - 3\cdot 1 - 0 + 5 = 0$. Vậy (d_4) nằm trong (α).

Chọn đáp án (C) □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2-t \\ z=-3-4t \end{cases}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

A. $-\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-2;1)$ và Δ đi qua $M(-1;2;-3)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;-4)$.

Do $\vec{n}\cdot\vec{u}=0 \Rightarrow \vec{n}\perp\vec{u}$ và $M\notin(P)$ nên Δ song song với (P).

Vậy $\mathrm{d}(\Delta,(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|2\cdot(-1)-2\cdot2+1\cdot(-3)+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai đường thẳng

$$d_1\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+3}{1}, \qquad d_2\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=1. \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với cả d_1 và d_2.

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=3-3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1,d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u_1}=(2;-1;1)$ và $\vec{u_2}=(-1;2;0)$. Do Δ vuông góc với cả d_1 và d_2 nên Δ nhận véc-tơ $[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(-2;-1;3)$ làm véc-tơ chỉ phương. Hơn nữa Δ qua điểm $A(1;-2;3)$ nên phương trình của Δ là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=3-3t. \end{cases}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(-2;1;3)$. Phương trình mặt phẳng qua A và d là

A. $x+y-z+4=0$. **B.** $2x-y+z+2=0$. **C.** $x+y-z-6=0$. **D.** $x+2y+3z-9=0$.

✍Lời giải.

Ta có $B(1;-2;3)\in d$, $\overrightarrow{AB}=(3;-3;0)$, véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=(2;-1;1)$.

Suy ra $\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{AB}\right]=(3;3;-3)$.

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) qua A,d là $\vec{n}_P=(1;1;-1)$.

Do đó (P): $x+y-z+D=0$.

Do $A\in(P)$ nên $-2+1-3+D=0\Leftrightarrow D=4$.

Vậy (P): $x+y-z+4=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 168. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là

A. $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-2t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=1+3t \end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với (P) suy ra $\vec{u}_d=(2;-1;1)$.

Phương trình của đường thẳng d là

$$d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-4=0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. d cắt (P). **B.** $d\parallel(P)$. **C.** $d\subset(P)$. **D.** $d\perp(P)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.
Đường thẳng d đi qua $A(1;1;2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-3)$.
Thay tọa độ điểm $A(1;1;2)$ vào phương trình mặt phẳng (P), ta có

$$1+1+2-4=0(\text{đúng}).\quad (1)$$

Lại có $\vec{u}\cdot\vec{n}=1\cdot1+2\cdot1+(-3)\cdot1=0.\quad(2)$
Từ (1) và (2), suy ra $d\subset(P)$.

Chọn đáp án C □

Câu 170. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=2+t\\y=5+4t\\z=2+t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z=0$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;1)$ và đi qua điểm $M(2;5;2)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$.
Ta có $\begin{cases}\vec{u}\cdot\vec{n}=0\\M\notin(P)\end{cases}$ nên $\Delta\parallel(P)$.
Suy ra $\mathrm{d}(\Delta,(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|4-5+4|}{\sqrt{4+1+4}}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+1=0$ bằng

A. $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** 0.

Lời giải.

Ta thấy $\vec{u}_{(d)}\cdot\vec{n}_{(P)}=0\Rightarrow(d)\parallel(P)$.
Do vậy $\mathrm{d}((d),(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|1-2-3+1|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$, trong đó $M(1;2;-3)\in(d)$.

Chọn đáp án B □

Câu 172. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-7}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{EF}=(3;1;-7)$ nên đường thẳng EF có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(3;1;-7)$.
Vậy phương trình đường thẳng EF đi qua $F(2;1;-5)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(3;1;-7)$ là $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-7}$.

Chọn đáp án A □

Câu 173. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2. **B.** Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. **D.** Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2.

✍**Lời giải.**

Véctơ chỉ phương của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;4)$; $\overrightarrow{u_2}=(3;2;-1)$.
Do $\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}=2\cdot3+(-1)\cdot2+4\cdot(-1)=0\Rightarrow\Delta_1\perp\Delta_2$.
Xét $A(-3;1;-1)$ thuộc Δ_1 và $B(-4;-2;4)$ thuộc Δ_2. Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-1;-3;5)$.
Mà $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\cdot\overrightarrow{AB}=0$ nên Δ_1 và Δ_2 đồng phẳng.
Vậy Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2.
Chọn đáp án A □

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-3=0$. Gọi $N(x_N;y_N;z_N)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P). Tính $x_N+y_N-z_N$.

A. 6. **B.** 8 . **C.** 5 . **D.** 54.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases}x=3+t\\y=4-t\\z=5+2t.\end{cases}$
Giao điểm H của Δ và (P) ứng với tham số t là nghiệm của phương trình

$$3+t-(4-t)+2(5+2t)-3=0\Leftrightarrow t=-1.$$

Suy ra $H(2;5;3)$.
Vì N là điểm đối xứng với M qua (P) nên H là trung điểm của MN. Do đó suy ra $N(1;6;1)$. Vậy $x_N+y_N-z_N=6$.
Chọn đáp án A □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+3=0$ và $(Q)\colon 2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q). Phương trình của $(R)\colon m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -3.

✍**Lời giải.**

Vì $M\in(R)$ nên $m(1-2-1+3)+(2+1+1-1)=0\Leftrightarrow m=-3$.
Chọn đáp án D □

Câu 176. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x-z\sin\alpha+\cos\alpha=0$, $(Q)\colon y-z\cos\alpha-\sin\alpha=0$, $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Góc giữa (d) và trục Oz là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng $(P)\colon x-z\sin\alpha+\cos\alpha=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_1(1;0;-\sin\alpha)$,
mặt phẳng $(Q)\colon y-z\cos\alpha-\sin\alpha=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_2(0;1;-\cos\alpha)$,
và đường thẳng (d) có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=\left[\overrightarrow{n}_1,\overrightarrow{n}_2\right]=(\sin\alpha;\cos\alpha;1)$.
Trục Oz có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.
Gọi φ là góc giữa (d) và trục Oz.

$$\cos\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{k}\right|}{\left|\overrightarrow{u}\right|\cdot\left|\overrightarrow{k}\right|}=\frac{|\sin\alpha\cdot0+\cos\alpha\cdot0+1\cdot1|}{\sqrt{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+1^2}\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\varphi=45^\circ.$$

Chọn đáp án B □

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon -x+m^2y+mz+1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d song song với (α).

A. $m=1$ hoặc $m=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=1$.

C. $m=-\dfrac{2}{3}$. **D.** Không tồn tại m.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=1-t.\end{cases}$
Xét phương trình $-(1+2t)+m^2(-1+3t)+m(1-t)+1=0\Leftrightarrow\left(3m^2-m-2\right)t-m^2+m=0.\quad(1)$
Ta có $d\parallel(\alpha)$ khi và chỉ khi (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}3m^2-m-2=0\\-m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m=-\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 178. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d'\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. Khoảng cách giữa d và d' bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải.

Dễ thấy $d \parallel d'$ nên $\mathrm{d}(d,d')=\mathrm{d}(O,d')=OH$, trong đó $O\in d$ và H là hình chiếu của O trên d'.
Lấy $O(0;0;0)\in d$ và $H(t;1+t;-1+t)\in d'$, suy ra $\overrightarrow{OH}=(t;1+t;-1+t)$, $\overrightarrow{u}_{d'}=(1;1;1)$.
Ta có H là hình chiếu của O trên d' khi $\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{u}_{d'}=0 \Leftrightarrow t+1+t-1+t=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow H(0;1;-1)$.
Khi đó $\overrightarrow{OH}=(0;1;-1)\Rightarrow OH=\sqrt{2}$. Vậy $\mathrm{d}(d,d')=OH=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 179. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P)\colon x+my+\left(m^2-1\right)z-7=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1\\ m=2\end{array}\right.$. **D.** $m=2$.

Lời giải.

Ta có $M(2;1;1)\in d$ và $\overrightarrow{u}=(1;1;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Mặt khác $\overrightarrow{n}=\left(1;m;m^2-1\right)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Đường thẳng $d \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{n}=0\\ M\notin(P)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1+m-(m^2-1)=0\\ 2+m+m^2-1-7\neq 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-m^2+m+2=0\\ m^2+m-6\neq 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} m=-1\\ m=2\end{array}\right.\\ m\neq 2\\ m\neq -3\end{cases} \Leftrightarrow m=-1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 180. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=-1+2t\\ y=3+4t\\ z=3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. d cắt (P). **B.** $d\subset(P)$. **C.** $d\parallel(P)$. **D.** $d\perp(P)$.

Lời giải.

Xét phương trình $3(-1+2t)-3(3+4t)+2\cdot 3t-5=0 \Leftrightarrow 0\cdot t-17=0$ (vô nghiệm).
Vậy $d\parallel(P)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=-1+t\\ y=1+t\\ z=2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Khoảng cách từ $A(-1;1;1)$ đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{13}{\sqrt{107}}$. **B.** $\dfrac{5}{\sqrt{107}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{13}{\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Ta có d_1 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_1=(1;1;2)$ và d_2 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_2=(1;1;2)$.
Ta thấy d_1 và d_2 song song nhau, chọn $M(1;-2;3)\in d_1$ và $N(-1;1;0)\in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-2;3;-3)$.
Khi đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{u}_1\right]=(-9;-1;5)$.
Mặt phẳng (P) qua $N(-1;1;0)$ có phương trình (P): $9x+y-5z+8=0$.
Khi đó $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|9\cdot(-1)+1-5\cdot 1+8|}{\sqrt{9^2+(-1)^2+5^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{107}}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 182. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1\colon \frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-2}{3}$, $d_2\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $2x-6y+3z+5=0$. **B.** $2x-6y+3z-2=0$. **C.** $2x-6y+3z+1=0$. **D.** $2x-6y+3z=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có d_1 đi qua $A(0;2;2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;2;3)$, d_2 đi qua $B(1;0;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(2;-3;1)$.

Do (P) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 nên (P) song song với d_1 và song song với d_2, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=(2;-6;3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2x-6y+3z+d=0$.

Do (P) cách đều d_1, d_2 nên ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(A,(P))=\mathrm{d}(B,(P)) &\Leftrightarrow \frac{|2\cdot 0-6\cdot 2+3\cdot 2+d|}{7}=\frac{|2\cdot 1-6\cdot 0+3\cdot(-2)+d|}{7}\\ &\Leftrightarrow |d-6|=|d-4|\Leftrightarrow d=5.\end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $2x-6y+3z+5=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $A(-1;4;-2)$. **B.** $B(1;-4;2)$. **C.** $C(1;-1;3)$. **D.** $D(-1;1;-3)$.

✍**Lời giải.**

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình d ta thấy điểm $A(-1;4;-2)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A) □

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$ và đường thẳng $(d)\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y-7}{-2}=\frac{z+2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-8}{2}=\frac{z+1}{-1}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y+8}{-2}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y+8}{2}=\frac{z-1}{-1}$.

✍**Lời giải.**

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.

(d) đi qua điểm $A(-1;7;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Gọi (d') là hình chiếu của (d) trên (P). Vì $\vec{n}\cdot\vec{u}=0$ nên $(d)\parallel(P)$. Suy ra $(d')\parallel(d)$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên (P).

AA' đi qua $A(-1;7;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n}=(1;1;1)$, suy ra $AA'\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y-7}{1}=\frac{z+2}{1}$.

Tọa độ điểm A' thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases}x+y+z-7=0\\ \frac{x+1}{1}=\frac{y-7}{1}=\frac{z+2}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=7\\ x-y=-8\\ y-z=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=8\\ z=-1.\end{cases}$$

Phương trình (d') là $(d')\colon \frac{x}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 185. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.

Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H = d \cap (P)$.
Suy ra $H \in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mà $H \in (P)$ nên $-1+t-6+4t-4+4t-7=0 \Rightarrow t=2$.
Vậy $H(1;1;2)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA', suy ra $A'(-1;0;4)$.
Chọn đáp án A □

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x+2y+z-5=0$. **B.** $2x+y+3z+2=0$. **C.** $x+2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y+3z-2=0$.

Lời giải.
Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(2;1;3)$.
Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng Δ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{u}=(2;1;3)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-1)+1(y-2)+3(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z+2=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 187. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(3;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z-2}{3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d?

A. $x-4y+3z+3=0$. **B.** $x+3y+3z-3=0$. **C.** $3x+y+3z-15=0$. **D.** $x+3y+3z-15=0$.

Lời giải.
Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d. Khi đó véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;3)$ của dường thẳng d là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).
Phương trình mặt phẳng (Q) là $x-3+3(y-1)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+3y+3z-15=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 188. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=3-3t \\ y=1+2t \\ z=5t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $N(0;3;5)$. **B.** $M(-3;2;5)$. **C.** $(P(3;1;5)$. **D.** $Q(6;-1;5)$.

Lời giải.
Thế tọa độ của điểm $N(0;3;5)$ vào phương trình tham số của đường thẳng Δ ta được $\begin{cases} 0=3-3t \\ 3=1+2t \\ 5=5t \end{cases}$.
Ta thấy $t=1$ thỏa mãn hệ phương trình.Vậy điểm $N(0;3;5)$ thuộc đường thẳng Δ.
Chọn đáp án A □

Câu 189. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;-3;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;1)$?

A. $\begin{cases} x=3t \\ y=-3-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3 \\ y=-2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3t \\ y=-3-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3t \\ y=-3+2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Lời giải.
Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(0;-3;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;1)$ là $\begin{cases} x=3t \\ y=-3-2t \\ z=2+t. \end{cases}$
Chọn đáp án A □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+5z+2=0$?

A. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{5}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+5}{-3}$.
C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-5}$.

Lời giải.
Đường thẳng đi qua $M(1;2;-3)$ vuông góc với (P) nên nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (3;-1;5)$ làm véc-tơ chỉ phương nên $\vec{u}=(-3;1;-5)$ cũng là véc-tơ chỉ phương.
Phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-5}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 191. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$?

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+3}{4}$. **D.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.

✍Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đó là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(2;-3;4)$. Phương trình chính tắc đường thẳng đi qua hai điểm A,B là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{4}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (α)?

A. $2x-3y-z-7=0$. **B.** $x+y-z+2=0$. **C.** $x+y+2z-4=0$. **D.** $2x-3y-z+7=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{n}_\alpha=(1;1;-1)$, $\vec{u}_d=(2;1;1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n}=[\vec{n}_\alpha;\vec{u}_d]=(2;-3;-1)$.

Phương tình mặt phẳng cần tìm là $2(x+1)-3(y-1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-3y-z+7=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 193. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

C. $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-1)$. Gọi H là hình chiếu của M lên Δ.

Ta có $H(1+2t;-1+t;-t)$ và $\overrightarrow{MH}=(2t-1;-2+t;-t)$.

Ta có $\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow 2(2t-1)-2+t+t=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Khi đó d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;-2)$ nên có phương trình $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 194. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y+2z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. d song song với (P). **B.** d nằm trong (P).

C. d cắt và không vuông góc với (P). **D.** d vuông góc với (P).

✍Lời giải.

Đường thẳng d nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;-1;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\vec{n}=(3;-3;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{n}=0$, thay tọa độ điểm $M(-1;0;1)$ thuộc d vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$3\cdot(-1)-3\cdot 0+2\cdot 1+1=0 \Leftrightarrow 0=0,$$

điều đó chứng tỏ M thộc (P).

Vậy d nằm trong (P).

Chọn đáp án (B) □

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;4)$, $B(-2;-5;-7)$, $C(6;-3;-1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $\begin{cases}x=1+t\\ y=-3-t\\ z=4-8t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

B. $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-3t\\ z=-8-4t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=1+3t\\ y=-3+4t\\ z=4-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

D. $\begin{cases}x=1-3t\\ y=-3-2t\\ z=4-11t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

✍Lời giải.

Vì M là trung điểm BC nên $M(2;-4;-4)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(1;-1;-8)$.

Phương trình đường thẳng AM là $\begin{cases}x=1+t\\ y=-3-t\\ z=4-8t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 196. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(1;0;2)$. **B.** $H(-1;-4;0)$. **C.** $H(2;2;3)$. **D.** $H(0;-2;1)$.

✍Lời giải.

$H\in\Delta\Rightarrow H(t+1;2t;t+2)$, $\overrightarrow{MH}=(t-1;2t;t+1)$. H là hình chiếu vuông góc của M trên Δ suy ra

$$\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_{\Delta}=0\Leftrightarrow t-1+4t+t+1=0\Leftrightarrow t=0.$$

Vậy tọa độ điểm $H(1;0;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 197. Cho các mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-2=0$; $(Q)\colon 2x-y+z+1=0$; $(R)\colon ax+by-z+2=0$. Biết (R) đi qua giao tuyến của (P) và (Q). Giá trị của biểu thức $S=a+b$ là

A. $S=-2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=2$.

✍Lời giải.

Lấy $A(0;1;0)$ và $B(-1;0;1)$ là hai điểm thuộc giao tuyến của (P) và (Q).

Vì mặt phẳng (R) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) nên (R) cũng chứa hai điểm A và B, do đó ta có hệ

$$\begin{cases}a\cdot 0+b\cdot 1-0+2=0\\ a\cdot(-1)+b\cdot 0-1+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2\\ a=1\end{cases}\Rightarrow a+b=-1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 198. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon -x+y+z=0$. Đường thẳng qua M vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1-t\\ y=-1+t\\ z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-t\\ z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\ y=-1+t\\ z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-1;1;1)$.

Đường thẳng vuông góc với (P) nhận $\vec{n}=(-1;1;1)$ là véc-tơ chỉ phương.

Do đó, $\vec{u}=(1;-1;-1)=-\vec{n}$ cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc với (P).

Vậy phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với P là $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-t\\ z=1-t.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 199. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x+(2m-1)y-m^2z-1=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d\parallel(\alpha)$ là

A. $\{-1;3\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\varnothing$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;1)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2m-1;-m^2)$.

Để $d\parallel(\alpha)$ thì véc-tơ chỉ phương của d phải vuông góc với véc-tơ pháp tuyến của (α) và

$M(-2;1;0) \notin (\alpha)$.

$$\begin{cases} \vec{u}\cdot\vec{n}=0 \\ -4+(2m-1)-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cdot 2+1\cdot(2m-1)-1\cdot m^2=0 \\ m\neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m-3=0 \\ m\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1.$$

Chọn đáp án B □

Câu 200. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;5)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=4+t \end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và song song với d.

A. $\Delta\colon \dfrac{2-x}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-5}{4}$.
B. $\Delta\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+5}{1}$.
C. $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+5}{4}$.
D. $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng $d \parallel \Delta$ nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Do đó phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 201. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z}{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $2x-y+3z+3=0$. **B.** $x+2y-z-3=0$. **C.** $x+2y-z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-3=0$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng (d) có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;3)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;-1)$ vuông góc với đường thẳng (d) nên nhận $\vec{u}=(2;-1;3)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình (P): $2(x-1)-1(y-2)+3(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z+3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 202. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$ và $(Q)\colon 2x+y-z+3=0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng (Δ). Một véc-tơ chỉ phương của (Δ) có tọa độ là

A. $\vec{u}=(0;-3;3)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(0;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;-1;1)$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng P có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;1;-1)$.

Mặt phẳng Q có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(2;1;-1)$.

(Δ) là giao tuyến của (P) và (Q) nên (Δ) có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(0;-1;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 203. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;4)$ và song song với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{3}$ là

A. $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{3}$.
B. $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{4}$.
C. $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{1}$.
D. $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{4}$.

✍**Lời giải.**

Do đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;4)$ và song song với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Ta có phương trình đường thẳng d là : $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 204. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;1;1)$ trên mặt phẳng $x+y-z+2=0$ có tọa độ

A. $(0;2;0)$. **B.** $(2;2;0)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;0;2)$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(1;1;1)$ trên mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+2=0$. Suy ra đường thẳng AH đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó đường thẳng AH có phương trình

$$\begin{cases} x=1+t\\ y=1+t\\ z=1-t.\end{cases}$$

Tọa độ $H(1+t;1+t;1-t)$ thỏa $1+t+1+t-(1-t)+2=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow H(0;0;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 205. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-6;2)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+4t\\ y=-1-6t\\ z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2-2t\\ y=3t\\ z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+4t\\ y=-6t\\ z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t\\ y=-6\\ z=2-t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-6;2)$ hay véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(-2;3;-1)$ nên có phương trình

$$\begin{cases} x=2-2t\\ y=3t\\ z=-1-t.\end{cases}$$

Chọn đáp án B □

Câu 206. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và đi qua hai điểm $A(-1;2;1), B(1;3;0)$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $R=\dfrac{2\sqrt{146}}{5}$. **B.** $R=\dfrac{9\sqrt{6}}{5}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{326}}{5}$. **D.** $R=\dfrac{2\sqrt{66}}{5}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng đề cho là

$$(d)\colon \begin{cases} x=1+t\\ y=-1+2t\\ z=-t\end{cases} \quad (t\in\mathbb{R}).$$

Gọi I là tâm mặt cầu (S), ta có $I\in(d)$ nên $I(1+t;-1+2t;-t)$.

Mặt cầu (S) qua hai điểm A,B nên

$$\begin{aligned} IA^2=IB^2 &\Leftrightarrow (-2-t)^2+(3-2t)^2+(1+t)^2=t^2+(4-2t)^2+t^2\\ &\Leftrightarrow -6t+14=-16t+16\\ &\Leftrightarrow t=\frac{1}{5}.\end{aligned}$$

Vậy bán kính (S) là $R=IB=\sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^2+\left(4-2\cdot\dfrac{1}{5}\right)^2+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{326}}{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 207. Trong không gian $Oxyz$, góc tạo bởi đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y-2z+1=0$ có số đo bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 45°.

✍Lời giải.

Ta có

- d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.
- (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;-2)$.

Ta có $\cos(\vec{u},\vec{n}) = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|} = \dfrac{-1}{2} \Rightarrow \sin(d,(P)) = \dfrac{1}{2} \Rightarrow (d,(P)) = 30^\circ$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 208. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ là điểm

A. $M(-1;2;2)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(2;1;0)$. **D.** $M(1;1;1)$.

Lời giải.

Ta có

- (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;1)$.
- $d\colon \begin{cases}\text{Qua } A(3;2;1)\\ \text{Có véc-tơ chỉ phương } \vec{u} = \vec{n} = (1;1;1)\end{cases} \Leftrightarrow d\colon \begin{cases}x = 3+t\\ y = 2+t\\ z = 1+t\end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Gọi M là hình chiếu của A trên (P), do đó $M = d\cap(P)$, tọa độ $M = (3+t, 2+t, 1+t)$ thỏa

$$(3+t)+(2+t)+(1+t)-3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Vậy $M(2;1;0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 209. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ lên mặt phẳng Oxy.

A. $\begin{cases}x = -1-2t\\ y = -2-t\\ z = 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x = -1-2t\\ y = 1-t\\ z = 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x = -1+2t\\ y = t\\ z = 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x = -1+2t\\ y = -1+t\\ z = 2\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng Oxy. Đường thẳng d cắt mặt phẳng Oxy tại điểm $M(-3;-3;0)\in\Delta$. Mặt khác điểm $N(1;-1;2)\in d$ có hình chiếu vuông góc trên mặt phẳng Oxy là $H(1;-1;0)\in\Delta$. Vậy đường thẳng Δ chính là đường thẳng đi qua hai điểm M,H. Kiểm tra các đáp án ta thấy chỉ có đường thẳng $\begin{cases}x = -1-2t\\ y = -2-t\\ z = 0\end{cases}$ là đồng thời đi qua M và H.

Chọn đáp án (A) □

Câu 210. Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-3}{3}$ và mặt phẳng Oyz. Tính OM.

A. $OM = 5$. **B.** $OM = 7$. **C.** $OM = \sqrt{14}$. **D.** $OM = 3$.

Lời giải.

Đường thẳng d cắt mặt phẳng Oyz tại điểm $M(0;-4;-3)$. Do đó $OM = 5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 211. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. Chọn khẳng định đúng.

A. d_1 và d_2 song song. **B.** d_1 và d_2 cắt nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau. **D.** d_1 và d_2 chéo nhau.

Lời giải.

- Lấy $A(1;-1;2)\in d_1$ và $\vec{u}_1 = (2;1;3)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1. Lấy $B(2;1;2)\in d_2$ và $\vec{u}_2 = (1;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2.
- Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;0)$, $[\vec{u}_1;\vec{u}_2] = (-4;5;1)$ và $\overrightarrow{AB}\cdot[\vec{u}_1;\vec{u}_2] = 6 \neq 0$. Suy ra d_1, d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án (D) □

Câu 212. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với đường thẳng $d: x = y = z$.

A. $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{2}$.

C. $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\Delta: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{n}=(1;2;3)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 213. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{19}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z-2018}{1987}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(3;-6;2018)$. **B.** $\vec{u}=(19;-3;1987)$. **C.** $\vec{u}=(3;6;2018)$. **D.** $\vec{u}=(19;3;1987)$.

✍**Lời giải.**

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(19;3;1987)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 214. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{5}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;5)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{u}=(-2;1;-5)$. **D.** $\vec{u}=(2;-1;-5)$.

✍**Lời giải.**

Dựa vào dạng chính tắc của đường thẳng d, ta có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;1;5)$ hoặc $\vec{u}=(2;-1;-5)$.
Vậy ta có đáp án đúng là $\vec{u}=(2;-1;-5)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 215. Cho đường thẳng d đi qua $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d qua $M(2;0;-1)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{a'}=(2;-3;1)$

$\Rightarrow d: \begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 216. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P), gọi Δ là đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng Δ là nhỏ nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(23;-11;-1)$. **B.** $(23;11;-1)$. **C.** $(29;11;-1)$. **D.** $(29;11;1)$.

✍**Lời giải.**

Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P).
$\Rightarrow (Q): x+3-2y+2(z-1)=0 \Rightarrow (Q): x-2y+2z+1=0$.
Gọi H là hình chiếu của B lên Δ, K là hình chiếu của B lên (Q).
Ta có $BH \geq BK$ nên $\mathrm{d}(B,\Delta)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $BH=BK$.
Tức là đường thẳng Δ cần tìm là đường thẳng AK.
Gọi d là đường thẳng qua B và vuông góc với (Q).

$\Rightarrow d: \begin{cases}x=1+t\\y=-1-2t\\z=3+2t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Tọa độ K là giao điểm của d và mặt phẳng (Q). Khi đó ta có

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \\ z = 3+2t \\ x-2y+2z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{9} \\ y = \dfrac{11}{9} \\ z = \dfrac{7}{9} \\ t = \dfrac{-10}{9}. \end{cases}$$

Do đó $K\left(-\dfrac{1}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right)$.

Δ qua A có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AK} = \left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{-2}{9}\right)$

$\Rightarrow \Delta\colon \dfrac{x+3}{26} = \dfrac{y}{11} = \dfrac{z-1}{-2}$.

Thay $(23;11;-1)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 217. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+z-2=0$ tại điểm $I(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-t \\ z = 1+t. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-t \\ z = 1+t \\ 2x-3y+z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 2 \\ t = 1. \end{cases}$$

Suy ra $I(3;2;2)$, hay $a+b+c = 3+2+2 = 7$.

Chọn đáp án A □

Câu 218. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$, điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;2;3)$.

✍Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $H(1;0;3)$.

Vì H là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $\begin{cases} x_B = 2x_H - x_A = 1 \\ y_B = 2y_H - y_A = -2 \\ z_B = 2z_H - z_A = 3 \end{cases} \Rightarrow B(1;-2;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 219. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng cắt nhau $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$ và $(Q)\colon x-y+z+5=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là

A. $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-9}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-9}{1} = \dfrac{z}{1}$.

C. $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-9}{1} = \dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y+9}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

✍Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n} = (2;-1;3)$ và $\vec{n'} = (1;-1;1)$. Do đó một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = \left[\vec{n},\vec{n'}\right] = (2;1;-1)$.

Cho $z=0$ xét hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x-y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=9 \end{cases}$. Suy ra điểm $M(4;9;0) \in d$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-9}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 220. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

✍Lời giải.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_2 tại $M(1-t;1+2t;-1+t)$.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\vec{u}=(2;-1;1)$ và $\overrightarrow{AM}=(-t;2t-1;-4+t)$.

Vì $\Delta\perp d_1$ nên ta có $\vec{u}\cdot\overrightarrow{AM}=0 \Leftrightarrow -2t-(2t-1)-4+t=0 \Leftrightarrow t=-1$, nên $\overrightarrow{AM}=(1;-3;-5)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ nhận $\overrightarrow{AM}=(1;-3;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 221. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;4;-1)$ là

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB: $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 222. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2. **B.** Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2.

C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. **D.** Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

✍Lời giải.

Δ_1, Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1=(3;2;-1)$, $\vec{u}_2=(2;-1;4)$.

- Ta có $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=3\cdot 2+2\cdot(-1)+(-1)\cdot 4=0 \Rightarrow \Delta_1\perp\Delta_2$.
- Xét hệ $\begin{cases} -4+3s=-3+2t \\ -2+2s=1-t \\ 4-s=-1+4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3s-2t=1 \\ 2s+t=3 \\ s+4t=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=1. \end{cases}$
  $\Rightarrow \Delta_1$, Δ_2 cắt nhau tại điểm $(-1;0;3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 223. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z-5=0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P)?

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

✍Lời giải.

Ta loại đáp án $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ vì các đường thẳng đó không đi qua A.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P)
Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;1;2)$ và $\overrightarrow{a_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}$.

— Ta có $\overrightarrow{a_\Delta}=(1;1;2)$ nên $\overrightarrow{a_\Delta}$ và $\overrightarrow{n_P}$ cùng phương $\rightarrow$ loại đáp án $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

— Ta có $\overrightarrow{a_\Delta}=(4;-2;-1)$ nên $\overrightarrow{a_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\rightarrow$ chọn đáp án $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 224. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;0;2)$ và song song với hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+6z+4=0$ và $(Q)\colon x+y-2z+4=0$.

A. $\begin{cases}x=-1\\y=2t\\z=2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=-1\\y=2t\\z=2-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=-1\\y=2t\\z=-2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=2t\\z=2-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d, $\vec{n}_P=(2;-3;6)$, $\vec{n}_Q=(1;1;-2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q).
Ta có $\vec{u}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(0;2;1)$ suy ra phương trình của đường thẳng d là

$$\begin{cases}x=-1\\y=2t\quad(t\in\mathbb{R})\\z=2+t.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 225. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-2;1)$ và $B(1;0;3)$.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{2}$.
C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;2)\Rightarrow\vec{u}=(1;-1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.
Khi đó, phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 226. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và điểm $M(5;-3;5)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P). Tọa độ điểm H là

A. $H(-1;-1;1)$. **B.** $H(3;0;0)$. **C.** $H(3;1;1)$. **D.** $H(3;-1;-1)$.

Lời giải.

$\vec{n}=(1;-2;2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó d nhận $\vec{n}$ là véc-tơ chỉ phương. Suy ra phương trình đường thẳng d là

$$\begin{cases}x=5+t\\y=-3-2t\quad(t\in\mathbb{R}).\\z=5+2t\end{cases}$$

Do H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) nên $H=d\cap P$, khi đó tọa độ $H(x,y,z)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}x-2y+2z-3=0\\x=5+t\\y=-3-2t\\z=5+2t.\end{cases}$$

Giải hệ suy ra $H(3;1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 227. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+1=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***.

A. (P) song song với trục Oz.

B. (P) vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+2y-5z+1=0$.
C. Điểm $A(-1;-1;5)\in(P)$.
D. $\vec{n}=(2;-1;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của P.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P=(2;-1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có $\dfrac{2}{2}=\dfrac{-1}{-1}\neq\dfrac{0}{1}$ nên $\vec{n}=(2;-1;1)$ không cùng phương với $\vec{n}_P$. Hay $\vec{n}=(2;-1;1)$ không phải là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án D □

Câu 228. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $d\perp(P)$.
B. $d\parallel(P)$.
C. $d\subset(P)$.
D. d hợp với P một góc 30°.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}=(2;-3;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P), $\vec{u}=(2;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Nhận xét $\vec{n}\cdot\vec{u}=2\cdot2-3\cdot1-1\cdot1=0$ suy ra $\vec{n}$ và $\vec{u}$ cùng phương. (1)

Mặt khác $M(1;0;-1)\in d$ và $M(1;0;-1)\in(P)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d\subset(P)$.

Chọn đáp án C □

Câu 229. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;2;-4)$, $B(4;1;1)$ và $C(2;6;-3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $d\colon \dfrac{x-3}{7}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.
B. $d\colon \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.
C. $d\colon \dfrac{x+7}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.
D. $d\colon \dfrac{x+12}{3}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Trọng tâm G của tam giác ABC là $G(3;3;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;5),\overrightarrow{AC}=(-1;4;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-21;-6;3)$.

Do d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(7;2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-3}{7}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 230. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{-4}$.
B. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.
C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ thì cũng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}=(4;-2;-4)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 231. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H trên đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ sao cho độ dài đoạn MH là ngắn nhất, biết rằng điểm $M(2;1;4)$.

A. $H(1;3;3)$.
B. $H(2;3;4)$.
C. $H(2;2;3)$.
D. $H(2;3;3)$.

Lời giải.

Vì $H\in d$ nên $H(1+t;2+t;1+2t)$.

Khi đó, $\overrightarrow{MH}=(t-1;t+1;2t-3)$.

Độ dài đoạn MH ngắn nhất khi và chỉ khi $MH\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}$, trong đó $\vec{u}=(1;1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của d.

Điều kiện tương đương là $\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow t-1+t+1+2(2t-3)=0\Leftrightarrow 6t=6\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $H(2;3;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 232. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-9}{-1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. d_1 và d_2 chéo nhau. **B.** d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

C. d_1 và d_2 cắt nhau. **D.** d_1 và d_2 trùng nhau.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1=(1;2;-1)$ và $\vec{u}_2=(-1;2;3)$.

Ta có $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=-1+4-3=0 \Rightarrow d_1\perp d_2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(0;-2;1)$. **B.** $H(-1;-4;0)$. **C.** $H(2;2;3)$. **D.** $H(1;0;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $\Delta\colon \begin{cases}x=1+t\\ y=2t\\ z=2+t\end{cases} \Rightarrow \Delta$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Vì $H\in\Delta$ nên $H(1+t;2t;2+t)\Rightarrow \overrightarrow{MH}=(t-1;2t;t+1)$.

Ta có $\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow t-1+4t+t+1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow H(1;0;2)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 234. Trong các điểm sau, điểm nào **không** thuộc đường thẳng có phương trình $\begin{cases}x=3-t\\ y=2+3t\\ z=-1-2t\end{cases}$?

A. $A(2;5;3)$. **B.** $B(4;-1;1)$. **C.** $C(5;-4;3)$. **D.** $D(3;2;-1)$.

✍Lời giải.

- Điểm $B(4;-1;1)$ thuộc đường thẳng (ứng với $t=-1$).
- Điểm $C(5;-4;3)$ thuộc đường thẳng (ứng với $t=-2$).
- Điểm $D(3;2;-1)$ thuộc đường thẳng (ứng với $t=0$).
- Điểm $A(2;5;3)$ không thuộc đường thẳng.

Chọn đáp án (A) □

Câu 235. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=2+t\\ y=-3t\\ z=-1+5t\end{cases}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{5}$. **B.** $x-2=y=z+1$. **C.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{5}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-5}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-3;5)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 236. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d là

A. $x-2y-z-3=0$. **B.** $x-2y-z+4=0$. **C.** $x-2y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+3=0$.

✍Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\vec{u}=(-1;2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d. Vì $(\alpha)\perp d$ nên $\vec{u}=(-1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α).

Phương trình tổng quát của (α) là $-1(x-1)+2(y-2)+1(z-1)=0$ hay $x-2y-z+4=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 237. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $2x+3y=0$ và (Q): $3x+4y=0$. Đường thẳng qua A song song với hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=1+t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và song song với (P), (Q).

Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}] = (0;0;-1) = -1\cdot(0;0;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3+t. \end{cases}$

Đặt $t' = \dfrac{t+2}{3}$, phương trình trở thành $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=1+3t'. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 238. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua A vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình

A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-1+t \\ z=1+t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=1. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=1+t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=-1-t \\ z=1. \end{cases}$

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}=(1;2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ, $\vec{n}(0;0;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy). Do đó, đường thẳng d nhận véc-tơ

$$\vec{v} = -[\vec{u},\vec{n}] = (-2;1;0)$$

làm véc-tơ chỉ phương. Gọi $B(-1;0;1)$, dễ thấy $\overrightarrow{BA}=(2;-1;0)$ nên $\overrightarrow{BA}$ và $\vec{u}$ cùng phương, hay $B\in d$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 239. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-3;4;1)$ và song song với trục Oz.

A. d: $\begin{cases} x=-3 \\ y=4 \\ z=1+\sqrt{3}t \end{cases}$. **B.** d: $\begin{cases} x=-3t \\ y=4t \\ z=t \end{cases}$. **C.** d: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=4 \\ z=1 \end{cases}$. **D.** d: $\begin{cases} x=-3 \\ y=4+t \\ z=1 \end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$ hay $\vec{u}=(0;0;\sqrt{3})$.

Phương trình đường thẳng d qua $A(-3;4;1)$ là

$$d: \begin{cases} x=-3 \\ y=4 \\ z=1+\sqrt{3}t. \end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 240. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(0;2;-4)$. **B.** $P(-1;2;0)$. **C.** $M(-2;0;-2)$. **D.** $Q(1;6;3)$.

✍Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{-2+1}{1}=\frac{0-2}{2}=\frac{-2+3}{-1}=-1 \\ \Leftrightarrow\ & M(-2;0;-2)\in d. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 241. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;4;-2)$, $C(0;1;-1)$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(-1;-1;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;1;0)$. **D.** $\vec{n}=(-1;1;-1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;-1;0)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

$$\vec{n}_{(ABC)}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-1;1;0).$$

Chọn đáp án C □

Câu 242. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $3x+y+z-5=0$ và (Q): $x+2y+z-4=0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là

A. $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=6+t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=t\\y=1-2t\\z=6-5t\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=6-5t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=3t\\y=-1+t\\z=6+t\end{cases}$.

Lời giải.

Chọn điểm $A(0;-1;6)$ thuộc về giao tuyến của (P) và (Q).

Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) là $\vec{n}_P=(3;1;1)$ và $\vec{n}_Q=(1;2;1)$.

Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) giao tuyến của $\vec{n}_P=[\vec{n}_P;\vec{n}_Q]=(1;2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng giao tuyến của (P) và (Q) là $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=6+t\end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(-1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y+z+4=0$.

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(-1;0;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$ có phương trình

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 244. Trong không gian $0xyz$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4;2;0), B(2;3;1)$?

A. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x}{-2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\begin{cases}x=1-2t\\y=4+t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4-2t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

$\Rightarrow$ Hai phương trình $\begin{cases}x=4-2t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$ và $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{1}$ đúng.

Thay $t=2$ vào phương trình tham số $\Rightarrow M(0;4;2)\in AB$.

Do đó, phương trình $\frac{x}{-2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-2}{1}$ đúng.

Chọn đáp án C □

Câu 245. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;-5;6)$, cắt Ox và song song với mặt phẳng $x+5y-6z=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-5+5t\\z=6-6t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-5-5t\\z=6+6t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-71t\\y=-5+5t\\z=6-6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-61t\\y=-5+5t\\z=6-6t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A cắt Ox tại $M(m;0;0)$ và song song với (P): $x+5y-6z=0$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(m-2;5;-6)$ là véc-tơ chỉ phương của d.

Lại có $\vec{n}_P = (1;5;-6)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $d \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (m-2)+5\cdot 5+(-6)\cdot(-6)=0 \Leftrightarrow m-2=-61$.
Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(-61;5;-6)$.

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2-61t \\ y = -5+5t \\ z = 6-6t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 246. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng (P): $2x+(m+3)y+(4m+3)z+1=0$. Tìm giá trị của m sao cho $d \parallel (P)$.

A. $m = 1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m \neq -2$. **D.** $m \in \varnothing$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;3;-2)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2;m+3;4m+3)$.
Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2+3(m+3)-2(4m+3)=0 \Leftrightarrow m=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 247. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;1)$ và $M(2;1;2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{15}{7}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{13}{7}$. **D.** 3.

Lời giải.

Phương trình mp(ABC): $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 3x+2y+6z-6=0$. Vậy

$$\mathrm{d}(M,(ABC)) = \frac{|3\cdot 2+2\cdot 1+6\cdot 2-6|}{\sqrt{3^2+2^2+6^2}} = 2.$$

Chọn đáp án B □

Câu 248. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Đường thẳng cần lập đi qua $M(-1;2;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
Chọn đáp án D □

Câu 249. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;1)$ và hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình là $x-3z+1=0$, $2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua I và song song với hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$.
C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{5}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần lập.
(P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;0;-3)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(0;2;-1)$.
Do đó d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}]=(6;1;2)$.
Đường thẳng d đi qua I nên có phương trình $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1+t \\ y=m-2t \\ z=nt \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ (m, n là các hằng số cho trước) và mặt phẳng (P): $x+y-z-2=0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính $m+n$.

A. $m+n=-3$. **B.** $m+n=0$. **C.** $m+n=1$. **D.** $m+n=-1$.

Lời giải.

Lấy điểm $M(0;m+2;-n)\in\Delta$. Do $\Delta\subset(P)\Rightarrow M\in(P)$. Thế tọa độ M vào phương trình (P) ta được

$$0+(m+2)-(-n)-2=0\Leftrightarrow m+n=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 251. Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \dfrac{3-x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$.

A. $\vec{v}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{m}=(3;1;-4)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{3-x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{3}\Leftrightarrow\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$. Vậy d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;-1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-5=0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(3;0;5)$. **C.** $(1;1;2)$. **D.** $(0;3;-1)$.

Lời giải.

Do $A\in\Delta$ nên $A(1+t;2-t;1+2t)$.

Mặt khác $A\in(P)$ nên $1+t+2(2-t)+1+2t-5=0\Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $A(0;3;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 253. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.

A. $(P)\colon x+2y+z-2=0$. **B.** $(P)\colon x+2y-3z-2=0$.

C. $(P)\colon x+2y+z+2=0$. **D.** $(P)\colon x+2y-3z+2=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Do mặt phẳng $(P)\perp d$ nên (P) nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;2;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, từ đó ta có phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x-1)+2(y-2)+1(z+3)=0\Leftrightarrow x+2y+z-2=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 254. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-3;-1;-1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(a;b;c)$. Khi đó giá trị của $2a+b+c$ là

A. -5. **B.** -4. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x=0$ nên hình chiếu của điểm $A(-3;-1;-1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(0;-1;-1)$. Khi đó $2a+b+c=-2$.

Chọn đáp án C □

Câu 255. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2\colon \dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $\Delta\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng song song với Δ, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d cắt d_1 tại $M(3-t;3-2t;-2+t)$.

Đường thẳng d cắt d_2 tại $N(5-3s;-1+2s;2+s)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(2-3s+t;-4+2s+2t;4+s-t)$.
Vì d song song Δ nên d cũng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.
Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\vec{u}$, suy ra

$$\frac{2-3s+t}{1}=\frac{-4+2s+2t}{2}=\frac{4+s-t}{3}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4-6s+2t=-4+2s+2t\\ -12+6s+6t=8+2s-2t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}s=1\\ t=2.\end{cases}$$

Do đó đường thẳng d qua $M(1;-1;0)$ và nhận $\vec{u}=(1;2;3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 256. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x-2y+z-12=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$. **C.** $3x+2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z-8=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{u}_\Delta=(3;-2;1)$.
Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ là

$$3(x-3)-2(y+1)+1(z-1)=0 \quad \text{hay} \quad 3x-2y+z-12=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 257. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Đường thẳng Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P). Một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ' là

A. $\vec{u}=(1;1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;1)$.

✍Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với (P). Suy ra, véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q=\left[\vec{u}_\Delta,\vec{n}_P\right]=(-1;1;0)$.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ'. Ta có $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}_P\\ \vec{u}\perp\vec{n}_Q\end{cases} \Rightarrow \vec{u}=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(1;1;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 258. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases}x=-3+2t\\ y=1-t\\ z=-1+4t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta: \begin{cases}x=-4+3t\\ y=-2+2t\\ z=4-t\end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases}x=-4+3t\\ y=-2-t\\ z=4-t\end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases}x=-4-3t\\ y=-2+2t\\ z=4-t\end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases}x=-4+t\\ y=-2+t\\ z=4+t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d. Ta có $H(-3+2t;1-t;-1+4t)$.
Suy ra $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow t=1$.
$\overrightarrow{AH}=(3;2;-1)$. Vậy ptdt là $\Delta: \begin{cases}x=-4+3t\\ y=-2+2t\\ z=4-t\end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 259. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z+1}{-4}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ đi qua điểm $M(3;3;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$.
Đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-6}=\dfrac{z+1}{-4}$ đi qua $A(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}=(-2;-6;-4)$, mặt khác véc-tơ $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}$, điểm A không thuộc d nên đường thẳng Δ song song với đường thẳng d.
Chọn đáp án A □

Câu 260. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d'\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $2x-z-6=0$. **C.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. **D.** $2x-z+7=0$.

✍Lời giải.
Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;2;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$. Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}=(1;3;2)$.
Ta có $\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(-8;0;4)$, suy ra mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và song song với d' có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;0;-1)$.Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2\cdot(x+3)+0\cdot(y-2)+(-1)\cdot(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-z+7=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 261. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+5=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm I, song song với (P). Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P). Xét các mệnh đề sau
(1) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1;3;0)$.
(2) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=0.\end{cases}$
(3) Bán kính mặt cầu (S) là $R=3\sqrt{6}$.
Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

✍Lời giải.
Vì (Q) song song với (P) nên (Q) có dạng $x+2y-z+d=0$. Hơn nữa, do $I(2;2;-1)$ thuộc (Q) nên $2+2\cdot2-(-1)+d=0$ hay $d=-7$. Vậy $(Q)\colon x+2y-z-7=0$.

- Vì $1+2\cdot3-0-7=0$ nên (Q) đi qua $M(1;3;0)$.
- Vì hệ phương trình $\begin{cases}x+2y-z-7=0\\x=1+2t\\y=2-t\\z=0\end{cases}$ vô nghiệm nên (Q) và d song song với nhau.
- Bán kính mặt cầu (S) là $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2+2\cdot2-(-1)+5|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=2\sqrt{6}\neq3\sqrt{6}$.

Chọn đáp án D □

Câu 262. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-4t\\z=1+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=1+t\end{cases}$.

✍Lời giải.
Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.
Vì $\Delta\perp(P)$ nên Δ nhận $\vec{u}=(2;-1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương.
Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=1+t\end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.
Chọn đáp án D □

Câu 263. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{2}$. Khẳng đinh nào sau đây đúng?

A. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2.
B. Δ_1 song song Δ_2.
C. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2.

✍Lời giải.

Δ_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;2;-3)$ và Δ_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(4;1;2)$.
Ta có $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=0 \Rightarrow \Delta_1\perp\Delta_2$.

Hệ $\begin{cases} 4t-3=t' \\ t=-1+2t' \\ 2t-3=2-3t' \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} t=1 \\ t'=1 \end{cases}$ nên Δ_1 cắt Δ_2.

Chọn đáp án D □

Câu 264. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là

A. $K(2;1;0)$. **B.** $N(1;3;-2)$. **C.** $H(11;-17;18)$. **D.** $M(3;-1;2)$.

✍Lời giải.

Gọi B là hình chiếu vuông góc của A trên Δ, suy ra $B(2+t;1-2t;2t)$ và $\overrightarrow{AB}(3+t;-2t;2t-6)$.
Ta có

$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow 3+t+4t+4t-12=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là $B(3;-1;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 265. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-1;3)$, song song với hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d'\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x-3y-6z+15=0$. **B.** $2x-3y-6z-15=0$.
C. $2x-3y-5z-10=0$. **D.** $2x-3y-5z+10=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_d=(1;4;-2) \\ \vec{u}_{d'}=(1;-1;1) \end{cases} \Rightarrow \left[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}\right]=(2;-3;-5)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-1;3)$ và nhận $\left[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}\right]=(2;-3;-5)$ là một véc-tơ pháp tuyến.
$\Rightarrow (P)\colon 2(x-1)-3(y+1)-5(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-3y-5z+10=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 266. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z+4=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với $(P) \Rightarrow \vec{u}_d=\vec{n}_P=(1;-2;3)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.

Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 267. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-3z+1=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2-3t \\ z=3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và mặt phẳng (P) là mặt phẳng cho trước.
Vì $\Delta\perp(P) \Rightarrow$ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(4;3;-3)$.

Phương trình tham số Δ là $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = 2+3t \\ z = 3-3t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 268. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;4;-1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, B là

A. $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z+1}{4}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z+3}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z-1}{-4}$.

Lời giải.

Ta có đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1;2;-4)$. Vậy phương trình chính tắc đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 269. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z-12=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α).

A. $H(3;-2;5)$. **B.** $H(2;0;4)$. **C.** $H(5;-6;7)$. **D.** $H(-1;6;1)$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (α). Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = 3+t \end{cases}$.

Ta có $H = \Delta \cap (\alpha)$. Xét phương trình $1+t-2(2-2t)+(3+t)-12 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(3;-2;5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;4;1)$, $B(-3;-2;-2)$. Đường thẳng qua A và B cắt mặt phẳng (Oxy) tại M. Tính tỉ số $k = \dfrac{MA}{MB}$.

A. $k = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = -2$. **D.** $k = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

$M \in (Oxy) \Rightarrow M(a;b;0)$. Điểm M thuộc đường thẳng đi qua AB cho nên

$$\frac{a-3}{6} = \frac{b-4}{6} = \frac{0-1}{3} \Rightarrow a = 1; b = 2$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;-2;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (-6;-6;-3)$, $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, suy ra $k = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 271. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 3x-y-3z+2=0$ và $(Q)\colon -4x+y+2z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P), (Q) là

A. $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{6}$. **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-6} = \dfrac{z}{-1}$. **C.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{6}$. **D.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{6} = \dfrac{z}{-1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (3;-1;-3)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (-4;1;2)$.

Đường thẳng d song song với cả (P) và (Q) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (1;6;-1)$.

Do d đi qua gốc tọa độ O nên phương trình của d là $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{6} = \dfrac{z}{-1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 272. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-3z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $d\colon \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. **B.** $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{-3}$.

C. $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+3}{-3}$. **D.** $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-2}{-3}$.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1;-2;-3)$.
Đường thẳng d qua $A(-1;-3;2)$ có phương trình

$$d\colon \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$, $d_2\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = 2-t. \end{cases}$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 vuông góc nhau. **B.** d_1 và d_2 song song nhau.
C. d_1 và d_2 cắt nhau. **D.** d_1 và d_2 trùng nhau.

✍**Lời giải.**
Từ giả thiết thì d_1 đi qua điểm $M(1;-1;2)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{v}_1 = (2;1;3)$.
d_2 đi qua điểm $N(2;1;2)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{v}_2 = (1;1;-1)$.
Ta có $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 2+1-3 = 0 \Leftrightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ hay hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc với nhau.
Chọn đáp án A □

Câu 274. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;6;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M \in d$.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** 6. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{30}$.

✍**Lời giải.**
Ta có $M \in d \Rightarrow M(1+t;-t;2t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t;-t-6;2t)$. Khi đó,

$$MA = \sqrt{t^2+(t+6)^2+(2t)^2} = \sqrt{6t^2+12t+36} = \sqrt{6(t+1)^2+30} \geqslant \sqrt{30}.$$

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của MA bằng $\sqrt{30}$ khi $t=-1$ hay là $M(0;1;-2)$.
Chọn đáp án D □

Câu 275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+3y+z=0$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1;1;2)$, song song với mặt phẳng (P) đồng thời cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-9}{2}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-6}{2}$.
C. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$.

✍**Lời giải.**
Mặt phẳng (P) có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1;3;1)$.
Giả sử đường thẳng Δ cắt d tại điểm N.

- $N \in d \Rightarrow N(1+t;1-t;3t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (t;-t;3t-2)$.
- $\Delta \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 1\cdot t + 3\cdot(-t) + 1\cdot(3t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Do đó, Δ có 1 véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2;-2;4) = 2(1;-1;2)$.
Suy ra, $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$.
Chọn đáp án D □

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(-1;2;0)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3z-5=0$. Viết phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (α)?

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2 \\ z = -3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 2 \\ z = 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-3t \\ z = -5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2-t \\ y = -3+2t \\ z = -5 \end{cases}$.

✍**Lời giải.**
Phương trình đường thẳng d đi qua $M(-1;2;0)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;0;3)$ là $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 2 \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-1), B(-2;3;1)$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y=0$. Đường thẳng AB và mặt cầu (S) có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$ và phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Ta thấy I thuộc AB, suy ra đường thẳng AB và mặt cầu (S) có 2 điểm chung.

Chọn đáp án (C) □

Câu 278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $(m^2+1)x-(2m^2-2m+1)y+(4m+2)z-m^2+2m=0$ luôn chứa một đường thẳng Δ cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đi qua $M(1;-1;1)$ vuông góc (Δ) và cách O một khoảng lớn nhất có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;b;c)$. Tính b^2-c?

A. 2. **B.** 23. **C.** 19. **D.** -1.

Lời giải.

Cho $m=0$ có mặt phẳng (P_0): $x-y+2z=0$, suy ra $\vec{n}=(1;-1;2)$.

Cho $m=1$ có mặt phẳng (P_1): $2x-y+6z+1=0$ suy ra $\vec{n'}=(2;-1;6)$.

Suy ra Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_1}=\left[\vec{n};\vec{n'}\right]=(-4;-2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của O trên d thì OH là khoảng cách từ O đến d.

Ta có $OH \le OM$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $d \perp OM$.

Vậy d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{u_1};\overrightarrow{OM}\right]=(-1;5;6) \Rightarrow b^2-c=25-6=19$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 279. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Ta có $M(1;-1;3)$ và $\overrightarrow{AM}=(2;-4;1)$. Phương trình đường thẳng AM là

$$\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 280. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, Δ': $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(3;2;1)$, Δ' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;3;-2)$. Gọi d là đường thẳng cần tìm, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-7;7;7)$ hay $\vec{u}=(-1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 281. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $x-2y+3z+3=0$.

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x+2y+z-8=0$.

✍Lời giải.
Mặt phẳng vuông góc đường thẳng (Δ) nhận véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng qua điểm M có dạng
$$3x-2y+z-12=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 282. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$.

✍Lời giải.
Gọi d là đường thẳng cần tìm. Đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P) nhận $\vec{u}=(1;3;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Đường thẳng d qua A có phương trình là
$$\begin{cases}x=2+t\\y=3+3t\\z=-t.\end{cases}$$
Với $t=-1$, đường thẳng d đi qua điểm $B(1;0;1)$. Suy ra đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t.\end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 283. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4;3;2)$ đến trục Ox là

A. $h=4$. **B.** $h=\sqrt{13}$. **C.** $h=3$. **D.** $h=2\sqrt{5}$.

✍Lời giải.
Ta có $H(-4;0;0)$ là hình chiếu của điểm $A(-4;3;2)$ trên trục Ox.
Khoảng cách từ A đến trục Ox là $AH=\sqrt{13}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x+(1-2m)y+m^2z+1=0$

A. $m\in\{-1;3\}$. **B.** $m=3$.
C. Không có giá trị nào của m. **D.** $m=-1$.

✍Lời giải.
Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;0)$ và nhận $\vec{u}=(-2;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=\left(2;1-2m;m^2\right)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Ta có $d\parallel(P)\Leftrightarrow\begin{cases}M\notin(P)\\\vec{u}\cdot\vec{n}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\cdot2+(1-2m)\cdot1+1\neq0\\m^2-2m-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq3\\\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$

Chọn đáp án (D) □

Câu 285. Cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{3-y}{3}=\dfrac{z+1}{-2}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(2;3;-2)$. **B.** $\vec{u}=(2;-3;-2)$. **C.** $\vec{u}=(-2;-3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;2)$.

✍Lời giải.
Ta có $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{3-y}{3}=\dfrac{z+1}{-2}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$.
Do đó d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-2)$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta\colon\begin{cases}x=2-t\\y=1\\z=-2+3t\end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(4;1;-4)$. **B.** $Q(3;1;-5)$. **C.** $M(2;1;-2)$. **D.** $N(0;1;4)$.

✍Lời giải.

Điểm $P(4;1;-4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ.

Chọn đáp án (A) □

Câu 287. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α): $4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-7t.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3-7t.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+8t\\y=-2+6t\\z=-3-14t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;3;-7)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nên véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(4;3;-7)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1;-3;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{8}{9}$. **B.** $\dfrac{8}{29}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{29}}$. **D.** $\dfrac{8}{\sqrt{29}}$.

✍Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}[A,(P)]=\frac{|2\cdot1+3\cdot(-3)+4\cdot1-5|}{\sqrt{2^2+3^2+4^2}}=\frac{8}{\sqrt{29}}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 289. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng (P): $x-2y+5z=0$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P). Tính $5b+2c$.

A. $5b+2c=16$. **B.** $5b+2c=14$. **C.** $5b+2c=13$. **D.** $5b+2c=15$.

✍Lời giải.

Đường thẳng (Δ) qua $M(1;2;3)$ vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+5t.\end{cases}$

Toạ độ điểm H là giao điểm của (Δ) và mặt phẳng (P). Khi đó, ta có

$$(1+t)-2(2-2t)+5(3+5t)=0\Leftrightarrow t=-\frac{2}{5}.$$

Ta được $H\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{14}{5};1\right)\Rightarrow 5b+2a=16$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 290. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$; $d_2\colon \begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

✍Lời giải.

Gọi $M=\Delta\cap d_2$, do $M\in d_2\Rightarrow M(1-t;1+2t;-1+t)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(-t;2t-1;t-4)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(2;-1;1)$. Do $d_1\perp\Delta\Rightarrow\vec{u}_1\cdot\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=(1;-3;-5)$, do đó $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 291. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$ và điểm $M(1;-1;0)$. Điểm N thuộc (P) sao cho MN song song với d. Độ dài MN là

A. 3. **B.** $\sqrt{59}$. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** 5.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng đi qua M song song với d có phương trình $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$. Khi đó tọa độ của N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}\\ x+y+z=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=-2\\ z=3.\end{cases}$$

Vậy $MN=\sqrt{11}$.

Chọn đáp án C □

Câu 292. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng song song với 2 đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{4}$ và $\Delta_2: \begin{cases}x=2+t\\ y=3+2t\\ z=1-t\end{cases}$ có 1 véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-5;6;-7)$. **B.** $\vec{n}=(5;-6;7)$. **C.** $\vec{n}=(-5;6;7)$. **D.** $\vec{n}=(-5;-6;7)$.

✍**Lời giải.**

- $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;4)$ và $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-1)$.
- (P) có VTPT là $\vec{n}=\overrightarrow{u_1}\wedge\overrightarrow{u_2}=(-5;6;7)$.

Chọn đáp án C □

Câu 293. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\ y=-6t\\ z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=-3t\\ z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\ y=-6-3t\\ z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\ y=-3t\\ z=-1+t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

- Δ: $\begin{cases}x=2+4t\\ y=-6t\\ z=-1+2t\end{cases}$. Đặt $2t=t'$ ta có Δ: $\begin{cases}x=2+2t'\\ y=-3t'\\ z=-1+t'\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 294. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$. Số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-1;-2)$. Suy ra A,B,C thẳng hàng. Do đó không có điểm D nào thỏa mãn A,B,C,D là 4 đỉnh của hình bình hành.

Chọn đáp án D □

Câu 295. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-6}{-4}=\dfrac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC?

A. $\vec{u}(1;2;3)$. **B.** $\vec{u}(0;-2;6)$. **C.** $\vec{u}(0;1;-3)$. **D.** $\vec{u}(0;1;3)$.

✍**Lời giải.**

- Hình chiếu H của M trên đường phân giác trong góc A có tọa độ: $H\left(\dfrac{1}{2};4;\dfrac{9}{2}\right)$.
- M' là điểm đối xứng của M qua H. Từ đây ta tìm được tọa độ $M'(1;3;6)$.
- Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC chính là véc-tơ $\overrightarrow{NM'}=(0;2;6)$.

Suy ra, đường thẳng AC có một véc-tơ chỉ phương là $(0;1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 296. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(0;1;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}=(2;0;0)$.

Lời giải.

Chọn $A(-3;1;1), B(-1;2;-2)$ thuộc d, ta có các điểm $A'(0;1;1)$, $B'(0;2;-2)$ là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oxy), khi đó $\vec{u}=\overrightarrow{A'B'}=(0;1;-3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 297. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả giá trị tham số m để đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-m^2z+m=0$.

A. $m\in\{-2;2\}$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Lời giải.

d qua điểm $M(1;0;1)$ và có VTCP là $\vec{u}=(1;2;1)$, (P) có VTPT là $\vec{n}=(2;1;-m^2)$.
Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u}\perp\vec{n} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{n}=0 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

- Với $m=2$, $(P)\colon 2x+y-4z+2=0 \Rightarrow M\in(P)$ (loại).
- Với $m=-2$, $(P)\colon 2x+y-4z-2=0 \Rightarrow M\notin(P)$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án C □

Câu 298. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=8$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$, $d_2\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với d_1, d_2.

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y+2=0$ hoặc $x-y+6=0$.
C. $x-y-6=0$. **D.** $x-y+6=0$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1;-1;0)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$.
d_1 qua $M(-1;1;1)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(1;1;2)$. d_2 qua $N(-1;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(1;1;1)$.
Mặt phẳng (P) song song với d_1, d_2 nên có VTPT $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(1;-1;0)$, do đó (P) có phương trình $x-y+d=0$.
Lại có (P) tiếp xúc (S) nên $\mathrm{d}(I,(P))=2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=2 \\ d=-6 \end{array}\right.$.

- Với $d=2$, $(P)\colon x-y+2=0 \Rightarrow M\in(P)$ (loại).
- Với $d=-6$, $(P)\colon x-y-6=0 \Rightarrow M,N\notin(P)$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án C □

Câu 299. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(0;1;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}=(2;0;0)$.

Lời giải.

Chọn $A(-3;1;1), B(-1;2;-2)$ thuộc d, ta có các điểm $A'(0;1;1)$, $B'(0;2;-2)$ là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oyz), khi đó $\vec{u}=\overrightarrow{A'B'}=(0;1;-3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 300. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y+2z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. d song song với (P). **B.** d nằm trong (P).
C. d cắt và không vuông góc với (P). **D.** d vuông góc với (P).

Lời giải.

Ta có d có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;-1;-3)$ và (P) có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(3;-3;2)$.
Nhận thấy $\vec{u}_d\cdot\vec{n}_P=1\cdot 3+(-1)\cdot(-3)+(-3)\cdot 2=0 \Rightarrow d\parallel(P)$ hoặc $d\subset(P)$.
Lấy $A(-1;0;1)\in d$. Thay vào phương trình của (P) ta được $3\cdot(-1)-3\cdot 0+2\cdot 1+1=0$
$\Rightarrow A\in(P)$. Suy ra d nằm trong (P).

Cách khác.

Viết lại đường thẳng d ở dạng tham số $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=1-3t \end{cases}$.

Xét phương trình $3\cdot(-1+t)-3\cdot(-t)+2\cdot(1-3t)+1=0 \Leftrightarrow 0=0$. Kết luận phương trình có vô số nghiệm $\Rightarrow d\subset(P)$.

Chọn đáp án B □

Câu 301. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của $A(2;-1;1)$ lên đường thẳng (d): $\begin{cases} x=1 \\ y=4+2t \\ z=-2t \end{cases}$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $a+2b+3c=10$. **B.** $a+2b+3c=5$. **C.** $a+2b+3c=8$. **D.** $a+2b+3c=12$.

Lời giải.

Vì $H\in(d)\Rightarrow H(1;4+2t;-2t)$, $\overrightarrow{AH}=(-1;5+2t;-1-2t)$.

(d) có vtcp $\overrightarrow{u}=(0;2;-2)$.

$$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{u}=0\Leftrightarrow(-1)0+(5+2t)2+(-1-2t)(-2)=0\Leftrightarrow 8t+12=0\Leftrightarrow t=\frac{-3}{2}.$$

Suy ra $H(1;1;3)$.

Vậy $a+2b+3c=12$.

Chọn đáp án D □

Câu 302. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng song song d: $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=4-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và d': $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (d,d'), đồng thời cách đều hai đường thẳng d và d'.

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Lời giải.

Lấy $M(2;1;4)\in d$, $N(4;-1;0)\in d'$. Đường thẳng cần tìm đi qua trung điểm của MN, là điểm $I(3;0;2)$, và song song với d và d'. Phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 303. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2t \\ z=-3+t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây **không thuộc** đường thẳng d?

A. $M(-4;-2;-4)$. **B.** $N(1;0;-3)$. **C.** $P(6;2;2)$. **D.** $Q(51;20;7)$.

Lời giải.

Thế tọa độ $P(6;2;2)$ vào phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2t \\ z=-3+t \end{cases}$ ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 6=1+5t \\ 2=2t \\ 2=-3+t \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=1 \\ t=1 \\ t=-5 \end{cases}\text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy $P(6;2;2)$ không thuộc d.

Chọn đáp án C □

Câu 304. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm $E(1;2;-3)$ và $F(3;-1;1)$.

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng qua điểm $E(1;2;-3)$ và $F(3;-1;1)$ có véc-tơ chỉ phương

$$\overrightarrow{u}=\overrightarrow{EF}=(2;-3;4).$$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng EF qua $F(3;-1;1)$ là

$$\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{4}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 305. Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;0;1)$ trên đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(2;2;3)$. **B.** $H(0;-2;1)$. **C.** $H(1;0;2)$. **D.** $H(-1;-4;0)$.

✍Lời giải.

Gọi $H(1+t;2t;2+t)$ thuộc đường thẳng d, véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=(1;2;1)$.
Vì H là hình chiếu của điểm M lên d nên ta có

$$\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_d=0. \qquad (1)$$

Mà $\overrightarrow{MH}=(t-1;2t;t+1)$ nên từ (1) ta có phương trình

$$1(t-1)+2\cdot 2t+1(t+1)=0\Leftrightarrow 6t=0\Leftrightarrow t=0.$$

Với $t=0$ ta được điểm $H(1;0;2)$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 306. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d.

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-2}$. **C.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{4}=\frac{z}{2}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.
Đường thẳng qua $M(2;1;0)$ và song song với đường thẳng d cũng nhận $\vec{u}=(2;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương của nó.
Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 307. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon y+3=0$.

A. $\Delta\colon\begin{cases}x=2\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$. **B.** $\Delta\colon\begin{cases}x=2\\y=1+t\\z=-3\end{cases}$. **C.** $\Delta\colon\begin{cases}x=0\\y=-1+t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\Delta\colon\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$.

✍Lời giải.

Do $\Delta\perp(P)\Rightarrow\vec{u}_\Delta\parallel\vec{n}_{(P)}$ nên chọn $\vec{u}_\Delta=(0;1;0)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\Delta\colon\begin{cases}x=2\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 308. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$. Tính khoảng cách từ A đến trục Oy.

A. 2. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 3. **D.** 10.

✍Lời giải.

Hình chiếu của A lên Oy là $H(0;2;0)$. Vậy khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

$$AH=\sqrt{(0-3)^2+(2-2)^2+(0-1)^2}=\sqrt{10}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 309. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-2t \\ y=1+3t \\ z=3t. \end{cases}$ Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-3}$. **C.** $x-2=y-1=z$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-3}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;3;3)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 310. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P).

A. $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) nên d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$ nên có phương trình là $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 311. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+4}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;6)$ và song song với d?

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-6}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+4}{6}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+6}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-6}{1}$.

✍**Lời giải.**

Vì đường thẳng cần tìm song song với d nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;6)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;1)$ là

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-6}{1}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 312. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1)\colon \dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-9}{-1}$ và $(d_2)\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

A. (d_1) và (d_2) cắt nhau. **B.** (d_1) và (d_2) vuông góc nhau.

C. (d_1) và (d_2) trùng nhau. **D.** (d_1) và (d_2) chéo nhau.

✍**Lời giải.**

Gọi $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 ta chọn $\vec{u}_1(1;2;-1)$, $\vec{u}_2(-1;2;3)$. Giả sử $M_1\in d_1$ và $M_2\in d_2$, ta chọn $M_1(7;3;9)$ và $M_2(-1;2;3)$ suy ra $\overrightarrow{M_1M_2}(-8;-1;-6)$. Khi đó

$$\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=(2\cdot3-2\cdot(-1);(-1)\cdot(-1)-3\cdot1;1\cdot2-(-1)\cdot2)=(8;-2;4).$$

và $\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]\cdot\overrightarrow{M_1M_2}=8\cdot(-8)+(-2)\cdot(-1)+4\cdot(-6)=-86\neq0$.

Do đó d_1, d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án D □

Câu 313. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;-1;3)$, $C(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) qua B và vuông góc với AC có phương trình là

A. $x+y+2z+5=0$. **B.** $x-y-2z+5=0$. **C.** $x-y+2z+5=0$. **D.** $x+y-2z+5=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AC}(-1;1;2)$ do giả thiết suy ra $\overrightarrow{AC}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Khi đó phương trình của (P) là

$$(-1)(x-0)+(y+1)+2(z-3)\Leftrightarrow x-y-2z+5=0$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 314. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(3;-2;1)$, $B(-4;0;3)$, $C(1;4;-3)$, $D(2;3;5)$. Phương trình của mặt phẳng chứa AC và song song với BD là

A. $12x-10y-21z-35=0$. **B.** $12x+10y-21z+35=0$.
C. $12x+10y+21z+35=0$. **D.** $12x-10y+21z-35=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AC}(-2;6;-4)$ và $\overrightarrow{BD}(6;3;2)$ khi đó $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right]=(24;-20;-42)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa AC và song song với BD suy ra $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right]$ và $\vec{n}$ cùng phương. Khi đó ta chọn $\vec{n}(12;-10;-21)$. Do đó phương trình mặt phẳng là

$$12(x-3)-10(y+2)-21(z-1)\Leftrightarrow 12x-10y-21z-35=0$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 315. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;7)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x+2y-2z-3=0$ là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=4+4t\\z=7-4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+t\\y=3+2t\\z=-1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=4+3t\\z=7+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-2+7t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-2)$.
Do đường thẳng d song song mặt phẳng (P) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$.
Phương trình tham số d: $\begin{cases}x=1+2t\\y=4+4t\\z=7-4t\end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 316. Phương trình nào sau đây là chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$?

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+3}{4}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$.

✍**Lời giải.**

Gọi d là đường thẳng qua A và B.
Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(2;-3;4)$.
Phương trình chính tắc d: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+3}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 317. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-6}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(2;2;2)$. **B.** $M(2;2;4)$. **C.** $M(2;3;4)$. **D.** $M(2;2;10)$.

✍**Lời giải.**

Vì $\dfrac{2-4}{2}=\dfrac{2-5}{3}=\dfrac{2-6}{4}=-1$ nên $M(2;2;2)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án (A) □

Câu 318. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $Q(-2;-4;7)$. **B.** $P(7;2;1)$. **C.** $M(1;-2;3)$. **D.** $N(4;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Vì $\dfrac{7-1}{3}=\dfrac{2+2}{2}\neq\dfrac{1-3}{-4}$ nên $P(7;2;1)$ không thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án (B) □

Câu 319. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;1)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=-1 \\ y=-1+t \\ z=t \end{cases}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d_1 và vuông góc với đường thẳng d_2. Đường thẳng d đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $N(2;1-5)$. **B.** $Q(3;2;5)$. **C.** $P(-2;-3;11)$. **D.** $M(1;0;-1)$.

✍Lời giải.

Gọi $B=d_1\cap d$. $B\in d_1\Rightarrow B(-1;-1+t;t)$. $\overrightarrow{AB}=(-1;t-2;t-1)$. d_2 có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;1;1)$.

Do $d\perp d_2$ nên $\vec{u}\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -3+t-2+t-1=0\Leftrightarrow t=3\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-1;1;2)$.

Có $\overrightarrow{AN}=(2;0;6)$, $\overrightarrow{AQ}=(3;1;4)$, $\overrightarrow{AP}=(-2;-4;10)$, $\overrightarrow{AM}=(1;-1;-2)$.

Suy ra đường thẳng d đi qua M.

Chọn đáp án D □

Câu 320. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(-1;0;0)$ và $N(0;1;2)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng trên đi qua $M(-1;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(1;1;2)$ nên có phương trình dạng chính tắc là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 321. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;2;-2)$ và $B(5;1;-3)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 10x+2y+mz+11=0$.

A. $m=-52$. **B.** $m=52$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-5;-1;-1)$.

Mặt phẳng $(P)\colon 10x+2y+mz+11=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(10;2;m)$.

Đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \dfrac{10}{-5}=\dfrac{2}{-1}=\dfrac{m}{-1}\Rightarrow m=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 322. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z+4}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. $(2;8;-4)$. **B.** $(0;10;-7)$. **C.** $(-1;11;-7)$. **D.** $(5;5;-1)$.

✍Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z+4}{-1} \\ x+y+z-3=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-8}{1} \\ \dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z+4}{-1} \\ x+y+z-3=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=10 \\ -y-z=-4 \\ x+y+z=3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=11 \\ z=-7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(-1;11;-7)$.

Chọn đáp án C □

Câu 323. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-1)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=3-5t \\ z=-4+t \end{cases}$.

Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d.

A. $x+5y+z-11=0$. **B.** $x-5y+z+8=0$. **C.** $x+3y-4z-13=0$. **D.** $x-5y+z-8=0$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm qua $A(3;2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(1;-5;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng là

$$(x-3)-5(y-2)+(z+1)=0\Leftrightarrow x-5y+z+8=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 324. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;3), B(1;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=-3-2t. \end{cases}$

A. $2x+y+3z+19=0$. **B.** $10x-4y+z-19=0$.
C. $2x+y+3z-19=0$. **D.** $10x-4y+z+19=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-3;-2)$, đường thẳng d nhận $\vec{u}=(1;2;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Theo giả thiết mặt phẳng (P) qua $A(2;1;3)$ và nhận $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\vec{u}]=(10;-4;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$10(x-2)-4(y-1)+(z-3)=0 \Leftrightarrow 10x-4y+z-19=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 325. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng (P): $2x+3y-7z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P).

A. $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$. **B.** $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-7}$.
C. $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-7}{3}$. **D.** $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+7}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=(2;3;-7)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do $d\perp(P)$ nên d nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương.
Phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-7}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 326. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-y+2z+1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 60°. **B.** 120°. **C.** 150°. **D.** 30°.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d=(1;2;-1)$ và $\vec{n}_{(P)}=(1;-1;2)$.
Do đó $\cos(\vec{u}_d;\vec{n}_{(P)})=\dfrac{|1-2-2|}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2}$, suy ra góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $90^\circ-60^\circ=30^\circ$.
Chọn đáp án D □

Câu 327. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\Delta: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **D.** $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$.

Lời giải.

Vì $\vec{u}_\Delta\cdot\vec{n}_{(P)}=0$ và $\vec{u}_\Delta\cdot\vec{u}_d=0$ nên ta có thể chọn $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d\right]=(-5;-5;10)$. Để cho gọn ta có thể chọn $\vec{u}_\Delta=(1;1;-2)$.
Phương trình đường thẳng Δ qua M có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ là $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=1$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+1=0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P).

A. $r=\dfrac{1}{3}$. **B.** $r=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của $(S)\Rightarrow I(0;0;0)$, $R=1$.

Ta có $\mathrm{d}(I;(P))=\dfrac{|1|}{\sqrt{1+4+4}}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 329. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình của đường thẳng d đi qua hai điểm $M(0;-2;0)$, $N(1;-3;1)$.

A. $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua hai điểm $M(0;-2;0)$, $N(1;-3;1)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(1;-1;1)$, suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 330. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-9;0)$ và song song với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

A. $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-9}{-2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+9}{-2}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-9}{2}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+9}{2}=\dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-9;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;1)$, do đó d có phương trình chính tắc là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+9}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 331. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z+3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{m}$, với $m\neq 0$. Tìm m để d song song (P).

A. $m=5$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;1)$ và đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;m)$.

Vì $M\in d$ và $M\notin (P)$ nên $d\parallel (P)\Leftrightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow m=-5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 332. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi M là trung điểm đoạn AB, ta có $M(0;1;-1)$. Khi đó đường thẳng đi qua M và song song với d có phương trình $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 333. %[HK2 (2017-2018), THPT Tân Hiệp, Kiên Giang]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-1+3t \\ y=1+t \\ z=3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và hai điểm $A(5;0;2)$, $B(2;-5;3)$. Tìm điểm M thuộc Δ sao cho $\triangle ABM$ vuông tại A.

A. $M(2;2;3)$. **B.** $M(5;3;6)$. **C.** $M(-4;0;-3)$. **D.** $M(-7;-1;-6)$.

✍Lời giải.

Điểm M thuộc đường thẳng Δ nên $M(-1+3t;1+t;3t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(3t-6;t+1;3t-2)$ và $\overrightarrow{AB}=(-3;-5;1)$.

Tam giác ABM vuông tại M khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -3(3t-6) - 5(t+1) + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi đó tọa độ điểm $M(2;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 334. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $d_2\colon \begin{cases} x = 2s \\ y = 1-2s \\ z = 6s \end{cases} (s \in \mathbb{R})$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. d_1, d_2 chéo nhau. **B.** d_1, d_2 cắt nhau. **C.** $d_1 \parallel d_2$. **D.** $d_1 \equiv d_2$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}_{d_1} = (1;-1;3)$, $\vec{u}_{d_2} = (2;-2;6) = 2\overrightarrow{u_{d_1}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d_1 \equiv d_2. \end{array}\right.$

Lấy $A(0;1;0) \in d_2$. Dễ thấy $A \notin d_1 \Rightarrow d_1 \parallel d_2$.

Chọn đáp án C □

Câu 335. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x + y - 2z + 1 = 0$ đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và cắt đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 11+2t \\ y = 2t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ tại N. Tính độ dài đoạn MN.

A. $7\sqrt{6}$. **B.** $3\sqrt{11}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

Điểm $N \in (d) \Rightarrow N(11+2t;2t;-4t)$. Mặt khác $N \in (\alpha)$ nên

$$11 + 2t + 2t - 2(-4t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Điểm $N(9;-2;4) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (8;0;4) \Rightarrow MN = 4\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 336. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = 1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$; $\Delta_2\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-2}{5} = \dfrac{z}{-1}$ và điểm $M(0;3;0)$. Đường thẳng d đi qua M, cắt Δ_1 và vuông góc với Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4;a;b)$. Tính $T = a + b$

A. $T = -2$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = -4$. **D.** $T = 2$.

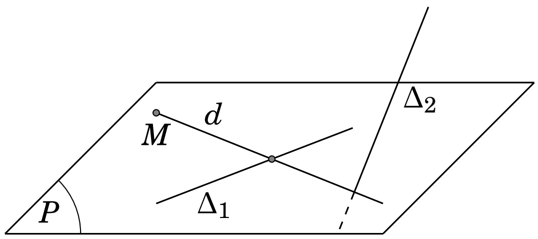
✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và Δ_1.

Lấy $A(3;1;1) \in \Delta_1$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến vuông góc với các véc-tơ $\overrightarrow{MA} = (3;-2;1)$ và $\vec{u}_{\Delta_1} = (1;1;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{MA}, \vec{u}_{\Delta_1}\right] = (-5;-5;5)$.



Một trong các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1;1;-1)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với Δ_2 có $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{\Delta_2}\right] = (4;-1;3)$.

Vậy $a = -1; b = 3 \Rightarrow T = a + b = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 337. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - y - z + 3 = 0$, và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của (P) và Δ.

A. (P) và Δ chéo nhau. **B.** (P) song song Δ.

C. (P) chứa Δ. **D.** (P) cắt Δ.

✍Lời giải.

— Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1;-1)$.

— Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;2)$.

Ta có $\vec{n}\cdot\vec{u}=2+2-2=2\neq 0$, nên suy ra Δ cắt (P).

Chọn đáp án (D) □

Câu 338. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3+2t\\ y=5-3mt\\ z=-1+t.\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon 4x-4y+2z-5=0$. Giá trị nào của m để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{2}{3}$. **C.** $m=-\dfrac{5}{6}$. **D.** $m=\dfrac{5}{6}$.

Lời giải.

- Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-4;2)$.
- Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3m;1)$.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $\vec{n}$ cùng phương với $\vec{u}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{4}=\dfrac{-3m}{-4}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 3m=2\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 339. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t\\ y=t\\ z=-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ và $d'\colon \begin{cases} x=2t'\\ y=-1+t'\\ z=t'\end{cases},t'\in\mathbb{R}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A. $\dfrac{1}{\sqrt{14}}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(-1;1;-1)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $B(0;-1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=(2;1;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;0)$.

$[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]=\left(\begin{vmatrix}1&-1\\1&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&-1\\1&2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&1\\2&1\end{vmatrix}\right)=(2;-1;-3)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

$$\mathrm{d}\left(d,d'\right)=\frac{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\right|}=\frac{|2\cdot(-1)+(-1)\cdot(-1)+(-3)\cdot 0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-3)^2}}=\frac{1}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 340. Trong không gian với hê tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.

Trục Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(0;1;0)$. Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;2;3)$.

Do đó $\left[\overrightarrow{OA},\vec{u}\right]=\left(\begin{vmatrix}2&3\\1&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3&1\\0&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&2\\0&1\end{vmatrix}\right)=(-3;0;1)$.

Khoảng cách từ $A(1;2;3)$ đến trục Oy bằng $\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OA},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(-3)^2+0^2+1^2}}{1}=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 341. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z+5=0$. Điểm A nào dưới đây thuộc d và thỏa mãn khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng 3?

A. $A(4;-2;1)$. **B.** $A(2;-1;0)$. **C.** $A(-2;1;-2)$. **D.** $A(0;0;-1)$.

Lời giải.

Vì $A \in (d)$ nên ta có tọa độ điểm $A(2a;-a;a-1)$. Khoảng cách từ A đến (P) là

$$\frac{|2a+2a-2(a-1)+5|}{\sqrt{9}} = 3 \Leftrightarrow |2a+9| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-\dfrac{9}{2}. \end{array}\right.$$

Với $a=0 \Rightarrow A(0;0;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 342. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. Điểm $M \in \Delta$ mà tổng MA^2+MB^2 có giá trị nhỏ nhất có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(0;-1;4)$. **C.** $(1;0;4)$. **D.** $(1;-2;0)$.

✍**Lời giải.**

Vì $M \in (\Delta)$ nên ta có tọa độ điểm $M(1-t;-2+t;2t)$. Ta có

$$\begin{aligned} MA^2+MB^2 &= (-t)^2+(t-6)^2+(2t-2)^2+(2-t)^2+(t-4)^2+(2t-4)^2 \\ &= 12t^2-48t+76 \\ &= 12(t-2)^2+28 \\ &\geq 28 \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của MA^2+MB^2 là 28 khi $t=2 \Rightarrow M(-1;0;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 343. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1=(1;-4;6)$ và $\vec{u}_2=(2;1;-5)$.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Do $\begin{cases} \Delta \perp d_1 \\ \Delta \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$, chọn $\vec{u}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(14;17;9)$.

Mà Δ đi qua $A(1;-1;2)$, do đó Δ có phương trình là $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Chọn đáp án A □

Câu 344. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y=0$ và $(\alpha')\colon 2x-y+z-15=0$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và d', biết đường thẳng d' có phương trình $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3. \end{cases}$

A. $I(0;0;-1)$. **B.** $I(0;0;2)$. **C.** $I(1;2;3)$. **D.** $I(4;-4;3)$.

✍**Lời giải.**

Tọa độ giao điểm I của d và d' thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-y+z-15=0 \\ x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t+2+2t=0 \\ 2(1-t)-(2+2t)+3-15=0 \\ x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=-3 \\ x=4 \\ y=-4 \\ z=3 \end{cases}.$$

Suy ra $I(4;-4;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 345. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-4}{3}$ và trục Ox.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;-4;3)$ và đi qua điểm $M(1;-2;4)$.
Trục Ox có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_{Ox}=(1;0;0)$ và đi qua điểm $N(1;0;0)$.
Khoảng cách giữa đường thẳng d và trục Ox là

$\mathrm{d}[d,Ox]=\dfrac{|[\vec{u}_d,\vec{u}_{Ox}]\cdot\overrightarrow{MN}|}{|[\vec{u}_d,\vec{u}_{Ox}]|}=\dfrac{|(0;3;4)\cdot(0;2;-4)|}{|(0;3;4)|}=2.$

Chọn đáp án D □

Câu 346. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z+2017=0$.

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$.

✍Lời giải.

d vuông góc với (P) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_P=(2;2;1)$.
Do đó, phương trình chính tắc đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án B □

Câu 347. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+z+5=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=2-3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tìm tọa độ giao điểm của Δ và (α).

A. $(-2;-1;0)$. **B.** $(-5;2;3)$. **C.** $(1;3;2)$. **D.** $(-17;9;20)$.

✍Lời giải.

Xét phương trình $2(1+3t)+3-t+2-3t+5=0\Leftrightarrow 2t+12=0\Leftrightarrow t=-6$.

Với $t=-6\Rightarrow\begin{cases}x=-17\\y=9\\z=20\end{cases}$. Vậy tọa độ giao điểm của Δ và (α) là $(-17;9;20)$.

Chọn đáp án D □

Câu 348. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d.

A. $(1;0;2)$. **B.** $(-1;-4;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(1;1;2)$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d. Suy ra (P) nhận $\vec{u_d}=(1;2;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng $(P)\colon(x-2)+2y+z-1=0\Leftrightarrow x+2y+z-3=0$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d, suy ra $H=d\cap(P)$.

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}\\x+2y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=2\\y-2z=-4\\x+2y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\\z=2.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 349. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;-2;-4)$. Khi đó mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-2y-3z-5=0$. **B.** $2x-2y-3z=0$. **C.** $2x-2y+3z+1=0$. **D.** $2x+2y-3z-5=0$.

✍Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-6)$.
Mặt phẳng trung trực của AB đi qua trung điểm $I(1;0;-1)$ của AB và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;-3)$.
Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của $AB\colon 2x-2y-3z-5=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 350. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (-5;3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z-4}{3}$.
B. $\dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-3}{4}$.
C. $\dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z-3}{4}$.
D. $\dfrac{x+2}{-5} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+3}{4}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (-5;3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương là $\dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-3}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 351. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 4x+3y-7z+2=0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2-3t \\ z=-3-7t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Ta có d qua $M(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (4;3;-7)$. Vậy $d\colon \begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 352. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-3;1)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-1+3t \\ y=1-2t \\ z=3+t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình

A. $3x-2y+z-5=0$. **B.** $3x-2y+z-10=0$. **C.** $3x-2y+z+5=0$. **D.** $3x-2y+z-7=0$.

✍**Lời giải.**

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-2;1)$.
Mặt phẳng (P) qua điểm $M(0;-3;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u}$ nên có phương trình:
$3(x-0)-2(y+3)+1(z-1)=0$ hay $3x-2y+z-7=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 353. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(3;4;2)$, $B(5;-1;0)$ và $C(2;5;1)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $7x+4y-3z-31=0$.
B. $x+y+z-9=0$.
C. $7x+4y-3z+31=0$.
D. $x+y+z-8=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-5;-2)$; $\overrightarrow{AC} = (-1;1;-1)$.
Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận véc-tơ $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (7;4;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $7x+4y-3z-31=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 354. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y-3z-12=0$ và đường thẳng d có phương trình $d\colon \dfrac{x+7}{3} = \dfrac{y+10}{4} = \dfrac{z-4}{-2}$. Toạ độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (P) là

A. $M(2;2;-2)$. **B.** $M(-7;-10;4)$. **C.** $M(1;2;-3)$. **D.** $M(2;-1;-3)$.

✍**Lời giải.**

Toạ của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=-7+3t & (1) \\ y=-10+4t & (2) \\ z=4-2t & (3) \\ x+2y-3z-12=0 & (4) \end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được $t=3$.
Vậy $M(2;2;-2)$ là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P).

Chọn đáp án A □

Câu 355. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=3+4t \\ z=-2+6t \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=1-t' \\ y=2+2t' \\ z=3t' \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d_1 \perp d_2$. **B.** $d_1 \equiv d_2$.
C. d_1 và d_2 chéo nhau. **D.** $d_1 \parallel d_2$.

✍**Lời giải.**

Hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-2;4;6)$ và $\vec{u}_2=(-1;2;3)$.
Suy ra hai véc-tơ $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ cùng phương.
Lại có điểm $M(1;3;-2)\in d_1$ nhưng không thuộc d_2.
Vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.
Chọn đáp án D □

Câu 356. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q)\colon x-y-11=0$ bằng bao nhiêu?

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

✍**Lời giải.**

Vì $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\overrightarrow{OH}=(2;-1;-2)$.
Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;-1;0)$.
Gọi φ là số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q), ta có

$$\cos\varphi=\frac{\left|\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q\right|}{\left|\vec{n}_P\right|\cdot\left|\vec{n}_Q\right|}=\frac{|2\cdot1+(-1)\cdot(-1)+(-2)\cdot0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $\varphi=45°$.
Chọn đáp án A □

Câu 357. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3;2;0)$. **B.** $(3;-2;0)$. **C.** $(-1;0;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxy) là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{2} \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0. \end{cases}$$

Vậy giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (Oxy) là điểm $(1;0;0)$.
Chọn đáp án D □

Câu 358. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.
C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=36$.

✍**Lời giải.**

Theo giả thiết ta có $A(0;0;3)$ và $B(5+t;2t;6-t)$.
Mặt khác $B\in(P)$ nên ta có: $2(5+t)+6\cdot2t+(6-t)-3=0\Leftrightarrow t=-1$.
Suy ra $B(4;-2;7)$.
Khi đó mặt cầu có tâm $I(2;-1;5)$, $R=AI=\sqrt{2^2+(-1)^2+(5-3)^2}=3$.
Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.
Chọn đáp án B □

Câu 359. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-3=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(1;-1;2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}.$$

Đối chiếu đáp án ta có đáp án **A** thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 360. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+4t \\ z=1 \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;4;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;1)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;4;0)$ nên có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 361. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$. Gọi Δ' là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua (Oxy). Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ'.

A. $\vec{u}=(-1;3;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;1)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;11;0)$.
Ta thấy $B(1;2;3)\in\Delta$ và $B'(1;2;-3)$ là điểm đối xứng của điểm B qua mặt phẳng (Oxy).
Đường thẳng Δ' đi qua các điểm A,B'. Ta có $\overrightarrow{AB'}=(-3;-9;-3)$, từ đó suy ra $\vec{u}=(1;3;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ'.

Chọn đáp án D □

Câu 362. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-3=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (P). Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(1;2;2)$. **B.** $H(2;5;3)$. **C.** $H(6;7;8)$. **D.** $H(2;-3;-1)$.

✍Lời giải.

Vì H là hình chiếu vuông góc của M lên (P) nên $H(3+t;4-t;5+2t)$.
Điểm H thuộc mặt phẳng (P) nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} & (3+t)-(4-t)+2(5+2t)-3=0 \\ \Leftrightarrow\ & t=-1 \\ \Leftrightarrow\ & H=(2;5;3). \end{aligned}$$

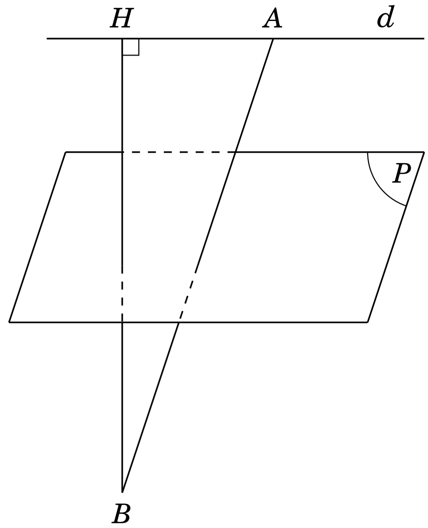
Chọn đáp án B □

Câu 363. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $(P)\colon x-2y+2z-5=0$, $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d qua A, song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

A. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z-1}{-7}$.

✍Lời giải.

Vì $(-3-2\cdot0+2\cdot1-5)(1-2\cdot(-1)+2\cdot3-5)<0$ nên hai điểm A,B khác phía so với (P).
Gọi H là hình chiếu của B lên d.
Ta có: $BH \le BA$ nên khoảng cách BH từ B đến d lớn nhất khi và chỉ khi H trùng A.
Khi đó $AB \perp d$.
VTPT của (P) là $\vec{n}=(1;-2;2), \overrightarrow{AB}=(4;-1;2)$.
VTCP của d là $\vec{u}=\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right]=(-2;6;7)$.
Mà d qua $A(-3;0;1)$ nên phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z-1}{-7}$.



Chọn đáp án D □

Câu 364. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P)\colon -x-2y+5z-2017=0$, $(Q)\colon 2x-y+3z+2018=0$. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q). Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}(-1;3;5)$. **B.** $\vec{u}(-1;13;15)$. **C.** $\vec{u}(1;13;5)$. **D.** $\vec{u}(-1;13;5)$.

Lời giải.
(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(-1;-2;5)$.
(Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(2;-1;3)$.
Suy ra $[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(-1;13;5)\neq\vec{0}$.
Vậy Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(-1;13;5)$.
Chọn đáp án D □

Câu 365. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ Oxz. Viết phương trình đường thẳng d'.

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=0\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=1+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.
d đi qua $M(2;-3;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;3)$.
Mặt phẳng (Oxz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ và có phương trình $y=0$.
Suy ra $[\vec{u},\vec{n}]=(-3;0;1)$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $Oxz \Rightarrow H(2;0;1)$.
Suy ra d' là đường thẳng qua $H(2;0;1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{u'}=[\vec{n},[\vec{u},\vec{n}]]=(1;0;3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy phương trình của $d'\colon \begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=1+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.
Chọn đáp án D □

Câu 366. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1), B(-1;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

A. $\Delta\colon \begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\Delta\colon \begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\Delta\colon \begin{cases}x=3+t\\y=4+t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\Delta\colon \begin{cases}x=-1+t\\y=t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải.
Tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm AB có tọa độ $I(0;1;1)$.
Mặt phẳng (OAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-2;-2;2)$.

Suy ra đường thẳng Δ có $\vec{u}=(1;1;-1)$ và đi qua $I(0;1;1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 367. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=4-t\end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x+y-z-2=0$. **B.** $x+3y-2z-3=0$. **C.** $x-3y-2z+3=0$. **D.** $x+3y-2z-5=0$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-1;1)$ nhận $\vec{u}$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình
$2(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 368. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z=0$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S). Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $(Q): x+2y-2z-17=0$.
B. $(Q): 2x+2y-2z+19=0$.
C. $(Q): x+2y-2z-35=0$.
D. $(Q): x+2y-2z+1=0$.

Lời giải.

Ta gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu (S). Khi đó $I(2;1;-2)$ và $R=3$.

Mặt phẳng $(Q)\parallel(P)$ nên (Q) có dạng $x+2y-2z+d=0$.

Vì (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I,(Q))=R$, suy ra $\dfrac{|2+2+4+d|}{\sqrt{1+2^2+(-2)^2}}=3\Rightarrow d=1$ (loại vì trùng mặt phẳng (P)) hoặc $d=-17$.

Vậy $(Q): x+2y-2z-17=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 369. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-3=0$ và $(Q): x+y+z-1=0$. Phương trình chính tắc đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.
B. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.
C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{1}$.
D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}2x+y-z-3=0\\x+y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2z-2=0\\x+y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2z+2\\y=-3z-1\end{cases}$. Đặt $z=t$ ta suy ra $x=2t+2, y=-3t-1$. Từ đó ta thu được phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Xét điểm $A(2;-1;0)\in d$, ta thấy A chỉ thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án B □

Câu 370. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(-1;1;0), \vec{b}=(1;1;0), \vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\vec{a}.\vec{c}=1$.
B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
C. $\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right)=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.
D. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$.

Lời giải.

Ta có $\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right)=\dfrac{\left|\vec{b}.\vec{c}\right|}{\left|\vec{b}\right|.\left|\vec{c}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 371. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3+4t\end{cases}$ và đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 3+4t' \\ y = 5+6t' \\ z = 7+8t' \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d_1 \parallel d_2$.
B. d_1 và d_2 chéo nhau.
C. $d_1 \equiv d_2$.
D. $d_1 \perp d_2$.

✍**Lời giải.**

Ta có các véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2;3;4), \overrightarrow{u_2} = (4;6;8)$. Dễ dàng nhận thấy $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$. Do đó $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ song song. Lấy bất kì một điểm $A(1;2;3) \in d_1$, ta thấy $A \in d_2$. Suy ra d_1 và d_2 trùng nhau.

Chọn đáp án C □

Câu 372. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} 6-4t \\ -2-t \\ -1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Hình chiếu của A trên d có tọa độ là

A. $(-2;3;1)$.
B. $(2;-3;1)$.
C. $(2;3;1)$.
D. $(2;-3;-1)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $H(6-4t;-2-t;-1+2t)$ là hình chiếu của A lên đường thẳng d. Ta có $\overrightarrow{AH} = (5-4t;-3-t;-2+2t)$ và $\vec{u}_d = (4,1,-2)$. Do $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH}.\vec{u}_d = 0$

$\Leftrightarrow 4(5-4t) + 1(-3-t) - 2(-2+2t) = 0$

$\Leftrightarrow t = 1$. Vậy tọa độ điểm H là $H(2;-3;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 373. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình (P): $-x + 3z - 2 = 0$. Tìm đáp án đúng

A. $(P) \parallel Oy$.
B. $(P) \parallel xOz$.
C. $(P) \supset Oy$.
D. $(P) \parallel Ox$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P = (-1;0;3)$, $\vec{u}_{Oy} = (0;1;0)$. Dễ có tích vô hướng $\vec{n}_P.\overrightarrow{u_{Oy}} = 0$. Suy ra $(P) \parallel Oy$.

Chọn đáp án A □

Câu 374. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-3t \\ y = 2t \\ z = -2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 6 = 0$. Giá trị của m để $d \subset (P)$ là

A. $m = 4$.
B. $m = -4$.
C. $m = 2$.
D. $m = -2$.

✍**Lời giải.**

Để $d \subset (P)$ thì phương trình $2(1-3t) - (2t) - 2(-2-mt) - 6 = 0$ đúng với $\forall t \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow t(-8+2m) = 0$ đúng với $\forall t \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m = 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 375. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (d_1): $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$ và (d_2): $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (d_1) và (d_2) cắt nhau.
B. (d_1) và (d_2) song song với nhau.
C. (d_1) và (d_2) chéo nhau và vuông góc với nhau.
D. (d_1) và (d_2) chéo nhau và không vuông góc với nhau.

✍**Lời giải.**

Các véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng đã cho là $\overrightarrow{u_1}(-2;0;1), \overrightarrow{u_2}(1;-1;2)$ và dễ thấy chúng vuông góc với nhau.

Chọn đáp án C □

Câu 376. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 1 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos\alpha = \frac{4}{9}$.
B. $\cos\alpha = -\frac{4}{9}$.
C. $\sin\alpha = \frac{4}{9}$.
D. $\sin\alpha = -\frac{4}{9}$.

✍**Lời giải.**

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;2;-1)$, (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1;-2)$. Từ đó, $\sin\alpha = \left|\cos(\vec{u}, \vec{n})\right| = \left|\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{|\vec{u}||\vec{n}|}\right| = \dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 377. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d.

A. $(P)\colon 5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P)\colon 2x+y+2z-1=0$.
C. $(P)\colon 2x+2y+z-2=0$. **D.** $(P)\colon 5x-2y-4z-5=0$.

Lời giải.

d đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;1;2)$. Do (P) chứa A và d nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}\right] = (-5;2;4)$. Suy ra phương trình của (P) là $5x-2y-4z-5=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 378. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 4x-2y-6z+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ song song với (α). **B.** Δ nằm trên (α).
C. Δ vuông góc với (α). **D.** Δ cắt và không vuông góc với (α).

Lời giải.

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;1;3)$, (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1;-3)$. Dễ thấy $\vec{u} = -\vec{n}$ nên Δ vuông góc với (α).

Chọn đáp án (C) □

Câu 379. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc d và đi qua hai điểm A, B.

A. $(S)\colon (x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$. **B.** $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=17$.
C. $(S)\colon (x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$. **D.** $(S)\colon (x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=33$.

Lời giải.

Gọi tâm mặt cầu là $I(1+2t;t;-2t)$. Từ $IA = IB$ ta suy ra

$$(2t-1)^2+(t-1)^2+(-2t)^2 = (2t+3)^2+(t-3)^2+(-2t-2)^2 \Leftrightarrow t=-1.$$

Suy ra $I(-1;-1;2)$ và $AI^2 = 17$. Vậy mặt cầu cần tìm là $(S)\colon (x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 = 17$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 380. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm $M(1;4;-2)$ qua đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x = 1+2t, \\ y = -1-t, \\ z = 2t. \end{cases}$

A. $M'(-1;0;-2)$. **B.** $M'(-3;-4;-2)$. **C.** $M'(3;-2;2)$. **D.** $M'(5;-8;6)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (d) thì H chính là trung điểm của MM'. Vì H thuộc (d) nên tọa độ H có dạng $H(1+2t;-1-t;2t)$. Từ $MH \perp (d)$ ta suy ra $t=-1$. Do đó, $H(-1;0;-2)$ và $M'(-3;-4;-2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 381. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x+2y-3z+1=0$.

A. $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$.
C. $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{3}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d đi qua $A(1;2;-1)$ và nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 382. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Tọa độ giao điểm M của d và (P) là

A. $M(0;0;-2)$. **B.** $M(0;2;0)$. **C.** $M(4;3;-1)$. **D.** $M(1;0;1)$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \\ 3x+5y-z-2=0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow 26t=-78 \Leftrightarrow t=-3$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-2. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $M(0;0;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 383. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $2x+3y-4z+5=0$ là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=-4-5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=-5+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=-5-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận véctơ pháp tuyến của (P) làm véctơ chỉ phương. Do đó phương trình của d là

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=-5-4t. \end{cases}$$

Chọn đáp án C □

Câu 384. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng d?

A. $4x-2y+2z+4=0$. **B.** $4x+2y+2z+4=0$. **C.** $2x-2y+2z+4=0$. **D.** $4x-2y-2z-4=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Xét mặt phẳng $4x-2y+2z+4=0$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;2) \Rightarrow \vec{n}=2\vec{v}$.

$\Rightarrow d$ vuông góc với mặt phẳng có phương trình $4x-2y+2z+4=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 385. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x+5y-z-2=0$ cắt nhau tại điểm $M(a;b;c)$ khi đó $a+b+c$ có giá trị là

A. 5. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3} \\ \dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1} \\ 3x+5y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4y=0 \\ y-3z=6 \\ 3x+5y-z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow M(0;0;-2).$$

Khi đó $a+b+c=-2$.

Chọn đáp án B □

Câu 386. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (Δ_1): $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$ và (Δ_2): $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc nhau.
B. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2).
C. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2).
D. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của (Δ_2): $\begin{cases} x=-4+3t' \\ y=-2+2t' \\ z=4-t' \end{cases}$.

Véc-tơ chỉ phương của (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;4)$ và $\overrightarrow{u_2}=(3;2;-1)$.
Do $\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}=2\cdot3+(-1)\cdot2+4\cdot(-1)=0$ nên $(\Delta_1)\perp(\Delta_2)$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} -3+2t=-4+3t' \\ 1-t=-2+2t' \\ -1+4t=4-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-3t'=-1 \\ t+2t'=3 \\ 4t+t'=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t'=1 \end{cases}$.

Vậy (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2).
Chọn đáp án C □

Câu 387. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình d_1: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$, d_2: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $14x-4y-8z+3=0$.
B. $14x-4y-8z-1=0$.
C. $14x-4y-8z+1=0$.
D. $14x-4y-8z-3=0$.

✍Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(2;2;3)$, có VTCP $\vec{u}_1=(2;1;3)$, d_2 đi qua $B(1;2;1)$ và có $\vec{u}_2=(2;-1;4)$.
Do (P) cách đều d_1,d_2 nên (P) song song với d_1, d_2
$\Rightarrow \vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(7;-2;-4)$
PT mặt phẳng (P) có dạng: $7x-2y-4z+D=0$
Do (P) cách đều d_1, d_2 suy ra $\mathrm{d}(A,(P))=\mathrm{d}(B,(P))$
$\Leftrightarrow \dfrac{|7\cdot2-2\cdot2-4\cdot3+d|}{\sqrt{69}}=\dfrac{|7\cdot1-2\cdot2-4\cdot1+d|}{\sqrt{69}} \Leftrightarrow |D-2|=|D-1| \Leftrightarrow D=\dfrac{3}{2}$
Phương trình mặt phẳng P: $14x-4y-8z+3=0$
Chọn đáp án A □

Câu 388. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng với điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$.
B. $(7;1;-1)$.
C. $(2;1;-2)$.
D. $(0;2;-5)$.

✍Lời giải.

Gọi $M(-1+t;-3+2t;-2+2t)\in d \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(t-4;2t-5;2t-2)$. Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;2)$.
Vì $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}$ nên $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow 1(t-4)+2(2t-5)+2(2t-2)=0 \Leftrightarrow t=2$.
Suy ra $M(1;1;2)$, gọi $A'(x;y;z)$ là điểm đối xứng của A qua d thì $\begin{cases} x=2\cdot1-3=-1 \\ y=2\cdot1-2=0 \\ z=2\cdot2-0=4. \end{cases}$
Do đó $A'(-1;0;4)$.
Chọn đáp án A □

Câu 389. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng (P): $2x+y-4z+1=0$. Đường thẳng (d) qua điểm A, song song với mặt phẳng (P), đồng thời cắt trục Oz. Viết phương trình tham số của đường thẳng (d).

A. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-6t \\ z=3+t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+6t \\ z=3+t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi $B=d\cap Oz \Rightarrow B(0;0;b) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-1;-2;b-3)$.

Lại có $d \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n}_{(P)} = (2;1;-4)$. Do đó

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow -2-2-4b+12 = 0 \Leftrightarrow b = 2.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-1;-2-1)$. Do đó, (d) là đường thẳng qua $B(0;0;2)$ và nhận $\overrightarrow{u} = (1;2;1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Nên (d) có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 390. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;2)$ và hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$, $d': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M, cắt d và vuông góc với d'.

A. $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1+t \\ z = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1-7t \\ y = 1+7t \\ z = 2+7t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M, cắt d và vuông góc với d'.
Giả sử $\Delta \cap d = A \Rightarrow A(2+3t;-3+2t;1+t)$.
$\overrightarrow{AM} = (3+3t;-4+2t;-1+t)$.
$\Delta \perp d' \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_{d'}} = 0 \Leftrightarrow 3+3t+3(-4+2t)-2(-1+t) = 0 \Leftrightarrow 7t = 7 \Leftrightarrow t = 1$.
$\Rightarrow A(5;-1;2), \overrightarrow{AM} = (6;-2;0) = 2(3;-1;0)$.
Vậy phương trình đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 391. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $2x+3y = 0$, (Q): $3x+4y = 0$. Đường thẳng đi qua A và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_1 = (2;3;0)$ và (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_2 = (3;4;0)$. Ta có $[\overrightarrow{n}_1, \overrightarrow{n}_2] = (0;0;2)$. Khi đó, Δ đi qua điểm A và nhận véc-tơ $\overrightarrow{u} = (0;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Với $t = -3$ thì điểm $B(1;2;0)$ thuộc Δ. Viết lại phương trình đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 392. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+5z+4$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

A. $\Delta: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-3}{5}$. **B.** $\Delta: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-3}{5}$.

C. $\Delta: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+3}{5}$. **D.** $\Delta: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z+3}{5}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}(2;-3;5)$.
Đường thẳng Δ qua $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) nên Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_{\Delta} = \overrightarrow{n}(2;-3;5)$.
Từ đó ta có phương trình chính tắc của đường thẳng Δ: $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z+3}{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 393. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=5+t\\y=-2+t\\z=4+\sqrt{2}t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): x-y+\sqrt{2}z-7=0$. Hãy xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;1;\sqrt{2})$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;\sqrt{2})$.
Gọi φ là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, khi đó ta có

$$\sin\varphi=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|1\cdot1+1\cdot(-1)+\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2+\sqrt{2}^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+\sqrt{2}^2}}=\frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra $\varphi=30^\circ$.
Chọn đáp án C □

Câu 394. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2t\\z=-3-2t\end{cases}$.

A. $2x+y+3z+19=0$. **B.** $10x-4y+z-19=0$.
C. $2x+y+3z-19=0$. **D.** $10x-4y+z+19=0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-1;-3;-2)$ và $\vec{u}_d=(1;2;-2)$.
Do AB nằm trong (P) và d song song với (P) nên $\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(10;-4;1)$.
Từ đó (P): $10(x-2)-4(y-1)+(z-3)=0\Leftrightarrow 10x-4y+z-19=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 395. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $d:\begin{cases}x=3t\\y=2+t\\z=2+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
C. $d:\begin{cases}x=-2-4t\\y=-1+3t\\z=4-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=3-3t\\z=3-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{u}_\Delta]=(-4;3;-1)$.
d đi qua giao điểm của Δ và (P) là A có tọa độ thỏa mãn phương trình của Δ và (P).
Tọa độ A là $(-2;-1;4)$. Nên $d:\begin{cases}x=-2-4t\\y=-1+3t\\z=4-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
Chọn đáp án C □

Câu 396. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=3\\z=5+3t\end{cases}$. Trong các vec-tơ sau, vec-tơ nào là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{a}_1=(1;3;5)$. **B.** $\vec{a}_2=(2;3;3)$. **C.** $\vec{a}_3=(-2;0;3)$. **D.** $\vec{a}_1=(-2;3;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ làm một vec-tơ chỉ phương.
Chọn đáp án C □

Câu 397. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+8}{4}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z}{1}$. Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(4;-2;1)$. **B.** $(4;2;-1)$. **C.** $(4;-2;-1)$. **D.** $(4;2;1)$.

Lời giải.

Tọa độ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(4;-2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 398. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=36$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có bán kính $R=\mathrm{d}(A;(P))=\dfrac{|2.2-1+2.1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2$ và tâm $A(2;1;1)$

$\Rightarrow (S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 399. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{1-y}{2}=\dfrac{z}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{m}=(-1;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;1)$. **C.** $\vec{p}=(-1;2;-1)$. **D.** $\vec{q}=(1;2;-1)$.

✍**Lời giải.**

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;-2;1)=-\vec{q}$.

Chọn đáp án D □

Câu 400. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

A. $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=3\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+2t\\z=3\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.
C. $d:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3+t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3-t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng qua $M(1;2;3)$ song song với trục Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$ nên nó có phương trình tham số

$$d:\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3\end{cases}, t\in\mathbb{R}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 401. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

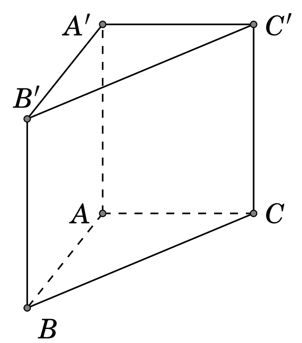
✍**Lời giải.**

Từ hình ta có thể suy ra các điểm còn lại của lăng trụ là $B'(2;0;2), C'(0;2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{BC'}=(-2;2;2), \overrightarrow{A'C}=(0;2;-2)$

Và: $\overrightarrow{BC'}\cdot\overrightarrow{A'C}=0$.

Vậy $BC'\perp AC'$



Chọn đáp án A □

Câu 402. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2-2t\\z=1+t.\end{cases}$ Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;1)$.

✍**Lời giải.**

Từ phương trình tham số, suy ra véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}=(-1;-2;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 403. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-t \end{cases}$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 3.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;3;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-t \end{cases}$ là

$$1\cdot(x-1)+1\cdot(y-3)+(-1)\cdot(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-z-2=0.$$

Hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng đã cho có tọa độ là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-t \\ x+y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \\ t=0. \end{cases}$$

Như vậy $H=(1;1;0)$, do đó khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng đã cho là

$$\mathrm{d}=MH=\sqrt{(1-1)^2+(1-3)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 404. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-5)$, đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}=(3;-2;-1)$.

Gọi Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d', gọi $A=(2+2a;3+3a;-4-5a)$ và $B=(-1+3b;4-2b;4-b)$ lần lượt là giao điểm của Δ với d và d'.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2a+3b-3;-3a-2b+1;5a-b+8)$. Vì Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}\perp\vec{u} \\ \overrightarrow{AB}\perp\vec{u'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u} \\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u'} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-2a+3b-3)\cdot2+(-3a-2b+1)\cdot3+(5a-b+8)\cdot(-5)=0 \\ (-2a+3b-3)\cdot3+(-3a-2b+1)\cdot(-2)+(5a-b+8)\cdot(-1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -38a+5b=43 \\ -5a+14b=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1. \end{cases}$$

Như vậy $A=(0;0;1)$ và $B=(2;2;3)$, nên $\overrightarrow{AB}=(2;2;2)$. Do đó Δ có một vé-tơ chỉ phương là $\vec{w}=(1;1;1)$, bởi vậy Δ có phương trình là

$$\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 405. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng (P): $x+2y-3z+2=0$. Tìm toạ độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $A(3;5;3)$. **B.** $A(1;3;1)$. **C.** $A(-3;5;3)$. **D.** $A(1;2;-3)$.

✍Lời giải.

Vì A là giao điểm của d và (P) nên $A\in d \Rightarrow A(1+2t;3-t;1-t)$.

Tiếp đến, $A\in(P)$ nên $1+2t+2(3-t)-3(1-t)+2=0 \Leftrightarrow t=-2$.

Vậy $A(-3;5;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 406. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x-2y=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. (α) song song với mặt phẳng (Oxy).
B. (α) song song với trục Oz.
C. Oz chứa trong mặt phẳng (α).
D. Oy chứa trong mặt phẳng (α).

✍**Lời giải.**

Ta có (α) có dạng $Ax+By=0$, với A, B khác 0 nên suy ra (α) chứa trục Oz.

Chọn đáp án C □

Câu 407. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$ và d_2: $\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=1\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1, d_2.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-t\\z=3-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=-2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2-t\\z=3+t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=3-3t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;-1;1)$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 là $\overrightarrow{u_{d_2}}=(-1;2;0)$. Vì đường thẳng Δ vuông góc với d_1, d_2 nên
$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(-2;-1;3)$. Chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-3)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ.

Phương trình đường thẳng qua A, nhận $\overrightarrow{u_\Delta}$ làm véc-tơ chỉ phương là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=3-3t\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 408. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d.

A. $B(-3;4;-4)$.
B. $B(2;-1;3)$.
C. $B(3;4;-4)$.
D. $B(3;-4;4)$.

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu của A trên d, khi đó $H(6+2t;1+t;5+t)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(5+2t;t-1;t+3)$
Ta có $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 6t+12=0\Rightarrow t=-2\Rightarrow H=(2;-1;3)\Rightarrow B=(3;-4;4)$ (H trung điểm AB).

Chọn đáp án D □

Câu 409. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng (P): $x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Do đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) nên véc-tơ chỉ phương của d là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Từ đây ta suy ra phương trình đường thẳng cần tìm (d): $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 410. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng (P): $x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (Oxy): $z=0\Rightarrow\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.
Mặt phẳng (P): $x+y-1=0\Rightarrow\vec{n}_{(P)}=(1;1;0)$.
Gọi đường thẳng d đi qua $A(2;0;-1)$ đồng thời song song với hai mặt phẳng (P) và (Oxy).
Ta có: $\begin{cases}d\perp(P)\\d\perp(Oxy)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}\\\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(Oxy)}\end{cases}$
Mà $\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)\Rightarrow\vec{u}_d=(1;-1;0)$.
Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;0;-1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;-1;0)$ có dạng

$d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R}).$

Chọn đáp án B □

Câu 411. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$ và đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases}x=-1+t\\y=2-t\\z=-3-4t\end{cases}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

A. $-\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;-4)$ và $A(-1;2;-3)\in d$.
Mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-2;1)$.
Ta có $\vec{u}\cdot\vec{n}=1\cdot2+(-1)\cdot(-2)+1\cdot(-4)=0$ và $A\notin(P)$ nên $\Delta\parallel(P)$.
Do đó $\mathrm{d}(\Delta;(P))=\mathrm{d}(A;(P))=\dfrac{|2\cdot(-1)-2\cdot2+1\cdot(-3)+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1}}=\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 412. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=2a+b+c$ là:

A. 6. **B.** -7. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$.

Ta có: $M(a;b;c)\in d\Rightarrow\begin{cases}a=-t\\b=2+t\\c=3+t\end{cases}\Rightarrow M(-t;2+t;3+t)$.

Mặt khác: $M\in(ABC)\Rightarrow 6(-t)+3(2+t)+2(3+t)-6=0\Rightarrow t=6$

$\Rightarrow\begin{cases}a=-6\\b=8\\c=9\end{cases}\Rightarrow S=2a+b+c=5.$

Chọn đáp án C □

Câu 413. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{1}$. Trong các mặt phẳng sau đây, mặt phẳng nào song song với đường thẳng d ?

A. $x-2y+z-2=0$. **B.** $x-2y+z+1=0$. **C.** $3x+2y+z-6=0$. **D.** $3x+2y+z+1=0$.

Lời giải.

Đường thẳng $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{1}$ có một VTCP là $\vec{u}=(3;2;1)$.
Mặt phẳng (P): $x-2y+z+1=0$ có một VTPT là $\vec{n}_1=(1;-2;1)$.
Khi đó $\vec{u}\cdot\vec{n_1}=3\cdot1+2\cdot(-2)+1\cdot1=0$ suy ra $\vec{u}\perp\vec{n}_1$
Mặt khác, điểm $M(0;1;4)\in d$ và $0-2\cdot1+4+1=3\neq0$ suy ra $M\notin(P)$.
Vậy $d\parallel(P)$. Đáp án B.

Chọn đáp án B □

Câu 414. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-3y-z-5=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng song song với (α)?

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z}{-1}$.

Lời giải.

Gọi (Δ) có vtcp $\overrightarrow{u_{(\Delta)}}$ là đường thẳng cần tìm, và vtpt của mặt phẳng (α) là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(2;-3;-1)$. Vì $(\Delta)\parallel(\alpha)$ nên tích $\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\perp\overrightarrow{n_{(\alpha)}}$ hay $\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\cdot\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=0$.
Kiểm tra đáp án C ta thấy thỏa : $\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\cdot\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(-1)\cdot2+(-1)\cdot(-3)+(1)(-1)=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 415. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng vuông góc với d?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-1}$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-3}$. **D.** $\frac{x}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=(2;1;-3)$.
Đường thẳng vuông góc với d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ thì phải thỏa $\vec{u}_d\cdot\vec{u}=0$.
Kiểm tra thấy đường thẳng ở đáp án A. có $\vec{u}=(1;1;1)$ và $\vec{u}_d\cdot\vec{u}=2+1-3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 416. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có điểm $C(3;2;3)$, đường cao qua A,B lần lượt là $d_1\colon \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-3}{-2}$; $d_2\colon \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-4}{1}$. Hoành độ điểm B bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

✍**Lời giải.**

Do d_1 là đường cao của tam giác ABC xuất phát từ đỉnh A nên $d_1\perp BC$.
Gọi (P) là mặt phẳng qua C và vuông góc với d_1 thì $BC\subset(P)$.
Véc-tơ pháp tuyến của mp(P) là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 suy ra $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;1-2)$.
Mà $C(3;2;3)\in(P)\Rightarrow$ phương trình mp(P) là $x+y-2z+1=0$.
Ta có $B\in d_2$ và $B\in BC\subset(P)$ nên $B=d_2\cap(P)$.
$B\in d_2\Rightarrow B(2+t;2-2t;4+t)$ mà $B\in(P)\Rightarrow(2+t)+(2-2t)-2(4+t)+1=0\Leftrightarrow -3t-3=0\Leftrightarrow t=-1$.
Vậy $B(1;4;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 417. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).
C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-3;-1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-3;2)$.
Vì $\vec{u}\cdot\vec{v}\neq 0$ và $\vec{u}\neq k\vec{n}\ \forall k\in\mathbb{R}$ nên d cắt và không vuông góc với (P).

Chọn đáp án A □

Câu 418. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=-1+5t'\\ y=-1+4t'\\ z=3t'\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-\frac{1}{5}}{1}=\frac{y+\frac{3}{5}}{1}=\frac{z+\frac{2}{5}}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $A(1+2t;-1-t;t)\in d_1$, $B(-1+5t';-1+4t';3t')\in d_2\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(5t'-2t-2;4t'+t;3t'-t)$
Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$
Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và $d_2\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{n_P}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow\frac{5t'-2t-2}{1}=\frac{4t'+t}{1}=\frac{3t'-t}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}t'-3t=2\\2t'-t=2\\t'+2t=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=\frac{4}{5}\\t=-\frac{2}{5}.\end{cases}$$

Với $t=-\frac{2}{5}$ thì $A\left(\frac{1}{5};-\frac{3}{5};-\frac{2}{5}\right)\in d_1$. Với $t'=\frac{4}{5}\Rightarrow B\left(3;\frac{11}{5};\frac{12}{5}\right)\in d_2$.

Vậy đường thẳng cần tìm đi qua điểm $A\left(\frac{1}{5};-\frac{3}{5};-\frac{2}{5}\right)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-\frac{1}{5}}{1}=\frac{y+\frac{3}{5}}{1}=\frac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

Chọn đáp án A □

2.1 ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. B	5. D	6. B	7. D	8. B	9. C	10. D
11. C	12. C	13. D	14. D	15. B	16. C	17. C	18. C	19. B	20. D
21. A	22. B	23. B	24. B	25. D	26. D	27. C	28. B	29. A	30. C
31. C	32. A	33. D	34. A	35. A	36. D	37. C	38. A	39. B	40. B
41. B	42. A	43. A	44. C	45. B	46. C	47. D	48. B	49. B	50. D
51. D	52. C	53. C	54. C	55. D	56. C	57. B	58. A	59. B	60. A
61. D	62. D	63. D	64. D	65. C	66. A	67. C	68. D	69. C	70. D
71. D	72. A	73. A	74. C	75. B	76. B	77. A	78. D	79. B	80. A
81. B	82. B	83. D	84. D	85. D	86. D	87. D	88. D	89. B	90. D
91. B	92. A	93. A	94. C	95. D	96. A	97. C	98. A	99. A	100. A
101. C	102. A	103. B	104. D	105. A	106. D	107. D	108. D	109. B	110. A
111. A	112. D	113. B	114. C	115. D	116. A	117. A	118. C	119. D	120. C
121. A	122. C	123. D	124. A	125. C	126. C	127. B	128. A	129. C	130. A
131. A	132. A	133. C	134. B	135. D	136. A	137. A	138. B	139. D	140. B
141. A	142. C	143. B	144. D	145. D	146. D	147. D	148. A	149. B	150. A
151. B	152. D	153. B	154. D	155. D	156. A	157. D	158. D	159. D	160. C
161. A	162. D	163. B	164. C	165. B	166. D	167. A	168. A	169. C	170. A
171. B	172. A	173. A	174. A	175. D	176. B	177. C	178. B	179. B	180. C
181. B	182. A	183. A	184. A	185. A	186. B	187. D	188. A	189. A	190. D
191. C	192. D	193. B	194. B	195. A	196. A	197. C	198. B	199. B	200. D
201. A	202. C	203. A	204. D	205. B	206. C	207. A	208. C	209. A	210. A
211. D	212. A	213. D	214. D	215. D	216. B	217. A	218. C	219. C	220. D
221. D	222. B	223. D	224. A	225. A	226. C	227. D	228. C	229. A	230. A
231. D	232. B	233. D	234. A	235. A	236. B	237. B	238. B	239. A	240. C
241. C	242. A	243. B	244. C	245. D	246. A	247. B	248. D	249. C	250. B
251. D	252. D	253. A	254. C	255. D	256. A	257. A	258. A	259. A	260. D
261. D	262. D	263. D	264. D	265. D	266. D	267. D	268. C	269. A	270. D
271. D	272. D	273. A	274. D	275. D	276. B	277. C	278. C	279. D	280. A
281. C	282. A	283. B	284. D	285. B	286. A	287. B	288. D	289. A	290. D
291. C	292. C	293. D	294. D	295. D	296. B	297. C	298. C	299. B	300. B
301. D	302. C	303. C	304. B	305. C	306. B	307. A	308. B	309. A	310. A
311. D	312. D	313. B	314. A	315. A	316. C	317. A	318. B	319. D	320. D
321. C	322. C	323. B	324. B	325. A	326. D	327. C	328. B	329. C	330. B
331. B	332. A	333. A	334. C	335. D	336. D	337. D	338. B	339. A	340. B
341. D	342. A	343. A	344. D	345. D	346. B	347. D	348. A	349. A	350. B
351. B	352. D	353. A	354. A	355. D	356. A	357. D	358. B	359. C	360. C
361. D	362. B	363. D	364. D	365. D	366. A	367. A	368. A	369. B	370. C
371. C	372. B	373. A	374. A	375. C	376. C	377. D	378. C	379. A	380. B
381. D	382. A	383. C	384. A	385. B	386. C	387. A	388. A	389. B	390. B
391. D	392. D	393. C	394. B	395. C	396. C	397. A	398. C	399. D	400. B
401. A	402. C	403. C	404. A	405. C	406. C	407. D	408. D	409. A	410. B
411. B	412. C	413. B	414. C	415. A	416. D	417. A	418. A		

3 VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(0;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;3)$.

Câu 2 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

✍**Lời giải.**

Trung điểm của đoạn AB là $M(0;1;-1)$, xét d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2)\Rightarrow$ phương trình đường thẳng qua M và song song với d là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và điểm $A(2;1;0)$. Phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc và cắt đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=1-4t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-4t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d qua A vuông góc với cả d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-3}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t,\\z=2\end{cases}$ $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+22=0$. **B.** $2x-y+2z+13=0$. **C.** $2x-y+2z-13=0$. **D.** $2x+y+2z-22=0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z+3=0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong (P), cắt (d) và vuông góc với (d).

A. $(\Delta):\dfrac{x+3}{-7}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-4}{3}$. **B.** $(\Delta):\dfrac{x+3}{-7}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+4}{3}$.

C. $(\Delta):\dfrac{x-3}{7}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z-4}{3}$. **D.** $(\Delta):\dfrac{x-4}{7}=\dfrac{y+7}{-5}=\dfrac{z-7}{3}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $(d_2):\begin{cases}x=6-3t\\y=-1+2t\\z=-2+4t\end{cases}$.

Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(9;0;-6)$, vuông góc với (d_1) và cắt (d_2).

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{4}$. **B.** $\dfrac{x-9}{-3}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-6}{4}$.

C. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-9}{-1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+6}{-4}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.
B. $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$.
C. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$.
D. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A. $\Delta: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-4}{2}$.
B. $\Delta: \dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$.
C. $\Delta: \dfrac{x+5}{6} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{2}$.
D. $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z-3}{2}$.

✍Lời giải.

Ta loại ngay được 1 phương án vì điểm A không thuộc đường thẳng này.

Đường thẳng d có phương trình tham số $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$

$M \in d \Rightarrow M(-1+2t;t;2+t), A$ là trung điểm $MN \Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$

$N \in (P) \Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow N(-1;-4;0) \Rightarrow \overrightarrow{NA}=(2;3;2)$. $\Rightarrow$ Loại được hai phương án không thỏa mãn điều kiện này.

Còn duy nhất 1 phương án cần chọn.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $a: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$, $b: \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z=0$. Viết phương trình của đường thẳng d song song với (P), cắt a và b lần lượt tại M và N sao cho $MN=\sqrt{2}$.

A. $d: \dfrac{7x+4}{3} = \dfrac{7y-4}{8} = \dfrac{7z+8}{-5}$.
B. $d: \dfrac{7x-1}{3} = \dfrac{7y+4}{8} = \dfrac{7z+3}{-5}$.
C. $d: \dfrac{7x-1}{3} = \dfrac{7y+4}{8} = \dfrac{7z+8}{-5}$.
D. $d: \dfrac{7x-4}{3} = \dfrac{7y+4}{8} = \dfrac{7z+8}{-5}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-1;1)$, $B(1;1;0)$, $C(1;-4;0)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng

A. $135°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+2z+8=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $d \parallel (\alpha)$.
B. Góc giữa d và (α) nhỏ hơn $30°$.
C. $d \subset (\alpha)$.
D. $d \perp (\alpha)$.

Câu 13 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4).

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM=2\sqrt{7}$. **B.** $AM=3\sqrt{3}$. **C.** $AM=\sqrt{29}$. **D.** $AM=\sqrt{30}$.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng $(BC): \begin{cases} x=-t \\ y=3+t \\ z=1+t \end{cases}$. M thuộc (BC) nên $M(-t;3+t;1+t)$. Từ $MC=2MB$ và M thuộc đoạn BC nên ta có $\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MB}$. Từ đó tìm ra tọa độ điểm $M(-1;4;2)$. Vậy độ dài đoạn $AM=\sqrt{29}$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} =$

$\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M(-1;0;-3)$. **B.** $M(2;3;3)$. **C.** $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$.

✍**Lời giải.**

Vì $M\in d$ nên tọa độ M có dạng $M(1+t;2+t;1+2t)$.

Ta có $MA^2+MB^2=28 \Leftrightarrow t^2+(t+3)^2+(2t-1)^2+(t+2)^2+t^2+(2t-2)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0 \Leftrightarrow t=1; t=-\dfrac{5}{6}$.

Với $t=1 \Rightarrow M(2;3;3)$ loại vì $c<0$.

Với $t=-\dfrac{5}{6} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C $\square$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(0;1;0)$, $B(2;2;2)$, $C(-2;3;1)$ và đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc (d) để thể tích tứ diện $MABC$ bằng 3

A. $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{15}{2};-\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{15}{2};-\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$.

C. $M\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(\dfrac{15}{2};-\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{13}{4};\dfrac{11}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{4};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: x=y=z$ và $d': x=y-1=z+1$. Tính khoảng cách giữa d và d'.

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: x=y=z$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oyz).

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $MA^2+MB^2=28$.

A. Không tồn tại điểm M. **B.** $M(1;-2;0)$.

C. $M(-1;0;4)$. **D.** $M(2;-3;-2)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(-1;3;1), B(0;2;-1$
Tìm tọa độ điểm C thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$.

A. $C(-5;-2;4)$. **B.** $C(-3;-2;3)$. **C.** $C(-1;0;2)$. **D.** $C(1;1;1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-1)$ và $B(-4;5;3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{MA}{MB}$.

A. $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{MA}{MB}=2$. **D.** $\dfrac{MA}{MB}=3$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+6}{-1}$. Lấy điểm N trên Δ_1 và P trên Δ_2 sao cho M,N,P thẳng hàng. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng NP.

A. $(0;2;3)$. **B.** $(2;0;-7)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(1;1;-2)$.

Câu 22. Tìm toạ độ điểm đối xứng với điểm $A(1;1;2)$ qua đường thẳng $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

A. $(-1;-3;2)$. **B.** $(1;3;2)$. **C.** $(1;-3;2)$. **D.** $(-1;3;2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm B' là hình chiếu vuông góc của điểm $B(5;3;-2)$ lên đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z}{1}$.

A. $B'(1;3;0)$. **B.** $B'(5;1;2)$. **C.** $B'(3;2;1)$. **D.** $B'(9;1;0)$.

✍Lời giải.

Gọi $B'(1+2t;3-t;t)\in d$. Ta có $\overrightarrow{BB'}=(2t-4;-t;t+2)$.

Theo giả thiết ta có $\overrightarrow{BB'}.\vec{u}_d=0 \Longleftrightarrow 2(2t-4)-1(-t)+1(t+2)=0 \Longleftrightarrow t=1$.

Vậy $B'(3;2;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Cho 3 điểm $A(1;-3;2),B(2;-3;1),C(-3;1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$. Tìm điểm D có hoành độ dương trên d sao cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là 12.

A. $D(6;5;7)$. **B.** $D(1;-1;3)$. **C.** $D(7;2;9)$. **D.** $D(3;1;5)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=8+4t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P).

A. $\begin{cases}x=1-4t\\y=12+5t\\z=5-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+8t\\y=10-10t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+8t\\y=1-10t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4t\\y=8-5t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-2y+z+6=0$ và điểm $A(2;-1;0)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P).

A. $A'(-1;1;-1)$. **B.** $A'(-4;3;2)$. **C.** $A'(4;3;-2)$. **D.** $A'(-4;3;-2)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-4;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=1-t\end{cases}$ Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với A qua d. Khi đó tổng $a+b+c$ là

A. $a+b+c=3$. **B.** $a+b+c=-1$. **C.** $a+b+c=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a+b+c=4$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;3;1),B(0;2;1)$ và $(P):x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có: d nằm trong mặt phẳng trung trực (Q) của AB.

$(Q):3x+y-7=0$.

$d=(P)\cap(Q)\Rightarrow d:\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $A'(4;-1;2)$. **B.** $A'(-4;-1;2)$. **C.** $A'(4;-1;-2)$. **D.** $A'(4;1;2)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=-2-t\\z=t\end{cases}$ song song với mặt phẳng $(P):x+2y+z+2=0$. Tính khoảng cách $d=d(\Delta,(P))$ từ đường thẳng Δ đến mặt phẳng (P).

A. $d=0$. **B.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $d=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;-1;2)$ và $B(1;0;-2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a;b;c)$ trên $\Delta:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $(P):2x-y-2z-6=0$. Tính $S=a+b+c$.

A. $3+\sqrt{2}$. **B.** $5+\sqrt{3}$. **C.** 0. **D.** $4+\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

• Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Δ. Phương trình mặt phẳng (Q) là $4x+y-z+3=0$.

• Gọi d là đường thẳng qua B và vuông góc với mặt phẳng (P). Phương trình của d là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=-2-2t\end{cases}$.

• Khi đó I là giao điểm của d và (Q). Tọa độ $I(-1;1;0)$. Suy ra $S=-1+1+0=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(0;-1;3)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-t \end{cases}$.

A. $d(I,\Delta)=2\sqrt{2}$. **B.** $d(I,\Delta)=\sqrt{6}$. **C.** $d(I,\Delta)=\sqrt{3}$. **D.** $d(I,\Delta)=\sqrt{14}$.

✍**Lời giải.**

Có $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;0;-1)$ và lấy $M(1;2;0)\in\Delta$. Suy ra $\overrightarrow{AM}=(1;3;-3)$.

Khi đó $d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\sqrt{14}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-4;4;0)$, $B(2;0;4)$, $C(1;2;-1)$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB là

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-5y+4z-36=0$ và điểm $A(-1;3;2)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên mặt phẳng (P) là

A. $H(-1;-2;6)$. **B.** $H(1;-2;6)$. **C.** $H(1;-2;-6)$. **D.** $H(1;2;6)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng $AH: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-5t \\ z=2+4t \end{cases}$.

Thay x,y,z tọa độ điểm H vào phương trình $mp(P)$ ta được: $45t-45=0\Leftrightarrow t=1$.
Tọa độ điểm $H(1;-2;6)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+3=0$. Tìm điểm M có tọa độ âm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2.

A. $M(-2;-3;-1)$. **B.** $M(-1;-3;-5)$. **C.** $M(-11;-21;-31)$. **D.** $M(-1;-5;-7)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;0)$, $B(2;2;2)$, $C(-2;3;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{2}$. Điểm M thuộc d để thể tích tứ diện $MABC$ bằng 3 là

A. $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$, $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$, $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$.

C. $M\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$, $M\left(\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{3}{5};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$, $M\left(\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-4=0$ và hai điểm $M(1;0;1)$, $N(-3;1;2)$. Đường thẳng (d) đi qua M, song song với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ N đến đường thẳng (d) nhỏ nhất có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{9}=\dfrac{z-1}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{32}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{17}$. **C.** $\dfrac{x-1}{-32}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{17}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-20}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{11}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.
Phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất là

A. $2x+y-3z+3=0$. **B.** $x+2y-z-1=0$. **C.** $3x+2y-z+1=0$. **D.** $2x-y-3z+3=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên (P) và d.
Ta có H di động và K cố định. Ta có $AH\le AK$. Suy ra AH lớn nhất bằng AK, xảy ra khi $H\equiv K$.
Vì K thuộc d nên $K(t;t;1+t)$. Ta có $\overrightarrow{AK}=(t-3;t-2;t+2)$. Ta có $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t=1$. Suy ra $K(1;1;2)$
$\overrightarrow{AK}=(-2;-1;3)$.
Mặt phẳng (P) qua K có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}$ nê phương trình của (P) là

$$-2(x-1)-(y-1)+3(z-2)=0\Leftrightarrow 2x+y-3z+3=0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=5-4t\\y=2+2t\\z=4+t\end{cases}$ và M là một điểm thuộc đường thẳng d. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMB.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;1;1), N(4;3;4)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-9}{1}$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác IMN nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\dfrac{23}{3}$. **B.** $T=29$. **C.** $T=19$. **D.** $T=\dfrac{40}{3}$.

Lời giải.

Gọi $I(7+t;3-2t;9+t)\in\Delta$. Khi đó, ta có $MI=\sqrt{6t^2+16t+84}, NI=\sqrt{6t^2+16t+34}$.

Do chu vi tam giác IMN nhỏ nhất nên $MI+NI$ nhỏ nhất.

Đặt $x=6t^2+16t\Longrightarrow x\geq-\dfrac{32}{3}$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x+84}+\sqrt{x+34}$ với $x\geq-\dfrac{32}{3}$, ta có $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+84}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x+34}}>0$.

Suy ra $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=-\dfrac{32}{3}$. Do đó $MI+NI$ nhỏ nhất khi $6t^2+16t=-\dfrac{32}{3}\Longleftrightarrow t=-\dfrac{4}{3}$. Vậy ta được $I\left(\dfrac{17}{3};\dfrac{17}{3};\dfrac{23}{3}\right)$. Do đó $T=19$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0;3;0), B(-2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Gọi M là điểm trên d sao cho $MA+2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó là

A. $2\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** 5.

Lời giải.

Vì M thuộc d nên tọa độ điểm M có dạng $M(-1-t;2+t;3+t)$.

Ta có

$$\begin{aligned}MA&=\sqrt{(-1-t)^2+(2+t-3)^2+(3+t)^2}\\&=\sqrt{3t^2+6t+11},\\MB&=\sqrt{(-1-t+2)^2+(2+t-1)^2+(3+t)^2}\\&=\sqrt{3t^2+6t+11},\end{aligned}$$

Vậy

$$\begin{aligned}MA+2MB&=3\sqrt{3t^2+6t+11}\\&=3\sqrt{3(t+1)^2+8}\\&\geq3\sqrt{8}\\&=6\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t=-1$ hay $M(0;1;2)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA+2MB$ là $6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(4;-1;2)$. **B.** $(-4;-1;2)$. **C.** $(4;-1;-2)$. **D.** $(4;1;2)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình là $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=1\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. Mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn song song với d_1 và d_2. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ d_1 và d_2 đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

✍Lời giải.

d_1 qua $M(1;2;1)$ có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;0)$ và d_2 qua $N(2;1;-1)$ có VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.
Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-2;-2;-1)$ nên $(P): 2x+2y+z+m=0$.
Ta có: $T=d(M,(P))+d(N,(P))=\dfrac{|m+7|+|m+5|}{3}\geqslant\dfrac{|m+7-m-5|}{3}=\dfrac{2}{3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+3=0$ và hai điểm $A(3;1;1)$, $B(7;3;9)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt phẳng (α) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=a-2b+3c$.

A. $S=-6$. **B.** $S=19$. **C.** $S=5$. **D.** $S=6$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB, tọa độ $I(5;2;5)$.
Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.
Suy ra $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2MI$.
Từ đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I lên (α).
Suy ra tọa độ $M(0;-3;0)$.
Vậy $S=6$.
Chọn đáp án D □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(5;4;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-z+6=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB$ là ngắn nhất.

A. $M\left(\dfrac{13}{15};-\dfrac{4}{15};-\dfrac{68}{15}\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{13}{15};-\dfrac{4}{15};\dfrac{68}{15}\right)$.

C. $M\left(-\dfrac{13}{15};\dfrac{4}{15};\dfrac{68}{15}\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{13}{15};-\dfrac{4}{15};-\dfrac{68}{15}\right)$.

✍Lời giải.

Dùng MTCT ta thấy chỉ có điểm $M\left(-\dfrac{13}{15};\dfrac{4}{15};\dfrac{68}{15}\right)\in(P)$.
Cách giải tổng quát: Ta kiểm tra được hai điểm A,B nằm cùng phía với mặt phẳng (P).
Nên ta tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của A qua (P).
Khi đó điểm M chính là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (P).
Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d': \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa đường thẳng d và đường thẳng d'.

A. $h=\dfrac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $h=\dfrac{22\sqrt{21}}{21}$. **C.** $h=\dfrac{8\sqrt{21}}{21}$. **D.** $h=\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2\neq0$) đi qua hai điểm $M(3;5;1), N(-1;1;3)$ và cách điểm $A(12;-5;8)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $F=\dfrac{2a+b}{c-4d}$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 3.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng $MN: \begin{cases}x=3+2t\\y=5+2t\\z=1-t\end{cases}$.
Gọi H là hình chiếu của A trên (P) và A' là hình chiếu của A trên MN.
Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với MN có phương trình $2x+2y-z-6=0$. Từ đó tìm được $A'(1;3;2)$.
Để $d(A,(P))$ lớn nhất thì $H\equiv A'$ hay $H(1;3;2)$. Khi đó $\overrightarrow{n}_{(P)}=\overrightarrow{AH}=(-11;8;-6)$.
Phương trình $(P): -11(x+1)+8(y-1)-6(z-3)=0 \Longleftrightarrow -11x+8y-6z-1=0$.

Khi đó $F = \dfrac{2a+b}{c-4d} = 7$.

Chọn đáp án A □

Câu 48 (THPTQG 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t. \end{cases}$

✍Lời giải.

Δ và $\Delta^{'}$ có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\overrightarrow{u_1} = (3;2;1)$ và $\overrightarrow{u_2} = (1;3;-2)$.

Khi đó $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-7;7;7) \Rightarrow$ đường thẳng vuông góc với d và Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;1;1) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-9}{-1}$ và $(d_2): \dfrac{x-3}{-7} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{3}$. Tìm phương trình đường vuông góc chung của $(d_1), (d_2)$.

A. $\dfrac{x-7}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-9}{4}$. **B.** $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-9}{3}$.

C. $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-9}{1}$. **D.** $\dfrac{x-7}{3} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-9}{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$ và $d_2: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{7} = \dfrac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1, d_2 tại A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB.

A. $S = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S = \sqrt{6}$. **C.** $S = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $S = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 51. Cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với Δ. Khi đó, véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (0;3;1)$. **B.** $\vec{u} = (2;-1;2)$. **C.** $\vec{u} = (-3;0;2)$. **D.** $\vec{u} = (1;-4;-2)$.

✍Lời giải.

Gọi $N = d \cap \Delta \Rightarrow N(1+2t;-1+t;-t)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2t-1;t-2;-t)$ và $\vec{u}_1 = (2;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ.

Vì $d \perp \Delta$ nên $\vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1)+t-2+t=0 \Leftrightarrow t = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\dfrac{1}{3}; -\dfrac{4}{3}; -\dfrac{2}{3}\right)$.

Khi đó $\vec{u} = (1;-4;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án D □

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+5}{1}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t. \end{cases}$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, ta có hệ phương trình

$\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(1;1;1).$

Ta có đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;-1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-2;-1)$.

Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P). Khi đó Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;4;-5)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ qua điểm $A(3;1;1)$, song song với mặt phẳng $(P)\colon x-3y+4z-1=0$ và cắt đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{2}$.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{4}$.
B. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.
C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M=d\cap\Delta$, suy ra tọa độ điểm $M(1+3m;-1+m;2m)$. Khi đó, đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ làm véc-tơ chỉ phương, ta có: $\overrightarrow{AB}=(3m-2;m-2;2m-1)$.

Mặt khác, do $\Delta \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P$. Hay là

$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_P=0\Leftrightarrow(3m-2)\cdot1+(m-2)\cdot(-3)+(2m-1)\cdot4=0\Leftrightarrow m=0.$$

Do đó, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-3}{-2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}\Leftrightarrow\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+6=0$, điểm $A(2;4;5)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng MA.

A. $M(-1;3;2)$.
B. $M(1;2;3)$ hoặc $M(17;6;11)$.
C. $M(17;-6;11)$.
D. $M(1;2;3)$ hoặc $(17;-6;11)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(-1+2m;3-m;2+m)\in d$, suy ra $\overrightarrow{AM}=(2m-3;-m-1;m-3)$ nên

$$AM^2=(2m-3)^2+(-m-1)^2+(m-3)^2=6m^2-16m+19.$$

Khoảng cách từ điểm $M(-1+2m;3-m;2+m)$ đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}[M,(P)]=\frac{|(-1+2m)-2(3-m)+2(2+m)+6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{|6m+3|}{3}=|2m+1|.$$

Theo giả thiết của bài toán, suy ra

$$6m^2-16m+19=|2m+1|^2\Leftrightarrow 2m^2-20m+18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1\\ m=9.\end{array}\right.$$

Khi $m=1$, tọa độ điểm $M(1;2;3)$. Khi $m=9$, tọa độ điểm $M(17;-6;11)$.

Chọn đáp án D □

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, các đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+t\\ y=t\\ z=2+2t\end{cases}$ và $\Delta'\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-2}$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua A, cắt đường thẳng Δ và tạo với đường thẳng Δ' một góc α sao cho $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$.

A. $d\colon \begin{cases} x=2+12t\\ y=1+12t\\ z=1+t\end{cases}$ hoặc $d\colon \begin{cases} x=2\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$.

B. $d\colon \begin{cases} x=2\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$.

C. $d\colon \begin{cases} x=2+12t\\ y=-1+12t\\ z=1-t\end{cases}$ hoặc $d\colon \begin{cases} x=2\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$.

D. $d\colon \begin{cases} x=2+12t\\ y=1+12t\\ z=1+t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi M là giao điểm của d và Δ, suy ra $M(1+t;t;2+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(t-1;t-1;2t+1)$ là véc-tơ chỉ phương của d và $\vec{u}=(1;2;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ'.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned}\cos\alpha=\frac{2}{3} &\Leftrightarrow \frac{|t-1+2(t-1)-2(2t+1)|}{3\sqrt{(t-1)^2+(t-1)^2+(2t+1)^2}}=\frac{2}{3}\\ &\Leftrightarrow \frac{|-t-5|}{\sqrt{6t^2+3}}=2\\ &\Leftrightarrow 4(6t^2+3)=t^2+10t+25\\ &\Leftrightarrow 23t^2-10t-13=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=-\dfrac{13}{23}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{AM}=0;0;1$ hoặc $\overrightarrow{AM}=\left(-\dfrac{36}{23};-\dfrac{36}{23};-\dfrac{3}{23}\right)$.

Với $\overrightarrow{AM}=(0;0;1)$ thì phương trình tham số của d là $\begin{cases} x=2\\ y=1\\ z=1+t.\end{cases}$

Với $\overrightarrow{AM}=\left(-\dfrac{36}{23};-\dfrac{36}{23};-\dfrac{3}{23}\right)$ cùng phương với $\vec{v}=(12;12;1)$ thì phương trình của d là $\begin{cases} x=2+12t\\ y=1+12t\\ z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3)$ và $B(1;0;5)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;2;3)$. **B.** $M(2;0;5)$. **C.** $M(3;-2;7)$. **D.** $M(3;0;4)$.

✍Lời giải.

- $M\in d\Leftrightarrow M(1+m;2-2m;3+2m)$.
- $MA^2+MB^2=(m-2)^2+(4-2m)^2+(2m)^2+m^2+(2-2m)^2+(2m-2)^2=18m^2-36m+28$.
- Ta có $MA^2+MB^2\min\Leftrightarrow m=1\Leftrightarrow M(2;0;5)$

Chọn đáp án B □

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y+2z+5=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d nằm trong (P). **B.** d cắt và không vuông góc với (P).
C. d vuông góc với (P). **D.** d song song với (P).

✍Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;-1;-3)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(3;-3;2)$.

Ta thấy $\vec{u}_d\cdot\vec{n}_{(P)}=1\cdot3+(-1)\cdot(-3)+(-3)\cdot2=0$ nên đường thẳng d hoặc song song hoặc nằm trong (P).

Mặt khác, lấy $M(-1;0;1)\in d$ thì $M\notin(P)$ vì $3\cdot(-1)-3\cdot0+2\cdot1+5=0$ là sai.

Vậy đường thẳng d song song với (P).

Chọn đáp án (D) □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục hoành bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 1.

Lời giải.

Điểm A có hình chiếu vuông góc lên trục Ox là $A'(1;0;0)$ nên khoảng cách cần tìm là $AA' = \sqrt{(1-1)^2+(0-2)^2+(0-3)^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó $a>0$, $b>0$, $c>0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $I(1;2;3)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó các số a, b, c thỏa mãn đẳng thức nào sau đây?

A. $a+b+c=12$. **B.** $a^2+b=c-6$. **C.** $a+b+c=18$. **D.** $a+b-c=0$.

Lời giải.

Ta có (ABC): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Do $I\in(ABC)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$. Khi đó

$$1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\geq\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}\Rightarrow abc\geq 162.$$

Suy ra $V=\frac{1}{6}abc\geq 27$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{3}=\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}\Rightarrow a=3$, $b=6$, $c=9$, tức là $a+b+c=18$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{7}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d=(-2;1;3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d và $\overrightarrow{AB}=(-2;3;2)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với hai đường thẳng AB và d nên $\vec{u}_\Delta=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(7;2;4)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(7;2;4)$ là $\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 61. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}(1;0;2)$. **B.** $\vec{u}(2;1;6)$. **C.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **D.** $\vec{u}(2;2;-1)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d. Ta có (P) đi qua (M), nhận véc-tơ chỉ phương của d là $(2;2;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên (P) có phương trình:

$$2(x+2)+2(y+2)-z(-1)=0\Leftrightarrow 2x+2y-z+9=0$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) và đường thẳng d. Ta được $H(-3;-2;-1)$. Ta có $\mathrm{d}(A,(\Delta))=AK\leq AH$. Xảy ra dấu bằng $\Leftrightarrow K\equiv H$. Vậy đường thẳng Δ là đường thẳng AH có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AH}=(1;0;2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;1)$ và hai mặt phẳng (P),(Q) lần lượt có phương trình là $x-3z+1=0$, $2y-z+1=0$. Đường thẳng d đi qua I và song song với hai mặt phẳng (P),(Q) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(6;1;2)$.

Vậy phương trình đường cần tìm là $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Ta có phương trình $d_1\colon \begin{cases}x=3-t_1\\y=3-2t_1\\z=-2+t_1\end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=5-3t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+t_2\end{cases}$

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại A và B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên

$$\frac{2-3t_2+t_1}{1}=\frac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\frac{4+t_2-t_1}{3}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}\\[2mm]\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=2\\t_2=1.\end{cases}$$

Suy ra $A(1;-1;0), B(2;-1;3)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxz). Tìm phương trình tham số của Δ trong các phương trình sau:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=3+2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=7-2t\\y=0\\z=6+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=0\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Lấy hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;4)$ thuộc đường thẳng d. Hình chiếu của A và B trên mặt phẳng (Oxz) lần lượt là $A'(1;0;3)$ và $B'(3;0;4)$.

Hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng (Oxz) là đường thẳng Δ đi qua hai điểm A' và B'. Ta có $\overrightarrow{A'B'}=(2;0;1)$, nên phương trình của Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=3+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Rõ ràng điểm $M(-3;0;1)$ thuộc đường thẳng Δ, nên phương trình đường thẳng Δ còn có dạng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=3+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án B □

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất, hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(-1;-2;1)$. **B.** $M(5;7;3)$. **C.** $M(3;4;3)$. **D.** $M(7;13;5)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{6}=1$ hay $(ABC)\colon 2x+3y+z-6=0$.

Dễ thấy $D\in(ABC)$.

Gọi H, K, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên Δ. Do Δ là đường thẳng đi qua D nên $AH\le AD$, $BK\le BD$, $CI\le CD$. Khi đó

$$AH+BK+CI\le AD+BD+CD.$$

Vậy để tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ lớn nhất thì Δ là đường thẳng qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\ y=1+3t\\ z=1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Ta thấy $M(5;7;3)\in\Delta$.

Chọn đáp án B □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{-y+1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi N là giao điểm của d và Δ. Vì $N\in d$ nên $N(1+2t;-1+t;-t)$, $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1+2t;-2+t;-t)$. Do $\Delta\perp d$ nên ta có

$$\overrightarrow{MN}\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}_d=0\Leftrightarrow 2(-1+2t)+(-2+t)-1\cdot(-t)=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{3}.$$

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;1;0)$ nhận $\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$, $A(2;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=8$. **B.** $T=62$. **C.** $T=13$. **D.** $T=45$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d. Suy ra

$$(P)\colon 1(x-2)+1(y-1)+2(z-4)=0\Leftrightarrow x+y+2z-11=0.$$

Ta có AH nhỏ nhất khi và chỉ khi H là hình chiếu của A trên d. Tọa độ H khi đó là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}\\ x+y+2z-11=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=3\\ z=3\end{cases}\Rightarrow H(2;3;3).$$

Vậy $T=a^3+b^3+c^3=2^3+3^3+3^3=62$.

Chọn đáp án B □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxz). Tìm phương trình tham số của Δ trong các phương trình sau

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=0\quad(t\in\mathbb{R}).\\z=3+2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=0\quad(t\in\mathbb{R}).\\z=1+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=7-2t\\y=0\quad(t\in\mathbb{R}).\\z=6+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=0\quad(t\in\mathbb{R}).\\z=2+t\end{cases}$

✍Lời giải.

Ta có $M(-3;-8;1)\in d$ và $N(1;-2;3)\in d$.
Hình chiếu vuông góc của M, N trên mặt phẳng (Oxz) lần lượt là $H(-3;0;1)$ và $K(1;0;3)$.
Khi đó, $\overrightarrow{HK}=(4;0;2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ. Suy ra $\vec{u}=(2;0;1)$ cũng là véc-tơ chỉ phương của Δ.

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=-3+2t\\y=0\quad(t\in\mathbb{R})\\z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(-1;-2;0)$. **B.** $M(5;7;3)$. **C.** $M(3;4;3)$. **D.** $M(7;13;5)$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 2x+3z+z-6=0$.
Dễ thấy D thuộc (ABC).
Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên Δ.
Tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là $AH+BI+CK\le AD+BD+CD$. Đẳng thức xảy ra khi $\Delta\perp(ABC)$.
Khi đó, Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;1)$ và có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.
Vậy Δ đi qua điểm $M(-1;-2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\Delta\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{3}$. **B.** $\Delta\colon\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.
C. $\Delta\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\Delta\colon\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-2;3;2)$, $\vec{u}_d=(-2;1;3)$, chọn $\vec{u}_\Delta=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(7;2;4)$.
Phương trình đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$.
C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

✍Lời giải.

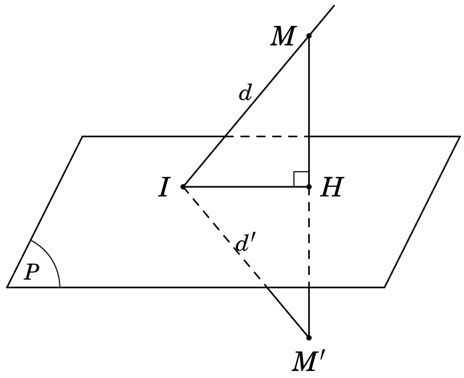
Gọi $I = d \cap (P) \Rightarrow I(1;1;1)$ và $M(0;-1;2) \in d$.
Giả sử M' là điểm đối xứng với M qua (P). Khi đó
MH qua M có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{MH} = \vec{n}_{(P)} = (1;1;1)$

$\Rightarrow MH\colon \begin{cases} x = t \\ y = -1+t \\ z = 2+t. \end{cases}$

Suy ra $H(t;t-1,t+2)$ mà $H \in (P) \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Ta có $M'\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IM'} = \left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)$

$\Rightarrow d'\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{7}$.



Chọn đáp án D □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;1)$. Trực tâm của tam giác ABC có tọa độ là

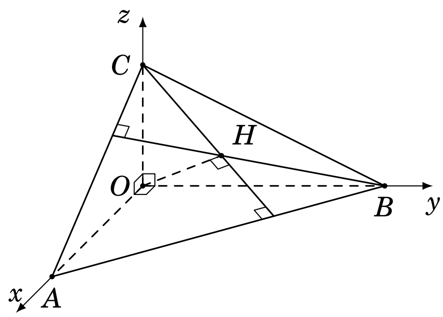
A. $(2;1;2)$. **B.** $(4;2;4)$. **C.** $\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{2}{9};\dfrac{4}{9}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{2}{9}\right)$.

✍Lời giải.

Ta có $(ABC)\colon \dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{1} = 1 \Rightarrow (ABC)\colon 2x + y + 2z - 2 = 0$.
Tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông đỉnh O.
Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại $H \Rightarrow H$ là trực tâm tam giác ABC.
Vì OH đi qua $O(0;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương là

$\vec{u} = (2;1;2)$ nên phương trình đường thẳng $OH\colon \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 2t. \end{cases}$

Vì $H \in (ABC)$ nên $4t + t + 4t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{2}{9} \Rightarrow H\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{2}{9};\dfrac{4}{9}\right)$.



Chọn đáp án C □

Câu 73. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P)\colon x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u} = (4;5;-13)$. **B.** $\vec{u} = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{u} = (-3;5;1)$. **D.** $\vec{u} = (2;3;2)$.

✍Lời giải.

Ta có $M \in d \Leftrightarrow M(-1+2t;t;2+t)$ với $t \in \mathbb{R}$.
Do A là trung điểm của đoạn thẳng MN nên $N(3-2t;-2-t;2-t)$.
Vì $N \in (P)$ nên $3 - 2t - 2 - t - 2(2-t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(3;2;4)$.
Vậy $\overrightarrow{AM} = (2;3;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ.

Chọn đáp án D □

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc $90°$. Độ dài MB lớn nhất bằng

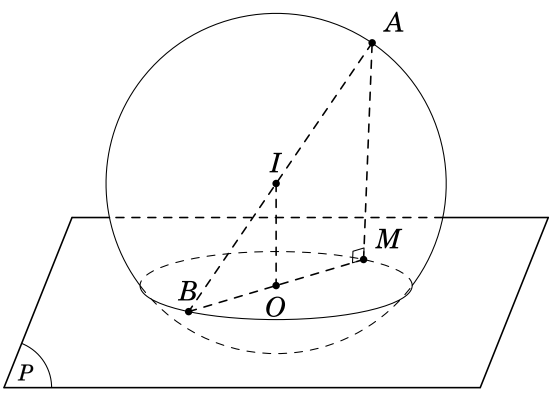
A. $\dfrac{36}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{5}$.

✍Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ nên có phương trình:

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Do d cắt (P) tại B nên $B \in d$
$\Rightarrow B(1+3t; 2+4t; -3-4t)$ với $t \in \mathbb{R}$.
Và $B \in (P) \Rightarrow 2(1+3t) + 2(2+4t) + 3 + 4t + 9 = 0$
$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1)$.



Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông nên M nằm trên đường tròn (C) là giao của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P).
Khi đó độ dài MB lớn nhất khi và chỉ khi độ dài MB bằng đường kính của (C).
Gọi bán kính của đường tròn (C) là r, trung điểm của AB là $I \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right)$, $\mathrm{d}(I, (P)) = 3$.

Ta có $d^2(I,(P)) + r^2 = IB^2 \Leftrightarrow 3 + r^2 = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Vậy độ dài MB lớn nhất là $\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P)\colon x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q)\colon 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm A, B. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với (P).
Suy ra đường thẳng d nhận véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1; 1; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

Theo giả thiết $A = d \cap (P)$ nên ta có $1 + t + 2 + t - 2 + 4t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow A(0; 1; -3)$.
Gọi d_1 là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với (Q).
Suy ra đường thẳng d nhận véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (2; -1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng d_1 là $d_1\colon \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 2 - t_1 \\ z = -1 + t_1 \end{cases}$.

Theo giả thiết $B = d_1 \cap (P)$ nên ta có $2 + 4t_1 - 2 + t_1 - 1 + t_1 - 5 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 1 \Rightarrow B(3; 1; 0)$.
$\overrightarrow{AB} = (3; 0; 3) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$.
Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Gọi Δlà đường thẳng cần tìm và $B(b; 0; 0)$ là giao điểm của Δ và Ox.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (b-1; -2; -3)$, $\vec{u} = (2; 1; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của d.
Suy ra $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.
Δ đi qua $B(-1; 0; 0)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình
$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 77. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta)\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa (Δ) sao cho góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $x-2y+z=0$. **B.** $x+22y+10z=0$. **C.** $x-2y-z=0$. **D.** $x+10y-22z=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi $\vec{n}_{(Q)}=(a;b;c)$, $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$ là một pháp véc-tơ của mặt phẳng (Q).
Ta có $\vec{n}_{(Q)}\cdot\vec{n}_{(\Delta)}=0 \Leftrightarrow 2a+2b+c=0$. (1)
Gọi α là góc hợp bởi hai mặt phẳng (P) và (Q).

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{n}_{(P)}\cdot\vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}|\cdot|\vec{n}_{(Q)}|}=\dfrac{|a+2b-2c|}{3\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\overset{(1)}{=}\dfrac{|5a+6b|}{3\cdot\sqrt{5a^2+5b^2+8ab}}$.

— Với $\begin{cases}a\neq 0\\ b=0\end{cases}$, ta có $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. (2)

— Với $b\neq 0$, khi đó $\cos\alpha=\dfrac{|5t+6|}{3\cdot\sqrt{5t^2+8t+5}}$ với $t=\dfrac{a}{b}$.

Xét $f(t)=\dfrac{25t^2+60t+36}{5t^2+8t+5}$, $f'(t)=\dfrac{-100t^2-110t+12}{(5t^2+8t+5)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{6}{5}\\ t=\dfrac{1}{10}.\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

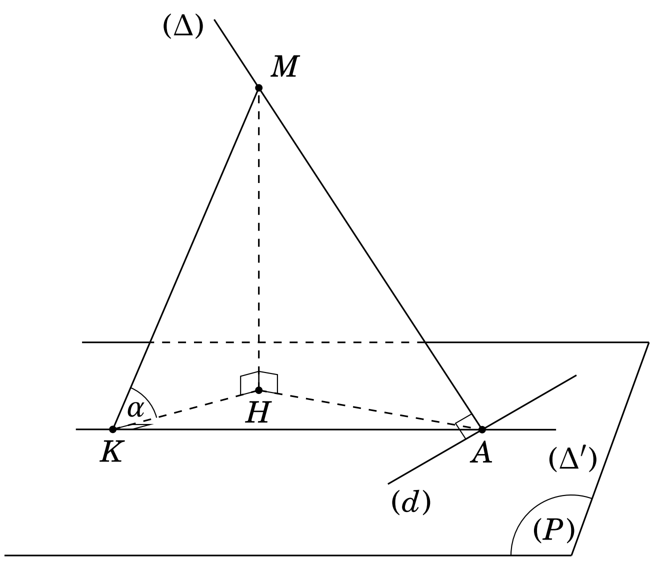
t	$-\infty$		$-\dfrac{6}{5}$		$\dfrac{1}{10}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{65}{9}$	$\searrow$	5

Ta được $0\leq\cos\alpha\leq\dfrac{\sqrt{65}}{9}$. (3)

Từ (2) và (3), ta thấy khi góc giữa (P) và (Q) nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{65}}{9}$.

Do vậy, ta được $\begin{cases}2a+2b+c=0\\ \dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{10}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=10\\ c=-22\end{cases}\Rightarrow(Q)\colon x+10y-22z=0$.

Cách khác:
Gọi A là giao điểm của (Δ) với (P).
Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M\in(\Delta)$ lên (P).
Gọi (d) là đường thẳng thuộc (P) và vuông góc với (Δ) tại A.
Gọi (Δ') là thuộc (P) và đi qua A.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên (Δ').
Gọi α là góc giữa (P) và (Q).
Ta thấy $\tan\alpha=\dfrac{MH}{HK}$.
Ta có α nhỏ nhất $\Leftrightarrow K\equiv A$.
Ta có $\vec{u}_{(d)}=\left[\vec{u}_{(\Delta)},\vec{n}_{(P)}\right]=(6;-5;-2)$.
Ta được $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_{(\Delta)},\vec{u}_{(d)}\right]=(1;10;-22)$.
Vậy $(Q)\colon x+10y-22z=0$.



Chọn đáp án D □

Câu 78. Trong không gian $0xyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của $T=m+n+p$ bằng

A. $T=0$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=3$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2-t.\end{cases}$

Gọi $C(-1+2t;t;2-t)\in d$, ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{AC}=(2t;t-3;1-t)\\\overrightarrow{AB}=(1;-1;-2)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(7-3t;1+3t;3-3t).$$

Vì diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$ nên suy ra

$$\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right]\right|=2\sqrt{2}\Leftrightarrow(7-3t)^2+(1+3t)^2+(3-3t)^2=32\Leftrightarrow t=1.$$

Với $t=1$, ta có $C(1;1;1)$ nên $m=1$, $n=1$ và $p=1$.
Vậy $m+n+p=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2;1;0)$, $B(3;0;2)$, $C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A.

A. $\begin{cases}x=2\\y=1+t\\z=0.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2\\y=1\\z=t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=0.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=t.\end{cases}$

✍Lời giải.

Ta có $\begin{cases}AB=\sqrt{6}\\AC=2\sqrt{6}\end{cases}$. Gọi $D(x;y;z)$ là chân đường phân giác hạ từ đỉnh A của tam giác ABC.

Có $\begin{cases}\overrightarrow{BD}=(x-3;y;z-2)\\\overrightarrow{CD}=(x-4;y-3;z+4)\end{cases}$ theo tính chất đường phân giác, ta có

$$\overrightarrow{BD}=-\frac{AB}{AC}\cdot\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BD}=-\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{10}{3}\\y=1\\z=0\end{cases}\Rightarrow D\left(\frac{10}{3};1;0\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{AD}=\left(\dfrac{4}{3};0;0\right)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong góc A là $\vec{u}=(1;0;0)$ khi đó phương trình đường phân giác trong góc A là $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=0.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (α) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Xác định phương trình đường thẳng MB khi MB đạt giá trị lớn nhất.

A. $\begin{cases}x=-2-t\\y=-2+2t\\z=1+2t.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2-t\\z=1+2t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2-t\\z=1.\end{cases}$

✍Lời giải.

Tam giác ABM vuông tại M suy ra $BM=\sqrt{AB^2-AM^2}$.
Do đó BM lớn nhất khi và chỉ khi AM nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (α).
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua AM là $\vec{u}=\vec{n}_{(\alpha)}=(2;2;-1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, M là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Suy ra $M(1+2t;2+2t;-3-t)$ với $t\in\mathbb{R}$. Thay tọa độ của M vào phương trình mặt phẳng (α) ta được

$$2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow M(-3;-2;-1).$$

Suy ra $\overrightarrow{MB}=(1;0;2)$ do đó phương trình đường thẳng BM là $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 81. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng (α): $x+y-z-3=0$ và tạo với đường thẳng d: $\begin{cases}x=1\\y=4+3t\\z=-3-2t\end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=1\\y=-t'\\z=2t'.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=8+5t'\\y=-3-4t'\\z=2+t'.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t'\\y=1-t'\\z=3-2t'.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+5t'\\y=1-4t'\\z=3+2t'.\end{cases}$

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;3;-2)$.
Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.
Vì $\vec{u}\cdot\vec{n}=0\cdot1+3\cdot1+(-2)\cdot(-1)=5\neq0$ nên d cắt (α).

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua M và $d_1\parallel d$, suy ra d_1 có phương trình $\begin{cases}x=3\\y=1+3t\\z=1-2t.\end{cases}$

Lấy $N(3;4;-1)\in d_1$. Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ.

Ta có $(d,\Delta)=\widehat{NMH}$ và $\sin\widehat{NMH}=\dfrac{NH}{MN}\geq\dfrac{NK}{MN}$.

Do vậy (d,Δ) nhỏ nhất khi $K\equiv H$ hay Δ là đường thẳng MK.

Đường thẳng NK có phương trình $\begin{cases}x=3+t\\y=4+t\\z=-1-t.\end{cases}$

Tọa độ điểm K ứng với t là nghiệm của phương trình

$$(3+t)+(4+t)-(-1-t)-3=0 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{3} \Rightarrow K\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{2}{3}\right).$$

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MK}=\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{1}{3}(5;-4;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(4;-2;6)$, $B(2;4;2)$, $M\in(\alpha)$: $x+2y-3z-7=0$ sao cho $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất. Tọa độ của M bằng

A. $\left(\dfrac{29}{13};\dfrac{58}{13};\dfrac{5}{13}\right)$. **B.** $(4;3;1)$. **C.** $(1;3;4)$. **D.** $\left(\dfrac{37}{3};\dfrac{-56}{3};\dfrac{68}{3}\right)$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm $AB\Rightarrow I(3;1;4)$. Gọi H là hình chiếu của I xuống mặt phẳng (α).
Ta có $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=MI^2+\overrightarrow{MI}\cdot\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)-IA^2=MI^2-IA^2$.
Do IA không đổi nên $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI=IH\Leftrightarrow M\equiv H$.
Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α). Khi đó Δ nhận $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;2;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó Δ có phương trình $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=4-3t.\end{cases}$

$H\in\Delta\Leftrightarrow H(3+t;1+2t;4-3t)$.
$H\in(\alpha)\Leftrightarrow(3+t)+2(1+2t)-3(4-3t)-7=0\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow H(4;3;1)$. Vậy $M(4;3;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC

là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 30. **B**. 26. **C**. 20. **D**. 21.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R_1 = 3$.
$M \in d \Leftrightarrow M(1+a;1+2a;2-3a)$.
Do MA, MB, MC là những tiếp tuyến tại A, B, C với mặt cầu (S_1).
Suy ra $MA^2 = MB^2 = MC^2 = OM^2 - 9$.
Khi đó $A, B, C \in (S_2)$ có tâm là M, bán kính $R_2 = \sqrt{OM^2 - 9}$.
Ta có phương trình (S_2): $(x-(a+1))^2 + (y-(2a+1))^2 + (z-(2-3a))^2 = OM^2 - 9$.
$\Leftrightarrow (S_2)$: $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a+1)x - 2(2a+1)y - 2(2-3a)z + 9 = 0$.
Mặt khác theo giả thiết A, B, C cùng thuộc mặt cầu (S_1).
Suy ra tọa độ A, B, C thỏa mãn hệ $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2(a+1)x - 2(2a+1)y - 2(2-3a)z + 9 = 0. \end{cases}$
Do đó phương trình mặt phẳng (ABC) là $2(a+1)x + 2(2a+1)y + 2(2-3a)z - 18 = 0$.
$D \in (ABC) \Leftrightarrow 2(a+1) + 2(2a+1) + 4(2-3a) - 18 = 0 \Leftrightarrow a = -1$.
Với $a = -1$, ta có $M(0;-1;5)$. Khi đó $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 26$.

Chọn đáp án B □

Câu 84. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng (α): $2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ đi qua M, nằm trên mặt phẳng (α) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ.

A. $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z+3}{3}$. **B.** $\dfrac{x+3}{16} = \dfrac{y-3}{11} = \dfrac{z+3}{-10}$.

C. $\dfrac{x+3}{5} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z+3}{8}$. **D.** $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z+3}{6}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R = 10$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α). Ta có

$$\mathrm{d}(I,(\alpha)) = \frac{|4-6+5+15|}{3} = 6 < R.$$

Do đó mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là đường tròn $(\mathscr{C})$ tâm H, bán kính $r = \sqrt{R^2 - \mathrm{d}^2(I,(\alpha))} = \sqrt{100-36} = 8$.
Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α), đi qua M và cắt $(\mathscr{C})$ tại hai điểm A, B sao cho AB lớn nhất khi và chỉ khi Δ đi qua M và H.
Đường thẳng d qua I và vuông góc với (α) có phương trình $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z-5}{1}$.
Do đó $\{H\} = d \cap (\alpha)$.
Khi đó $H(2+2t;3-2t;5+t) \in (\alpha)$ nên $2(2+2t) - 2(3-2t) + (5+t) = 15 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2;7;3)$.
Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{MH} = (1;4;6)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là

$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}.$$

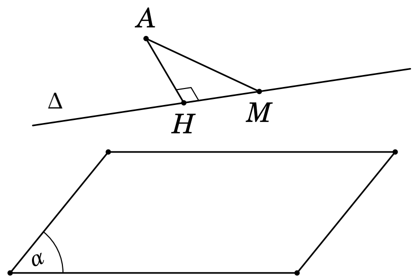
Chọn đáp án D □

Câu 85. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng (α): $3x - 4y + z - 12 = 0$ và cách điểm $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất.

A. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ. Ta có $M \in \Delta$ nên $\mathrm{d}(A,\Delta) = AH \leq AM$.
Do đó $\mathrm{d}(A,\Delta)$ lớn nhất bằng AM khi $\Delta \perp AM$ tại M.
Ta có $\overrightarrow{AM} = (6;-7;1)$, $\vec{n} = (3;-4;1)$ véc-tơ pháp tuyến của (α).
Khi đó Δ song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với AM nên có véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{n},\overrightarrow{AM}\right] = (3;3;3)$. Hay Δ nhận véc-tơ $\vec{u} = (1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.



Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x = 4+t \\ y = -2+t \\ z = 1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$, $d_2\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{-4} = \dfrac{z-3}{2}$. Viết phương trình đường phân giác của những góc tù tạo bởi d_1, d_2.

A. $\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **C.** $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

✍Lời giải.
Ta thấy $d_1 \cap d_2 = M(1;0;3)$, các véc-tơ $\overrightarrow{u_1} = (1;-1;2)$, $\overrightarrow{u_2} = (-1;-2;1)$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 và $\left|\overrightarrow{u_1}\right| = \left|\overrightarrow{u_2}\right| = \sqrt{6}$, $\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2} = 3 > 0$, do đó đường phân giác d của các góc tù tạo bởi d_1, d_2 là đường thẳng đi qua $M(1;0;3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương là $\overline{u} = \overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} = (2;1;1)$.
Vậy d có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 87. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x = -2+2t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của cạnh MN.

A. $\dfrac{x-6}{7} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z+3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+6}{7} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$.
C. $\dfrac{x-6}{7} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{-1}$.

✍Lời giải.
Giả sử $M(x;y;z)$ và $N(-2+2t;1+t;1-t)$.
Vì $M \in (P)$ và A là trung điểm của MN nên ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y + z - 10 = 0 \\ x + 2t - 2 = 2 \\ y + t + 1 = 6 \\ z - t + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 10 \\ x = 4 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(4-2t) - (5-t) + (3+t) = 10 \\ x = 4 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ x = 8 \\ y = 7 \\ z = 1 \end{cases}$$
$\Rightarrow M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3)$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x+6}{7} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án B □

Câu 88. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1;-1;4)$, $B(3;-3;2)$. Gọi K là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P). Tính tỉ số $t = \dfrac{KA}{KB}$.

A. $t = 1$. **B.** $t = \dfrac{3}{2}$. **C.** $t = 2$. **D.** $t = \dfrac{2}{3}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của AB: $\begin{cases} x = 1+m \\ y = -1-m \\ z = 4-m. \end{cases}$

$K \in AB \Rightarrow K(1+m, -1-m, 4-m)$.
$K \in (P) \Rightarrow 2(1+m) - (-1-m) - 2(4-m) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{4}{5} \Rightarrow K\left(\dfrac{9}{5}; -\dfrac{9}{5}; \dfrac{16}{5}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{KA}=\left(-\frac{4}{5};\frac{4}{5};\frac{4}{5}\right)$ và $\overrightarrow{KB}=\left(\frac{6}{5};-\frac{6}{5};-\frac{6}{5}\right)\Rightarrow \overrightarrow{KA}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{KB}\Rightarrow t=\frac{KA}{KB}=\frac{2}{3}$.

Cách khác:

Ta có $\mathrm{d}[A,(P)]=\frac{4}{3}$ và $\mathrm{d}[B,(P)]=\frac{6}{3}=2\Rightarrow \frac{\mathrm{d}[A,(P)]}{\mathrm{d}[B,(P)]}=\frac{2}{3}\Rightarrow \frac{KA}{KB}=\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;1;2)$, $B(2;1;-2)$ và $C(1;1;1)$. Gọi d là đường thẳng đi qua C sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến d lớn nhất. Giao điểm của d với mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z=0$ có tọa độ là

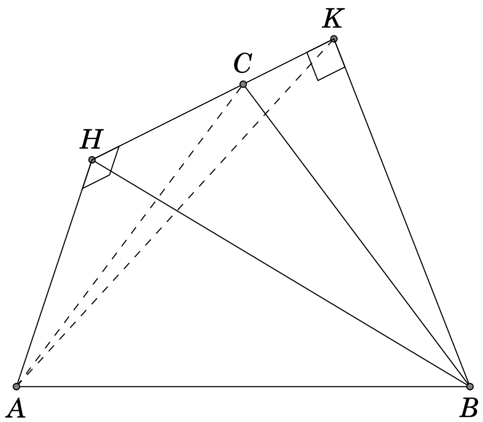
A. $\left(1;-\frac{1}{10};1\right)$. **B.** $(1;3;1)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $\left(1;\frac{1}{10};1\right)$.

✍Lời giải.

Ta có $AC=\sqrt{10}$, $BC=\sqrt{10}$. Gọi Δ là đường thẳng bất kì qua C, gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A và B lên Δ. Ta có

$$(AH+BK)^2\le \frac{AH^2+BK^2}{2}=\frac{20-(CH^2+CK^2)}{2},$$

do đó $AH+BK$ lớn nhất khi CH^2+CK^2 nhỏ nhất. Mà $CH^2+CK^2\ge 0$ nên CH^2+CK^2 nhỏ nhất khi H và K trùng với C, khi đó Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC).



Vậy đường thẳng d cần tìm là đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;0;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(3;0;-1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-8;0)$ là véc-tơ chỉ phương của d. Phương trình của d là

$$\begin{cases}x=1\\ y=1+8t\\ z=1.\end{cases}$$

Suy ra giao điểm của d và mặt phẳng (P) là điểm $M(1;-3;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$; $d_2\colon \begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=m\end{cases}$.

Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

✍Lời giải.

d_1 đi qua điểm $M(1;0;0)$, có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;1;3)$.

d_2 đi qua điểm $N(1;2;m)$, có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;1;0)$.

Ta có $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(-3;3;1)$; $\overrightarrow{MN}=(0;2;m)$.

Vì d_1 và d_2 chéo nhau nên $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]\cdot\overrightarrow{MN}\ne 0\Leftrightarrow m\ne -6$.

Mặt khác

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}(d_1,d_2)=\frac{5}{\sqrt{19}}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{\left|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]\right|}=\frac{5}{\sqrt{19}}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|m+6|}{\sqrt{19}}=\frac{5}{\sqrt{19}}\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=-11.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Khi đó tổng các phần tử của S là -12.

Chọn đáp án (C) □

Câu 91. Trong không gian Oxy, cho mặt phẳng (α): $x+y+z+3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Gọi Δ là hình chiếu của d trên (α) và $\vec{u}(1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha(1;1;1)$, ta có
$\vec{n}_\alpha\perp\vec{u}$ nên $\vec{n}_\alpha\cdot\vec{u}=1+a+b=0$ hay $a+b=-1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng (P): $x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy): $z=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.
Mặt phẳng (P): $x+y-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;0)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0;-1)$ và song song với cả 2 mặt phẳng (P), (Oxy). Gọi $\vec{u}_d$ là một véc-tơ chỉ phương của d.

Ta có $\begin{cases}d\parallel(P)\\d\parallel(Oxy)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}\\\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(Oxy)}\end{cases}$. Ta chọn $\vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;-1;0)$ là

$$\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1.\end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;2)$, mặt phẳng (P): $2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M,N sao cho A là trung điểm của đoạn MN. Biết rằng $\vec{u}=(a;b;1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ, giá trị của $a+b$ bằng

A. 11. **B.** -11. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải.

Vì $N\in d$ nên $N(-2+2t;1+t;1-t)$.
Mặt khác, A là trung điểm đoạn MN nên $M(4-2t;5-t;3+t)$.
Do $M\in(P)$ nên $2(4-2t)-(5-t)+3+t-10=0\Leftrightarrow t=-2$.
Suy ra $M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-14;-8;2)$.
Khi đó, đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-7;-4;1)$. Suy ra $a=-7$ và $b=-4$. Vậy $a+b=-11$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt trục tọa độ Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Giả sử Δ là đường thẳng cần tìm, gọi $N=\Delta\cap Oz\Rightarrow N=(0;0;n)$.
Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;0;n-1)$, d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;2;3)$.
Vì $\Delta\perp d\Rightarrow\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}_d=0\Leftrightarrow-1+3(n-1)=0\Leftrightarrow n=\dfrac{4}{3}$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)$, chọn véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=(-3;0;1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại B sao cho diện tích OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=t\\z=1\end{cases}$.

Lời giải.

Giả sử $B(0;b;0)$ với $b<0$.
Ta có $\overrightarrow{OA}=(2;0;0)$ và $\overrightarrow{OB}=(0;b;0)$.
Khi đó $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(0;0;2b)$.
Ta có $S_{OAB}=1\Leftrightarrow\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=2\Leftarrow|2b|=2\Leftarrow b=-1$.
Vậy $B(0;-1;0)$ và $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;0)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 96. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;0)$, $B(0;-\sqrt{2};0)$, $P\left(\dfrac{6}{5};-\sqrt{2};2\right)$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=t\\y=0\\z=2-t\end{cases}$. Giả sử M là điểm thuộc d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất. Tìm độ dài MP.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải.

Do AB có độ dài không đổi nên chu vi tam giác ABM nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA+MB$ nhỏ nhất.
Vì $M\in d$ nên $M(t;0;2-t)$. Suy ra $AM=\sqrt{(\sqrt{2}t-2\sqrt{2})^2+9}$ và $MB=\sqrt{(\sqrt{2}t-\sqrt{2})^2+4}$.
Do đó $AM+MB=\sqrt{(\sqrt{2}t-2\sqrt{2})^2+9}+\sqrt{(\sqrt{2}t-\sqrt{2})^2+4}$.
Đặt $\vec{u}=(\sqrt{2}t-2\sqrt{2};3)$ và $\vec{v}=(-\sqrt{2}t+\sqrt{2};2)$. Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u}+\vec{v}|\le|\vec{u}|+|\vec{v}|$ ta được

$$\sqrt{(\sqrt{2}t-2\sqrt{2})^2+9}+\sqrt{(\sqrt{2}t-\sqrt{2})^2+4}\ge\sqrt{(\sqrt{2}-2\sqrt{2})^2+25}=3\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{\sqrt{2}t-2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}t+\sqrt{2}}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow t=\dfrac{7}{5}$. Suy ra $M\left(\dfrac{7}{5};0;\dfrac{3}{5}\right)$, do đó

$$MP=\sqrt{\left(\frac{6}{5}-\frac{7}{5}\right)^2+2+\left(2-\frac{3}{5}\right)^2}=2.$$

Chọn đáp án C □

Câu 97. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(-3;4;5)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y-z=0$. Điểm $M(a;b;c)\in(\alpha)$ thỏa mãn $T=MA^2-MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=a-b+2c$.

A. $S=-4$. **B.** $S=-3$. **C.** $S=2$. **D.** $S=5$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{IC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\Rightarrow I(3;2;-2)$.

Gọi (Δ) là đường thẳng qua I và vuông góc (P), ta được $(\Delta)\colon\begin{cases}x=3+2t\\y=2-t\\z=-2-t.\end{cases}$

Gọi H là giao điểm của (Δ) và (P), ta được $2(3+2t)-(2-t)-(-2-t)=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(1;3;-1)$.
Mặt khác, ta thấy

$$\begin{aligned} T &= MA^2 - MB^2 + 2MC^2 \\ &= \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2 - \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2 \\ &= IA^2 - IB^2 + 2IC^2 + 2IM^2 + \overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right) \\ &= IA^2 - IB^2 + 2IC^2 + 2IM^2. \qquad (*) \end{aligned}$$

Từ $(*)$, ta thấy T nhỏ nhất khi IM nhỏ nhất, tức là $M \equiv H$.
Ta được $S = 1-3+2(-1) = -4$.
Chọn đáp án A □

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\dfrac{x-1}{2m+1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+1}{m-2}$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-6=0$, hai điểm $A(2;2;2)$, $B(1;2;3)$ thuộc (P). Giá trị m để AB vuông góc với hình chiếu của d trên (P) là

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-3$.

Lời giải.

Theo giả thiết, suy ra $\vec{u}_d=(2m+1;2;m-2)$, $\vec{n}_P=(1;1;1)$, $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Gọi d' là giao tuyến của (P) và (Q). Khi đó d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

- Vì $d \subset (Q)$ nên $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_Q = 0$.
- Vì $(Q) \perp (P)$ nên $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$.

Ta chọn $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (4-m; -m-3; 2m-1)$. Lại có

- Vì $d' \subset (Q)$ nên $\vec{u}_{d'} \cdot \vec{n}_Q = 0$.
- Vì $d' \subset (P)$ nên $\vec{u}_{d'} \cdot \vec{n}_P = 0$.

Suy ra rằng một véc-tơ chỉ phương của d' là $[\vec{n}_Q; \vec{n}_P] = (-3m-2; 3m-5; 7)$. Suy ra

$$\vec{u}_{d'} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (-1)\cdot(-3m-2)+0\cdot(3m-5)+7\cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m=-3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và hai đường thẳng d_1: $\begin{cases} x=3+t \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$ và d_2: $\begin{cases} x=3+2t' \\ y=3+t' \\ z=0 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2.
Gọi $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(3+2t', 3+t', 0)$. Véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AB} = (1+2t', 2+t', -1)$.
Do $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow 1+2t'+1=0 \Leftrightarrow t'=-1$. Suy ra $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-1)$. Chọn véc-tơ chỉ phương của Δ là $(1;-1;1)$
Phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$.
Chọn đáp án D □

Câu 100. Cho đường thẳng d: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z+1}{2}$ và mặt phẳng (P): $x-y-z-2=0$. Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;-3;2)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_P = (1;-1;-1)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).
(Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (5;4;1)$ và $A(0;2;-1) \in d \subset (Q)$ suy ra

$$(Q)\colon 5x + 4y + z - 7 = 0.$$

Khi đó hình chiếu vuông góc của d trên (P) chính là đường thẳng d' là giao tuyến của (P) và (Q).
d' có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3;-6;9)$. Vậy d' có một véc-tơ chỉ phương khác là $\vec{u} = (-1;2;-3)$. Lấy $B(1;1;-2) \in (P) \cap (Q)$, ta có $B \in d'$.
Vậy phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t. \end{cases}$

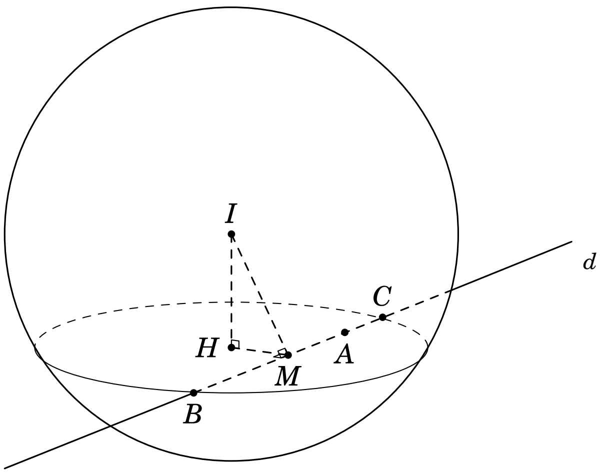
Chọn đáp án A □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại B và C. Để độ dài BC lớn nhất thì đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z+3}{6}$. **B.** $\dfrac{x+3}{16} = \dfrac{y-3}{11} = \dfrac{z+3}{-10}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z+3}{3}$.

✍**Lời giải.**



- Ta có A nằm trong mặt cầu.
- Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (α).
- $BC = 2BM$; $BM^2 = R^2 - IM^2$.
- $BM_{\max} \Leftrightarrow IM_{\min} \Leftrightarrow M \equiv H \Leftrightarrow \Delta \equiv AH$.
- Đường thẳng IH qua I và vuông góc với (α) có phương trình là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t. \end{cases}$
- H là giao điểm của IH và (α), suy ra $H(-2;7;3)$.
- Đường thẳng Δ đi qua A và H có phương trình $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z+3}{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+2z-14=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Gọi tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Tính biểu thức $K=a+b+c$.

A. $K=1$. **B.** $K=2$. **C.** $K=-5$. **D.** $K=-2$.

Lời giải.

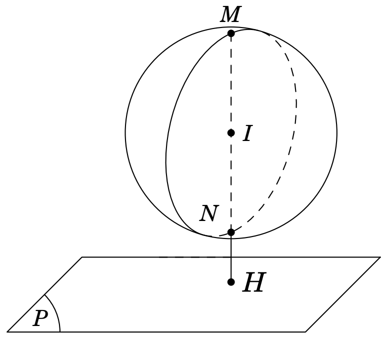
Ta có

$$(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9.$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=3$.

Ta có

$$\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|2\cdot 1-(-2)+2\cdot(-1)-14|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4>R=3.$$



Suy ra (P) và (S) không có điểm chung.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). Khi đó d giao với (S) tại hai điểm M, N (như hình vẽ).

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua M và song song với (P), suy ra toàn bộ các điểm thuộc mặt cầu, trừ M, đều nằm trong phần không gian giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q). Do đó, khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất.

Phương trình của d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t. \end{cases}$

$M=d\cap(S)\Rightarrow M(1+2t;-2-t;-1+2t)$ và $(1+2t-1)^2+(-2-t+2)^2+(-1+2t+1)^2=9\Leftrightarrow t=\pm1$.

+) Với $t=1\Rightarrow M(3;-3;1)\Rightarrow \mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|2\cdot3-(-3)+2\cdot1-14|}{3}=1$.

+) Với $t=-1\Rightarrow M(-1;-1;-3)\Rightarrow \mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|2\cdot(-1)-(-1)+2\cdot(-3)-14|}{3}=7$.

Vậy $M(-1;-1;-3)\Rightarrow a=-1, b=-1, c=-3\Rightarrow K=-5$.

Chọn đáp án C □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;0;1)$, $B(-3;2;0)$, $C(2;2;3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $P(-1;2;-2)$. **B.** $M(-1;3;4)$. **C.** $N(0;3;-2)$. **D.** $Q(-5;3;3)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-3;2;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-2;2)$, $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$.

Một vectơ chỉ phương của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC là $\vec{u}=\dfrac{1}{12}\left[\vec{n},\overrightarrow{AC}\right]=(1;0;-1)$.

Khi đó phương trình đường cao kẻ từ B là

$$\begin{cases} x=-3+t \\ y=2 \\ z=-t. \end{cases}$$

Ta thấy điểm $P(-1;2;-2)$ thuộc đường thẳng trên.

Chọn đáp án A □

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^\circ$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng (α): $x+z-3=0$. Biết rằng đỉnh C có cao độ âm. Tìm hoành độ của đỉnh A.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4} \\ x+z-3=0 \end{cases}\Leftrightarrow B(2;3;1).$$

Do $C \in BC$ nên $C(4+c;5+c;-7-4c)$.
Theo giả thiết

$$BC = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 18(2+c)^2 = 18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-1 \Rightarrow C(3;4;-3) \\ c=-3 \Rightarrow C(1;2;5). \end{array}\right.$$

Mà đỉnh C có hoành độ âm nên $C(3;4;-3)$.
Gọi $A(x;y;3-x) \in (\alpha)$.
Ta có $\sin(BC;(\alpha)) = \dfrac{|1-4|}{\sqrt{1+1+16}\cdot\sqrt{1+1}} = \dfrac{1}{2}$ hay góc giữa đường thẳng BC với mặt phẳng (α) là 30°. Do $\widehat{ABC} = 30^\circ$ nên C có hình chiếu lên (α) là điểm A.

Đường thẳng qua $C(3;4-3)$ và vuông góc với (α) có phương trình $\begin{cases} x=3+t \\ y=4 \\ z=-3+t. \end{cases}$

Tọa điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=3+t \\ y=4 \\ z=-3+t \\ x+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3+t \\ y=4 \\ z=-3+t \\ 3+t-3+t-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{9}{2} \\ y=4 \\ z=\dfrac{3}{2} \\ t=\dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy hoành độ điểm A là $\dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(1;1;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó, giá trị $T=a+2b+3c$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 10.

✍**Lời giải.**

Do $M \in d \Rightarrow M(-1+t;t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t-1;t+1;t-1)$; $\overrightarrow{AB} = (1;2;0)$.
Ta có $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}] = (2t-2;1-t;3-t)$.
Diện tích tam giác MAB là

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}]\right| \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{(2t-2)^2+(1-t)^2+(3-t)^2} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{6t^2-16t+14} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{6\left(t-\frac{4}{3}\right)^2+\frac{110}{9}} \ge \frac{\sqrt{110}}{6}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích $\triangle MAB$ nhỏ nhất khi $t=\dfrac{4}{3} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

Suy ra $a=\dfrac{1}{3}$, $b=\dfrac{4}{3}$, $c=\dfrac{7}{3} \Rightarrow T=a+2b+3c=10$.

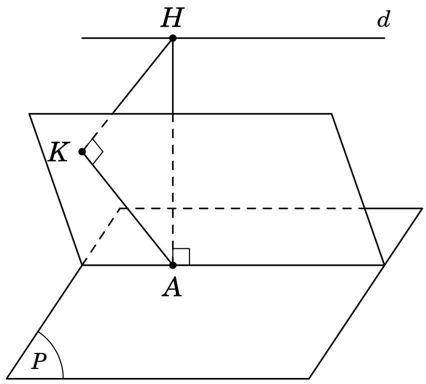
Chọn đáp án D □

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d và khoảng cách từ đường thẳng d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x-y-6=0$. **B.** $x+3y+2z+10=0$. **C.** $x-2y-3z-1=0$. **D.** $3x+z+2=0$.

✍**Lời giải.**

Giả sử (P) là mặt phẳng đi qua A và $d \parallel (P)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d.
Ta có $\mathrm{d}(d,(P)) = \mathrm{d}(H,(P)) \leq AH$.
Nên khoảng cách từ d đến (P) đạt giá trị lớn nhất khi $\overrightarrow{AH}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
Do $H \in d \Rightarrow H(1+t;1-t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-1;2-t;t+3)$.



Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-1;1)$.
Có $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1-2+t+t+3 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1;2;3)$.
Mặt phẳng $3x+z+2=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;0;1) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $d\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t. \end{cases}$ **B.** $d\colon \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = -t. \end{cases}$ **C.** $d\colon \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \\ z = t. \end{cases}$ **D.** $d\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-4t \\ z = 2t. \end{cases}$

✍**Lời giải.**

Ta có $\Delta\colon \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = -t. \end{cases}$
Gọi $N = d \cap \Delta \Rightarrow N(1+2t;-1+t;-t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1+2t;-2+t;-t)$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-1)$.
Đường thẳng d đi qua M và $d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(-1+2t)+1(-1+t)-1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{2}{3}$.
Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1;-4;-2)$.
nên $d\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t. \end{cases}$
Chọn đáp án A □

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;-2)$, $B(3;1;4)$ nằm cùng phía đối với mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z+1=0$. Gọi M là điểm thuộc (α), cách đều A và B đồng thời khoảng cách từ M đến đường thẳng AB là nhỏ nhất. Tìm hoành độ của điểm M.

A. $x_M = \dfrac{5}{4}$. **B.** $x_M = -\dfrac{3}{4}$. **C.** $x_M = 2$. **D.** $x_M = \dfrac{4}{3}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $I(2;0;1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{AB} = 2\cdot(1;1;3)$ nên phương trình mặt phẳng trung trực (β) của AB là $(x-2)+y+3(z-1)=0$ hay $x+y+3z-5=0$.
Vì M thuộc (α) và M cách đều A và B nên M thuộc giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{1}{2} - t \\ z = \dfrac{3}{2} \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.
Kẻ $MN \perp AB$ tại N, khi đó MN là đường vuông góc chung của d và AB.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và song song với d, (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với (P), khi đó M là giao điểm của của d và mặt phẳng (Q).
Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1;1;3)$ và đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;-1;0)$ nên mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \left[\vec{u}_1;\vec{u}_2\right] = (3;3;-2)$.
Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = \dfrac{1}{11}\cdot\left[\vec{n}_P,\vec{u}_1\right] = (1;-1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $(x-1)-(y+1)=0$ hay $x-y-2=0$.
Khi đó điểm M là giao điểm của d và (Q) có tọa độ $M\left(\frac{5}{4};-\frac{3}{4};\frac{3}{4}\right)$, nên $x_M=\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;0)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$.
Mặt phẳng (P) đi qua A, song song với d đồng thời khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) là lớn nhất. Biết $\vec{n}=(1;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P). Tính $b+c$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(x-1)+b(y-1)=0$ hay $x+by-b-1=0$.

Khoảng cách từ O đến (P) là $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{|b+1|}{\sqrt{b^2+1}}\le\dfrac{|b+1|}{\sqrt{\frac{1}{2}(b+1)^2}}=\sqrt{2}$.

Vậy $\max \mathrm{d}(O,(P))=\sqrt{2}$, dấu bằng xảy ra khi $b=1$.
Lại có (P) song song với d nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}$ vuông góc với véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-1;-1;1)$, suy ra $1\cdot(-1)+1\cdot(-1)+1\cdot c=0\Leftrightarrow c=2$.
Vậy $b+c=3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x+3y-2z+12=0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) giao với ba trục tọa độ lần lượt tại $A(-6;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;6)$.
Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Khi đó

$$\begin{cases} IA=IB=IC \\ I\in(\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+6)^2+b^2+c^2=a^2+(b+4)^2+c^2 \\ (a+6)^2+b^2+c^2=a^2+b^2+(c-6)^2 \\ 2a+3b-2c+12=0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=-5 \\ a+c=0 \\ 2a+3b-2c=-12 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{39}{17} \\ b=-\dfrac{16}{17} \\ c=\dfrac{39}{17} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{39}{17};-\frac{16}{17};\frac{39}{17}\right).$$

Đường thẳng cần tìm đi qua I, vuông góc với (α) nên nhận $\vec{u}=(2;3;-2)$ là véc-tơ chỉ phương, phương trình d có dạng

$$\frac{x+\frac{39}{17}}{2}=\frac{y+\frac{16}{17}}{3}=\frac{z-\frac{39}{17}}{-2}.$$

Do $M(-3;-2;3)$ thuộc d nên d có dạng $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(3;4;-4)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;6)$. **D.** $\vec{u}=(1;0;2)$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d. Suy ra véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\vec{u}_d=(2;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $2(x+2)+2(y+2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z+9=0$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d nên Δ nằm trong (P).

Khi đó, với mọi đường thẳng Δ qua M, khoảng cách $\mathrm{d}(A,\Delta)\geq \mathrm{d}(A,(P))$. Đẳng thức xảy ra khi Δ đi qua hình chiếu A' của A lên mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng AA' đi qua A và vuông góc với (P) là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}$.

Tọa độ điểm A' là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\\2x+2y-z+9=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-2\\x=-3\\y=-2\\z=-1\end{cases} \Rightarrow A'(-3;-2;-1)$.

Đường thẳng Δ cần tìm nhận $\overrightarrow{A'M}=(1;0;2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án D □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với mặt phẳng (P): $2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng Δ: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$.

✍Lời giải.

Vì góc giữa hai đường thẳng lớn nhất bằng 90° nên góc giữa d và Δ lớn nhất khi $d\perp\Delta$.

Khi đó $\vec{u}_d\perp\vec{u}_\Delta$.

Mặt khác, vì $d\parallel(P)$ nên $\vec{u}_d=\left[\vec{u}_\Delta,\vec{n}_{(P)}\right]=(4;5;3)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng (d) lên mặt phẳng (P), véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\vec{u}_3=(5;-16;-13)$. **B.** $\vec{u}_2=(5;-4;-3)$. **C.** $\vec{u}_4=(5;16;13)$. **D.** $\vec{u}_1=(5;16;-13)$.

✍Lời giải.

- Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Ta có $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(5;-4;-3)$.
- Vì d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) nên $d'=(P)\cap(Q)$.
  Do đó $\vec{u}_{d'}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(5;16;-13)$.

Chọn đáp án D □

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+y-2z=0$ và hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z}{1}$ và d_2: $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+4}{4}$. Đường thẳng vuông góc với (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

C. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

✍Lời giải.

Giả sử đường thẳng Δ cắt d_1 tại A và d_2 tại B.

Suy ra $A(-1-t;6+2t;t)$, $B(1-3u;2-u;-4+4u)$, $(t,u\in\mathbb{R})$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-3u+t+2;-u-2t-4;4u-t-4)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1;-2)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với (P), suy ra $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}$
$\Leftrightarrow \dfrac{-3u+t+2}{3}=\dfrac{-u-2t-4}{1}=\dfrac{4u-t-4}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases}7t+14=0\\-6u+t+8=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-2\\u=1\end{cases} \Rightarrow B(-2;1;0).$
Đường thẳng Δ qua điểm B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n}=(3;1;-2)$ nên có phương trình là $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 115. Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

A. $M(4;7;-11), M(-3;-7;13)$. **B.** $M(5;9;-11), M(-3;-7;13)$.
C. $M(5;9;-11), M(3;7;-13)$. **D.** $M(5;9;-11)$.

✍Lời giải.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases}\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}\\x+y+z-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}$ hay $I(1;1;1)$.
Giả sử tọa độ điểm M là $M(a,b,c)$.
Vì M thuộc (P) nên ta có $a+b+c-3=0$. (1)
Vì $MI\perp\Delta$ nên ta có véc-tơ $\overrightarrow{IM}=(a-1;b-1;c-1)$ vuông góc với véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;-2;-1)$ hay $(a-1)-2(b-1)-(c-1)=0 \Leftrightarrow a-2b-c+2=0$. (2)
Vì $MI=4\sqrt{14}$ nên ta có $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=224$. (3)
Từ (1), (2), (3) ta được $\left[\begin{array}{l}a=5;b=9;c=-11\\a=-3;b=-7;c=13\end{array}\right.$, hay tọa độ điểm M là $M(5;9;-11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$.
Chọn đáp án B □

Câu 116. Cho các đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

✍Lời giải.

Gọi $I=d_1\cap\Delta$, $I(1+t;-1+2t;-t)\Rightarrow \overrightarrow{AI}=(t;2t-1;-t-2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.
Do $\vec{u}_{d_2}=(1;2;2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2 và $\Delta\perp d_2$.
Suy ra $\overrightarrow{AI}\cdot\vec{u}_{d_2}=0 \Leftrightarrow t+2(2t-1)+2(-t-2)=0 \Leftrightarrow 3t-6=0 \Leftrightarrow t=2$.
Vậy $\overrightarrow{AI}=(2;3;-4)$. Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$.
Chọn đáp án C □

Câu 117. Cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ và điểm $A(1;2;1)$. Tìm bán kính của mặt cầu có tâm I nằm trên d, đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+1=0$.

A. $R=2$. **B.** $R=4$. **C.** $R=1$. **D.** $R=3$.

✍Lời giải.

Tâm I nằm trên d nên $I(1+t;2-2t;2+t)$.
Mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $AI=d(I;(P))=R$.

$$\begin{aligned}AI=d(I;(P)) &\Leftrightarrow \sqrt{t^2+4t^2+(t+1)^2}=\frac{|1+t-4+4t+4+2t+1|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}}\\&\Leftrightarrow \sqrt{6t^2+2t+1}=\frac{|7t+2|}{3}\\&\Leftrightarrow 9(6t^2+2t+1)=(7t+2)^2\\&\Leftrightarrow t^2-2t+1=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2;0;3).\end{aligned}$$

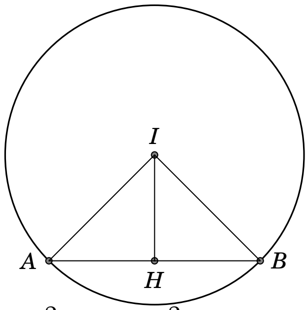
Vậy bán kính mặt cầu $R=AI=3$.
Chọn đáp án D □

Câu 118. Cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ cắt d tại các điểm A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;2)$.
Ta có $\overrightarrow{IM}=(-2;0;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(6;13;4)$.
Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow IH\perp AB$.
Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d là



$$IH=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{36+169+16}}{\sqrt{9+4+4}}=\sqrt{13}.$$

Suy ra bán kính $R=\sqrt{IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{13+3}=4$.
Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và có bán kính $R=4$ là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.
Chọn đáp án D □

Câu 119. Cho $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{-4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{1}$ và điểm M thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMB.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)$, suy ra phương trình đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(-4;2;1)$ và một điểm thuộc đường thẳng là $M(5;2;4)$.
Gọi N là hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng AB, khi đó

$$S_{\triangle MAB}=\frac{1}{2}MN\cdot AB=\sqrt{3}MN. \qquad (1)$$

Dễ thấy $S_{\triangle MAB}$ nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất. Hay MN chính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB và d.

Suy ra $MN=\mathrm{d}(AB,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\cdot\overrightarrow{AM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}$. (2)

Mà $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(3;3;6)$ và $\overrightarrow{AM}=(4;-2;2)$, nên từ (2) ta có $MN=\sqrt{6}$. Thay vào (1) ta được

$$S_{\triangle MAB}=3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a,b,c\in\mathbb{R}^+$. Biết mặt cầu (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oxz), (Oyz) theo các giao tuyến là các đường tròn có bán kính cùng bằng $\sqrt{13}$ và mặt cầu (S) đi qua $M(2;0;1)$. Tính $a+b+c$.

A. 6. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 12.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(a;b;c), a,b,c\in\mathbb{R}^+$ là tâm mặt cầu (S).
Vì (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ theo các đường tròn giao tuyến có bán kính bằng $\sqrt{13}$ nên

$$\mathrm{d}(I,(Oxy))=\mathrm{d}(I,(Oyz))=\mathrm{d}(I,(Oxz))\Rightarrow a=b=c.$$

Ta có $MI^2=a^2+13\Rightarrow a^2-3a-4=0\Rightarrow a=4$.
Vậy $a+b+c=12$.
Chọn đáp án D □

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=1+t\\ y=2+t\\ z=3 \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=1\\ y=2+7t\\ z=3+t \end{cases}$. Phương trình đường phân giác của góc nhọn giữa d_1 và d_2 là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-12}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-5}=\dfrac{y-2}{12}=\dfrac{z-3}{1}$.

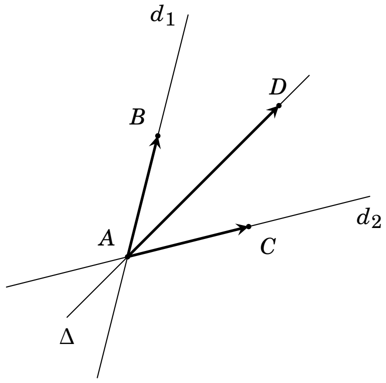
C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{12}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{12}=\dfrac{z-3}{1}$.

✍Lời giải.

Ta thấy $A(1;2;3)$ là giao điểm của d_1 và d_2.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_1}=(1;1;0)\\ \overrightarrow{u_2}=(0;7;1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}=7>0 \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)}\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Trên d_1 và d_2 lấy điểm B và (C) sao cho $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\overrightarrow{u_1}\\ \overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{5\sqrt{2}}\cdot\overrightarrow{u_2}. \end{cases}$



Gọi D thỏa mãn $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{5\sqrt{2}}(5;12;1)$. (1)

Vì $ABDC$ là hình thoi nên AD là đường phân giác góc nhọn $\widehat{BAC}$.

Vậy đường thẳng Δ cần tìm là $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{12}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(0;0;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+3=0$ sao cho khoảng cách từ $A(5;0;0)$ đến đường thẳng Δ nhỏ nhất. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

A. $\vec{u}_1=(4;1;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;-1;-3)$. **C.** $\vec{u}_4=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}_3=(4;-1;-3)$.

✍Lời giải.

Ta có $A(5;0;0)$ và $M(0;0;2)$ nằm cùng phía với mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+3=0$. Khi đó

— Δ là đường thẳng đi qua $M(0;0;2)$ và song song với mặt phẳng (P) nên Δ nằm trên mặt phẳng (Q) qua $M(0;0;2)$ song song với (P).
Phương trình $(Q)\colon x+y+z-2=0$.

— Khoảng cách từ $A(5;0;0)$ đến đường thẳng Δ nhỏ nhất khi Δ đi qua điểm H là hình chiếu vuông góc của A trên (Q).

Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (Q) là $d\colon \begin{cases} x=5+t\\ y=t\\ z=t. \end{cases}$

Khi đó, $H=d\cap(Q)$ và ta tìm được $H(4;-1;-1)$.

Vậy Δ là đường thẳng đi qua $M(0;0;2)$ và $H(4;-1;-1)$ nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(4;-1;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 123. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(-3;-4;10)$ và cắt trục tọa độ Oz tại điểm N, cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) tại điểm M sao cho tam giác OMN vuông cân?

A. Hai. **B.** Vô số. **C.** Ba. **D.** Một.

✍Lời giải.

Gọi $M(x;y;0)$, $N(0;0;z)$, với $x^2+y^2>0$ và $z\neq 0$. Tam giác OMN chỉ có thể vuông tại O, do đó $x^2+y^2=z^2$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(x+3;y+4;-10)$, $\overrightarrow{AN}=(3;4;z-10)$.

Ba điểm A, M, N thẳng hàng khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AM}=t\cdot\overrightarrow{AN}\Leftrightarrow\begin{cases} x=3t-3,\\ y=4t-4,\\ z=\dfrac{10t-10}{t}. \end{cases}$$

Thay vào phương trình $x^2+y^2=z^2$, ta được

$$9(t-1)^2+16(t-1)^2=\frac{100(t-1)^2}{t^2}\Leftrightarrow (t-1)^2\cdot(t^2-4)=0\Leftrightarrow t=-2\vee t=1\vee t=2.$$

— Với $t=-2$, ta có $M(-9;-12;0)$ và $N(0;0;15)$. Tam giác OMN vuông cân tại O.

— Với $t=1$, ta có $M(0;0;0)$ và $N(0;0;0)$. Không tồn tại tam giác OMN.

— Với $t=2$, ta có $M(3;4;0)$ và $N(0;0;5)$. Tam giác OMN vuông cân tại O.

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A) □

Câu 124. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P)\colon x+ay+bz+c=0\,(c>0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6. **C.** -4. **D.** -6.

✍Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1,a,b)$, d_1 đi qua điểm $M(1,-2,1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1,1,2)$ và d_2 đi qua điểm $N(1,1,-2)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(2,1,1)$.
Vì (P) song song với d_1,d_2 nên $\begin{cases}a+2b+1=0\\a+b+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=1\end{cases}$. Suy ra $(P)\colon x-3y+z+c=0$.
Mặt khác

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(d_1,(P))=2\mathrm{d}(d_2,(P)) &\Leftrightarrow \mathrm{d}(M,(P))=2\mathrm{d}(N,(P))\\ &\Leftrightarrow |c+8|=2|c-4|\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&c+8=2(c-4)\\&c+8=-2(c-4)\end{aligned}\right.\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&c=16\\&c=0.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Do $c>0$ suy ra $c=16$. Vậy $a+b+c=-3+1+16=14$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, nằm trên mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

✍Lời giải.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên (Oyz), lên d.
Ta có $H(0;-2;1)$, $MK\ge MH=1$, $MK=1\Leftrightarrow K\equiv H$.
Khi đó d chính là đường thẳng OH đi qua O và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{OH}=(0;-2;1)$.
Gọi α là góc giữa d và Oy, ta có

$$\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{OH}\cdot\vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\cdot\left|\vec{j}\right|}=\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=2t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(-1;-12;3)$. **B.** $N(3;-2;1)$. **C.** $P(0;-7;3)$. **D.** $Q(1;-2;5)$.

✍Lời giải.

— Gọi $M(1-t;2+t;2t)$ là hình chiếu của A lên BC.
Ta có $\overrightarrow{AM}=(-5-t;t-1;2t-5)$ vuông góc với $\vec{u}=(-1;1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của BC.
Do đó $-1(-5-t)+1(t-1)+2(2t-5)=0\Leftrightarrow t=1$. Suy ra $M(0;3;2)$.

— Vì ABC là tam giác đều nên M là trung điểm của BC. Suy ra $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2;3;3)$.

— Đường thẳng Δ đi qua G, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = \dfrac{1}{3}\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}\right] = (1;5;-2)$.

Suy ra Δ: $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+5t \\ z = 3-2t \end{cases}$. Với $t=-1$, ta có $Q(1;-2;5) \in \Delta$.

Chọn đáp án D □

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(0;1;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(6;-4;-1)$. **B.** $N(6;-4;2)$. **C.** $P(6;-4;3)$. **D.** $Q=(6;-4;1)$.

✍Lời giải.

— $\overrightarrow{AB} = (-1;2;1)$.

— Đường thẳng d đi qua $M(0;1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;-1;1)$.

— Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\vec{u}_d, \overrightarrow{AB}\right] = (-3;-3;3)$ và (α) đi qua M.
Phương trình (α) là $-3(x-0)-3(y-1)+3(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y+z-1=0$.

— Ta có $-6+4+3-1=0$ nên $P(6;-4;3) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án C □

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-1}$. Biết điểm $A(a;b;c)$, $(c<0)$ là điểm nằm trên đường thẳng d và cách (P) một khoảng bằng 1. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=2$. **B.** $S=-\dfrac{2}{5}$. **C.** $S=4$. **D.** $S=\dfrac{12}{5}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=-t. \end{cases}$

Vì $A \in d$ nên $A(1+t;-1+2t;-t)$. Ta có

$$\mathrm{d}(A,(P)) = \frac{|1+t-2\cdot(-1+2t)+2\cdot(-t)-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{|2-5t|}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{|2-5t|}{3} = 1 \Leftrightarrow |2-5t| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\dfrac{1}{5}. \end{array}\right.$$

Với $t=1 \Rightarrow A(2;1;-1)$.
Với $t=-\dfrac{1}{5} \Rightarrow A\left(\dfrac{4}{5};-\dfrac{7}{5};\dfrac{1}{5}\right)$.
Vì $A(a;b;c)$, $c<0$ nên $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases}$. Suy ra $S=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mp $(Q)\colon 3x+4y-4z+5=0$, cắt mặt phẳng (P) tại B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc vuông. Tính độ dài lớn nhất của MB.

A. $MB = \dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **B.** $MB = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $MB = \sqrt{5}$. **D.** $MB = \sqrt{41}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng $d \perp (Q)$ và $A \in d \Rightarrow d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+3}{-4}$.
Theo giả thiết $B = d \cap (P) \Rightarrow B(-2;-2;1)$.
Ta có $MA^2 + MB^2 = AB^2 \Rightarrow MB^2 = \underbrace{AB^2}_{const} - MA^2$.
Do đó $MB^2_{\max} \Leftrightarrow MA^2_{\min} \Leftrightarrow MA_{\min}$.
Dễ thấy $MA_{\min} \Leftrightarrow MA = \mathrm{d}(A;(P)) = \dfrac{|1\cdot 2 + 2\cdot 2 - 3\cdot(-1) + 9|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 6$.
Do đó $MB = \sqrt{AB^2 - MB^2} = \sqrt{\left(\sqrt{41}\right)^2 - 6^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 130. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có điểm $C(3;2;3)$, đường cao qua A, B lần lượt là $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-3}{2}$; $d_2: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$. Hoành độ điểm A bằng

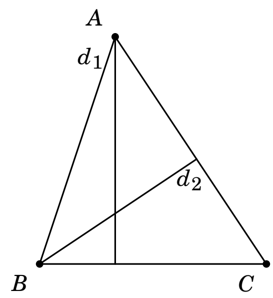
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

✍Lời giải.

Gọi $A(2+a;3+a;3-2a) \in d_1$. Suy ra $\overrightarrow{CA} = (a-1;a+1;-2a)$.
Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1;-2;1)$. Vì $CA \perp d_2$ nên

$$\overrightarrow{CA} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a = -1.$$

Vậy, tọa độ điểm $A(1;2;5)$, suy ra hoành độ điểm A là 1.



Chọn đáp án A □

Câu 131. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến (P) bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{11\sqrt{18}}{18}$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d.
Khi đó $H(1+2t;t;2+2t)$ và $\overrightarrow{AH} = (2t-1;t-5;2t-1)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;2)$.
Do $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Từ đó suy ra $\overrightarrow{AH} = (1;-4;1)$.
Mặt khác ta có $\mathrm{d}(A,(P)) \le AH$ và $\mathrm{d}(A,(P)) = AH \Leftrightarrow AH \perp (P)$. Suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi (P) nhận $\overrightarrow{AH}$ là véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P) là $(P): x - 4y + z - 3 = 0$.
Vậy khoảng cách từ M đến (P) là $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|1 - 4\cdot 2 - 1 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2 + 1^2}} = \dfrac{11\sqrt{18}}{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho chu vi của tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 3.

✍Lời giải.

Do $M \in d$ nên $M(-1+2t;1-t;2t)$. Khi đó

$$\begin{aligned} MA+MB &= \sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56} \\ &= \sqrt{(3t)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2} \\ &\geq \sqrt{(3t-3t+6)^2+\left(2\sqrt{5}+2\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{116} \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{3t}{6-3t}=\dfrac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;0;2) \Rightarrow a+2b+3c=7$.

Chọn đáp án B □

Câu 133. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d.

A. $B(-3;4;-4)$. **B.** $B(2;-1;3)$. **C.** $B(3;4;-4)$. **D.** $B(3;-4;4)$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d. Phương trình của (P) là

$$2(x-1)+(y-2)+(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x+y+z-6=0.$$

Gọi H là giao điểm của d với (P). Tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-5}{1} \\ 2x+y+z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow H(2;-1;3).$$

B chính là điểm đối xứng với A qua H. Suy ra $B(3;-4;4)$.

Chọn đáp án D □

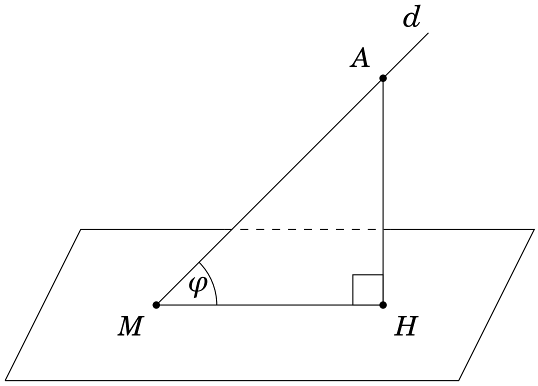
Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến (α).

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

✍**Lời giải.**

(α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$ và d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$. Gọi φ là góc giữa d và (α). Ta có

$$\begin{aligned} \sin\varphi &= \left|\cos\left(\vec{n},\vec{u}\right)\right| \\ &= \frac{|1\cdot 2+2\cdot 2+(-3)\cdot(-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{14}}. \end{aligned}$$



Từ đó suy ra

$$\mathrm{d}(A,(\alpha))=AM\cdot\sin\varphi=\sqrt{14}\cdot\frac{3}{\sqrt{14}}=3.$$

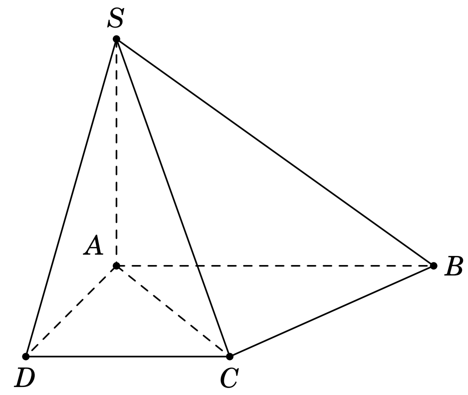
Chọn đáp án B □

Câu 135. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=2a$, $AD=DC=a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $2a$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy suy ra $SA \perp (ABCD)$. Do đó, góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.
Ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ với $A(0;0;0)$, $D(a;0;0)$, $B(0;2a;0)$, $S(0;0;a\sqrt{6})$, $C(a;a;0)$.
Ta có $\overrightarrow{AC} = (a;a;0)$, $\overrightarrow{SB} = (0;2a;-a\sqrt{6})$, $\overrightarrow{AS} = (0;0;a\sqrt{6})$, $[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{SB}] = (-a\sqrt{6};a\sqrt{6};2a)$.
Suy ra $d(AC;SB) = \dfrac{\left|[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{SB}]\overrightarrow{AS}\right|}{\left|[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{SB}]\right|} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.



Chọn đáp án B □

Câu 136. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = -1+5t' \\ y = -1+4t' \\ z = 3t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1} = \dfrac{y+\frac{3}{5}}{1} = \dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với đường thẳng d_1 và d_2.
Ta có $M(1+2t;-1-t;t)$ và $N\left(-1+5t';-1+4t';3t'\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-2-2t+5t';t+4t';-t+3t'\right)$.
Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{n}_P = (1;1;1)$ cùng phương. Suy ra

$$\frac{-2-2t+5t'}{1} = \frac{t+4t'}{1} = \frac{-t+3t'}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} -3t+t'=2 \\ 2t+t'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{2}{5} \\ t' = \dfrac{4}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{1}{5};-\frac{3}{5};-\frac{2}{5}\right) \text{ và } \overrightarrow{MN} = \left(\frac{14}{5};\frac{14}{5};\frac{14}{5}\right) = \frac{14}{5}(1;1;1).$$

Vậy đường thẳng d đi qua M nhận véc-tơ $\vec{u} = (1;1;1)$ làm một véc tơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1} = \dfrac{y+\frac{3}{5}}{1} = \dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.
Chọn đáp án A □

Câu 137. Cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với Δ. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-3;0;2)$. **B.** $\vec{u} = (0;3;1)$. **C.** $\vec{u} = (0;1;1)$. **D.** $\vec{u} = (1;-4;-2)$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (2;1;-1)$.
Giả sử $d \cap \Delta = N \Rightarrow N \in \Delta \Rightarrow N(1+2t;-1+t;-t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2t-1;t-2;-t)$.
Do $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Rightarrow 2\cdot(2t-1)+t-2-1\cdot(-t) = 0 \Leftrightarrow 6t = 4 \Leftrightarrow t = \dfrac{2}{3}$.
Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow \vec{u} = 3\overrightarrow{MN} = (1;-4;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Chọn đáp án D □

Câu 138. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;4)$ và hai điểm M, B thoả mãn $MA\cdot\overrightarrow{MA} + MB\cdot\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Giả sử điểm M thay đổi trên đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+4}{1}$. Khi đó điểm B thay đổi trên đường thẳng có phương trình là

A. $d_1\colon \dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+12}{1}$.

B. $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{1}$.

C. $d_3\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$.

D. $d_4\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-12}{1}$.

✍**Lời giải.**

Từ $MA\cdot\overrightarrow{MA}+MB\cdot\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ ta suy ra M, A, B thẳng hàng. Hơn nữa

$$\begin{aligned}&MA\cdot\overrightarrow{MA}+MB\cdot\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow MA\cdot\overrightarrow{MA}=-MB\cdot\overrightarrow{MB}\\ \Rightarrow\ &\left|MA\cdot\overrightarrow{MA}\right|=\left|-MB\cdot\overrightarrow{MB}\right|\Leftrightarrow MA^2=MB^2.\end{aligned}$$

Vậy M là trung điểm AB.

Vì $M\in d$ nên toạ độ $M(-3+2t;1+2t;-4+t)$. Đặt toạ độ $B(x;y;z)$ ta có

$$\begin{cases}1+x=2(-3+2t)\\2+y=2(1+2t)\\4+z=2(-4+t)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+7=4t\\y=4t\\z+12=2t\end{cases}\Leftrightarrow\frac{x+7}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+12}{1}.$$

Vậy $B\in d_1$.

Chọn đáp án A □

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8;1;1)$, $B(2;1;3)$ và $C(6;4;0)$. Một điểm M di động trong không gian sao cho $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+34$. Cho biết $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất khi M trùng với điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Tính tích số $x_0y_0z_0$.

A. 16. **B.** 18. **C.** 14. **D.** 12.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(x;y;z)$. Từ giả thiết $\overrightarrow{MA}=(-8-x;1-y;1-z)$, $\overrightarrow{BC}=(4;3;-3)$.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+34\ &\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}\cdot\left(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right)=34\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}=34\\&\Leftrightarrow 4(-8-x)+3(1-y)-3(1-z)=34\\&\Leftrightarrow 4x+3y-3z+66=0.\end{aligned}$$

Suy ra M thuộc mặt phẳng $(P)\colon 4x+3y-3z+66=0$.

Thay tọa độ hai điểm A, B vào vế trái của phương trình (P), ta được

$$(-32+3-3+66)(8+3-9+66)=34.68>0.$$

Suy ra hai điểm A, B nằm cùng phía so với (P).

Ta có $|MA-MB|\le AB=\sqrt{104}\Rightarrow|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất khi $M_0=AB\cap(P)$.

Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=2+5t\\y=1\\z=3+t.\end{cases}$

Tọa độ M_0 thỏa mãn hệ $\begin{cases}x=2+5t\\y=1\\z=3+t\\4x+3y-3z+66=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-18\\y=1\\z=-1\\t=-4\end{cases}\Rightarrow M_0(-8;1;-1)$.

Vậy $x_0y_0z_0=18$.

Chọn đáp án B □

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$, cắt mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta\perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $I=d\cap(P)\Rightarrow t-1+2t+2-t-3=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow I(1;1;1)$.

Lại có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$ và véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;-1)$; $\overrightarrow{IM}=(a-1;b-1;c-1)$.

Do $\begin{cases}\Delta\subset(P)\\ \Delta\perp d\end{cases}\Rightarrow$ đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=[\vec{n};\vec{u}]=(3;-2;-1)$.
Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases}M\in(P)\\ IM=\sqrt{42}\\ IM\perp\Delta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\\ 3(a-1)-2(b-1)-(c-1)=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=3 & (1)\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42 & (2)\\ 3a-2b-c=0 & (3)\end{cases}$$

Từ (1), (3) $\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{6-c}{5}\\ b=\dfrac{9-4c}{5}\end{cases}$, mà $a+b>c\Rightarrow c<\dfrac{3}{2}$.
Thế vào (2) ta được

$$\left(\frac{6-c}{5}-1\right)^2+\left(\frac{9-4c}{5}-1\right)^2+(c-1)^2=42$$
$$\Leftrightarrow\quad (c-1)^2+16(c-1)^2+25(c-1)^2=1050$$
$$\Leftrightarrow\quad (c-1)^2=25\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c-1=-5\\ c-1=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}c=-4 & \text{(thỏa mãn)}\\ c=6 & \text{(không thỏa mãn)}\end{array}\right.\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=5\\ c=-4.\end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 141. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-6}{-5}$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2, d là đường thẳng qua điểm $M(2;3;1)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại B,C sao cho $BC=AB\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d, biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz).

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{10}$.

✍Lời giải.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-6}{-5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=1\end{cases}\Rightarrow A(1;1;1)$.

d cắt d_1 tại B nên $B(1+t;1+2t;1+t), t\in\mathbb{R}$ và d cắt d_2 tại C nên $C(a;-1+2a;6-5a), a\in\mathbb{R}$.
Do $BC=AB\sqrt{6}$ nên $(a-t-1)^2+(2a-2t-2)^2+(-5a-t+5)^2=6\cdot(6t)^2$ (1).
Mà B,M,C thẳng hàng $\overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow\begin{cases}a-t-1=k(t-1)\\ 2a-2t-2=k(2t-2)\\ -5a-t+5=k(t)\end{cases}\Rightarrow a-1=\dfrac{2t-t^2}{5t-4}$ (2).

Thay (2) vào (1) thì $t^2\left(2t^2-3t+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=1\\ t=\dfrac{1}{2}.\end{array}\right.$

Nếu $t=0$ thì $a=1\Rightarrow C(1;1;1),B(1;1;1)$ nên loại.
Nếu $t=1$ thì $a=2\Rightarrow C(2;3;-4),B(2;3;2)\Rightarrow\overrightarrow{CB}=(0;0;6)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{CB}\cdot\vec{j}=0\\ C\notin(Oxz)\end{cases}\Rightarrow CB\parallel(Oxz)$ nên loại.
Nếu $t=\dfrac{1}{2}$ thì $a=\dfrac{1}{2}\Rightarrow C\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{7}{2}\right),B\left(\dfrac{3}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{CB}=(1;2;-2)$.

Do d đi qua $M(2;3;1)$ nên $\mathrm{d}(O;d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{CB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{CB}\right|}=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án D □

Câu 142. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A,B với chu vi tam giác IAB bằng $10+2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=100$. **B.** $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=7$.
C. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=28$.

✍Lời giải.

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S), H là trung điểm của AB.
Do $IH\perp AB \Rightarrow IH=\mathrm{d}(I;d)$.

d đi qua $M(1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;2)\Rightarrow IH=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IM}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3\sqrt{2}$.

Mà $AB=2AH=2\sqrt{R^2-18}, R>3\sqrt{2}$ nên chu vi tam giác IAB là

$IA+IB+AB=2R+2\sqrt{R^2-18}=10+2\sqrt{7}\Leftrightarrow (R-5)\left(1+\dfrac{R+5}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}\right)=0\Leftrightarrow R=5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$.

Chọn đáp án C □

Câu 143. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=1+4t\\ y=-1-2t\\ z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}_1=(2;-1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1 và điểm $M_1(1;-2;0)\in d_1$. (1)
Ta có $\vec{u}_2=(2;-1;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2 và điểm $M_2(1;-1;2)\in d_2$. (2)
Từ (1) và (2) $\Rightarrow d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \mathrm{d}(d_1,d_2)=\mathrm{d}(M_1,d_2)$.
Ta có $\overrightarrow{M_1M_2}=(0;1;2)$, $\left[\overrightarrow{M_1M_2},\vec{u}_2\right]=(3;4;-2)$.

Khoảng cách từ M_1 đến d_2 là $\mathrm{d}(M_1,d_2)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_1M_2},\vec{u}_2\right]\right|}{|\vec{u}_2|}=\dfrac{\sqrt{174}}{6}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$.

Chọn đáp án B □

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-3z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d nằm trong (P), cắt và vuông góc đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=-3+2t\\ y=1-t\\ z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\ y=-2+3t\\ z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3-3t\\ y=1+2t\\ z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+t\\ y=1-2t\\ z=1-t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{u}_d$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-3)$.

Vì đường thẳng d nằm trong (P) và vuông góc đường thẳng Δ nên $\begin{cases}\vec{u}_d\perp\vec{u}_\Delta\\ \vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}.\end{cases}$

Suy ra $\vec{u}_d=\left[\vec{u}_\Delta,\vec{n}_{(P)}\right]=(-1;2;1)$.
Gọi I là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}\\ x+2y-3z+4=0\end{cases}\Rightarrow I(-3;1;1)$.

Vì đường thẳng d nằm trong (P) và cắt đường thẳng Δ nên đường thẳng d đi qua điểm I.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=-3+t\\ y=1-2t\\ z=1-t.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 145. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(7;-2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Điểm I thuộc d sao cho $AI+BI$ nhỏ nhất. Hoành độ của điểm I bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của d là $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-2t \\ z=2+2t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Nên $I\in d$ thì $I(-1+3t;2-2t;2+2t)$.

Ta có $AI+BI=\sqrt{17t^2+13}+\sqrt{17t^2-68t+81}=\sqrt{17t^2+13}+\sqrt{17(2-t)^2+13}$.

Đặt $\vec{a}=\left(\sqrt{17}t;\sqrt{13}\right)$, $\vec{b}=(\sqrt{17}(2-t);\sqrt{13})\Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=(2\sqrt{17};2\sqrt{13})$.

Khi đó, $AI+BI=|\vec{a}|+|\vec{b}|\geq|\vec{a}+\vec{b}|=2\sqrt{30}\Rightarrow \min(AI+BI)=2\sqrt{30}$.

Dấu "=" xẩy ra khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \sqrt{17}t\cdot\sqrt{13}=\sqrt{17}(2-t)\cdot\sqrt{13}\Rightarrow t=1$.

Vậy $I(2;0;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;0;3)$, $C(0;-3;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+10b+100c$ bằng

A. 300. **B.** -267. **C.** 237. **D.** -270.

✍Lời giải.

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, ta có $G(-1;-1;1)$ và $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G trên (P).

Khi đó MG có phương trình $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-1+t \\ z=1+t. \end{cases}$

Thay MG vào (P) được $-1+t-1+t+1+t-3=0\Leftrightarrow 3t-4=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

Từ đó suy ra $a=\dfrac{1}{3}, b=\dfrac{1}{3}, c=\dfrac{7}{3}$. Vậy $a+10b+100c=\dfrac{1}{3}+\dfrac{10}{3}+\dfrac{700}{3}=237$.

Chọn đáp án C □

Câu 147. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z+5=0$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của MN, biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;2)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng

A. 0. **B.** 10. **C.** 5. **D.** -5.

✍Lời giải.

Ta có $\Delta\cap d=N$, suy ra $N(-1+t;2t;2+t)$.

Lại có A là trung điểm MN, suy ra $M(3-t;-2-2t;2-t)$.

Hơn nữa $M\in(P)$ nên $3-t-2-2t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow -t+2=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(1;-6;0)$.

Khi đó Δ có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(0;-5;-2)$ hay $\vec{u}=(0;5;2)$.

Từ đó suy ra $a=0$, $b=5$. Vậy $a+b=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 148. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-2=0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P)?

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

✍Lời giải.

Vì $M\in d\colon \begin{cases} x=-2t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$ nên $M(-2t;1+t;t)$.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(-2t;1+t;t)\Rightarrow OM=\sqrt{4t^2+(1+t)^2+t^2}=\sqrt{6t^2+2t+1}$.

Mặt khác $d(M;(P))=\dfrac{|-4t-(1+t)+2t-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{-3t-3}{3}=|t+1|$.
Điểm M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow OM=d(M;(P))$

$$\Leftrightarrow\sqrt{6t^2+2t+1}=|t+1|\Leftrightarrow 6t^2+2t+1=t^2+2t+1\Leftrightarrow 5t^2=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow M(0;1;0).$$

Vậy có một điểm M thỏa mãn bài.

Chọn đáp án D □

Câu 149. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (α): $2x-3y+z-2=0$ và chứa đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $x+y+z-1=0$. **B.** $3x+y-z+3=0$. **C.** $x-y+z-3=0$. **D.** $2x+y-z+3=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có $M(0;-1;2)\in d$ và $\vec{u}=(-1;2;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Mặt khác $\vec{n}=(2;-3;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α).
Khi đó $[\vec{n};\vec{u}]=(1;1;1)$.
Vì $(P)\perp(\alpha)$ và chứa d nên (P) đi qua M, có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;1;1)$.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 150. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng (α): $x-2y-2z+5=0$. Tìm điểm A trên d có hoành độ dương sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3.

A. $A(4;-2;1)$. **B.** $A(-2;1;-2)$. **C.** $A(2;-1;0)$. **D.** $A(0;0;-1)$.

✍**Lời giải.**

Vì $A\in d:\begin{cases}x=2t\\y=-t\\z=-1+t\end{cases}$ nên $A(2t;-t;-1+t)$.

Ta có

$$\begin{aligned}&d(A;(\alpha))=3\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|2t+2t-2(-1+t)+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|2t+7|}{3}=3\Leftrightarrow|2t+7|=9\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}2t+7=9\\2t+7=-9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-8.\end{array}\right.\end{aligned}$$

— Với $t=1\Rightarrow A(2;-1;0)$ (thỏa mãn).

— Với $t=-8\Rightarrow A(-16;8;-9)$ (loại).

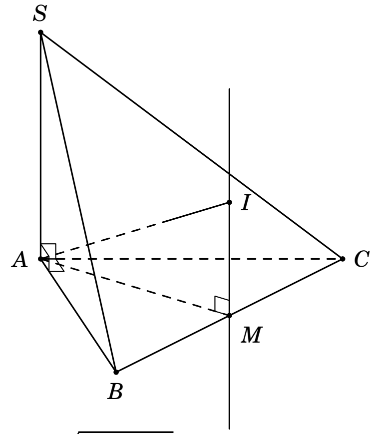
Chọn đáp án C □

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;2)$, $B(3;1;4)$, $C(3;-2;1)$. Tìm tọa độ điểm S, biết SA vuông góc với (ABC), mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ có bán kính bằng $\dfrac{3\sqrt{11}}{2}$ và S có cao độ âm.

A. $S(4;6;-4)$. **B.** $S(4;-6;-4)$. **C.** $S(-4;6;-4)$. **D.** $S(-4;-6;-4)$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-2;-1)$; $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$. Do đó tam giác ABC vuông tại A.
Gọi M là trung điểm BC, Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (ABC), suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Gọi I là giao điểm của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng SA với đường thẳng Δ thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.
Đặt $SA=h$, ta có $IM=\dfrac{h}{2}$. $AM=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ là $R=IA=\sqrt{IM^2+AM^2}=\dfrac{\sqrt{h^2+18}}{2}$.
Như vậy $\dfrac{\sqrt{h^2+18}}{2}=\dfrac{3\sqrt{11}}{2}\Rightarrow h=9\Rightarrow SA=9$.
Vì SA vuông góc với (ABC) nên đường thẳng SA có một véc-tơ chỉ phương là

$$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(3;6;-6).$$

Hay SA có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$.
Phương trình đường thẳng SA là $\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=2-2t\end{cases}\Rightarrow S(1+t;2t;2-2t)$.
Do đó

$$SA=9\Leftrightarrow\sqrt{(-t)^2+(-2t)^2+(2t)^2}=9\Leftrightarrow t^2=9\Leftrightarrow t=\pm3.$$

— Với $t=3$ ta có $S(4;6;-4)$ (thỏa mãn).

— Với $t=-3$ ta có $S(-2;-6;8)$ (không thỏa mãn).

Chọn đáp án A □

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z-3=0$. Tìm điểm $M\in(P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2;2;-4)$. **B.** $M(-2;-2;4)$. **C.** $M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

✍Lời giải.
Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow I(0;0;0)$. Từ đó ta có

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right| &= \left|\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)+\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)+2\cdot\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)\right|\\ &= \left|\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right)-4\overrightarrow{IM}\right|\\ &= \left|\vec{0}-4\overrightarrow{IM}\right|=4IM.\end{aligned}$$

Bởi vậy $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow M$ là giao điểm của đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P).
Phương trình đường thẳng d là $d\colon\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-2t.\end{cases}$
Tọa độ giao điểm của d và (P) ứng với t là nghiệm phương trình

$$(t)+(t)-2\cdot(-2t)-3=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}.$$

Tọa độ điểm M cần tìm là $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và mặt phẳng $P: (m-1)x+y+mz-1=0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng P lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định sau đây là

A. $2<m<6$. **B.** $m>6$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $-6<m<-2$.

✍Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(A,P)=\dfrac{|(m-1)+1+2m-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1+m^2}}=\dfrac{|3m-1|}{\sqrt{2m^2-2m+2}}$.

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(A,P)\text{ lớn nhất} &\Leftrightarrow [\mathrm{d}(A,P)]^2 \text{ lớn nhất}\\ &\Leftrightarrow P=\frac{(3m-1)^2}{2m^2-2m+2}\text{ lớn nhất}\\ &\Leftrightarrow P=\frac{(3m-1)^2}{2m^2-2m+2}=\frac{1}{2}\left(9+\frac{3m-8}{m^2-m+1}\right)\text{ lớn nhất}\\ &\Leftrightarrow f(m)=\frac{3m-8}{m^2-m+1}\text{ lớn nhất.}\end{aligned}$$

Ta có $f'(m)=\dfrac{-3m^2+16m-5}{\left(m^2-m+1\right)^2}$. Suy ra $f'(m)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1}{3}\\ m=5.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	0

Vậy $\max\limits_{m\in\mathscr{R}} f(m)=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow m=5$. Suy ra khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng P lớn nhất khi $m=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng d_1: $\begin{cases}x=t\\ y=1-t\\ z=-1\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và cắt đường thẳng d_2: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=0\\ y=t\\ z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=0\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\ y=1+t\\ z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=1+t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-1;0)$.

Gọi A là giao điểm của đường thẳng Δ và $d_2\Rightarrow A(2a;1+a;a)$.

Vì $\Delta\perp d_1$ nên $\overrightarrow{MA}\cdot\vec{u}_1=0\Leftrightarrow 2a\cdot1+a\cdot(-1)+(a-1)\cdot0=0\Leftrightarrow a=0$. Suy ra $A(0;1;0)$.

Vậy Δ đi qua $M(0;1;1)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AM}=(0;0;1)$ có phương trình là $\begin{cases}x=0\\ y=1\\ z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 155. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+3y+z+8=0$ và đường thẳng d: $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

✍Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(2;3;1)$, véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-1;1;-1)$ và $M(0;1;3)\in d$, ta thấy

$$\vec{n}_P\cdot\vec{u}=-2+3-1=0 \text{ và } M\notin(P)$$

suy ra $d \parallel (P)$.
Tìm hình chiếu M' của M lên (P).
Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) ta có phương trình tham số của Δ là

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

Giao điểm M' của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + t \\ 2x + 3y + z + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-2;2).$$

Gọi d' là hình chiếu của d lên (P), ta có $d \parallel d'$ và d' đi qua M' nên phương trình d' là

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 156. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d'\colon \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+7}{-1}$.
B. $d'\colon \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{-1} = \dfrac{z+7}{1}$.
C. $d'\colon \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+7}{1}$.
D. $d'\colon \dfrac{x+3}{-2} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+7}{1}$.

Lời giải.

Giả sử $A(t+1;t+2;t-1) \in d_1$ và $B(2s+3;s-1;3s+2) \in d_2$ là giao điểm của đường vuông góc chung d' với hai đường thẳng d_1, d_2.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (2s-t+2;s-t-3;3s-t+3)$ vuông góc với $\vec{u}_{d_1} = (1;1;1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (2;1;3)$.
Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(2s-t+2) + 1(s-t-3) + 1(3s-t+3) = 0 \\ 2(2s-t+2) + 1(s-t-3) + 3(3s-t+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6s - 3t = -2 \\ 14s - 6t = -10 \end{cases}$
Suy ra, $s = -3; t = -\dfrac{16}{3}$.
Do đó, $A\left(-\dfrac{13}{3};-\dfrac{10}{3};-\dfrac{19}{3}\right)$ và $B(-3;-4;-7)$.
Suy ra $d'\colon \dfrac{x+3}{-2} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+7}{1}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x+1}{-3} = \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{x+3}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

A. $\begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} + \dfrac{8}{5}t \\ y = -\dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{12}{5} - \dfrac{9}{5}t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = \dfrac{8}{5} - \dfrac{4}{5}t \\ y = \dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{-9}{5} + \dfrac{12}{5}t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} + 8t \\ y = \dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{12}{5} + 9t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} - 8t \\ y = \dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{12}{5} + 9t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_{d_1} = (3;2;1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (-3;2;-1)$.
Gọi $M(1+3t;2+2t;3+t) \in d_1$ và $N(-1-3u;2+2u;-3-u) \in d_2$. Ta có

$$\overrightarrow{MN} = (-2-3u-3t;2u-2t;-6-u-t).$$

Để MN là đoạn vuông góc chung thì

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}_{d_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3(-2-3u-3t)+2(2u-2t)+(-6-u-t)=0\\ -3(-2-3u-3t)+2(2u-2t)-(-6-u-t)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-6u-14t-12=0\\ 14u+6t+12=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\ t=u=-\frac{3}{5}.$$

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{8}{5};0;-\frac{9}{5}\right)$ và $M\left(\frac{-4}{5};\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right)$ nên phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\begin{cases}x=-\frac{4}{5}+\frac{8}{5}t\\ y=\frac{4}{5}\\ z=\frac{12}{5}-\frac{9}{5}t.\end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon\begin{cases}x=1+t\\ y=-1\\ z=t\end{cases}$, $d_2\colon\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{-2}$.
B. $\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{5}$.
D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{-2}$.

✍Lời giải.

Ta có d_1 qua $A(1;-1;0)$ có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;0;1)$.

d_2 qua $B(0;1;-1)$ có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;1;-1)$ và $d_2\colon\begin{cases}x=t\\ y=1+t\\ z=-1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Gọi Δ là đường vuông góc chung của d_1 và d_2.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_1 có vector chỉ phương $\overrightarrow{n_1}$.

Khi đó ta có $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$. Nên chọn $\overrightarrow{n_1}=\overrightarrow{u_1}\wedge\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d_2 và vuông góc với (P) và có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}$.

Khi đó ta có $\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\perp\overrightarrow{n_1}\\ \overrightarrow{n_2}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$. Nên chọn $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{n_1}\wedge\overrightarrow{u_1}=(3;0;3)$.

$\Rightarrow(Q)\colon x+z+1=0$.

Gọi I là giao điểm của d_1 và $(Q)\Rightarrow$ tọa độ I thỏa hệ

$$\begin{cases}x=1+t\\ y=-1\\ z=t\\ x+z+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=-1\\ z=-1.\end{cases}$$

Vậy Δ qua I nhận $\overrightarrow{n_1}$ làm vector chỉ phương có phương trình $\Delta\colon\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án B □

Câu 159. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc (S). Một trong hai mặt phẳng đó có phương trình là

A. $\left(2\sqrt{6}+1\right)x+y-2\sqrt{6}z+3=0$.
B. $\left(7+5\sqrt{3}\right)x+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)y+z-\sqrt{3}=0$.
C. $\left(5+2\sqrt{6}\right)x+7\sqrt{6}y-2z+2+\sqrt{6}=0$.

D. $\left(-5+2\sqrt{6}\right)x+y-\left(-4+2\sqrt{6}\right)z-3\left(-4+2\sqrt{6}\right)=0$.

Lời giải.

d đi qua $M(3;3;0)$ có vector chỉ phương $\vec{u}=(1;1;1)$.
(S) có tâm O bán kính $R=2$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) có vector pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$. Khi đó $\vec{n}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow c=-a-b$. Do đó $\vec{n}=(a;b;-a-b)$
$\Rightarrow (P)\colon ax+by-(a+b)z-3a-3b=0$.
Ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(O,(P))=2 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{|3a+3b|}{\sqrt{2a^2+2b^2+2ab}}=2\\ &\Leftrightarrow \quad 9(a^2+2ab+b^2)=4(2a^2+2b^2+2ab)\\ &\Leftrightarrow \quad a^2+10ab+b^2=0\\ &\Leftrightarrow \quad a=-5\pm2\sqrt{6}b.\end{aligned}$$

Chọn $a=-5+2\sqrt{6}$, $b=1$ hoặc $a=-5-2\sqrt{6}$, $b=1$.
Vậy $(P)\colon \left(-5+2\sqrt{6}\right)x+y-\left(-4+2\sqrt{6}\right)z-3\left(-4+2\sqrt{6}\right)=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 160. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d_2: \begin{cases}x=2-2t\\ y=3\\ z=t\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

A. $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{25}{9}$.
B. $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{5}{6}$.
C. $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{25}{9}$.
D. $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{5}{6}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.
Gọi $A(2+t;1-t;2t)\in d_1$, $B(2-2t';3;t')\in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2t'-t;t+2;t'-2t)$.
d_1 có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;2)$, d_2 có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(-2;0;1)$.
Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(-2t'-t)-(t+2)+2(t'-2t)=0\\ -2(-2t'-t)+(t'-2t)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-\dfrac{1}{3}\\ t'=0.\end{cases}$$

Suy ra $A\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, $B(2;3;0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\dfrac{11}{6};\dfrac{13}{6};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I, bán kính $\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{5}{6}$.

Chọn đáp án D □

Câu 161. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-z-5=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất là

A. $(P)\colon x-2y-1=0$. **B.** $(P)\colon y-z+4=0$. **C.** $(P)\colon x-z+4=0$. **D.** $(P)\colon x-2z+7=0$.

Lời giải.

Vì (P) chứa d nên phương trình của (P) có dạng $(P)\colon a(x+1)+b(y+1)+c(z-3)=0$ với $a^2+b^2+c^2>0$ và $2a+b+c=0$. Gọi α là góc giữa (P) và (Q), ta có

$$\cos\alpha=\frac{|\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P|\cdot|\vec{n}_Q|}=\frac{|a+2b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{6}}=\frac{|3(a+b)|}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{5a^2+4ab+2b^2}}.$$

— Nếu $a=0$ thì $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $\alpha=30^\circ$.

— Nếu $a \neq 0$ thì $\cos\alpha = \dfrac{|3(1+t)|}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{5+4t+2t^2}}$ với $t = \dfrac{b}{a}$. Khi đó $0 \leq \cos\alpha < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ta có α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\alpha$ lớn nhất. Do đó $\alpha = 30^\circ$ và $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $a = 0$, chọn $b = 1, c = -1$.

Chọn đáp án B □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(b;0;0)$ và $\overrightarrow{BA} = (1-b;2;3)$.

Do $\Delta \perp d$, Δ qua A nên $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(1-b)+2-6 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Từ đó Δ qua $B(-1;0;0)$, có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA} = (2;2;3)$ nên $\Delta\colon \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1+4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+7t \\ y = 1+t \\ z = 1+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = -6-5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = 6-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1+4t \\ z = 1-5t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 1+t' \\ y = 1-2t' \\ z = 1+2t'. \end{cases}$

Chọn điểm $B(0;3;-1) \in \Delta$ ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-2)$ và $AB = 3$.

Chọn điểm $C(4;5;1) \in d$ ta có $\overrightarrow{AC} = (3;4;0)$ và $AC = 5$.

Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 5 > 0 \Rightarrow \widehat{BAC} < 90^\circ$. Phân giác của góc nhọn $\widehat{BAC}$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = AC\cdot\overrightarrow{AB} + AB\cdot\overrightarrow{AC} = (4;22;-10).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có một véc-tơ chỉ phương cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AC} = (4;22;-10)$. Xét phương án $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = 6-5t. \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v} = (2;11;-5)$ cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AC} = (4;22;-10)$ và đi qua đi qua điểm $A(1;1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 164. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+3t \\ z = 3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP là $\vec{u} = (1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;m-1;-3)$.

Vì $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Do đó, Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t.\end{cases}$

Giải phương trình $-1+2t-t-(-2+2t)+1=0$ ta được $t=2$.
Suy ra giao điểm của Δ và (P) là $I(3;-2;2)$.
Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;2)$; (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.
Ta có $[\vec{n},\vec{u}]=(1;-4;-3)$.
Đường thẳng d nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ sẽ đi qua I đồng thời nhận $[\vec{n},\vec{u}]$ làm một véc-tơ chỉ phương, do đó d có phương trình là $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;0)\Rightarrow\left|\vec{u}_d\right|=\sqrt{2}$.
Đường thẳng Δ có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(0;-7;-1)\Rightarrow\left|\vec{u}_\Delta\right|=5\sqrt{2}$.
Ta có $\vec{u}_d\cdot\vec{u}_\Delta=-7<0\Rightarrow(\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta)>90^\circ$.
Đường phân giác p của góc nhọn tạo bởi d và Δ có véc-tơ chỉ phương:

$$\vec{a}=\left|\vec{u}_d\right|\cdot\vec{u}_\Delta-\left|\vec{u}_\Delta\right|\cdot\vec{u}_d=\left(-5\sqrt{2};-12\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)\text{ hay }\vec{a'}=(5;12;1).$$

Vì d và Δ cùng đi qua $A(1;2;3)$ nên đường phân giác p đi qua A.
Trong 4 phương án, chỉ có đường thẳng $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a'}=(5;12;1)$ và đi qua điểm $A(1;2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 167. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\Delta\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1+t.\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$.
Mặt khác $M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$.
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$.
Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=[\vec{n},\vec{u}]=(0;-2;4)$ hay $\dfrac{1}{2}\vec{u}_d=(0;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t.\end{cases}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases}x=1-2t\\y=1+t\\z=1+2t.\end{cases}$

Dễ thấy $A=d\cap\Delta$. Chọn $B(-1;2;3)\in\Delta\Rightarrow AB=3$.

Gọi $C\in d$ thỏa mãn $AB=AC\Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$.

Ta thấy với $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thì $\widehat{BAC}$ nhọn.

Trung điểm của đoạn BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};1\right)$. Đường phân giác cần tìm là IA có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(19;7;-10)$.

Suy ra đường phân giác có phương trình $\begin{cases}x=1+19t\\y=1+7t\\z=1-10t\end{cases}$ dễ thấy đường thẳng này trùng với đường thẳng $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t.\end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+4}{2}$ và mặt phẳng (P): $x+3y-z=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc có số đo nhỏ nhất. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (Q)?

A. $\vec{a}=(5;-4;-7)$. **B.** $\vec{b}=(25;12;-11)$. **C.** $\vec{c}=(5;8;-1)$. **D.** $\vec{d}=(25;-12;-11)$.

✍Lời giải.

Gọi $\Delta=(P)\cap(Q)$.

Lấy $M(1;0;-4)\in d$, $M\notin(P)$.

Gọi H là hình chiếu của M trên (P), ta có tọa độ H xác định.

Dựng $HK\perp\Delta, K\in\Delta$, suy ra $MK\perp\Delta$.

$$\Rightarrow ((P),(Q))=\widehat{MKH}.$$

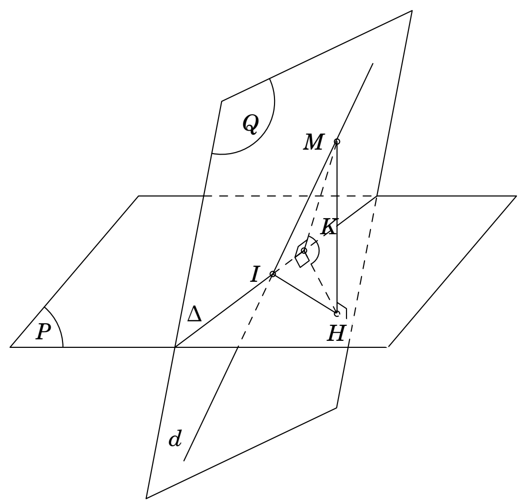
$\widehat{MKH}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow KH$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow K\equiv I$.

Hay $\Delta\perp HI$.

Do đó $\Delta\perp d$, $\Delta\perp MH$.

Suy ra $\begin{cases}\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d=(2;-1;2)\\\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_{(P)}=(1;3;-1).\end{cases}$

Chọn $\vec{u}_\Delta=(-5;4;7)$.



Ta có cặp véc-tơ chỉ phương của (Q) là $\begin{cases}\vec{u}_d=(2;-1;2)\\\vec{u}_\Delta=(-5;4;7).\end{cases}$

Vậy các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) cùng phương với $\vec{n}=(-5;-8;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=25$

và mặt phẳng (P): $2x - y + z - 3 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $J(a;b;c)$. Tính $a + b + c$.

A. $a + b + c = 0$. **B.** $a + b + c - 2$. **C.** $a + b + c = 6$. **D.** $a + b + c = -6$.

Lời giải.

Tâm J của đường tròn là hình chiếu của tâm $I(3;-1;2)$ của mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P).
Đường thẳng qua I và vuông góc với (P) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_{(P)} = (2;-1;1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$.
J là giao điểm của đường thẳng trên và (P) nên có tọa độ là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 0 \\ z = 1. \end{cases}$$

Do đó $a + b + c = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;0), B(2;0;2), C(1;2;0)$. Đường thẳng d đi qua chân đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} - 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{3}{7} + t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} + 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{8}{7} - t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} + 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{8}{7} - t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} - 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{5}{7} + t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;2)$, $\overrightarrow{AC} = (0;4;0)$; $\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right] = (-8;0;4) = -4(2;0;-1)$.
Do d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên chọn một véc-tơ chỉ phương của d là $(2;0;-1)$.
Gọi $I(a,b,c)$ là chân đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC.
Ta có $\overrightarrow{IB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{CI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CI}$ suy ra $a = \frac{11}{7}, b = \frac{6}{7}, c = \frac{8}{7}$. Vậy $I\left(\frac{11}{7}, \frac{6}{7}; \frac{8}{7}\right)$.
Chọn đáp án C □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau d_1: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-2}$, d_2: $\frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và (P) song song với d_2 là

A. (P): $x + 8y + 5z - 16 = 0$. **B.** (P): $x + 8y + 5z + 16 = 0$.
C. (P): $x + 4y + 3z - 12 = 0$. **D.** (P): $2x + y - 6 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(2;-2;6)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Đường thẳng d_2 nhận véc-tơ $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Theo giả thiết thì (P) qua $M(2;-2;6)$ và nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-1;-8;-5) = -(1;8;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$(x-2) + 8(y+2) + 5(z-6) = 0 \Leftrightarrow x + 8y + 5z - 16 = 0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 173. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;3;-2)$ và đường thẳng Δ: $\frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4 có phương trình là

A. (S): $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. **B.** (S): $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$.
C. (S): $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. **D.** (S): $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ nhận $\vec{u}=(1;2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Gọi H là hình chiếu của I lên Δ. Do $H\in\Delta$ suy ra $H(4+t;4+2t;-3-t)$. Mặt khác thì $\overrightarrow{IH}=(3+t;1+2t;-1-t)$ vuông góc với $\vec{u}$ nên ta có

$$\overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow(3+t)+2(1+2t)-(-1-t)=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{IH}=(2;-1;0).$$

Do đó $IH^2=5$. Ta có $HA^2=4$, suy ra $IA^2=9$. Từ đó mặt cầu (S) có tâm là $I(1;3;-2)$ và bán kính $R=3$. Phương trình của (S) là

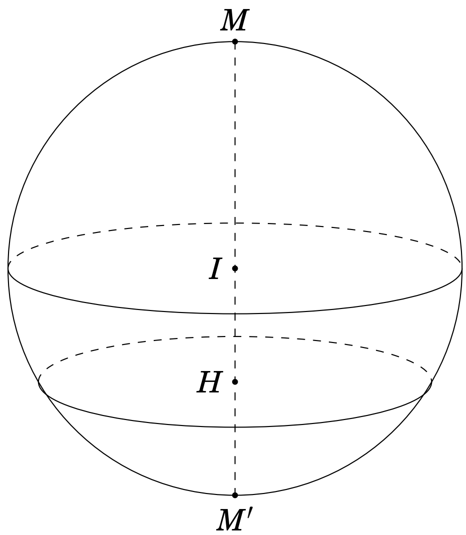
$$(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=9.$$

Chọn đáp án C □

Câu 174. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Khi đó

A. $a+b+c=8$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=7$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$.
$\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot1-2\cdot2+3+3|}{\sqrt{4+4+1}}=\dfrac{4}{3}<R\Rightarrow$ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S).
Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P). Phương trình Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3+t.\end{cases}$
Nếu khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất thì $M\in\Delta\cap(S)\Rightarrow M(1+2t;2-2t;3+t)$.
$M\in(S)\Leftrightarrow 4t^2+4t^2+t^2=9\Leftrightarrow t=\pm1$.

- Với $t=1\Rightarrow M(3;0;4)\Rightarrow\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{13}{3}$.
- Với $t=-1\Rightarrow M(-1;4;2)\Rightarrow\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{5}{3}$.

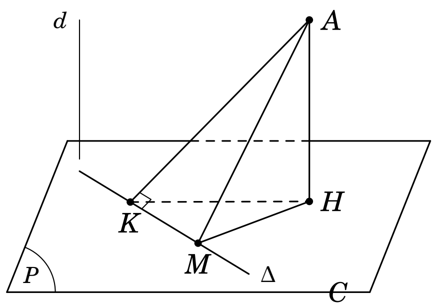
Suy ra điểm $M(3;0;4)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $a+b+c=7$.

Chọn đáp án D □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2-3)$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}=(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(8;-7;2)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-4)$.

Lời giải.



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d, suy ra Δ thuộc (P). Giả sử $AK\perp\Delta$ tại K, khi đó AK là khoảng cách từ A đến Δ. Ta thấy $AK\le AM$, nên khoảng cách từ A đến Δ lớn nhất khi K trùng với M hay $AM\perp\Delta$.
Suy ra Δ nhận $[\vec{u_d},\overrightarrow{AM}]$ là một véc-tơ chỉ phương.
Có $\vec{u_d}=(2;2;-1)$, $\overrightarrow{AM}=(-3;-4;4)$
$\Rightarrow[\vec{u_d},\overrightarrow{AM}]=(4;-5;-2)$.
Vậy $\vec{u}=(4;-5;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ.

Chọn đáp án A □

Câu 176. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(\Delta)\colon\begin{cases}x=1-t\\y=2-2t\\z=-2+3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+y-z-7=0$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm $M(-4;2;5)$, vuông góc với (Δ) và song song với (P). Tính khoảng cách từ giao điểm của (Δ) và (P) đến (d).

A. $\dfrac{\sqrt{506}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{182}}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{146}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{114}}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}_{\Delta} = (-1;-2;3)$ và $\vec{n}_{(P)} = (3;1;-1)$.

Đường thẳng (d) qua $M(-4;2;5)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{u}_{\Delta};\vec{n}_{(P)}] = (-1;8;5)$ là véc-tơ chỉ phương.

Tọa độ giao điểm của (Δ) và (P) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2-2t \\ z = -2+3t \\ 3x+y-z-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ x=1 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases}$.

Khoảng cách từ $M'(1;2;-2)$ đến đường thẳng (d) được tính theo công thức

$$\mathrm{d}\left(M',(d)\right) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{MM'};\vec{n}\right]\right|}{|\vec{n}|} = \frac{\sqrt{506}}{3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 177. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \dfrac{3x-1}{x+2}$, $f(0)=1$, $f(-4)=2$. Giá trị của biểu thức $f(2)+f(-3)$ bằng

A. 12. **B.** $3-20\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $10+\ln 2$.

✍Lời giải.

$f(x) = \displaystyle\int f'(x)dx = 3x - 7\ln|x+2| + c$.

— $x<-2$, $f(x) = 3x-7\ln(-x-2)+c$. Do đó $f(-4)=2 \Leftrightarrow -12-7\ln 2+c=2 \Leftrightarrow c=14+7\ln 2$
$f(-3) = -9+14+7\ln 2 = 5+7\ln 2$

— $x>-2$, $f(x) = 3x-7\ln(x+2)+c$. Do đó $f(0)=1 \Leftrightarrow -7\ln 2+c=1 \Leftrightarrow c=1+7\ln 2$
$f(2) = -14\ln 2+1+7\ln 2 = -7\ln +1$.

Vậy $f(2)+f(-3)=12$.

Chọn đáp án A □

Câu 178. Tìm khoảng cách từ điểm $M(2;3;1)$ đến đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$.

A. $\dfrac{25\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{200\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{50\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{2}}{3}$.

✍Lời giải.

$A(-2;1;-1) \in (d)$, $\vec{u} = (1;2;-2)$ là một VTCP của đường thẳng d, $\overrightarrow{AM} = (4;2;2)$.

$$\mathrm{d}(M,d) = \frac{\left|[\overrightarrow{MA},\vec{u}]\right|}{|\vec{u}|} = \frac{10\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 179. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

A. 8. **B.** $4\sqrt{6}$. **C.** 10. **D.** 6.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$, bán kính $R=10$. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (α) là $d = \mathrm{d}(I,(\alpha)) = \dfrac{|2\cdot 3-2\cdot(-2)-1+9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}} = 6$. Do đó bán kính của đường tròn giao tuyến là

$$r = \sqrt{R^2-d^2} = 8.$$

Chọn đáp án A □

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z-3}{4}$ và d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x+3y-9=0$, $y+2z+5=0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng là

A. Trùng nhau. **B.** Chéo nhau. **C.** Song song. **D.** Cắt nhau.

✍Lời giải.

$\overrightarrow{n_1}=(2;3;0)$, $\overrightarrow{n_2}=(0;1;2)$ lần lượt là VTPT của hai mặt phẳng.

- 1 VTCP của đường thẳng d_1 là $\overrightarrow{u_1}=(2;1;4)$, $A(1;7;3)\in(d_1)$.
- 1 VTCP của đường thẳng d_2 là $\overrightarrow{u_2}=[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}]=(6;-4;2)$, $B(0;3;-4)\in d_2$.

$\overrightarrow{BA}=(1;4;7)$, $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(18;20;-14)$, $\overrightarrow{BA}\cdot[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=18+80-98=0$. Do đó d_1, d_2 cắt nhau.

Chọn đáp án D □

Câu 181. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN=2\sqrt{33}$. **B.** $MN=2\sqrt{26{,}5}$. **C.** $MN=14\sqrt{2}$. **D.** $MN=4\sqrt{16{,}5}$.

✍Lời giải.

$N(2t-2;t+1;-t+1)$, $A(1;3;2)$ là trung điểm MN suy ra $M(4-2t;5-t;3+t)$, $M\in(P)$, ta có phương trình

$$2(4-2t)-(5-t)+3+t-10=0\Leftrightarrow -4-2t=0\Leftrightarrow t=-2.$$

Khi đó $N(-6;-1;3)$, $AN=\sqrt{7^2+4^2+1^2}=2\sqrt{16{,}5}$. Suy ra $MN=4\sqrt{16{,}5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ là

A. $(P)\colon 2y-2z+1=0$. **B.** $(P)\colon 2y-2z-1=0$. **C.** $(P)\colon 2x-2z+1=0$. **D.** $(P)\colon 2x-2y+1=0$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1,d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là: $\vec{u}_1=(-1;1;1), \vec{u}_2=(2;-1;-1)$.

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1,d_2 nên (P) có véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1).$$

Khi đó (P) có phương trình dạng $2y-2z+c=0$.

Ta có $A(2;0;0)\in d_1$, $B(0;1;2)\in d_2$.

Vì (P) cách đều d_1,d_2 nên

$$\mathrm{d}(A,(P))=\mathrm{d}(B,(P))\Leftrightarrow |c|=|c-2|\Leftrightarrow c=1.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;1)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\Delta\colon \begin{cases}x=3+t\\y=4+t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\Delta\colon \begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\Delta\colon \begin{cases}x=-1+t\\y=t\\z=3-t\end{cases}$. **D.** $\Delta\colon \begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) nên Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) mặt phẳng trung trực của OA, OB.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB suy ra $M\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{-1}{2};1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và nhận $\overrightarrow{OA}$ là một véc-tơ pháp tuyến, nên $(P)\colon x+z-1=0$.

Mặt phẳng (Q) đi qua N và nhận $\overrightarrow{OB}$ là một véc-tơ pháp tuyến, nên $(Q)\colon x-2y-z+3=0$.

Ta có $E(1;2;0)$, $F(-1;0;2)\in(P)\cap(Q)$.

Đường thẳng Δ đi qua $E(1;2;0)$ và nhận $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{EF}=(-1;-1;1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến nên phương trình $\Delta\colon \begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=t\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 184. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;3;2)$. d là đường thẳng đi qua O sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến d lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $x+4y-7z=0$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z}{-7}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z}{7}$. **D.** $x+4y+7z=0$.

✍Lời giải.

— Ta có $\mathrm{d}(A,d)\le OA$ và $\mathrm{d}(B,d)\le OB$ nên $\mathrm{d}(A,d)+\mathrm{d}(B,d)\le OA+OB=$ hằng số.

— Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow d\perp OA$ và $d\perp OB$.

— Ta có $\overrightarrow{OA}=(-1;2;1)$ và $\overrightarrow{OB}=(2;3;2)$ nên $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=(1;4;-7)$.

— Vậy $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z}{-7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$; $d_2:\frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-5=0$. Số đường thẳng song song với mặt phẳng (P), cắt cả hai đường d_1, d_2 là

A. vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

✍Lời giải.

• Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A_1(3;3;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(-1;-2;1)$. Đường thẳng d_2 đi qua điểm $A_2(5;-1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(-3;2;1)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;3)$.

• Ta có $A_1\notin(P)$ và $\vec{u_1}\cdot\vec{n}=0$ nên $d_1\parallel(P)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm A_1 và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}$. Khi đó $(Q)\parallel(P)$ và (Q) đi qua d_1.

• Do $\vec{u}_2\cdot\vec{n}\ne 0$ nên d_2 cắt (Q) tại điểm I. Mặt khác, do d_1 và d_2 chéo nhau nên $I\notin d_1$.

• Với mỗi điểm M tùy ý thuộc đường thẳng d_1, đường thẳng IM cắt cả 2 đường thẳng d_1,d_2 và song song với (P). Vậy có vô số đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 186. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z+1=0$ và hai điểm $P(3;1;0)$, $Q(-9;4;9)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|MP-MQ|$ có giá trị lớn nhất. Tọa độ của M là

A. $M(7;2;-13)$. **B.** $M(7;-28;13)$. **C.** $M(-7;-26;-13)$. **D.** $M(-7;2;13)$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ điểm $P(3;1;0)$ vào vế trái phương trình (P) ta được: $2\cdot 3-1+0+1=6>0$.
Thay tọa độ điểm $Q(-9;4;9)$ vào vế trái phương trình (P) ta được: $2\cdot(-9)-4+9+1=-12<0$.
Do đó P, Q nằm khác phía đối với mặt phẳng (P).
Gọi H là hình chiếu của P lên mặt phẳng (P), K là điểm đối xứng của P qua mặt phẳng (P).

Ta có phương trình đường $HP:\begin{cases}x=3+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$.

Tọa độ $H(3+2t;1-t;t)$ thỏa $2(3+2t)-(1-t)+t+1=0\Leftrightarrow t=-1$.
Suy ra $H(1;2;-1)\Rightarrow K(-1;3;-2)$.
Ta có $|MP-MQ|=|MK-MQ|\ge QK$ với mọi điểm M trên (P).
Khi đó $|MP-MQ|$ lớn nhất khi và chỉ khi $|MP-MQ|=QK$ xảy ra khi M, Q, K thẳng hàng hay M là giao điểm của QK và mặt phẳng (P).
Đường thẳng QK qua $K(-1;3;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{QK}=(8;-1;-11)$ có phương trình

$$\begin{cases}x=-1+8t'\\y=3-t'\\z=-2-11t'\end{cases}.$$

Tọa độ $M(-1+8t';3-t';-2-11t')$ thỏa $2(-1+8t')-(3-t')+(-2-11t')+1=0\Leftrightarrow t'=1$.
Vậy $M((7;2;-13)$.

Chọn đáp án A □

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=-1+2t\\ y=1+t\\ z=3\end{cases}$. Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P)\colon 7x+y-4z=0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$. **C.** $\dfrac{x+2}{-7}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{4}$.

✍**Lời giải.**

Ta có

- d_1 đi qua điểm $M_1(0;1;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(2;-1;1)$.
- d_2 đi qua điểm $M_2(-1;1;3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;1;0)$.
- Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(7;1;-4)$.

Gọi (α_1) là mặt phẳng chứa d_1 và vuông góc với (P), (α_2) là mặt phẳng chứa d_2 và vuông góc với (P).

(α_1) có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\vec{u}_1,\vec{n}_P\right]=(3;15;9)$ hay $\vec{n}_1=(1;5;3)$ và đi qua điểm $M_1(0;1;-2)$ nên có phương trình

$$1(x-0)+5(y-1)+3(z+2)=0 \Leftrightarrow x+5y+3z+1=0.$$

(α_2) có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\vec{u}_2,\vec{n}_P\right]=(-4;8;-5)$ hay $\vec{n_2}=(5;-8;5)$ và đi qua điểm $M_2(-1;1;3)$ nên có phương trình

$$4(x+1)-8(y-1)+5(z-3)=0 \Leftrightarrow 4x-8y+5z-3=0.$$

Đường thẳng d vuông góc với (P) và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 nên $d=(\alpha_1)\cap(\alpha_2)$. Do đó d đi qua điểm $A(2;0;-1)\in(\alpha_1)\cap(\alpha_2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}_P=(7;1;-4)$. Vậy phương trình d là

$$\frac{x-2}{7}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-4}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(-1;2;-3)$, song song với mặt phẳng $6x-2y-3z+5=0$ và cắt đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-5}$ là

A. $\dfrac{x-6}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{-3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+3}{6}$.

C. $\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-6}$.

✍**Lời giải.**

$(P)\colon 6x-2y-3z+5=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(6;-2;-3)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M và song song với (P). Δ cắt d tại điểm $N(1+3t;-1+2t;3-5t)\in d$.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(2+3t;-3+2t;6-5t)$.

Vì Δ song song với (P) nên

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{MN}\perp\vec{n}_P \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}\cdot\vec{n}_P=0\\ \Leftrightarrow\ & 6(2+3t)-2(-3+2t)-3(6-5t)=0\Leftrightarrow t=0\\ \Rightarrow\ & N(1;-1;3)\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(2;-3;6).\end{aligned}$$

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+3}{6}$.

Chọn đáp án B □

Câu 189. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$ và D là điểm đối xứng của gốc tọa độ O qua mặt phẳng (ABC). Điểm $I(a,b,c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm A,B,C,D. Tính giá trị của biểu thức $P=a+2b+3c$.

A. $P=0$. **B.** $P=2$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=1$.

✍**Lời giải.**

Ta có

— $(ABC)\colon \frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$ và $\triangle ABC$ là tam giác đều.

— Gọi $d\colon \begin{cases}\text{Qua } O(0,0,0)\\ \text{Vuông góc } (ABC)\end{cases} \Rightarrow d\colon \begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=t\end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

— Gọi $M=d\cap(ABC)\Rightarrow M\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

— $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{MD}\Leftrightarrow\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OM}\Rightarrow D\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Ta có $I\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}$ sao cho $I(t;t;t)$, mặt khác I là tâm mặt cầu nên

$$AI^2=DI^2\Leftrightarrow(t-2)^2+t^2+t^2=3\left(t-\frac{4}{3}\right)^2\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}.$$

Vậy $I\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)\Rightarrow P=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$ và điểm $A(3;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi chứa đường thẳng d. Khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất thì điểm nào sau đây thuộc (P)?

A. $(-2;3;2)$. **B.** $(2;-3;-2)$. **C.** $(-2;3;-2)$. **D.** $(-2;-3;2)$.

✍**Lời giải.**

Khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi (P) vuông góc với đường thẳng AM với M là hình chiếu của A lên đường thẳng d. Ta có d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;1)$.

Vì $M\in d$ nên $M(t,-1+t,t)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(t-3;t-2;t-1)$. Ta có

$$\overrightarrow{AM}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow 6-3t=0\Leftrightarrow t=2.$$

Vậy $(P)\colon \begin{cases}\text{Qua } B(0;-1;0)\\ \text{Có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AM}=(-1;0;1)\end{cases}\Rightarrow(P)\colon x-z=0$.

Vậy $(-2;3;-2)\in(P)$.

Chọn đáp án C □

Câu 191. Trong không gia $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$; $d_2\colon\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+2}{1}$. Một đường thẳng đi qua điểm $A(2;-2;3)$ cắt d_1,d_2 lần lượt tại M,N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

Ta có $M(1+2m;m;1+m),N(n;2-2n;-2+n)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(2m-1;m+2;m-2)\\ \overrightarrow{AN}=(n-2;-2n+4;n-5).\end{cases}$

Vì A,M,N thẳng hàng nên

$$\begin{aligned}&\begin{cases}(2m-1)(-2n+4)=(m+2)(n-2)\\(2m-1)(n-5)=(m-2)(n-2)\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}-4mn+8m+2n-4=mn-2m+2n-4\\2mn-10m-n+5=mn-2m-2n+4\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}5m(2-n)=0\\mn=8m-n-1\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}m=0\\n=-1\end{cases}\vee\begin{cases}m=\frac{1}{2}\\n=2.\end{cases}\end{aligned}$$

— Với $\begin{cases}m=0\\n=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M(1;0;1)\in d_1\\N(-1;4;-3)\in d_2\\A,M,N \text{ thẳng hàng}\end{cases}\Rightarrow MN=\sqrt{2^2+4^2+4^2}=6$.

— Với $\begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(2;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)\in d_1 \\ N(2;-2;0)\in d_2 \\ A,M,N \text{ không thẳng hàng} \end{cases}$ (không thỏa mãn).

Chọn đáp án C □

Câu 192. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d': \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{-1}$.

B. $d': \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+7}{1}$.

C. $d': \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{1}$.

D. $d': \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{1}$.

✍Lời giải.

Giả sử $A(t+1;t+2;t-1)\in d_1$ và $B(2s+3;s-1;3s+2)\in d_2$ là giao điểm của đường vuông góc chung d' với hai đường thẳng d_1,d_2. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2s-t+2;s-t-3;3s-t+3)$ vuông góc với $\vec{u}_{d_1}=(1;1;1)$ và $\vec{u}_{d_2}=(2;1;3)$. Suy ra, $s=-3;t=-\dfrac{16}{3}$. Do đó, $A\left(-\dfrac{13}{3};-\dfrac{10}{3};-\dfrac{19}{3}\right)$ và $B(-3;-4;-7)$.

Suy ra $d': \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 193. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Giá trị $T=|x_0|+|y_0|+|z_0|$ bằng

A. 5. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 7.

✍Lời giải.

Gọi M là giao của d và (P), ta có M có dạng $(1+2t;-1+t;-3+2t)$. Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $t=2$. Vậy $M=(5;1;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 194. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;3;2)$. Đường thẳng (d) đi qua O sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến (d) lớn nhất có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{7}$. **B.** $x+4y-7z=0$. **C.** $x+4y+7z=0$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{-7}$.

✍Lời giải.

— Ta có $\mathrm{d}(A,d)\le OA$ và $\mathrm{d}(B,d)\le OB$ nên $\mathrm{d}(A,d)+\mathrm{d}(B,d)\le OA+OB=$ hằng số.

— Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow d\perp OA$ và $d\perp OB$.

— Ta có $\overrightarrow{OA}=(-1;2;1)$ và $\overrightarrow{OB}=(2;3;2)$ nên $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=(1;4;-7)$.

— Vậy $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{-7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$, $d_2: \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB=2$. **B.** $AB=3$. **C.** $AB=\sqrt{5}$. **D.** $AB=\sqrt{6}$.

✍Lời giải.

Giả sử đường thẳng d lần lượt cắt hai đường thẳng d_1, d_2 tại $A(1+a;2+3a;a)$, $B(-1-b;1+2b;2+4b)$. Ta có:

$$\overrightarrow{MA}=(a-2;3a-1;a+2),\ \overrightarrow{MB}=(-b-4;2b-2;4b+4).$$

Vì $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$ cùng phương nên ta có

$$\begin{aligned}&\frac{a-2}{-b-4}=\frac{3a-1}{2b-2}=\frac{a+2}{4b+4}\quad(*)\\ \Rightarrow\ &\begin{cases}2ab-2a-4b+4=-3ab+b-12a+4\\ 12ab+12a-4b-4=2ab+4b-2a-4\end{cases}\\ \Leftrightarrow\ &\begin{cases}ab+2a-b=0 & (1)\\ 5ab+7a-4b=0 & (2)\end{cases}\end{aligned}$$

Từ (1) và (2), ta được $b=3a$, thay vào phương trình (1), ta được

$$3a^2-a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}a=0\Rightarrow b=0 & \text{(thỏa mãn (*))}\\ a=\dfrac{1}{3}\Rightarrow b=1 & \text{(không thỏa mãn (*)).}\end{array}\right.$$

Với $a=b=0$, ta có $A(1;2;0)$, $B(-1;1;2)\Rightarrow AB=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 196. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-3=0$ và tọa độ hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $R=\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{11}}{3}$. **C.** $R=6$. **D.** $R=4$.

Lời giải.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-4;-4;-4)=-4(1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Gọi $I=AB\cap(P)\Rightarrow$ tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}\\ x+y-z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=3\\ z=3\end{cases}\Rightarrow I(3;3;3).$$

Vì IC tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm C nên ta có $IC^2=IA\cdot IB=36\Rightarrow IC=6$.

Do A, B cố định nên I cố định $\Rightarrow C$ thuộc đường tròn tâm I, bán kính $R=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 197. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+z-6=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d?

A. $\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+7}{11}$. **B.** $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-3}{5}=\dfrac{z-3}{11}$.

C. $\dfrac{x+8}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-7}{11}$. **D.** $\dfrac{x+4}{2}=\dfrac{y+3}{5}=\dfrac{z+3}{11}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2+3t\\ y=-1+t\\ z=-5-t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của phương trình

$$2(2+3t)-3(-1+t)-5-t-6=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(8;1;-7).$$

Véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=\left[\vec{u}_d;\vec{n}_{(P)}\right]=(-2;-5;-11)=-1\cdot(2;5;11)$.

Đường thẳng Δ nằm trong (P) cắt và vuông góc với d suy ra Δ đi qua M và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}=(2;5;11)$.

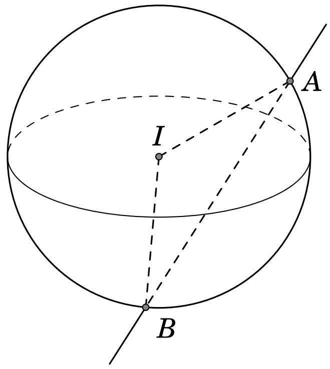
Phương trình chính tắc của $d\colon\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+7}{11}$.

Chọn đáp án A □

Câu 198. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10+2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=100$. **B.** $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=7$.
C. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=28$.

✍**Lời giải.**



Gọi R là bán kính của mặt cầu (S), H là trung điểm của AB.
Ta có $IH\perp AB$ nên $IH=\mathrm{d}(I,d)$.
Đường thẳng d đi qua $M(1;0;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$.
Ta có $\overrightarrow{IM}=(-1;-5;-1)\Rightarrow \left[\vec{u};\overrightarrow{IM}\right]=(9;0;-9)$.
Suy ra $IH=\dfrac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{IM}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3\sqrt{2}$.
$AB=2AH=2\sqrt{R^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-18}$, $R>3\sqrt{2}$.
Chi vi tam giác IAB là $IA+IB+AB=10+2\sqrt{7}$
$\Leftrightarrow 2R+2\sqrt{R^2-18}=10+2\sqrt{7}\Leftrightarrow R+\sqrt{R^2-18}=5+\sqrt{7}$

$$\Leftrightarrow R-5+\frac{R^2-25}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}=0\Leftrightarrow (R-5)\left(1+\frac{R+5}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}\right)=0\Leftrightarrow R=5.$$

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2;5;3)$ và bán kính $R=5$ là

$$(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25.$$

Chọn đáp án C □

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Do $A\in d_1$, $B\in d_2$ nên $A(a+1;3a+2;a)$, $B(-b-1;2b+1;4b+2)$.
Ta có $\overrightarrow{MA}=(a-2;3a-1;a+2)$; $\overrightarrow{MB}=(-b-4;2b-2;4b+4)$.
Do M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow \begin{cases}a-2=k(-b-4)\\3a-1=k(2b-2)\\a+2=k(4b+4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+kb+4k=2\\3a-2kb+2k=1\\a-4kb-4k=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\kb=0\\k=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$
Suy ra $a=b=0$ nên $A(1;2;0)$, $B(-1;1;2)$ và $AB=\sqrt{(-1-1)^2+(1-2)^2+(2-0)^2}=3$.
Chọn đáp án C □

Câu 200. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $d_1\colon\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-1\end{cases}$ và cắt đường thẳng $d_2\colon\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4\\y=3\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=-1\\z=2-t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng $d_2\colon\begin{cases}x=2s\\y=1+s\\z=s\end{cases}$.
Gọi $B=\Delta\cap d_2$ thì $B\in d_2\Rightarrow B(2s;1+s;s)$ và véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{MB}=(2s;s;s-1)$.
Do $\Delta\perp d_1$ nên $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{u_{d_1}}=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow\overrightarrow{MB}=(0;0;-1)$.
Vậy phương trình của đường thẳng $\Delta\colon\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1-t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

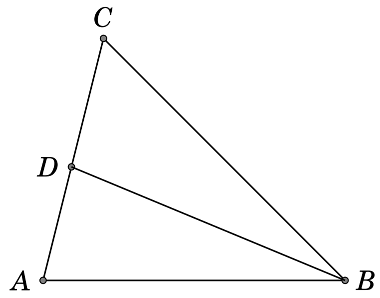
Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(1;-1;3)$, $C(-5;2;5)$. Phương trình đường thẳng đi qua chân đường phân giác trong góc B của tam giác vuông góc với (ABC) là

A. $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}+3t \\ y=2+4t \\ z=-\dfrac{3}{2}+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}+3t \\ y=-2+4t \\ z=\dfrac{3}{2}+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\dfrac{3}{2}+3t \\ y=2+4t \\ z=\dfrac{3}{2}+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}+3t \\ y=2+4t \\ z=\dfrac{3}{2}+3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{ABC}$. Ta có
$\overrightarrow{BA}=(0;3;-4)$ và $\overrightarrow{BC}=(-6;3;2)$.
Khi đó $AB=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$
và $BC=\sqrt{(-6)^2+3^2+2^2}=7$.
Do tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{BA}{BC}=\frac{DA}{DC}\Leftrightarrow\frac{DA}{DC}=\frac{5}{7}.$$



Do D là chân đường phân giác trong nên $\overrightarrow{DA}=-\dfrac{5}{7}\overrightarrow{DC}$ $(*)$.

Giả sử $D(x_0;y_0;z_0)$ khi đó $\overrightarrow{DA}=(1-x_0;2-y_0;-1-z_0)$ và $\overrightarrow{DC}=(-5-x_0;2-y_0;5-z_0)$.
Từ $(*)$ ta suy ra

$$\begin{cases} 1-x_0=-\dfrac{5}{7}(-5-x_0) \\ 2-y_0=-\dfrac{5}{7}(2-y_0) \\ -1-z_0=-\dfrac{5}{7}(5-z_0) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_0=-\dfrac{3}{2} \\ y_0=2 \\ z_0=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $D\left(-\dfrac{3}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)$.

Mặt khác gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) suy ra $\vec{n}$ và $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]$ cùng phương.
Mà $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]=(18;24;18)$ ta chọn $\vec{n}(3;4;3)$. Do giả thiết ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}+3t \\ y=2+4t \\ z=\dfrac{3}{2}+3t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 202. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=-2+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Gọi A là giao điểm của d và (P). Khi đó tọa độ điểm A tương ứng với tham số t là nghiệm của phương trình

$$-1+2t+2t-2+3t-4=0\Leftrightarrow t=1.$$

suy ra tọa độ điểm $A(1;1;1)$.
Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ta chọn $\vec{n}(1;2;1)$. Tương tự gọi $\vec{v}$ là véc-tơ chỉ

phương của đường thẳng d ta chọn $\vec{v}(2;1;3)$.
Khi đó ta có $[\vec{n},\vec{v}]=(5;-1;-3)$. Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ, do giả thiết ta chọn $\vec{u}(5;-1;-3)$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

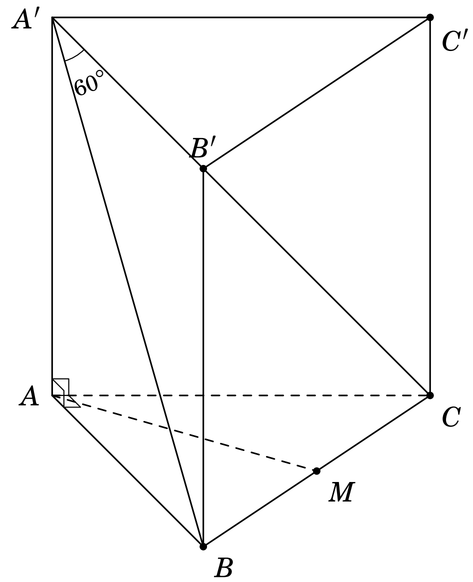
Chọn đáp án (A) □

Câu 203. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB=AC=a\sqrt{2}$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $60°$, M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

B' là hình chiếu vuông góc của B trên $(A'B'C')$
$\Rightarrow A'B'$ là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên $(A'B'C')$
$\Rightarrow (A'B;(A'B'C'))=(A'B;A'B')=\widehat{BA'B'}=60°$.
Xét $\Delta BA'B'$ vuông tại A' có $\tan A'=\dfrac{BB'}{A'B'}$
$\Rightarrow BB'=A'B'\cdot\tan A'=a\sqrt{2}\cdot\tan 60°=a\sqrt{6}$.
Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn
$A\equiv O(0;0;0)$, $B(a\sqrt{2};0;0)$, $C(0;a\sqrt{2};0)$, $A'(0;0;a\sqrt{6})$
Suy ra $B'(a\sqrt{2};0;a\sqrt{6})$.
M là trung điểm BC nên $M\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$.
$\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$ cùng phương $\vec{u}=(1;1;0)$.



$\overrightarrow{B'C}=(-a\sqrt{2};a\sqrt{2};-a\sqrt{6})$ cùng phương với $\vec{v}=(1;-1;\sqrt{3})$.
$\overrightarrow{CM}=\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$. Suy ra khoảng cách giữa đường thẳng AM và $B'C$ bằng

$$\mathrm{d}(AM,B'C)=\frac{|[\vec{u},\vec{v}]\cdot\overrightarrow{CM}|}{|[\vec{u},\vec{v}]|}=\frac{\left|(\sqrt{3};-\sqrt{3};-2)\cdot\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)\right|}{|(\sqrt{3};-\sqrt{3};-2)|}=\frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 204. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-4}{-3}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của (P) và d, suy ra $A\in\Delta$. Tọa độ A thỏa mãn

$$\begin{cases}x+2y+z-4=0\\ \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y+z-4=0\\ \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}\\ \dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y+z=4\\ x-2y=-1\\ 3y-z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=1.\end{cases}$$

Suy ra $A(1;1;1)$.
(P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;2;1)$, d có vec-tơ chỉ phương $\vec{v}_d=(2;1;3)$.

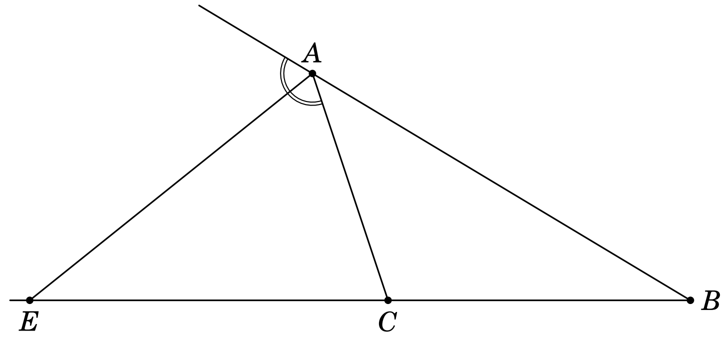
Đặt $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{v}_d] = (5;-1;-3)$. Khi đó $\vec{u}$ là một vec-tơ chỉ phương của Δ. Bằng phép thế đơn giản, ta kiểm tra được điểm A và vec-tơ $\vec{u}$ thỏa mãn phương trình $\dfrac{x+4}{5} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-4}{-3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 205. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;2), B(1;4;6), C(2;3;4), D(3;3;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường phân giác ngoài đỉnh A của tam giác ABC đồng thời song song với CD. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới (P).

A. $\dfrac{8}{\sqrt{47}}$. **B.** $\dfrac{8}{\sqrt{51}}$. **C.** $\dfrac{8}{\sqrt{37}}$. **D.** $\dfrac{8}{\sqrt{41}}$.

Lời giải.



$\overrightarrow{AB} = (0;3;4) \Rightarrow AB = 5, \overrightarrow{AC} = (1;2;2) \Rightarrow AC = 3$.
Gọi E là chân đường phân giác ngoài tại A của ΔABC, ta có

$$\begin{aligned} & \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3} \Rightarrow \overrightarrow{EB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{EC} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OE}) = 5(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OE}) \\ \Leftrightarrow\ & 2\overrightarrow{OE} = 5\cdot\overrightarrow{OC} - 3\cdot\overrightarrow{OB} = 5(2;3;4) - 3(1;4;6) = (7;3;2) \\ \Leftrightarrow\ & E\left(\frac{7}{2};\frac{3}{2};1\right). \end{aligned}$$

$\overrightarrow{AE} = \left(\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$ cùng phương với vec-tơ $\vec{u} = (5;1;-2)$.
$\overrightarrow{CD} = (1;0;1)$. Đặt $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{CD}] = (1;-7;1)$. Khi đó, $\vec{n}$ là vec-tơ pháp tuyến của (P).
Mặt phẳng (P) qua $A(1;1;2)$ và nhận $\vec{n}$ là vec-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$(P): x - 7y - z + 8 = 0.$$

Suy ra $\mathrm{d}(O,(P)) = \dfrac{|0 - 7\cdot 0 - 0 + 8|}{\sqrt{1^{+}(-7)^2 + (-1)^2}} = \dfrac{8}{\sqrt{51}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 206. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;3), B(-3;-1;1)$ và mặt phẳng (α): $x - 2y - z + 3 = 0$. Gọi điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất, khi đó đường thẳng đi qua M và vuông góc với (α) có phương trình.

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z}{-1}$.

Lời giải.
Đặt $f(x;y;z) = x - 2y - z + 3$.
Ta có: $f(1;1;3)\cdot f(-3;-1;1) = (-1)\cdot 1 < 0$. Suy hai hai điểm A và B nằm về hai phía so với mặt phẳng (α).
$\overrightarrow{AB} = (-4;-2;-2) = -2\vec{u}$, với $\vec{u} = (2;1;1)$.
Phương trình đường thẳng AB đi qua $A(1;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Gọi $H = AB \cap (\alpha)$.
$H \in AB \Rightarrow H(1+2t;1+t;3+1)$;
$H \in (\alpha) \Leftrightarrow (1+2t)-2(1+t)-(3+t)+3=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(-1;0;2)$
Với mọi điểm $M \in (\alpha)$, ta có $AM+BM \geq AB = AH+HB$.
Suy ra H chính là vị trí của điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(1;-2;-1)$.
Suy ra phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) là:

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{-1}$$

Chọn đáp án A □

Câu 207. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-8)^2+y^2+z^2=32$. Đường thẳng Δ thay đổi đi qua O và tiếp xúc với (S) tại M. Tập hợp các điểm M thuộc mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $x-4=0$. **B.** $x-8=0$. **C.** $y+z-4=0$. **D.** $x+y+z-8=0$.

Lời giải.
(S) có tâm $I(8;0;0) \in Ox$, bán kính $R=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$.
Δ qua O và tiếp xúc với (S) nên suy ra

— $\mathrm{d}(I,\Delta)=R$;

— $\mathrm{Mp}(P) \parallel (Oyz)$.

Do $\mathrm{Mp}(P) \parallel (Oyz)$ suy ra phương trình mặt phẳng (α) có dạng $Ax+D=0$ hay $x+m=0$, $m<0$ (Do tâm I nằm bên phải gốc tọa độ O - xét trên trục Ox)
Xét tam giác OMI vuông tại M có $OM=\sqrt{OI^2-MI^2}=\sqrt{8^2-(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{2}$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox.
Ta có: $OM^2=OH\cdot OI \Rightarrow OH=\dfrac{OM^2}{OI}=\dfrac{(4\sqrt{2})^2}{8}=4$.
$OH=\mathrm{d}(O,(P)) \Leftrightarrow 4=\dfrac{|0+m|}{\sqrt{1^2}} \Leftrightarrow |m|=4 \Rightarrow m=-4$ (vì $m<0$).
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x-4=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 208. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(-3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$.

Lời giải.
Ta có $\mathrm{d}(A;d)+\mathrm{d}(B;d) \leq OA+OB=2\sqrt{14}$.
Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} OA \perp d \\ OB \perp d \end{cases}$, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(7;7;7)$.
Vậy đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x}{7}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{7}$ hay $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.
Chọn đáp án A □

Câu 209. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{b}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$. Biết đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng (P). Tính $M=a+b$.

A. $M=8$. **B.** $M=5$. **C.** $M=6$. **D.** $M=7$.

Lời giải.
Gọi $\vec{n}_P$ và $\vec{u}_\Delta$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.
Ta có $\vec{n}_P(1;2;-1)$, $\vec{n}_\Delta(1;2;b)$.
Vì $\Delta \subset (P)$ nên $\vec{n}_P\cdot\vec{u}_\Delta=0 \Leftrightarrow 1+4-b=0 \Leftrightarrow b=5$.
Trên Δ ta lấy điểm $M(a;-1;0)$.
Vì $M \in (P)$ nên ta có $a-2-0+1=0 \Leftrightarrow a=1$.
Vậy $M=a+b=1+5=6$.
Chọn đáp án C □

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và điểm $M(1;2;3)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên Δ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=2$. **B.** $P=1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=3$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ: $\vec{u}_\Delta(1;2;-1)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nhận véc-tơ $\vec{u}_\Delta$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$\begin{aligned}&1(x-1)+2(y-2)-1(z-3)=0\\ \Leftrightarrow\ &x+2y-z-1-4+3=0\\ \Leftrightarrow\ &x+2y-z-2=0.\end{aligned}$$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{-1}\\ x+2y-z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2+t\\ y=2t\\ z=2-t\\ x+2y-z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ x=-1\\ y=2\\ z=1.\end{cases}$$

$\Rightarrow H(-1;2;1)$

$\Rightarrow a=-1, b=2, c=1$

$\Rightarrow P=a+b+c=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 211. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1), B(3;2;-1), C(-3;-2;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình

A. $\begin{cases}x=-4\\ y=3+t\\ z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-8\\ y=11+t\\ z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2\\ y=5+t\\ z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\ y=t\\ z=5-t\end{cases}$.

Lời giải.

Tọa độ của các véc-tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ là $\overrightarrow{AB}(2;2;-2), \overrightarrow{AC}(-4;-2;2)$

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;4;4)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $4(y-0)+4(z-1)=0\Leftrightarrow y+z-1=0$.

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABC. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}I\in(ABC)\\ IA=IB\\ IA=IC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c-1=0\\ (1-a)^2+b^2+(1-c)^2=(3-a)^2+(2-b)^2+(1+c)^2\\ (1-a)^2+b^2+(1-c)^2=(3+a)^2+(2+b)^2+(3-c)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=1\\ a+b-c=3\\ 2a+b-c=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-8\\ y=6\\ z=-5.\end{cases}$$

$\Rightarrow I(-8;6;5)$.

Phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC) là

$$\begin{cases}x=-8\\ y=6+t\\ z=-5+t\end{cases}\ \text{hay}\ \begin{cases}x=-8\\ y=11+t\\ z=t.\end{cases}$$

Chọn đáp án B □

Câu 212. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-7=0$. Điểm M có hoành độ dương thuộc Δ sao cho $\mathrm{d}(M;(P))=1$ có tọa độ là

A. $(2;5;1)$. **B.** $(4;1;1)$. **C.** $(1;3;0)$. **D.** $(3;2;0)$.

Lời giải.

Vì $M\in(\Delta)$ nên $M(t;1+2t;-1+t)$ $\quad(t>0)$.

Ta có

$$\mathrm{d}(M,\Delta)=\frac{|t+2(1+2t)-2(-1+t)-7|}{\sqrt{9}}=|t-1|.$$

Theo giả thiết thì $|t-1|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}t=2 & \text{(thỏa mãn)}\\ t=0 & \text{(loại)}\end{array}\right.$.

Vậy $M(2;5;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 213. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **C.** $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=1$.

Cách 1. Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$, với $a^2+b^2+c^2\neq 0\,(*)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Đường thẳng d đi qua $M(0;2;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

- Ta có $\vec{n}\perp\vec{u}\Rightarrow a+b-c=0\Leftrightarrow c=a+b$.
- $M\in d\Rightarrow M\in(P)$, suy ra $(P)\colon ax+b(y-2)+(a+b)z=0$.

(P) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(I,(P))=R &\Leftrightarrow \frac{|a-2b-a-b|}{\sqrt{a^2+b^2+(a+b)^2}}=1\\ &\Leftrightarrow 2a^2+2ab-7b^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2a=\left(-1+\sqrt{15}\right)b\\ 2a=\left(-1-\sqrt{15}\right)b.\end{array}\right.\end{aligned}$$

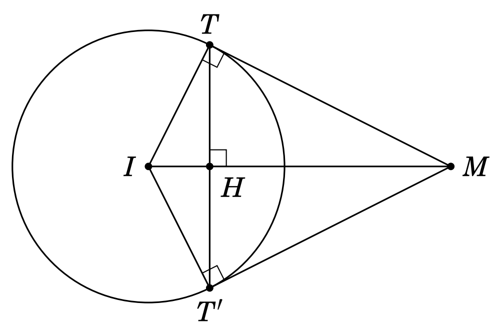
- Trường hợp 1. $2a=\left(-1+\sqrt{15}\right)b$, theo $(*)$ chọn $a=-1+\sqrt{15}$ và $b=2$.
Khi đó, $(P)\colon \left(-1+\sqrt{15}\right)x+2(y-2)+\left(1+\sqrt{15}\right)z=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). Suy ra
$$\Delta\colon \begin{cases}x=1+\left(-1+\sqrt{15}\right)t\\ y=2t\\ z=-1+\left(1+\sqrt{15}\right)t.\end{cases}$$
Vì T là tiếp điểm của (P) và (S) nên $T=\Delta\cap(P)\Rightarrow T\left(\dfrac{5}{6}+\dfrac{\sqrt{15}}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}+\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)$.
- Trường hợp 2. $2a=\left(-1-\sqrt{15}\right)b$, theo $(*)$ chọn $a=1+\sqrt{15}$ và $b=-2$.
Khi đó, $(P')\colon \left(1+\sqrt{15}\right)x-2(y-2)+\left(-1+\sqrt{15}\right)z=0$.
Tương tự như trên, ta cũng tìm được $T'\left(\dfrac{5}{6}-\dfrac{\sqrt{15}}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}-\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)$.
Vậy trung điểm H của TT' có tọa độ là $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$.

Cách 2. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với d, suy ra $(\alpha)\colon x+y-z-2=0$.
Gọi $M=d\cap(\alpha)$, tọa độ điểm M thỏa hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}\\ x+y-z-2=0\end{cases}\Rightarrow M(0;2;0).$$

Tam giác ITM vuông tại T và TH là đường cao nên

$$IT^2=IH\cdot IM\Rightarrow IH=\frac{1}{6}.$$



Ta có

$$\overrightarrow{IH}=\frac{1}{6}\overrightarrow{IM}\Rightarrow H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right).$$

Chọn đáp án D □

Câu 214. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc (P), cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A,B. Tính độ dài AB.

A. $AB=2\sqrt{3}$. **B.** $AB=\sqrt{14}$. **C.** $AB=5$. **D.** $AB=\sqrt{15}$.

✍**Lời giải.**

Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;3)$. Gọi $A(3-a;3-2a;-2+a)$ và $B(5-3b;-1+2b;2+b)$. Khi đó $\overrightarrow{AB}=(2+a-3b;-4+2a+2b;4-a+b)$.

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)}$ hay

$$\frac{2+a-3b}{1}=\frac{-4+2a+2b}{2}=\frac{4-a+b}{3}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2+a-3b}{1}=\dfrac{-4+2a+2b}{2}\\ \dfrac{-4+2a+2b}{2}=\dfrac{4-a+b}{3}\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}b=1\\ 4a+2b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1.\end{cases}$$

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$ hay $AB=\sqrt{14}$.

Chọn đáp án B □

Câu 215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn (C). Diện tích hình tròn (C) là

A. 8π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** 4π.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oxy) là $\mathrm{d}(O,(xOy))=3$. Khi đó bán kính của đường tròn giao tuyến cần tìm là $r=\sqrt{R^2-(\mathrm{d}(O,(xOy)))^2}=\sqrt{25-9}=4$.

Vậy diện tích hình tròn (C) là 8π.

Chọn đáp án A □

Câu 216. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;-4)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y-3z-6=0$. Đường thẳng Δ đi qua A, song song với (P) và cắt d có phương trình là

A. $\Delta\colon\begin{cases}x=3+5t\\ y=-2+6t\\ z=-4+9t\end{cases}$. **B.** $\Delta\colon\begin{cases}x=-4+5t\\ y=4-6t\\ z=13+9t\end{cases}$. **C.** $\Delta\colon\begin{cases}x=-2+5t\\ y=4+6t\\ z=-13+9t\end{cases}$. **D.** $\Delta\colon\begin{cases}x=-2+5t\\ y=4-6t\\ z=-13+9t\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Giả sử đường thẳng Δ cắt d tại điểm $B\Rightarrow B(2+3t;-4-2t;1+2t)$.

Ta có $\Delta\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P$, ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(3t-1;-2t-2;2t+5)\\ \vec{n}_P=(3;-2;-3).\end{cases}$

Khi đó ta có $3(3t-1)-2(-2t-2)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow 7t-14=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow B(8;-8;5)$.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua hai điểm A,B có phương trình là $\Delta\colon\begin{cases}x=-2+5t\\ y=4-6t\\ z=-13+9t.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 217. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$, đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{2-z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+3=0$. Biết Δ là đường thẳng đi qua A và song song với d. Giao điểm của Δ và (P) là điểm

A. $B(1;-1;2)$. **B.** $B(-15;10;8)$. **C.** $B(1;1;-2)$. **D.** $B(17;-6;8)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng Δ đi qua A và song song với d có phương trình $\Delta\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-1}$.

Tọa độ giao điểm của Δ và (P) là nghiệm của hệ $\begin{cases}\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-1}\\ x+2y-z+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=17\\ y=-6\\ z=8\end{cases}\Rightarrow B(17;-6;8)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất.

A. $2x-y+2z-1=0$. **B.** $2x+y-z=0$.
C. $10x-7y+13z+3=0$. **D.** $-x+6y+4z+5=0$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}\text{đi qua điểm } M(1;0;-1)\\ \text{có véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_\Delta=(2;1;-1).\end{cases}$

Gọi $\vec{n}_Q=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).
Ta có $\vec{n}_Q\cdot\vec{u}_\Delta=0\Rightarrow 2a+b-c=0\Rightarrow c=2a+b$.
Gọi α là góc giữa (P) và (Q) thì α nhỏ nhất khi $\cos((P);(Q))$ lớn nhất.

$\cos\alpha=\dfrac{|2a-b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|6a+b|}{3\sqrt{5a^2+2b^2+4ab}}=P\Rightarrow P^2=\dfrac{\left(36a^2+12ab+b^2\right)}{9\left(5a^2+2b^2+4ab\right)}$.

Chia 2 vế phương trình cho b^2, đặt $t=\dfrac{a}{b}$ ta được $9P^2=\dfrac{36t^2+12t+1}{5t^2+4t+2}=f(t)$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow\dfrac{84t^2+134t+20}{\left(5t^2+4t+2\right)^2}=0\Leftrightarrow 84t^2+134t+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{10}{7}\\ t=-\dfrac{1}{6}.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		$-\dfrac{10}{7}$		$-\dfrac{1}{6}$		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	−	0	+	
$f(t)$	$\dfrac{36}{5}$	↗	$\dfrac{53}{6}$	↘	0	↗	$\dfrac{36}{5}$

Ta có $\max f(t)=f\left(-\dfrac{10}{7}\right)$ nên $P_{\max}$ ứng với $t=-\dfrac{10}{7}=\dfrac{a}{b}$.
Cho $a=-10;b=7\Rightarrow c=-13$. Vậy $\vec{n}_Q=(-10;7;-13)=-(10;-7;13)$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 219. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$, $d_2\colon\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{-4}$, $d_3\colon\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_4\colon\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt cả 4 đường thẳng trên. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u_4}(1;2;-2)$. **B.** $\vec{u_3}(2;0;-1)$. **C.** $\vec{u_2}(2;1;1)$. **D.** $\vec{u_1}(2;1;-1)$.

Lời giải.

Ta có $d_1\parallel d_2$ nên Δ cắt $d_1,d_2\Rightarrow\Delta\subset(d_1,d_2)$.
Lại có Δ cắt $d_3,d_4\Rightarrow(d_1,d_2)$ cắt d_3,d_4.
d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_1}=(1;2;-2),M_1(1;2;0)\in d_1$.
d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_2}=(1;2;-2),M_2(2;2;0)\in d_2$.
$\overrightarrow{M_1M_2}=(1;0;0)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{M_1M_2};\vec{u}\right]=(0;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng$(d_1,d_2):0(x-1)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow y+z-2=0$.

Mặt phẳng (d_1,d_2) cắt $d_3\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}\\ y+z-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=-\dfrac{1}{2}\\ z=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow A\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Mặt phẳng (d_1,d_2) cắt $d_4 \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1} \\ y+z-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow B(4;2;0)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=\left(3;\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}(2;1;-1)$, vậy véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $(2;1;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu của đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng Oxy?

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-3t \\ z=0 \end{cases}$.

✍Lời giải.

Lấy $A(1;-2;3), B(3;1;4)$ trên đường thẳng đã cho.

Suy ra $C(1;-2;0), D(3;1;0)$ lần lượt là hình chiếu của A,B trên mặt phẳng Oxy.

Ta có $\overrightarrow{CD}=(2;3;0)$ nên phương trình hình chiếu là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 221. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và điểm $A(2;1;2)$. Gọi Δ là đường thẳng qua A, vuông góc với d đồng thời khoảng cách giữa d và Δ là lớn nhất. Biết $\vec{v}=(a;b;4)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

A. 2. **B.** -8. **C.** -2. **D.** -4.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên d, (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d. Ta có $\Delta \subset (P)$. Gọi M là hình chiếu của H lên Δ. Ta có $\mathrm{d}(\Delta,d)=MH \le AH$. Suy ra $\mathrm{d}(\Delta,d)$ lớn nhất khi và chỉ khi $MH=AH$, tức là $M\equiv A$. Khi đó, một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AH},\vec{u}_{\mathrm{d}}\right]$ với $\vec{u}_{\mathrm{d}}=(-1;2;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d.

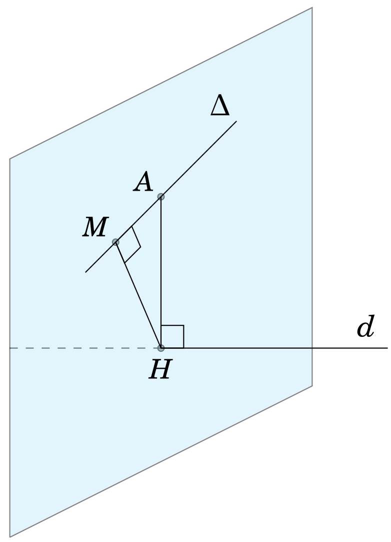
Ta có $H\in d \Rightarrow H(2-t;-1+2t;t)$, $\overrightarrow{AH}=(-t;2t-2;t-2)$.

$\overrightarrow{AH}\perp \vec{u}_{\mathrm{d}} \Leftrightarrow (-t)(-1)+(2t-2)\cdot 2+(t-2)\cdot 1=0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $\overrightarrow{AH}=(-1;0;-1)$, $\vec{u}=(2;2;-2)=-\dfrac{1}{2}(-4;-4;4)$.

Từ đó suy ra $\vec{v}=(-4;-4;4)$, tức là $a=-4, b=-4$.

Vậy $a+b=-8$.



Chọn đáp án B □

Câu 222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(1;1;1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+6}{-3}$, $\Delta_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z-4}{3}$. Gọi m là số mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB đồng thời song song với cả hai đường thẳng Δ_1,Δ_2; n là số mặt phẳng (Q) sao cho khoảng cách từ A đến (Q) bằng 15, khoảng cách từ B đến (Q) bằng 10. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $m+n=1$. **B.** $m+n=4$. **C.** $m+n=3$. **D.** $m+n=2$.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 là $\vec{u}_1=(1;4;-3)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_1=(1;-4;3)$.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(1;-\dfrac{1}{2};-1)$.

Ta có $AB=5$, $IA=IB=\dfrac{5}{2}$.

— Tìm số mặt phẳng (P).

Do (P) song song với Δ_1 và Δ_2 nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0;-6;-8)$.
Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $3y + 4z + a = 0$. Do (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB nên $d(I,(P)) = IA \Leftrightarrow \dfrac{\left|-\dfrac{11}{2}+a\right|}{5} = 5 \Leftrightarrow \left|-\dfrac{11}{2}+a\right| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{13}{2} \\ a = \dfrac{9}{2} \end{array}\right.$.

Vậy có hai mặt phẳng (P). Suy ra $n = 2$.

— Tìm số mặt phẳng (Q).
Xét mặt cầu tâm A bán kính bằng 15 và mặt cầu tâm B bán kính bằng 10. Do $AB = 5$ nên mặt cầu $(A,15)$ và mặt cầu $(B,10)$ tiếp xúc trong và mặt cầu $(B,10)$ nằm bên trong mặt cầu $(A,15)$.
Ta có $d(A,(Q)) = 15$ và $d(A,(P)) = 10$ nên mặt phẳng (Q) tiếp xúc với cả hai mặt cầu $(A,15)$ và $(B,10)$. Do đó mặt phẳng (Q) tiếp xúc với hai mặt cầu này tại tiếp điểm của hai mặt cầu đó. Chỉ có một mặt phẳng (Q) thỏa mãn. Suy ra $m = 1$.

Vậy $m + n = 1 + 2 = 3$.
Chọn đáp án C □

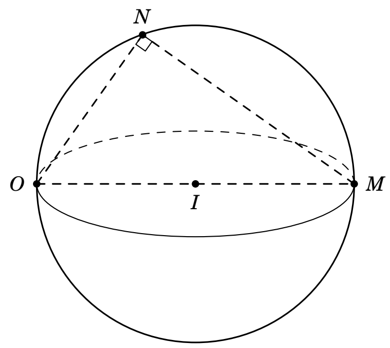
Câu 223. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$ và điểm $M(2;2;2)$. Điểm N thay đổi trên mặt cầu. Diện tích S của tam giác OMN có giá trị lớn nhất là

A. $S = 1$ (đvdt). **B.** $S = \sqrt{3}$ (đvdt). **C.** $S = 3$ (đvdt). **D.** $S = 2$ (đvdt).

✍**Lời giải.**
Ta nhận xét O, M đều thuộc mặt cầu và $OM = 2\sqrt{3} = 2R$. Vậy OM là một đường kính của mặt cầu.
Với mọi điểm N thuộc mặt cầu (N không trùng với O, M) thì tam giác OMN vuông tại N. Ta có

$$S = \frac{1}{2}ON \cdot NM \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{ON^2 + NM^2}{2} = \frac{1}{4}OM^2 = 3.$$

Dấu bằng xảy ra khi $ON = NM$ hay N là giao điểm của mặt phẳng trung trực của OM với mặt cầu.



Chọn đáp án C □

Câu 224. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{3}$, d_2: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 12. **B.** 11. **C.** -12. **D.** -11.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2;1;3)$, $\vec{u}_2 = (1;1;0)$; $M(1;0;0) \in d_1$, $N(1;2;m) \in d_2$. Nhận thấy $N \notin d_1$ và $\vec{u}_1 \neq k\vec{u}_2$, $\forall k \in \mathbb{R}$ nên d_1 và d_2 luôn chéo nhau với mọi m.
Khi đó, khoảng cách giữa d_1 và d_2 là

$$\frac{\left|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]\right|} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \frac{|m+6|}{\sqrt{19}} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -11 \end{array}\right..$$

Suy ra $S = \{-1, -11\}$ và tính được tổng $-1 + (-11) = -12$.
Chọn đáp án C □

Câu 225. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và điểm $A(3;5;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ A tới (P) là lớn nhất.

A. $2x+y+2z-8=0$. **B.** $x-4y+z-4=0$. **C.** $-x+2y+z+3=0$. **D.** $x-2y-z=0$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ, suy ra $H(2+2t;t;2+2t)$.
Ta có $\vec{u}=(2;1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của d, lại có $\overrightarrow{AH}=(2t-1;t-5;2t-1)$.
Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ nên

$$\vec{u}\perp\overrightarrow{AH}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow 2(2t-1)+t-5+2(2t-1)=0\Leftrightarrow t=1.$$

Vậy $H(4;1;4)$.
Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên (P) ta luôn có $AM\le AH$ nên $\mathrm{d}(A,(P))\le\mathrm{d}(A,\Delta)$. Do đó khoảng cách từ A đến (P)) lớn nhất khi $M\equiv H$ hay $AH\perp(P)$.
Như vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(4;1;4)$ và nhận $\overrightarrow{AH}=(1;-4;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là $x-4y+z-4=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 226. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2\colon\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1, d_2.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

✍Lời giải.

Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2. Khi đó $M(1;0;0)$.
Gọi $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của các đường thẳng d_1 và d_2. Khi đó $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-1)$, $\vec{u}_2=(-1;-1;2)$. Suy ra $|\vec{u}_1|=|\vec{u}_2|=\sqrt{6}$ và $\cos(\vec{u}_1;\vec{u}_2)=\dfrac{\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2}{|\vec{u}_1|\cdot|\vec{u}_2|}=-\dfrac{5}{6}<0$.
Vì góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ là góc tù, nên một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 là $\vec{u}=\overrightarrow{u_1}-\overrightarrow{u_2}=(2;3;-3)$.
Vậy phương trình phân giác cần tìm là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 227. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+y-z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

✍Lời giải.

Dễ có $\overrightarrow{u_d}(1;3;2)$ là véc-tơ chỉ phương của d.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa A và đường thẳng d. Lấy $M(3;3;0)\in d$, ta được $AM\subset(P)$ và $\overrightarrow{AM}(2;1;1)$. Vì đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt d nên Δ nằm trong (P). Gọi $\overrightarrow{n_P}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P). Do d và AM nằm trong (P) nên $\begin{cases}\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_d}.\end{cases}$
Ta chọn $\overrightarrow{n_P}=[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{AM}]=(1;3;-5)$.
Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ, $\overrightarrow{n_\alpha}(1;1;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α).
Vì $\Delta\parallel(\alpha)$ nên $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_\alpha}$. Lại có $\Delta\subset(P)$ nên $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}$. Do đó, $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}.\end{cases}$
Ta có $[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_\alpha}]=(2;-4;-2)$ nên $\overrightarrow{n_\Delta}=(1;-2;-1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ.
Phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
Chọn đáp án C □

Câu 228. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;1;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$. Số mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2018 lần khoảng cách từ gốc tọa độ đến (P) là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

✍Lời giải.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) $(a^2+b^2+c^2>0)$. Khi đó $a-b+c=0$ (do (P) chứa Δ) và phương trình mặt phẳng (P) là

$$a(x-1)+b(y-1)+c(z+1)=0.$$

Theo giả thiết ta có

$$d(M,(P))=2018\cdot d(O,(P))\Rightarrow \frac{|-a+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2018\cdot\frac{|-a-b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$
$$\Rightarrow\quad |a-c|=4036|a|\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=4037a\\c=-4035a.\end{array}\right.$$

Từ đó ta tìm được $\vec{n}_1=(1;4038;4037)$, $\vec{n}_2=(1;-4034;-4035)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 229. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon\begin{cases}x=2\\y=5+t\\z=1-t\end{cases}$ và $\Delta_2\colon\begin{cases}x=4+t'\\y=3\\z=1-t'\end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 là

A. $\vec{m}=(1;-1;0)$. **B.** $\vec{k}=(1;1;0)$. **C.** $\vec{p}=(2;-2;-4)$. **D.** $\vec{q}=(1;1;-2)$.

✍Lời giải.

$\vec{u}_1=(0;1;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1, Δ_2. Ta có

$$\cos\left(\vec{u}_1,\vec{u}_2\right)=\frac{\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2}{\left|\vec{u}_1\right|\left|\vec{u}_2\right|}=\frac{1}{2}.$$

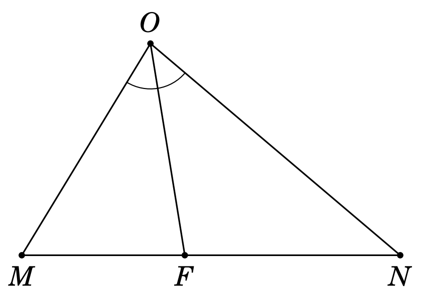
Suy ra $\left(\vec{u}_1,\vec{u}_2\right)<90^\circ$. Mà $\left|\vec{u}_1\right|=\left|\vec{u}_2\right|$ nên một véc-tơ chỉ phương của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng đó là $\vec{u}_1+\vec{u}_2=(1;1;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 230. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;2;1), N(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}); E(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OMN và vuông góc với mặt phẳng (OMN). Khoảng cách từ điểm E đến đường thẳng Δ là

A. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{17}}{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{17}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{17}}{5}$.

✍Lời giải.



Ta có $[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON}]=k(1;-2;2)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của $\overrightarrow{OM}=(2;2;1)\Rightarrow OM=3$ và véc-tơ chỉ phương của $\overrightarrow{ON}=\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)\Rightarrow ON=4$.

Kẻ phân giác OF $(F\in MN)$ ta có:

$\frac{OM}{ON}=\frac{3}{4}\Rightarrow\overrightarrow{MF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{FN}\Rightarrow F\left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right)$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OMN\Rightarrow I\in(OF)\Rightarrow\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OF}$, với $k>0$.

Tam giác OMN vuông tại O, có bán kính đường tròn nội tiếp $r=1\Rightarrow IO=\sqrt{2}$.

Mà $ME=\frac{15}{7}; OM=3; \cos OMN=\frac{3}{5}\Rightarrow OF=\frac{12\sqrt{2}}{7}$, suy ra $\overrightarrow{OF}=\frac{12}{7}\overrightarrow{OI}\Rightarrow I(0;1;1)$.

Phương trình đường thẳng (Δ): $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$, có $\vec{u}=(1;-2;2)$, đi qua $I(0;1;1)$.

Khoảng cách từ E đến Δ là $d=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{EI};\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 231. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=x^2f(3x-4)$ tại điểm có hoành độ $x=2$. Biết rằng hai đường thẳng d_1, d_2 vuông góc với nhau, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sqrt{3}<|f(2)|<2$. **B.** $|f(2)|\le\sqrt{3}$. **C.** $|f(2)|\ge\sqrt{3}$. **D.** $2\le|f(2)|\le2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có hệ số góc $k_1=f'(2)$, đường thẳng d_2 có hệ số góc $k_2=y'(2)=4f(2)+12f'(2)$. Hai đường thẳng d_1, d_2 vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d_1\cdot d_2=-1 &\Leftrightarrow f'(2)\cdot\left[4f(2)+12f'(2)\right]=-1\\ &\Leftrightarrow 12\left[f'(2)\right]^2+4f(2)f'(2)+1=0. \end{aligned}\quad (1)$$

Coi (1) là phương trình bậc hai của $f'(2)$ với biệt thức $\Delta'=4[f(2)]^2-12$. Do phương trình (1) phải có nghiệm nên ta có

$$\Delta'\ge0\Leftrightarrow4[f(2)]^2-12\ge0\Leftrightarrow|f(2)|\ge3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 232. Trong không gian $0xyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ trên mặt phẳng (α): $x-2y+z=0$.

A. $\left(2;\dfrac{5}{2};3\right)$. **B.** $(5;4;3)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $(1;3;5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}=(1;-2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α).

Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M trên (α).

H là hình chiếu của M trên $(\alpha)\Leftrightarrow\begin{cases}H\in(\alpha)\\MH\perp(\alpha)\end{cases}$.

$H\in(\alpha)\Leftrightarrow a-2b+c=0\Leftrightarrow c=-a+2b\Rightarrow H(a;b;-a+2b)$.

Có: $\overrightarrow{MH}=(a-2;b-3;-a+2b-1)$.

$$MH\perp(\alpha)\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}=k\vec{n}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2=k\\b-3=-2k\\-a+2b-1=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{2}\\b=2\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

$\Rightarrow H\left(\dfrac{5}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 233. Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ không vuông góc với (α). Gọi $\vec{u}_\Delta,\vec{n}_{(\alpha)}$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của Δ và véc-tơ pháp tuyến của (α). Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ' là hình chiếu của Δ trên (α)?

A. $\left(\vec{u}_\Delta\wedge\vec{n}_{(\alpha)}\right)\wedge\vec{n}_{(\alpha)}$. **B.** $\vec{u}_\Delta\wedge\left(\vec{n}_{(\alpha)}\wedge\vec{u}_\Delta\right)$. **C.** $\vec{u}_\Delta\wedge\left(\vec{u}_{(\Delta)}\wedge\vec{n}_{(\alpha)}\right)$. **D.** $\left(\vec{u}_\Delta\wedge\vec{n}_{(\alpha)}\right)\wedge\vec{u}_\Delta$.

Lời giải.

Đầu tiên xét mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với (α). Mặt phẳng này có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{u}_\Delta\wedge\vec{n}_{(\alpha)}$.

Khi đó hình chiếu của Δ trên (α) là giao tuyến của mặt phẳng trên và (α).

Do đó $\vec{u}_{\Delta'}=\vec{n}\wedge\vec{n}_{(\alpha)}=\left(\vec{u}_\Delta\wedge\vec{n}_{(\alpha)}\right)\wedge\vec{n}_{(\alpha)}$.

Chọn đáp án A □

Câu 234. Trong không gian $0xyz$, cho mặt phẳng (P): $5x+my+4z+n=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $3x-7y+z-3=0$ và (β): $x-9y-2z+5=0$. Tính $m+n$.

A. 6. **B.** -16. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải.

Dễ thấy các điểm $A\left(\frac{1}{7};0;\frac{18}{7}\right)$; $B\left(\frac{31}{10};\frac{9}{10};0\right)$ thuộc giao tuyến hai mặt phẳng (α) và (β).

Theo giả thiết có $\begin{cases}5\cdot\frac{1}{7}+m\cdot 0+4\cdot\frac{18}{7}+n=0\\ 5\cdot\frac{31}{10}+m\cdot\frac{9}{10}+4\cdot 0+n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-5\\ n=-11\end{cases}$.

Vậy $m+n=-16$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 235. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2x-3=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-10x+6y-10z+39=0$. Từ một điểm M thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N sao cho $MN=5$. Biết rằng M thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{11}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(5;-3;5)$ và bán kính $R=\sqrt{5^2+(-3)^2+5^2-39}=2\sqrt{5}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P). Ta có $IH=\frac{|5-2\cdot(-3)+2\cdot 5-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=6$.

Lại có $IH^2+HM^2=IM^2=IN^2+MN^2\Leftrightarrow HM^2=IN^2+MN^2-IH^2=20+25-36=9$.

Từ đó suy ra $HM=3$ hay M nằm trên đường tròn tâm H bán kính bằng 3.

Chọn đáp án (A) □

Câu 236. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, $d-2$ lần lượt có phương trình là $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$ và $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng Δ: $\frac{x-4}{1}=\frac{y-7}{4}=\frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+4}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-4}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+4}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-4}{-2}$.

✍**Lời giải.**

Giả sử d cắt d_1,d_2 lần lượt tại A, B. Hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình tham số lần lượt là

$$d_1:\begin{cases}x=t\\ y=-1+2t\\ z=t\end{cases},(t\in\mathbb{R});d_2:\begin{cases}x=m\\ y=1-2m\\ 1+3m\end{cases},(m\in\mathbb{R}).$$

$A\in d_1\Rightarrow A(t;-1+2t;t)$, $B\in d_2\Rightarrow B(m;1-2m;1+3m)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(m-t;-2m-2t+2;3m-t+1)$.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;-2)$.

Vì $d\parallel\Delta$ nên $\frac{m-t}{1}=\frac{-2m-2t+2}{4}=\frac{3m-t+1}{-2}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\ t=2\end{cases}\Rightarrow B(1;-1;4)$.

Vậy d đi qua B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ nên có phương trình $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 237. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+z-4=0$, đường thẳng d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

✍**Lời giải.**

Gọi M là giao điểm của d và (P). Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}\\ x+2y+z-4=0\end{cases}\Rightarrow M(1;1;1).$$

Vì Δ nằm trong mặt phẳng (P) nên véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ vuông góc với Δ.
Mặt khác $\Delta \perp d$ nên vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;3)$ vuông góc với Δ.
Suy ra vec-tơ chỉ phương của d

$$\overrightarrow{u_d}=[\vec{n},\vec{u}]=(5;-1;-3).$$

Suy ra phương trình đường thẳng d

$$\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 238. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-2;1)$, $B(-2;2;1)$, $C(1;-2;2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng Oyz tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $\left(0;-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$.

✍Lời giải.
Ta có

$$\overrightarrow{AB}=(-3;4;0)\Rightarrow AB=5;\overrightarrow{AC}=(0;0;1)\Rightarrow AC=1$$

Gọi d là đường phân giác trong góc A của tam giác ABC. Suy ra véc-tơ chỉ phương của d là

$$\vec{u}=\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}+\frac{\overrightarrow{AC}}{AC}=\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5};1\right).$$

Suy ra phương trình d

$$\frac{x-1}{-3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{5}.$$

Suy ra, giao điểm của d và mặt phẳng Oyz có tọa độ là $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 239. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d\colon \frac{x-3}{-4}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{1}$ và $d'\colon \frac{x}{-6}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng vuông góc chung của d và d'?

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$.
C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

✍Lời giải.
Gọi $A(3-4t;-2+t;-1+t)\in d$, $B(-6s;1+s;2+2s)\in d'$ ta có $\overrightarrow{AB}=(-6s+4t-3;s-t+3;2s-t+3)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{n}=(-4;1;1)$, đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v}=(-6;1;2)$.
Đường thẳng AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d'

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{v}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}27s-18t+18=0\\ 41s-27t+27=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}s=0\\ t=1.\end{cases}$$

Từ đó ta có đường vuông góc chung cần tìm đi qua $A(-1;-1;0)$, $B(0;1;2)$ nên có phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 240. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=1$. **B.** $R=\sqrt{3}$. **C.** $R=2$. **D.** $R=\sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của AB.

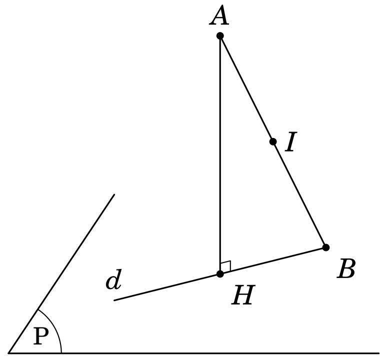
Ta có $I(3;2;1)$, $IA=\sqrt{1+16+1}=3\sqrt{2}$.

Do $AH\perp HB$. nên H thuộc mặt cầu tâm I bán kính IA.

Suy ra H thuộc một đường tròn (C) là giao của mặt cầu tâm I và mặt phẳng (P).

$\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3+2+1|}{\sqrt{1+1+1}}=2\sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn (C) là $r=\sqrt{IA^2-(\mathrm{d}(I,(P)))^2}=\sqrt{6}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 241. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;0;2)$, $B(0;1;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình đường thẳng OH là

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{-1}$. **C.** $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng (ABC) theo mặt chắn là $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$ hay $x-2y-z+2=0$.

Vì $OABC$ là tứ diện vuông và H là trực tâm của tam giác ABC nên $OH\perp(ABC)$.

Vậy OH đi qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{u}=(1;-2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{-1}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 242. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;1;-1)$, $B(14;-3;3)$ và đường thẳng (Δ) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$. Gọi C,D lần lượt là hình chiếu của A,B lên (Δ). Mặt cầu qua hai điểm C,D có diện tích nhỏ nhất là

A. 44π. **B.** 6π. **C.** 9π. **D.** 36π.

✍**Lời giải.**

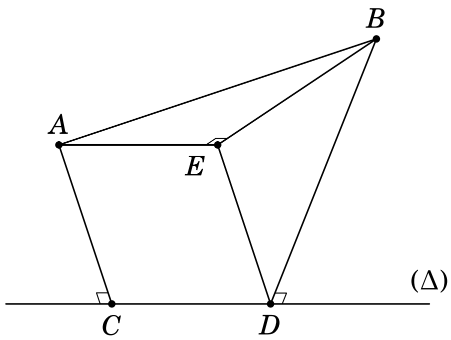
Dựng hình chữ nhật $AEDC$. Khi đó ta có $AE\perp BD$ và $AE\perp ED$ nên $AE\perp(BED)\Rightarrow AE\perp EB$.

Mà $\overrightarrow{AB}=(9;-4;4)$ suy ra

$$CD=AE=AB\cdot\cos\widehat{BAE}=AB\cdot\frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}\right|}{AB\cdot|\vec{u}|}=\frac{9}{3}=3.$$

Mặt cầu qua hai điểm C,D có diện tích nhỏ nhất là mặt cầu đường kính CD.

$$\Rightarrow S=4\pi\cdot\left(\frac{CD}{2}\right)^2=9\pi.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+4}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(2;-3;-4)$ cắt đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) lần lượt tại A, B sao cho M là trung điểm của AB.

A. $d\colon\begin{cases}x=2t\\y=2-3t\\z=6-4t\end{cases}$. **B.** $d\colon\begin{cases}x=2\\y=-2+t\\z=-1+3t\end{cases}$. **C.** $d\colon\begin{cases}x=2+2t\\y=-3\\z=-4+6t\end{cases}$. **D.** $d\colon\begin{cases}x=2\\y=-3+2t\\z=-4+3t\end{cases}$.

✍Lời giải.
Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ tại điểm $A(2a;-1-3a;-4-3a)$.
Do M là trung điểm của AB nên ta có $B(4-2a;-5+3a;-4+3a)\in(P)$, từ đó ta có

$$2(4-2a)+(-5+3a)-(-4+3a)-3=0\Leftrightarrow 4-4a=0\Leftrightarrow a=1.$$

Suy ra $A(2;-4;-7)$ và $\overrightarrow{AM}=(0;1;3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases}x=2\\y=-3+t\\z=-4+3t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B □

Câu 244. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$, $\Delta'\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' là

A. $\dfrac{x-1}{-6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{7}$.
B. $\dfrac{x+1}{-6}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{7}$.
C. $\dfrac{x-1}{-6}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{7}$.
D. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{7}$.

✍Lời giải.
Đường thẳng Δ đi qua $M(1;0;-3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(2;1;-1)$.
Đường thẳng Δ' đi qua $N(0;-1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta'}=(1;-2;1)$.
Gọi đường thẳng cần tìm là d và gọi M, N lần lượt là giao điểm của d với Δ, Δ'.
Khi đó $\begin{cases}M(1+2m;m;3-m)\\N(n;-1-2n;2+n)\end{cases}$
Ba điểm A, M, N cùng thuộc đường thẳng d nên thẳng hàng do đó $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AN}$.
Mà $\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(2m;m+1;2-m)\\\overrightarrow{AN}=(n-1;-2n;1+n)\end{cases}$
Do đó $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AN}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}&\frac{2m}{n-1}=\frac{m+1}{-2n}=\frac{2-m}{1+n}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}\dfrac{2m}{n-1}=\dfrac{m+1}{-2n}\\\dfrac{2m}{n-1}=\dfrac{2-m}{1+n}\end{cases}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}-5mn=-m+n-1\\3mn=-m+2n-2\end{cases}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}-10mn=-2m+2n-2\\3mn=-m+2n-2\end{cases}\\
\Rightarrow&-13mn=-m\\
\Leftrightarrow&\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\dfrac{1}{13}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

TH1. Nếu $m=0\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(0;1;2)$ do đó d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;1;2)$.

TH2. Nếu $n=\dfrac{1}{13}\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\left(-\dfrac{12}{13};-\dfrac{2}{13};\dfrac{14}{13}\right)$.
Do đó véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-6;-1;7)$.
Khi đó phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{-6}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 245. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ và $d'\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất là

A. $x-z+1=0$. **B.** $x-4y+z-7=0$. **C.** $3x-2y-2z-1=0$. **D.** $-x+4y-z-7=0$.

✍**Lời giải.**

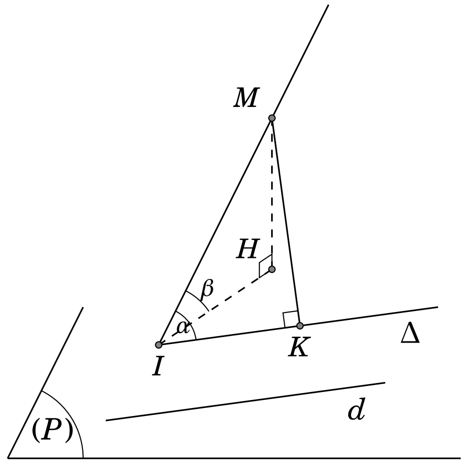
Ta có d và d' là hai đường thẳng chéo nhau. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất.

Kẻ đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) thỏa mãn Δ song song với d và Δ cắt d'. Khi đó $(d',d)=(d',\Delta)=\alpha$.

Lấy điểm $M\in d'$ và kẻ $MH\perp(P)$ tại H,

suy ra $(d',(P))=\widehat{MIH}=\beta$.

Ta có $\begin{cases}\sin\beta=\dfrac{MH}{MI}\\ \sin\alpha=\dfrac{MK}{MI}\end{cases}$ mà $MH\le MK$.



Suy ra $\sin\beta\le\sin\alpha\Rightarrow\beta\le\alpha$.

Vậy góc giữa d' và (P) đạt giá trị lớn nhất bằng góc $\alpha=(d,d')$.

Ta có $\cos(d,d')=\dfrac{\vec{u}_d\cdot\vec{u}_{d'}}{|\vec{u}_d|\cdot|\vec{u}_{d'}|}=\dfrac{\sqrt6}{3}$.

Suy ra $\cos(d',(P))=\dfrac{\sqrt6}{3}\Rightarrow\sin(d',(P))=\sqrt{1-\cos^2(d',(P))}=\dfrac{\sqrt3}{3}$.

Vậy mặt phẳng (P) cần thỏa mãn

— (P) chứa $d\Rightarrow(P)$ chứa $N(1;-1;2)$.

— (P) chứa $d\Rightarrow\vec{n}_{(P)}\cdot\vec{u}_d=0$.

— $\sin(d',(P))=\dfrac{\sqrt3}{3}\Rightarrow\dfrac{\vec{n}_{(P)}\cdot\vec{u}_{d'}}{|\vec{n}_{(P)}|\cdot|\vec{u}_{d'}|}=\dfrac{\sqrt3}{3}$.

Dễ thấy chỉ mặt phẳng $x-4y+z-7=0$ thỏa mãn cả ba điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 246. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua tâm O.

$\vec{n}_{ABC}=(4;2;1)$.

Vậy ta chọn đáp án $\Delta:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án C □

Câu 247. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1: $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=2\end{cases}$ và Δ_2: $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q\left(-2;\dfrac{32}{11};-\dfrac{7}{11}\right)$. **B.** $N\left(-2;\dfrac{32}{11};\dfrac{7}{11}\right)$. **C.** $P\left(2;\dfrac{32}{11};\dfrac{7}{11}\right)$. **D.** $M\left(2;-\dfrac{32}{11};\dfrac{7}{11}\right)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của Δ_2: $\begin{cases}x=3-t'\\y=1+2t'\\z=t'\end{cases}$.

Gọi d là đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2. Gọi $A=d\cap\Delta_1$ nên $A(a;a;2)$, $B=d\cap\Delta_2$ nên

$B(3-b;1+2b;b)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(3-a-b;1+2b-a;b-2)$.

Do d là đường vuông góc chung nên $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_1=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2a+b=-4\\ -a+6b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{27}{11}\\ b=\dfrac{10}{11}\end{cases}$.

Suy ra $A\left(\dfrac{27}{11};\dfrac{27}{11};2\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(-\dfrac{4}{11};\dfrac{4}{11};-\dfrac{12}{11}\right)=\dfrac{4}{11}\cdot(-1;1;-3)$

Phương trình đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;3)$ là $\begin{cases}x=\dfrac{27}{11}-t\\ y=\dfrac{27}{11}+t\\ z=2-3t\end{cases}$.

Thay tọa độ các điểm Q, N, P, M ta thấy chỉ có tọa độ điểm P thỏa mãn phương trình d nên đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm P.

Chọn đáp án C □

Câu 248. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α): $x+2y-z+4=0$ và cắt hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d'\colon\begin{cases}x=3+t\\ y=3t\\ z=2t\end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(6;5;-4)$. **B.** $N(4;5;6)$. **C.** $P(5;6;5)$. **D.** $Q(4;4;5)$.

Lời giải.

Gọi A và B lần lượt là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d và d'. Khi đó $A=(-3+s;2-s;2s)$, $B=(3+t;3t;2t)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(t-s+6;3t+s-2;2t-2s)$.
Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-1)$.
Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên $\vec{n}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương, do đó

$$\begin{aligned}&\frac{t-s+6}{1}=\frac{3t+s-2}{2}=\frac{2t-2s}{-1}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}\dfrac{t-s+6}{1}=\dfrac{3t+s-2}{2}\\ \dfrac{t-s+6}{1}=\dfrac{2t-2s}{-1}\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}t+3s=14\\ t-s=-2\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}t=2\\ s=4.\end{cases}\end{aligned}$$

Từ đó $A=(1;-2;8)$, $B=(5;6;4)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(4;8;-4)$. Do đó, đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2+2t\\ y=8-t\end{cases}$.

Thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng Δ, chỉ có điểm Q thuộc đường thẳng Δ.

Chọn đáp án D □

Câu 249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

A. $(x+3)^2+(y+4)^2+z^2=25$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=5$.
C. $(x-3)^2+(y+4)^2+z^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=25$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;1;-4)$.
Ta có $\overrightarrow{IM}=(-2;-2;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(9;-9;0)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|=9\sqrt{2}$.

Khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là

$$\mathrm{d}(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=3.$$

Diện tích tam giác IAB bằng 12 nên

$$AB=\frac{2S_{IAB}}{\mathrm{d}(I,\Delta)}=\frac{2\cdot 12}{3}=8.$$

Bán kính mặt cầu (S) là

$$R=\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2+[\mathrm{d}(I,\Delta)]^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5.$$

Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=25.$$

Chọn đáp án D □

Câu 250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $(P)\colon 2x-2z+1=0$. **B.** $(P)\colon 2y-2z+1=0$. **C.** $(P)\colon 2x-2y+1=0$. **D.** $(P)\colon 2y-2z-1=0$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1=(-1;1;1)$ và $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$.
Suy ra mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=[\vec{u}_1;\vec{u}_2]=(0;1;-1)$, do đó $(P)\colon y-z+D=0$.
Lấy $M(2;0;0)\in d_1$ và $N(0;1;2)\in d_2$, mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 khi

$$\mathrm{d}(M;(P))=\mathrm{d}(N;(P))\Leftrightarrow\frac{|2+D|}{\sqrt{2}}=\frac{|1-2+D|}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow D=-\frac{1}{2}.$$

Vậy phương trình của mặt phẳng (P) là $y-z-\dfrac{1}{2}=0$ hay $2y-2z-1=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 251. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;3;5)$, $B(2;6;-1)$, $C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-5=0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}\right|+\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng $M(x_0;y_0;z_0)$, vậy x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(-5;-4)$.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, suy ra $I(3;7;-3)$.
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra $G(-1;-1;3)$.
Khi đó

$$\begin{aligned}T&=\left|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}\right|+\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|\\&=\left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}-4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)\right|+\left|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right|\\&=3\left|\overrightarrow{MI}\right|+3\left|\overrightarrow{MG}\right|=3\left(\left|\overrightarrow{MI}\right|+\left|\overrightarrow{MG}\right|\right).\end{aligned}$$

Rõ ràng I và G nằm khác phía so với mặt phẳng (P) nên T nhỏ nhất khi ba điểm I, G, M thẳng hàng hay M là giao điểm của IG và mặt phẳng (P).

Lại có phương trình tham số của IG là $\begin{cases}x=3+2t\\y=7+4t\\z=-3-3t.\end{cases}$

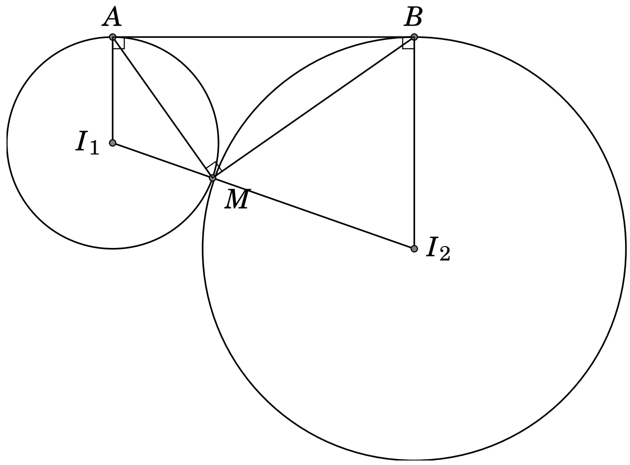
Khi đó ta tìm được $M\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{8}\right)$. Do đó hoành độ của điểm M thuộc khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 252. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(2;3;3)$, $B(-2;-1;1)$. Gọi (S) và (S') là hai mặt cầu thay đổi nhưng luôn tiếp xúc với đường thẳng AB lần lượt tại các tiếp điểm A,B đồng thời tiếp xúc ngoài với nhau tại $M(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$ biết rằng khoảng cách từ M tới mặt phẳng $(P): x+2y-2z+2018=0$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $a+b+c=4$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=3$. **D.** $a+b+c=2$.

✍**Lời giải.**



Ta có $\widehat{ABM}=\dfrac{\overparen{BI_2M}}{2}$; $\widehat{BAM}=\dfrac{\overparen{AI_1M}}{2}$.

$\Rightarrow \widehat{ABM}+\widehat{BAM}=\dfrac{\overparen{BI_2M}+\overparen{AI_1M}}{2}=90^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{AMB}=90^\circ \Rightarrow \triangle ABM$ vuông tại M.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S_1) đường kính AB.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(0;1;2)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=3$ nên có phương trình

$$(x-0)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $I(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P), ta có $M\in\Delta$.

Phương trình đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=t\\ y=1+2t\\ z=2-2t.\end{cases}$

Ta có $M\in\Delta\Rightarrow M(t;1+2t;2-2t)$.

$M\in(S_1)\Rightarrow t^2+4t^2+4t^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=1\Rightarrow M_1(1;3;0)\\ t_2=-1\Rightarrow M_2(-1;-1;4).\end{array}\right.$

Ta có $\mathrm{d}(M_1,(P))=675$ và $\mathrm{d}(M_2,(P))=669$.

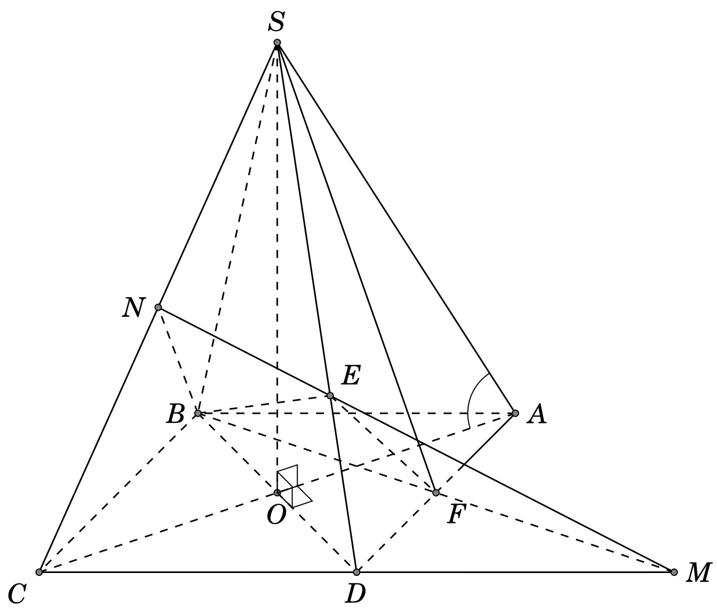
$\Rightarrow M(1;3;0)\Rightarrow a+b+c=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 253. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60°. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D, và N là trung điểm của cạnh SC. Mặt phẳng(BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện $(\mathscr{H}_1)$ và $(\mathscr{H}_2)$, trong đó $(\mathscr{H}_1)$ chứa điểm C. Thể tích khối $(\mathscr{H}_1)$ là

A. $\dfrac{7\sqrt{6}a^3}{36}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{6}a^3}{72}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{6}a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

✍**Lời giải.**



Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có $SO\perp(ABCD)$ và $\widehat{SAO}=60^\circ$.

Tam giác SOA vuông tại O có $\widehat{SAO}=60^\circ$ nên $SO=OA\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

$\Rightarrow V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.
Gọi E là giao điểm của MN và SD; F là giao điểm của BM và AD.
Ta có $V_{(\mathscr{H}_2)} = V_{SABF} + V_{SBEF} + V_{SBNE}$ và $V_{(\mathscr{H}_1)} = V - V_{(\mathscr{H}_2)}$.

— $V_{SABF} = \frac{1}{4}V$.

— $\frac{V_{SBEF}}{V_{SBDF}} = \frac{SE}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{SBEF} = \frac{2}{3}V_{SBDF} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{1}{6}V$.

— $\frac{V_{SBNE}}{V_{SBCD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SE}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SBNE} = \frac{1}{3}V_{SBCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{6}V$.

Suy ra $V_{(\mathscr{H}_2)} = \frac{1}{4}V + \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V = \frac{7}{12}V$.

Vậy $V_{(\mathscr{H}_1)} = V - V_{(\mathscr{H}_2)} = V - \frac{7}{12}V = \frac{5}{12}V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

Chọn đáp án D □

Câu 254. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(6;-7;0)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(-3;8;-3)$. **D.** $(0;3;-2)$.

Lời giải.

Gọi $M = d \cap AB \Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t)$.
$\vec{u}_d = (2;1;-1)$, $\overrightarrow{AM} = (2t;t-3;-t+3)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AM} \perp \vec{u_d} \Leftrightarrow 2 \cdot 2t + t - 3 - (-t+3) = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (2;-2;2) = 2(1;-1;1)$ nên có phương trình là $AB\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -1+t \end{cases}$.
Điểm B thuộc đường thẳng AB nên $\Rightarrow B(1+b;2-b;-1+b)$.
$B \in (P) \Leftrightarrow (1+b)+(2-b)+2(-1+b)+1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.
$\Rightarrow B(0;3;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 255. Trong không gian Oxy, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases}$, $d'\colon \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1+t' \\ z = 2+t' \end{cases}$. Đường thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-3}$. **B.** $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d qua điểm $M(1;2;0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;-1;1)$.
Đường thẳng d' qua điểm $N(0;1;2)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{v}(2;1;1)$.
Ta có $\left[\vec{u}, \vec{v}\right] \cdot \overrightarrow{MN} = 7 \neq 0$ nên d và d' là hai đường thẳng chéo nhau.
Đường thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất nên AB chính là đoạn vuông góc chung của d và d'.
$A \in d \Rightarrow A(1+t;2-t;t)$, $B \in d' \Rightarrow B\left(2t';1+t';2+t'\right)$, $\overrightarrow{AB}\left(2t'-t-1;t'+t-1;t'-t+2\right)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp d \\ \overrightarrow{AB} \perp d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-t-1-\left(t'+t-1\right)+t'-t+2 = 0 \\ 2\left(2t'-t-1\right)+t'+t-1+t'-t+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-3t = -2 \\ 6t'-2t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = \frac{1}{2} \\ t = 1. \end{cases}$$

Suy ra $A(2;1;1)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=2\overrightarrow{AB}=(-2;1;3)$, nên có phương trình là $\Delta\colon \dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 256. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E,F sao cho độ dài đoạn thẳng EF lớn nhất

A. $m=1$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\dfrac{1}{3}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi $h=\mathrm{d}(I,d)$ là khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d. Khi đó $EF=2\sqrt{R^2-h^2}=2\sqrt{9-h^2}$.

Suy ra EF lớn nhất khi và chỉ khi h nhỏ nhất.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-1;m)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{AI}=(0;2;2-m)$, $\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right]=(2+m;2-m;-2)$.

Suy ra $h=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{2m^2+12}}{\sqrt{6}}\geqslant\sqrt{2}$.

Do đó h nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $m=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 257. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4$. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc (S) sao cho khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Oxz) lớn nhất. Giá trị của biểu thức $P=x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

✍**Lời giải.**

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm $I(1;3;2)$ của mặt cầu (S) và vuông góc với (Oxz).

Phương trình tham số của $d\colon \begin{cases}x=1\\y=3+t\\z=2\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Gọi A,B lần lượt là giao điểm của d và (S) suy ra $A(1;5;2)$, $B(1;1;2)$.

Ta có: $d(A;(Oxz))>d(B;(Oxz))$.

Theo đề bài thì $N\equiv A\Rightarrow N(1;5;2)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=8$.

Chọn đáp án B □

Câu 258. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Gọi $I=\Delta\cap d\Rightarrow I\in d\Rightarrow I(1+t;2+t;3+t)$.

$\overrightarrow{MI}=(t;t;1+t)$.

Do $MI\parallel(P)$ nên $\overrightarrow{MI}.\vec{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow t-t+(1+t)=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{MI}=(-1;-1;0)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;2)$ và I có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI}=(-1;-1;0)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2.\end{cases}$

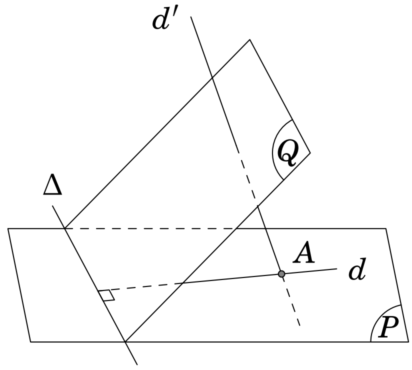
Chọn đáp án A □

Câu 259. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon z-1=0$ và $(Q)\colon x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt đường thẳng $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-t\\y=t\\z=1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Đặt $\vec{n}_P=(0;0;1)$ và $\vec{n}_Q=(1;1;1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q).
Do $\Delta=(P)\cap(Q)$ nên Δ có một véc-tơ chỉ phương
$\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(-1;1;0)$.
Đường thẳng d nằm trong (P) và $d\perp\Delta$ nên d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=[\vec{n}_P,u'_\Delta]=(-1;-1;0)$.
Gọi $d'\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và $A=d'\cap d\Rightarrow A=d'\cap(P)$.
Xét hệ phương trình $\begin{cases}z-1=0\\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=1\\y=0\\x=3.\end{cases}$



Như vậy $A(3;0;1)$, do đó phương trình đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=1.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 260. Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{4}$ và đi qua điểm $M(0;3;9)$. Biết điểm I có hoành độ là số nguyên và cách đều hai mặt phẳng $x-2y+2z+2=0$, $3x-2=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=\sqrt{88}$. **B.** $(x-4)^2+(y-6)^2+(z-9)^2=5$.
C. $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=88$. **D.** $x^2+y^2+(z-1)^2=73$.

Lời giải.

Vì tâm I thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{4}$ nên $I=(2t;3t;1+4t)$.
Vì I cách đều hai mặt phẳng $x-2y+2z+2=0$ và $3x-2=0$ nên:
$\dfrac{|(2t)-2(3t)+2(1+4t)+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{|3(2t)-2|}{\sqrt{3^2}}$
$\Leftrightarrow|2t+2|=|3t-1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\Rightarrow I(6;9;13)\\ t=-\dfrac{1}{5}\Rightarrow I\left(-\dfrac{2}{5};-\dfrac{3}{5};\dfrac{1}{5}\right).\end{array}\right.$
Vì điểm I có hoành độ là số nguyên, do đó $I(6;9;13)$.
$\Rightarrow IM=\sqrt{(-6)^2+(3-9)^2+(9-13)^2}=\sqrt{88}$.
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=88$.
Chọn đáp án C □

Câu 261. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$, mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z+1=0$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), N là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Tọa độ điểm N là

A. $N\left(2;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(2;\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$. **C.** $N\left(2;\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $N\left(2;-\dfrac{5}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d' là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2t\\z=-2t.\end{cases}$
Tọa độ điểm M ứng với t là nghiệm phương trình:
$(1+t)-2(-2t)-2(-2t)+1=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{2}{9}\Rightarrow M\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{4}{9};\dfrac{4}{9}\right)$.
Như vậy $IM=\dfrac{2}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của N trên d thì $S_{\triangle IMN}=\dfrac{1}{2}IM.NH=\dfrac{1}{3}NH$.
Do đó, diện tích tam giác IMN nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài NH nhỏ nhất.
N là điểm thuộc đường thẳng d nên $N(2;n;1+n)\Rightarrow \overrightarrow{IN}(1;n;1+n)$.
Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(1;-2;-2)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{IN},\overrightarrow{u'}\right]=(2;n+3;-n-2)$ nên

$$NH=\mathrm{d}(N;d')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IN},\overrightarrow{u'}\right]\right|}{|\overrightarrow{u'}|}=\frac{\sqrt{2^2+(n+3)^2+(-n-2)^2}}{3}=\frac{\sqrt{2\left(n+\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}}}{3}\geq\frac{1}{2}.$$

Như vậy, NH nhỏ nhất là bằng $\dfrac{1}{2}$ khi và chỉ khi $n=-\dfrac{5}{2}\Rightarrow N\left(2;-\dfrac{5}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 262. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2\colon \begin{cases}x=4+4t\\y=3-t\\z=2+2t\end{cases}$.
Giá trị của m để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau là

A. $m=-\dfrac{25}{8}$. **B.** $m=\dfrac{25}{8}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải.

Δ_1 qua $M_1(8;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;4;m-1)$; Δ_2 qua $M_2(4;3;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(4;-1;2)$.
Ta có $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(m+7;4m-8;-18)\neq\vec{0}$ nên hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương.
Mà $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\cdot\overrightarrow{M_1M_2}=16m-50$.
Δ_1 và Δ_2 cắt nhau khi $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\cdot\overrightarrow{M_1M_2}=0\Leftrightarrow 16m-50=0\Leftrightarrow m=\dfrac{25}{8}$.

Chọn đáp án B □

Câu 263. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $2x-2z+1=0$. **B.** $2y-2z+1=0$. **C.** $2x-2y+1=0$. **D.** $2y-2z-1=0$.

Lời giải.

d_1 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)$ và đi qua điểm $A(2;0;0)$. Đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;-1)$ và đi qua điểm $B(0;1;2)$. $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(0;1;-1)$, trung điểm của AB là $I\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$.
Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 suy ra (P) đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $(0;1;-1)$.
Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $y-\dfrac{1}{2}-(z-1)=0\Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 264. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $2x+y-2z-10=0$. **B.** $2x+2y+z-18=0$. **C.** $x-2y+2z-1=0$. **D.** $2x+y+2z-19=0$.

Lời giải.

Gọi véc-tơ của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(a;b;c)$, $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$. Phương trình mặt phẳng (P): $a(x-4)+b(y-3)+c(z-4)=0$.
Vì $(P)\parallel\Delta$ nên $-3a+2b+2c=0\Rightarrow 3a=2(b+c)$.
Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $\dfrac{|-3a-b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3\Leftrightarrow 9(a^2+b^2+c^2)=(3a+b+c)^2(*)$. Thay $3a=2(a+b)$ vào (*) được $4(b+c)^2+9(b^2+c^2)=9(b+c)^2\Leftrightarrow 2b^2-5bc+2c^2=0\Leftrightarrow(2b-c)(b-2c)=0$.
• Trường hợp 1: $2b-c=0$, chọn $b=1\Rightarrow c=2;a=2$ $(P)\colon 2x+y+2z-19=0$ (P) không chứa điểm $M(6;2;2)$, $M\in\Delta$ nên $(P)\parallel\Delta$. Vậy chọn $2x+y+2z-19=0$.

• Trường hợp 2: $b-2c=0$, chọn $c=1, b=2 \Rightarrow a=2$. (P): $2x+2y+z-18=0$, (P) chứa điểm $M(6;2;2)$ nên loại.

Chọn đáp án D □

Câu 265. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$, $d_2: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-7=0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.
Gọi A là giao điểm của Δ với d_1, suy ra $A(2t_1-3;-t_1-2;-4t_1-2)$.
Gọi B là giao điểm của Δ với d_2, suy ra $B(3t_2-1;2t_2-1;3t_2+2)$.
Có $\overrightarrow{AB}=(3t_2-2t_1+2;2t_2+t_1+1;3t_2+4t_1+4)$ và mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do Δ vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}$.

$$\Leftrightarrow \frac{3t_2-2t_1+2}{1}=\frac{2t_2+t_1+1}{2}=\frac{3t_2+4t_1+4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases}5t_1-4t_2=3\\5t_1=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t_1=-1\\t_2=-2.\end{cases}$$

Vậy ta suy ra $A(-5;-1;2)$ và $B(-7;-5;-4)$, và đường thẳng Δ: $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

Chọn đáp án B □

Câu 266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+10y-2z-6=0$. Cho m là số thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $y=m$ và $x+z-3=0$ tiếp xúc với mặt cầu (S). Tích tất cả các giá trị của m có thể nhận được bằng

A. -11. **B.** -10. **C.** -5. **D.** -8.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+5)^2+(z-1)^2=36$.
Gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu ta có $I(2;-5;1)$ và $R=6$.
Gọi Δ là đường thẳng là giao của hai mặt phẳng $y=m$ và $x+z-3=0$.
Mà $x+z-3=0 \Leftrightarrow z=3-x$. Đặt $x=t$ ta suy ra phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=t\\y=m\\z=3-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.
Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ, ta chọn $\vec{u}(1;0;-1)$ và điểm $M_0(0;m;3)$ thuộc Δ.
Để Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) khi $\mathrm{d}(I,\Delta)=R$. Mà $\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{IM_0}\right]\right|}{|\vec{u}|}$.
Ta có $\overrightarrow{IM_0}(-2;m+5;2)$ nên $\left[\vec{u};\overrightarrow{IM_0}\right]=(m+5;0;m+5)$ suy ra $\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{IM_0}\right]\right|=\sqrt{2(m+5)^2}$.
Do đó $\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{\sqrt{2(m+5)^2}}{\sqrt{2}}=|m+5|$. Để thỏa mãn bài toán thì
$|m+5|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m+5=6\\m+5=-6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\m=-11.\end{array}\right.$

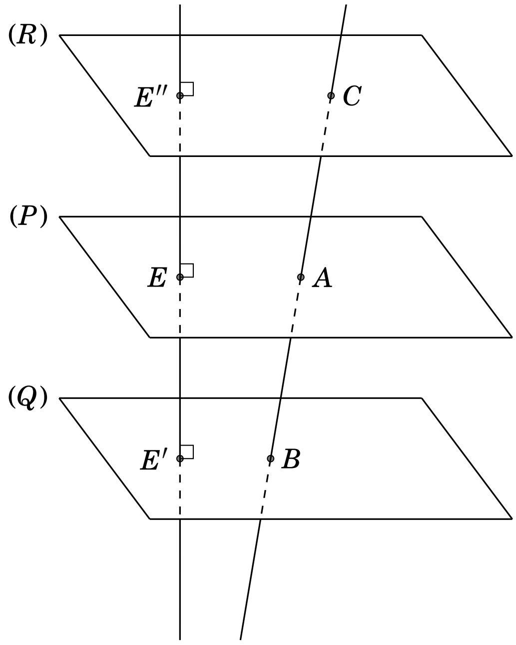
Chọn đáp án A □

Câu 267. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$, $(Q): x-2y+2z-8=0$, $(R): x-2y+2z+4=0$. Một đường thẳng Δ thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $AB+\dfrac{96}{AC^2}$ là

A. $\dfrac{41}{3}$. **B.** 99. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải.

Dễ thấy các mặt phẳng (P), (Q) và (R) song song với nhau. Do giả thiết suy ra $\mathrm{d}((R),(P)) = EE'' = 1$ và $\mathrm{d}((P),(Q)) = EE' = 3$.
Theo định lý Ta-lét trong không gian ta có $\dfrac{E''E}{EE'} = \dfrac{AC}{AB}$ suy ra $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow AB = 3AC$.
Đặt $S = AB + \dfrac{96}{AC^2}$ suy ra $S = 3AC + \dfrac{96}{AC^2}$.



Khi đó áp dụng bất đẳng thức AM -GM

$$S = \frac{3AC}{2} + \frac{3AC}{2} + \frac{96}{AC^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{3AC}{2}\cdot\frac{3AC}{2}\cdot\frac{96}{AC^2}} \Leftrightarrow S \geq 18.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\dfrac{3AC}{2} = \dfrac{96}{AC^2} \Leftrightarrow AC^3 = 64 \Leftrightarrow AC = 4$.
Vậy $\min S = 18$ khi $AC = 4$.
Chọn đáp án C □

Câu 268. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{2}$, $d_2\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt hai đường thẳng d_1, d_2 tại B, C. Tính độ dài của đoạn thẳng BC.

A. $\sqrt{17}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{19}$.

✍Lời giải.

- $B \in d_1$ nên $B(1+b;-1-b;2b)$. $C \in d_2$ nên $C(c;1+2c;c)$.
- $\overrightarrow{AB} = (b-4;2-b;2b-5)$ và $\overrightarrow{AC} = (c-5;2c+4;c-5)$.
-

$$\begin{aligned} A,B,C \text{ thẳng hàng } &\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (2-b)(c-5)-(2b-5)(2c+4) = 0 \\ (2b-5)(c-5)-(b-4)(c-5) = 0 \\ (b-4)(2c+4)-(2-b)(c-5) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -5bc-3b+12c+10 = 0 \\ bc-5b-c+5 = 0 \\ 3bc-b-10c-6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -5bc-3b+12c+10 = 0 \\ -28b+7c+35 = 0 \\ 14b-7c-21 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

- Ta có $B(2;-2;2)$ và $C(-1;-1;-1)$ nên $BC = \sqrt{19}$.

Chọn đáp án D □

Câu 269. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = \dfrac{5}{3}$. **B.** $R = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $R = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $R = \dfrac{\sqrt{30}}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d qua $M(1;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;1)$.
Do mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng d nên

$$R=\mathrm{d}(I,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}. \qquad (1)$$

Ta có $\overrightarrow{IM}=(0;0;-2)$; $\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(-2;-4;0)$.
Từ (1) suy ra

$$R=\frac{\sqrt{4+16}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{3}.$$

Chọn đáp án D □

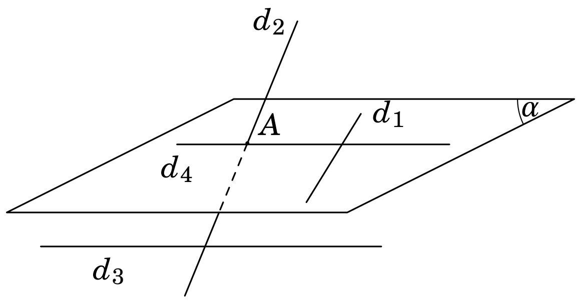
Câu 270. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$; $d_2\colon \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$; $d_3\colon \frac{x+3}{-3}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z+5}{8}$. Viết phương trình đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2.

A. $\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-4}=\frac{z+1}{8}$. **B.** $\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-4}=\frac{z-1}{8}$. **C.** $\frac{x+1}{-3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z}{8}$. **D.** $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z}{8}$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và song song d_3.
Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;3;-1)$ và đi qua $M(1;0;-1)$.
Đường thẳng d_3 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3=(-3;-4;8)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

$$\vec{n}_\alpha=\left[\vec{u}_1,\vec{u}_3\right]=(20;-13;1).$$



Mặt phẳng (α) qua $M(1;0;-1)$ có phương trình

$$\begin{aligned}&(\alpha)\colon 20(x-1)-13(y-0)+1(z+1)=0\\ \Leftrightarrow\ & 20x-13y+z-19=0.\end{aligned}$$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d_2 và mặt phẳng (α).
Ta có $A(-2+t;1-2t;2t)$ thuộc (α) nên ta có phương trình

$$20(-2+t)-13(1-2t)+2t-19=0\Leftrightarrow t=\frac{3}{2}.$$

Khi đó $A(-\frac{1}{2};-2;3)$ và tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình $\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-4}=\frac{z+1}{8}$.
Chọn đáp án A □

Câu 271. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;1;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;2;-1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $a>0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{17}{6}$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. $T=5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=7$. **D.** $T=6$.

Lời giải.

Gọi $D(1+2t;-1+t;2+3t)\in\Delta$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-2;3;0)\\ \overrightarrow{AC}=(-2;1;-1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-2;4)$ và $\overrightarrow{AD}=(-1+2t;-2+t;2+3t)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}=4t+15$.

Theo đề bài

$$\begin{aligned} & V_{ABCD} = \frac{17}{6} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right| = \frac{17}{6} \\ \Leftrightarrow\ & |4t+15| = 17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{2} \\ t = -8. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Do $a > 0$ nên $D\left(2;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$.

Khi đó $T = a+b+c = 2-\frac{1}{2}+\frac{7}{2} = 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 272. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ và mặt phẳng (P): $2x+y-2z-1=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên (d), bán kính bằng 3 và tiếp xúc (P) là

A. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 9$ hoặc $(x+3)^2+(y+4)^2+(z+2)^2 = 9$.

B. $(x+3)^2+(y+4)^2+(z+1)^2 = 9$ hoặc $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 9$.

C. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 9$ hoặc $(x+3)^2+(y-4)^2+(z+1)^2 = 9$.

D. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 9$ hoặc $(x+3)^2+(y+4)^2+(z+1)^2 = 9$.

✍**Lời giải.**

Gọi tâm mặt cầu có cần tìm có dạng $I(1+2t;2t;-1)$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên

$$\begin{aligned} & \mathrm{d}(I,(P)) = R \\ \Leftrightarrow\ & \frac{|2(1+2t)+2t+2-1|}{\sqrt{2^2+1+2^2}} = 3 \\ \Leftrightarrow\ & |6t+3| = 9 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} 6t+3 = 9 \\ 6t+3 = -9 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Khi đó có hai điểm $I(3;2;-1)$ và $I(-3;-4;-1)$.

Vậy có hai mặt cầu thỏa mãn bài toán

$(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 9$ hoặc $(x+3)^2+(y+4)^2+(z+1)^2 = 9$.

Chọn đáp án D □

Câu 273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$ và mp(P): $2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua hai điểm A,B và vuông góc mp(P).

A. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 14t \\ z = -2+14t \end{cases}$.

B. $2x-y+2z+2=0$.

C. $3x+14y+4z+5=0$.

D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -t \\ z = -2+2t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-1;5)$, $\overrightarrow{n}_{(P)} = (2;-1;2)$.

$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{n}_{(P)}\right] = (3;14;4)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) qua hai điểm A,B và vuông góc mp(P) nên có vec-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(P)} = (2;-1;2)$. Khi đó có phương trình:

$$3(x-1)+14(y-0)+4(z+2) = 0 \Leftrightarrow 3x+14y+4z+5 = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Mặt cầu có tâm nằm trên d và đi qua hai điểm M và $N(1;1;1)$. Tâm mặt cầu có tọa độ là

A. $(-1;1;2)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};4;-2\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{19}{18};\dfrac{8}{9};\dfrac{31}{18}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{19}{18};\dfrac{8}{9};\dfrac{37}{18}\right)$.

✍Lời giải.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}\\ 2x-y+2z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-1\\z=3.\end{cases}$$

Vì tâm mặt cầu cần tìm có nằm trên đường thẳng d nên có tâm dạng $I(-2+t;-1+2t;3-t)$.
Vì mặt cầu đi qua 2 điểm $M(-2;-1;3)$ và $N(1;1;1)$ nên

$$\begin{aligned}&IM=IN\\ \Leftrightarrow\ & t^2+4t^2+t^2=(t-3)^2+(2-2t)^2+(2-t)^2\\ \Leftrightarrow\ & t=\frac{17}{18}.\end{aligned}$$

Khi đó, tâm mặt cầu cần tìm là $I\left(-\dfrac{19}{18};\dfrac{8}{9};\dfrac{37}{18}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 275. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$; $d_2\colon\begin{cases}x=t\\y=1-2t\\z=1+3t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d cắt d_1 và d_2 đồng thời song song với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-3}{-2}$.

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=3+4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3+4t\\z=2-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=3+4t\\z=2-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=2-2t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi $d\cap d_1=A$ và $d\cap d_2=B$, nên tọa độ A,B có dạng $A(k;-1+2k;k)$ và $B(t;1-2t;1+3t)$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(t-k;2-2t-2k;1+3t-k)$.
Vì $d\parallel\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{v}_\Delta=(1;4;-2)$ tương đương với

$$\Leftrightarrow \frac{t-k}{1}=\frac{2-2t-2k}{4}=\frac{1+3t-k}{-2}\Leftrightarrow\begin{cases}6t-2k=2\\5t-3k=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\k=2.\end{cases}$$

Vậy $A(2;3;2),\overrightarrow{AB}=(1;4;-2)$ hay phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=2+t\\y=3+4t\\z=2-2t.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$, với $a,b,c>0$. Biết rằng (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ theo các giao tuyến là các đường tròn có bán kính $r=5$ và mặt cầu (S) đi qua điểm $M(0;1;2)$. Tính tổng $a+b+c+d$.

A. 25. **B.** 75. **C.** 40. **D.** 10.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$.
Vì mặt cầu (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ theo các giao tuyến là các đường tròn có bán kính $r=5$ nên khoảng cách từ tâm $I(a;b;c)$ đến các mặt phẳng tọa độ bằng nhau, hay $a=b=c>0$.
Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}&IM^2=\mathrm{d}(I,(P))^2+r^2\\ \Leftrightarrow\ & a^2+(a-1)^2+(a-2)^2=a^2+25\\ \Leftrightarrow\ & a^2-3a-10\\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{aligned}a&=5\\a&=-2.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Vậy $a = b = c = 5$ và $d = 25$, suy ra $a + b + c + d = 40$.
Chọn đáp án C □

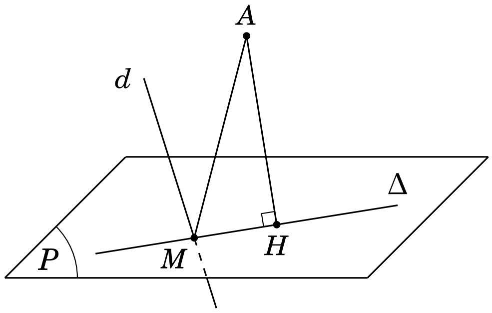
Câu 277. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{3}$, điểm $A(2;2;4)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) cắt d sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ lớn nhất.

A. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$.
C. $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-4}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải.
Gọi M là giao điểm của d và (P). Khi đó,

- $M \in d \Rightarrow M(1+t;2t;1+3t)$.
- $M \in (P) \Rightarrow 1+t+2t+1+3t-2=0 \Leftrightarrow t=0$.

Suy ra, $M(1;0;1) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-1;-2;-3)$.
Từ giả thiết Δ nằm trong (P) và cắt $d \Rightarrow M \in \Delta$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ.



Ta có $\mathrm{d}(A,\Delta) = AH \leqslant AM$. Do đó, $\mathrm{d}(A,\Delta)$ lớn nhất khi $\Delta \perp AM$.
Khi đó, đường thẳng Δ nhận $\left[\overrightarrow{AM}, \vec{n}_P\right] = (1;-2;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Suy ra, $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-1}{1} \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$.
Chọn đáp án B □

Câu 278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$, đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và khoảng cách từ A đến (Q) lớn nhất. Tính thể tích khối tứ diện tạo bởi (Q) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz.

A. $\dfrac{1}{36}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{18}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-1)$. Gọi H là hình chiếu của A trên $\Delta \Rightarrow H(1+2t;t;-1-t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t;t+1;-2-t)$.
Ta có $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u} = 0 \Rightarrow 4t+t+1+t+2=0 \Rightarrow t = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(-1;\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.
Mặt khác ta có $\mathrm{d}_{(A;(Q))} \le AH$ nên $\mathrm{d}_{(A;(Q))}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $AH \Leftrightarrow (Q) \perp AH$.
Khi đó (Q) đi qua $M(1;0;-1) \in \Delta$ và có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AH} = \left(-1;\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right) \Rightarrow (Q)\colon 2x-y+3z+1=0$.
$\Rightarrow (Q)$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. lần lượt tại $A\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right); B(0;1;0); C\left(0;0;-\dfrac{1}{3}\right)$.
$\Rightarrow V_{OABC} = \dfrac{1}{6}\cdot OA\cdot OB\cdot OC = \dfrac{1}{6}\cdot\left|-\dfrac{1}{2}\right|\cdot|1|\cdot\left|-\dfrac{1}{3}\right| = \dfrac{1}{36}$.
Chọn đáp án A □

Câu 279. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$, cắt d và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là phương trình nào dưới đây?

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.
C. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

— **Cách 1:** Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} B \in d \\ B \in \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(3+t;3+3t;2t) \\ \overrightarrow{AB} = (2+t;1+3t;2t+1) \text{ là véc-tơ chỉ phương của } \Delta. \end{cases}$
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1;1;-1)$.
Vì $\Delta \parallel (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-2t-1=0 \Leftrightarrow 2t=-2 \Leftrightarrow t=-1$.
Vậy đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và nhận véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1;-2;-1)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

— **Cách 2:** Gọi (β) là mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ và song song với (α) nên có phương trình $x+y-z-4=0$.
Gọi $B = d \cap (\beta)$. Khi đó, tọa độ x,y,z của B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2} \\ x+y-z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y=6 \\ 2x-z=6 \\ x+y-z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=-2. \end{cases}$$

Suy ra $B(2;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 280. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)4x+y+2z+1=0$ và điểm $M(4;2;1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

A. $M'(-4;0;-3)$. **B.** $M'(-4;-4;-1)$. **C.** $M'(4;2;1)$. **D.** $M'(-2;0;5)$.

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu của M lên (P).
Ta có véc-tơ chỉ phương của AH là $\vec{u} = (4;1;2)$.
Phương trình đường thẳng AH là $\begin{cases} x=4+4t \\ y=2+t \\ z=1+2t. \end{cases}$
Do $H \in (P)$ nên ta có $4(4+4t)+(2+t)+2(1+2t)+1=0 \Leftrightarrow t=-1$.
Suy ra $H(0;1;-1)$.
Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P).
Suy ra H là trung điểm của MM'.
Suy ra toạ độ điểm $M'(-4;0;-3)$.
Chọn đáp án A □

Câu 281. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;3;-2)$, $C(0;4;2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\begin{cases} x=\dfrac{8}{3}+26t \\ y=\dfrac{5}{3}+22t \\ z=\dfrac{4}{3}+27t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+26t \\ y=2+22t \\ z=\dfrac{9}{4}+27t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\dfrac{11}{6}+14t \\ y=\dfrac{1}{6}+22t \\ z=27t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+26t \\ y=2+38t \\ z=\dfrac{9}{4}+27t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB} = (2;5;-6)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;6;-2)$.
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $M\left(4;\dfrac{1}{2};1\right)$.
Gọi N là trung điểm của AC suy ra $N\left(\dfrac{3}{2};1;3\right)$.
Mặt phẳng trung trực của AB là $(P)\colon 4x+10y-12z-9=0$.
Mặt phẳng trung trực của AC là $(Q)\colon 6x-12y+4z-9=0$.
Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (26;22;27)$.
Điểm $M\left(4;2;\dfrac{9}{4}\right) \in (P)\cap(Q)$.
Chọn đáp án B □

Câu 282. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

✍Lời giải.

Có: (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0 \Rightarrow \begin{cases} I(1;1;0) \\ R=1 \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Ta có: $A(1;0;0)\in(S)$ suy ra nếu tồn tại (P) thì (P) tiếp xúc với (S) tại A.

$\begin{cases} A\in(P) \\ \text{Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là } \overrightarrow{IA} \end{cases} \Rightarrow (P)\colon y=0.$

Ta thấy $B(0;0;2)\in(P)$ suy ra có duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chú ý: Bài toán này thường sẽ có hai mặt phẳng thỏa mãn, nhưng với số liệu của bài này thì chỉ có một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 283. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=2 \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua $A(0;1;1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{4}$. **C.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;2;1)$.

Gọi B là giao điểm của Δ và d_2, nên $B(t;-t;2)$, suy ra $\overrightarrow{AB}=(t;-t-1;1)$.

Do Δ vuông góc với d_1 nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow -2t+2(-t-1)+1=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{4}$.

Do đó $\overrightarrow{AB}\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{3}{4};1\right)$, suy ra Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(-1;-3;4)$.

Vậy phương trình Δ là: $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=25$. Gọi $A(x_A;y_A;z_A)$ và $B(x_B;y_B;z_B)$ là hai điểm thuộc mặt cầu thỏa mãn biểu thức $T=2(x_A-x_B)+(y_A-y_B)-2(z_A-z_B)$ đạt giá trị lớn nhất. Trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $-y+4z+5=0$. **B.** $-x+5y-6z-10=0$.
C. $x+3y+2z+3=0$. **D.** $x+3y-7z+10=0$.

✍Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= 2(x_A-x_B)+(y_A-y_B)-2(z_A-z_B) \\ &= 2(x_A-1)+y_A-2(z_A+2)+2(1-x_B)-y_B+2(z_B+2) \\ &\le \sqrt{9\cdot\left[(x_A-1)^2+y_A^2+(z_A+2)^2\right]}+\sqrt{9\cdot\left[(x_B-1)^2+y_B^2+(z_B+2)^2\right]} \\ &\le 15+15. \quad (1) \end{aligned}$$

Đẳng thức (1) xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_A-1}{2}=\dfrac{y_A}{1}=\dfrac{z_A+2}{-2} \\ \dfrac{x_B-1}{2}=\dfrac{y_B}{1}=\dfrac{z_B+2}{-2} \end{cases} \Rightarrow (AB)\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=-2-2t. \end{cases}$

Ta thấy tâm mặt cầu $I(1;0;-2)\in(AB)$.

Do vậy, khi T đạt giá trị lớn nhất thì trung điểm AB là $I(1;0;-2)$.

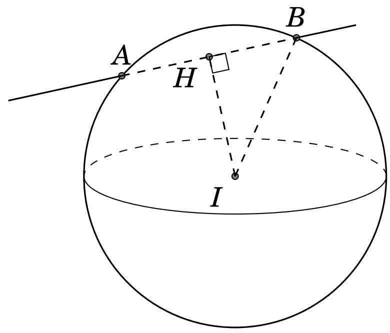
Chọn đáp án C □

Câu 285. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I và bán kính bằng 3 sao cho luôn tiếp xúc với mặt phẳng Oxy. Khi các đường tròn giao tuyến của (S) với hai mặt phẳng tọa độ còn lại có diện tích lớn nhất thì tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng nào?

A. $x+y+z-1=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x-2y+1=0$. **D.** $x+y=0$.

✍Lời giải.
Từ giả thiết ta được tâm I luôn thuộc trục $Oz \Rightarrow I \in (P): x+y=0$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 286. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{6}$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB. Độ dài AB là
A. $2\sqrt{5}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 4.

✍Lời giải.
Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó
$$AB=2\sqrt{IB^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(I;d)}.$$
d đi qua điểm $M(3;2;0)$ và $\vec{u}_d=(2;3;6)$. Vậy
$$\mathrm{d}(I;d)=\frac{\left|[\overrightarrow{IM};\vec{u}_d]\right|}{|\vec{u}_d|}.$$


Ta có $\overrightarrow{IM}=(2;1;0)\Rightarrow[\overrightarrow{IM};\vec{u}_d]=(6;-12;4)$. Vậy $\left|[\overrightarrow{IM};\vec{u}_d]\right|=14$.
Mà $|\vec{u}_d|=\sqrt{2^2+3^2+6^2}=7\Rightarrow \mathrm{d}(I;d)=2$.
Vậy $AB=2\sqrt{3^2-2^2}=2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 287. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=36$. Số mặt phẳng (P) chứa trục Ox và tiếp xúc với mặt cầu (S) là
A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 0.

✍Lời giải.
Gọi $I(-1;4;-3)$ là tâm mặt cầu. Ta có $\mathrm{d}(I;Ox)=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5<R=6$.
Vậy mặt cầu cắt Ox tại hai điểm phân biệt. Khi đó không có mặt phẳng (P) chứa Ox và tiếp xúc với mặt cầu.
Chọn đáp án (D) □

Câu 288. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 đường thẳng d_1: $\begin{cases}x=3+t\\y=3+2t\\z=-2-t\end{cases}$; $d_2: \dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_3: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là
A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.
C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.
— Ta có (d) có VTCP $\vec{u}_d=\vec{u}_{d_3}=(1;2;3)$. Gọi $H=d\cap d_1$, $K=d\cap d_2$. Khi đó
$$H(3+t;3+2t;-2-t),K\left(5+3t';-1-2t';2-t'\right).$$
$$\overrightarrow{HK}=\left(2+3t'-t;-4-2t'-2t;4-t'+t\right).$$
— Mặt khác $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{HK}$ nên $\dfrac{2+3t'-t}{1}=\dfrac{-4-2t'-2t}{2}=\dfrac{4-t'+t}{3}$.
— Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases}\dfrac{2+3t'-t}{1}=\dfrac{-4-2t'-2t}{2}\\ \dfrac{2+3t'-t}{1}=\dfrac{4-t'+t}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8t'=-8\\10t'-4t=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=-1\\t=-2\end{cases}\Rightarrow H(1;-1;0).$$

— Vậy phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 289. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-19=0$ và điểm $M(4;-3;8)$. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MA với mặt cầu (S) trong đó A là tiếp điểm. Gọi I là tâm của mặt cầu (S). Tính diện tích của tam giác MAI.

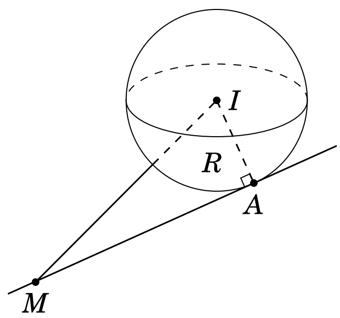
A. 125. **B.** 25. **C.** $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. **D.** 50.

Lời giải.

— Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2), R=\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2+19}=5$.

— $\overrightarrow{MI}=(-3;4;-10) \Rightarrow MI=\sqrt{(-3)^2+4^2+10^2}=5\sqrt{5}$ và $MA=\sqrt{MI^2-IA^2}=\sqrt{125-25}=10$.

— Diện tích tam giác MAI là $S_{\Delta MAI}=\dfrac{1}{2}\cdot IA\cdot MA=\dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot 10=25$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 290. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=18$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=-4+t \end{cases}$, biết d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm tọa độ hai điểm A và B.

A. $A(1;1;-3), B(1;2;0)$. **B.** $A(1;1;3), B(1;-2;0)$.
C. $A(1;1;-3), B(1;-2;0)$. **D.** $A(1;-1;-3), B(1;-2;0)$.

Lời giải.

— Xét phương trình $(1+2)^2+(2-t-1)^2+(-4+t)^2=18 \Leftrightarrow 2t^2-10t+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=4. \end{array}\right.$

— Vậy $A(1;1;-3), B(1;-2;0)$.

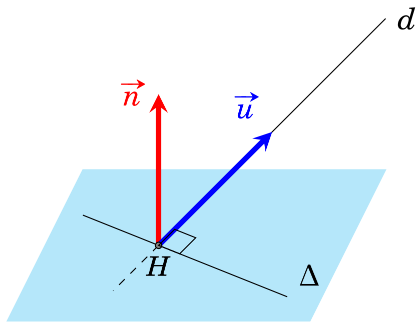
Chọn đáp án (C) □

Câu 291. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng (P): $x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, H là giao điểm giữa d và (P).
Tọa độ của H là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3} \\ x-y+2z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow H(-2;2;5).$$
Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-3)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;2)$.



Vì Δ nằm trong (P), cắt và vuông góc với d nên Δ qua H và có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u},\vec{n}]=(-1;-7;-3)=-(1;7;3)$. Suy ra Δ có phương trình $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 292. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;-6)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{38}$. **C.** 8. **D.** 12.

✍Lời giải.

Giả sử A, B tồn tại. Vì $A\in d_1 \Rightarrow A(1+2a;1-a;-1+a)$, $B\in d_2\Rightarrow B(-2+3b;-1+b;2+2b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(2a-1;2-a;a+5)$, $\overrightarrow{MB}=(3b-4;b;2b+8)$.

Vì M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB}$ cùng phương. Điều này tương đương với

$$\begin{cases}2a-1=k(3b-4)\\2-a=kb\\a+5=k(2b+8)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-3kb+4k=1\\a+kb=2\\a-2kb-8k=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\kb=1\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=2.\end{cases}$$

Vậy $A(3;0;0)$, $B(4;1;6)$ và $AB=\sqrt{(4-3)^2+1^2+6^2}=\sqrt{38}$.

Chọn đáp án B □

Câu 293. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$, $\Delta'\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ'.

A. $d\colon \dfrac{x-1}{-6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{7}$. **B.** $d\colon \dfrac{x+1}{-6}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{7}$.

C. $d\colon \dfrac{x-1}{-6}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{7}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(2;1;-1)$.

Lấy điểm $B(1;0;3)\in\Delta$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và đường thẳng Δ, khi đó (P) có hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta$ và $\overrightarrow{AB}=(0;1;2)$.

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{AB}\right]=(3;-4;2)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng (P)

$$3(x-1)-4(y+1)+2(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-4y+2z-9=0.$$

Tọa độ giao điểm C giữa (P) và Δ' là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}3x-4y+2z-9=0\\\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-4y+2z=9\\2x+y=-1\\x-z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{13}\\y=\dfrac{-15}{13}\\z=\dfrac{27}{13}\end{cases}\Rightarrow C\left(\dfrac{1}{13};\dfrac{-15}{13};\dfrac{27}{13}\right).$$

Dễ thấy, đường thẳng d đi qua A, C và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=\overrightarrow{CA}=\left(\dfrac{12}{13};\dfrac{2}{13};-\dfrac{14}{13}\right)=\dfrac{2}{13}(6;1;-7)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $d\colon \dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 294. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;3;1)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 6.

A. $(S)\colon (x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=8$. **B.** $(S)\colon (x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=10$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=37$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;3;-1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$. Ta có $\overrightarrow{IM}=(1;0;-2)$, $d(I;\Delta)=\dfrac{|[\vec{u};\overrightarrow{IM}]|}{|\vec{u}|}=1$, từ đây suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$. Do đó, phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=10$.

Chọn đáp án C □

Câu 295. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-5}{-4}$ và mặt phẳng $(P):2x-3y+z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P). Tìm toạ độ một véc-tơ chỉ phương của d'.

A. $(9;-10;12)$. **B.** $(-46;15;47)$. **C.** $(9;10;12)$. **D.** $(46;15;-47)$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{u}=(2;3;-4)$, $\vec{n}=(2;-3;1)$ lần lượt là vec-tơ chỉ phương của d và vec-tơ pháp tuyến của (P). Mặt phẳng $(d;d')$ có một vec-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n'}=[\vec{n};\vec{u}]=(9;10;12)$. Đường thẳng d' là giao tuyến của (P) và $(d;d')$ nên có một vec-tơ chỉ chương là $\overrightarrow{u'}=[\overrightarrow{n'};\vec{n}]=(46;15;-47)$.

Chọn đáp án D □

Câu 296. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-1=0$ và điểm $A(0;-2;3)$, $B(2;0;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. $\dfrac{41}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** 3.

✍Lời giải.

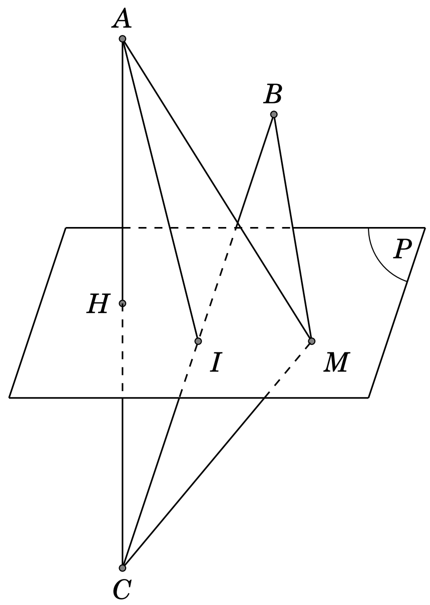
Ta có $(0-2\cdot(-2)+3-1)(2-2\cdot 0+1-1)=12>0$, nên A,B nằm cùng phía với mặt phẳng (P).

Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P).

Khi đó ta có $MA+MB=MC+MB\geq BC$. Dẫn tới $MA+MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M trùng với I là giao điểm của BC với mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng AC là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Toạ độ giao điểm H của AC với mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ $\begin{cases}x-2y+z-1=0\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=0\\z=2\end{cases}$, hay $H(-1;0;2)$.



H là trung điểm AC nên toạ độ C là $C(-2;2;1)$.

Đường thẳng BC đi qua $B(2;0;1)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC}=(-4;2;0)$ là $\begin{cases}x=2-4t\\y=2t\\z=1\end{cases}$.

Toạ độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=2-4t\\y=2t\\z=1\\x-2y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{1}{4}\\x=1\\y=\dfrac{1}{2}\\z=1\end{cases}$, hay $I\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$.

Vậy ta có $a=1;b=\dfrac{1}{2};c=1$, dẫn tới $a^2+b^2+c^2=\dfrac{9}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 297. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=$

$\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x+y-z=0$. **B.** $x+y-z-2=0$. **C.** $x+y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+5=0$.

✍Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên d, dễ thấy $\mathrm{d}(A,(\alpha))\le AK$, dấu "$=$" xảy ra khi $\overrightarrow{AK}$ là véc-tơ pháp tuyến của (α).

Ta có $K(2-t;2t-1;t+1)$, $\overrightarrow{AK}=(-t-1;2t;t+1)$, $\overrightarrow{AK}\cdot\vec{u}_{\mathrm{d}}=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{3}\Rightarrow\overrightarrow{AK}=\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $(x-2)+(y+1)-(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 298. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1\colon\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{2}$, $d_2\colon\frac{x+1}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}}=\frac{y+1}{\frac{9}{2}}=\frac{z-2}{8}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{4}$. **C.** $\frac{x}{9}=\frac{y+1}{-9}=\frac{z-2}{16}$. **D.** $\frac{x}{-9}=\frac{y+1}{9}=\frac{z-2}{16}$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và d_1, $N(1;-2;3)\in d_1$. Ta có $\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_{d_1}\wedge\overrightarrow{MN}=(1;1;0)\Rightarrow(P)\colon x+y+1=0$. Gọi K là giao điểm của (P) và d_2, $K(2t-1;-t+4;3t-2)\in d_2$, $K\in(P)\Rightarrow 2t-1-t+4+1=0\Leftrightarrow t=-4$, ta nhận được $K(-9;8;-14)$. Đường thẳng d là đường thẳng đi qua hai điểm M, K có phương trình $\frac{x}{9}=\frac{y+1}{-9}=\frac{z-2}{16}$.

Chọn đáp án C □

Câu 299. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $(a,b\neq 0)$. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm O,A,B là một đường thẳng có phương trình là

A. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=\frac{a}{2}\\y=\frac{b}{2}\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=a\\y=b\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=at\\y=bt\\z=t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm O,A,B là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB). Dễ thấy tam giác OAB vuông tại O nên $I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};0\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp. Phương trình đường thẳng cần tìm là

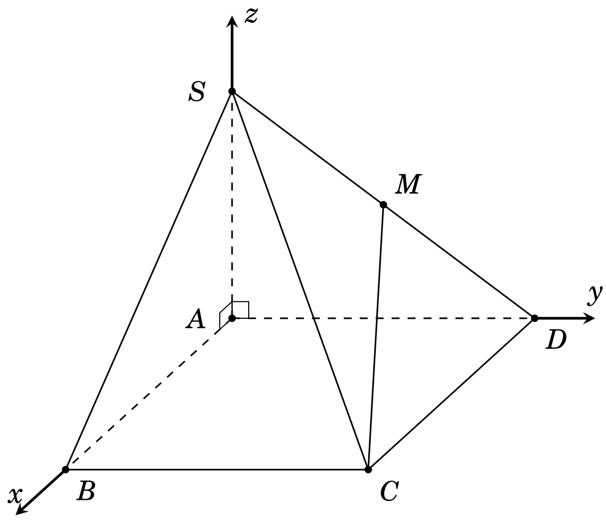
$$\begin{cases}x=\frac{a}{2}\\y=\frac{b}{2}\\z=t\end{cases}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 300. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD. Tính $\mathrm{d}(SB,CM)$.

A. $\mathrm{d}(SB,CM)=\frac{a\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\mathrm{d}(SB,CM)=a\sqrt{2}$. **C.** $\mathrm{d}(SB,CM)=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\mathrm{d}(SB,CM)=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

✍Lời giải.



Gắn hình chóp vào hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O(0;0;0)$, $B(2a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $S(0;0;a)$.
Khi đó $C(2a;2a;0)$, $M\left(0;a;\dfrac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{CM}=\left(-2a;-a;\dfrac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{SB}=(2a;0;-a)$, $\overrightarrow{BC}=(0;2a;0)$.
Ta tính được $\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{CM}\right]=(-a^2;a^2;-2a^2)$, $\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{CM}\right]\cdot\overrightarrow{BC}=2a^3$, $\left|\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{CM}\right]\right|=a^2\sqrt{6}$. Vậy khoảng cách giữa SB và CM là

$$\mathrm{d}(SB,CM)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{CM}\right]\cdot\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{CM}\right]\right|}=\frac{2a^3}{a^2\sqrt{6}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 301. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$. Trong mặt phẳng (Δ_1,Δ_2), hãy viết phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2.

A. $d\colon\begin{cases}x=-1,\\y=2,\\z=-1+t.\end{cases}$ **B.** $d\colon\begin{cases}x=-1+t,\\y=2,\\z=-1+2t.\end{cases}$ **C.** $d\colon\begin{cases}x=-1+t,\\y=2-2t,\\z=-1-t.\end{cases}$ **D.** $d\colon\begin{cases}x=-1+t,\\y=2+2t,\\z=-1.\end{cases}$

✍**Lời giải.**
Hai đường thẳng đã cho cùng đi qua điểm $I(-1;2;-1)$ và có các véc-tơ chỉ phương tương ứng là $\overrightarrow{u_1}(1;2;3)$ và $\overrightarrow{u_2}(1;2;-3)$.
Ta có $\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}=-4<0$, suy ra góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ là góc tù. Lại có $|\overrightarrow{u_1}|=|\overrightarrow{u_2}|$. Kết hợp hai điều này, ta suy ra d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{u_1}-\overrightarrow{u_2}=(0;0;6)=6(0;0;1)$.
Tóm lại, đường thẳng cần tìm đi qua điểm $I(-1;2;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}(0;0;1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 302. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y+2z+6=0$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng?**

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).
C. d song song với (P). **D.** d chứa trong (P).

✍**Lời giải.**
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(1;-3;-1)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(3;-3;2)$. Rõ ràng, $\overrightarrow{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n}$. (1)
Ta có

$$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{n}=1\cdot3+(-3)\cdot(-3)+(-1)\cdot2=10\neq0. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra d cắt và không vuông góc với (P).
Chọn đáp án A □

Câu 303. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2t\\y=-t\\z=-1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng (P): $x-2y-2z+5=0$. Tìm tọa độ điểm H thuộc đường thẳng d, biết rằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 3.

A. $H(0;0;-1)$. **B.** $H(-2;1;-2)$. **C.** $H(2;-1;0)$. **D.** $H(4;-2;1)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $H(2t;-t;-1+t)$ thuộc đường thẳng d.
Ta có

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}(H,(P))=3\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|2t-2\cdot(-t)-2\cdot(-1+t)+5|}{\sqrt{1+4+4}}=3\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|2t+7|}{3}=3\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{aligned}&2t+7=9\\&2t+7=-9\end{aligned}\right.\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{aligned}&t=1\\&t=-8.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Với $t=1$ ta được $H(2;-1;0)$ và với $t=-8$ ta được $H(-16;8;-9)$.
Chọn đáp án C □

Câu 304. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d.

A. $H(3;1;-5)$. **B.** $H(-3;0;5)$. **C.** $H(3;0;-5)$. **D.** $H(2;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình (α) qua A và vuông góc với d là $3(x-1)-1(y-2)+1(z-3)=0\Leftrightarrow 3x-y+z-4=0$.
Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=1-t\\z=-1+t.\end{cases}$
Do $H\in d$ nên $H(2+3t;1-t;-1+t)$.
Mặt khác $H\in(\alpha)$ nên $3(2+3t)-(1-t)+(-1+t)-4=0\Leftrightarrow 11t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(2;1;-1)$.
Chọn đáp án D □

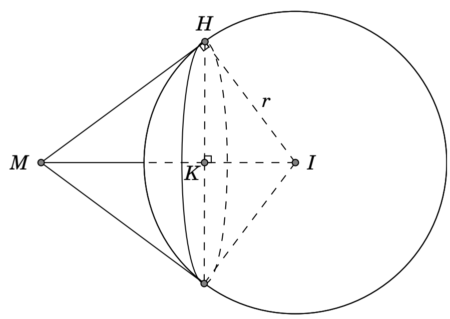
Câu 305. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-5)$, bán kính $r=4$ và điểm $M(1;3;-1)$. Các đường thẳng qua M tiếp xúc với (S) tại các tiếp điểm thuộc đường tròn có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R=\dfrac{12}{5}$. **B.** $R=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $R=3$. **D.** $R=\dfrac{5}{2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi H là tiếp điểm của đường thẳng qua M và tiếp xúc (S) và K là tâm của đường tròn.
Ta có $IM=5, r=IH=4\Rightarrow MH=3$.
Ta giác MHI vuông tại H có HK là đường cao nên

$$R=HK=\frac{3\cdot 4}{5}=\frac{12}{5}.$$



Chọn đáp án A □

Câu 306. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $7x+3ky+mz+2=0$ và (Q): $kx-my+z+5=0$. Khi giao tuyến của (P) và (Q) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):x-y-2z-5=0$ hãy tính $T=m^2+k^2$.

A. $T=10$. **B.** $T=2$. **C.** $T=8$. **D.** $T=18$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(7;3k;m)$, mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(k;-m;1)$, mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha=(1;-1;-2)$.
Mặt phẳng (P), (Q) có giao tuyến khi và chỉ khi $\vec{n}_P\neq k\vec{n}_Q$. (1)
Do giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với (α) nên $(P)\perp(\alpha)$ và $(Q)\perp(\alpha)$.
Do vậy $\begin{cases}\vec{n}_P\cdot\vec{n}_\alpha=0\\ \vec{n}_Q\cdot\vec{n}_\alpha=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7-3k-2m=0\\ k+m-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k=3\\ m=-1\end{cases}$ thỏa điều kiện (1).
Vậy $T=m^2+k^2=10$.
Chọn đáp án A □

Câu 307. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{3}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(5;1;-1)$ và tiếp xúc với d.

A. $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=56$. **B.** $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=54$.
C. $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=\sqrt{56}$. **D.** $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=110$.

✍Lời giải.
Đường thẳng d qua $M(1;-3;5)$ và nhận $\vec{u}=(2;-1;3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Ta có $\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(6;-24;-12)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|=6\sqrt{21}$ và $|\vec{u}|=\sqrt{14}$.
Do mặt cầu tiếp xúc với d nên $R=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3\sqrt{6}$.
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=54$.
Chọn đáp án B □

Câu 308. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d'\colon\begin{cases}x=t\\ y=-t\\ z=2\end{cases}$. Đường thẳng đi qua $A(0;1;1)$ cắt d' và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{4}$. **C.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.

✍Lời giải.
Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d, ta chọn $\vec{u}(-2;2;1)$. Giả sử $d\cap d'=\{B\}$, khi đó tồn tại $t_0\in\mathbb{R}$ sao cho $B(t_0;-t_0;2)$ suy ra $\overrightarrow{AB}(t_0;-t_0-1;1)$. Do giả thiết ta có

$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow(-2)t_0+2(-t_0-1)+1=0\Leftrightarrow-4t_0-1=0\Leftrightarrow t_0=-\frac{1}{4}.$$

Khi đó $\overrightarrow{AB}\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{3}{4};1\right)$, gọi $\vec{v}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thỏa mãn bài toán, ta chọn $\vec{v}(-1;-3;4)$. Khi đó phương trình đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.
Chọn đáp án C □

Câu 309. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng song song $(P)\colon x-2y+2z+6=0$, $(Q)\colon x-2y+2z-10=0$ và có tâm I trên trục tung là

A. $x^2+y^2+z^2+2y-\dfrac{55}{9}=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2y-\dfrac{55}{9}=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+2y-60=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2y+55=0$.

✍Lời giải.
Giả sử tọa độ $I(0;b;0)$ do giả thiết

$$\begin{aligned}d(I;(P))=d(I;(Q))&\Leftrightarrow\frac{|-2b+6|}{3}=\frac{|-2b-10|}{3}\\&\Leftrightarrow|-2b+6|=|-2b-10|\\&\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2b+6=-2b-10\\-2b+6=2b+10\end{array}\right.\Rightarrow b=-1.\end{aligned}$$

Khi đó tọa độ $I(0;-1;0)$ và $d(I;(P))=\dfrac{8}{3}$ nên phương trỉnh mặt cầu (S) là

$$x^2+(y+1)^2+z^2=\frac{64}{9}\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2y-\frac{55}{9}=0$$

Chọn đáp án A □

Câu 310. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(3;1;0)$ cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ điểm $M(1;1;0)$ đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{2}{\sqrt{10}}$. **B.** $\dfrac{6}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$. **D.** $\dfrac{5}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra $OH \perp (P)$ nên $\overrightarrow{OH}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Mà $\overrightarrow{OH}(3;1;0)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-3)+(y-1)=0 \Leftrightarrow 3x+y-10=0$$

Khi đó $\mathrm{d}(M;(P))=\dfrac{|3+1-10|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{6}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 311. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3-7t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+8t\\y=-2+6t\\z=-3-14t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-7t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Lời giải.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-7z+1=0$ nên đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\vec{u}=(4;3;-7)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(4;3;-7)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án C □

Câu 312. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;2;0)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=4+3t\\y=2+t\\z=-1+t\end{cases}$. Đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M trên d. Suy ra $H(4+3t;2+t;-1+t)$. Ta có $\overrightarrow{MH}=(4+3t;t;-1+t)$. véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(3;1;1)$. Khi đó

$$\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}=3(4+3t)+t+(-1+t)=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

Suy ra $\overrightarrow{MH}=(1;-1;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của d nên phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{-2}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 313. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-10=0$ và điểm $M(1;1;-1)$. Giả sử đường thẳng d đi qua M và cắt (S) tại hai điểm P, Q sao cho độ dài đoạn thẳng PQ lớn nhất. Phương trình của d là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{-2}$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=4$. Đường thẳng d qua M cắt (S) tại hai điểm P, Q sao cho độ dài PQ lớn nhất khi và chỉ khi đường thẳng d đi qua tâm I của mặt cầu (S). Khi đó đường thẳng d nhận $\overrightarrow{IM}=(2;-1;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{-2}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 314. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2+at\\ y=1-bt\\ z=2-t\end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases}x=2+3t'\\ y=3-t'\\ z=t'\end{cases}$. Giá trị của a và b sao cho d và d' song song với nhau là

A. $a=-2$, $b=-1$. **B.** $a=3$, $b=2$. **C.** $a=-3$, $b=-1$. **D.** $a=3$, $b=1$.

✍Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_1=(a;-b;-1)$ và véc-tơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_2=(3;-1;1)$. Khi đó

$$d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}\exists k\neq 0\colon \vec{u}_1=k\vec{u}_2\\ d\neq d'\end{cases}\Leftrightarrow \frac{a}{3}=\frac{-b}{-1}=\frac{-1}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\ b=-1.\end{cases}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 315. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm thuộc d cách đều hai điểm A và B.

A. $d\colon\begin{cases}x=1-2t\\ y=5+t\\ z=1+t\end{cases}$. **B.** $d\colon\begin{cases}x=-2+5t\\ y=-1+2t\\ z=3\end{cases}$. **C.** $d\colon\begin{cases}x=6\\ y=-3t\\ z=1+3t\end{cases}$. **D.** $d\colon\begin{cases}x=5-2t\\ y=2-t\\ z=3t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm $AB\Rightarrow I(1;0;1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

Mặt phẳng (Q) qua $I(1;0;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-2;4;0)$ sẽ có phương trình (Q): $-2(x-1)+4y=0\Leftrightarrow x-2y-1=0$.

Tập hợp các điểm cách đều hai điểm A, B là mặt phẳng trung trực của đoạn AB. Do đó đường thẳng cần tìm là giao tuyến của mặt phẳng (Q) và (P).

Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(1;-2;0)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;1;1)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{n}_Q,\vec{n}_P\right]=(-2;-1;3)$.

Chọn điểm $M(5;2;0)\in(P)\cap(Q)\Rightarrow M\in d$.

Vậy phương trình $d\colon\begin{cases}x=5-2t\\ y=2-t\\ z=3t.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 316. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ).

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{16}{3}$.

✍Lời giải.

Gọi B là giao điểm của (Δ) với (d) nên tọa độ điểm B có dạng $B(3+t;3+3t,2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2+t;1+3t;1+2t)$.

Từ (Δ) song song với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_P=0\Leftrightarrow(2+t)+(1+3t)-(1+2t)=0\Leftrightarrow t=-1$ hay $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$.

Ta có $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{6}$, $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{OA}\right]=(-4;0;-4)$.

Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) là $\mathrm{d}(O,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{OA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 317. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2z-7=0$ và điểm $A(1;3;3)$. Qua A vẽ tiếp tuyến AT của mặt cầu (T là tiếp điểm), tập hợp các tiếp điểm T là đường tròn khép kín (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) (phần bên trong mặt cầu).

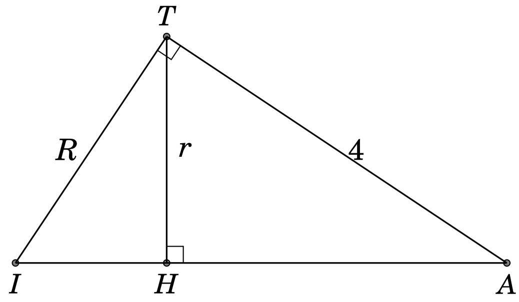
A. $\dfrac{144}{25}$. **B.** 16π. **C.** 4π. **D.** $\dfrac{144\pi}{25}$.

✍Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=3$.

Khi đó $AT=\sqrt{AI^2-R^2}=4$. Do đó T nằm trên mặt cầu tâm A bán kính 4 nên tập hợp các điểm T là đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S) và $S(A;4)$.

Khi đó (C) có bán kính r được tính bởi công thức



$$r=\frac{AT\cdot R}{\sqrt{AT^2+R^2}}=\frac{4\cdot 3}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{12}{5}.$$

Diện tích cần tìm bằng $\pi\cdot r^2=\dfrac{144\pi}{25}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 318. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $d_1\parallel d_2$. **B.** d_1 cắt d_2. **C.** d_1 trùng với d_2. **D.** d_1 chéo d_2.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;-2;1)$, d_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(-2;1;1)$.

Do $\dfrac{1}{-2}\neq\dfrac{-2}{1}$ nên hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương suy ra d_1 và d_2 cắt nhau hoặc chéo nhau.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{1}\\ \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=y=z\\ y+1=-2z\\ x-1=-2y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y+z+1=0\\ x+y+z-1=0.\end{cases}$$

Hệ vô nghiệm nên d_1 và d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án (D) □

Câu 319. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P). Tính OA'.

A. $OA'=5\sqrt{3}$. **B.** $OA'=3\sqrt{26}$. **C.** $OA'=\sqrt{46}$. **D.** $OA'=\sqrt{186}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng AA' qua $A(-1;3;6)$ nhận $\vec{n}_P=(6;-2;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra $AA'\colon\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-6}{1}$. Gọi $H=AA'\cap(P)$.

Tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases}\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-6}{1}\\ 6x-2y+z-35=0\end{cases}\Rightarrow H(5;1;7)$.

Ta có H là trung điểm AA' suy ra $A'(11;-1;8)$. Suy ra $OA'=\sqrt{186}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 320. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+5y-z-2=0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P). Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=-62t\\ y=25t\\ z=2-61t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=-8t\\ y=7t\\ z=-2+11t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x = -8t \\ y = 7t \\ z = 2 + 11t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

✍**Lời giải.**

Gọi A là giao điểm của d và (P), ta có $A(0;0;-2)$.
Chọn $B(12;9;1) \in d$, gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên (P).

Phương trình BB' là $\dfrac{x-12}{3} = \dfrac{y-9}{5} = \dfrac{z-1}{-1}$.

Tọa độ B' là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x-12}{3} = \dfrac{y-9}{5} = \dfrac{z-1}{-1} \\ 3x + 5y - z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow B'\left(\dfrac{186}{35}; -\dfrac{15}{7}; \dfrac{113}{35}\right)$.

Khi đó phương trình Δ cũng chính là phương trình của BB'.

Ta có Δ: $\begin{cases} \text{qua } A(0;0;-2) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (62;-25;61) \text{ cùng phương với } \overrightarrow{AB'} = \left(\dfrac{186}{35}; -\dfrac{15}{7}; \dfrac{183}{35}\right). \end{cases}$

Suy ra Δ: $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án C □

Câu 321. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ giác $ABCD$ có $A(8;6;-7)$, $B(2;-1;4)$, $C(0;-3;0)$, $D(-8;-2;9)$ và đường thẳng Δ: $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và cắt tứ diện $ABCD$ thành 2 phần có thể tích bằng nhau, biết (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (7;b;c)$. Tính $b + c$.

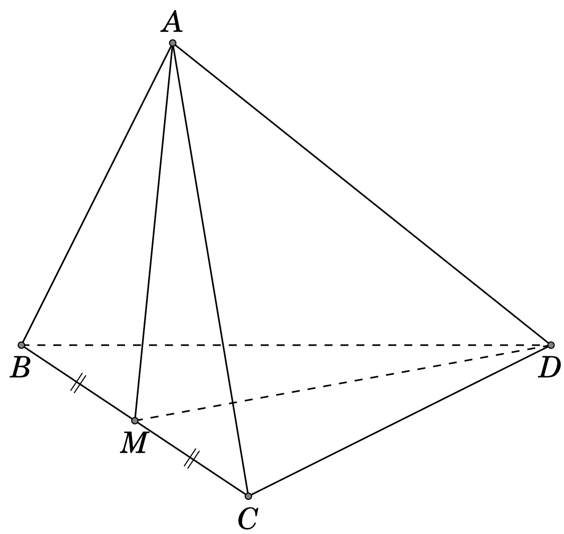
A. 8. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 9.

✍**Lời giải.**

Kiểm tra các điểm ta thấy $A, D \in \Delta$. Mặt phẳng chứa Δ và chia tứ diện thành hai phần có thể tích bằng nhau là mặt phẳng đi qua A, D và trung điểm M của BC.
$M(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AM} = (-7;-8;9)$, $\overrightarrow{AD} = (-16;-8;16)$.
Một trong các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (AMD) bằng

$$\left[\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AD}\right] = (-56;-32;-72) = -8(7;4;9).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (7;4;9)$.
Vậy $a = 4; b = 9$ và $T = a + b = 13$.



Chọn đáp án C □

Câu 322. Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (α) sao cho mọi điểm thuộc d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Do mọi điểm thuộc d đều cách đều A và B nên d nằm trong mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{5}{2}; 1\right)$.

Mặt phẳng (P) qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (P)$: $3x + y - 7 = 0$.
Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (α) nên tọa độ điểm thuộc d thỏa hệ

$$\begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t. \end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 323. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$, $B(1;2;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Hoành độ của điểm M thuộc d sao cho diện tích tam giác MAB có giá trị nhỏ nhất có giá trị bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải.

Điểm M thuộc d có tọa độ là $(t;-1-t;2-2t)$ với $t\in\mathbb{R}$.

Khi đó $\overrightarrow{MA}=(-t;t+2;2t-1)$ và $\overrightarrow{MB}=(1-t;t+3;2t-1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right]=\left(\begin{vmatrix}t+2 & 2t-1\\ t+3 & 2t-1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2t-1 & -t\\ 2t-1 & 1-t\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-t & t+2\\ 1-t & 3+t\end{vmatrix}\right)=(-2t+1;2t-1;-2t-2)$.

Ta có $S_{\triangle MAB}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{2(2t-1)^2+(2t+2)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{12t^2+6}\ge\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $t=0$. Do đó $\triangle MAB$ có diện tích nhỏ nhất bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ khi $M(0;-1;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 324. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta\colon\begin{cases}x=t\\ y=8+4t\\ z=3+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=7$. Phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của Δ trên (P) là

A. $\begin{cases}x=-8+4t\\ y=15-5t\\ z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-8-4t\\ y=5-5t\\ z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-8-4t\\ y=15-5t\\ z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=8+4t\\ y=15-5t\\ z=t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0;8;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có $\vec{v}=[\vec{u},\vec{n}]=\left(\begin{vmatrix}4 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & 4\\ 1 & 1\end{vmatrix}\right)=(2;1;-3)$.

Chú ý rằng véc-tơ chỉ phương của d vuông góc với $\vec{n}$ và $\vec{v}$. Do đó véc-tơ chỉ phương của d là

$$[\vec{n},\vec{v}]=\left(\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & -3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & 1\\ -3 & 2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}\right)=(-4;5;-1).$$

Do $\vec{u}\cdot\vec{n}\neq 0$ nên Δ cắt (P). Giao điểm của (Δ) và (P) có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}x+y+z=7\\ x=t\\ y=8+4t\\ z=3+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\dfrac{4}{7}\\ x=-\dfrac{4}{7}\\ y=\dfrac{40}{7}\\ z=\dfrac{13}{7}.\end{cases}$$

Do đó phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=-\dfrac{4}{7}-4t\\ y=\dfrac{40}{7}+5t\\ z=\dfrac{13}{7}-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A □

Câu 325. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0;-1;3),B(1;-2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;0;-2)$. **B.** $M(3;1;-3)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-1;-1;-1)$.

Lời giải.

Vì $M \in \Delta$ nên $M(1+2t;t;-2-t)$.
Ta có

$$\begin{aligned} MA^2+2MB^2 &= (2t+1)^2+(t+1)^2+(t+5)^2+2\left[(2t)^2+(t+2)^2+(t+3)^2\right] \\ &= 18t^2+36t+53 \\ &= 18(t+1)^2+35 \geq 35, \forall t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của MA^2+2MB^2 là 35, xảy ra khi $t=-1$, khi đó $M(-1;-1;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 326. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x-2z-4=0$ và mặt phẳng (P): $2x+y-2z+61=0$. Điểm M thay đổi trên (S), điểm N thay đổi trên (P). Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

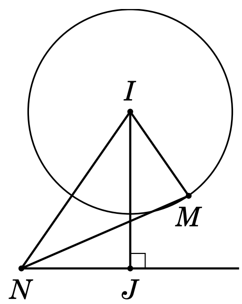
A. 24. **B.** 21. **C.** 3. **D.** 18.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I=(2,0,1)$ và bán kính là $R=3$.
Khoảng cách từ I xuống mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}[I,(P)] = \frac{|2\cdot 2+1\cdot 0-2\cdot 1+61|}{\sqrt{2^2+1+2^2}} = 21 > R,$$

nên mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.



Gọi J là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) ta có $MN+MI \geq IN \geq IJ$ suy ra $MN \geq IJ-R$.
Do đó $MN_{\min} = IJ-R$.
Mặt khác $IJ = \mathrm{d}[I,(P)] = 21$.
Vậy $MN_{\min} = IJ-R = 21-3 = 18$.

Chọn đáp án D □

Câu 327. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $E(-2;7;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x-7y+3z+1=0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=7+7t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=7-7t \\ z=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-t \\ y=7-7t \\ z=1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=7-7t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng α có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-7;3)$.
Vì $\Delta \perp (\alpha)$ nên Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;-7;3)$.
Vậy phương trình tham số Δ là $\begin{cases} x=-2+t \\ y=7-7t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 328. Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $A(-1;-1;-4)$ lên đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Khi đó hoành độ điểm H là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải.

Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=-2t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;-2)$.
$H \in (\Delta) \Rightarrow H(1+t;-1+t;-2t)$.
$\overrightarrow{AH}=(2+t;t;4-2t)$.
H là hình chiếu của A lên $\Delta \Rightarrow \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Leftrightarrow 2+t+t-2\cdot(4-2t)=0 \Leftrightarrow t=1$.
$\Rightarrow H(2;0;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 329. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-6}{4}$ và d': $\begin{cases} x=5+t \\ y=-1-4t \\ z=20+t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm I của d và d'.

A. $I(-3;-2;6)$. **B.** $I(5;-1;20)$. **C.** $I(3;7;18)$. **D.** $I(13;-33;28)$.

✍Lời giải.

Thế d' vào d ta được:

$$\frac{8+t}{2}=\frac{1-4t}{3}=\frac{14+t}{4}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{8+t}{2}=\dfrac{1-4t}{3}\\ \dfrac{1-4t}{3}=\dfrac{14+t}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}24+3t=2-8t\\4-16t=42+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\t=-2\end{cases}\Leftrightarrow t=-2.$$

Vậy $I(3;7;18)$.

Chọn đáp án C □

Câu 330. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là giao tuyến của mặt phẳng (Oyz) với mặt phẳng $(P)\colon 6x-3y+2z-6=0$. Phương trình của d là

A. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{2}$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=-2-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=2t\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=-2+2t\\z=3-3t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có $d=(Oyz)\cap(P)$ nên ta suy ra

d đi qua điểm $A(0;0;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=\left[\vec{i},\vec{n}_P\right]=(0;-2;-3)$ hay $\vec{u'}=(0;2;3)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=0\\y=2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 331. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ, vuông góc với trục hoành và cắt đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. Phương trình Δ là

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=3+t\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=3t\\z=4t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi $A=\Delta\cap d\Rightarrow A(1+t;2-t;1-3t)\Rightarrow\overrightarrow{OA}=(1+t;2-t;1-3t)$.

Δ vuông góc với trục hoành $\overrightarrow{OA}.\vec{i}=0\Leftrightarrow 1.(1+t)+0(2-t)+0(1-3t)=0\Leftrightarrow t=-1$.

Δ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{OA}=(0;3;4)\Rightarrow\Delta\colon\begin{cases}x=0\\y=3t\\z=4t\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 332. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon(x-5)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=36$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+5=0$ tiếp xúc nhau. Tìm tiếp điểm H của (S) và (P).

A. $H(1;-1;-2)$. **B.** $H(-3;-1;0)$. **C.** $H(-3;0;-1)$. **D.** $H(3;-3;-1)$.

✍Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(5;1;3)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua qua $I(5;1;3)$ và vuông góc với $(P)\Rightarrow$ VTCP $\vec{u}_d=\vec{n}_P=(1;2;2)$.

Phương trình $d\colon\begin{cases}x=5+t\\y=1+2t\\z=3+2t\end{cases}$. Khi đó $H=d\cap(P)$.

Tọa độ điểm H là nghiệm phương trình: $5+t+2(1+2t)+2(3+2t)+5=0\Leftrightarrow t=-2$.

Vậy $H(3;-3;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 333. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua A, song song với mặt phẳng (P) và cắt d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-2t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi $B=\Delta\cap d\Rightarrow B(3+t;3+3t;2t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2+t;1+3t;1+2t)$.

Ta có $\Delta\parallel(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_P=0\Leftrightarrow 1(2+t)+1(1+3t)-1(1+2t)=0\Leftrightarrow t=-1$.

Ta suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$.

Vậy $\Delta\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1-t. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 334. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M,N lần lượt là các điểm di động trên d_1,d_2. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

d_1 qua $A(2;-1;-3)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(1;2;2)$.
d_2 qua $B(1;1;-1)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(1;2;2)$.
$\overrightarrow{AB}=(-1;2;2)$.

Nhận xét : $d_1 \parallel d_2$ nên $MN_{\min}=\mathrm{d}(d_1,d_2)=\mathrm{d}(A,d_2)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_2\right]\right|}{|\vec{u}_2|}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 335. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(1;1;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị $T=a+2b+3c$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải.

Vì $S_{\mathrm{MAB}}=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot \mathrm{d}(M,AB)$ nên S_{MAB} nhỏ nhất khi $\mathrm{d}(M,AB)$ nhỏ nhất.

Phương trình của $AB\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2 \end{cases}$. Dễ dàng kiểm tra AB và d chéo nhau.

Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng AB. Khi đó $\mathrm{d}(M,AB)=MH$ nhỏ nhất khi MH là đoạn vuông góc chung của d và AB.
Ta có
$M\in d \Rightarrow M(-1+s;s;1+s)$, $H\in AB \Rightarrow H(t;-1+2t;2)$, $\overrightarrow{MH}=(t-s+1;2t-s-1;1-s)$.
Véc-tơ chỉ phương của d và AB theo thứ tự là $\vec{u}=(1;1;1)$, $\vec{v}=(1;2;0)$.

Vì $\begin{cases} \overrightarrow{MH}\perp\vec{u} \\ \overrightarrow{MH}\perp\vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(t-s+1)+1(2t-s-1)+1(1-s)=0 \\ 1(t-s+1)+2(2t-s-1)+0(1-s)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ s=\dfrac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy $M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3}\right)$. Từ đó $T=\dfrac{1}{3}+2\cdot\dfrac{4}{3}+3\cdot\dfrac{7}{3}=10$.

Chọn đáp án D □

Câu 336. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y-2z+9=0$ và ba điểm $A(2;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;3;-1)$. Điểm $M\in(\alpha)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_M+y_M+z_M=1$. **B.** $x_M+y_M+z_M=4$. **C.** $x_M+y_M+z_M=3$. **D.** $x_M+y_M+z_M=2$.

Lời giải.

Gọi $G(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}-4\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. Ta có

$\overrightarrow{GA}=(2-a;1-b;-c)$, $\overrightarrow{GB}=(-a;2-b;1-c)$, $\overrightarrow{GC}=(1-a;3-b;-1-c)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(2-a)+3(-a)-4(1-a)=0 \\ 2(1-b)+3(2-b)-4(3-b)=0 \\ 2(-c)+3(1-c)-4(-1-c)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-4 \\ c=7 \end{cases} \Rightarrow G(0;-4;7).$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC} &= 2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)-4\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right) \\ &= \overrightarrow{MG}+\left(2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}-4\overrightarrow{GC}\right)=\overrightarrow{MG}. \end{aligned}$$

Từ đó $\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MG}\right|$, đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên (α).

Phương trình của đường thẳng d qua G và vuông góc với (α) là $\begin{cases}x=2t\\y=-4+t\\z=7-2t\end{cases}$.

Điểm M là giao của d và (α). Giải hệ $\begin{cases}x=2t\\y=-4+t\\z=7-2t\\2x+y-2z+9=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\\z=5\end{cases}\Rightarrow M(2;-3;5)$.

Vậy $x_M+y_M+z_M=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 337. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), đường thẳng nào cách B một khoảng cách nhỏ nhất?

A. $\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{26}=\dfrac{y-1}{11}=\dfrac{z+3}{-2}$.

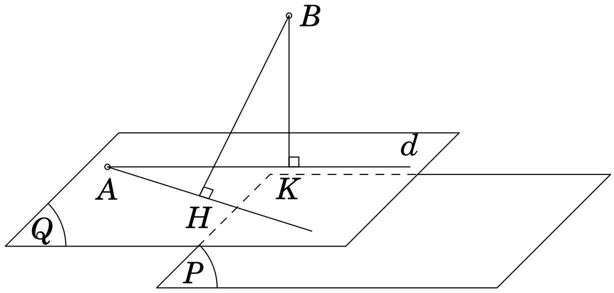
Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua $A(-3;0;1)$ và song song với $(P)\colon x-2y+2z-5=0$.

$\Rightarrow (Q)\colon x-2y+2z+1=0$ và $d\subset(Q)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B lên d và (Q) thì $BH\geqslant BK$.



Do đó $\mathrm{d}(B;d)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $H\equiv K$.

Đường thẳng BK đi qua $B(1;-1;3)$ và vuông góc với $(Q)\Rightarrow BK\colon\begin{cases}x=1+t\\y=-1-2t\\z=3+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Ta có $K=BK\cap(Q)\Rightarrow K\left(-\dfrac{1}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right)$.

Đường thẳng d qua A và nhận $\overrightarrow{AK}=\left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};-\dfrac{2}{9}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương

nên $d\colon\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 338. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1), B(-1;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

A. $\Delta\colon\begin{cases}x=-1+t\\y=t\\z=3-t\end{cases}$. **B.** $\Delta\colon\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\Delta\colon\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\Delta\colon\begin{cases}x=3+t\\y=4+t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{OA}=(1;0;1), \overrightarrow{OB}=(-1;2;1)\Rightarrow\vec{n}=[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}]=(-2;-2;2)$.

Ta thấy tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm I của AB.

Ta có $I(0;1;1)$, suy ra đường thẳng Δ đi qua $I(0;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Vậy Δ có phương trình $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 339. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+3y-z-1=0$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{4}$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{13}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z+10}{5}$. **B.** $\dfrac{x+3}{13}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z+10}{-5}$.

C. $\dfrac{x-3}{13}=\dfrac{y-2}{-6}=\dfrac{z-10}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-3}{13}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z+10}{-5}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;-1)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;4)$.
Gọi Δ là đường thẳng cần lập phương trình. Theo giả thiết, ta có $[\vec{n},\vec{u}]=(13;-2;-5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Gọi A là giao điểm của d với mặt phẳng (P), khi đó $A(-3;-2;-10)$ và Δ đi qua A.
Vậy Δ có phương trình $\dfrac{x+3}{13}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z+10}{-5}$.

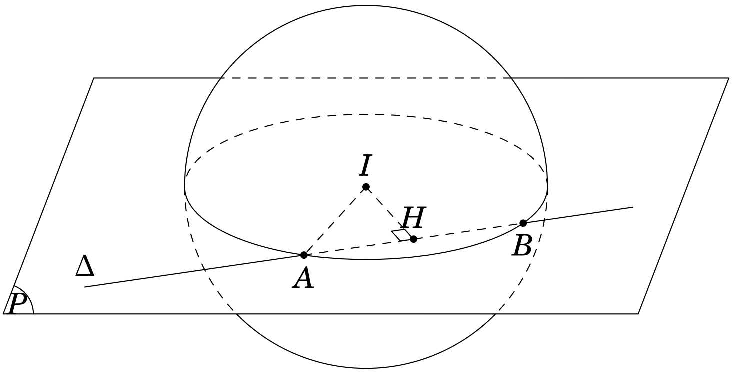
Chọn đáp án B □

Câu 340. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;3;-1)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-11}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+15}{-2}$. Phương trình mặt cầu tâm I, cắt Δ tại hai điểm A,B sao cho $AB=16$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\dfrac{725}{9}$. **B.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\dfrac{725}{9}$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\dfrac{1301}{9}$. **D.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\dfrac{1301}{9}$.

✍Lời giải.



Gọi H là trung điểm AB, khi đó $HA=HB=8$ và $IH\perp AB$.
Dễ thấy $R^2=IA^2=IH^2+HA^2=64+\mathrm{d}^2(I,\Delta)$.
Đường thẳng Δ đi qua điểm $K(11;0;-15)$. Ta có $\overrightarrow{IK}=(9;-3;-14)$ và $\vec{u}(2;1;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.
Ta có $\left[\overrightarrow{IK},\vec{u}\right]=(20;-10;15)$.
$\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IK},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{725}}{3}$, suy ra $R^2=64+\dfrac{725}{9}=\dfrac{1301}{9}$.
Vậy mặt cầu cần lập có phương trình $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\dfrac{1301}{9}$.

Chọn đáp án C □

Câu 341. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy).

A. $d':\begin{cases}x=3-t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **B.** $d':\begin{cases}x=-3+t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **C.** $d':\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=0\end{cases}$. **D.** $d':\begin{cases}x=-3+t\\y=1+t\\z=0\end{cases}$.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(Oxy):z=0\Rightarrow d\cap(Oxy)=A(-3;0;0)$.
Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;2)\Rightarrow$ hình chiếu của M lên (Oxy) là $B(-2;1;0)$.
Khi đó d' đi qua $A,B\Rightarrow d'$ có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;1;0)\Rightarrow d':\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=0.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 342. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và $d_1\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1, d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\dfrac{3}{7} \\ y=-\dfrac{25}{7}+t \\ z=\dfrac{18}{7} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-3+t \\ z=4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-4+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Lời giải.

Giả sử $\Delta\cap d_1=A\Rightarrow A(a;a-4;-a+3)$ và $\Delta\cap d_2=B\Rightarrow B(1-2b;-3+b;4-5b)$.

Ta có $\Delta\perp(Oxz)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\parallel\vec{n}$ với $\vec{n}=(0;1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Oxz)

$$\Rightarrow \frac{a-1+2b}{0}=\frac{a-b-1}{1}=\frac{-a+5b-1}{0}\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b-1=0 \\ -a+5b-1=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{7} \\ b=\dfrac{2}{7}. \end{cases}$$

Khi đó $A\left(\dfrac{3}{7};-\dfrac{25}{7};\dfrac{18}{7}\right)$ và $B\left(\dfrac{3}{7};-\dfrac{19}{7};\dfrac{18}{7}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\left(0;\dfrac{6}{7};0\right)\Rightarrow \Delta\colon \begin{cases} x=\dfrac{3}{7} \\ y=-\dfrac{25}{7}+t \\ z=\dfrac{18}{7} \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 343. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-3=0$ và hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $R=4$. **B.** $R=6$. **C.** $R=\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{2\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S).
Gọi M là trung điểm của $AB\Rightarrow M(-1;-1;-1)$.
Gọi $K=AB\cap(P)$.
Ta có đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB}=(-4;-4;-4)=-4(1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$.
Vì $K\in AB$ nên $K(1+t;1+t;1+t)$. Mặt khác $K\in(P)\Rightarrow 1+t+(1+t)-(1+t)-3=0\Leftrightarrow t=2$.
Suy ra $K(3;3;3)\Rightarrow KM=4\sqrt{3}$. Ta cũng có $AB=4\sqrt{3}$.
Xét $\triangle KIC$ vuông tại C ta có $KI^2=KC^2+IC^2$. (1)

Xét $\triangle KIM$ vuông tại M ta có $KI^2=KM^2+IM^2=KM^2+\left(IA^2-\dfrac{AB^2}{4}\right)=IA^2+36$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $KC^2=36\Rightarrow KC=6$.
Từ đó suy ra C thuộc đường tròn tâm K bán kính bằng 6 vẽ trong mặt phẳng (P).
Chọn đáp án B □

Câu 344. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$; đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;1;3)$.

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \left[\vec{n}, \vec{u}_d\right] = (-5;1;3)$.
Gọi M là giao điểm của d và mặt phẳng (P), khi đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases}$$

$\Rightarrow M(1;1;1)$.
Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u} = (-5;1;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 345. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z-10=0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S), biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π.

A. $r=5$. **B.** $r=\sqrt{34}$. **C.** $r=\sqrt{5}$. **D.** $r=34$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là:

$$\mathrm{d} = \mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|2\cdot(-2)-(1)+2\cdot 3-10|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 3.$$

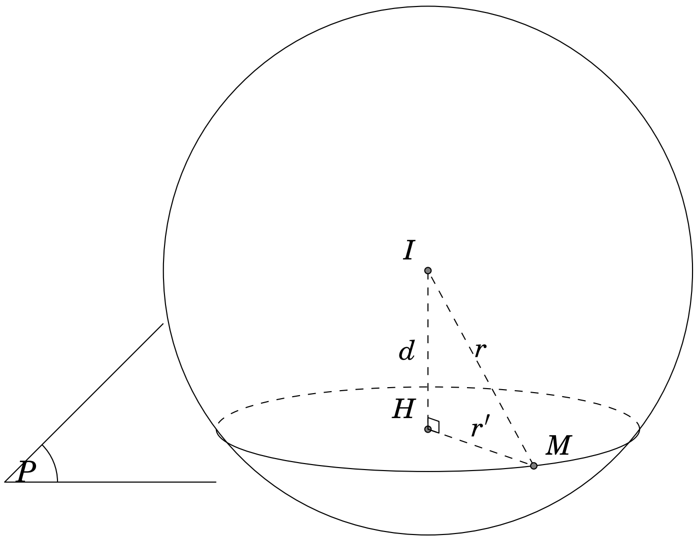
Gọi r' là bán kính đường tròn (T), ta có:

$$2\pi r' = 10\pi \Rightarrow r' = 5.$$

Từ đó ta có:

$$r^2 = r'^2 + \mathrm{d}^2 = 5^2+3^2 = 34 \Rightarrow r = \sqrt{34}.$$

Như vậy mặt cầu (S) có bán kính $r = \sqrt{34}$.



Chọn đáp án B □

Câu 346. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1;1;-1)$.
Gọi B là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d, khi đó $B = (3+t;3+3t;2t)$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (2+t;1+3t;2t+1)$.
Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên:
$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (2+t)\cdot 1 + (1+3t)\cdot 1 + (2t+1)\cdot(-1) = 0 \Leftrightarrow t = -1$
Do đó $B = (2;0;-2) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (-1;2;1)$.
Vậy, phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 347. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3}$. Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $(\Delta)\colon \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.
B. $(\Delta)\colon \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$.
C. $(\Delta)\colon \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.
D. $(\Delta)\colon \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$.

✍Lời giải.
Gọi A là giao điểm của (d) và (P). Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ x=-1+2t \\ y=t \\ z=-2+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;1).$$

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1;2;1) \\ \vec{u}_{(d)} = (2;1;3) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{(\Delta)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{(d)}] = (5;-1;-3)$.
Vậy phương trình đường thẳng (Δ): $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 348. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;2;1)$, $B(4;4;2)$, $C(-2;4;-3)$. Đường phân giác trong AD của tam giác ABC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $(-2;4;-3)$.
B. $(6;0;5)$.
C. $\left(0;1;-\dfrac{1}{3}\right)$.
D. $\left(-\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3};-1\right)$.

✍Lời giải.
Gọi $\vec{u_1}$ là véc-tơ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ và có mô-đun bằng 1.
Gọi $\vec{u_2}$ là véc-tơ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ và có mô-đun bằng 1.
Theo tính chất hình thoi, véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong AD của tam giác ABC cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = \vec{u_1} + \vec{u_2}$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;2;1) \\ \overrightarrow{AC} = (-4;2;-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u_1} = \left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right) \\ \vec{u_2} = \left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{-2}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = \left(0;1;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 349. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=mt \\ y=m^2t \\ z=mt \end{cases}$ với m là tham số. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $m=-2$.
B. $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=0 \end{array}\right.$.
C. $m=0$.
D. $m=1$.

✍Lời giải.
Xét phương trình

$$m^2t^2 + m^4t^2 + m^2t^2 - 2mt - 2m^2t - 2mt = 0 \qquad (1)$$

Để d là đường thẳng thì $m \neq 0$. Đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi (1) có nghiệm duy nhất, hay $-4m - 2m^2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.
Chọn đáp án A □

Câu 350. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;7;0)$ và $B(3;0;3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc $\widehat{AOB}$ là

A. $d: \dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{4}$. **B.** $d: \dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{3}$. **C.** $d: \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{7}$. **D.** $d: \dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{5}$.

✍**Lời giải.**

Ta có $OA=5\sqrt{2}, OB=3\sqrt{2}$. Lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{OM}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{OA}$.

Khi đó tọa độ điểm M là $\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{21}{5};0\right)$.

Gọi N là trung điểm của MB thì $N\left(\dfrac{9}{5};\dfrac{21}{10};\dfrac{3}{2}\right)$.

Đường phân giác trong chính là đường thẳng qua hai điểm O,N.

Ta có $\overrightarrow{ON}=\left(\dfrac{9}{5};\dfrac{21}{10};\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{3}{10}\times(6;7;5)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $d: \dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 351. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng d : $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=-2+3t. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của d và (P). Vì $I\in d$ nên $I(-1+2t;t;-2+3t)$.
Mặt khác $I\in(P)$ nên $-1+2t+2t-2+3t-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(1;1;1)$.
Theo giả thiết (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;1)$ và d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;3)$.
Ta có $[\vec{n};\vec{u}]=(5;-1;-3)$.
Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên Δ đi qua điểm $I(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}_\Delta=(5;-1;-3)$ là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 352. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $\Delta: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-1}{-5}$ và $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và d.

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{45}{\sqrt{14}}$.

✍**Lời giải.**

Theo giả thiết Δ đi qua điểm $M(2;3;1)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(2;-4;-5)$ và d đi qua điểm $N(1;0;-1)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(1;-2;2)$.
Ta có $[\vec{u}_1;\vec{u}_2]=(-18;-9;0)$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song với Δ.

Suy ra (P) đi qua N và nhận $\vec{n}=-\dfrac{1}{9}[\vec{u}_1;\vec{u}_2]=(2;1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2\cdot(x-1)+1\cdot(y-0)+0\cdot(z+1)=0 \Rightarrow (P): 2x+y-2=0$.
Khoảng cách giữa Δ và d bằng khoảng cách từ M đến (P).

Ta có $\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|4+3-2|}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 353. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$; $d_2\colon \dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y-5z+1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{-5}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-13}{-5}$.

✍**Lời giải.**

Gọi A, B lần lượt là các giao điểm của đường thẳng d với các đường thẳng d_1, d_2. Khi đó, tọa độ của A, B có dạng $A(3+t;-3-t;5+2t)$, $B(4-3s;1+2s;-2+2s)$.

$\overrightarrow{AB}=(1-3s-t;4+2s+t;-7+2s-2t)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;3;-5)$ của mặt phẳng (P). Do đó, ta có

$$\frac{1-3s-t}{2}=\frac{4+2s+t}{3}=\frac{-7+2s-2t}{-5}.$$

Suy ra $s=0$ và $t=-1$. Do đó, $A(2;-2;3)$ và $B(4;1;-2)$.

Đường thẳng d đi qua A và có nhận véc-tơ $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-5}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 354. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;-1), B\left(-\frac{4}{3};-\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB). Hỏi Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(5;-1;5)$. **B.** $N(3;0;2)$. **C.** $M(1;-1;1)$. **D.** $P(-5;-4;5)$.

✍**Lời giải.**

Ta có: $OA=3, OB=4, AB=5$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I=\dfrac{AB\cdot x_O+OB\cdot x_A+OA\cdot x_B}{AB+OB+OA}=\dfrac{5\cdot 0+4\cdot 2+3\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)}{5+4+3}=\dfrac{1}{3}\\ y_I=\dfrac{AB\cdot y_O+OB\cdot y_A+OA\cdot y_B}{AB+OB+OA}=\dfrac{5\cdot 0+4\cdot(-2)+3\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)}{5+4+3}=-\dfrac{4}{3}\\ z_I=\dfrac{AB\cdot z_O+OB\cdot z_A+OA\cdot z_B}{AB+OB+OA}=\dfrac{5\cdot 0+4\cdot(-1)+3\cdot\frac{8}{3}}{5+4+3}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow I\left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right).$$

$\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-8;-4;-8)=-4(2;1;2)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-\frac{1}{3}}{2}=\dfrac{y+\frac{4}{3}}{1}=\dfrac{z-\frac{1}{3}}{2}$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 355. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ và điểm $M(2;-1;0)$. Gọi S là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

✍**Lời giải.**

Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Oxy tại điểm M.

Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=2\\ y=-1\\ z=t\end{cases}$

Khi đó $I = d \cap \Delta$. Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = t \\ \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{1} \end{cases} \Rightarrow t = -3 \Rightarrow I(2;-1;-3)$$

Vậy có duy nhất một mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án B □

Câu 356. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;4)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$. Tìm hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d.

A. $H(1;0;1)$. **B.** $H(-2;3;0)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(2;-1;3)$.

✍Lời giải.

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng $d \Rightarrow H \in d$.
do đó $H(t;1-t;-1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (t-1;1-t;2t-5)$.
Vì $MH \perp d$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 1\cdot(t-1)-(1-t)+2(2t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.
Suy ra $H(2;-1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 357. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P), cắt và vuông góc với d. Véc-tơ $\vec{u} = (a;1;b)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ. Tính tổng $S = a+b$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 4$.

✍Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-2;1)$; d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;2;-1)$.
Ta có: $\left[\vec{n}, \vec{u}_d\right] = (0;4;8) = 4(0;1;2)$.
Vậy Δ có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (0;1;2) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow S = a+b = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 358. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $(d_1): \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$, $(d_2): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$, $(d_3): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $(d_4): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

✍Lời giải.

Kiểm tra vị trí tương đối giữa hai đường thẳng ta thấy $(d_1) \parallel (d_2)$;(d_4) cắt $(d_2),(d_3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa (d_1) và (d_2); (Q) là mặt phẳng chứa (d_3) và (d_4).
Gọi (Δ) là đường thẳng cắt cả 4 đường thẳng trên.
Ta thấy, (Δ) cắt cả $(d_1),(d_2)$ suy ra $(\Delta) \subset (P)$.
(Δ) cắt cả $(d_3),(d_4)$ suy ra $(\Delta) \subset (Q)$. Mà $(d_2),(d_4)$ có điểm chung nên (Δ) là giao tuyến của (P) và (Q), do đó có duy nhất một đường thẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 359. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (R): $x+y-2z+2=0$ và đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với Δ_1 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi $H = \Delta_1 \cap (R)$. Khi đó tọa độ H thỏa mãn hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}\\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{z-1}{-1}\\ x+y-2z=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=1\end{cases} \Rightarrow H(0;0;1).$$

Ta có véc-tơ chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1=(2;1;-1)$, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (R) là $\vec{n}=(1;1;-2)$.
Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) và vuông góc với đường thẳng Δ_1 nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=\left[\vec{n},\vec{u}_1\right]=(1;-3;-1)$.
Vậy phương trình đường thẳng Δ_2 là $\begin{cases}x=t\\ y=-3t\\ z=1-t\end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 360. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;-2;4), F(1;-2;-3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME+MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;2;0)$. **B.** $M(-1;-2;0)$. **C.** $M(1;-2;0)$. **D.** $M(1;2;0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.
Thay tọa độ điểm E,F vào phương trình mặt phẳng (Oxy) ta được $4\cdot(-3)<0$. Vậy E,F nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).
$ME+MF$ nhỏ nhất khi 3 điểm M,E,F thẳng hàng hay $\overrightarrow{ME}$ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.
Do $M\in(Oxy)$ nên đặt $M(a;b;0)$.
$\overrightarrow{ME}=(1-a;-2-b;4)$, $\overrightarrow{EF}=(0;0;-7)$.
Từ đó ta được $\begin{cases}1-a=0\\ -2-b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=-2\end{cases}$.
Vậy $M(1;-2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 361. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-2;1), B(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-3=0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

A. $H(0;-5;-1)$. **B.** $H(1;-5;-1)$. **C.** $H(4;1;0)$. **D.** $H(5;0;-1)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(1;3;2)$.
Đường thẳng đi qua hai điểm A,B có phương trình tham số:
$\begin{cases}x=1+t\\ y=-2+3t\\ z=1+2t\end{cases}, t\in\mathbb{R}.$
Vì H là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) nên H thuộc đường thẳng AB.
Khi đó $H(1+t,-2+3t,1+2t)$. Vì H cũng thuộc mặt phẳng (P) nên
$1+t-(-2+3t)+2(1+2t)-3=0 \Leftrightarrow t=-1$.
Vậy $H(0;-5;-1)$

Chọn đáp án A □

Câu 362. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và điểm $I(2;1;-1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A,B. Tính độ dài đoạn AB.

A. $AB=2\sqrt{6}$. **B.** $AB=24$. **C.** $AB=4$. **D.** $AB=\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.
Lấy điểm $M(-2;1;0)\in\Delta$. $\overrightarrow{IM}=(-4;0;1)$.
Khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là $\dfrac{|[\overrightarrow{IM},\vec{u}]|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{72}}{3}=2\sqrt{2}$.
Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ là
$(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=8$.
Hoành độ của hai điểm A,B là nghiệm của phương trình

$(x-2)^2+(0-1)^2+(0+1)^2=8 \Leftrightarrow (x-2)^2=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{6}+2 \\ x=-\sqrt{6}+2 \end{array}\right.$.

Từ đó, ta được $A(\sqrt{6}+2;0;0)$ và $B(-\sqrt{6}+2;0;0)$. Vậy độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 363. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-9}{-1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-3}{-7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2 là

A. $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-9}{4}$.

C. $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{4}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

✍Lời giải.

Ta có các véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1(1;2;-1)$, $\vec{u}_2(-7;2;3)$. Do Δ vuông góc với hai đường thẳng d_1,d_2 nên $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}\right]=(8;4;16)$. Ta thấy véc-tơ $(8;4;16)$ cùng phương với véc-tơ $(2;1;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 364. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, điểm $A(1;1;0)$ và hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{2}$, $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua điểm A, vuông góc với d và cắt Δ.

A. $d'\colon \begin{cases} x=1+t, \\ y=1-2t, \\ z=-2t. \end{cases}$ **B.** $d'\colon \begin{cases} x=1-2t, \\ y=1+2t, \\ z=t. \end{cases}$ **C.** $d'\colon \begin{cases} x=1+t, \\ y=1+2t, \\ z=-2t. \end{cases}$ **D.** $d'\colon \begin{cases} x=1+t, \\ y=1-4t, \\ z=2t. \end{cases}$

✍Lời giải.

Gọi B là giao điểm của d' với Δ. Do $B\in\Delta$ nên tọa độ B có dạng $B(1+t;1+2t;-1-t)$. Lại do d' vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0$, trong đó $\vec{u}=(2;1;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d. Từ đó, ta tìm được $t=1$. d' chính là đường thẳng AB nên có phương trình là $\begin{cases} x=1+t, \\ y=1+2t, \\ z=-2t. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 365. Mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+2=0$ (a,b,c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{2}$ và cắt mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-11=0$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M=a+b+c$.

A. $M=-5$. **B.** $M=-43$. **C.** $M=5$. **D.** $M=43$.

✍Lời giải.

d đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$, (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$, (S) có tâm là $I(1;-2;-3)$. Vì (P) chứa d nên $a=-2$ và $c=b+1$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P) là $d=\dfrac{|a-2b-3c+2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|5b+3|}{\sqrt{2b^2+2b+5}}$.

Ta chứng minh $\dfrac{|5b+3|}{\sqrt{2b^2+2b+5}}\le\dfrac{113}{9}$. Thật vậy, bằng cách bình phương hai vế và quy đồng mẫu thức, BĐT trên tương đương với $(b-22)^2\ge 0$, luôn đúng. Dấu bằng xảy ra khi $b=22$.

Mặt khác, (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ tâm I đến (P) lớn nhất. Do đó, $b=22$. Vậy $a=-2,b=22,c=23$ và $M=43$.

Chọn đáp án D □

Câu 366. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$ là

A. $6x+2y+z+1=0$. **B.** $6x-2y+2z+2=0$. **C.** $6x+8y+z-5=0$. **D.** $6x-8y+z+11=0$.

✍Lời giải.

Chọn trên d_1 hai điểm $A(-1;1;3)$, $B(2;3;1)$ và trên d_2 hai điểm $C(0;1;-3)$, $D(1;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $6x-8y+z+11=0$. Dễ dàng kiểm tra thấy điểm D thuộc mặt

phẳng (ABC).
Vậy phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là $6x-8y+z+11=0$.
Chọn đáp án D □

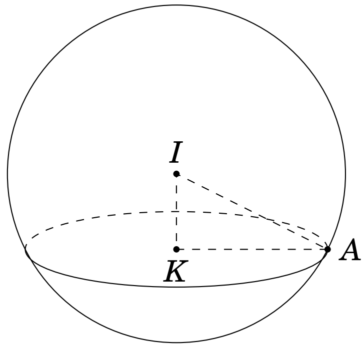
Câu 367. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tọa độ tâm K và bán kính r của đường tròn (C) là

A. $K(3;-2;1)$, $r=10$. **B.** $K(-1;2;3)$, $r=8$. **C.** $K(1;-2;3)$, $r=8$. **D.** $K(1;2;3)$, $r=6$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$ và bán kính $R=10$.
Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P), d có phương trình

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t \\ z=1-t \end{cases}.$$



K là giao điểm của d và (P), nên tọa độ của K là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t \\ z=1-t \\ 2x-2y-z+9=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow K(-1;2;3).$$

Ta có $\mathrm{h}=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot 3-2\cdot(-2)-1+9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{18}{3}=6$.
Bán kính của (C) là $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.
Kết luận $K(-1;2;3)$, $r=8$.
Chọn đáp án B □

Câu 368. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;2)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$. Tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P) là

A. $H(2;2;-3)$. **B.** $H(-1;-2;4)$. **C.** $H(-1;2;0)$. **D.** $H(2;5;3)$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua M qua vuông góc với (P). Phương trình của d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=4+t \\ z=2+t \end{cases}$.
Hình chiếu H chính là giao điểm của d và (P), do đó tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=4+t \\ z=2+t \\ x+y+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow H(-1;2;0).$$

Chọn đáp án C □

Câu 369. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{3}$, d_2: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d_1 cắt d_2. **B.** d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 trùng d_2. **D.** d_1 và d_2 song song.

Lời giải.

d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1=(-1;2;3)$, $\vec{u}_2=(1;-2;1)$. Do $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ không cùng phương nên loại hai trường hợp $d_1 \parallel d_2$ và $d_1 \equiv d_2$.
Chọn $A(1;2;0)\in d_1$, $B(1;3;1)\in d_2$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;1;1)$, $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(8;4;0)$ và $\overrightarrow{AB}\cdot[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=4\neq 0$, suy ra d_1 và d_2 chéo nhau.
Chọn đáp án B □

Câu 370. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d_1\colon \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$ với $t, t' \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $a = 0$. **B.** $a = 1$. **C.** $a = -1$. **D.** $a = 2$.

✍Lời giải.

Xét hệ $\begin{cases} 1 + at = 1 - t' \\ t = 2 + 2t' \\ -1 + 2t = 3 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} at + t' = 0 \\ t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0$ thì d cắt d'.

Chọn đáp án A □

Câu 371. Trong không gian $Oxyz$ cho $(\alpha)\colon y + 2z = 0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$; $d_2\colon \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 4 \end{cases}$.

Đường thẳng Δ nằm trong (α) và cắt hai đường thẳng d_1; d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y}{-8} = \dfrac{z}{-4}$. **B.** $\dfrac{x+1}{7} = \dfrac{y}{-8} = \dfrac{z}{4}$. **C.** $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y}{-8} = \dfrac{z}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y}{8} = \dfrac{z}{4}$.

✍Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d_1, d_2 và mặt phẳng (α).

Khi đó $A(1-t;t;4t)$ và $B(2-t';4+2t';4)$ thay vào phương trình (α) ta được $\begin{cases} t = 0 \\ t' = -6 \end{cases}$.

$\Rightarrow A(1;0;0)$ và $B(8;-8;4) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y}{-8} = \dfrac{z}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 372. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d?

A. $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{1}$.

C. $\dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-5}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-3} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z+4}{-1}$.

✍Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

$I \in d \Rightarrow I(1+t;2+2t;3+t)$.

$I \in (\alpha) \Rightarrow 1 + t + 2 + 2t - (3+t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(2;4;4)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;2;1)$.

Véc-tơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3;2;-1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2;4;4)$, có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3;2;-1)$ nên có phương trình $\dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z-4}{-1}$.

Đường thẳng này trùng với đường thẳng $\dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án C □

Câu 373. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x - z - 3 = 0$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz, gọi B là hình chiếu của A lên (α). Biết rằng tam giác MAB cân tại M. Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{123}}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

✍Lời giải.

Gọi $A(0;0;a)$. Đường thẳng AB qua A và vuông góc với (α) nên có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \end{cases}$.

B là hình chiếu của A lên (α) nên tọa độ B thỏa mãn hệ $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \\ x - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{a+3}{2} \\ y = 0 \\ z = \dfrac{a-3}{2} \end{cases}.$

Suy ra $B\left(\dfrac{a+3}{2};0;\dfrac{a-3}{2}\right)$.
Tam giác MAB cân tại M nên

$$MA = MB \Leftrightarrow 1+1+(1-a)^2 = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + 1 + \left(\frac{a-5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3 \\ a = -3. \end{array}\right.$$

— Nếu $a = 3$ thì tọa độ $A(0;0;3)$, $B(3;0;0)$. Diện tích tam giác MAB là

$$S = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right]\right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

— Nếu $a = -3$ thì tọa độ $A(0;0;-3)$ và $B(0;0;-3)$ trùng nhau nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 374. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x + y - z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+5}{2}$. **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$.

✍Lời giải.

Gọi A là giao điểm của d và (α). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} \\ \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{1} \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow A(0;0;-1).$$

Đường thẳng d qua điểm $A(3;3;2)$. Gọi d' là đường thẳng qua A và vuông góc (α), d' có phương trình là $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.
Gọi B là giao điểm của d' và (α). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} \\ \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{-1} \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ -y - z = -5 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow B(2;2;3).$$

Khi đó, đường thẳng Δ qua A, B chính là hình chiếu vuông góc của d lên (α). Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;4)$.
Gọi I là trung điểm AB suy ra $I(1;1;1)$.
Đường thẳng Δ qua I nhận một véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1;1;2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 375. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có mặt phẳng (P): $x+2y+z-4=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;3)$.
Đường thăng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $I(1;1;1)$.
Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên đường thẳng Δ đi qua giao điểm $I(1;1;1)$ của đường thẳng d với mặt phẳng (P) và nhận $\vec{n}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(5;-1;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án A □

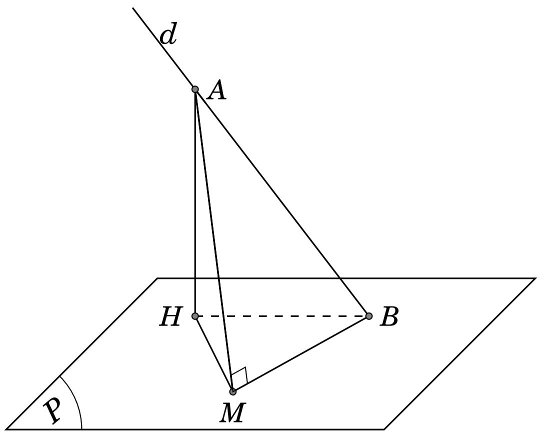
Câu 376. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt P tại điểm B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90°. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

✍Lời giải.

Phương trình $d\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=-3-4t \end{cases}$

Đường thẳng d cắt P tại $B(-2;-2;1)$.
Gọi H là hình chiếu của A lên (P).
Ta có: $H(-3;-2;-1)$.
Vì $MB\perp MA; MB\perp AH$ nên $MB\perp MH$ suy ra $MB\le BH$.
Do đó: MB lớn nhất bằng BH khi $M\equiv H$.



Vậy MB đi qua B, nhận $\overrightarrow{BH}$ là vectơ chỉ phương.

Phương trình $MB\colon \begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$ do đó MB đi qua điểm $I(-1;-2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 377. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$; $d_2\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=m \end{cases}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho d_1, d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

✍Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 là $\vec{u}_1=(2;1;3)$, $\vec{u}_2=(1;1;0)$. Khi đó $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-3;3;1)$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 song song với d_2. Tức là, (P) qua $A(1;0;0)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Ta có phương trình (P): $3x-3y-z-3=0$.
Xét điểm $B(1;2;m)\in d_2$. Do d_1, d_2 chéo nhau nên $B\notin(P)\Leftrightarrow m\neq -6$. Lại có

$$\mathrm{d}(d_1,d_2)=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow \mathrm{d}(B,(P))=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow \frac{|3-6-m-3|}{\sqrt{19}}=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} m&=-1 \\ m&=-11. \end{aligned}\right.$$

Vậy tổng các phần tử của S là $-1-11=-12$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 378. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-4}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+3}{4}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-7}{3} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+9}{-1}$.

B. $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

D. $\dfrac{x+7}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-9}{-1}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(1;-1;1)$, $\vec{u}_2(2;-1;4)$.
Gọi Δ là đường vuông góc chung giữa d_1 và d_2, suy ra Δ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3;-2;1).$$

Giả sử Δ giao với d_1, d_2 lần lượt tại $M(3+m;-1-m;4+m)$, $N(2+2n;4-n;-3+4n)$, khi đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-m+2n-1; m-n+5; -m+4n-7)$.
Do Δ là đường vuông góc chung, suy ra

$$\begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m+7n-13=0 \\ -7m+21n-35=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=1 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ và đi qua điểm $M(1;1;2)$.
Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{1}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 379. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$ và cắt đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{3}$. Hãy viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đó.

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{5} = \dfrac{z-2}{-3}$.

B. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z+2}{-3}$.

C. $\dfrac{x+5}{-2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

D. $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y+1}{5} = \dfrac{z-2}{3}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;-1)$.
Gọi $N(-1-2n;1+n;1+3n)$ là giao điểm giữa hai đường thẳng Δ và d, suy ra $\overrightarrow{MN} = (-2-2n;n;3+3n)$.
Do $d \parallel (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow -2-2n-n-3-3n=0 \Leftrightarrow n = -\dfrac{5}{6}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{2}{6}; -\dfrac{5}{6}; \dfrac{3}{6}\right) = -\dfrac{1}{6}(2;5;-3)$.
Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z+2}{-3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 380. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}.$$

Phương trình mặt cầu tâm A, cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$ là

A. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

B. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $M(-2;2;-3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (2;3;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;2;-1)$, $\left[\vec{a}, \overrightarrow{AM}\right] = (-7;-2;10)$, $\mathrm{d}(A,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{a}, \overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{a}|} = 3$.

Mặt cầu tâm A có bán kính $R=\sqrt{\dfrac{BC^2}{4}+\mathrm{d}^2(A,\Delta)}=5$.
Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+(z+2)^2=25$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 381. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{5}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3;0)\Rightarrow AB^2=10$,
$\overrightarrow{AC}=(-3;1;2)\Rightarrow AC^2=14$,
$\overrightarrow{BC}=(-4;-2;2)\Rightarrow BC^2=24$.
$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A
$\Rightarrow$ Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm $BC \Rightarrow I(0;2;0)$.
Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;-2;10)=2(3;-1;5)$.
Vậy phương trình d: $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{5}\Leftrightarrow \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$
Chọn đáp án (A) □

Câu 382. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt cầu (S) lần lượt có phương trình là d: $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{2}$; (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-18=0$. Biết d cắt (S) tại hai điểm M,N thì độ dài đoạn MN là

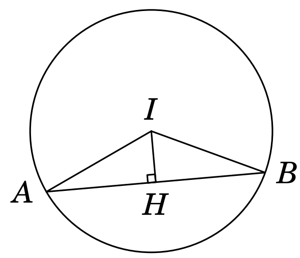
A. $MN=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **B.** $MN=\dfrac{20}{3}$. **C.** $MN=\dfrac{16}{3}$. **D.** $MN=8$.

Lời giải.
Bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2-(-18)}=2\sqrt{6}$ và tâm $I(1;-2;-1)$.
Khoảng cách từ I đến d là $d(I,(d))=\dfrac{|[\overrightarrow{MI},\vec{u}]|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{116}}{3}$.
Gọi H là trung điểm của MN, theo định lý pytago ta có $HM^2=R^2-IH^2=\dfrac{10}{3}\Rightarrow MN=\dfrac{20}{3}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 383. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $x+2y-2z-4=0$ và (β): $2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn $AB=8$ khi và chỉ khi

A. $m=12$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=5$.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính $R=\sqrt{13-m}$.



Do $\Delta=(\alpha)\cap(\beta)\Rightarrow \Delta$: $\begin{cases}x=2t\\ y=1+t\\ z=-1+2t\end{cases}$
$\Rightarrow \Delta$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(2;1;2)$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $\Delta \Rightarrow H(2t;1+t;-1+2t)$
$\Rightarrow \overrightarrow{IH}=(2t+2;t-2;2t-1)$.
Mà $IH\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}_\Delta=0\Leftrightarrow t=0$. Suy ra $IH=3$.
Như vậy $R^2=IH^2+\dfrac{1}{4}AB^2\Rightarrow m=-12$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 384. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=8$ và điểm $M(-1;1;2)$. Hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ đi qua M và tiếp xúc mặt cầu (S) lần lượt tại A,B. Biết góc giữa (d_1) và (d_2) bằng α với $\cos\alpha = \dfrac{3}{4}$. Tính độ dài AB.

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 7.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}; IM = \sqrt{22}$.

Trong tam giác IMA ta có: $MA = MB = \sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{14}$.

Do $\cos\widehat{IMB} = \dfrac{MB}{IM} = \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{22}} > \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{IMB} < 45^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} < 90^\circ \Rightarrow \alpha = \widehat{BMA}$.

Trong tam giác MAB ta có: $AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2\cdot MA\cdot MB\cdot\cos\alpha = 7 \Rightarrow AB = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án A □

Câu 385. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(1;1;-2)$, biết $(\Delta) \parallel (P)$ và (Δ) cắt (d).

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{8} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+2}{5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Gọi $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M(-1+2t; 1+t; 2+3t)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (2t-2; t; 3t+4)$ là một véc-tơ chỉ phương của (Δ).

$(\Delta) \parallel (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{n}_{(P)}$ với $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1;-1;-1)$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 - t - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-8;-3;-5)$.

Vậy $(\Delta): \dfrac{x-1}{8} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+2}{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 386. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ lên mặt phẳng Oxy.

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Chọn $M(1;-1;2) \in \Delta$.

Mặt phẳng Oxy có phương trình $z = 0$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{k} = (0;0;1)$.

véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;1;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy), suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{k}\right] = (1;-2;0)$, đồng thời (P) đi qua M nên phương trình của (P) có dạng $x - 1 - 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.

Hình chiếu Δ' của Δ là giao tuyến của (P) và mặt phẳng Oxy nên có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{\Delta'}} = \left[\overrightarrow{k}, \overrightarrow{n_P}\right] = (2;1;0)$.

Chọn $N(1,-1,0)$ có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} z = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$ nên $N \in \Delta'$.

Vậy phương trình của Δ' cần tìm là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 387. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH.

A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \\ z = 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{4} = 1$ hay $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Vì $OH \perp (ABC)$ nên đường thẳng OH có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6;4;3)$.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng OH là: $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 388. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$; $d_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình tham số của phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2.

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1-3t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1+t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -1+3t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+t \\ z = 3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có $d_1 \cap d_2 = I(1;-1;0)$.

Trên d_1 ta lấy điểm $A(3;3;-2)$, trên d_2 lấy điểm B sao cho $IA = IB$ và $\triangle IAB$ cân tại I có đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác.

Gọi $B(2+u;-2-u;2+2u)$. Ta có $IA = IB \Leftrightarrow 6(u+1)^2 = 24 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = 1 \\ u = -3. \end{array}\right.$

Vậy $B(3;-3;4)$ hoặc $B(-1;1;-4)$.

Chọn điểm $B(-1;1;4)$ để $\widehat{BIA}$ nhọn, gọi $M(1;2;-3)$ là trung điểm của AB suy ra IM là đường phân giác cần tìm.

Chọn đáp án A □

Câu 389. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng a. Gọi M là trung điểm của SC. Tính khoảng cách giữa AM và SB.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{19}}{19}$.

✍Lời giải.

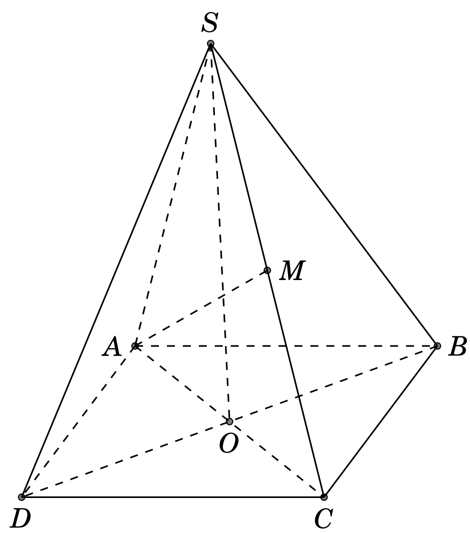
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là tâm của đáy, $A \in Ox, B \in Oy, S \in Oz$. Theo đề bài ta có $A(a;0;0), B(0;a;0), C(-a;0;0), S(0;0;a)$.

Vì M là trung điểm của SC nên $M\left(-\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\left(-\dfrac{3a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right); \overrightarrow{SB}(0;a;-a); \overrightarrow{AS}(-a;0;a)$.

Khi đó $d(AM,SB) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AM}\right]\cdot\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AM}\right]\right|}$

$= \dfrac{a^3}{\dfrac{a^2\sqrt{19}}{2}} = \dfrac{2a\sqrt{19}}{19}$.



Chọn đáp án D □

Câu 390. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2-1)$. Đường thẳng Δ đi qua A, cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Giả sử Δ cắt d tại $B(3+t;3+3t;2t)$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (2+t;1+3t;1+2t)$.

Do Δ song song với mặt phẳng (α) suy ra $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-1-2t = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Từ đó suy ra Δ đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$, suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 391. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(2;-3;2)$. Đường thẳng nào dưới đây cách đều ba điểm A,B,C?

A. $\begin{cases}x=-8-3t\\y=t\\z=15+7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-8+3t\\y=t\\z=15-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-8+3t\\y=-t\\z=-15-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-8+3t\\y=t\\z=15+7t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là mặt phẳng đi qua trung điểm $I\left(0;\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ của AB. Do đó phương trình mặt phẳng trung trực AB là $(P)\colon 2x-y+z+1=0$.

Tương tự, phương trình mặt phẳng trung trực AC là $(Q)\colon x-4y+z-7=0$.

Đường thẳng d cách đều A,B,C chính là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và Q.

Lấy điểm $M(-8;0;15)$ thuộc cả hai mặt phẳng (P) và (Q) (bằng cách cho $y=0$ và giải ra x,z).

Một véc-tơ chỉ phương của d là $[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}]=(3;-1;-7)=-(-3;1;7)$.

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=-8-3t\\y=t\\z=15+7t\end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 392. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1),B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với d đồng thời cách B một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}=(4;-3;2)$. **B.** $\vec{u}=(2;0;-4)$. **C.** $\vec{u}=(2;2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;0;2)$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B lên Δ. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=AH\le AB$ và đẳng thức xảy ra khi $H\equiv A$.

Do đó, nếu gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ thì $\vec{u}\perp\overrightarrow{AB}$ và $\vec{u}\perp\overrightarrow{u_d}$, với $\overrightarrow{AB}=(2;0;-4)$ và $\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$.

Khi đó, ta có thể chọn $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{u_d}=(8;-6;4)=2(4;-3;2)$ làm véc-tơ chỉ phương của Δ.

Chọn đáp án (A) □

Câu 393. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;1;3),N(10;6;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-10=0$. Biết rằng tồn tại điểm $I(-10;a;b)$ thuộc (P) sao cho $|IM-IN|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $T=a+b$.

A. $T=5$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=6$.

✍Lời giải.

Thay tọa độ điểm M và N vào vế trái phương trình mặt phẳng (P), ta có $(0-2+3-10)\cdot(10-12-10)>0$ nên hai điểm M,N nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P).

Khi đó ta có $|IM-IN|\le MN$ và đẳng thức xảy ra khi $I=MN\cap(P)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases}x=10t\\y=1+5t\\z=3-3t.\end{cases}$

Tọa độ giao điểm của MN và (P) là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases}x=10t\\y=1+5t\\z=3-3t\\x-2y+2z-10=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-10\\y=-4\\z=6.\end{cases}$$

Vậy $T=a+b=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 394. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d_2\colon\begin{cases}x=2-2t\\3\\z=t\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

A. $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{25}{9}$. **B.** $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{5}{6}$.

C. $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{25}{9}$. **D.** $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{5}{6}$.

✍**Lời giải.**

Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t;1-t;2t)\in d_1$, $B(2-2t';3;t')\in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2t'-t;t+2;t'-2t)$.

d_1 có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;2)$, d_2 có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(-2;0;1)$.

Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(-2t'-t)-(t+2)+2(t'-2t)=0\\ -2(-2t'-t)+(t'-2t)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\dfrac{1}{3}\\ t'=0\end{cases}$$

Suy ra $A\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, $B(2;3;0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\dfrac{11}{6};\dfrac{13}{6};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I, bán kính $\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2+\left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{5}{6}$.

Chọn đáp án D □

Câu 395. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$. Tìm điểm $M\in(P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $M(2;2;-4)$. **D.** $M(-2;-2;4)$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=0\Rightarrow I(0;0;0)$.

Từ đó:

$$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|=\left|4\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right)\right|=4IM\geq 4IH.$$

với H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P).

Từ đó suy ra $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M\equiv H$. Phương trình đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là: $\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=-2t\end{cases}$.

Tọa độ điểm H là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=-2t\\ x+y-2z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=\dfrac{1}{2}\\ z=-1\\ t=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

Suy ra $H=\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Vậy, tọa độ điểm M cần tìm là $M=\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 396. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=-2+3t.\end{cases}$

Tọa độ giao điểm $A(x;y;z)$ của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=-2+3t\\x+2y+z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\\t=1.\end{cases}$$

Như vậy $A(1;1;1)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;3)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$.
Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d nên Δ có một vec-tơ chỉ phương là

$$\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(5;-1;-3).$$

Do Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt d nên Δ đi qua điểm $A(1;1;1)$. Phương trình đường thẳng Δ là

$$\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 397. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz. Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0;4;0)$ tới điểm C trong đó C là điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz là $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1\end{cases}$.

Gọi $C=(a;b;c)$, mặt phẳng (P) đi qua C và vuông góc với Δ có phương trình $y-b=0$. Hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng Δ là giao điểm H của mặt phẳng (P) với đường thẳng Δ. Suy ra $H=(0;b;1)$.
Tọa độ hình chiếu vuông góc K của C trên trục Ox là $K=(a;0;0)$.
Theo đề bài: $d(C;\Delta)=d(C;Ox)\Leftrightarrow CH=CK\Leftrightarrow\sqrt{a^2+(1-c)^2}=\sqrt{b^2+c^2}\Leftrightarrow a^2=b^2+2c-1$.
Ta có $BC=\sqrt{a^2+(b-4)^2+c^2}=\sqrt{b^2+2c-1+b^2-8b+16+c^2}=\sqrt{2(b-2)^2+(c+1)^2+6}\geq\sqrt{6}$.
Do đó $\min BC=\sqrt{6}$.
Chọn đáp án C □

Câu 398. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là

A. $5x-4y-z-16=0$. **B.** $5x-4y+z+16=0$. **C.** $5x-4y+z-16=0$. **D.** $5x+4y+z-16=0$.

✍**Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2.
Véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u_1}=(1;1;1)$ và $\vec{u_2}=(1;2;3)$. Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=(5;-4;1)$.
Mặt khác $M(3;1;5)\in d_2\subset(P)\Rightarrow M\in(P)$.
Phương trình $(P):5(x-3)-4(y-1)+1(z-5)=0\Leftrightarrow 5x-4y+z-16=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 399. Cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với Δ. Véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u}=(-3;0;2)$. **B.** $\vec{u}=(0;3;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;-1;2)$. **D.** $\vec{u}=(1;-4;-2)$.

Lời giải.

Gọi H là giao điểm của d và Δ, khi đó giá của $\overrightarrow{MH}$ vuông góc với đường thẳng Δ.

Ta có $H(1+2t;-1+t;-t), \overrightarrow{MH}=(2t-1;t-2;-t)$ và véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-1)$.

Do $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Leftrightarrow 2(2t-1)+1(t-2)-1(-t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$ hay $\vec{u}=(1;-4;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án D □

Câu 400. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(0;1;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(6;-4;-1)$. **B.** $N(6;-4;2)$. **C.** $P(6;-4;3)$. **D.** $Q(6;-4;1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;1)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=(2;-1;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(3;3;-3)=3(1;1-1)$.

Vì (α) chứa d và song song với AB nên véc-tơ $\vec{n}=\dfrac{1}{3}\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(1;1-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α).

Lại có, điểm $C(0;1;2)\in d \Rightarrow C\in(\alpha)$.

Do đó, phương trình của (α) là $x+y-z+1=0$.

Lần lượt thay tọa độ các điểm trong các phương án ta được điểm $P(6;-4;3)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 401. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

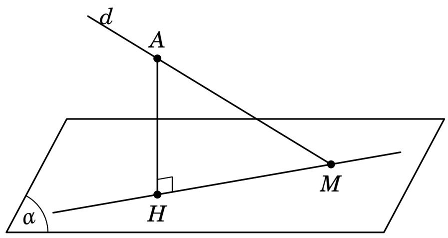
A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-3z-3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Ta có $\sin(d;(\alpha))=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}\cdot\overrightarrow{n_\alpha}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|}=\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α).

Khi đó tam giác $\triangle MAH$ vuông tại H nên

$$\sin(d;(\alpha))=\sin\widehat{AMH}=\dfrac{AH}{AM}\Rightarrow AH=AM\cdot\sin(d;(\alpha))=3.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.

Chọn đáp án B □

Câu 402. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x=1+2t\\ y=2+t\\ z=-2-t\end{cases}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng Δ_1 và tạo với đường thẳng Δ_2 một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của Δ_2 là $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;2)$.

Gọi B là giao điểm của d và Δ_1. Suy ra $B(1+2t;2+t;-2-t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2t+2;t+2;-t-1)$

Gọi $\varphi = (\Delta_2; d)$. Khi đó

$$\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{u_2}\right)\right| = \frac{2|t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{t^2}{6t^2+14t+9}}.$$

Đặt $P = \dfrac{t^2}{6t^2+14t+9} \Leftrightarrow (6P-1)t^2 + 14Pt + 9P = 0 \quad (*)$

Trường hợp 1 : $6P - 1 = 0 \Leftrightarrow P = \dfrac{1}{6}$ khi $t = \dfrac{-9}{14}$.

Trường hợp 2 : $6P - 1 \neq 0 \Leftrightarrow P \neq \dfrac{1}{6}$. Phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \leqslant 0 \Leftrightarrow 0 \leqslant P \leqslant \dfrac{9}{5}$.

Nhận xét góc φ càng lớn thì $\cos\varphi$ càng nhỏ. Từ đó suy ra φ lớn nhất khi và chỉ khi $\cos\varphi = 0$ nên $t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;2-1)$. Phương trình $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 403. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;2)$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN. Biết $\vec{u} = (a;b;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ, giá trị của $a+b$ bằng

A. 11. **B.** -11. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải.

Đường thẳng d có dạng tham số: $d\colon \begin{cases} x = -2+2t \\ y = 1+t \\ z = 1-t. \end{cases}$

Ta có: $N \in d \Rightarrow N(-2+2t;1+t;1-t)$.

Mặt khác điểm $A(1;3;2)$ là trung điểm của MN, suy ra $M(4-2t;5-t;3+t)$.

Ta lại có $M \in (P) \Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $N(-6;-1;3)M(8;7;1) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-14;-8;2)$.

Vậy $\vec{u} = (-7;-4;1) \Rightarrow a+b = -11$.

Chọn đáp án B □

Câu 404. Cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến (P) bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{11\sqrt{18}}{18}$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) và đường thẳng d, ta luôn có $AH \leqslant AK$ nên khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó $\overrightarrow{AH}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng d.

Do $H \in d$ nên $H(1+2t;t;2+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t-1;t-5;2t-1)$.

Do $\overrightarrow{AH} \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$ với $\vec{u} = (2;1;2)$. Ta có phương trình $2(2t-1)+t-5+2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Với $t = 1$ thì $\overrightarrow{AH} = (1;-4;1)$, khi đó phương trình mặt phẳng (P) đi qua $N(1;0;2) \in d$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AH} = (1;-4;1)$ là $x - 4y + z - 3 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) là $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|1-4\cdot 2-1-3|}{\sqrt{1^2+4^2+(-1)^2}} = \dfrac{11\sqrt{18}}{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 405. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $a+2b+3c$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải.

Gọi $M(-1+2t;1-t;2t)\in d$. Ta có $MA=\sqrt{9t^2+20}$, $MB=\sqrt{9(t-2)^2+20}$ và $AB=2\sqrt{11}$.
Chu vi tam giác ABC là $P_{\triangle MAB}=MA+MB+AB=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9(t-2)^2+20}+2\sqrt{11}$.
Xét $f(t)=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9(t-2)^2+20}+2\sqrt{11}$.
Có $f'(t)=\dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}+\dfrac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$. Có $f'(t)=0\Leftrightarrow\dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}=\dfrac{9(2-t)}{\sqrt{9(2-t)^2+20}}$. (*)
Xét hàm số $g(x)=\dfrac{9x}{\sqrt{9x^2+20}}, x\in\mathbb{R}$. Có $g'(x)=\dfrac{180}{(9x^2+20)\sqrt{9x^2+20}}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
Từ (*) ta có $g(t)=g(2-t)\Leftrightarrow t=2-t\Leftrightarrow t=1$.
BBT

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{29}+2\sqrt{11}$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $\min\limits_{[-1;1]} f(t)=2\sqrt{29}+2\sqrt{11}$ tại $t=1$.
Suy ra $M(1;0;2)$. Suy ra $a=1$, $b=0$, $c=2$. Vậy $a+2b+3c=7$.
Chọn đáp án B □

Câu 406. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1\colon \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$; $d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$.
B. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{2}$.
C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.
D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{6}$.

Lời giải.
Gọi M là giao điểm của đường thẳng Δ cần tìm và đường thẳng d_2 nên $M(2+m;-1-m;1+m)$.
Ta có: $\Delta\perp d_1\Rightarrow\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{u_{d_1}}=0\Leftrightarrow 2(2+m-1)+2(-1-m+1)+(-1)(1+m-3)=0\Leftrightarrow m=4$.
Đường thẳng Δ qua điểm $A(1;-1;3)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(5;-4;2)$ nên có phương trình là $\Delta\colon \dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 407. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z=0$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Gọi A là giao điểm của d và (P). Điểm $M(a;b;c)$ thuộc d và có hoành độ dương thỏa mãn $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2018a+b-c$ có giá trị là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

Lời giải.
$A=d\cap(P)$ nên $A(x;y;z)$ thỏa mãn $\begin{cases}x-2y+z=0\\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y+z=0\\ x-2y=1\\ y+z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=-1\\ z=-1.\end{cases}$
Suy ra $A(-1;-1;-1)$.
Gọi $M(1+2t;t;-2-t)\in d\left(t>-\dfrac{1}{2}\right)$.
$AM=\sqrt{6}\Leftrightarrow(2t+2)^2+(t+1)^2+(-t-1)^2=6\Leftrightarrow(t+1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-2(\text{ loại })\end{array}\right.\Rightarrow M(1;0;-2)$.
Do đó $a=1$, $b=0$, $c=-2$ và $S=2018a+b-c=2020$.
Chọn đáp án D □

Câu 408. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;3)$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1+t\\ y=t\\ z=-1+2t.\end{cases}$
Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt đường thẳng d là

A. $\Delta\colon\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.
B. $\Delta\colon\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

C. $\Delta\colon \dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\Delta\colon \dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

✍Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$.

$B=\Delta\cap d$. Giả sử $B(1+t;t;-1+2t)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}=(4+t;t-2;2t-4)$.

Do $\Delta\perp d\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 4+t+t-2+2\cdot(2t-4)=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $\overrightarrow{AB}=(5;-1;-2)$.

Do Δ đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(5;-1;-2)$ nên $\Delta\colon \dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 409. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1, d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$.

B. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-5;9;8)$.

C. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$.

D. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$.

✍Lời giải.

Ta có $A(3a;1-a;-1+a)\in d_1$ và $B(2+b;1-2b;-3+b)\in d_2$.

$\overrightarrow{AB}=(b-3a+2;-2b+a,b-a-2)$.

Vì $AB\parallel(P)$ nên $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow b=\dfrac{3a}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB, suy ra $I\left(1+\dfrac{9}{4}a;1-2a;-2+\dfrac{5}{4}a\right)$.

Hay nói cách khác $I\in\Delta\colon \begin{cases} x=1+\dfrac{9}{4}a\\ y=1-2a\\ z=-2+\dfrac{5}{4}a\end{cases}$.

Đường thẳng này có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 410. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x-z\cdot\sin\alpha+\cos\alpha=0$ và $(Q)\colon y-z\cdot\cos\alpha-\sin\alpha=0$, $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Góc giữa d và trục Oz là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

✍Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x-z\cdot\sin\alpha+\cos\alpha=0\\ y-z\cdot\cos\alpha-\sin\alpha=0\end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;0;-\sin\alpha)$ và $\overrightarrow{n_Q}=(0;1;-\cos\alpha)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(\sin\alpha;\cos\alpha;1)$.

Véc-tơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và trục Oz.

Ta có $\cos\varphi=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}\cdot\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|\cdot\left|\vec{k}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra $\varphi=45^\circ$.

Chọn đáp án B □

Câu 411. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

✍Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm, gọi các giao điểm của d với hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là M và N
Do $M \in d_1$ nên tọa độ có dạng $M(2a-3;-a-2;-4a-2)$, do $N \in d_2$ nên tọa độ có dạng $N(3b-1;2b-1;3b+2)$
Ta có $\overrightarrow{MN} = (3b-2a+2;2b+a+1;3b+4a+4)$
$\vec{n}(1;2;3)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{n}$ cùng phương nhau nên

$$\frac{3b-2a+2}{1} = \frac{2b+a+1}{2} = \frac{3b+4a+4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a-4b=3 \\ 10a-6b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-5;-1;2) \\ \overrightarrow{MN} = (-2;-4;-6). \end{cases}$$

Từ đó chọn "$\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$".
Chọn đáp án B □

3.1 ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. C	4. A	5. C	6. D	7. C	8. A	9. A	10. B
11. B	12. B	13. C	14. C	15. D	16. C	17. D	18. C	19. D	20. A
21. B	22. A	23. C	24. C	25. B	26. D	27. D	28. D	29. C	31. C
32. D	33. D	34. B	35. B	36. A	37. C	38. A	39. A	40. C	41. C
42. C	43. A	44. D	45. C	46. C	47. A	48. D	49. A	50. C	51. D
52. C	53. C	54. D	55. A	56. B	57. D	58. A	59. C	60. D	61. A
62. B	63. A	64. B	65. B	66. A	67. B	68. B	69. A	70. D	71. D
72. C	73. D	74. D	75. A	76. D	77. D	78. D	79. C	80. C	81. B
82. B	83. B	84. D	85. D	86. D	87. B	88. D	89. C	90. C	91. C
92. B	93. B	94. A	95. C	96. C	97. A	98. D	99. D	100. A	101. A
102. C	103. A	104. C	105. D	106. D	107. A	108. A	109. B	110. C	111. D
112. D	113. D	114. A	115. B	116. C	117. D	118. D	119. C	120. D	121. D
122. D	123. A	124. A	125. D	126. D	127. C	128. A	129. C	130. A	131. D
132. B	133. D	134. B	135. B	136. A	137. D	138. A	139. B	140. A	141. D
142. C	143. B	144. D	145. A	146. C	147. C	148. D	149. A	150. C	151. A
152. D	153. A	154. B	155. A	156. D	157. D	158. B	159. D	160. D	161. B
162. A	163. C	164. A	165. C	166. B	167. A	168. B	169. C	170. A	171. C
172. A	173. C	174. D	175. A	176. A	177. A	178. D	179. A	180. D	181. D
182. A	183. D	184. B	185. A	186. A	187. B	188. B	189. B	190. C	191. C
192. D	193. D	194. D	195. B	196. C	197. A	198. C	199. C	200. A	201. D
202. A	203. D	204. D	205. B	206. A	207. A	208. A	209. C	210. A	211. B
212. A	213. D	214. B	215. A	216. D	217. D	218. C	219. D	220. A	221. B
222. C	223. C	224. C	225. B	226. A	227. C	228. C	229. D	230. A	231. C
232. C	233. A	234. B	235. A	236. B	237. B	238. D	239. A	240. D	241. B
242. C	243. B	244. C	245. B	246. C	247. C	248. D	249. D	250. D	251. A
252. A	253. D	254. D	255. B	256. C	257. B	258. A	259. C	260. C	261. D
262. B	263. B	264. D	265. B	266. A	267. C	268. D	269. D	270. A	271. A
272. D	273. C	274. D	275. B	276. C	277. B	278. A	279. D	280. A	281. B
282. C	283. D	284. C	285. D	286. A	287. D	288. A	289. B	290. C	291. B
292. B	293. C	294. C	295. D	296. B	297. A	298. C	299. B	300. D	301. A
302. A	303. C	304. D	305. A	306. A	307. B	308. C	309. A	310. B	311. C
312. A	313. D	314. C	315. D	316. B	317. D	318. D	319. D	320. C	321. C
322. A	323. B	324. A	325. D	326. D	327. D	328. B	329. C	330. C	331. D
332. D	333. C	334. B	335. D	336. B	337. A	338. B	339. B	340. C	341. C

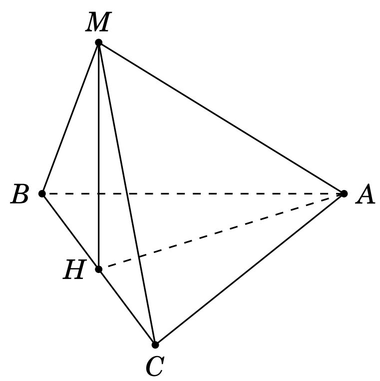
342. B	343. B	344. A	345. B	346. D	347. C	348. C	349. A	350. D	351. B
352. C	353. A	354. C	355. B	356. D	357. C	358. D	359. A	360. C	361. A
362. A	363. C	364. C	365. D	366. D	367. B	368. C	369. B	370. A	371. C
372. C	373. B	374. C	375. A	376. B	377. C	378. C	379. B	380. B	381. A
382. B	383. B	384. A	385. C	386. B	387. C	388. A	389. D	390. A	391. A
392. A	393. C	394. D	395. A	396. A	397. C	398. C	399. D	400. C	401. B
402. A	403. B	404. D	405. B	406. A	407. D	408. C	409. A	410. B	411. B

4 VẬN DỤNG THẤP

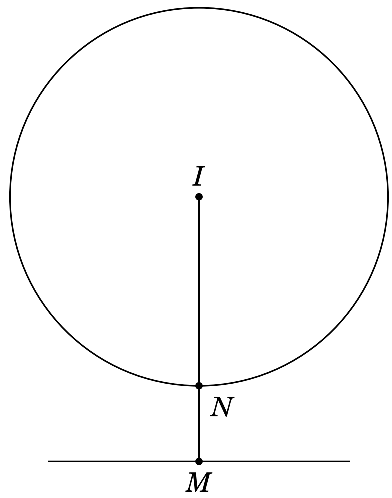
Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(3;2;0)$, $C(-1;2;4)$. Gọi M là điểm thay đổi sao cho đường thẳng MA, MB, MC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau; N là điểm thay đổi nằm trên mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{1}{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

✍**Lời giải.**



Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;2;4)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (ABC). Ta có
$(MA,(ABC))=(MA,HA)=\widehat{MAH}$;
$(MB,(ABC))=(MB,HB)=\widehat{MBH}$;
$(MC,(ABC))=(MC,HC)=\widehat{MCH}$.
Theo giả thiết $\widehat{MAH}=\widehat{MBH}=\widehat{MCH}$ nên $\triangle MAH=\triangle MBH=\triangle MCH$ (c.g.c).
Do đó $HA=HB=HC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và H là trung điểm BC.
Suy ra $H(1;2;2)$. Lại có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(8;-8;8)$, nên $\vec{u}=(1;-1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của MH.
Phương trình MH là $\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=2+t\end{cases}$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;3)$ và bán kính $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



Gọi $K(1+t;2-t;2+t)$ là hình chiếu vuông góc vủa điểm I trên đường thẳng MH. Ta có $\overrightarrow{IK} = (t-2;-t;t-1)$, $\overrightarrow{u}(1;-1;1)$.
Vì $IK \perp MH$ nên $\overrightarrow{IK}\cdot\overrightarrow{MH} = 0 \Rightarrow t = 1$. Khi đó $K(2;1;3)$ và $IK = \sqrt{2}$.
Ta có $MN \geq \mathrm{d}(I, MH) - IN = IK - IN = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng (P): $2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t \\ z=3+8t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t \\ z=3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t \\ z=3-3t \end{cases}$.

✍Lời giải.

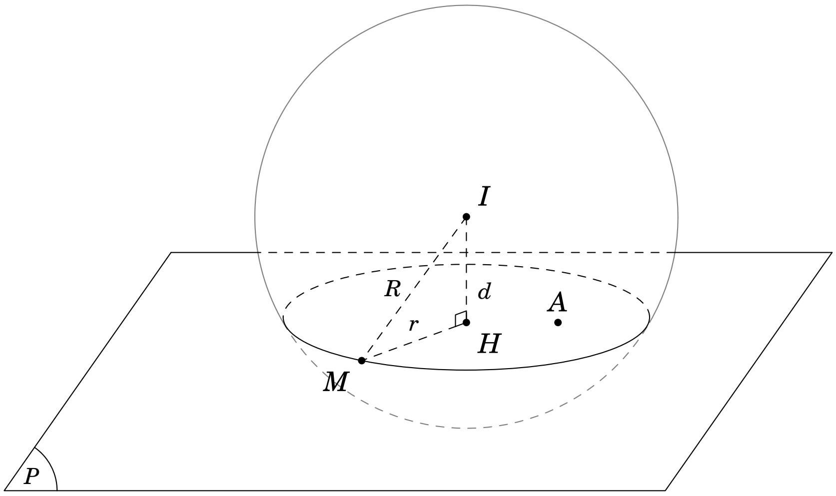
Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.
$IE = \sqrt{1^2+1^2+2^2} = \sqrt{6} < R$, suy ra điểm E nằm trong mặt cầu (S).
Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P), A và B là hai giao điểm của Δ với (S).
Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow \mathrm{d}(J,\Delta)$ lớn nhất (với J là tâm đường tròn giao tuyến của (P) và (S)), mà $\mathrm{d}(J,\Delta) \leq EJ$.
Do đó AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB \perp OE$, mà $AB \perp IH$ nên $AB \perp (HIE) \Rightarrow AB \perp IE$.
Suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{EI}\right] = (5;-5;0) = 5(1;-1;0)$.
Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là

A. (P): $x+2y+3z+6=0$. **B.** (P): $x+2y+z-2=0$.
C. (P): $x-2y+z-6=0$. **D.** (P): $3x+2y+2z-4=0$.

✍Lời giải.



Từ phương trình mặt cầu (S) ta có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$.
Ta có $IA=\sqrt{6}<R$ nên điểm A nằm trong mặt cầu (S).
Gọi r, d lần lượt là bán kính đường tròn thiết diện và khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P).
Ta có $r=\sqrt{R^2-d^2}$. Suy ra diện tích thiết diện $S=\pi r^2=\pi(R^2-d^2)\geq \pi\left(R^2-IA^2\right)$, do $d=IH\leq IA$.
Vậy thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất khi H trùng điểm A khi đó mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{IA}$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P): $1(x-0)+2(y-0)+(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+z-2=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S:(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm I và mặt phẳng (P): $2x+2y-z+24=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(3;4;2)$. **D.** $M(4;1;2)$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$. Do $\mathrm{d}(I;(P))=9>R$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S). Do H là hình chiếu của I lên (P) và MH lớn nhất nên M là giao điểm của đường thẳng IH với mặt cầu (S).

Phương trình đường thẳng IH: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=3-t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của IH với (S) là $M_1(3;4;2)$ và $M_2(-1;0;4)$. Ta có $M_1H=\mathrm{d}(M_1;(P))=12$; $M_2H=\mathrm{d}(M_2;(P))=6$.
Vậy tọa độ điểm cần tìm là $M(3;4;2)$.

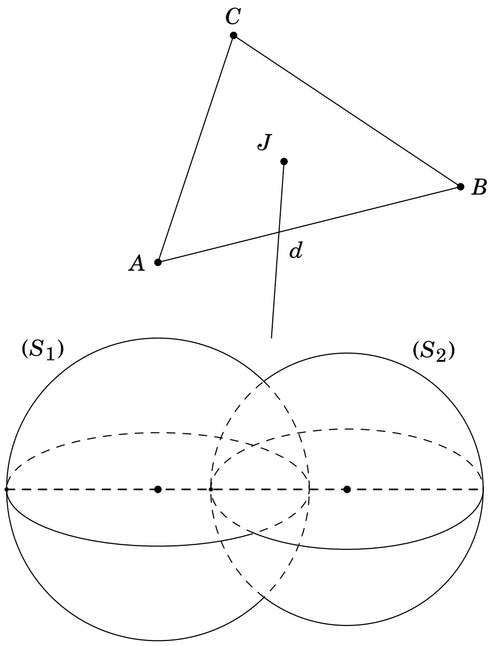
Chọn đáp án C □

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$. Hai mặt cầu (S_1): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+9=0$ và (S_2): $x^2+y^2+z^2-8x-4z+9=0$ cắt nhau theo một đường tròn $(\mathscr{C})$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa $(\mathscr{C})$ tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

✍Lời giải.

Phương trình mặt phẳng chứa $(\mathscr{C})$ là
$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+9=x^2+y^2+z^2-8x-4z+9$
$\Leftrightarrow 6x-4y-2z=0 \qquad (P)$.
Phương trình (ABC): $x+y+z-3=0$.
Ta thấy $\triangle ABC$ là tam giác đều có tâm là $J(1;1;1)$, đồng thời mp(P) qua J và vuông góc với (ABC) nên (P) chứa trục d của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Mỗi điểm trên d là tâm của một mặt cầu tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA.
Vậy có vô số mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$ và $B(5;7;0)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my-2(m+1)z+m^2+2m+8=0$ là phương trình mặt cầu (S) sao cho qua hai điểm A, B có duy nhất một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) đó theo giao tuyến làm một đường tròn có bán kính bằng 1?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

✍Lời giải.
Đặt $x^2+y^2+z^2-4x+2my-2(m+1)z+m^2+2m+8=0 \quad (1)$.
(1) là phương trình của mặt cầu $\Leftrightarrow 4+m^2+(m+1)^2-(m^2+2m+8)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{3} \\ m<-\sqrt{3} \end{array}\right.$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-m;m+1)$ và bán kính $R=\sqrt{m^2-3}$.
Trường hợp 1: (P) là (ABI) và (S) có bán kính $R=1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2-3}=1$ và A, B, I không thẳng hàng. Từ đó suy ra $m=-2$.
Trường hợp 2: (P) cách I một khoảng lớn nhất, đồng thời $\mathrm{d}^2(I,(P))=R^2-1$.
Gọi H, K là hình chiếu của I lên (P) và AB, ta có $\mathrm{d}(I,(P))=IH\le IK$.
Do đó
$$\mathrm{d}_{max}=IK=\mathrm{d}(I,AB)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]\right|}{|\overrightarrow{AB}|},\ \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(4m-8;4-2m;4-2m)=(m-2)(4;-2;-2).$$
Suy ra $\mathrm{d}(I,AB)=\dfrac{|m-2|\sqrt{66}}{11}$.
Ta có $\mathrm{d}^2(I,(P))=R^2-1 \Leftrightarrow \dfrac{6}{11}(m-2)^2=m^2-4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=2 & \text{(loại)} \\ m=-\dfrac{34}{5} & \text{(thoả mãn)} \end{array}\right.$.
Vậy có hai giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-3=0$ và hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=4$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $R=6$.

✍Lời giải.
Xét mặt cầu (S) bất kì đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại C. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-4;-4)$, suy ra phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$.
Gọi $I=AB\cap(P)$ ta có $I(3;3;3)$ và $IC^2=IA\cdot IB \Rightarrow IC=\sqrt{IA\cdot IB}$.

Mặt khác A, B và (P) cố định nên I cố định. Suy ra C thuộc đường tròn nằm trong mặt phẳng (P) có tâm I và bán kính $R=\sqrt{IA\cdot IB}=6$.
Chọn đáp án D □

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với (P): $2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng Δ: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z+2}{7}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{-7}$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;-2;2)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a;b;c)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-1;-1)$.
Vì $d\parallel(P)$ nên $\vec{u}_d\perp\vec{n}_P\Leftrightarrow\vec{u}_d\cdot\vec{n}_P=0\Leftrightarrow 2a-b-c=0\Leftrightarrow c=2a-b$.

Ta có $\cos(\Delta,d)=\dfrac{|5a-4b|}{3\sqrt{5a^2-4ab+2b^2}}=\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{(5a-4b)^2}{5a^2-4ab+2b^2}}$.
Góc (Δ,d) nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos(\Delta,d)$ lớn nhất.

— Nếu $b=0$ thì $\cos(\Delta,d)=\dfrac{1}{3}$.

— Nếu $b\neq0$, đặt $t=\dfrac{a}{b}$ thì $\cos(\Delta,d)=\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{(5t-4)^2}{5t^2-4t+2}}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{(5t-4)^2}{5t^2-4t+2}$, với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{100t^2-60t-16}{(5t^2-4t+2)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{5}$ hoặc $t=-\dfrac{1}{5}$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	−	0	+	
$f(t)$	5	↗	$\frac{25}{3}$	↘	0	↗	5

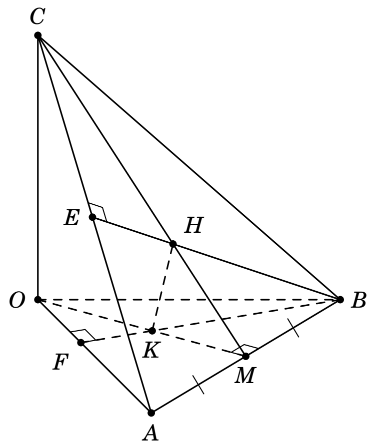
Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{\mathbb{R}} f(t)=\dfrac{25}{3}$, nên trong trường hợp này $\max\cos(\Delta,d)=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$, đạt được khi $t=-\dfrac{1}{5}$, hay $b=-5a$.

Từ hai trường hợp trên, ta có $\max\cos(\Delta,d)=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$ đạt được khi $b=-5a$.
Chọn $a=1$, $b=-5$, $c=7$. Ta có $\vec{u}_d=(1;-5;7)$.
Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{7}$.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(5;0;0)$, $B(3;4;0)$.Với C là điểm nằm trên trục Oz, gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Khi C di động trên trục Oz, thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính đường tròn đó là

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**



Gọi K là trực tâm của tam giác OAB, M là trung điểm của AB, BE là đường cao $\triangle ABC$ ($E \in AC$), BF là đường cao $\triangle OAB$ ($F \in OA$).
Ta có $OA = OB = 5$ nên $\triangle OAB$ cân tại $O \Rightarrow OM \perp AB$.
Vì $C \in Oz$ và $A, B \in (Oxy)$ nên $OC \perp AB$.
Ta có $\begin{cases} AB \perp OM \\ AB \perp CO \end{cases} \Rightarrow AB \perp CM \Rightarrow H \in CM$ (vì H là trực tâm $\triangle ABC$).
Vì $AB \perp (COM)$, $HK \subset (COM)$ nên $HK \perp AB$. (1)

Ta có $\begin{cases} BF \perp OA \\ BF \perp CO \end{cases} \Rightarrow BF \perp AC$.
Vì $\begin{cases} AC \perp BE \\ AC \perp BF \end{cases}$ nên $AC \perp (BEF) \Rightarrow HK \perp AC$. (2)
Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (ABC)$. Suy ra $HK \perp HM$ hay H thuộc đường tròn đường kính KM.
Ta có trung điểm M của AB là $M(4;2;0) \Rightarrow OM\colon \begin{cases} x = 4t \\ y = 2t \\ z = 0. \end{cases}$
Lại có $K \in OM \Rightarrow K(4t, 2t; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (4t-5; 2t; 0)$.
Vì K là trực tâm $\triangle OAB$ nên ta có

$$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 3(4t-5) + 4 \cdot 2t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{4} \Rightarrow K\left(3; \frac{3}{2}; 0\right).$$

Vậy bán kính đường tròn cần tính là $R = \dfrac{KM}{2} = \dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với mặt phẳng (P): $2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-5} = \dfrac{z-2}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+1}{-5} = \dfrac{z+2}{7}$.

C. $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+1}{5} = \dfrac{z-2}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-5} = \dfrac{z-2}{-7}$.

✍**Lời giải.**
Gọi $\vec{u} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ là véc-tơ chỉ phương của d.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -1)$.
Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2a - b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a - b$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (1; -2; 2)$.
Gọi α là góc giữa d và Δ. Ta có

$$\cos\alpha = \frac{|a - 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|5a - 4b|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + (2a-b)^2}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{25a^2 - 40ab + 16b^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}}.$$

Nếu $b = 0$ thì do $c = 2a - b$ và $\vec{u} \neq \vec{0}$ nên $a \neq 0$. Khi đó, $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Nếu $b \neq 0$ thì $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{25t^2 - 40t + 16}{5t^2 - 4t + 2}}$, với $t = \dfrac{a}{b}$.

Xét hàm $f(t) = \dfrac{25t^2 - 40t + 16}{5t^2 - 4t + 2}$ có $f'(t) = \dfrac{100t^2 - 60t - 16}{\left(5t^2 - 4t + 2\right)^2}$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -\dfrac{1}{5} \\ t = \dfrac{4}{5}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $f(t)$ như sau

t	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	5	$\nearrow$	$\frac{25}{3}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5

Suy ra $\cos\alpha \le \frac{1}{3}\sqrt{\frac{25}{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Kết hợp cả hai trường hợp $b=0$ và $b \ne 0$ thì $\cos\alpha$ lớn nhất là $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ khi $\frac{a}{b} = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow b = -5a \Rightarrow c = 7a$.
Khi đó, d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;-5;7)$.
Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3)$, $B(1;0;5)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;2;3)$. **B.** $M(2;0;5)$. **C.** $M(3;-2;7)$. **D.** $M(3;0;4)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(2;-1;4)$.
Khi đó: $MA^2+MB^2 = \overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)$
$= 2\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right) = 2MI^2+IA^2+IB^2 = MI^2+6$.
Do đó MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của Itrên đường thẳng d.
Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d là
$1\cdot(x-2)-2(y+1)+2(z-4)=0$ hay $(P)\colon x-2y+2z-12=0$.
Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \end{cases}$.
Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình:
$\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \\ x-2y+2z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=5 \\ t=1 \end{cases}$. Vậy $M(2;0;5)$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3)$, $B(1;0;5)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;2;3)$. **B.** $M(2;0;5)$. **C.** $M(3;-2;7)$. **D.** $M(3;0;4)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(2;-1;4)$.
Khi đó: $MA^2+MB^2 = \overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)$
$= 2\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right) = 2MI^2+IA^2+IB^2 = MI^2+6$.
Do đó MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của Itrên đường thẳng d.
Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d là
$1\cdot(x-2)-2(y+1)+2(z-4)=0$ hay $(P)\colon x-2y+2z-12=0$.
Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \end{cases}$.
Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình:

$\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \\ x-2y+2z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=5 \\ t=1 \end{cases}$. Vậy $M(2;0;5)$

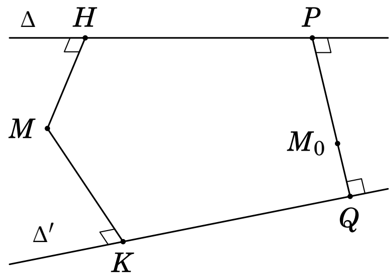
Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta'\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. Xét điểm M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ và Δ'. Biểu thức a^2+2b^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó x_0+y_0 bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên Δ, Δ' suy ra $a=MH$, $b=MK$.
Gọi PQ là đoạn vuông góc chung của Δ, Δ' với $P\in\Delta \Rightarrow P(p;p;p+1)$ và $Q\in\Delta' \Rightarrow Q(1+q;2q;q)$.
Ta có $\overrightarrow{PQ}=(1+q-p;2q-p;q-p-1)$ và đường thẳng Δ, Δ' có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}=(1;1;1)$, $\vec{u'}=(1;2;1)$.



Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{PQ}\cdot\vec{u}=0 \\ \overrightarrow{PQ}\cdot\vec{u'}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4q-3p=0 \\ 6q-4p=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=0 \\ q=0 \end{cases} \Rightarrow P(0;0;1);\ Q(1;0;0)$.

Ta có $a+b\ge HK\ge PQ=\sqrt{2}$. Mặt khác $a^2+2b^2\ge \dfrac{2}{3}(a+b)^2$ $(*)$.

Thật vậy $(*) \Leftrightarrow 3\left(a^2+2b^2\right)\ge 2(a+b)^2 \Leftrightarrow a^2-4ab+4b^2\ge 0 \Leftrightarrow (a-2b)^2\ge 0$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=2b$.

Khi đó $a^2+2b^2\ge\dfrac{4}{3}$. Dấu bằng xảy ra khi M đặt tại M_0 nghĩa là $\overrightarrow{MP}=-2\overrightarrow{MQ}$

$$\Rightarrow M\left(\frac{2}{3};0;\frac{1}{3}\right) \Rightarrow x_0+y_0=\frac{2}{3}.$$

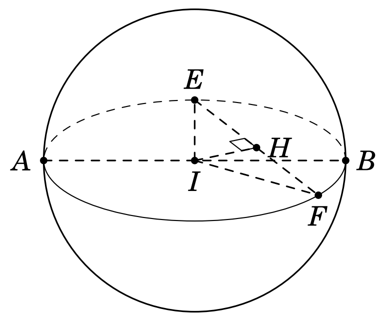
Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-m}{2}$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn thẳng EF lớn nhất khi $m=m_0$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $(0;2)$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính bằng 3.
Đường thẳng d không đi qua tâm I, d đi qua điểm $N(1;-1;m)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$.
Gọi H là trung điểm $EF \Rightarrow IH\perp EF$.
Ta có $HE=\sqrt{IE^2-IH^2}=\sqrt{9-[\mathrm{d}(I,d)]^2}$.
EF lớn nhất $\Leftrightarrow HE$ lớn nhất $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,d)$ nhỏ nhất.
Ta có: $\overrightarrow{IN}=(0;-2;m-2)$, $\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]=(-2-m;m-2;2)$.



Suy ra $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(m+2)^2+(m-2)^2+4}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2m^2+12}}{\sqrt{6}}\ge\sqrt{2}$.

Vậy $\mathrm{d}(I,d)$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $m=0$.

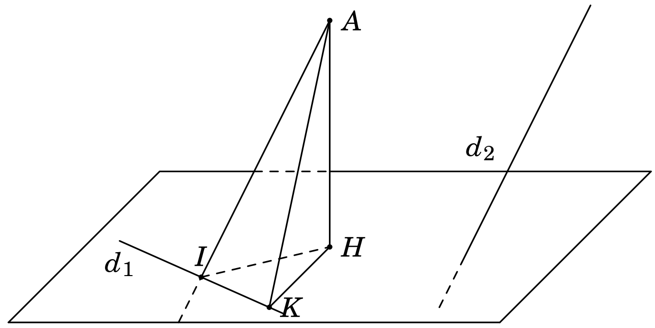
Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và $d_2\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 sao cho góc giữa mặt phẳng (P) và đường thẳng d_2 là lớn nhất là: $ax-y+cz+d=0$. Giá trị của $T=a+c+d$ bằng

A. $T=-6$. **B.** $T=-\dfrac{13}{4}$. **C.** $T=3$. **D.** $T=0$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua $I\in d_1$ và $d\parallel d_2$.
Lấy $A\in d, A\neq I$ và gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và d_1.
Khi đó $\widehat{(d_2;(P))}=\widehat{(d;(P))}=\widehat{AIH}$.
Mà $\cos\widehat{AIH}=\dfrac{IH}{IA}\geq\dfrac{IK}{IA}=const$ nên $\widehat{AIH}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $H\equiv K$.
Suy ra mặt phẳng (P) chứa d_1 và vuông góc với mặt phẳng $(d;d_1)$ có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]$.



Vậy mặt phẳng (P) chứa d_1 và tạo với d_2 một góc lớn nhất $\Rightarrow (P)$ qua $M=(1;-2;0)\in d_1$ và nhận véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=\left[[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}],\overrightarrow{u_1}\right]=(7;-1;5)$.
$\Rightarrow (P)\colon 7x-y+5z-9=0\Rightarrow a=7, c=5, d=-9$.
Vậy $T=a+c+d=3$.
Chọn đáp án C □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(h;k;1)$. Giá trị $h-k$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** −2.

Lời giải.

Ta có

- $H\in\Delta_1\colon \begin{cases}x=3+2t\\y=t\\z=1+t\end{cases}\Leftrightarrow H(3+2t;t;1+t)$.
- $K\in\Delta_2\colon \begin{cases}x=1+m\\y=2+2m\\z=m\end{cases}\Leftrightarrow K(1+m;2+2m;m)$.

Khi đó $\overrightarrow{HK}=(m-2t-2;2m-t+2;m-t-1)$.
Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;1;-2)$.

$$\Delta\perp d\Leftrightarrow \vec{u}_d\cdot\overrightarrow{HK}=0\Leftrightarrow m-t+2=0\Leftrightarrow m=t-2.$$

Suy ra $\overrightarrow{HK}=(-t-4;t-2;-3)$. Ta có

$$HK^2=(-t-4)^2+(t-2)^2+(-3)^2=2(t+1)^2+27\geq 27, \forall t\in\mathbb{R}.$$

Do đó độ dài HK nhỏ nhất là $\min HK=\sqrt{27}$, đạt được khi $t=-1$.
Khi đó ta có $\overrightarrow{HK}=(-3;-3;-3)=-3(1;1;1)$, suy ra $\vec{u}=(1;1;1)\Rightarrow h=k=1\Rightarrow h-k=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-1;0)$ và hai điểm $A(-4;7;3)$, $B(4;4;5)$. Giả sử M,N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN=5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{77}$. **C.** $7\sqrt{2}-3$. **D.** $\sqrt{82}-5$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nên $\exists t > 0 : \overrightarrow{MN} = t\vec{a}$.
Hơn nữa,

$$MN = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t \cdot |\vec{a}| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t = 5.$$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (5;-5;0)$.
Gọi $A'(x';y';z')$ là điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x'+4=4 \\ y'-7=-5 \\ z'-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=1 \\ y'=2 \\ z'=3. \end{cases}$$

Do đó $A'(1;2;3)$.
Dễ thấy các điểm A', B đều nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) vì chúng đều có cao độ dương. Hơn nữa vì cao độ của chúng khác nhau nên đường thẳng $A'B$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy) tại một điểm cố định.
Từ $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$ suy ra $AM = A'N$ nên $|AM - BN| = |A'N - BN| \le A'B$ dấu bằng xảy ra khi N là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (Oxy). Do đó

$$\max|AM - BN| = A'B = \sqrt{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{17}.$$

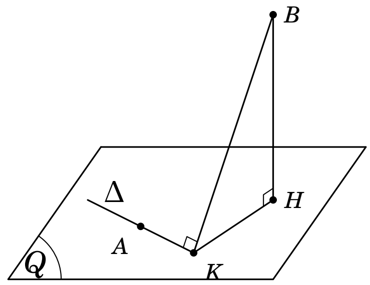
đạt được khi $N = A'B \cap (Oxy)$.
Chọn đáp án A □

Câu 18. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $x + 2y = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A song song với (P) và cách điểm $B(-1;0;2)$ một khoảng ngắn nhất. Hỏi Δ nhận véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{u} = (6;3;-5)$. **B.** $\vec{u} = (6;-3;5)$. **C.** $\vec{u} = (6;3;5)$. **D.** $\vec{u} = (6;-3;-5)$.

✍Lời giải.

Gọi mặt phẳng (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P). Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) là $x + 2y - 3 = 0$.
Gọi H là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (Q), khi đó đường thẳng BH đi qua $B(-1;0;2)$ và nhận $\vec{n}_{(Q)} = (1;2;0)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 2. \end{cases}$



Vì $H = BH \cap (Q)$ nên $H \in BH$, từ đó $H(-1+t;2t;2)$ và $H \in (Q)$ nên ta có

$$-1 + t + 2\cdot 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{5} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{5};\frac{8}{5};22\right).$$

Khi đó ta có $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{6}{5};\frac{3}{5};1\right) = -\frac{1}{5}\cdot(6;-3;-5)$.
Gọi K là hình chiếu của B lên đường thẳng Δ, khi đó ta có $\mathrm{d}(B,d) = BK \ge BH$ nên khoảng cách từ B đến Δ nhỏ nhất khi $BK = BH$, do đó đường thẳng Δ đi qua A có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6;-3;-5)$.
Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$ và mặt phẳng (P): $3x - 3y + 2x - 15 = 0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 2. **D.** -1.

✍Lời giải.

Gọi $G(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{2x_A - x_B + x_C}{2} = 1 \\ y_G = \dfrac{2y_A - y_B + y_C}{2} = 2 \\ z_G = \dfrac{2z_A - z_B + z_C}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(1;2;-2).$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2MA^2 - MB^2 + MC^2 &= 2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2 - \left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2 \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}\left(2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right) \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Như thế MG nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (P).

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua G và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-3t \\ z = -2+2t. \end{cases}$

Vì $M \in \Delta$ nên $M(1+3t; 2-3t; -2+2t)$.
Mặt khác $M \in (P)$ nên $3(1+3t) - 3(2-3t) + 2(-2+2t) - 15 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.
Vậy $M(4;-1;0)$ và $a+b+c = 4+(-1)+0 = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách điểm A một khoảng lớn nhất. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n} = (1;0;2)$. **B.** $\vec{n} = (1;0;-2)$. **C.** $\vec{n} = (1;1;1)$. **D.** $\vec{n} = (1;1;-1)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;1;1)$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Khi đó, $H(-1-2t; t; 1+t)$ với $t \in \mathbb{R}$.
Ta có $\overrightarrow{AH} = (-2-2t; t-2; t-2)$ và

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow -2(-2-2t) + t - 2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(-1;0;1).$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên (P).
Ta có $AK \le AH$ và đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $K \equiv H$.
Do đó, khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $AH \perp (P)$.
Suy ra $\overrightarrow{AH} = (-2;-2;-2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Vậy $\vec{n} = (1;1;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án C □

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(0;4\sqrt{2};0\right)$, $B\left(0;0;4\sqrt{2}\right)$, điểm $C \in (Oxy)$ và tam giác OAC vuông tại C, hình chiếu vuông góc của O trên BC là điểm H. Khi đó điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

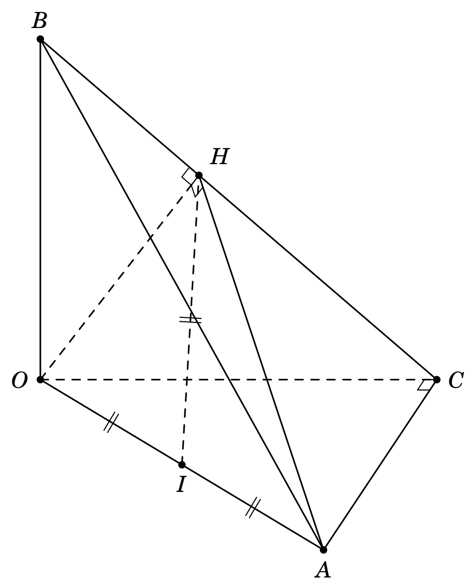
Dễ thấy $B \in Oz$. Ta có $A \in (Oxy)$ và $C \in (Oxy)$, suy ra $OB \perp (OAC)$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp OC \\ AC \perp OB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBC)$, mà $OH \subset (OBC)$. Suy ra $AC \perp OH$. (1)

Mặt khác ta có $OH \perp BC$, (theo giả thiết). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp AB$ và $OH \perp HA$.

Với $OH \perp AB$ suy ra H thuộc mặt phẳng (P) với (P) là mặt phẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng AB. Phương trình của (P) là $y - z = 0$.



Với $OH \perp HA \Rightarrow \triangle OHA$ vuông tại H. Do đó H thuộc mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;2\sqrt{2};0\right)$ là trung điểm của OA và bán kính $R = \dfrac{OA}{2} = 2\sqrt{2}$.

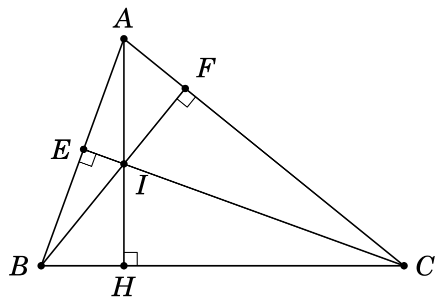
Do đó điểm H luôn thuộc đường tròn (T) cố định là giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt cầu (S).
Giả sử (T) có tâm K và bán kính r thì $IK = \mathrm{d}(I,(P)) = 2$ và $r = \sqrt{R^2 - IK^2} = 2$.
Vậy điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng 2.
Chọn đáp án D □

Câu 22. Trong không gian, cho tam giác ABC có các đỉnh B,C thuộc trục Ox. Gọi $E(6;4;0), F(1;2;0)$ lần lượt là hình chiếu của B,C trên các cạnh AC, AB. Toạ độ hình chiếu của A trên BC là

A. $\left(\frac{5}{3};0;0\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{3};0;0\right)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $\left(\frac{8}{3};0;0\right)$.

✍Lời giải.

Tứ giác $BHIE$ nội tiếp nên $\widehat{IHE} = \widehat{EBI}$.
Tứ giác $ABHF$ nội tiếp nên $\widehat{EBI} = \widehat{IHF}$.
Suy ra $\widehat{IHE} = \widehat{IHF}$ (1).
Mà $AH \perp Ox$ nên đường thẳng AH có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.
Gọi $H(x;0;0)$. Ta có
$\overrightarrow{HE} = (6-x;4;0)$, $\overrightarrow{HF} = (1-x;2;0)$.
Từ (1) ta suy ra



$$\left|\cos\left(\overrightarrow{HE};\vec{j}\right)\right| = \left|\cos\left(\overrightarrow{HF};\vec{j}\right)\right| \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{(6-x)^2+4^2}} = \frac{2}{\sqrt{(1-x)^2+2^2}}$$
$$\Leftrightarrow (6-x)^2 + 16 = 4(1-x)^2 + 16$$
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{8}{3} \\ x = -4. \end{array}\right.$$

- Với $x = -4$ ta có $H(-4;0;0)$, suy ra H,E,F thẳng hàng (loại).
- Với $x = \frac{8}{3}$ ta có $H\left(-\frac{8}{3};0;0\right)$ (thỏa mãn).

Vậy toạ độ hình chiếu của A trên BC là $H\left(-\frac{8}{3};0;0\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(8;5;-11)$, $B(5;3;-4)$, $C(1;2;-6)$ và mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 9$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ là điểm trên (S), sao cho $\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a+b$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 9.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(2;4;-1)$, bán kính $R = 3$.
Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$$\Leftrightarrow (8-x;5-y;-11-z) - (5-x;3-y;-4-z) - (1-x;2-y;-6-z) = (0;0;0)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+x = 0 \\ y = 0 \\ -1+z = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \\ z = 1. \end{cases}$$

Vậy $I(-2;0;1)$.
Ta có: $OI = \sqrt{4^2+4^2+2^2} = 6 > R$.
Suy ra I nằm ngoài mặt cầu (S). Ta có: $\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{IM}\right| = IM$.
Khi đó $\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất.
Ta có: $IM \geq IO - OM$. Dấu "=" xảy ra khi I,M,O thẳng hàng và M thuộc đoạn thẳng IO. Gọi

d là đường thẳng đi qua hai điểm IO cắt mặt cầu (S) tại hai điểm $M_1; M_2$.

Khi đó ta có phương trình tham số $d: \begin{cases} x = -2+2t \\ y = 2t \\ z = 1-t. \end{cases}$

Thay d vào phương trình mặt cầu (S) ta được:

$(-2+2t-2)^2 + (2t-4)^2 + (1-t+1)^2 = 9 \Leftrightarrow 9t^2 - 36t + 27 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \Rightarrow M_1(0;2;0) \\ t = 3 \Rightarrow M_2(4;6;-2). \end{array}\right.$

Ta có: $IM_1 = 3; IM_2 = 9$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M \equiv M_1(0;2;0) \Rightarrow a = 0; b = 2$.

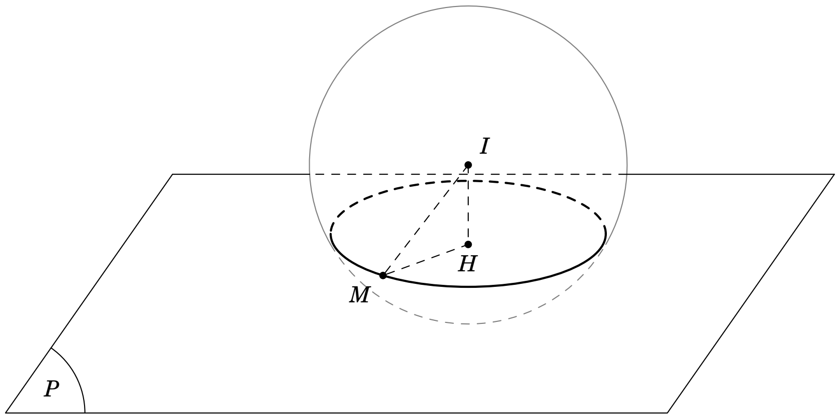
Vậy $a + b = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Biết rằng mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4. Giá trị của biểu thức $a + b - c$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

✍**Lời giải.**



Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ nên mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H(1;-1;1)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;3)$, bán kính $R = 5$.

Ta có $\overrightarrow{IH} = (1;2;2) \Rightarrow IH = 3$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên (ABC).

Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 4$ nên $IK = \sqrt{R^2 - r^2} = 3 \Rightarrow K \equiv H$.

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) nhận $\overrightarrow{IH}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b = 0 \\ -a + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow b = c = \frac{a}{2}$.

Kết hợp $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow a = 1, b = c = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b - c = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = -t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Phương trình của (P) là

A. $x + 3y + 5z + 2 = 0$. **B.** $3x - 2y - 4z - 8 = 0$. **C.** $x - 2y - 3 = 0$. **D.** $y + z + 1 = 0$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;0)$ và bán kính $R = 2$, đường thẳng d qua điểm $M(1;-1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-1)$. Ta có

$$\mathrm{d}(I,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{2}<R.$$

Suy ra mặt phẳng (P) luôn cắt (S) theo một đường tròn. Gọi r là bán kính của nó, ta có

$$r^2=R^2-\mathrm{d}^2(I,(P))$$

nên r nhỏ nhất khi $\mathrm{d}(I,(P))$ lớn nhất. Điều này xảy ra khi (P) vuông góc với IH, với H là hình chiếu của I trên d.
Gọi (Q) là mặt phẳng qua I và vuông góc với d, phương trình của (Q) là $2x+y-z-7=0$.
Do H là giao điểm của d và (Q), suy ra $H(3;0;-1)$.
Vậy (P) qua $H(3;0;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{IH}=(0;-1;-1)$. Suy ra $(P)\colon y+z+1=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z+1=0$, $(Q)\colon x-2y-z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt (P), (Q) lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x-3}{1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x-3}{1}$.

✍**Lời giải.**
Giả sử $B(a;b;c)$. Vì M là trung điểm cạnh BC nên $C(2-a;4-b;6-c)$.
Theo bài ra ta có

$$\begin{cases}B\in(P)\\ C\in(Q)\\ AM\perp BC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b-2c+1=0\\ (2-a)-2(4-b)-(6-c)+4=0\\ \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\Leftrightarrow\begin{cases}a+b-2c+1=0\\ -a+2b+c-8=0\\ a+2b+c-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=3\\ c=2.\end{cases}$$ Suy ra $B(0;3;2)$.

Suy ra đường thẳng cần tìm là $BM\colon \dfrac{x-1}{0-1}=\dfrac{y-2}{3-2}=\dfrac{x-3}{2-3}\Leftrightarrow BM\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x-3}{1}$.
Chọn đáp án C □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+t\\ z=-2-t\end{cases}$ và $\Delta_2\colon\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng Δ_1 và tạo với đường thẳng Δ_2 một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

✍**Lời giải.**
Ta có vectơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u_2}=(-1;2;2)$.
Gọi B là giao điểm của d và Δ_1. Ta có $B(1+2t;2+t;-2-t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2t+2;t+2;-t-1)$.
Đặt $\varphi=(\Delta_2,d)$. Khi đó $\cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\vec{u}_2\right)\right|=\dfrac{2|t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{t^2}{6t^2+14t+9}}$.
Ta có φ lớn nhất bằng 90° khi $\cos\varphi=0$. Khi đó $t=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$.
Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;1;3)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tứ diện $OMNP$ có thể tích nhỏ nhất. Giao điểm của đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\\ z=4+t\end{cases}$ với (P) có toạ độ là

A. $(4;6;1)$. **B.** $(4;1;6)$. **C.** $(-4;6;-1)$. **D.** $(4;-1;6)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$ với $a,b,c>0$ theo thứ tự là giao điểm của mặt phẳng (P) với các tia Ox,Oy,Oz.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.
Vì $A(2;1;3)\in(P)$ nên $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{3}{c}=1$.
Mặt khác, vì $OMNP$ là tam diện vuông nên $V_{OMNP}=\frac{1}{6}OM.ON.OP=\frac{1}{6}abc$.
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

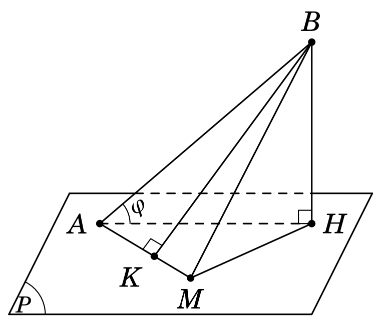
$$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{3}{c}\geq 3\cdot\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}\Rightarrow 1\geq 3\cdot\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}\Rightarrow abc\geq 162\Rightarrow V_{OMNP}\geq 27.$$

Do đó thể tích tứ diện $OMNP$ nhỏ nhất bằng 27 khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{3}{c}=1\\ \frac{2}{a}=\frac{1}{b}=\frac{3}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\ b=3\\ c=9.\end{cases}$
Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{9}=1\Leftrightarrow 3x+6y+2z-18=0$.
Gọi $B=d\cap(P)\Rightarrow B(4;-1;6)$.
Vậy giao điểm của d và (P) là điểm $B(4;-1;6)$.
Chọn đáp án D □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-3=0$ và hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;5)$. Gọi M là một điểm di động trên (P). Giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{MA+2\sqrt{3}}{MB}$ bằng

A. $3\sqrt{3+\sqrt{78}}$. **B.** $\sqrt{54+6\sqrt{78}}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{3}$.

✍**Lời giải.**
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;2)$, $AB=2\sqrt{3}$ và $A\in(P)$, $B\notin(P)$.
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên (P) và AM.
Trong tam giác ABM, gọi α, β, γ lần lượt là số đo các góc $\widehat{BAM}$, $\widehat{ABM}$, $\widehat{AMB}$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABM$.
Gọi φ là góc giữa AB và mặt phẳng (P).
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;2)$.



Ta tính được $\sin\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{9}\Rightarrow\cos\varphi=\frac{\sqrt{78}}{9}\Rightarrow\sin\frac{\varphi}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\varphi}{2}}=\sqrt{\frac{9-\sqrt{78}}{18}}$.
Ta có $\sin\alpha=\frac{BK}{AB}\geq\frac{BH}{AB}=\sin\varphi\Rightarrow\alpha\geq\varphi$.
Khi đó,

$$\begin{aligned}\frac{MA+2\sqrt{3}}{MB}&=\frac{MA+AB}{MB}=\frac{2R\sin\beta+2R\sin\gamma}{2R\sin\alpha}=\frac{\sin\beta+\sin\gamma}{\sin\alpha}\\&=\frac{2\sin\frac{\beta+\gamma}{2}\cos\frac{\beta-\gamma}{2}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{\cos\frac{\beta-\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}\\&\leq\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\\&\leq\frac{1}{\sin\frac{\varphi}{2}}=\sqrt{54+6\sqrt{78}}.\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\beta=\gamma\\ \alpha=\varphi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}MA=AB=2\sqrt{3}\\ K\equiv H.\end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của $\dfrac{MA+2\sqrt{3}}{MB}$ là $\sqrt{54+6\sqrt{78}}$.

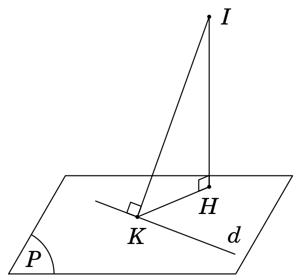
Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $y+z+1=0$. **B.** $x+3y+5z+2=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $3x-2y-4z-8=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;0)$, bán kính $R=2$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) và K là hình chiếu vuông góc của I trên d. Xét phương trình

$$(1+2t-3)^2+(-1+t-1)^2+(-t)^2=4 \Leftrightarrow 6t^2-12t+4=0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt nên d luôn cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.

Do đó, mặt phẳng (P) chứa d luôn cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.

Ta có r nhỏ nhất khi IH lớn nhất, mà $IH\le IK$. Do đó, r nhỏ nhất khi và chỉ khi H trùng với K.

Gọi $H(1+2t;-1+t;-t)\in d$, khi đó $\overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}_d=0$. (2)

Ta có $\overrightarrow{IH}=(2t-2;t-2;-t)$ và $\vec{u}_d=(2;1;-2)$. Từ (2) suy ra

$$2(2t-2)+1(t-2)-2(-t)=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{IH}=(0;-1;-1)$ và đi qua $H(3;0;-1)$ có phương trình

$$0(x-3)-(y-0)-(z+1)=0 \Leftrightarrow y+z+1=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;-3)$, $C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$. Điểm $D(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất. Tính $a+b+c$.

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(ABC)\colon -2x+2y-z-1=0$. Mặt cầu có tâm $I(1;0;-1)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC) nên $\Delta\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=2t \\ z=-1-t. \end{cases}$

Bây giờ ta tìm hai giao điểm của Δ với (S).

Xét phương trình $(1-2t)^2+(2t)^2+(-1-t)^2-2(1-2t)+2(-1-t)-2 \Leftrightarrow t=\pm\dfrac{2}{3}$.

Với $t=\dfrac{2}{3}$ ta có giao điểm là $M\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$.

Với $t=-\dfrac{2}{3}$ ta có giao điểm là $N\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Ta có $\mathrm{d}(M,(ABC))=\dfrac{4}{3}$ và $\mathrm{d}(N,(ABC))=\dfrac{8}{3}$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi $\mathrm{d}(D,(ABC))$ lớn nhất, khi đó D trùng với N.

Vậy $a+b+c=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án D □

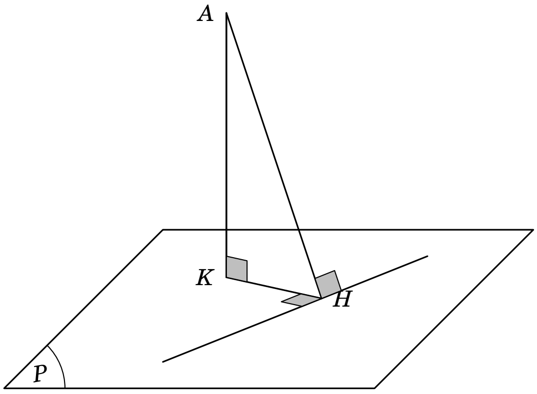
Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Biết rằng phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng

(P) lớn nhất, có dạng $ax+by+cz-3=0$ (với a, b, c là các số nguyên). Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** -2. **D.** -5.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P).
Ta có $\mathrm{d}[A,(P)]=AK\le AH=$ const. Dấu "=" khi $K\equiv H$.
Khi đó $H\in(P)$, $AH\perp(P)$. Gọi $H(1+2t;t;2+2t)\in d$.
Ta có $\overrightarrow{AH}=(-1+2t;-5+t;-1+2t)$ và $\overrightarrow{u_d}=(2;1;2)$.
Vì $AH\perp d$ nên $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t=1$.



Suy ra mặt phẳng (P) đi qua $H(3;1;4)$ và nhận $\overrightarrow{AH}=(1;-4;1)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x-4y+z-3=0$.
Do đó $a=1$; $b=-4$; $c=1\Rightarrow a+b+c=-2$.
Chọn đáp án C □

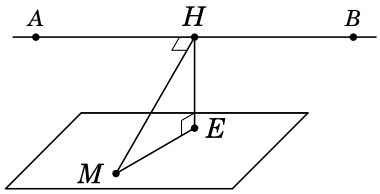
Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x+y-z+5=0$ và hai điểm $A(1;0;2)$, $B(2;-1;4)$. Tập hợp các điểm M nằm trên mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất là

A. $\begin{cases}x-7y-4z+7=0\\3x-y+z-5=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x-7y-4z+14=0\\3x+y-z+5=0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x-7y-4z+7=0\\3x+y-z+5=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x-7y-4z+5=0\\3x+y-z+5=0\end{cases}$.

Lời giải.

- (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(3;1;-1)$, $\overrightarrow{AB}=((1;-1;2)$.
- A,B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P).
- $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_P=0$, suy ra $AB\parallel(P)$.
- Do A,B cố định nên S_{MAB} nhỏ nhất khi khoảng cách từ M đến AB là nhỏ nhất.



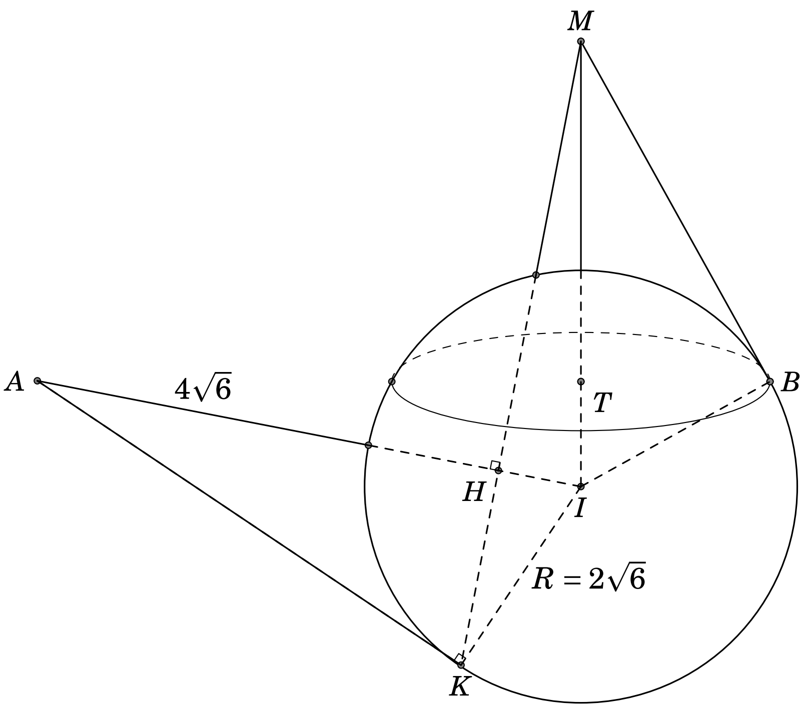
- Kẻ $MH\perp AB$ tại H và $HE\perp(P)$ tại E. Ta có $HM\ge HE=\mathrm{d}(AB,(P))$. Vậy MH nhỏ nhất khi và chỉ khi $MH\perp(P)$ với $H\in AB$. Suy ra M nằm trên hình chiếu vuông góc của AB lên (P).
- Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A,B và vuông góc với (P). (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là
$$\vec{n}_Q=[\vec{n}_P,\overrightarrow{AB}]=(1;-7;-4).$$
- (Q): $x-7y-4z+7=0$. Hình chiếu vuông góc của AB lên (P) là giao tuyến của (P) và (Q). Vậy
$$M\in\begin{cases}x-7y-4z+7=0\\3x+y-z+5=0.\end{cases}$$

Chọn đáp án C □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=24$ và điểm $A(-2;0;-2)$. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω). Từ điểm M di động nằm ngoài (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (ω) kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω'). Biết rằng khi hai đường tròn (ω), (ω') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=6\sqrt{2}$. **B.** $r=3\sqrt{10}$. **C.** $r=3\sqrt{5}$. **D.** $r=3\sqrt{2}$.

Lời giải.



Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn (ω).
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;6)$ và có bán kính $R = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$. Ta có $IA = \sqrt{4^2+4^2+8^2} = 4\sqrt{6}$.
Do hai đường tròn (ω) và (ω') có cùng bán kính nên $IM = IA = 4\sqrt{6}$. Tam giác IAK vuông tại K nên ta có

$$IK^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IK^2}{IA} = \frac{24}{4\sqrt{6}} = \sqrt{6}.$$

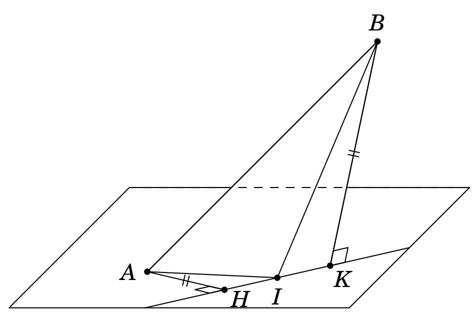
Do H là tâm của đường tròn (ω) nên điểm H cố định.
Tam giác IHM vuông tại H nên ta có: $MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{6}\right)^2 - \left(\sqrt{6}\right)^2} = 3\sqrt{10}$.
Do H cố định thuộc mặt phẳng (P), M di động trên mặt phẳng (P) và $MH = 3\sqrt{10}$ không đổi.
Suy ra điểm M thuộc đường tròn có tâm là H và có bán kính $r = MH = 3\sqrt{10}$.
Chọn đáp án B □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P). Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B trên Δ. Biết rằng $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=13+2t \\ z=-4+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4-t \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của HK.
Xét các tam giác AHI và BKI, ta có các tam giác này vuông tại H,K, theo giả thiết $AH = BK, IH = IK \Rightarrow \triangle HIA = \triangle IKB \Rightarrow IA = IB \Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng trung trực của AB.
Theo giả thiết $I \in (P) \Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của mặt phẳng trung trực (α) của AB với (P).



Mặt phẳng (α): $\begin{cases} \text{Qua } I_0(2;3;4) \\ \text{Có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AB} = (1;1;1). \end{cases}$
Suy ra $(\alpha)\colon x+y+z-9=0$.
Tọa độ các điểm $M \in d$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+2y+3z-14=0 \\ x+y+z-9=0. \end{cases}$

Đặt $x = t \Rightarrow \begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases} \Rightarrow$ phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$ và đường thẳng d có phương trình $x-2=y=-z$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d, tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. đáp án khác. **B.** $H\left(\frac{1}{3};-\frac{5}{6};\frac{5}{6}\right)$. **C.** $H\left(\frac{2}{3};\frac{5}{6};-\frac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(\frac{1}{3};\frac{5}{6};-\frac{5}{6}\right)$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=2+t\\y=t\\z=-t.\end{cases}$

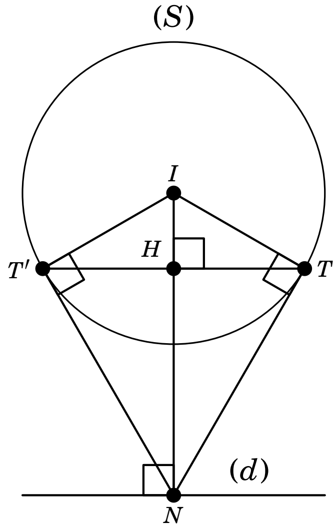
Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và bán kính $R=1$.

$\overrightarrow{IM}=(2;-1;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(0;3;3)$

và $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{0^2+3^2+3^2}}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\sqrt{6}>R.$

Suy ra đường thẳng d không cắt mặt cầu (S).

Theo giả thiết, ta có $IT\perp d$ và $IT'\perp d$.



Gọi N là hình chiếu của I xuống d. Khi đó, ta có $IN\perp d$ và $IN\subset(ITT')$.

$N\in d\Rightarrow N(2+t;t;-t)\Rightarrow\overrightarrow{IN}=(2+t;t-1;-t+1)$.

$\overrightarrow{IN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow(2+t)\cdot1+(t-1)\cdot1+(-t+1)\cdot(-1)=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow N(2;0;0)$.

Suy ra $IN=\sqrt{6}$. Gọi NT,NT' là các tiếp tuyến kẻ từ N của $(S)\Rightarrow\begin{cases}NT=NT'\\IT=IT'.\end{cases}$

Suy ra giao điểm H của IN và TT' là trung điểm của TT' và $IH\perp TT'$.

Lại có $\triangle ITN$ vuông tại T, đường cao $TH\Rightarrow IH\cdot IN=IT^2\Rightarrow IH=\dfrac{IT^2}{IN^2}\cdot IN\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{IN}$.

Gọi $H(x;y;z)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=(x;y-1;z+1)$.

Do đó $\overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{6}\cdot\overrightarrow{IN}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{6}\cdot2\\y-1=\dfrac{1}{6}\cdot(-1)\\z+1=\dfrac{1}{6}\cdot1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}\\y=\dfrac{5}{6}\\z=-\dfrac{5}{6}\end{cases}.$

Vậy $H\left(\frac{1}{3};\frac{5}{6};-\frac{5}{6}\right)$.

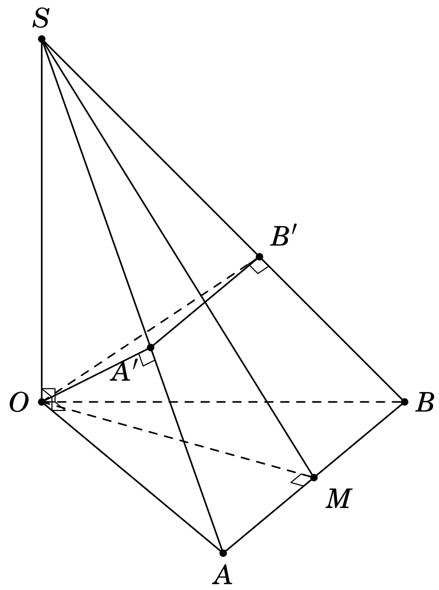
Chọn đáp án D □

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;c)$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên SA, SB. Khi góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng $(OA'B')$ lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $c\in(-8;-6)$. **B.** $c\in(-9;-8)$. **C.** $c\in(0;3)$. **D.** $c\in\left(-\frac{17}{2};-\frac{15}{2}\right)$.

✍**Lời giải.**

- Ta có $A \in Ox$, $B \in Oy$, $S \in Oz$ và $\triangle OAB$ vuông cân tại O, $(SOA) \equiv (xOz)$.
- Gọi $M(2;2;0)$ là trung điểm của BA, ta có $AB \perp (SOM)$. Khi đó phương trình (SOM) là $-4(x-2)+4(y-2)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow -x+y=0$.
- Đường thẳng d đi qua $I(1;1;1) \in (SOM)$ và $\vec{u}_d \cdot \overrightarrow{AB}=0$, do đó $d \subset (SOM)$.
- Do $\triangle SOA$, $\triangle SOB$ bằng nhau nên dễ thấy $A'B' \parallel AB$, suy ra $A'B' \perp d$.



- Do đó $(d,(OA'B')) \leq 90^\circ$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ $OA' \perp d$.
  Khi đó $\vec{u}_{OA'} = \left[\vec{u}_d, \vec{n}_{(SOA)}\right] = (-2;0;1)$.
  Mà $SA \perp OA'$, suy ra $\overrightarrow{SA} \cdot \vec{u}_{OA'} = 0 \Leftrightarrow -8-c=0 \Leftrightarrow c=-8$.
- Suy ra $c \in \left(-\dfrac{17}{2}; -\dfrac{15}{2}\right)$.

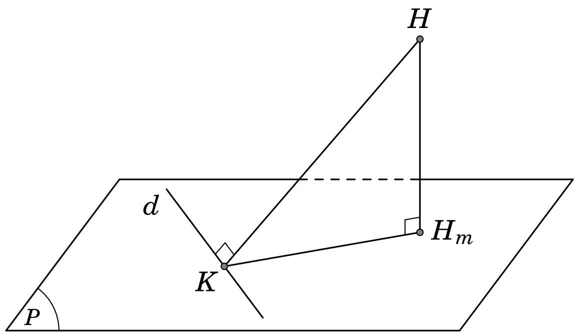
Chọn đáp án D □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $mx+(m+1)y-z-2m-1=0$, với m là tham số. Gọi (T) là tập hợp các điểm H_m là hình chiếu vuông góc của điểm $H(3;3;0)$ trên (P). Gọi a, b lần lượt là khoảng cách lớn nhất, khoảng cách nhỏ nhất từ O đến một điểm thuộc (T). Khi đó $a+b$ bằng

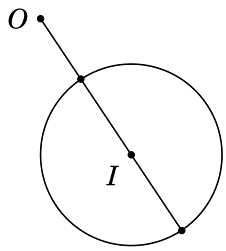
A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

- Ta có (P): $mx+(m+1)y-z-2m-1=0 \Leftrightarrow m(x+y-2)+(y-z-1)=0$.
- Suy ra (P) chứa đường thẳng cố định d: $\begin{cases} x+y-2=0 \\ y-z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=-1+t. \end{cases}$
- Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên d.
  Khi đó, ta có $(HKH_m) \perp d$.
  Gọi (Q) là mặt phẳng qua H và vuông góc với d, ta có $(Q) \equiv (HKH_m)$.
  Suy ra $H_m \in (Q)$, mà $\widehat{HH_mK} = 90^\circ$, do đó tập hợp (T) là đường tròn đường kính HK, nằm trong (Q).



- Ta lại có $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow OH \perp d$, do đó $O \in (Q)$.
- Khi đó, trong (Q), ta xác định H_m trên đường tròn (T) sao cho OH_m đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.
  Ta xác định được $K(1;1;0)$, (T) có tâm $I(2;2;0)$ là trung điểm của HK, bán kính $R=IH=\sqrt{2}$.
  Khi đó $\max(OH_m) = IO+R = 3\sqrt{2}$, $\min(OH_m) = |IO-R| = \sqrt{2}$.



- Suy ra $a=3\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2} \Rightarrow a+b=4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng (P): $3x-3y-2z-12=0$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $P=MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Khi đó $\overrightarrow{IA}=(1-x;4-y;5-z)$, $\overrightarrow{IB}=(3-x;4-y;-z)$ và $\overrightarrow{IC}=(2-x;-1-y;-z)$, từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases}1-x+3-x+6-3x=0\\4-y+4-y-3-3y=0\\5-z-z-3z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\\z=1\end{cases}$ hay $I(2;1;1)$.

Ta có $MA^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=MI^2+2\cdot\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IA}+IA^2$.

Tương tự ta có $MB^2=MI^2+2\cdot\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IB}+IB^2$ và $MC^2=MI^2+2\cdot\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IC}+IC^2$.

Suy ra $P=MA^2+MB^2+3MC^2=5MI^2+IA^2+IB^2+3IC^2$.

Tổng P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng IM là $\vec{n}=(3;-3;-2)$.

Phương trình đường thẳng IM là $\begin{cases}x=2+3t\\y=1-3t\\z=1-2t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.

Gọi $M(2+3t,1-3t,1-2t)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Khi đó $3(2+3t)-3(1-3t)-2(1-2t)-12=0\Leftrightarrow 22t-11=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra tọa độ điểm M là $M\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{1}{2};0\right)$. Vậy $a+b+c=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;-2)$ nằm trên mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=9$. Từ điểm M kẻ ba dây cung MA,MB,MC với (S) có độ dài bằng nhau và đôi một tạo với nhau góc 60°. Dây cung AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=9$ có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=3$.

Giả sử $MA=MB=MC=a$.

Do MA,MB,MC tạo với nhau góc 60° nên các tam giác MAB,MBC,MCA là tam giác đều.

Suy ra hình chóp $M.ABC$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng a.

Mặt cầu (S) chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $M.ABC$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $M.ABC$ cạnh a là

$$R=\frac{MA^2}{2MH}=\frac{a^2}{2\dfrac{a\sqrt{6}}{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{4},$$

với H là hình chiếu của M trên mặt phẳng (ABC).

Do đó $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}=3\Rightarrow a=2\sqrt{6}$.

Vậy $AB=2\sqrt{6}$.

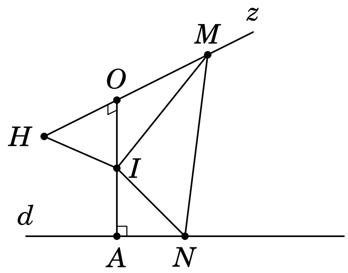
Chọn đáp án A □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=4-3t\\y=3+4t\\z=0\end{cases}$. Gọi A là hình chiếu vuông góc của O trên d. Điểm M di động trên tia Oz, điểm N di động trên đường thẳng d sao cho $MN=OM+AN$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA. Trong trường hợp diện tích tam giác IMN đạt giá trị nhỏ nhất, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (M,d) có tọa độ là

A. $(4;3;5\sqrt{2})$. **B.** $(4;3;10\sqrt{2})$. **C.** $(4;3;5\sqrt{10})$. **D.** $(4;3;10\sqrt{10})$.

Lời giải.

- Ta có M thuộc tia Oz, $M \neq O$, $N \in d$ nên ta có $M(0;0;m)$ $(m > 0)$, $N(4-3t;3+4t;0)$.
- Vì A là hình chiếu của O trên $d \subset (Oxy)$ nên $MO \perp OA$ và ta xác định được $A(4;3;0)$, $OA = 5$.



- Ta có

$$\begin{aligned} MN = OM + AN &\Leftrightarrow \sqrt{(4-3t)^2+(3+4t)^2+m^2} = m + 5|t| \\ &\Leftrightarrow 25t^2 + 25 + m^2 = m^2 + 10m|t| + 25t^2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2|t|} (A \text{ khác } N \text{ nên } t \neq 0). \end{aligned}$$

- Trên tia đối tia Oz, lấy điểm H sao cho $OH = AN$. Khi đó, ta có $\triangle IMH = \triangle IMN$ (c.c.c).
- Ta có

$$\begin{aligned} S_{IMN} = S_{IMH} = \frac{1}{2} IO \cdot MH &= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot (m + 5|t|) \\ &= \frac{5}{4}\left(\frac{5}{2|t|} + 5|t|\right) \geq \frac{5}{4} \cdot 2\sqrt{\frac{5}{2|t|} \cdot 5|t|} = \frac{25\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{5}{2|t|} = 5|t| \Leftrightarrow |t| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Khi đó $m = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

- Vậy $M\left(0;0;\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$. Mặt phẳng (M,d) có một véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = \left[\overrightarrow{MA}, \vec{u}_d\right] = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}; \frac{15}{\sqrt{2}}; 25\right) = \frac{5}{\sqrt{2}}(4;3;5\sqrt{2}).$$

Vậy $(4;3;5\sqrt{2})$ là tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (M,d).

Chọn đáp án A □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

✍Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên d và H là hình chiếu vuông góc của A lên (P), ta có $AH = \mathrm{d}(A,(P)) \leq \mathrm{d}(A,d) = AK$ trong đó độ dài AK không đổi.

Suy ra $\mathrm{d}(A,(P))$ lớn nhất khi chỉ khi $H \equiv K$. Khi đó, (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với AK.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d, phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+2z-15 = 0$.

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 2+2t \\ 2x+y+2z-15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 4 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow K(3;1;4).$$

Mặt phẳng (P) đi qua $K(3;1;4)$ và nhận véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AK} = (1;-4;1)$, phương trình

$$(P)\colon x - 4y + z - 3 = 0.$$

Do đó, $\mathrm{d}(O,(P)) = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 43. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $y-1=0$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$ và hai điểm $A(-1;-3;11)$, $B\left(\dfrac{1}{2};0;8\right)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\mathrm{d}(M,d)=2$ và $NA=2NB$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN.

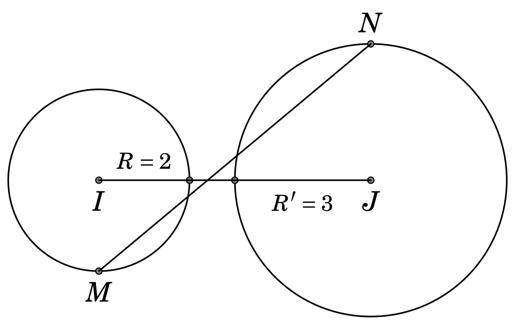
A. $MN_{\min}=1$. **B.** $MN_{\min}=\sqrt{2}$. **C.** $MN_{\min}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $MN_{\min}=\dfrac{2}{3}$.

✍Lời giải.

Vì $\mathrm{d}(M,d)=2$ nên M thuộc mặt trụ tròn xoay (H) có trục là đường thẳng d.
Mặt khác $M\in(P)$ nên M thuộc giao của mặt phẳng (P) và mặt trụ (H).
Lại có, $\begin{cases} d\cap(P)=I(1;1;1) \\ d\perp(P) \end{cases}$ nên giao của mặt phẳng (P) và mặt trụ (H) là đường tròn (C) có tâm I và bán kính $R=2$.
Giả sử $N(x;y;z)$. Vì $NA=2NB$ nên

$$\sqrt{(x+1)^2+(y+3)^2+(z-11)^2}=2\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2+(z-8)^2}$$
$$\Leftrightarrow\ x^2+y^2+z^2-2x-2y-14z+42=0.$$

Đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $J(1;1;7)$ và bán kính $r=3$.
Lại có $N\in(P)$ nên N chạy trên giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P).
Điểm $J\in(P)$ nên giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) là đường tròn (C') có tâm J, bán kính $R'=3$.
Bài toán trở thành: "Trên mặt phẳng (P), cho đường tròn (C) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=2$ và đường tròn (C') có tâm $J(1;1;7)$, bán kính $R'=3$. Điểm $M\in(C)$, $N\in(C')$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN."
Ta có hình minh họa trong mặt phẳng (P) như bên dưới



Rõ ràng, $MN_{\min}=IJ-R-R'=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho (S_1): $(x-1)^2+y^2+z^2=4$, (S_2): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=-3t \\ z=-2-t \end{cases}$. Gọi A, B là hai điểm tùy ý thuộc (S_1), (S_2) và M thuộc đường thẳng d. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+MB$ bằng

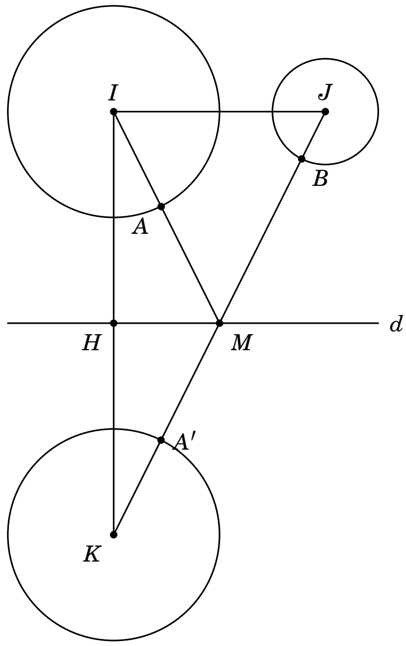
A. $\dfrac{\sqrt{2211}}{11}-3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3707}}{11}-3$.
C. $\dfrac{\sqrt{1771+2\sqrt{110}}}{11}-3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3707}}{11}+7$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R_1 = 2$.
Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;3;2)$, bán kính $R_2 = 1$.
Đường thẳng d đi qua điểm $N(2;0;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1;-3;-1)$.
Ta có $\overrightarrow{IJ} = (1;3;1)$ cùng phương với $\vec{u}$ và $I \notin d$ nên $IJ \parallel d$.
Gọi (S') là mặt cầu đối xứng của (S_1) qua d; K, A' lần lượt là điểm đối xứng của I và A qua d. Thì K là tâm của (S') và (S') đi qua điểm A'.
Khi đó: $P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Suy ra $P_{\min} = A'B = JK - (R_1 + R_2)$.

Ta lại có: $IH = \mathrm{d}(I,d) = \dfrac{3\sqrt{66}}{11} \Rightarrow IK = \dfrac{6\sqrt{66}}{11}$.

Và $IJ = \sqrt{11} \Rightarrow JK = \dfrac{\sqrt{3707}}{11}$. Vậy $P_{\min} = \dfrac{\sqrt{3707}}{11} - 3$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$, $C(-1;-1;-1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

A. 102. **B.** 105. **C.** 30. **D.** 35.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(1;0;4)$.

Ta có $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2 = 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 - \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2$.

Suy ra $T = 2MI^2 + 2\overrightarrow{MI}\underbrace{\left(2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}\right)}_{\vec{0}} + \underbrace{2IA^2 + IB^2 - IC^2}_{const}$.

Do đó khi $T_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P).
Ta luôn có $IH \leq IM$ nên $IM_{\min} = IH \Rightarrow M \equiv H$.

Khi đó $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-0}{-1} = \dfrac{z-4}{2} \\ 2x - y + 2z + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-3;2;0)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (5;-4;4)$, $\overrightarrow{MB} = (0;1;-1)$, $\overrightarrow{MC} = (2;-3;-1)$.
Do đó $T = 102$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 7 = 0$ và đi qua điểm $A(1;2;1)$, $B(2;5;3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{470}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{546}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{763}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{345}}{3}$.

✍Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu (S). Suy ra $I \in (P)$ và $IA = IB$. Do đó I thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của AB.

(Q) đi qua trung điểm $M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2};2\right)$ của AB và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = \overrightarrow{AB} = (1;3;2)$ nên có phương trình

$$(Q)\colon 1\left(x - \frac{3}{2}\right) + 3\left(y - \frac{7}{2}\right) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2z - 16 = 0.$$

Điểm $I \in (P), I \in (Q) \Rightarrow I \in (P) \cap (Q) = d$.
Ta có $\vec{n}_P = (1;2;1)$, $\vec{n}_Q = (1;3;2) \Rightarrow \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right] = (1;-1;1)$.

Suy ra d qua $N(-2;0;9)$ và nhận $\vec{u}_d=(1;-1;1)$ là véc-tơ chỉ phương, do đó d có phương trình $\begin{cases}x=-2+t\\y=-t\\z=9+t.\end{cases}$

Bán kính của (S) là $R=IA$, với $I\in d$, do đó R nhỏ nhất khi và chỉ khi I là hình chiếu vuông góc của A trên d.

Gọi (α) là mặt phẳng qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với d, suy ra (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=\vec{u}_d=(1;-1;1)$.

Suy ra (α): $1(x-1)-1(y-2)+1(z-1)=0\Leftrightarrow x-y+z=0$.

Do I là hình chiếu của A trên d, suy ra $I=d\cap(\alpha)$.

$I\in d\Rightarrow I(-2+t;-t;9+t)$.

$I\in(\alpha)\Rightarrow -2+t+t+9+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{7}{3}$.

Suy ra $I\left(\dfrac{-13}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{20}{3}\right)$.

Vậy bán kính nhỏ nhất của (S) là $R=IA=\sqrt{\left(1+\dfrac{13}{3}\right)^2+\left(2-\dfrac{7}{3}\right)^2+\left(1-\dfrac{20}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{546}}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d_1\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2\colon \begin{cases}x=2-t\\y=3\\z=t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) sao cho d_1, d_2 nằm về hai phía của (P) và cách đều d_1, d_2 là

A. $(P)\colon x+3y+z-8=0$. **B.** $(P)\colon x+3y+z+8=0$.
C. $(P)\colon 4x+5y-3z+4=0$. **D.** $(P)\colon 4x+5y+3z+4=0$.

Lời giải.

- Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(2;1;0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-1;2)$.
- Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(2;3;0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(-1;0;1)$.

Ta có $\vec{n}=[\vec{u}_2,\vec{u}_1]=(1;3;1)$.

Đường thẳng d_1 và d_2 nằm về hai phía của (P) và cách đều mặt phẳng (P) nên (P) song song với d_1, d_2 và $\mathrm{d}(M_1,(P))=\mathrm{d}(M_1,(P))$.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=(1;3;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình có dạng $x+3y+z+m=0$.

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(M_1,(P))=\mathrm{d}(M_1,(P)) &\Leftrightarrow \frac{|2+3+0+m|}{\sqrt{11}}=\frac{|2+9+m|}{\sqrt{11}}\\ &\Leftrightarrow |5+m|=|11+m|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5+m=11+m\\5+m=-11-m\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-8.\end{aligned}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+3y+z-8=0$.

Chọn đáp án A □

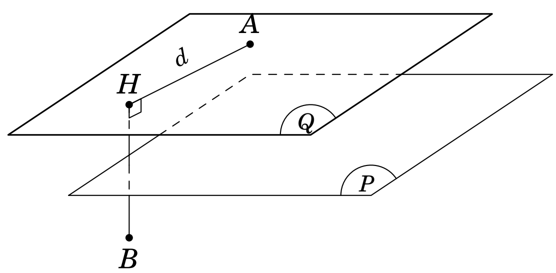
Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-5=0$. Đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là nhỏ nhất. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;b;c)$ khi đó $\dfrac{b}{c}$ bằng

A. $\dfrac{b}{c}=11$. **B.** $\dfrac{b}{c}=-\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{b}{c}=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{b}{c}=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm A và B lần lượt vào vế trái phương trình mặt phẳng (P) ta được $VT(A)=-6<0$, $VT(B)=4>0\Rightarrow A$, B nằm về hai phía của mặt phẳng (P).

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với $(P)\Rightarrow d\subset(Q)$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên $(Q) \Rightarrow \mathrm{d}(B,d) \geq BH$.
Vậy khoảng cách từ B đến đường thẳng d nhỏ nhất khi d đi qua A và $H \Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của B lên d.
Gọi Δ là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P).
Phương trình Δ: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \\ z = 3+2t \end{cases}$.
Phương trình mặt phẳng (Q) là $x-2y+2z+1=0$.
Có $H = \Delta \cap (Q) \Rightarrow H \in \Delta \Rightarrow H(1+t;-1-2t;3+2t)$.
$H \in (Q) \Rightarrow 1+t-2(-1-2t)+2(3+2t)+1=0 \Leftrightarrow 9t+10=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{10}{9}$.
Suy ra $H\left(-\dfrac{1}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};-\dfrac{2}{9}\right) \Rightarrow \vec{u}_1 = (26;11;-2)$
$\Rightarrow \vec{u} = \left(1;\dfrac{11}{26};-\dfrac{2}{26}\right) \Rightarrow \dfrac{b}{c} = \dfrac{11}{26}\cdot\dfrac{26}{-2} = -\dfrac{11}{2}$.
Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\dfrac{5+\sqrt{3}}{2};\dfrac{7-\sqrt{3}}{2};3\right)$, $B\left(\dfrac{5-\sqrt{3}}{2};\dfrac{7+\sqrt{3}}{2};3\right)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=6$. Xét mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ (a, b, c, $d \in \mathbb{Z}$ và $d<-5$), là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S). Tính giá trị của $T=|a+b+c+d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

A. $T=4$. **B.** $T=6$. **C.** $T=2$. **D.** $T=12$.

✍Lời giải.

Theo giả thiết mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.
Trung điểm M của AB có tọa độ $M\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2};3\right)$ và $\overrightarrow{AB} = \left(-\sqrt{3};\sqrt{3};0\right)$ suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B là $\vec{u}=(1;-1;0)$, do đó Δ có phương trình $\begin{cases} x = \dfrac{5}{2}+t \\ y = \dfrac{7}{2}-t \\ z = 3. \end{cases}$
Dễ thấy Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $x+y-6=0$ và $z-3=0$.
Suy ra mặt phẳng (P) có dạng $\alpha(x+y-6)+\beta(z-3)=0$, $\alpha^2+\beta^2 \neq 0$.
Gọi γ là góc tại đỉnh của hình nón (N), suy ra diện tích của thiết diện qua trục của hình nón là

$$S = \frac{1}{2}R^2\sin\gamma \leq \frac{1}{2}R^2.$$

Do đó $S_{\max} = \dfrac{1}{2}R^2$, dấu "=" xảy ra khi góc tại đỉnh của hình nón vuông, khi đó

$$\mathrm{d}(I,(P)) = \frac{R}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-3\alpha|}{\sqrt{2\alpha^2+\beta^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \alpha = \pm\beta.$$

Với $\alpha=\beta \Rightarrow (P)$: $x+y+z-9=0$.
Với $\alpha=-\beta \Rightarrow (P)$: $x+y-z-3=0$ (loại).
Vậy $T=|1+1+1-9|=6$.
Chọn đáp án B □

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $SC=AB=3\sqrt{2}$, $S(1;3;2)$, đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{-1}$ và góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Khi ba điểm A,B,C cùng với ba trung điểm của ba cạnh bên của hình chóp $S.ABC$ nằm trên cùng một mặt cầu thì mặt phẳng (ABC) có phương trình là

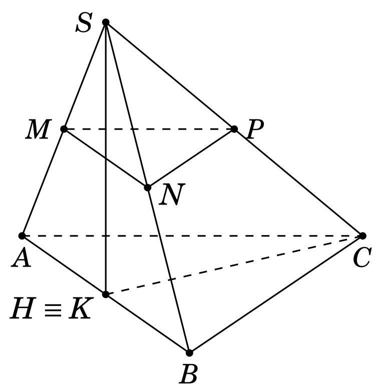
A. $y+z+1=0$. **B.** $x+y-4z-14=0$. **C.** $x-2y-7z-8=0$. **D.** $x+y-4z+14=0$.

✍Lời giải.

Gọi M,N,P,K lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,AB.
Vì M,N,P,A,B,C nội tiếp mặt cầu nên $SA=SB=SC=AB$.
Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC).
Vì SC hợp với đáy một góc 60° nên ta được $SK=SH$.
Vì $H,K\in(ABC)$ nên $H\equiv K$.
Mặt khác, do $\triangle SAB$ đều nên K là hình chiếu của S trên đường thẳng AB.
Ta có $K(1+t;4t;-1-t)\Rightarrow\overrightarrow{SK}=(t;4t-3;-t-3)$.

Vì $\overrightarrow{SK}\perp\vec{u}_{AB}$ nên ta được $t=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}K\left(\dfrac{3}{2};2;-\dfrac{3}{2}\right)\\ \overrightarrow{SK}=\left(\dfrac{1}{2};-1;\dfrac{7}{2}\right).\end{cases}$

Vậy $(ABC)\colon x-2y-7z-8=0$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+\dfrac{9}{2}=0$ và hai điểm $A(0;2;0)$, $B(2;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (S) thỏa mãn $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm $O(-1;2;1)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.
Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I(1;-2;-1)$.
Ta có $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)=IM^2-IA^2=MI^2-72$.
Do đó $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất.
Ta có $\overrightarrow{OI}=(2;-4;-2), IO=\sqrt{2^2+4^2+2^2}=2\sqrt{6}>R=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.
Do đó MI ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là giao điểm của đoạn OI và (S).
Đường thẳng IO đi qua $I(1;-2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(1;-2;-1)$ là véc-tơ chỉ phương $\Rightarrow OI\colon\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=-1-t.\end{cases}$
Ta tìm giao điểm M của OI và (S).

Ta có $M(1+t;-2-2t;-1-t)\in(S)\Leftrightarrow(2+t)^2+(4+2t)^2+(2+t)^2=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow|t+2|=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{5}{2}\\t=-\dfrac{3}{2}.\end{array}\right.$

— Với $t=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow M\left(-\dfrac{1}{2};1;\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow MI=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}<OI=2\sqrt{6}\Rightarrow$ điểm này thỏa mãn bài toán.

— Với $t=-\dfrac{5}{2}\Rightarrow M\left(-\dfrac{3}{2};3;\dfrac{3}{2}\right)\Rightarrow MI=\dfrac{\sqrt{66}}{2}>OI=2\sqrt{6}\Rightarrow$ điểm này không thỏa mãn.

Vậy với $M\left(-\dfrac{1}{2};1;\dfrac{1}{2}\right)$ thì $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất $\Rightarrow a+b+c=-\dfrac{1}{2}+1+\dfrac{1}{2}=1$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-2),B(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+1=0$. Điểm $C\in(P)$ sao cho tam giác ABC vuông cân tại B. Cao độ điểm C bằng

A. 1 hoặc $-\dfrac{2}{3}$. **B.** -1 hoặc $\dfrac{2}{3}$. **C.** -3 hoặc $\dfrac{1}{3}$. **D.** -1 hoặc $-\dfrac{1}{3}$.

✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(-1;0;-2)$ mặt phẳng (Q) qua B vuông góc với BA có phương trình $x+2z+1=0$.
Ta có C thuộc giao tuyến của $(P),(Q)\Rightarrow\begin{cases}x+2z+1=0\\x+y+z+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1-2t\\y=t\\z=t\end{cases}\Rightarrow C(-1-2t;t;t)$.

Ta có $BA^2 = BC^2 \Leftrightarrow 5 = (-2t)^2 + (t-1)^2 + t^2 \Leftrightarrow 6t^2 - 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -\dfrac{2}{3}. \end{array}\right.$

— Với $t = 1 \Rightarrow C(-3;1;1)$.

— Với $t = -\dfrac{2}{3} \Rightarrow C\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Vậy cao độ của C bằng $-\dfrac{2}{3}$ hoặc 1.

Chọn đáp án A □

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(1;2;-3)$. Tìm véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d đi qua A vuông góc với đường thẳng Δ đồng thời cách điểm B một khoảng cách bé nhất.

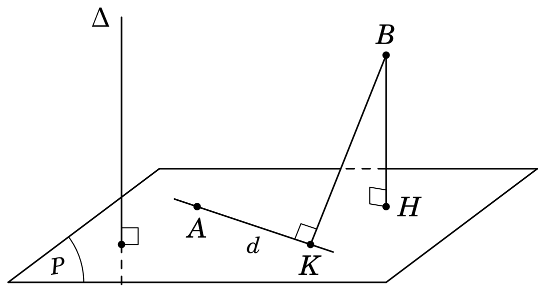
A. $\vec{u} = (2;2;-1)$. **B.** $\vec{u} = (1;0;2)$. **C.** $\vec{u} = (2;1;6)$. **D.** $\vec{u} = (25;-29;-6)$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với Δ.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2(x+2) + 2(y+2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 9 = 0.$$

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc Δ nên d nằm trong (P).



Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên d và (P).
Ta có khoảng cách từ B đến d là $BK \geq BH = \mathrm{d}(B,(P)) = 6$.
Đẳng thức xảy ra khi d đi qua A và H.

Đường thẳng a đi qua $B(1;2;-3)$ và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t. \end{cases}$

Vì $H \in a$ nên $H(1+2t;2+2t;-3-t)$.
Mặt khác $H \in (P)$ nên $2(1+2t) + 2(2+2t) - (-3-t) + 9 = 0 \Leftrightarrow 9t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.
Khi đó, $H(-3;-2;-1)$ và $\overrightarrow{AH} = (-1;0;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Vậy một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;0;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P); B là điểm thuộc d có hoành độ dương và $AB = \sqrt{6}$. Gọi $C(x;y;z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AC = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính giá trị $S = x + y + z$.

A. $S = 0$. **B.** $S = 7$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = 6$.

✍Lời giải.

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên $A(-3+2a;-1+a;3+a)$.
Tọa độ A thỏa mãn phương trình $(-3+2a) + 2(-1+a) - (3+a) + 5 = 0 \Leftrightarrow a = 1$. Vậy $A(-1;0;4)$.

Gọi $B(-3+2t;-1+t;3+t) \in d$, $\left(t > \dfrac{3}{2}\right)$.

Ta có $AB = \sqrt{6} \Leftrightarrow (-2+2t)^2 + (-1+t)^2 + (-1+t)^2 = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \text{ (loại)} \\ t = 2 \text{ (nhận)}. \end{array}\right.$

Suy ra $B(1;1;5)$.

Xét $\triangle ABC$ ta có $\dfrac{AC}{\sin B} = \dfrac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \sin C = \dfrac{AB \cdot \sin B}{AC} = \dfrac{\sqrt{6} \cdot \sin 60^\circ}{\dfrac{3\sqrt{2}}{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ$.

Do đó C là hình chiếu vuông góc của B lên (P).

BC qua $B(1;1;5)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1;2;-1)$, có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 5 - t' \end{cases}$.

Xét phương trình $(1+t') + 2(1+2t') - (5-t') + 5 = 0 \Leftrightarrow t' = -\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $C\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{11}{2}\right)$, do đó $x + y + z = \dfrac{1}{2} + 0 + \dfrac{11}{2} = 6$.

Chọn đáp án D □

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;1)$, $B(-7;3;9)$, $C(2;2;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + z - 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (P) sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đâu là đúng?

A. $2a + b + 4c = 35$. **B.** $2a + b + 4c = 15$. **C.** $2a + b + 4c = 9$. **D.** $2a + b + 4c = 3$.

✍**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} T &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= \frac{MA^2 + MB^2 - AB^2}{2} - 2 \cdot \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2} + 3 \cdot \frac{MC^2 + MA^2 - AC^2}{2} \\ &= 2MA^2 - \frac{1}{2}MB^2 + \frac{1}{2}MC^2 - \frac{1}{2}AB^2 + BC^2 - \frac{3}{2}AC^2. \end{aligned}$$

Gọi $I(x;y;z)$ sao cho $2\overrightarrow{IA} - \dfrac{1}{2}\overrightarrow{IB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Suy ra tọa độ I thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(3-x) - \frac{1}{2}(-7-x) + \frac{1}{2}(2-x) = 0 \\ 2(1-y) - \frac{1}{2}(3-y) + \frac{1}{2}(2-y) = 0 \\ 2(1-z) - \frac{1}{2}(9-z) + \frac{1}{2}(2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{4} \\ y = \frac{3}{4} \\ z = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{21}{4};\frac{3}{4};-\frac{3}{4}\right)$$

Khi đó,

$$T = \left(2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)MI^2 + 2IA^2 - \frac{1}{2}IB^2 + \frac{1}{2}IC^2 - \frac{1}{2}AB^2 + BC^2 - \frac{3}{2}AC^2.$$

Do đó, T nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất. Suy ra M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Đường thẳng IM có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1;1;1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = \frac{21}{4} + t \\ y = \frac{3}{4} + t \\ z = -\frac{3}{4} + t. \end{cases}$

Xét phương trình $\left(\dfrac{21}{4} + t\right) + \left(\dfrac{3}{4} + t\right) + \left(-\dfrac{3}{4} + t\right) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{3}{4} \Rightarrow M\left(\dfrac{9}{2};0;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Vậy $a = \dfrac{9}{2}$, $b = 0$, $c = -\dfrac{3}{2}$. Khi đó $2a + b + 4c = 9 + 0 - 6 = 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc (S). Gọi M và N là hai tiếp điểm. Tính độ dài MN.

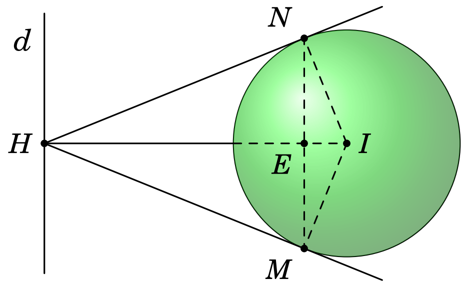
A. $MN = 2\sqrt{2}$. **B.** $MN = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $MN = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $MN = 4$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$. Gọi $H(2+2t;-t;4t)$ là hình vuông góc của I xuống d.
Ta có $\overrightarrow{IH}=(2t+1;-t-2;4t-1)$ mà

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{IH}\cdot\overrightarrow{u}_d=0\\ \Leftrightarrow\ &2\cdot(2t+1)-1\cdot(-t-2)+4\cdot(4t-1)=0\\ \Leftrightarrow\ &t=0.\end{aligned}$$

Do đó $\overrightarrow{IH}=(1;-2;-1)$.



Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d bằng $IH=\sqrt{6}$.
Xét mặt phẳng (IMN), mặt phẳng này cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm I bán kính $R=\sqrt{2}$.
Ta có $IM\perp(P)\Rightarrow IM\perp d$ mà $IH\perp d\Rightarrow d\perp(IMH)$.
Tương tự $d\perp(INH)$, do đó 4 điểm I,M,N,H đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I và vuông góc với d).

Xét $\triangle IMH$, $HM=\sqrt{IH^2-IM^2}=\sqrt{6-2}=2$ và $ME=\dfrac{IM\cdot HM}{IH}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot 2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy $MN=2ME=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án B □

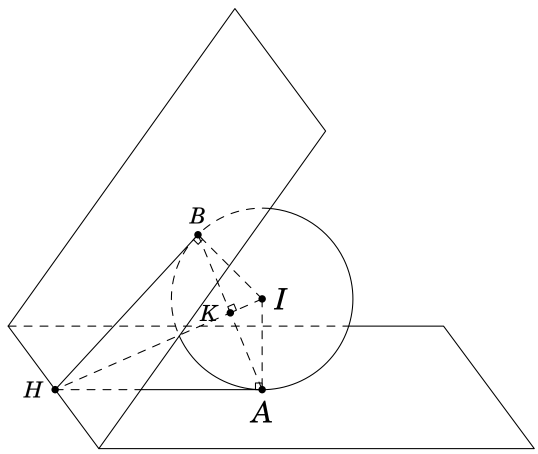
Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc với (S) tại A và B. Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

A. $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(1;\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với d.
Ta có $\overrightarrow{n}_{(P)}=\overrightarrow{u}_d=(-1;1;1)$.
Suy ra phương trình của (P) là $x-y-z=0$.
Gọi H là hình chiếu của I lên d. Ta có H là giao điểm của d và (P). Tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{1}\\ x-y-z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y=3\\ z=0.\end{cases}$$



Suy ra $H(3;3;0)$.
Ta lại có $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u}_d$ và $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{IH}$ nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $[\overrightarrow{u}_d,\overrightarrow{IH}]=(-3;3;-6)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của AB là $\overrightarrow{u}=(1;-1;2)$

Gọi $K=IH\cap AB$ ta có $IA^2=IK\cdot IH\Rightarrow\dfrac{IK}{IH}=\dfrac{IA^2}{IH^2}=\dfrac{2}{9}\Rightarrow\overrightarrow{IK}=\dfrac{2}{9}\overrightarrow{IH}\Rightarrow K\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};0\right)$.

Do đó đường thẳng AB là $\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}+t\\ y=\dfrac{2}{3}-t\\ z=2t\end{cases}$. Từ đó ta kiểm tra các điểm thuộc AB.

Chọn đáp án B □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Đường thẳng

TT' đi qua điểm có tọa độ

A. $H\left(\frac{1}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{6}\right)$. **C.** $H\left(-\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{6}\right)$.

✍**Lời giải.**

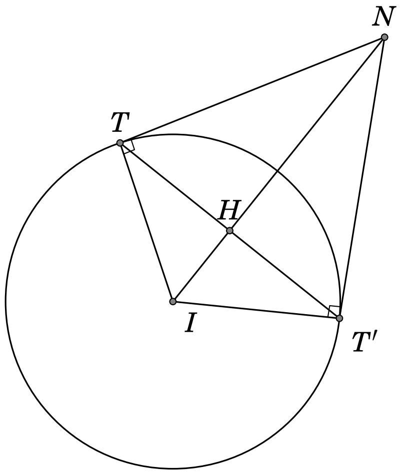
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=1$.

$\begin{cases} IT\perp(P)\Rightarrow IT\perp d \\ IT'\perp(P')\Rightarrow IT'\perp d \end{cases}\Rightarrow d\perp(ITT')$.

Gọi $N=d\cap(ITT')\Rightarrow N$ là hình chiếu của I trên d.

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=t \\ y=2+t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-t \end{cases}$

$\Rightarrow N(t;2+t;-t)$ và $\overrightarrow{IN}=(t-1;2+t;-t+1)$.



$$\overrightarrow{IN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow N(0;2;0)\Rightarrow\begin{cases} IN=\sqrt{6} \\ \overrightarrow{IN}=(-1;2;1). \end{cases}$$

Ta có $IH\cdot IN=IT^2\Rightarrow IH=\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Phương trình đường thẳng $IN:\begin{cases} x=-u \\ y=2+2u \\ z=u \end{cases}\Rightarrow H(-u;2+2u;u)\ u\in\mathbb{R}$

và $\overrightarrow{IH}=(-u-1;2+2u;u+1)$.

$IH=\frac{1}{\sqrt{6}}\Leftrightarrow IH^2=\frac{1}{6}\Leftrightarrow(-u-1)^2+(2u+2)^2+(u+1)^2=\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} u=-\frac{5}{6}\Rightarrow H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\left(-\frac{1}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{6}\right) \\ u=-\frac{7}{6}\Rightarrow H\left(\frac{7}{6};-\frac{1}{3};-\frac{7}{6}\right)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\left(\frac{1}{6};-\frac{1}{3};-\frac{1}{6}\right). \end{array}\right.$

Vì $\overrightarrow{IH}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IN}\Rightarrow H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$.

Đường thẳng TT' đi qua $H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{n}_{(ITT')};\overrightarrow{IN}\right]=(3;0;3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=\frac{5}{6}+t \\ y=\frac{1}{3} \\ z=-\frac{5}{6}+t \end{cases}$ (*)

— Thế $\left(\frac{1}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

— Thế $\left(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

— Thế $\left(-\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{7}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

— Thế $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

Chọn đáp án B □

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$. **C.** $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính $R=3$.

* Ta tính được $AI=5$, $AM=\sqrt{AI^2-R^2}=4$.

* Phương trình mặt cầu $\left(S'\right)$ tâm $A(2;3;-1)$, bán kính $AM=4$ là

$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$.

* M luôn thuộc mặt phẳng $(P)=(S)\cap\left(S'\right)$ có phương trình: $3x+4y-2=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

A. $\dfrac{64}{3}$. **B.** 32. **C.** 64. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

✍Lời giải.

Đặt $AD=a$, $AB=b$, $AC=c$.

Khi đó, $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}AB\cdot AC\cdot AD=\dfrac{1}{6}abc$.

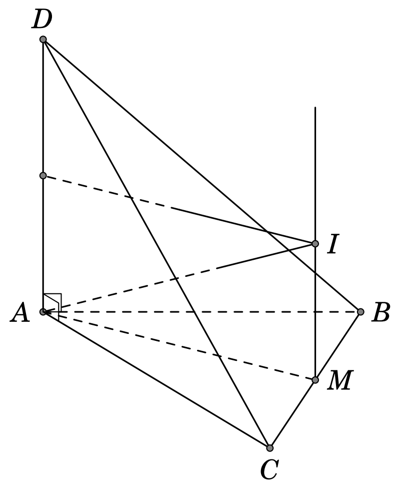
Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R=IA=2\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm BC. Khi đó, $AM=\dfrac{b^2+c^2}{2}$.

Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên ta có $IM\parallel AD$ và $IM=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}a$.

Xét tam giác AIM vuông tại M, ta có

$$AI^2=AM^2+IM^2\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=48$$



Suy ra $V_{ABCD}^2=\dfrac{1}{36}a^2b^2c^2\le\dfrac{1}{36}\dfrac{(a^2+b^2+c^2)^3}{27}=\dfrac{1024}{9}$ hay $V_{ABCD}\le\dfrac{32}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z+15=0$. **B.** $2x+2y+2z-15=0$.

C. $x+y+z+7=0$. **D.** $x+y+z-7=0$.

✍Lời giải.

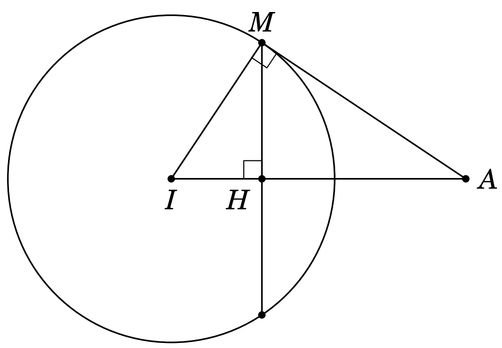
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ bán kính $R=\sqrt{2}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;-1)\Rightarrow IA=\sqrt{3}$.

Suy ra điểm A nằm ngoài mặt cầu (S).

Do đó tập hợp tất cả các điểm M nằm trên mặt phẳng cố định (α). Mặt phẳng cố định (α) đi qua điểm H là hình chiếu của điểm M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên suy ra



$$IM^2=IH\cdot IA\Rightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\overrightarrow{IA}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{IA}\Rightarrow H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là $-\left(x-\dfrac{4}{3}\right)-\left(y-\dfrac{7}{3}\right)-\left(z-\dfrac{10}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x+y+z-7=0.$

Chọn đáp án D □

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$. **B.** $3x+4y+2=0$. **C.** $6x+8y+11=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

Lời giải.

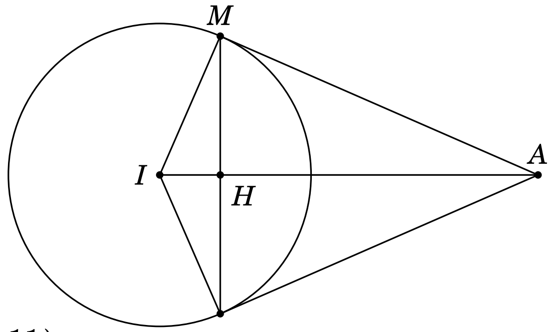
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ bán kính $R=4$.

Có $\overrightarrow{IA}=(-3;-4;0) \Rightarrow IA=5$.

Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}$ làm véc-tơ pháp tuyến

Do hai $\triangle MHI$ và $\triangle AMI$ đồng dạng nên $IM^2=IH\cdot IA \Rightarrow IH=\dfrac{IM^2}{IA}=\dfrac{16}{5}$.

Suy ra $\overrightarrow{IH}=\dfrac{16}{25}\overrightarrow{IA} \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{25};\dfrac{11}{25};-1\right)$.



Mặt phẳng cần tìm có phương trình $-3\left(x-\dfrac{2}{25}\right)-4\left(y-\dfrac{11}{25}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+4x-8y+2z+1=0$ và mặt phẳng (P): $2x+y+3z-3=0$. Biết (P) cắt (S) theo một đường tròn, tìm tọa độ tâm I và bán kính của r của đường tròn đó.

A. $I\left(\dfrac{8}{7};\dfrac{25}{7};-\dfrac{16}{7}\right)$ và $r=\dfrac{2\sqrt{854}}{3}$. **B.** $I\left(\dfrac{8}{7};-\dfrac{31}{7};-\dfrac{2}{7}\right)$ và $r=\dfrac{\sqrt{854}}{5}$.

C. $I\left(-\dfrac{8}{7};\dfrac{31}{7};\dfrac{2}{7}\right)$ và $r=\dfrac{\sqrt{854}}{7}$. **D.** $I\left(-\dfrac{8}{7};\dfrac{31}{7};\dfrac{2}{7}\right)$ và $r=\dfrac{\sqrt{854}}{3}$.

Lời giải.

Tọa độ tâm mặt cầu S là $J(-2;4;-1)$, bán kính $R=\sqrt{(-2)^2+4^2+(-1)^2-1}=2\sqrt{5}$.

Khoảng cách $\mathrm{d}(J,(P))=\dfrac{|-2\cdot 2+4+3\cdot(-1)-3|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}}=\dfrac{3\sqrt{14}}{7}$.

Khi đó ta có $r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(J,(P))}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-\left(\dfrac{3\sqrt{14}}{7}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{854}}{7}$.

Xét đường thẳng d đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng P có phương trình $\begin{cases}x=-2+2t\\y=4+t\\z=-1+3t\end{cases}$.

Ta có I là giao điểm của đường thẳng d và (P).

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=-2+2t\\y=4+t\\z=-1+3t\\2x+y+3z-3=0\end{cases}$

$\Rightarrow 2(-2+2t)+4+t+3(-1+3t)-3=0 \Rightarrow t=\dfrac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases}x=-\dfrac{8}{7}\\y=\dfrac{31}{7}\\z=\dfrac{2}{7}\end{cases} \Rightarrow I\left(-\dfrac{8}{7};\dfrac{31}{7};\dfrac{2}{7}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, d_2: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-6}{-5}$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2; d là đường thẳng đi qua điểm $M(2;3;1)$ cắt d_1,d_2 lần lượt tại hai điểm B và C sao cho $BC=AB\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d, biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz).

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{10}$.

✍Lời giải.

Ta có

$$d_1\colon \begin{cases} x=1+t_1\\ y=1+2t_1\\ z=1+t_1 \end{cases}, d_2\colon \begin{cases} x=t_2\\ y=-1+2t_2\\ z=6-5t_2. \end{cases}$$

Gọi d_3 là đường thẳng qua M sao cho $d_3 \parallel d_1$. Phương trình d_3 có dạng $d_3\colon \begin{cases} x=2+t_3\\ y=3+2t_3\\ z=1+t_3 \end{cases}$.

Gọi điểm N là giao điểm của d_3 với d_2, ta có tọa độ $N\left(\dfrac{7}{6};\dfrac{8}{6};\dfrac{1}{6}\right)$. Suy ra, độ dài cạnh MN là

$$MN=\sqrt{\left(2-\frac{7}{6}\right)^2+\left(3-\frac{8}{6}\right)^2+\left(1-\frac{1}{6}\right)^2}=\frac{5\sqrt{6}}{6}.$$

Giả sử tọa độ điểm $C\in d_2$ có dạng $C(t_2;-1+2t_2;6-5t_2)$. Do $MN \parallel AB$ nên $MC=MN\sqrt{6}$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} MC^2=6MN^2 &\Leftrightarrow (t_2-2)^2+(2t_2-4)^2+(5-5t_2)^2=25\\ &\Leftrightarrow 30t_2^2-70t_2+20=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_2=\dfrac{1}{3}\\ t_2=2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Suy ra, tọa độ điểm C là $\left[\begin{array}{l} C\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{13}{3}\right)\\ C(2;3;-4) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{MC}=\left(-\dfrac{5}{3},-\dfrac{10}{3},\dfrac{10}{3}\right)\\ \overrightarrow{MC}=(0;0;-5) \end{array}\right.$ (loại bởi $\overrightarrow{MC}\nparallel(Oxz)$).

Suy ra, phương trình đường thẳng MC qua điểm $M(2;3;1)$ và nhận véc-tơ $(-1;-2;2)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có dạng $d\colon \begin{cases} x=2-t\\ y=3-2t\\ z=1+2t \end{cases}$. Từ đây, ta dễ dàng tìm được chân đường cao kẻ từ O đến BC là điểm $H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{7}{3}\right)$. Suy ra, khoảng cách cần tìm là

$$OH=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{25}{9}+\frac{49}{9}}=\sqrt{10}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-3t\\ y=3+t\\ z=0 \end{cases}$. Gọi A là hình chiếu vuông góc của O trên d. M là điểm di động trên tia Oz, N là điểm di động trên đường thẳng d sao cho $MN=OM+AN$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng OA. Giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác IMN bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Vì $A\in d$ nên $A(1-3t;3+t;0)$. Do A là hình chiếu nên $\overrightarrow{OA}\perp\vec{u}_d \Leftrightarrow -3(1-3t)+(3+t)=0\Leftrightarrow t=0$. Do đó tọa độ A là $(1;3;0)$.

Ta thấy $\vec{u}_d\cdot\vec{k}=0$ nên $d\perp Oz$ hay $AN\perp OM$.

Mặt khác, $\overrightarrow{OA}=(1;3;0)$ nên $\overrightarrow{OA}\perp\vec{u}_d$ và $\overrightarrow{OA}\perp\vec{k}$ nên $OA\perp OM$ và $OA\perp AN$.

Gọi H là hình chiếu của I lên MN.

Kéo dài tia NA một đoạn $AP=OM$.

Ta có $NP=NM$ nên $\triangle IAP=\triangle IOM$ (c.g.c) $\Rightarrow IP=IM$

Do đó $\triangle INM=\triangle INP$.

Suy ra, hai đường cao IH và IA bằng nhau.

Vậy MN tiếp xúc với mặt cầu tâm I bán kính IA.
$S_{IMN} = \frac{1}{2}MN \cdot IH = \frac{1}{2}MN \cdot \frac{OA}{2}$. Để S_{IMN} nhỏ nhất thì MN nhỏ nhất.
Ta lại có $MN = OM + AN \geq 2\sqrt{OM \cdot AN} = 2\sqrt{MH \cdot NH} = 2\sqrt{IH^2} = 2IH = OA$.
Vậy $S_{IMN} \geq \frac{OA^2}{4} = \frac{5}{2}$
Chọn đáp án A □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$ và $d_2\colon \frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d_1 và d_2 đồng thời đi qua điểm $M(3;10;1)$.

A. $\Delta\colon \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{5} = \frac{z-1}{1}$.
B. $\Delta\colon \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\Delta\colon \frac{x-3}{1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{1}$.
D. $\Delta\colon \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{-1}$.

✍**Lời giải.**
Gọi $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là VTCP của d_1 và d_2.
Lấy $A(2;-1;-3) \in d_1$, $B(3;7;1) \in d_2$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và d_1. Một VTPT của (P) là $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{AM}\right] = (-18;-10;32)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và d_2. Một VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{BM}\right] = (3;0;3)$.
Suy ra một VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u} = [\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}] = (-30;150;30)$.
Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{5} = \frac{z-1}{1}$.
Chọn đáp án A □

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, $E(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OMN và vuông góc với mặt phẳng (OMN). Tính khoảng cách từ điểm E đến đường thẳng Δ .

A. $\frac{5\sqrt{17}}{3}$.
B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$.
C. $\frac{3\sqrt{17}}{5}$.
D. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$.

✍**Lời giải.**
$OM = \sqrt{2^2+2^2+1^2} = 3$.
$ON = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = 4$.
$MN = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{8}{3}-1\right)^2} = 5$.
Gọi $I(x,y,z)$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OMN$.
Ta có $MN \cdot \overrightarrow{IO} + ON \cdot \overrightarrow{IM} + OM \cdot \overrightarrow{IN} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{MN \cdot x_O + ON \cdot x_M + OM \cdot x_N}{MN+ON+OM} = 0 \\ y = \dfrac{MN \cdot y_O + ON \cdot y_M + OM \cdot y_N}{MN+ON+OM} = 1 \\ z = \dfrac{MN \cdot z_O + ON \cdot z_M + OM \cdot z_N}{MN+ON+OM} = 1. \end{cases}$
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON}\right] = (4;-8;8) = 4(1;-2;2)$.
Khoảng cách từ điểm E đến đường thẳng Δ là

$$\mathrm{d}[E;\Delta] = \frac{\left|[\vec{u};\overrightarrow{IE}]\right|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{4^2+6^2+4^2}}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $(d_1)\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$,

(d_2): $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$, (d_3): $\dfrac{x-2}{-7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$, (d_4): $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt bốn đường thẳng đã cho và Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;1)$. Tính $T=a+b$.

A. $T=-3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=7$. **D.** $T=-5$.

Lời giải.

Dễ thấy (d_1) và (d_2) có cùng véc-tơ chỉ phương và điểm $M_1(1;-1;2)$ thuộc (d_1) nhưng không thuộc d_2 nên suy ra $d_1 \parallel d_2$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2. Lấy $M_2(-3;2;4)\in d_2$.

Ta có $\vec{n}_\alpha=\left[\overrightarrow{M_1M_2};\vec{u}_{d_1}\right]=(7;16;-10)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là

$$7(x-1)+16(y+1)-10(z-2)=0 \Leftrightarrow 7x+16y-10z+29=0.$$

Ta tìm được $d_3\cap(\alpha)=A(-5;1;1)$ và $d_4\cap(\alpha)=B(5;-4;0)$.

Δ là đường thẳng cắt 4 đường thẳng đã cho, nên Δ phải đi qua A và B. Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AB}=(10;-5;-1)=-(-10;5;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 69. Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=m+t\end{cases}$. Tìm m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B vuông góc với nhau.

A. $m=0$ hoặc $m=-4$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-4$.
C. $m=0$ hoặc $m=4$. **D.** $m=-1$ hoặc $m=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$. Để (d) cắt (S) tại hai điểm A, B thì phương trình $(t-2)^2+t^2+(m+t)^2-2(t-2)+4(m+t)+1=0 \Leftrightarrow 3t^2+2(m+1)t+m^2+4m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hay $\Delta'=-2m^2-10m-2>0 \quad (*)$.

Mặt phẳng tiếp diện tại A và B vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA}\perp\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}=0$

$$\Leftrightarrow (x_A-1)(x_B-1)+y_Ay_B+(Z_A+2)(z_B+2)=0$$
$$\Leftrightarrow x_Ax_B-(x_A+x_B)+1+y_Ay_B+z_Az_B+2(z_A+z_B)+4=0 \quad (**).$$

Mặt khác

— $x_Ax_B=(2-t_1)(2-t_2)=4-2(t_1+t_2)+t_1t_2=\dfrac{1}{3}\left(17+8m+m^2\right)$.

— $x_A+x_B=4-(t_1+t_2)=\dfrac{1}{3}(14+2m)$.

— $y_Ay_B=t_1t_2=\dfrac{1}{3}\left(m^2+4m+1\right)$

— $z_A+z_B=2m+t_1+t_2=\dfrac{1}{3}(4m-2)$

— $z_Az_B=(m+t_1)(m+t_2)=\dfrac{1}{3}\left(16+20m+4m^2\right)$

Do đó $(**)\Leftrightarrow 4m^2+20m+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-4\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện (*)).

Chọn đáp án B □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$ cho (α): $x-my+z-3m-3=0$ và (β): $mx+y-mz-3m+1=0$ (với m là tham số thực); hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng (Δ). Gọi đường thẳng (Δ') là hình chiếu vuông góc của (Δ) lên mặt phẳng Oxy. Biết rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (Δ') luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có tâm $I(a;b;c)$ thuộc (Oxy). Tính giá trị $P=2a^2+5b^2-6c^2$.

A. $P=73$. **B.** $P=41$. **C.** $P=38$. **D.** $P=56$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-m;1)$.
Mặt phẳng (β) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(m;1;-m)$.
Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=\left(m^2-1;2m;m^2+1\right)$.
Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxy) là nghiệm của hệ
$\begin{cases}x-my+z-3m-3=0\\ mx+y-mz-3m+1=0\\ z=0\end{cases}\Rightarrow A\left(\dfrac{3m^2+2m+3}{m^2+1};-\dfrac{3m^2+1}{m^2+1};0\right)$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa (Δ) và vuông góc với mặt phẳng (Oxy).
Khi đó (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=\left[\overrightarrow{u};\overrightarrow{k}\right]=\left(2m;m^2-1;0\right)$ với $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $2m\left(x-\dfrac{3m^2+2m+3}{m^2+1}\right)+(m^2-1)\left(y+\dfrac{3m^2+1}{m^2+1}\right)=0$.
Vì đường thẳng (Δ') luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính R suy ra

$$\begin{aligned}R &= \mathrm{d}\left(I;\Delta'\right)=\mathrm{d}(I;(P))=\frac{\left|2m\left(a-\dfrac{3m^2+2m+3}{m^2+1}\right)+(m^2-1)\left(b+\dfrac{3m^2+1}{m^2+1}\right)\right|}{m^2+1}\\ &= \frac{\left|2m\left(a-3-\dfrac{2m}{m^2+1}\right)+(m^2-1)\left(b-3+\dfrac{2}{m^2+1}\right)\right|}{m^2+1}\\ &= \frac{\left|2m(a-3)+\left(m^2-1\right)(b-3)-2\right|}{m^2+1}\\ &= \frac{\left|m(2a-6)+m^2(b-3)-b+1\right|}{m^2+1}\end{aligned}$$

Do $R>0$ không đổi nên $R=\left|\dfrac{m(2a-6)+m^2(b-3)-b+1}{m^2+1}\right|$ và không phụ thuộc vào m.
Suy ra ta có hệ $\begin{cases}2a-6=0\\ b-3=-b+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$.
Vậy $I(3;2;0)$ và $P=38$.
Chọn đáp án C □

Câu 71. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\ y=1-t\\ z=2t\end{cases}$.
Một điểm M thay đổi trên d. Biết giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi tam giác MAB là số có dạng $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ với a,b là các số nguyên. Khi đó

A. $a+b=40$. **B.** $a+b=38$. **C.** $|a-b|=10$. **D.** $|a-b|=12$.

Lời giải.

Ta có $AB=2\sqrt{11}$, $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;1-t;2t)$, khi đó

$$\begin{aligned}MA+MB&=\sqrt{(2-2t)^2+(4+t)^2+(2t)^2}+\sqrt{(4-2t)^2+(2+t)^2+(6-2t)^2}\\ &=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56}=f(t)\end{aligned}$$

Ta có $f'(t)=\dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}+\dfrac{9(t-2)}{\sqrt{9t^2-36t+56}}$, bảng biến thiên của $f(t)$

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	↘	$2\sqrt{29}$	↗	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất nửa chu vi tam giác MAB là $\sqrt{11}+\sqrt{29}\Rightarrow a+b=40$.
Chọn đáp án A □

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=m-1+t \end{cases}$. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T.

A. -3. **B.** -5. **C.** 3. **D.** -4.

✍Lời giải.

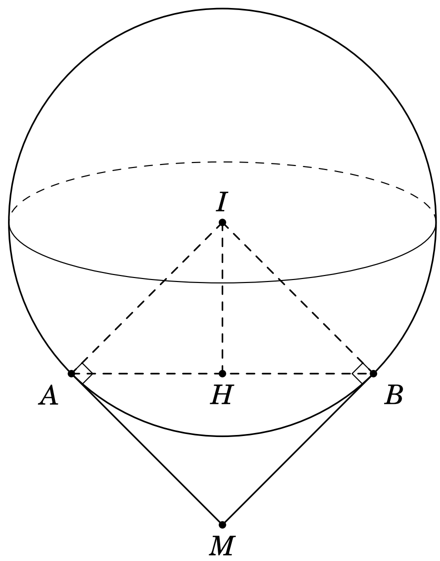
(S) có tâm là $I(1;0;-2)$, bán kính $R=2$.

Tiếp diện tại A,B của (S) là (P) và (P'). Gọi M là hình chiếu của I lên giao tuyến của (P) và $(P') \Rightarrow ((P),(P'))=(AM,BM)$.

Hai mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất $\Leftrightarrow ((P),(P'))=90^\circ$ hay $IAMB$ là hình vuông cạnh $2 \Leftrightarrow \mathrm{d}(I,d)=IH=\sqrt{2}$.

Mặt khác $\mathrm{d}(I;d)=\dfrac{\sqrt{(m+1)^2+(m+2)^2+1}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\dfrac{\sqrt{(m+1)^2+(m+2)^2+1}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$.



Chọn đáp án A □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\dfrac{3}{7} \\ y=\dfrac{-25}{7}+t \\ z=\dfrac{18}{7} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-3+t \\ z=4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-4+t \\ z=3+t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm, $A=d\cap d_1$ và $B=d\cap d_2$.

Ta có tọa độ $A=(u;-4+u;3-u)$, $B=(1-2v;-3+v;4-5v)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1-2v-u;1+v-u;1-5v+u)$ là véc-tơ chỉ phương của d.

Do $d\perp(Oxz)$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_{Oxz}=(0;1;0)$ cùng phương.

Từ đó ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\cdot\vec{i}=0 \\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{j}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2v-u=0 \\ 1-5v+u=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{3}{7} \\ u=\dfrac{2}{7}. \end{cases}$

Nên tọa độ $A(\frac{3}{7};\frac{-25}{7};\frac{18}{7})$.

Vậy d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(0;1;0)$ có phương trình là $\begin{cases} x=\dfrac{3}{7} \\ y=\dfrac{-25}{7}+t \\ z=\dfrac{18}{7}. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

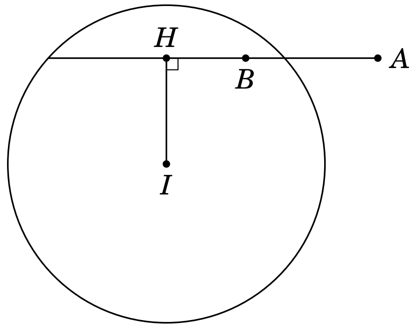
Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Mặt phẳng $(Q)\colon ax+by+cz-2=0$ đi qua A,B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$.

A. $P=9$. **B.** $P=12$. **C.** $P=5$. **D.** $P=8$.

✍Lời giải.

$(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$
$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ nên
(S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.
Ta có

- $\overrightarrow{IA}=(2;-4;3)\Rightarrow IA=\sqrt{29}>R$ nên A nằm ngoài (S).
- $\overrightarrow{IB}=(-1;-1;-3)\Rightarrow IB=\sqrt{11}<R$ nên B nằm trong (S).



Đường thẳng AB đi qua $B(0;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(-3;3;-6)$ hay $\vec{u}=(1;-1;2)$ nên có phương trình

$$\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2t.\end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng AB.
Ta có $H(t;1-t;2t)\in AB\Rightarrow \overrightarrow{IH}=(-1+t;-1-t;-3+2t)$.
Khi đó $\overrightarrow{IH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow \overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow 1\cdot(-1+t)-1\cdot(-1-t)+2\cdot(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$
$\Rightarrow H(1;0;2)\Rightarrow \overrightarrow{IH}=(0;-2;-1)$.
Ta có $(\mathrm{d}(I,(Q)))^2+r^2=R^2$ nên mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r nhỏ nhất khi và chỉ khi $\mathrm{d}(I,(Q))$ lớn nhất.
Lại có $\mathrm{d}(I,(Q))\le IH$ (vì (Q) chứa đường AB).
Do đó $\mathrm{d}(I,(Q))$ lớn nhất khi và chỉ khi $\mathrm{d}(I,(Q))=IH$ hay $(Q)\perp IH\Leftrightarrow -2b-c=0$.
Mà $A(3;-2;6)$ và $B(0;1;0)$ thuộc (Q) nên $\begin{cases}3a-2b+6c-2=0\\b-2=0\end{cases}$. Suy ra $\begin{cases}a=10\\b=2\\c=-4.\end{cases}$
Vậy $P=a+b+c=10+2-4=8$.
Chọn đáp án D □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P_m)\colon (m-1)x+(2-m)y-mz+2m-1=0$ thay đổi. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;0;3)$ lên mặt phẳng (P_m) luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính là

A. $R=1$. **B.** $R=\dfrac{1}{2}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

✍Lời giải.

Gọi d_m là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P_m).
Gọi A_m là hình chiếu vuông góc của A lên (P_m) suy ra $A_m=d_m\cap(P_m)$. Ta xét

- Khi $m=0,(P_0)\colon -x+2y-1=0$ suy ra $d_0\colon \begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=3\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

  Ta có $A_0(1-t,2t,3)$ với t thỏa $-(1-t)+2\cdot 2t-1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{5}$.

  Vậy $A_0\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};3\right)$.

- Khi $m=1,(P_1)\colon y-z+1=0$ suy ra $d_1\colon \begin{cases}x=1\\y=k\\z=3-k\end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$.

  Ta có $A_1(1,k,3-k)$ với k thỏa $k-(3-k)+1=0\Leftrightarrow k=1$.
  Vậy $A_1(1;1;2)$.

- Khi $m=2,(P_2)\colon x-2z+3=0$ suy ra $d_2\colon \begin{cases}x=1+l\\y=0\\z=3-2l\end{cases}$ $(l\in\mathbb{R})$.

  Ta có $A_2(1+l,0,3-2l)$ với l thỏa $(1+l)-2(3-2l)+3=0\Leftrightarrow l=\dfrac{2}{5}$.

  Vậy $A_2\left(\dfrac{7}{5};0;\dfrac{11}{5}\right)$.

Vì A_m luôn thuộc một đường tròn cố định nên đường tròn đó là đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_0A_1A_2$. Gọi R là bán kính của đường tròn này. Ta đặt

— $a = A_0A_1 = \sqrt{\left(1-\frac{3}{5}\right)^2 + \left(1-\frac{4}{5}\right)^2 + (2-3)^2} = \frac{\sqrt{30}}{5}$.

— $b = A_0A_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5}-\frac{3}{5}\right)^2 + \left(0-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{11}{5}-3\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{5}$.

— $c = A_1A_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5}-1\right)^2 + (0-1)^2 + \left(\frac{11}{5}-2\right)^2} = \frac{\sqrt{30}}{5}$.

— $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\sqrt{30}+2\sqrt{3}}{5}$.

Ta có diện tích $\triangle A_0A_1A_2$ là $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{6\sqrt{6}}{25}$.

Mặt khác $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án C □

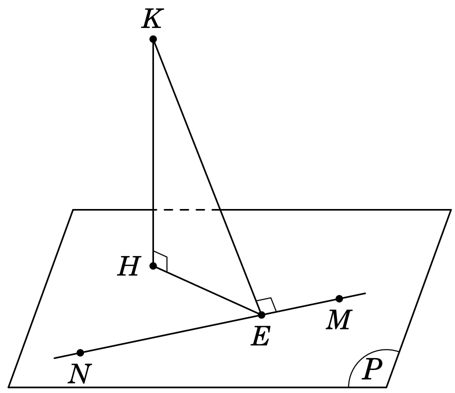
Câu 76. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$ và $N(-1;1;3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n} = (1;-1;1)$. **B.** $\vec{n} = (1;1;-1)$. **C.** $\vec{n} = (2;1;-1)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1;1)$.

Lời giải.

Gọi H, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của K lên mặt phẳng (P) và đường thẳng MN. Khi đó tam giác KHE vuông tại $H \Rightarrow KH \le KE$.

Lại có $\mathrm{d}(K,(P)) = KH$, $\mathrm{d}(K,MN) = KE$ nên khoảng cách từ K đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $H \equiv E$, tức là $\overrightarrow{KE}$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).



Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1;2;1)$

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng MN: $\begin{cases} x = -t \\ y = -1+2t \\ z = 2+t \end{cases}$

$\Rightarrow E(-t;-1+2t;2+t) \Rightarrow \overrightarrow{KE} = (-t;-1+2t;t)$.

Vì $\overrightarrow{KE} \perp \overrightarrow{MN}$ nên $t + 2(-1+2t) + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$. Do đó $\overrightarrow{KE} = \left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2\colon \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+3z-5=0$. Số đường thẳng song song với mặt phẳng (P), cắt cả hai đường d_1, d_2 là

A. 3. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải.

Giả sử Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A = \Delta \cap d_1$, $B = \Delta \cap d_2$. Suy ra $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$ và $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vif $\Delta \parallel (P)$ nên

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_{(P)} = 0 &\Leftrightarrow 1(2-3t_2+t_1) + 1(-4+2t_2+2t_1) + 3(4+t_2-t_1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 10 + 2t_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow t_2 = -5. \end{aligned}$$

Ứng với $t_2 = -5$, có vô số t_1 thỏa. Vậy có vô số đường thẳng thỏa đề bài.
Chọn đáp án B □

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-3}$, $d_3\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d_3 và cắt d_1, d_2 tại hai điểm A, B sao cho đoạn thẳng AB ngắn nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm

A. $(0;5;-2)$. **B.** $(7;-2;-4)$. **C.** $(1;-3;3)$. **D.** $(2;1;-4)$.

✍**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2, d_3 lần lượt là $\overrightarrow{u_1} = (1;1;-1), \overrightarrow{u_2} = (1;2;-3), \overrightarrow{u_3} = (1;-2;-1)$.

Ta có phương trình tham số của $d_1 : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 2+t \\ z = -t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2+s \\ y = -1+2s \\ z = -3s \end{cases}$.

Dễ thấy $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}$ không cùng phương và hệ phương trình $\begin{cases} 2+t = 2+s \\ 2+t = -1+2s \\ -t = -3s \end{cases}$ vô nghiệm nên d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi MN là đoạn vuông góc chung với $M \in d_1, N \in d_2$.
Suy ra $M(2+t;2+t;-t)$, $N(2+s;-1+2s;-3s)$.

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \overrightarrow{u_2} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ s = 0 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} M(1;1;1) \\ N(2;-1;0). \end{cases}$

Mặt khác $\begin{cases} \overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_3} = 0 \\ \overrightarrow{u_2} \cdot \overrightarrow{u_3} = 0 \end{cases}$ nên $d_3 \perp d_1$ và $d_3 \perp d_2$.

Từ đó để AB ngắn nhất thì mặt phẳng (P) đi qua MN.

Lấy $D(2;1;-1) \in d_3$, ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{u_3}\right] = (4;1;2)$.

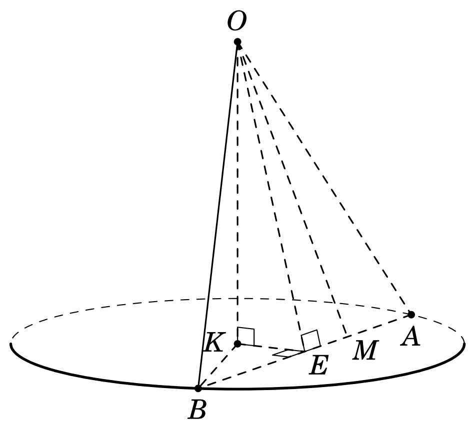
Phương trình (P) chứa d_3 và MN là $4x + y + 2z - 7 = 0$.
Vậy $(1;-3;3) \in (P)$.
Chọn đáp án C □

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;a;b)$. Tính $a - b$.

A. -1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 1.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 3$.
Ta có $OM = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < R$.
Suy ra M nằm giữa A và B.
Gọi E là trung điểm AB. Khi đó $SE \perp AB$.
$AB^2 = 4BE^2 = 4(OB^2 - OE^2) = 4(R^2 - OE^2)$.
Suy ra AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow OE$ lớn nhất $\Leftrightarrow E \equiv M$.
Suy ra $\overrightarrow{OM} = (1;1;2)$ là một vec-tơ pháp tuyến của Δ.



Ngoài ra, vì $\Delta \subset (P)$ nên $\vec{n}_P = (1;1;1)$ cũng là một vec-tơ pháp tuyến của Δ.
Đặt $\vec{u} = [\overrightarrow{OM}, \vec{n}_P] = (-1;1;0)$ thì $\vec{u}$ là một vec-tơ chỉ phương của Δ.
Ta có $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{u'} = (1;-1;0)$.
Suy ra $a = -1; b = 0 \Rightarrow a - b = -1$.
Chọn đáp án A □

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2 = y = -z$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d, tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm của TT'.

A. $\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{5}{6}; \dfrac{-5}{6}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{5}{6}; \dfrac{-7}{6}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{-5}{6}; \dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{-7}{6}; \dfrac{-7}{6}\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$, bán kính $R=1$.

Gọi $H(2+t;t;-t)\in d$ là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Ta có $\overrightarrow{IH}=(2+t;-1+t;1-t)$, $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$ Khi đó

$\overrightarrow{IH}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{IH}\cdot\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 4t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(2;0;0)$.

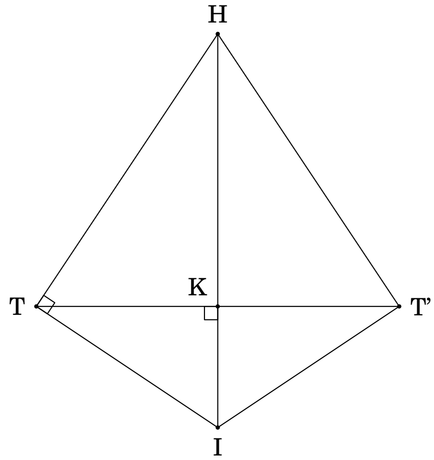
Ta thấy $\triangle IKT\backsim\triangle ITH$ (gg) nên

$IK\cdot IH=IT^2$ hay $\overrightarrow{IK}\cdot\overrightarrow{IH}=1\quad(*)$.

Mặt khác $\overrightarrow{IH}=(2;-1;1)$ nên $(IH)\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$.

Gọi $K(2+2k;-k;k)\in(IH)\Rightarrow\overrightarrow{IK}=(2+2k;-1-k;1+k)$. Do đó

$(*)\Leftrightarrow 4+4k+1+k+1+k=1\Leftrightarrow k=-\dfrac{5}{6}\Rightarrow K\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6};-\dfrac{5}{6}\right)$.



Chọn đáp án A □

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;-2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(Q)\colon 2x-y-2z+3=0$ bằng

A. 24. **B.** $\dfrac{121}{54}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{101}{54}$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\ y=\dfrac{2}{3}\\ z=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow I\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Khi đó $T=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2+3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC})^2$

$T=6MI^2+IA^2+IB^2+IC^2+2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC})=6MI^2+IA^2+IB^2+IC^2$.

T đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI\perp(P)\Rightarrow MI\colon\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}+t\\ y=\dfrac{2}{3}+t\\ z=-\dfrac{1}{2}+t.\end{cases}$

$M=MI\cap(P)\Rightarrow\dfrac{2}{3}+t+\dfrac{2}{3}+t-\dfrac{1}{2}+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{17}{18}\Rightarrow M\left(-\dfrac{5}{18};-\dfrac{5}{18};-\dfrac{13}{9}\right)$.

Vậy $\mathrm{d}(M,(Q))=\dfrac{\left|-2\cdot\dfrac{5}{18}+\dfrac{5}{18}+2\cdot\dfrac{13}{9}+3\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\dfrac{101}{54}$.

Chọn đáp án D □

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(0;1;2),B(2;1;5)$.
Đường thẳng Δ đi qua A, cắt d và cách B một khoảng lớn nhất có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **C.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên $\Delta\Rightarrow BH\le BA$.

Do đó đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với AB.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB. VTPT của (α) là $\overrightarrow{AB}(2;0;3)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+3z-6=0$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=-1+2t\\ y=t\\ z=2-t.\end{cases}$

Thay đường thẳng d vào mặt phẳng (α) ta được $2(-1+2t)+3(2-t)-6=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow d\cap(\alpha)=$

$M(3;2;0)$.
Vậy đường thẳng Δ đi qua A và M do đó nhận $\overrightarrow{AM}(3;1;-2)$ làm VTCP.
Phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Chọn đáp án D □

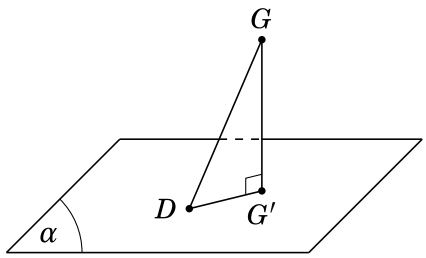
Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;1)$, $B(3;1;5)$, $C(1;2;0)$, $D(4;2;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D sao cho A,B,C nằm cùng phía so với (α) và tổng các khoảng cách từ điểm A,B,C đến (α) là lớn nhất. Giả sử phương trình (α) có dạng $2x+my+nz-p=0$. Khi đó $m+n+p$ nhận giá trị nào sau đây?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G(2;1;2)$.
Gọi A', B', C', G' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C, G lên mặt phẳng (α). Suy ra, G' cũng là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.
Ta có

$$\begin{aligned}
& \overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC'}=3\overrightarrow{GG'}\\
\Leftrightarrow\ & \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CC'}=3\overrightarrow{GG'}\\
\Leftrightarrow\ & \overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=3\overrightarrow{GG'}\\
\Rightarrow\ & \left|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}\right|=3\left|\overrightarrow{GG'}\right|.
\end{aligned}$$



Mặt khác, vì A, B, C nằm cùng phía so với (α) nên $\overrightarrow{AA'},\overrightarrow{BB'},\overrightarrow{CC'}$ cùng hướng.
Suy ra,

$$\left|\overrightarrow{AA'}\right|+\left|\overrightarrow{BB'}\right|+\left|\overrightarrow{CC'}\right|=3\left|\overrightarrow{GG'}\right| \Leftrightarrow \mathrm{d}(A,\alpha)+\mathrm{d}(B,\alpha)+\mathrm{d}(C,\alpha)=3\mathrm{d}(G,\alpha).$$

Vì (α) đi qua D nên $\mathrm{d}(G,\alpha)\leqslant GD$. Dấu "=" xảy ra khi $DG\perp(\alpha)$ hay $\overrightarrow{GD}=(2;1;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α). Suy ra

$$(\alpha)\colon 2x+y-z-9=0.$$

Do đó, $m=1, n=-1, p=9 \Rightarrow m+n+p=9$.
Chọn đáp án B □

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-4)^2+z^2=8$ và các điểm $A(3;0;0),B(4;2;1)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+2MB$?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(-1;4;0)$ và bán kính $1\sqrt{2}$. Gọi tọa độ M có dạng $(a;b;c)$. Ta có

$$\begin{aligned}
P &= MA+2MB\\
&= \sqrt{(a-3)^2+b^2+c^2}+2\sqrt{(a-4)^2+(b-2)^2+(c-1)^2}\\
&= \sqrt{(a-3)^2+b^2+c^2+3\left[(a+1)^2+(b-4)^2+c^2\right]-24}+2\sqrt{(a-4)^2+(b-2)^2+(c-1)^2}\\
&= 2\sqrt{a^2+(b-3)^2+c^2}+2\sqrt{(a-4)^2+(b-2)^2+(c-1)^2}\\
&= 2(MC+MB)\\
&\geq 2BC=6\sqrt{2},
\end{aligned}$$

với $C(0;3;0)$. Dấu bằng xảy ra khi M,B,C thẳng hàng và M nằm giữa B,C.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-4;1;-1)$. Phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases}x=-4t\\y=3+t\\z=-t.\end{cases}$

Tọa độ giao điểm của (S) với đường thẳng BC là

$$\begin{cases}(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=8\\ x=-4t\\ y=3+t\\ z=-t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9t^2-5t-6=0\\ x=-4t\\ y=3+t\\ z=-t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=\dfrac{5\pm\sqrt{133}}{18}\\ x=-4t\\ y=3+t\\ z=-t.\end{cases}$$

Suy ra $M\left(\dfrac{-10+2\sqrt{133}}{9};\dfrac{59-\sqrt{133}}{18};\dfrac{-5+\sqrt{133}}{18}\right)$ hoặc $M'\left(-\dfrac{10+2\sqrt{133}}{9};\dfrac{59+\sqrt{133}}{18};-\dfrac{5+\sqrt{133}}{18}\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+2MB$ là $6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 85. Cho 6 số thực x,y,z,a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}x+2y-2z=15\\ a^2+b^2+c^2=1\end{cases}$. Biểu thức $T=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

✍Lời giải.

Ta có thể hiểu bài toán theo cách như sau Cho điểm $A(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon X+2Y-2Z-15=0$ và điểm $B(a;b;c)$ thỏa mãn phương trình mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=1$, tức là $a^2+b^2+c^2=1$.

Khi đó $T=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}=\left|\overrightarrow{AB}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng (d) đi qua O và vuông góc với (P), B nằm trên đường thẳng (d) đó.

Ta có

$$AB_{min}=|d_{(O,(P))}-R|=\left|\frac{|15|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}-1\right|=4$$

Chọn đáp án C □

Câu 86. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-2z-4=0$ và $(\beta)\colon 2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn $AB=8$ khi

A. $m=12$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=5$.

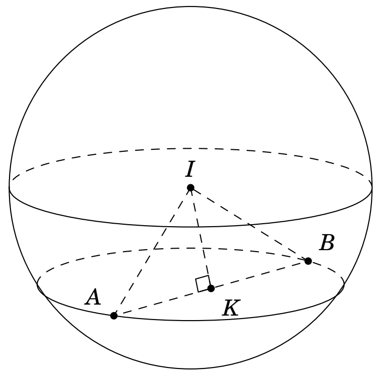
✍Lời giải.

Mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha=(1;2;-2)$ và $\vec{n}_\beta=(2;-2;-1)$.

Ta tính được $\left[\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta\right]=(-6;-3;-6)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;1;2)$.

Ta có Δ đi qua $M(2;2;1)$ nên phương trình chính tắc của Δ là

$$\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}.$$



Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính $R=\sqrt{13-m},(m<13)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên Δ.

Khi đó, $K(2+2t;2+t;1+2t)$ và $\overrightarrow{IK}=(2t+4;t-1;2t+1)\perp\vec{u}$.

Suy ra, $2(2t+4)+t-1+2(2t+1)=0\Leftrightarrow 9t+9=0\Leftrightarrow t=-1$.

Như thế, $IK=3$.

Tam giác IAK vuông tại K nên $IK^2+KA^2=IA^2\Leftrightarrow 3^2+4^2=13-m\Leftrightarrow m=-12$.

Vậy $m=-12$.

Chọn đáp án B □

Câu 87. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$, mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A,B có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\ y=7-3t\\ z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2t\\ y=7-3t\\ z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-t\\ y=7-3t\\ z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\ y=7+3t\\ z=2t\end{cases}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d cách đều hai điểm A,B nên $d \parallel AB$ hoặc d nằm trong mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)$ và VTPT của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Do $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=-4\neq 0$ và nếu $d\parallel AB$ thì d cắt (P). Điều này mâu thuẫn với $d\subset(P)$.

Suy ra d nằm trên (Q) là mặt phẳng trung trực của AB.

Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm của AB là $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$ và có VTPT là $\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình

$$(Q)\colon 3x+y-7=0.$$

Khi đó d là giao tuyến của (P) và (Q).

Lấy $M(0;7;0)$ thuộc cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

Do đó d đi qua M và có VTCP là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(1;-3;2)$.

Phương trình $d\colon \begin{cases}x=t\\ y=7-3t\\ z=2t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(1;2;1)$. Gọi S là điểm thay đổi trên Oz; A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên SA, SB. Biết rằng S thay đổi trên Oz thì hình chiếu vuông góc của C trên $(OA'B')$ luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{22}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

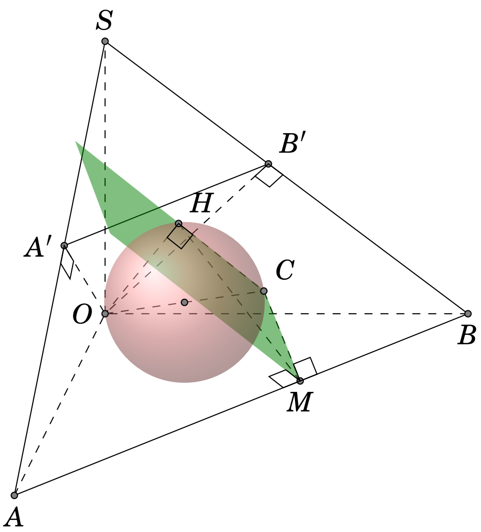
Theo giả thiết suy ra SOA, SOB là các tam giác vuông và bằng nhau. Suy ra $A'B'\parallel AB$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua C và vuông góc với AB, H là hình chiếu của C lên $(OA'B')$.

Vì $CH\perp A'B'$, $A'B'\parallel AB$ nên $CH\perp AB$, suy ra $CH\subset(P)\Rightarrow H\in(P)$.

Mặt khác $CH\perp OH$, suy ra H thuộc mặt cầu đường kính OC.

Vậy H thuộc đường tròn giao tuyến của (P) và mặt cầu đường kính OC.



Mặt cầu đường kính OC có tâm $I\left(\frac{1}{2};1;\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Mặt phẳng (P) có phương trình $x-y+1=0$. Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{\left|\frac{1}{2}-1+1\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

Vậy bán kính của đường tròn cần tìm bằng

$$r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(I,(P))}=\sqrt{\frac{6}{4}-\frac{1}{8}}=\frac{\sqrt{22}}{4}.$$

Chọn đáp án B □

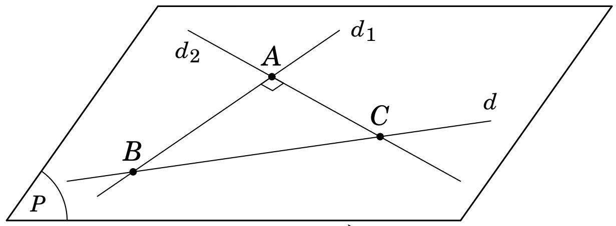
Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-6}{-5}$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2, d là đường thẳng qua điểm $M(2;3;1)$ cắt

d_1,d_2 lần lượt tại B,C sao cho $BC=\sqrt{6}AB$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d. Biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz).

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1=(1;2;1)$.
Véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2=(1;2;-5)$.
Ta thấy $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=0$ nên $d_1\perp d_2$.
Ta có A là giao điểm của d_1 và d_2, suy ra $A(1;1;1)$.



Do d không song song với mặt phẳng (Oxz) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;1;b)$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2. Do d cắt d_1,d_2 lần lượt tại B,C nên $d\subset(P)$.
Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-12;6;0)$.
Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d. Do $d\subset(P)$ nên $\vec{u}\cdot\vec{n}=0\Leftrightarrow -12a+6=0\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}$. Suy ra $\vec{u}=\left(\dfrac{1}{2};1;b\right)$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ hay $\cos(d,d_1)=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$, tức là

$$\frac{|\vec{u}\cdot\vec{u}_1|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{u}_1|}=\frac{1}{\sqrt{6}}\Leftrightarrow\frac{\left|\frac{5}{2}+b\right|}{\sqrt{\frac{5}{4}+b^2}\cdot\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}\Leftrightarrow\left|\frac{5}{2}+b\right|=\sqrt{\frac{5}{4}+b^2}\Leftrightarrow\frac{25}{4}+5b+b^2=\frac{5}{4}+b^2\Leftrightarrow b=-1.$$

Do đó véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\left(\dfrac{1}{2};1;-1\right)$.

Ta có $\mathrm{d}(O,d)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{OM}\right]\right|}{|\vec{u}|}$. Mà $\overrightarrow{OM}=(2;3;1)$ nên $\left[\vec{u},\overrightarrow{OM}\right]=\left(4;-\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. Vậy

$$\mathrm{d}(O,d)=\frac{\sqrt{16+\frac{25}{4}+\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}}=\sqrt{10}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3;0),B(0;-\sqrt{2};0)$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1-t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. Gọi $C(x_C;y_C;z_C)$ là điểm trên đường thẳng d sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Khi đó tổng $T=x_C^2+y_C^2+z_C^2$ bằng

A. $T=\dfrac{21}{25}$. **B.** $T=\dfrac{4}{5}$. **C.** $T=\dfrac{8}{5}$. **D.** $T=\dfrac{58}{25}$.

Lời giải.

Bất đẳng thức Minkovski: Cho các số thực a,b,c,d, thế thì ta luôn có bất đẳng thức

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\geq\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\dfrac{c}{a}=\dfrac{d}{b}$.
Để chu vi tam giác ABC nhỏ nhất thì tổng $CA+CB$ nhỏ nhất.
Giả sử $C(1-t;0;1+t)$. Khi đó

$$CA=\sqrt{(1+t)^2+3^2+(-1-t)^2}=\sqrt{2t^2+4t+11}=\sqrt{(\sqrt{2}t+\sqrt{2})^2+3^2}.$$

và
$$CB = \sqrt{(t-1)^2 + (\sqrt{2})^2 + (-1-t)^2} = \sqrt{(-\sqrt{2}t)^2 + 2^2}.$$
Vậy
$$CA + CB = \sqrt{(\sqrt{2}t + \sqrt{2})^2 + 3^2} + \sqrt{(-\sqrt{2}t)^2 + (2)^2} \geq \sqrt{(\sqrt{2}t + \sqrt{2} - \sqrt{2}t)^2 + 5^2} = \sqrt{26}.$$
Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{\sqrt{2}t + \sqrt{2}}{-\sqrt{2}t} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow t = -\dfrac{2}{5}$.

Vậy $C\left(\dfrac{7}{5}; 0; \dfrac{3}{5}\right)$, suy ra $T = \left(\dfrac{7}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{58}{25}$.

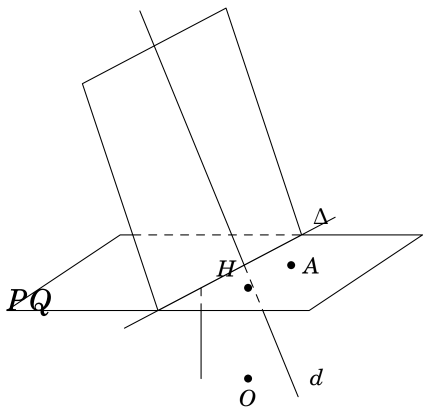
Chọn đáp án D □

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 6 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa d và cắt (P) theo giao tuyến là đường thẳng Δ cách gốc tọa độ O một khoảng ngắn nhất. Viết phương trình mặt phẳng (Q).

A. $x - y + z - 4 = 0$. **B.** $x + y + z - 4 = 0$. **C.** $x + y + z + 4 = 0$. **D.** $x + y - z - 4 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1;2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1;1;-2)$ và d cắt (P) tại điểm A. Suy ra đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) và luôn đi qua điểm A. Gọi H là hình chiếu của điểm O trên (P). Đường thẳng d_1 qua O và vuông góc với (P) có phương trình $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$. Xét phương trình
$$t + 2 \cdot 2t + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(1;2;1).$$



Khoảng cách từ A đến Δ ngắn nhất khi và chỉ khi Δ đi qua điểm H. Do đó, véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{MH}\right] = (1;1;1)$.

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $x - 1 + y - 1 + z - 2 = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 4 = 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 7 = 0$, điểm $M(2;-1;1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 7 = 0$. Đường thẳng d thay đổi đi qua M cắt $(P), (S)$ lần lượt tại các điểm A, B sao cho M là trung điểm của AB. Khi độ dài AB lớn nhất, AB gần với giá trị nào nhất?

A. 18,5. **B.** 18. **C.** 16,5. **D.** 16.

Lời giải.

— Tìm mặt phẳng (α) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm M.
  Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) thì Δ nhận véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(1;2;-2)$ làm véc tơ chỉ phương.
  Phương trình đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.
  Gọi K là chân hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $K \in \Delta \Rightarrow K(2+t; -1+2t; 1-2t)$.
  $K \in (P) \Leftrightarrow 2 + t + 2(-1+2t) - 2(1-2t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta được $K(3;1;-1)$.
  Gọi E là điểm đối xứng của K qua M. Dễ thấy $E(1;-3;3)$.
  Gọi (Q) là mặt phẳng đối xứng của (P) qua M thì (Q) đi qua E, nhận $\overrightarrow{n_P}$ làm véc-tơ pháp tuyến.
  Phương trình mặt phẳng (Q): $1(x-1) + 2(y+3) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 11 = 0$.

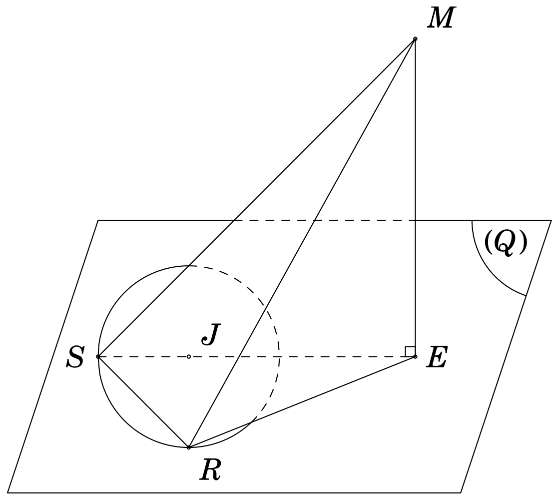
— Tìm tập hợp điểm B.
  Theo giả thiết, ta có $MA = MB \Rightarrow B \in (Q)$. Do đó, B nằm trong hình tròn (C) là giao điểm của (Q) và (S).

Phương trình mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=16$.
Gọi $I(-2;-1;2)$ thì I là tâm của mặt cầu (S). Ta cũng có (S) có bán kính $R=4$. Gọi (J) là tâm của hình tròn (C) thì J là hình chiếu của I trên (Q).
Tương tự như xác định điểm K, ta có $J\left(-\frac{7}{3};-\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$, suy ra

$$EJ = \sqrt{\left(1+\frac{7}{3}\right)^2+\left(-3+\frac{5}{3}\right)^2+\left(3-\frac{8}{3}\right)^2}=\sqrt{13}$$
$$IJ = \sqrt{\left(-2+\frac{7}{3}\right)^2+\left(-1+\frac{5}{3}\right)^2+\left(2-\frac{8}{3}\right)^2}=1.$$

Bán kính r của (C) là: $r=\sqrt{R^2-IJ^2}=\sqrt{4^2-1}=\sqrt{15}$.
Vậy điểm B luôn thuộc đường tròn (C) tâm J bán kính $r=1$ nằm trên mặt phẳng (Q).

— Tìm giá trị lớn nhất của AB. Ta có AB lớn nhất $\Leftrightarrow MB$ lớn nhất.



Trên mặt phẳng (Q), gọi S là giao điểm của (C) và tia đối của tia JE. Ta sẽ chứng minh $ME=\max\limits_{B\in(C)} MB$. Thật vậy, lấy R là điểm bất kì trên (C).
Ta có $ES>ER \Rightarrow MS=\sqrt{EM^2+ES^2}\geq\sqrt{EM^2+ER^2}=MR$.
Do đó, AB lớn nhất $\Leftrightarrow B\equiv S$.
Ta có $MS=\sqrt{EM^2+ES^2}=\sqrt{3^2+(EJ+r)^2}=\sqrt{9+(\sqrt{15}+\sqrt{13})^2}\approx 8{,}05$
Vậy giá trị lớn nhất của đoạn AB bằng $2MS\approx 16{,}01$.

Chọn đáp án D □

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-z+6=0$ và hai mặt cầu (S_1): $x^2+y^2+z^2=25$ và (S_2): $x^2+y^2+z^2+4x-4z+7=0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ và tâm I nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

A. $\frac{9}{7}\pi$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}\pi$. **C.** $\frac{7}{9}\pi$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{7}}\pi$.

✍Lời giải.
Gọi $I_1(0;0;0)$ và $I_2(-2;0;2)$. Dễ thấy (S_1) là mặt cầu tâm $I_1(0;0;0)$ bán kính $R_1=5$, S_2 là mặt cầu tâm $I_2(-2;0;2)$ bán kính $R_2=1$.
Khoảng cách từ I_1 tới (P) là: $d(I_1,(P))=\dfrac{|0-0+6|}{1^2+0^2+(-1)^2}=3\sqrt{2}$.
Vì $S_1S_2=2\sqrt{2}<|R_1-R_2|$ nên hình cầu $(I_1;R_1)$ chứa hình cầu $(I_2;R_2)$.
Gọi $I(a;b;c)$ thuộc (P) là điểm mà tồn tại mặt cầu tâm I tiếp xúc với $(S_1),(S_2)$. Gọi R là bán kính của mặt cầu tâm I tiếp xúc với $(S_1),(S_2)$ thì $(I;R)$ tiếp xúc trong với (S_1) và tiếp xúc ngoài với (S_2).

Vì $I \in (P) \Rightarrow a - c + 6 = 0 \Rightarrow c = a + 6$. Ta có $I(a;b;a+6)$.
Vì $(I;R)$ tiếp xúc trong với $(S_1) \Rightarrow R = R_1 - II_1 = 5 - \sqrt{a^2+b^2+(a+6)^2}$.
Vì $(I;R)$ tiếp xúc ngoài với $(S_2) \Rightarrow R = II_2 - R_2 = \sqrt{(a+2)^2+b^2+(a+4)^2} - 1$.
Do vậy, ta có

$$5 - \sqrt{a^2+b^2+(a+6)^2} = \sqrt{(a+2)^2+b^2+(a+4)^2} - 1$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2+(a+6)^2} = 6 - \sqrt{(a+2)^2+b^2+(a+4)^2} \quad (*)$$

Đặt $m = \sqrt{a^2+b^2+(a+6)^2}; n = \sqrt{(a+2)^2+b^2+(a+4)^2}$ thì $\begin{cases} m = 6 - n \\ m^2 - n^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{13}{3} \\ n = \dfrac{5}{3}. \end{cases}$

Do vậy, $(*) \Leftrightarrow a^2+b^2+(a+6)^2 = \dfrac{169}{9} \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2 = \dfrac{169}{9}$.
Suy ra tập hợp các điểm I thỏa mãn yêu cầu đề bài là giao điểm của mặt cầu (C) có tâm I_1, bán kính $\dfrac{13}{3}$ với mặt phẳng (P), và là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{\dfrac{169}{9} - d^2(I_1,(P))} = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Diện tích cần tính: $S = \pi\left(\dfrac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 = \dfrac{7\pi}{9}$.

Chọn đáp án C □

Câu 94. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$, mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. Đường thẳng d đi qua điểm M nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) theo hai điểm phân biệt A,B. Khi AB nhỏ nhất, hãy viết phương trình đường thẳng d.

A. $\dfrac{x+2}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$.
C. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{1}$.

✍Lời giải.
Mặt cầu S có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=4$. Dễ dàng kiểm tra được điểm M nằm trong mặt cầu (S). Do đó

$$AB = 2\sqrt{R^2 - [d(I,d)]^2} \ge 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{5}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $IM \perp d$. Gọi $\vec{n} = (1;1;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P), khi đó đường thẳng d nhận

$$-\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{IM}, \vec{n}\right] = (2;-1;-1)$$

làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

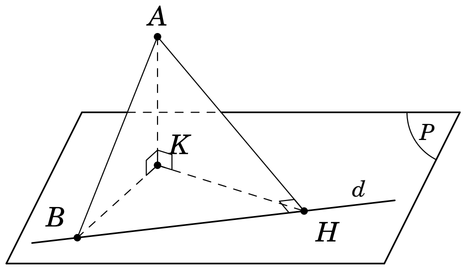
Chọn đáp án C □

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d thay đổi có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2+2at \\ y = 3-bt \\ z = -4+(2a+b)t \end{cases}$, với $a,\ b \in \mathbb{R}$ sao cho $a^2+b^2 \neq 0$. Gọi M,m lần lượt là khoảng cách lớn nhất, nhỏ nhất từ điểm $A(1;-2;-3)$ đến d. Tính $T = M+m$.

A. $T=7$. **B.** $T=3\sqrt{3}$. **C.** $T=6$. **D.** $T=4\sqrt{3}$.

✍Lời giải.
Đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = 2+2at \\ y = 3-bt \\ z = -4+(2a+b)t \end{cases} \Leftrightarrow x-y-z=3 \Leftrightarrow x-y-z-3=0.$$



Do đó đường thẳng d luôn nằm trong mặt phẳng (P): $x-y-z-3=0$ và đi qua điểm cố định $B(2;3;-4)$.
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên d, (P).
Ta có

$$\begin{aligned} & AH \le AB \\ \Rightarrow\ & \mathrm{d}(A;d)_{\max} = AB = \sqrt{(2-1)^2+(3+2)^2+(-4+3)^2} = 3\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Mặt khác,

$$\begin{aligned} & AH \ge AK \\ \Rightarrow\ & \mathrm{d}(A;d)_{\min} = AK = \mathrm{d}(A;(P)) = \frac{|1+2+3-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy $T = M + m = 3\sqrt{3}+\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
Chọn đáp án D □

Câu 96. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song (P): $x+y-2z+1=0$, (Q): $x+y-2z-7=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x=2 \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$. Viết phương trình tham số đường thẳng d' cắt d, vuông góc với trục Ox và song song cách đều (P), (Q).

A. d': $\begin{cases} x=2 \\ y=3+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** d': $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{cases}$. **C.** d': $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** d': $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+t \\ z=2t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi (R) là mặt phẳng song song với (P) và (Q). Suy ra

$$(R): x+y-2z+c=0\ (c \ne 1,\ c \ne -7).$$

Chọn $A(-1;0;0) \in (P)$ và $B(7;0;0) \in (Q)$. Vì (R) cách đều (P), (Q) nên

$$\begin{aligned} & \mathrm{d}(A,(R)) = \mathrm{d}(B,(R)) \\ \Leftrightarrow\ & |c-1| = |c+7| \\ \Leftrightarrow\ & c=-3 \text{ (nhận)}. \end{aligned}$$

Vậy (R): $x+y-2z-3=0$.
Gọi M là giao điểm của d và (R). Xét phương trình

$$2+(1+2t)-2(2-t)-3-0 \Leftrightarrow t=1.$$

Suy ra $M(2;3;1)$. Vì d' cắt d, song song cách đều (P), (Q) nên d' đi qua điểm $M(2;3;1)$ và nằm trên (R).
Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} \vec{u}_{d'} \perp \vec{n}_R \\ \vec{u}_{d'} \perp \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{d'} = [\vec{i}, \vec{n}_R] = (0;2;1).$$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d' là $\begin{cases} x=2 \\ y=3+2t \\ z=1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-y-z+2=0$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu (S) đi qua A, tiếp xúc với (P) có bán kính nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $T=3a+2b+c$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 6. **D.** -2.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P). Mặt cầu (S) đi qua A, tiếp xúc với (P) có bán kính nhỏ nhất khi AH là đường kính mặt cầu, hay I là trung điểm AH.
Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-1}$.
Suy ra tọa độ điểm H thỏa mãn

$$\begin{cases} \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-1} \\ x-y-z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x \\ z=-x-1 \\ x-y-z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow H(-1;1;0).$$

Do đó $I\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{-1}{2}\right)$, từ đó $T=3a+2b+c=-1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 98. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường đường thẳng $y=5x-9$. Tính tích các phần tử của S.

A. 3. **B.** 0. **C.** 18. **D.** -27.

✍Lời giải.

Gọi $d: y=5x-9$.
Ta có: $y'=x^2-2mx+(m^2-1)$.
$y'=0 \Leftrightarrow x^2-2mx+(m^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\end{array}\right.$.

Chia y cho y' ta được: $y=\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}\right)y'-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{m}{3}\left(m^2-1\right)$.

$\Rightarrow AB: y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{m}{3}\left(m^2-1\right)$.

Gọi I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \begin{cases}x_I=\dfrac{m-1+m+1}{2}=m\\ y_I=-\dfrac{2}{3}x_I+\dfrac{m}{3}\left(m^2-1\right)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_I=m\\ y_I=-\dfrac{m^3}{3}-\dfrac{m}{3}\end{cases}$.

A,B nằm khác phía và cách đều $d \Leftrightarrow I\in d \Leftrightarrow -\dfrac{m^3}{3}-\dfrac{m}{3}=5m-9 \Leftrightarrow m^3+16m-27=0$.

$\Rightarrow$ Tích các phần tử của S là $\dfrac{-27}{1}=-27$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 99. Trong không gian $0xyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ và các điểm $A(-2;0;-2\sqrt{2});B(-4$
Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn
$MA^2+\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{MB}=16$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-2;0)$ và bán kính $R=2$ Gọi $M(a;b;c)$.
Ta có: $M\in(S)\Leftrightarrow(a+1)^2+(b+2)^2+c^2=4\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=-2a-4b-1$.
Ta có: $\overrightarrow{MO}=(-a;-b;-c);\overrightarrow{MB}=(-4-a;-4-b;-c)$.
$\Rightarrow \overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{MB}=a(a+4)+b(b+4)+c^2=a^2+b^2+c^2+4a+4b=2a-1$.
Ta lại có: $MA^2=(a+2)^2+b^2+\left(c+2\sqrt{2}\right)^2=a^2+b^2+c^2+4a+4\sqrt{2}c+12=2a-4b+4\sqrt{2}c+11$.
Do đó, $MA^2+\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{MB}=4a-4b+4\sqrt{2}c+10$.
$\Rightarrow 4a-4b+4\sqrt{2}c=6\Leftrightarrow 2a-2b+2\sqrt{2}c-3=0$.
$\Rightarrow M\in(\alpha)$: $2x-2y+2\sqrt{2}z-3=0$.
Ta có: $\mathrm{d}(I;(\alpha))=\dfrac{|-2+4-3|}{\sqrt{2^2+4+8}}=\dfrac{1}{4}$.

$\Rightarrow M$ chạy trên đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(I;(\alpha))}=\sqrt{4-\dfrac{1}{16}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 100. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0,n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m,n thay đổi, tồn tại mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $R=1$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{3}{2}$.

✍Lời giải.

Đặt $B_1(1;0;0)$, $C_1(0;1;0)$ và $E(1;1;0)$.

Ta được $\begin{cases} OB = CC_1 \\ OC = BB_1. \end{cases}$

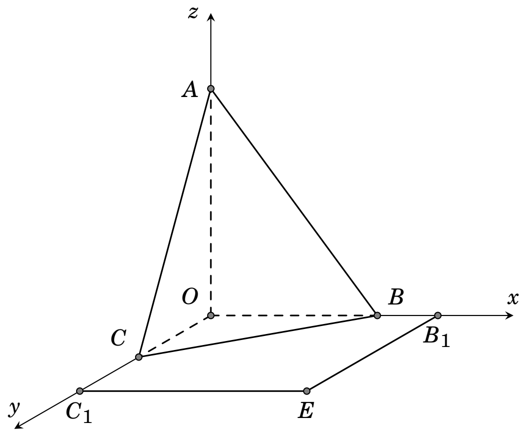
Từ đó, ta thấy $\triangle OAB = \triangle CC_1E \Rightarrow CE = AB$.
Tương tự, ta được $AC = EB$.
Do vậy, $\triangle ABC = \triangle ECB$.

Gọi I là trung điểm AE, ta được $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $V_{IABC} = V_{IEBC}$

$\Rightarrow \mathrm{d}(I;(ABC)) = \mathrm{d}(I;(EBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = ID$.

Vậy mặt cầu $S\left(I;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ luôn qua D và tiếp xúc với (ABC).



Chọn đáp án C □

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB. Độ dài AB là

A. 4. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB.
Khi đó $AB = 2\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - \mathrm{d}(I,d)}$.
d đi qua điểm $M(2;3;0)$ và $\overrightarrow{u_d} = (2;3;6)$.

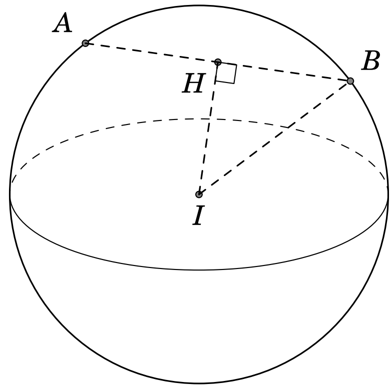
Vậy $\mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (2;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM};\overrightarrow{u_d}\right] = (6;-12;4)$.

Vậy $\left|\left[\overrightarrow{IM};\overrightarrow{u_d}\right]\right| = 14$.

mà $\left|\overrightarrow{u_d}\right| = \sqrt{2^2+3^2+6^2} = 7 \Rightarrow \mathrm{d}(I,d) = 2$.

Vậy $AB = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}$.



Chọn đáp án B □

Câu 102. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ): $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2;3;-4)$, $B(4;6;-9)$. Gọi C, D là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD = \sqrt{14}$ và mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất. Khi đó tọa độ trung điểm CD là

A. $\left(\dfrac{79}{35};\dfrac{64}{35};\dfrac{102}{35}\right)$. **B.** $(2;2;3)$. **C.** $\left(\dfrac{181}{5};-\dfrac{104}{5};-\dfrac{42}{5}\right)$. **D.** $(5;0;2)$.

Lời giải.

Gọi I và r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$. Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= V_{I.ABC} + V_{I.ABD} + V_{I.ACD} + V_{I.DBC} \\ &= \frac{1}{3}r\left(S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DBC}\right) = \frac{1}{3}rS_{tp} \\ \Rightarrow r &= \frac{3V_{ABCD}}{S_{tp}}. \end{aligned}$$

Mặt khác, mặt cầu tâm I có thể tích lớn nhất khi r lớn nhất. Mà

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB \cdot CD \cdot \mathrm{d}_{(AB,CD)} \sin(AB,CD)$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot \mathrm{d}_{(A,CD)} = \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot \mathrm{d}_{(A,\Delta)}$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot \mathrm{d}_{(B,CD)} = \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot \mathrm{d}_{(B,\Delta)}$$

Do đó r lớn nhất khi và chỉ khi $S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ABD}$ nhỏ nhất.
Lại có C, D thuộc Δ nên $C(-1+3t;4-2t;4-t)$ và $D(-1+3k;4-2k;4-k)$ với $(k>t)$.
Mặt khác $CD=\sqrt{14} \Leftrightarrow \sqrt{14(k-t)^2}=\sqrt{14} \Leftrightarrow k=t+1$.
Suy ra

$$\begin{aligned}
S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(11-13t)^2+(1+13t)^2+(29-13t)^2}\\
&= \frac{1}{2}\sqrt{3a^2-78a+963} \qquad (a=13t)\\
S_{\triangle ABD} &= \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(11-13k)^2+(1+13k)^2+(29-13k)^2}\\
&= \frac{1}{2}\sqrt{(2+13t)^2+(14+13t)^2+(16-13t)^2}\\
&= \frac{1}{2}\sqrt{3a^2+456} \qquad (a=13t)
\end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned}
S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ABD} &= \frac{1}{2}\left(\sqrt{3a^2-78a+963}+\sqrt{3a^2+456}\right)\\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{(a-13)^2+152}+\sqrt{a^2+152}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}(MP+MQ).
\end{aligned}$$

Với $M(a;0)$; $P(13;\sqrt{152})$ và $Q(0;-\sqrt{152})$. Suy ra

$$S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ABD} \geqslant \frac{\sqrt{3}}{2}PQ = \frac{\sqrt{483}}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\overrightarrow{PM}$ và $\overrightarrow{PQ}$ cùng phương $\Leftrightarrow a=\dfrac{13}{2} \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$. Suy ra $C\left(\dfrac{1}{2};3;\dfrac{7}{2}\right)$ và $D\left(\dfrac{7}{2};1;\dfrac{5}{2}\right)$. Suy ra tọa độ trung điểm CD là $(2;2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-6}{1}=\dfrac{z-6}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

✍**Lời giải.**

Ta thấy tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông vì có OA, OB, OC đôi một vuông góc với $O(0;0;0)$ là gốc toạ độ. Do đó, hình chiếu vuông góc của O lên (ABC) chính là trực tâm của tam giác ABC. Vậy đường thẳng cần tìm đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC).Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;6;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;0;6)$ nên đường thẳng đi qua O và nhận $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là đường thẳng cần tìm.

Từ đó suy ra đường thẳng có phương trình $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$. Mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz-2=0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $M=2a+b-c$.

A. $M=2$. **B.** $M=3$. **C.** $M=1$. **D.** $M=4$.

✍**Lời giải.**

Đường tròn (S) có bán kính $R=5$ và có tâm $I(1;2;3)$. Dễ thấy đường thẳng AB cắt đường tròn (S). Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng AB.

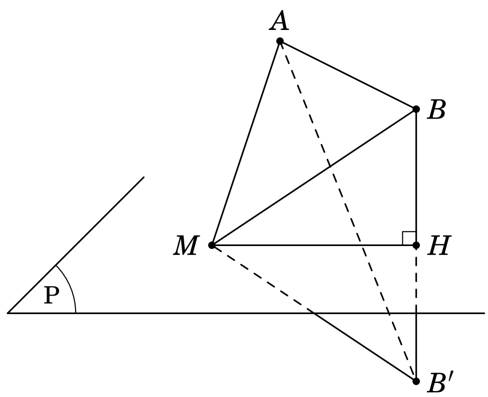
Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) \le IH$ nên giao tuyến của (P) và (S) nhỏ nhất khi H chính là hình chiếu của I lên (P).
Vậy (P) nhận véc-tơ pháp tuyến là $\left[\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AB}\right],\overrightarrow{AI}\right] = (0;-40;-20)$. Từ đó suy ra phương trình của (P) là $2y+z-2=0$ nên $a=0$, $b=2$, $c=1$ và ta có $M=2a+b-c=1$.
Chọn đáp án C □

Câu 105. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-2=0$ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $a+b-3c$ bằng

A. $\dfrac{19}{7}$. **B.** $-\dfrac{13}{7}$. **C.** -2. **D.** 2.

✍Lời giải.

Dễ thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P).
Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (P).
Ta có $MA+MB=MA+MB' \le AB'$.
Suy ra $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M là giao của đường thẳng AB' và mặt phẳng (P).
Phương tình đường thẳng BB' là $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=t. \end{cases}$



Thay phương trình đường thẳng BB' vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$2+t-(3-t)+t-2=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Gọi H là giao của BB' và mặt phẳng (P). Suy ra $H(3;2;1)$.
Ta có H là trung điểm của BB' nên $B'(4;1;2)$.
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB' là $\vec{u}=\overrightarrow{AB'}=(3;-1;3)$.
Phương trình đường thẳng AB' là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-t \\ z=-1+3t. \end{cases}$
Thay phương trình đường thẳng AB' vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$1+3t-(2-t)+(-1+3t)-2=0 \Leftrightarrow t=\frac{4}{7}.$$

Suy ra $M\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{10}{7};\dfrac{5}{7}\right)$.
Khi đó giá trị $a+b-3c=2$.
Chọn đáp án D □

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(2;4;0)$, $D(0;0;6)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Có bao nhiêu mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có diện tích 14π và cách đều năm điểm O,A,B,C,D (O là gốc tọa độ).

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và $R=\sqrt{14}$.
Mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích $14\pi \Rightarrow r=R=\sqrt{14}$.
Vậy mặt phẳng đi qua tâm I của mặt cầu (S).
Dễ thấy 5 điểm đều thuộc mặt cầu (S) và $(OABC)\equiv Oxy$, $OACB$ là hình chữ nhật. Do đó mặt phẳng cách đều 4 điểm O,A,C,B chỉ có thể hoặc song song với $(OACB)$, hoặc chứa đường trung bình của hình chữ nhật $OACB$.
Mà $D\in Oz$ nên có 3 mặt phẳng thỏa mãn là

- Mặt phẳng đi qua I và song song với Oxy;
- Mặt phẳng đi qua I và vuông góc với OA;

___ Mặt phẳng đi qua I và vuông góc với OB.

Chọn đáp án (D) □

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm thuộc tia OM sao cho $OM \cdot ON = 12$. Biết N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu đó.

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(12;6;4)$. **C.** $(-6;3;2)$. **D.** $(6;-3;-2)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình dạng chắn của mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Suy ra $(ABC)\colon -6x+3y+2z-6=0$ và (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-6;3;2)$.

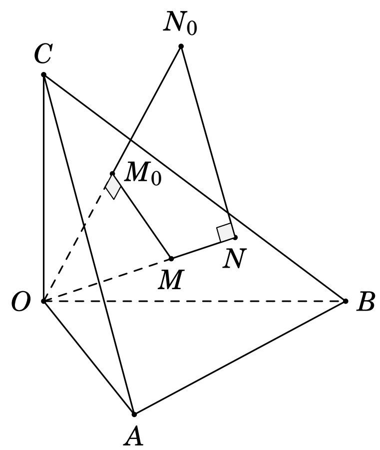
Giả sử $OM_0 \perp (ABC)$ tại M_0, trên tia OM_0 lấy điểm N_0 sao cho $OM_0 \cdot ON_0 = 12$.

Khi đó ta có $\dfrac{1}{OM_0^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{49}{36} \Rightarrow OM_0=\dfrac{6}{7} \Rightarrow ON_0=14$.

Do $OM_0 \perp (ABC)$ nên $\vec{n}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OM_0, suy ra phương trình đường thẳng OM_0: $\begin{cases} x=-6t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Gọi tọa độ của điểm $N_0(-6t;3t;2t)$, suy ra

$$ON_0=\sqrt{36t^2+9t^2+4t^2}=14 \Leftrightarrow |7t|=14 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=2. \end{array}\right.$$



Với $t=-2$ suy ra $N_0(12;-6;-4)$ (loại vì không nằm trên tia OM_0).

Với $t=2$ suy ra $N_0(-12;6;4)$ (thỏa mãn).

Nhận thấy $OM \cdot ON = OM_0 \cdot ON_0 = 12$, suy ra hai tam giác OMM_0 và ON_0N đồng dạng, suy ra $\widehat{OM_0M}=\widehat{ONN_0}$. (1)

Mặt khác, do $OM_0 \perp (ABC) \Rightarrow OM_0 \perp M_0M \Rightarrow \widehat{OM_0M}=90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ONN_0}=90^\circ$, suy ra N luôn nhìn ON_0 dưới một góc vuông, suy ra quỹ tích điểm N là mặt cầu đường kính ON_0, từ đó suy ra tọa độ tâm mặt cầu là $I(-6;3;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 108. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$. $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ có giá trị nhỏ nhất. Xác định $a+b+c$.

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

✍**Lời giải.**

Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Khi đó, G có tọa độ $(2;2;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

Do đó

$$\begin{aligned} 9MG^2 &= \left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)^2 \\ &= MA^2+MB^2+MC^2+2\left(\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}\right) \quad (1). \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có $2\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=MA^2+MB^2-\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)^2=MA^2+MB^2-AB^2$.

Do đó $2\left(\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}\right)=2\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)-\left(AB^2+BC^2+CA^2\right)$.

Thay vào (1) ta có

$$9MG^2=3\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)-\left(AB^2+BC^2+CA^2\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+\frac{AB^2+BC^2+CA^2}{3}.$$

Biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Khi đó, M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (P).
Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}=(1;-2;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua G và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x=2+t \\ y=2-2t \\ z=-2+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.
Tọa độ của điểm M cần tìm là nghiệm nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x-2y+2z-3=0 \\ x=2+t \\ y=2-2t \\ z=-2+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \\ z=0 \\ t=1 \end{cases}$$

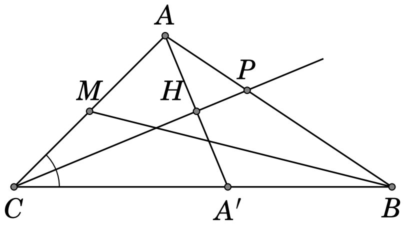
Khi đó $a=3; b=0; c=0$ nên $a+b+c=3$.
Chọn đáp án D □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;1)$.

Lời giải.

Gọi P là chân đường phân giác trong của góc C.
Vì C thuộc đường thẳng CP nên tọa độ C có dạng $C(2+2t;4-t;2-t)$.
Gọi M là trung điểm của AC khi đó $M\left(t+2;\frac{7-t}{2};\frac{5-t}{2}\right)$.
Thay tọa độ của điểm M vào phương trình BM ta được



$$\frac{t+2-3}{-1}=\frac{\frac{7-t}{2}-3}{2}=\frac{\frac{5-t}{2}-2}{-1}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4t-4=t-1 \\ 2t-2=1-t \end{cases} \Leftrightarrow t=1$$
$$\Rightarrow \begin{cases} C(4;3;1) \\ M(3;3;2) \end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với đường thẳng CP có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_{CP}=(2;-1;-1)$.
Khi đó $(P)\colon 2x-y-z+2=0$.
Phương trình tham số của đường phân giác CP là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=4-t \\ z=2-t. \end{cases}$
Gọi $H(2+2t;4-t;2-t)\in CP$ khi đó thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$2(2+2t)-(4-t)-(2-t)+2=0 \Leftrightarrow t=0$$

Suy ra $H(2;4;2)$ là hình chiếu của A lên đường thẳng CP.
Gọi A' là điểm đối xứng với A qua CP khi đó $A'(2;5;1)$, vì CP là đường phân giác nên $A'\in BC$.
Khi đó véc-tơ chỉ phương của CB là $\vec{u}_{CB}=\overrightarrow{CA'}=(-2;2;0)$ hay $\vec{u}_{CB}=(-1;1;0)$.
Chọn đáp án C □

Câu 110. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $\Delta\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=3$. **C.** $T=4$. **D.** $T=5$.

✍Lời giải.

Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Do $M\in\Delta$: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$ nên $M(-1+2t;1-t;2t)$.

Ta có $MA=\sqrt{(2t-2)^2+(t+4)^2+4t^2}=\sqrt{9t^2+20}$;

$MB=\sqrt{(2t-4)^2+(t+2)^2+(2t-6)^2}=\sqrt{9t^2-36t+56}$.

Như vậy $MA+MB=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56}$.

Cách 1: phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(t)=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}+\dfrac{9t-18}{\sqrt{9t^2-36t+56}}=\dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}+\dfrac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow\dfrac{t}{\sqrt{9t^2+20}}=-\dfrac{t-2}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$ (1).

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{t}{\sqrt{9t^2+20}}$ có $g'(t)=\dfrac{20}{\left(\sqrt{9t^2+20}\right)^3}>0$.

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t=1$.

Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{29}$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=1$.

Cách 2: phương pháp véc-tơ

Ta có $MA+MB=\sqrt{(3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}$.

Xét $\begin{cases}\vec{u}=\left(3t;\sqrt{20}\right)\\\vec{v}=\left(6-3t;\sqrt{20}\right)\end{cases}$. Do $|\vec{u}|+|\vec{v}|\geq|\vec{u}+\vec{v}|$ nên ta có

$\sqrt{(3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}\geq\sqrt{6^2+\left(2\sqrt{20}\right)^2}=2\sqrt{29}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}=k\vec{v}$ $(k\geq0)\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=1\Rightarrow M(1;0;2)\Rightarrow T=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $N(3;4;5)$ và mặt phẳng (P): $x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P), các điểm H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N lên Δ. Biết rằng khi $MH=NK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=1\\y=13-2t\\z=-4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=13-2t\\z=-4+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=13+2t\\z=-4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=13-2t\\z=-4-t\end{cases}$.

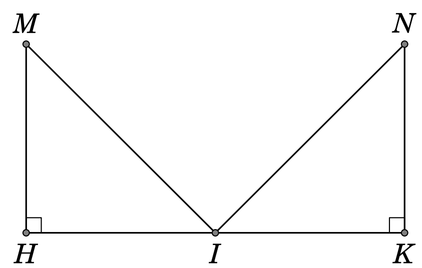
✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm của HK.

Ta có $\triangle MHI=\triangle NKI\Rightarrow IM=IN$.

$\Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của MN.

Do I thuộc (P) nên I thuộc d là giao tuyến của (P) và (Q).



Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm $E(2;3;4)$ của MN, có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MN}=(2;2;2)$ là

$$2(x-2)+2(y-3)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x+y+z-9=0.$$

Tọa độ của I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y+3z-14=0 \\ x+y+z-9=0. \end{cases}$

Cho $x=0$ và giải hệ ta được $y=13$, $z=-4$ suy ra $I(0;13;-4)$. Đường thẳng d đi qua $I(0;13;-4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-2;1)$ có phương trình là $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $3x-2y-4z-8=0$. **B.** $y+z+1=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $x+3y+5z+2=0$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;0)$ và bán kính $R=2$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Suy ra $t_H=-\dfrac{\vec{u}\cdot\overrightarrow{IM_0}}{\vec{u}^2}=1\Rightarrow H(3;0;-1)$. Ta có $r_{\min}=\mathrm{d}(I,(P))=IH$.

Suy ra (P) đi qua H và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IH}=(0;-1;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $y+z+1=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(2;-2;2)$, $A'(3;0;-1)$, điểm M thuộc cạnh DC. Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM+MC'$ là

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$. **C.** $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$.

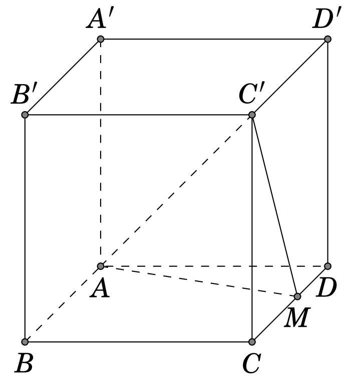
✍Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AA'}=(2;0;-2)$, $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$. $\overrightarrow{AD}=(1;-2;1)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có

$$\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}\Rightarrow C'(5;-1;1).$$

Đường thẳng DC đi qua điểm D và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$ có phương trình: $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2+t \\ z=2+t. \end{cases}$



Gọi $M(2+t;-2+t;2+t)\in DC$. Ta có $AM=\sqrt{3t^2+6}$, $C'M=\sqrt{3t^2-6t+11}=\sqrt{3(1-t)^2+8}$.

Ta có

$$\begin{aligned} AM+C'M &= \sqrt{3t^2+6}+\sqrt{3(1-t)^2+8} \\ &\ge \sqrt{(\sqrt{3}t+\sqrt{3}-\sqrt{3}t)^2+(\sqrt{6}+\sqrt{8})^2} \\ &= \sqrt{17+8\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Dấu "=" khi và chỉ khi $\dfrac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3}(1-t)}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}\Leftrightarrow t=2\sqrt{3}-3$.

Khi đó $M(2\sqrt{3}-1;2\sqrt{3}-5;2\sqrt{3}-1)$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM+MC'$ là $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;0)$, bán kính bằng 3 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(0;1;0)$, bán kính bằng 2. Đường thẳng Δ thay đổi tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1), (S_2). Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm $A(1;1;1)$ đến đường thẳng Δ. Tính $M+m$.

A. 5. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $IJ=2$ nên hai mặt cầu trên cắt nhau. Do đó mọi đường thẳng tiếp xúc với hai mặt cầu đều đi qua điểm M thỏa mãn điều kiện sau đây $2\overrightarrow{MI}-3\overrightarrow{MJ}=\overrightarrow{0} \Rightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{2x_I-3x_J}{2-3}=-4 \\ y_M=\dfrac{2y_I-3y_J}{2-3}=1 \\ z_M=\dfrac{2z_I-3z_J}{2-3}=0 \end{cases}$.

Gọi véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Do Δ tiếp xúc với mặt cầu tâm I nên ta có

$3=\mathrm{d}(I,(\Delta))=\dfrac{|[\overrightarrow{IM},\vec{u}]|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{36b^2+36c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \Leftrightarrow 36b^2+36c^2=9(a^2+b^2+c^2) \Leftrightarrow a^2=3(b^2+c^2)$.

Ta thấy $a\neq 0$ vì nếu $a=0$ thì $b=c=0$.

Do đó đặt $x=\dfrac{b}{a}$ và $y=\dfrac{c}{a}$. Ta có $x^2+y^2=\dfrac{1}{3}$ và $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\le y\le \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Khoảng cách từ A đến Δ là $\mathrm{d}=\dfrac{|[\overrightarrow{AM},\vec{u}]|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{26b^2+(a-5c)^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Suy ra $\mathrm{d}^2=\dfrac{26b^2+(a-5c)^2}{4(b^2+c^2)}=\dfrac{26x^2+(1-5y)^2}{4(x^2+y^2)}=\dfrac{\dfrac{26}{3}-26y^2+(1-10y+25y^2)}{4\cdot\dfrac{1}{3}}=f(y)$.

Ta thấy $f'(y)=0\Leftrightarrow y=-\dfrac{5}{2}<-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Do đó $f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\le f(y)\le f\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{25-10\sqrt{3}}{4}\le \mathrm{d}^2\le \dfrac{25+10\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $M+m=\sqrt{\dfrac{25+10\sqrt{3}}{4}}+\sqrt{\dfrac{25-10\sqrt{3}}{4}}=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 115. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{8}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi K,H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên d và (P) . Khi đó

$$\mathrm{d}[A,(P)]=AH\le AK.$$

Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất bằng $AK=\mathrm{d}(A,d)$. Giả sử $K(1+2t;t;2+2t)$, ta có $\overrightarrow{AK}=(2t-1;t-5;2t-1)$. Vì $AK\perp d$ nên

$$2(2t-1)+t-5+2(2t-1)=0\Leftrightarrow t=1.$$

Suy ra $\overrightarrow{AK}=(-1;-4;1)$. Phương trình mặt phẳng $(P)\colon x-4y+z-3=0$. Khoảng cách

$$\mathrm{d}[M,(P)]=\dfrac{11\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$, $N(-4;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ làm véc-tơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z=0$

sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|$, $|b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau, khi đó $|a|+|b|+|c|$ bằng

A. 13 . **B.** 14. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với $(P) \Rightarrow (\alpha): 2x+y+z-3=0$.

Gọi H là hình chiếu của N lên $(\alpha) \Rightarrow H(-8,10,9)$.

Để khoảng cách từ N đến Δ là nhỏ nhất thì Δ phải đi qua H.

Khi đó vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{MH}=(-10;8;12)$. Vậy $a=-5, b=4, c=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;-2)$. Tìm trên mặt phẳng (P): $x+y+z+2=0$ điểm M sao cho tổng $MA^2+2MB^2+3MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(-\frac{5}{18};-\frac{13}{9};-\frac{5}{18}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{5}{18};-\frac{5}{18};-\frac{13}{9}\right)$.

C. $M\left(-\frac{13}{9};-\frac{5}{18};-\frac{5}{18}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{9};-\frac{1}{9};-\frac{16}{9}\right)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}$, dễ thấy $I\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$. Khi đó

$$S=MA^2+2MB^2+3MC^2=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2.$$

Ta thấy I là điểm cố định nên S nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

$MI\perp(P)\Rightarrow M\left(\frac{2}{3}+t;\frac{2}{3}+t;-\frac{1}{2}+t\right)$, $M\in(P)\Leftrightarrow \frac{2}{3}+t+\frac{2}{3}+t-\frac{1}{2}+t+2=0\Leftrightarrow t=-\frac{17}{18}$.

Vậy $M\left(-\frac{5}{18};-\frac{5}{18};-\frac{13}{9}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm $M(1;-1;1)$, $N(0;-1;0)$ và cắt hình cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=5$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích $S=\pi$.

A. $2x+y-2z+1=0$, $3x+y-3z+1=0$. **B.** $3x-y-3z-1=0$, $2x-y-2z-1=0$.

C. $2x+y-2z+1=0$, $2x-y-2z-1=0$. **D.** $3x+y-2z+1=0$, $3x-y-3z-1=0$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-2;-1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$, $S=\pi\Rightarrow r=1$, ta có

$$R^2=r^2+\mathrm{d}^2(I,(\alpha))\Rightarrow \mathrm{d}(I,(\alpha))=\sqrt{5-1}=2.$$

Phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=t\end{cases}$, dễ thấy MN là giao tuyến của hai mặt phẳng $x-z=0$ và $y+1=0$, khi đó (α): $a(x-z)+b(y+1)=0, (a^2+b^2\neq 0)$

$$\mathrm{d}(I,(\alpha))=2\Leftrightarrow \frac{|-3a|}{\sqrt{2a^2+b^2}}=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{a}{b}=2\\ \frac{a}{b}=-2\end{array}\right.$$

Với $\frac{a}{b}=2$, chọn $a=2$, $b=1$, phương trình (α): $2x+y-2z+1=0$.

Với $\frac{a}{b}=-2$, chọn $a=2$, $b=-1$, phương trình (α): $2x-y-2z-1=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 119. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau

$$(d_1)\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3} \text{ và } (d_2)\colon \frac{x}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}.$$

Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với (d_1) và (d_2) sao cho khoảng cách từ (d_1) đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ (d_2) đến (P).

A. $x-2y+z+4=0$, $x-2y+z-\dfrac{4}{3}=0$. **B.** $x+2y+z+4=0$, $x+2y+z+\dfrac{4}{3}=0$.

C. $x-2y+z+4=0$, $x-2y+z+\dfrac{4}{3}=0$. **D.** $x+2y+z+4=0$, $x-2y+z+\dfrac{4}{3}=0$.

✍Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_1\wedge\vec{u}_2=(-4;8;-4)$. Lấy điểm $M(1;2;3)\in(d_1)$, $N(0;1;0)\in(d_2)$, gọi K là điểm thuộc đường thẳng MN sao cho $MK=2NK$, khi đó mặt phẳng đi qua K và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ là mặt phẳng cần tìm.

Trường hợp 1: $\overrightarrow{MK}=2\overrightarrow{NK}$, ta tìm được $K(-1;0;-3)$ và $(P)\colon x-2y+z+4=0$.

Trường hợp 2: $\overrightarrow{MK}=-2\overrightarrow{NK}$, ta tìm được $K\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};1\right)$ và $(P)\colon x-2y+z+\dfrac{4}{3}=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 120. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1;2;3)$, $A(7;2;3)$, $B(1;5;3)$, $C(1;2;9)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua 3 điểm A,B,C cắt các đường thẳng MA,MB,MC lần lượt tại A_1,B_1,C_1. Gọi H là trực tâm tam giác $A_1B_1C_1$. Đường thẳng MH luôn thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x+y-2z+3=0$. **B.** $x+2y+3z-14=0$. **C.** $2x+y-3z+5=0$. **D.** $2x-2y-z+5=0$.

✍Lời giải.

• Ta có $\overrightarrow{MA}=(6;0;0)$, $\overrightarrow{MB}=(0;3;0)$, $\overrightarrow{MC}=(0;0;6)$ nên MA,MB,MC đôi một vuông góc. Do đó, MA_1,MB_1,MC_1 đôi một vuông góc. Điểm H là trực tâm tam giác $A_1B_1C_1$ nên $MH\perp(A_1B_1C_1)$ (tính chất của tam diện vuông).

• A_1,B_1,C_1 lần lượt là giao điểm của MA,MB,MC với mặt cầu nên

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MA_1}=\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MB_1}=\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MC_1}=6k \text{ với } k\in\mathbb{R}.$$

Suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{MA_1}=(k;0;0)\\ \overrightarrow{MB_1}=(0;2k;0)\\ \overrightarrow{MC_1}=(0;0;k)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{A_1B_1}=(-k;2k;0)\\ \overrightarrow{A_1C_1}=(-k;0;k).\end{cases}$

Do đó A_1B_1, A_1C_1 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u_1}=(1;-2;0)$ và $\vec{u_2}=(1;0;-1)$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ có vec-tơ pháp tuyến và $\vec{n}=\vec{u_1}\wedge\vec{u_2}=(2;1;2)$.

• $MH\perp(A_1B_1C_1)$ nên MH có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;2)$.

• Trong các mặt phẳng đã cho có duy nhất mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+5=0$ chứa điểm $M(1;2;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}=(2;1;2)$. Do đó, có duy nhất mặt phẳng (P) đi qua MH.

Chọn đáp án D □

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+4=0$ và các điểm $A(2;1;2)$, $B(3;-2;2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng MA,MB luôn tạo với mặt phẳng (P) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M thuộc một đường tròn (C) cố định. Tìm tọa độ tâm của đường tròn (C).

A. $\left(\dfrac{10}{3};-3;\dfrac{14}{3}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{17}{21};-\dfrac{71}{21};\dfrac{17}{21}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{74}{27};-\dfrac{97}{27};\dfrac{62}{27}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{32}{9};-\dfrac{49}{9};\dfrac{2}{9}\right)$.

✍Lời giải.

• Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc $(P)\colon 2x+2y-z+4=0$. Ta có $2a+2b-c+4=0 \quad (1)$.

• $\overrightarrow{AM}=(a-2;b-1;c-2)$ và $\overrightarrow{BM}=(a-3;b+3;c-2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;-1)$.

$$\begin{aligned}
& MA, MB \text{ tạo với mặt phẳng } (P) \text{ các góc bằng nhau}\\
\Leftrightarrow\ & |\cos\left(\overrightarrow{AM},\vec{n}\right)|=|\cos\left(\overrightarrow{BM},\vec{n}\right)|\\
\Leftrightarrow\ & \frac{|2(a-2)+2(b-1)-(c-2)|}{3\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+(c-2)^2}}=\frac{|2(a-3)+2(b+2)-(c-2)|}{3\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2+(c-2)^2}}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{|2a+2b-c-4|}{3\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+(c-2)^2}}=\frac{|2a+2b-c|}{3\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2+(c-2)^2}}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{8}{3\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+(c-2)^2}}=\frac{4}{3\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2+(c-2)^2}}\\
\Leftrightarrow\ & 4\left((a-3)^2+(b+2)^2+(c-2)^2\right)=(a-2)^2+(b-1)^2+(c-2)^2\\
\Leftrightarrow\ & a^2+b^2+c^2-\frac{20}{3}a+6b-4c+\frac{59}{3}=0.
\end{aligned}$$

Do đó, điểm M thuộc mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-\dfrac{20}{3}z+6y-4z+\dfrac{59}{3}=0$ tâm $I\left(\dfrac{10}{3};-3;2\right)$.

• Đường tròn (C) là giao mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) nên tâm của (C) là hình chiếu H của I trên mặt phẳng (P).

• Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). Ta có Δ: $\begin{cases} x=\dfrac{10}{3}+2t\\ y=-2+2t\\ z=2-t.\end{cases}$

Suy ra $H\left(\dfrac{10}{3}+2t;-2+2t;2-t\right)$. Mặt khác $H\in(P)\Leftrightarrow\dfrac{8}{3}+9t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{8}{27}$.

• Vậy $H\left(\dfrac{74}{27};-\dfrac{97}{27};\dfrac{62}{27}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 122. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z+2=0$. Mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $ax+by+cz+34=0$. Tính tích abc.

A. -220. **B.** -240. **C.** 240. **D.** 220.

✍Lời giải.

• Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(2;-2;1)$, mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(a;b;c)$ trong đó $a^2+b^2+c^2>0$.

(Q) đi qua Δ nên $\overrightarrow{n_Q}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow 2a+b+2c=0$.

• $\cos((P),(Q))=\left|\cos(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q})\right|=\dfrac{|2a-2b+c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|6a+5c|}{3\sqrt{5a^2+8ac+5c^2}}$.

Nếu $a=0$ thì $\cos((P),(Q))=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Nếu $a\neq 0$ thì $\cos((P),(Q))=\dfrac{\left|6+5\dfrac{c}{a}\right|}{3\sqrt{5+8\dfrac{c}{a}+5\dfrac{c^2}{a^2}}}=\dfrac{|6+5t|}{3\sqrt{5+8t+5t^2}}$ với $t=\dfrac{c}{a}$.

Đặt $f(t)=\dfrac{(6+5t)^2}{5t^2+8t+5}$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{-100t^2-110+12}{(5t^2+8t+5)^2}$ nên $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{10}\\ t=-\dfrac{6}{5}.\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$		$-\frac{6}{5}$		$\frac{1}{10}$		$+\infty$
$f(t)'$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{65}{9}$	$\searrow$	5

Từ bảng biến thiên, ta có $\max\cos((P),(Q)) = \dfrac{\sqrt{65}}{9}$.

$((P),(Q))$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos((P),(Q))$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow t = \dfrac{1}{10} \Leftrightarrow a = 10c$.
Suy ra $b = -22c$. Mặt khác $M(1;2;0) \in (Q)$ nên $a + 2b + 34 = 0 \Leftrightarrow -34c + 34 = 0 \Leftrightarrow c = 1$.
Suy ra $a = 10, b = -22$.
• Vậy $abc = -220$.
Chọn đáp án A □

Câu 123. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z+1=0$ và $(Q)\colon 2x-y+2z+4=0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Tìm tung độ của điểm M.

A. 4. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -5.

✍**Lời giải.**

Gọi N là điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (Q), suy ra $N(n;0;0)$.
Gọi I thuộc (Q) là trung điểm của đoạn MN suy ra (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN.
Khi đó MN có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_Q = (2;-1;2)$.
Phương trình đường thẳng MN là

$$MN\colon \begin{cases} x = n + 2t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow I(n+2t;-t;2t).$$

Vì I thuộc (Q) nên tọa độ điểm I thỏa mãn phương trình

$$2n + 4t + t + 4t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2n+4}{9}.$$

Khi đó $I\left(\dfrac{5n-8}{9};\dfrac{2n+4}{9};-\dfrac{4n+8}{9}\right)$ suy ra $M\left(\dfrac{n-16}{9};\dfrac{4n+8}{9};-\dfrac{8n+16}{9}\right)$.
Do M thuộc (P) nên tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình

$$\frac{n-16}{9} + 2\cdot\frac{4n+8}{9} - \frac{8n+16}{9} + 1 = 0 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy tung độ của điểm M bằng $\dfrac{4n+8}{9} = \dfrac{4\cdot 7+8}{9} = 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(-2;2;3)$. Đường thẳng Δ qua trực tâm H của tam giác ABC và nằm trong mặt phẳng (ABC) cùng tạo với các đường thẳng AB, AC một góc $\alpha < 45^\circ$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a;b;c)$ với c là số nguyên tố và a, b là số nguyên. Giá trị biểu thức $ab + bc + ca$ bằng bao nhiêu?

A. -67. **B.** 23. **C.** -33. **D.** -37.

✍**Lời giải.**

Ta có

— $\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$; $\overrightarrow{AC} = (-3;0;4)$.

— $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}] = (-8;-10;-6)$.

— $\cos(AB,\Delta)=\dfrac{|a-2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

— $\cos(AC,\Delta)=\dfrac{|-3a+4c|}{5\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Theo đề bài, ta suy ra

$$\begin{aligned} & \cos(AB,\Delta)=\cos(AC,\Delta) \\ \Leftrightarrow\ & 5|a-2b+2c|=3|-3a+4c| \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{ll} 7a-5b-c=0 & (1) \\ 2a+5b-11c=0 & (2) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vì $\Delta\subset(ABC)$ nên $\vec{u}\cdot\vec{n}_{(ABC)}=0\Leftrightarrow 4a+5b+3c=0.\quad(3)$

* **Trường hợp 1:** Xét hệ phương trình $\begin{cases}7a-5b=c\\4a+5b=-3c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2c}{11}\\ b=-\dfrac{5c}{11}\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=\left(-\dfrac{2c}{11};-\dfrac{5c}{11};c\right)$.

Chọn $c=11$, ta có $\vec{u}=(-2;-5;11)$ (kiểm tra lại điều kiện $\alpha<45^\circ$ ta thấy $\vec{u}$ đang xét thỏa mãn).

* **Trường hợp 2:** Xét hệ phương trình $\begin{cases}2a+5b-11c=0\\4a+5b+3c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-7c\\b=5c\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=(-7c;5c;c)$.

Chọn $c=2$, ta có $\vec{u}=(-14;10;2)$ (kiểm tra lại điều kiện $\alpha<45^\circ$ ta thấy $\vec{u}$ đang xét không thỏa mãn).

Vậy $ab+bc+ca=-67$.

Chọn đáp án A □

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\begin{cases}x=1+3a+at\\y=-2+t\\z=2+3a+(1+a)t\end{cases}$. Biết rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua điểm $M(1;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ. Tìm bán kính của mặt cầu đó.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Với mọi $M(1+3a+at;-2+t;2+3a+t+at)\in\Delta$, ta có $M\in(P):x+y-z+3=0$, suy ra $\Delta\subset(P)$, $\forall a\in\mathbb{R}$.

Mặt khác với mọi $a\in\mathbb{R}$, đường thẳng Δ luôn đi qua điểm $A(1;-5;-1)$.

Gọi (S) là mặt cầu (có tâm là I) cố định thỏa mãn yêu cầu bài toán, suy ra mặt cầu (S) luôn luôn tiếp xúc với đường thẳng Δ khi a thay đổi tại điểm A. Suy ra IA vuông góc với (P) và có phương trình là $\begin{cases}x=1+t\\y=-5+t\\z=-1-t.\end{cases}\Rightarrow I(1+t;-5+t;-1-t)$.

Điểm $M(1;1;1)\in(S)$ nên $IM=IA\Leftrightarrow t^2+(t-6)^2+(t+2)^2=t^2+t^2+t^2\Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow R=IA=\sqrt{t^2+t^2+t^2}=5\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 126. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên (P) và $|MA-MB|$ lớn nhất. Giá trị tích $a\cdot b\cdot c$ bằng

A. 1. **B.** 12. **C.** 24. **D.** -24.

Lời giải.

Ta có A, B nằm về hai phía của mặt phẳng (P).

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (P).

Ta có $|MA-MB|=|MA-MB'|\le AB'$.

Suy ra $|MA-MB|$ lớn nhất khi M là giao điểm của AB' và mp(P).

Phương trình đường thẳng BB' là $\begin{cases}x=5+t\\y=-1+t\\z=-2+t\end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của BB' và mp(P).

Suy ra $H\left(\dfrac{14}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$.

Do H là trung điểm của BB' nên $B'\left(\dfrac{13}{3};-\dfrac{5}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$.

$\overrightarrow{AB'} = \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.

Phương trình đường thẳng AB' là $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -3 + 2t \\ z = -4t. \end{cases}$

Tọa độ điểm $M(6; -1; -4)$.
Suy ra $a \cdot b \cdot c = 24$.
Chọn đáp án C □

Câu 127. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Hai điểm $A \in d_1$ và $B \in d_2$ sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Khi A, B thay đổi, tập hợp trung điểm của AB là

A. một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.
B. một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-5; 9; 8)$.
C. một mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; -5)$.
D. một mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 5; -2)$.

✍**Lời giải.**
Ta có $A(3a; 1-a; -1+a), B(2+b; 1-2b; -3+b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2+b-3a; -2b+a; -2+b-a)$.
Ta có $AB \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow 2b = 3a$.
Toạ độ trung điểm $I\left(\frac{2+3a+b}{2}; \frac{2-a-2b}{2}; \frac{-4+a+b}{2}\right) \Rightarrow I\left(1 + \frac{3}{2}b; 1 - \frac{4}{3}b; -2 + \frac{5}{6}b\right)$.
Vậy tập hợp trung điểm của AB là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.
Chọn đáp án A □

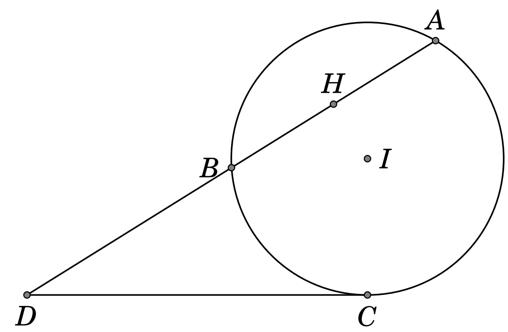
Câu 128. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P)\colon x + y + z = 0$ và hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;1)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 2\sqrt{3}$. **B.** $r = 12$. **C.** $r = 6$. **D.** $r = \sqrt{6}$.

✍**Lời giải.**
Gọi I là tâm của mặt cầu S.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;1;) \Rightarrow AB\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = t. \end{cases}$

Gọi D là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P), suy ra $D(0; 1; -1)$. Ta có $\overrightarrow{DA} = (1;1;1)$, $\overrightarrow{DB} = (2;2;2)$. Suy ra $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 6 \quad (1)$.



Gọi H là trung điểm của AB. Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} &= \left(\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HB}\right) \cdot \left(\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HA}\right) \\ &= DH^2 - HA^2 \\ &= DI^2 - IH^2 - HA^2 = DI^2 - \left(IH^2 + HA^2\right) \\ &= DI^2 - IA^2 = DI^2 - IC^2 \\ &= DC^2 \quad (2). \end{aligned}$$

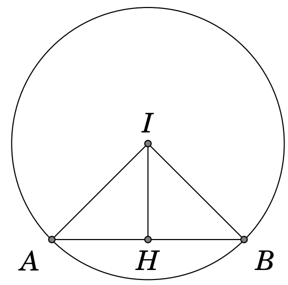
Từ (1) và (2), suy ra $DC = \sqrt{6}$
Chọn đáp án D □

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14 + 2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$. **B.** $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 196$.
C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 31$. **D.** $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 124$.

✍**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng d. Đặt $AB = 2a$.
Vì $H \in d \Rightarrow H(1+2t;t;2+2t)$. Ta có $\overrightarrow{IH} = (2t-1;t-5;2t-1)$ và $\vec{u} = (2;1;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Ta có $\overrightarrow{IH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 2(2t-1)+1(t-5)+2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.
Thu được $H(3;1;4)$ và $IH = 3\sqrt{2}$.
Theo giả thiết bài toán



$IA + AB + BI = 14 + 2\sqrt{31} \Leftrightarrow 2R + 2AH = 14 + 2\sqrt{31} \Leftrightarrow R + \sqrt{R^2 - 18} = 7 + \sqrt{31}$.
Giải phương trình trên ta được nghiệm $R = 7$.
Vậy phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$.
Chọn đáp án A □

Câu 130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và $d'\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất.

A. $(P)\colon x - z + 1 = 0$. **B.** $(P)\colon x - 4y + z - 7 = 0$.
C. $(P)\colon 3x - 2y - 2z - 1 = 0$. **D.** $(P)\colon -x + 4y - z - 7 = 0$.

✍**Lời giải.**
Đường thẳng d, d' có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2;1;2)$, $\vec{u}_2 = (1;2;1)$.
Lấy điểm $A(1;-1;2) \in d$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt trục hoành tại điểm $B(b;0;0)$.
Khi đó (P) có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1$ và $\overrightarrow{AB} = (b-1;1;-2)$, suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{AB}\right] = (-4;2b+2;3-b)$.
Gọi φ là góc giữa đường thẳng d' và (P), suy ra

$$\sin\varphi = \frac{\left|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_2\right|}{\left|\vec{n}_P\right| \cdot \left|\vec{u}_2\right|} = \frac{|3b+3|}{\sqrt{5b^2+2b+29} \cdot \sqrt{6}}.$$

Đặt $y = \dfrac{b^2+2b+1}{5b^2+2b+29} \geq 0$, suy ra $\sin\varphi = \sqrt{y} \cdot \dfrac{3}{\sqrt{6}}$.
Nhận thấy, để góc φ lớn nhất thì $\sin\varphi$ lớn nhất, điều đó đồng nghĩa với y phải lớn nhất.
Xét $y = \dfrac{b^2+2b+1}{5b^2+2b+29} \Leftrightarrow (5y-1)b^2 + (2y-2)b + (29y-1) = 0$. $(*)$

— Trường hợp $y = \dfrac{1}{5} \Rightarrow b = 3$.
— Trường hợp $y \neq \dfrac{1}{5}$.
Phương trình $(*)$ có nghiệm b khi và chỉ khi

$$\Delta' = (y-1)^2 - (5y-1)(29y-1) \geq 0 \Leftrightarrow -144y^2 + 32y \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{2}{9}.$$

Từ đó suy ra, để tồn tại b suy ra $0 \leq y \leq \dfrac{2}{9}$.
Vậy $y_{\max} = \dfrac{2}{9}$ khi đó $b = 7$. Từ đó suy ra $\vec{n}_P = (-4;16;-4) = -4(1;-4;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình

$$1(x-1) - 4(y+1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;1)$.

Lời giải.

Gọi d_1, d_2 lần lượt là đường trung tuyến kẻ từ B, đường phân giác kẻ từ C.
Lấy $C(2+2c;4-c;2-c)\in d_2$, suy ra tọa độ trung điểm của AC là $M\left(2+c;\dfrac{7-c}{2};\dfrac{5-c}{2}\right)$.

Suy ra điểm $M\in d_1$, từ đó ta có $\dfrac{2+c-3}{-1}=\dfrac{\dfrac{7-c}{2}-3}{2}=\dfrac{\dfrac{5-c}{2}-2}{-1}\Rightarrow c=1\Rightarrow C(4;3;1)$.
Giả sử mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d_2, suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;-1)$, suy ra phương trình (P) là

$$2(x-2)-(y-3)-(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-y-z+2=0.$$

Tọa độ giao điểm H giữa (P) và d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}2x-y-z+2=0\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y-z=-2\\ x+2y=10\\ x+2z=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=4\\ z=2\end{cases}\Rightarrow H(2;4;2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d_2, suy ra H là trung điểm của AA', suy ra $A'(2;5;1)$.
Do d_2 là đường phân giác góc trong tại C, suy ra $A'\in BC$, suy ra $\overrightarrow{A'C}=(2;-2;0)=2(1;-1;0)$ là một véc-tơ chỉ phương của BC.

Chọn đáp án C □

Câu 132. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(-3;1;0)$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1\\ y=-t\\ z=-1+t.\end{cases}$ Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là tâm mặt cầu có bán kính bé nhất trong tất cả các mặt cầu đi qua A, B và tiếp xúc d. Tính tổng $P=x_0+y_0+z_0$.

A. $P=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $P=\dfrac{3}{2}$. **C.** $P=\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB. Ta có $I=(-1;2;1)$, $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;-2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực (α) của AB là: $2x+y+z-1=0$. Dễ thấy $d\subset(\alpha)$. Do đó mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán có tâm nằm trên đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc d.

Δ có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_\alpha}]=(-2;2;2)$. Suy ra phương trình của Δ: $\begin{cases}x=-1-t\\ y=2+t\\ z=1+t.\end{cases}$ Ta thấy d cắt Δ tại $H(1;0;-1)$. Điểm $M\in\Delta$ nên $M=(-1-t;2+t;1+t)$.
Ta có $MA=MH\Leftrightarrow(-2-t)^2+(-1+t)^2+(-1+t)^2=(-2-t)^2+(2+t)^2+(2+t)^2\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}$. Từ đây suy ra $M=\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-13}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-67=0$. Qua d dựng các mặt phẳng tiếp xúc với (S) lần lượt tại T_1,T_2. Tìm tọa độ trung điểm H của T_1T_2.

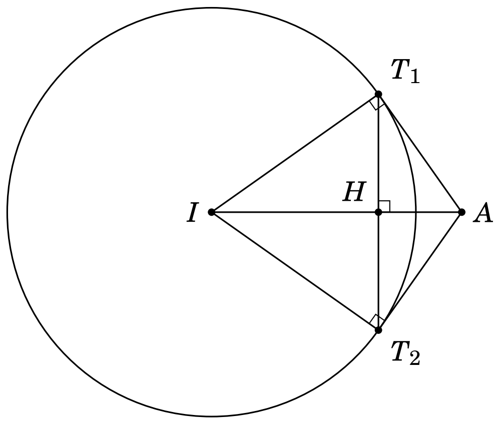
A. $H(7;-4;6)$. **B.** $H(9;6;4)$. **C.** $H(2;10;-2)$. **D.** $H(8;1;5)$.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=9$. Gọi A là hình chiếu của I trên đường thẳng d, khi đó các điểm I, T_1, T_2, A đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I, vuông góc với đường thẳng d). Do $A\in d$ nên $A(13-t;t-1;4t)$, suy ra $\overrightarrow{IA}=(12-t;t-3;4t-3)$. Vì $IA\perp d$ nên

$$\overrightarrow{IA}\cdot\vec{u}_d=0\Rightarrow t=\frac{3}{2}.$$

Suy ra $A\left(\frac{23}{2};\frac{1}{2};6\right)$ và $\overrightarrow{IA}=\left(\frac{21}{2};-\frac{3}{2};3\right)$. Ta có



$$\overrightarrow{IH}=\frac{IH}{IA}\overrightarrow{IA}=\frac{IT_1^2}{IA^2}\overrightarrow{IA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{IA}=(7;-1;2)$$

Vậy $H(8;1;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (Q): $3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A. $MB=\sqrt{5}$. **B.** $MB=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $MB=\frac{\sqrt{41}}{2}$. **D.** $MB=\sqrt{41}$.

✍Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua A vuông góc với (Q) có dạng là $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$.

Khi đó xét phương trình tương giao giữa d và (P) là: $2(1+3t)+2(2+4t)+(3+4t)+9=0$
$\Rightarrow t=-1$. Suy ra tọa độ điểm B là $B(-2;-2;1)$.

Ta có, hình cầu đường kính AB cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn đường kính BM' với M' là hình chiếu của A lên (P). Nên để MB lớn nhất thì M trùng M' hay M là hình chiếu của A lên (P) (khi đó BM là đường kính của hình tròn).

Dễ có phương trình đường thẳng AM là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}$. Đường thẳng này giao với mặt phẳng (P) tại $M(-3;-2;-1)$.

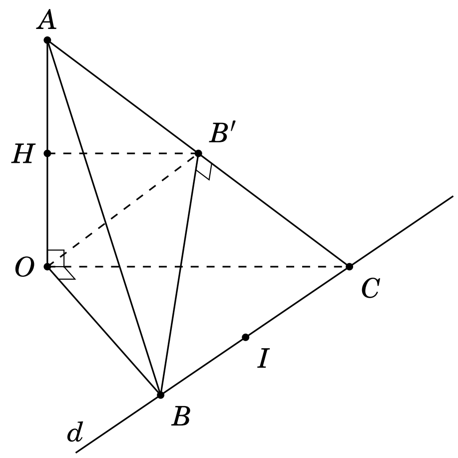
Suy ra $MB=\sqrt{(-3+2)^2+(-2+2)^2+(1+1)^2}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;1;1)$. Hai điểm B,C di động trên đường thẳng d sao cho mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt phẳng (OAC). Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng AC. Biết rằng quỹ tích các điểm B' là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r=\frac{\sqrt{70}}{10}$. **B.** $r=\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $r=\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{60}}{10}$.

✍Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;1;1)$, VTCP của d là $\vec{u} = (2;-1;-1)$. Vì $\overrightarrow{OA} \cdot \vec{u} = 0$ nên $OA \perp d$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa OA và $(P) \perp d$, $I = (P) \cap d \Rightarrow I(0;1;-1)$.
Lại thấy $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ nên $OA \perp OI$, suy ra $OA \perp (OBC)$.
Mà $(OAB) \perp (OAC)$ nên $OB \perp OC$, suy ra $OB \perp (OAC)$.
Khi đó ta được $AC \perp (OBB') \Rightarrow AC \perp OB'$.
Gọi $H\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm OA thì B' thuộc mặt cầu (S) cố định tâm H bán kính $\frac{OA}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
Mà B' thuộc mặt phẳng (ABC): $2x + 5y - z - 6 = 0$ cố định nên đường tròn cố định quỹ tích của B' là giao tuyến của (S) và (ABC) có bán kính là

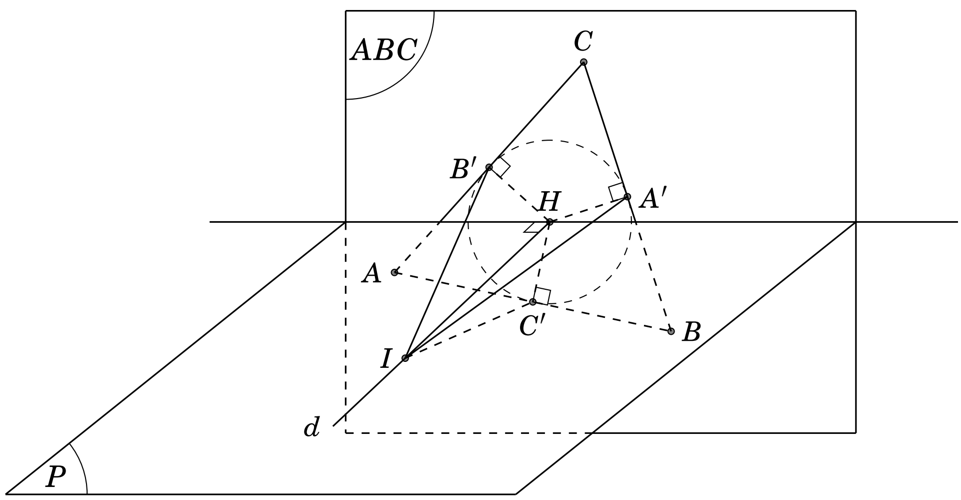
$$r = \sqrt{\left(\frac{OA}{2}\right)^2 - \mathrm{d}^2[H,(ABC)]} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{9}{30}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(6;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;6)$. Hai mặt cầu có phương trình (S_1): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và (S_2): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C). Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA?

A. 4. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3.

✍**Lời giải.**



Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.
Xét phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 \Leftrightarrow 6x - 4y - 2z = 0$.
Khi đó (P): $3x - 2y - z = 0$ là mặt phẳng chứa đường tròn (C) là giao tuyến của (S_1) và (S_2).
Gọi I là tâm của mặt cầu (S); gọi C', A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên AB, BC, CA và H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (ABC).
Vì (S) tiếp xúc với AB, BC, CA nên $IA' = IB' = IC'$. Suy ra $\triangle IHA' = \triangle IHB' = \triangle IHC'$

$\Rightarrow HA' = HB' = HC' \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.
Nhận thấy $\triangle ABC$ đều nên H cũng là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow H(2;2;2)$.
Mặt khác, ta lại thấy $(P) \perp (ABC)$ (do $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(ABC)} = 0$) và $H(2;2;2) \in (P)$.
Suy ra mọi điểm I nằm trên đường thẳng d mà đi qua H và vuông góc với mặt phẳng (ABC) đều cách đều AB, BC, CA. Vậy có vô số mặt cầu (S) thỏa mãn bài toán.

Nhận xét:

1. Nếu $(P) \perp (ABC)$ và $H \notin (P)$ thì không tồn tại tâm I.
2. Nếu (P) cắt và không vuông góc (ABC) hoặc $(P) \parallel (ABC)$ thì có duy nhất một tâm I.

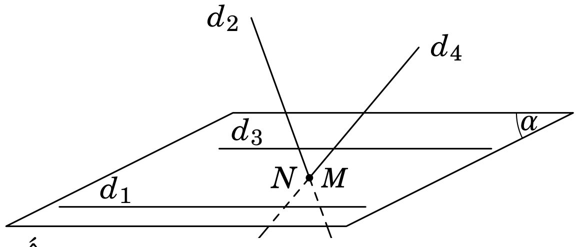
Chọn đáp án B □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-2}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$, $d_3\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-4}{-4}$ và $d_4\colon \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho?

A. Không có. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

✍Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(1;2;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1;2;-2)$.
Ta có d_3 đi qua $B(0;-2;4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (1;-4;4)$.
Suy ra hai đường thẳng d_1 và d_3 song song nhau và $\overrightarrow{AB} = (-1;-4;4)$.



Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_3, có véc-tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_1] = (0;-2;-2),\ \text{chọn}\ \vec{n} = (0;1;1).$$

Suy ra

$$(\alpha)\colon y + z - 2 = 0.$$

Gọi M là giao điểm của d_2 và $(\alpha) \Rightarrow M(4;2;0)$.
Gọi N là giao điểm của d_4 và $(\alpha) \Rightarrow N(4;2;0)$.
Do điểm M và N trùng nhau nên d_2 và d_4 cùng cắt nhau tại một điểm.
Suy ra có vô số đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho, các đường thẳng này đi qua điểm M.

Chọn đáp án D □

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = t' \\ z = 0 \end{cases}$.
Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $(S)\colon (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$. **B.** $(S)\colon (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$.
C. $(S)\colon (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$. **D.** $(S)\colon (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$.

✍Lời giải.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1, d_2 với $A \in d_1; B \in d_2$.
Gọi $\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2. (S) là mặt cầu tiếp xúc với d_1, d_2 có bán kính nhỏ nhất khi (S) là mặt cầu đường kính AB.
Ta có $A \in d_1 \Leftrightarrow A(2t;t;4), B \in d_2 \Leftrightarrow B(3-t';t';0)$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (3 - t' - 2t; t' - t; -4)$.
AB là đoạn vuông góc chung

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp d_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -t' - 5t = -6 \\ 2t' + t = 3 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $A(2;1;4), B(2;1;0)$. Gọi I là trung điểm AB thì $I(2;1;2); IA = 2$.
Vậy mặt cầu (S) tâm I, bán kính IA có phương trình là (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 4$.
Chọn đáp án C □

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+6z-5=0$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+3=0$. Gọi M là tiếp điểm của (S) và mặt phẳng (Q) di động vuông góc với mặt phẳng (P). Tập hợp các điểm M là

A. Đường tròn: $x^2+y^2+z^2+2x-2y+6z-5=0$; $x-2y+2z+9=0$.
B. Mặt phẳng: $x-2y+2z-9=0$.
C. Đường tròn: $x^2+y^2+z^2+2x-2y+6z-5=0$; $x-2y+2z-9=0$.
D. Mặt phẳng: $x-2y+2z+9=0$.

✍**Lời giải.**

Ta có phương trình mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2 = 16$. Gọi I, R là tâm và bán kinh mặt cầu suy ra $I(-1;1;-3)$ và $R=4$. Khi đó $\mathrm{d}(I;(P)) = \dfrac{|-1-2-6+3|}{3} = 2$ suy ra mặt phẳng (P) luôn cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Do giả thiết suy ra $IM \perp (Q)$ suy ra M thuộc mặt phẳng (α) chứa IM.
Do đó $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình $(\alpha): x-2y+2z+m=0$ $(m \neq 3)$. Vì $I \in (\alpha)$ nên $-1-2-6+m=0 \Leftrightarrow m=9$ suy ra phương trình $(\alpha): x-2y+2z+9=0$. Do đó M thuộc đường tròn là giao của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).
Chọn đáp án A □

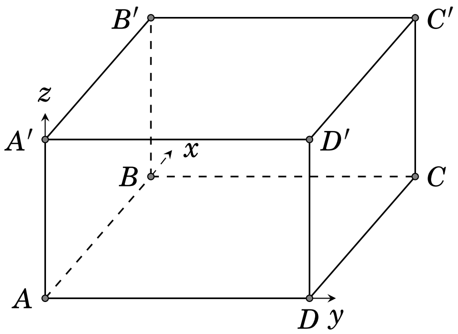
Câu 140. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là điểm trên mặt phẳng $(A'BD)$ sao cho $CM^2+C'M^2+B'M^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính BM.

A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{2}{9}$.

✍**Lời giải.**

Gọi G là trọng tâm tam giác $CC'B$, ta có

$$\begin{aligned} & CM^2+C'M^2+B'M^2 \\ = & (\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GM})^2+(\overrightarrow{C'G}+\overrightarrow{GM})^2+(\overrightarrow{B'G}+\overrightarrow{GM})^2 \\ = & CG^2+C'G^2+B'G^2+2\overrightarrow{GM}(\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{C'G}+\overrightarrow{B'G})+3GM^2 \\ = & CG^2+C'G^2+B'G^2+3GM^2. \end{aligned}$$



Vậy $CM^2+C'M^2+B'M^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của G lên $(A'BD)$.
Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó phương trình mặt phẳng là $(A'BD)$: $x+y+z-1-0$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$, $B'(1;0;1) \Rightarrow G\left(1;\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Phương trình đường thẳng (Δ) qua G và vuông góc với $(A'BD)$ là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = \dfrac{2}{3}+t \\ z = \dfrac{2}{3}+t. \end{cases}$

Có $M = (\Delta) \cap (A'BD)$. Vì $M \in (\Delta) \Rightarrow M\left(1+t;\dfrac{2}{3}+t;\dfrac{2}{3}+t\right)$.

Mặt khác $M \in (A'BD) \Rightarrow \dfrac{4}{3}+3t = 0 \Rightarrow t = -\dfrac{4}{9} \Rightarrow M\left(\dfrac{5}{9};\dfrac{2}{9};\dfrac{2}{9}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{BM} = \left(-\dfrac{4}{9};\dfrac{2}{9};\dfrac{2}{9}\right) \Rightarrow BM = \dfrac{2\sqrt{6}}{9}$.

Chọn đáp án A □

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{-1} - \dfrac{z}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với trục tung góc lớn nhất. Biết rằng phương trình (P) có dạng là $ax+by+cz+9=0$. Tính tổng $a+b+c$.

A. 9. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

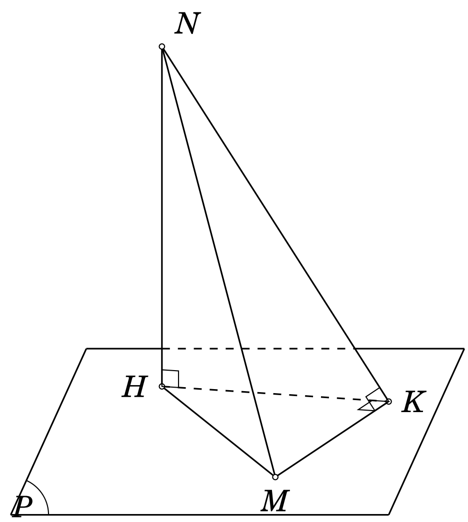
Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;-2)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy.

Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+t \\ z=0. \end{cases}$

Lấy điểm $N(1;2;0)\in\Delta$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N lên mặt phẳng (P) và đường thẳng d. Khi đó $((P),d)=((P),\Delta)=\widehat{NMH}$. Lại có $\cos\widehat{NMH}=\dfrac{MH}{NM}\le\dfrac{MK}{MN}$.



Vậy $\widehat{NMH}$ lớn nhất khi và chỉ khi H trùng với $K \Leftrightarrow (P)$ đi qua d và vuông góc với mặt phẳng (Q), ((Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Oy).

Véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}=[\vec{u},\vec{j}]=(2;0;1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P}=[\overrightarrow{n_Q},\vec{u}]=(1;5;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $1(x-1)+5(y+2)-2(z-0)=0\Leftrightarrow x+5y-2z+9=0$. Vậy $a+b+c=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 142. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(3;2;1), C\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$ và M thay đổi sao cho hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC và các mặt phẳng $(MAB),(MBC),(MCA)$ hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của OM.

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{28}}{3}$.

Lời giải.

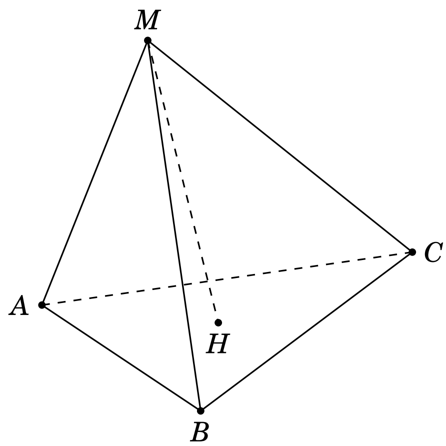
Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC).

Giả thiết suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC nên thỏa $BC\cdot\overrightarrow{HA}+AC\cdot\overrightarrow{HB}+AB\cdot\overrightarrow{HC}=\vec{0}$

Ta có $AB=3, AC=4, BC=5$, suy ra

$5\cdot\overrightarrow{HA}+4\cdot\overrightarrow{HB}+3\cdot\overrightarrow{HC}=\vec{0}\Leftrightarrow$

$\begin{cases} 5(x-1)+4(x-3)+3x+5=0 \\ 5y+4(y-2)+3y-4=0 \\ 5z+4(z-1)+3z-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases}$ Hay H là $H(1;1;1)$.



Phương trình đường thẳng MH nhận $\vec{u}=\vec{n}_{(ABC)}$ làm véc-tơ chỉ phương nên MH: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=1+2t \end{cases}$.

Khi đó $OM_{\min}=\mathrm{d}(O;MH)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MH},\overrightarrow{OH}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{MH}\right|}=\dfrac{|[(1;-2;2),(1;1;1)]|}{|(1;-2;2)|}=\dfrac{\sqrt{26}}{3}$.

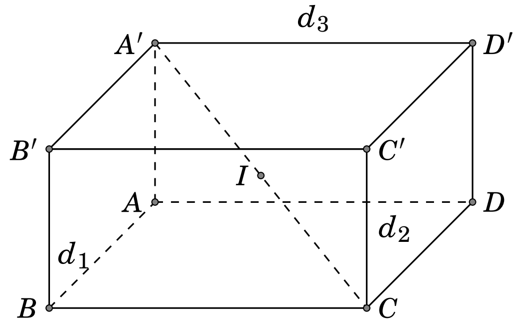
Chọn đáp án A □

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$, $(d_2):\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{2}$, $(d_3):\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt cầu bán kính nhỏ nhất tâm $I(a;b;c)$, tiếp xúc với ba đường thẳng $(d_1),(d_2),(d_3)$. Tính $S = a+2b+3c$.

A. $S = 10$. **B.** $S = 11$. **C.** $S = 12$. **D.** $S = 13$.

Lời giải.

Nhận xét: ba đường thẳng $(d_1),(d_2),(d_3)$ đôi một vuông góc với nhau và cách đều nhau.
Dựng hình lập phương sao cho $(d_1),(d_2),(d_3)$ chứa 3 cạnh. Ta có cạnh hình lập phương là $a = 3$.
Ta có:



$$d^2(I;d_3) = d^2\left(I;(A'B'C'D')\right) + d^2\left(I;(ADD'A')\right) = u^2+v^2.$$

Cộng vế theo vế ta được:

$$3r^2 = x^2+y^2+z^2+t^2+u^2+v^2 \geq \frac{1}{2}(x+u)^2+\frac{1}{2}(y+t)^2+\frac{1}{2}(z+v)^2 = \frac{3}{2}\cdot 3^2 \Rightarrow r \geq \frac{9}{2}.$$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi I là tâm hình lập phương.

Mặt phẳng (P) qua d_1 và vuông góc d_2 có phương trình

$$(x-1)+2(y-1)+2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x+2y+2z-5 = 0.$$

Mặt phẳng (Q) qua d_1 và vuông góc d_3 có phương trình

$$2(x-1)-2(y-1)+(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x-2y+z-1 = 0.$$

Ta có $C = d_2 \cap (P)$ nên có tọa độ là nghiệm $\begin{cases} x+2y+2z-5=0 \\ \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$

nên $C(3;-1-2)$.

Ta có $A' = d_3 \cap (Q)$ nên có tọa độ là nghiệm $\begin{cases} 2x-2y+z-1=0 \\ \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$

nên $A'(4;4;1)$.

Theo trên thì I là trung điểm của CA' nên I có tọa độ $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_{A'}+x_C}{2} = \dfrac{3+4}{2} = \dfrac{7}{2} \\ y_I = \dfrac{y_{A'}+y_C}{2} = \dfrac{-1+4}{2} = \dfrac{3}{2} \\ z_I = \dfrac{z_{A'}+z_C}{2} = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Vậy tọa $S = a+2b+3c = 11$.

Chọn đáp án B □

Câu 144. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-3=0$ và ba điểm $A(-1;-3;1)$, $B(0;-7;0)$, $C(-2;-1;1)$. Gọi $D(a;b;c)$ thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $P = a+b+c$.

A. $P = \dfrac{1}{3}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = \dfrac{5}{3}$.

Lời giải.

— Ta có $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}\cdot d(D,(ABC))\cdot S_{ABC}$.

— Do S_{ABC} cố định nên V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow d(D,(ABC))$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow D$ là giao điểm của mặt cầu (S) với đường thẳng qua tâm I, vuông góc với mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $d(D,(ABC)) = d(I,(ABC)) + R$.

— Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-2)$. Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC).

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-4;-1), \overrightarrow{AC} = (-1;2;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (2;-1;-2)$.

Suy ra $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Giao điểm của d với (S) là $D\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ hoặc $D\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

— Ta có (ABC): $2x - y - 2z - 7 = 0$.

Với $D\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ ta có $\mathrm{d}(D, (ABC)) = \frac{1}{3}$. Với $D\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ ta có $\mathrm{d}(D, (ABC)) = \frac{11}{3}$.

— Vậy $\mathrm{d}(D, (ABC))$ lớn nhất là $\frac{11}{3}$ khi $D\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = \frac{4}{3} \Rightarrow P = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án D □

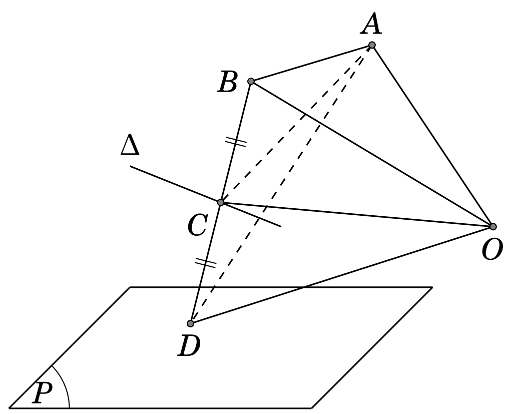
Câu 145. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2;1;3), B(3;-2;4)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{11} = \frac{z+1}{-4}$ và mặt phẳng (P): $41x - 6y + 54z + 49 = 0$. Đường thẳng (d) đi qua B, cắt đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) lần lượt tại C và D sao cho thể tích của 2 tứ diện $ABCO$ và $OACD$ bằng nhau, biết (d) có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; b; c)$. Tính $b + c$.

A. $b + c = 11$. **B.** $b + c = 6$. **C.** $b + c = 9$. **D.** $b + c = 4$.

✍Lời giải.

Ta có

$$1 = \frac{V_{OABC}}{V_{OACD}} = \frac{\frac{1}{3}\mathrm{d}(O, (ABC)) \cdot S_{ABC}}{\frac{1}{3}\mathrm{d}(O, (ABC)) \cdot S_{ACD}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{BC}{CD}.$$



Nên $BC = CD$.
Vì $C \in \Delta \Rightarrow C(2t + 1; 11t + 6; -4t - 1)$.
C là trung điểm của BD nên $D(4t - 1; 22t + 14; -8t - 6)$.

Điểm $D \in (P)$ nên $41(4t - 1) - 6(22t + 14) + 54(-8t - 6) + 49 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow C(-1; -5; 3)$.
$\overrightarrow{CB} = (4; 3; 1) = \vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Vậy $b = 3$, $c = 1 \Rightarrow b + c = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 146. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và (S_2): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm J của đường tròn (C).

A. $J\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right)$. **B.** $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right)$. **C.** $J\left(-\frac{1}{3}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right)$. **D.** $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right)$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1), (S_2) có tâm lần lượt là $I_1(1;1;2)$ và $I_2(-1;2;-1)$.

Tọa độ các giao điểm của (S_1) và (S_2) thỏa mãn hệ $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16 & (1) \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 & (2) \end{cases}$.

Lấy phương trình (1) trừ (2) vế với vế ta được phương trình mặt phẳng (P) chứa đường tròn giao tuyến (C) là $-4x + 2y - 6z = 7$.

Khi đó ta có $J = I_1I_2 \cap (P)$, mà $\overrightarrow{I_1I_2} = (-2; 1; -3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng I_1I_2, suy ra $I_1I_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3}$. Do đó tọa độ điểm J là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -4x + 2y - 6z = 7 \\ \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{4} \\ z = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow J\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right).$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-3=0$ và tọa độ hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Biết mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết rằng điểm C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $R=4$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $R=6$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Gọi $M=AB\cap(P)$. Xét phương trình $1+t+1+t-(1+t)-3=0 \Leftrightarrow t=2$. Suy ra $M(3;3;3)$.
Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) tại C nên MC là tiếp tuyến, suy ra $MC^2=MA\cdot MB$;
mà $MA=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{12}$ và $MB=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=\sqrt{108}$ nên $MC^2=36$.
Vậy điểm C luôn thuộc đường tròn tâm M bán kính $R=6$ và đường tròn này nằm trong mặt phẳng (P).

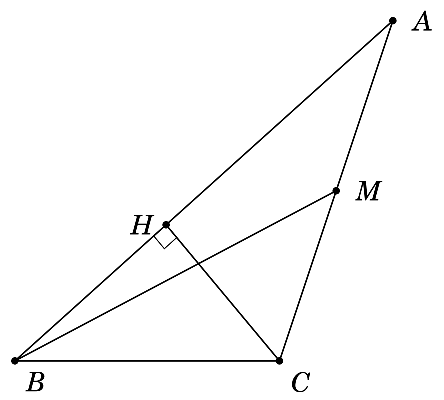
Chọn đáp án (D) □

Câu 148. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, đường trung tuyến kẻ từ B và đường cao kẻ từ C lần lượt có phương trình $\dfrac{x-8}{10}=\dfrac{y+7}{-9}=\dfrac{z-5}{5}$, $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-3}{-1}$. Biết $B(a;b;c)$, khi đó $a+b+c$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải.

Giả sử đường cao là CH: $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-3}{-1}$ ta có véc-tơ chỉ phương của CH là $\vec{u}=(2;5;-1)$.
B thuộc đường trung tuyến BM: $\dfrac{x-8}{10}=\dfrac{y+7}{-9}=\dfrac{z-5}{5}$ nên $B(8+10t;-7-9t;5+5t)$.
Suy ra $\overrightarrow{AB}=(7+10t;-8-9t;4+5t)$.
Vì $CH\perp AB$ nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow -30t-30=0 \Leftrightarrow t=-1$
$\Rightarrow B(-2;2;0)$.
Vậy $a+b+c=0$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 149. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;-2;4), C(13;1;0)$ và d là đường thẳng mà mọi điểm của d luôn cách đều A,B,C. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=7 \\ y=-\dfrac{1}{2}+4t \\ z=2+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=7 \\ y=1-8t \\ z=-6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-\dfrac{1}{2}-24t \\ z=2-18t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5 \\ y=48t \\ z=\dfrac{4}{3}+36t \end{cases}$.

Lời giải.

d luôn cách đều A,B,C nên $d\perp(ABC)$ tại tâm I (I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC)
Nhận xét : $\overrightarrow{AB}=(0;-3;4), \overrightarrow{AC}=(12;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A nên I là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow I\left(7;-\dfrac{1}{2};2\right)$.

d qua I và có VTCP $\vec{u} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (0;48;36)$ hay $\vec{u'} = (0;4;3)$. Vậy $d: \begin{cases} x = 7 \\ y = -\dfrac{1}{2} + 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án A □

Câu 150. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$, biết rằng d và trục Ox chéo nhau. Lập phương trình đường vuông góc chung của d và trục Ox.

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Gọi HK là đoạn vuông góc chung của d và trục Ox ($H \in d, K \in Ox$).

Khi đó $H(0;t;2-t), K(t';0;0) \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (t';-t;-2+t)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{HK} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \overrightarrow{HK} \cdot \vec{i} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot t' + 1(-t) - 1(-2+t) = 0 \\ t' \cdot 1 + 0(-t) + 0(-2+t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow H(0;1;1) \\ t' = 0 \Rightarrow K(0;0;0) \equiv O \end{cases}$.

Ta suy ra $\overrightarrow{HK} = (0;-1;-1)$.

Đường thẳng (HK) qua O và có VTCP $\overrightarrow{HK} = (0;-1;-1)$. Vậy $(HK): \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;2;-5)$, $B(-1;0;2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T = |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

A. $T_{\max} = 3$. **B.** $T_{\max} = 2\sqrt{6} - 3$. **C.** $T_{\max} = \sqrt{57}$. **D.** $T_{\max} = 3\sqrt{6}$.

✍Lời giải.

Đường thẳng Δ qua điểm $K(0;1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;1)$. Ta có $\overrightarrow{KA} = (1;1;-5)$, $\overrightarrow{KB} = (-1;-1;2)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KB}\right] = (-3;3;0)$ và $\left[\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KB}\right] \cdot \vec{u} = (-3) \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0$.

Vậy đường thẳng AB và Δ đồng phẳng.

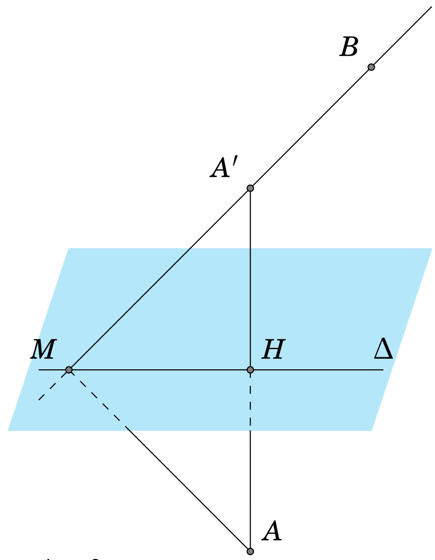
Gọi H là hình chiếu của A lên Δ

$\Rightarrow H(t;1+t;t)$, $\overrightarrow{AH} = (t-1;t-1;t+5)$.

Từ $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 1 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t+5) = 0$

$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1;0;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với AH.



Phương trình của (P): $-2(x+1) - 2(y-0) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z - 1 = 0$.

Vì $[1 + 2 - 2(-5) - 1][-1 + 0 - 2 \cdot 2 - 1] = 12 \cdot (-6) < 0$ nên hai điểm A và B nằm trái phía đối với (P).

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua Δ thì $A'(-3;-2;3)$.

Ta có

$$T = |MA - MB| = |MA' - MB| \le A'B.$$

Do đó $T_{\max} = A'B = \sqrt{(-1+3)^2 + (0+2)^2 + (2-3)^2} = 3$, xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ và Δ.

Chọn đáp án A □

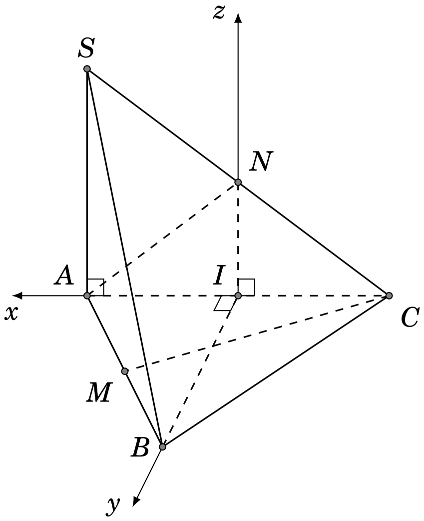
Câu 152. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

A. $\dfrac{3a}{\sqrt{37}}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{37}}{74}$. **D.** $\dfrac{a}{4}$.

✍Lời giải.

Gọi I là trung điểm AC. Ta có $IA = IC = \dfrac{a}{2}$, $BI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $NI = \dfrac{3a}{2}$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv I$, tia Ox trùng tia IA, tia Oy trùng tia IB, tia Oz trùng tia IN. Khi đó $A\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(-\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $N\left(0;0;\dfrac{3a}{2}\right)$. Vì M là trung điểm AB nên $M\left(\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Ta có $\mathrm{d}(CM,AN) = \dfrac{|[\vec{u}_{CM};\vec{u}_{AN}]\cdot\overrightarrow{CA}|}{|[\vec{u}_{CM};\vec{u}_{AN}]|}$.



Tính $\overrightarrow{CM} = \left(\dfrac{3a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right) \Rightarrow \vec{u}_{CM} = (3;\sqrt{3};0)$; $\overrightarrow{AN} = \left(-\dfrac{a}{2};0;\dfrac{3a}{2}\right) \Rightarrow \vec{u}_{AN} = (-1;0;3)$.

Suy ra $[\vec{u}_{CM};\vec{u}_{AN}] = (3\sqrt{3};-9;\sqrt{3})$. Ta có $\overrightarrow{CA} = (a;0;0)$.

Vậy $\mathrm{d}(CM,AN) = \dfrac{|3\sqrt{3}a|}{\sqrt{27+81+3}} = \dfrac{3a}{\sqrt{37}}$.

Chọn đáp án A □

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P)\colon x+y-4z=0$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc (P). Gọi Δ là đường thẳng qua A, nằm trong (P) và cách d một khoảng lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a;b;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-3$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+2b=4$. **D.** $a+2b=7$.

✍Lời giải.

Ta có $\Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow a+b-4=0 \Leftrightarrow a = 4-b$.

Ta có Δ đi qua $A(1;3;1)$, $\vec{u} = (4-b;b;1)$; d đi qua $M(1;-1;3)$, $\vec{u_d} = (2;-1;1)$.

Khi đó: $[\vec{u};\vec{u}_d] = (b+1;b-2;-b-4)$, $\overrightarrow{AM} = (0;-4;2)$ và

$$\mathrm{d}(d;\Delta) = \frac{\left|[\vec{u};\vec{u_d}]\cdot\overrightarrow{AM}\right|}{|[\vec{u};\vec{u_d}]|} = \frac{|6b|}{\sqrt{3b^2+6b+21}} = \frac{6}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\frac{b^2}{b^2+2b+7}}.$$

Mà $\dfrac{b^2}{b^2+2b+7} = \dfrac{7}{6} - \dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{(b+7)^2}{b^2+2b+7} \le \dfrac{7}{6}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow b=-7$.

Vậy $\mathrm{d}(d;\Delta)$ lớn nhất khi $b=-7 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow a+2b=-3$.

Chọn đáp án A □

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là.

A. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$.

✍Lời giải.

Xét mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$ có tâm $I(3;3;4)$ và bán kính $R=4$.

Ta có $IM = \sqrt{14} < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu hay mặt phẳng (α) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn (C), gọi H là tâm đường tròn đó.

Để dây cung cắt là nhỏ nhất thì $\Delta \perp MH$, khi đó $\vec{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{MH},\vec{n_\alpha}\right]$.

Đường thẳng IH đi qua tâm I và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow IH\colon \begin{cases} x = 3+t \\ y = 3+t \\ z = 4+t. \end{cases}$

H là giao điểm của IH và $(\alpha) \Rightarrow H(1;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (-1;0;1) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = (-1;2;-1)$.

Khi đó Δ đi qua M và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;1) \Rightarrow \Delta\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$.

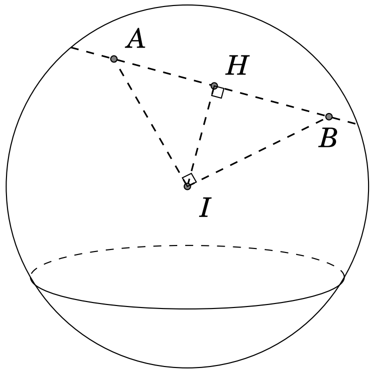
Chọn đáp án D □

Câu 155. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{6} = \dfrac{z-1}{2}$ và điểm $I(1;-2;5)$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

A. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2 = 40$.
B. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2 = 49$.
C. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2 = 69$.
D. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2 = 64$.

✍Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(2;0;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;6;2)$.



Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d ta có $IH = \mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$, với $\overrightarrow{IM} = (1;2;-4)$, $\vec{u} = (3;6;2)$.

Suy ra $IH = \mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \sqrt{20}$.

Theo đề bài ta có tam giác IAB vuông cân tại I nên $IA = IH\sqrt{2} = \sqrt{40}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2 = 40$.

Chọn đáp án A □

Câu 156. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(0;21;-19)$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 1$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S = a+b+c$.

A. $S = 0$. **B.** $S = \dfrac{14}{5}$. **C.** $S = 12$. **D.** $S = \dfrac{12}{5}$.

✍Lời giải.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC} = (-6x+6;-6y+24;-6z-18)$.

$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow I(1;4;-3)$.

Gọi K là tâm của mặt cầu (S). Suy ra $K(1;1;1)$.

IK là đường thẳng qua K và nhận $\overrightarrow{IK}$ làm véc-tơ chỉ phương, IK có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1+3t \\ z = 1-4t \end{cases}$.

Gọi P, Q là giao điểm của IK và (S). Từ hệ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1+3t \\ z = 1-4t \\ (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 1 \end{cases}$ ta tìm được $P\left(1;\dfrac{8}{5};\dfrac{1}{5}\right)$ và $Q\left(1;\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{5}\right)$. Suy ra $IP = \left|\overrightarrow{IP}\right| = 4$, $IQ = \left|\overrightarrow{IQ}\right| = 6$.

Ta có
$$\begin{aligned} T &= 3MA^2+2MB^2+MC^2 \\ &= 3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2 \\ &= 6MI^2+2\overrightarrow{MI}\cdot\left(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+3IA^2+2IB^2+IC^2 \\ &= 6MI^2+3IA^2+2IB^2+IC^2. \end{aligned}$$

Do đó, T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, lúc đó $MI = \min\{IP;IQ\} = IP$.

Tức $M \equiv P$. Vậy $S = 1+\dfrac{8}{5}+\dfrac{1}{5} = \dfrac{14}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_4=(0;1;-1)$. **D.** $\vec{u}_1=(1;2;1)$.

✍**Lời giải.**

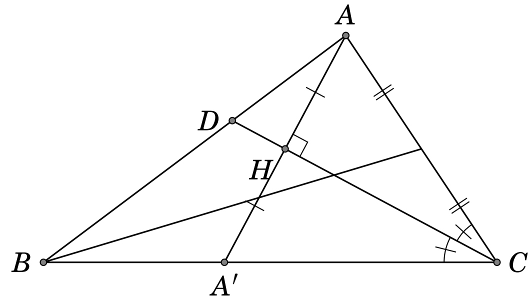
Điểm C thuộc đường phân giác trong góc C nên có tọa độ $C(2+2t;4-t;2-t)$

Suy ra trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(2+t;\frac{7-t}{2};\frac{5-t}{2}\right)$.

Vì M thuộc đường trung tuyến BM nên suy ra $t=1$.

Vậy $C(4;3;1)$ và $M(3;3;2)$.

Ta gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường phân giác trong CD, suy ra H là giao điểm của CD với mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với CD (phương trình (P): $2x-y-z+2=0$).



Từ đó tìm được $H(2;4;2)$.

Gọi A' là đối xứng của A qua CD suy ra A' đối xứng A qua H, từ đó tìm được $A'(2;5;1)$.

Theo tính chất đường phân giác ta có: A' thuộc BC. Vậy BC qua A' và C nên có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'C}=(2;-2;0)$.

$\Rightarrow BC$ có phương trình là $\begin{cases}x=2+k\\y=5-k\\z=1.\end{cases}$

Khi đó B là giao điểm của $A'C$ và BM nên có tọa độ là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}\\x=2+k\\y=5-k\\z=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=5\\z=1.\end{cases}$$

Với $B(2;5;1)$ ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;2;-2)=2(0;1;-1)$ nên $\vec{u}=(0;1;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án C □

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x+2}{4}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;1)$. Tính $T=m^2-n^2$.

A. $T=-5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-4$.

✍**Lời giải.**

Ta có: $\Delta\parallel(P)$ nên $\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_{(P)}\Leftrightarrow\vec{u}_\Delta\cdot\vec{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow n=2m+2\Rightarrow\vec{u}_\Delta=(m;2m+2;1)$

Do đó, gọi α góc giữa hai đường thẳng Δ và d, ta có

$$\cos\alpha=\frac{\left|\vec{u}_\Delta\cdot\vec{u}_{(d)}\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|\cdot\left|\vec{u}_{(d)}\right|}=\frac{|4m+5|}{\sqrt{41(5m^2+8m+5)}}=\frac{1}{\sqrt{41}}\cdot\sqrt{\frac{16m^2+40m+25}{5m^2+8m+5}}.$$

Góc α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\alpha$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(m)=\frac{16m^2+40m+25}{5m^2+8m+5}$ trên $\mathbb{R}$, ta có:

$$f'(m)=\frac{-72m^2-90m}{\left(5m^2+8m+5\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-\frac{5}{4}.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

m	$-\infty$		$-\frac{5}{4}$		0		$+\infty$
$f'(m)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(m)$	$\frac{16}{5}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{16}{5}$

Suy ra $\max\limits_{m\in\mathbb{R}} f(m) = f(0) = 5$. Với $m = 0$ suy ra $n = 2$. Do đó $T = 0 - 2^2 = -4$.

Chọn đáp án D □

Câu 159. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3), B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là đường tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P)\colon 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = -18$. **B.** $S = -11$. **C.** $S = -24$. **D.** $S = -14$.

✍Lời giải.

Gọi O là tâm mặt cầu (S).

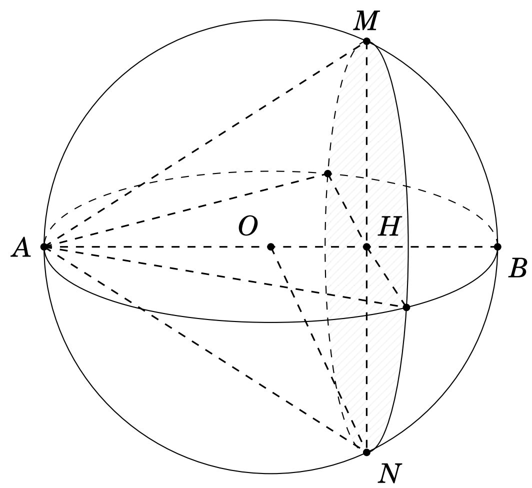
Gọi MN là đường kính của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Vì khối nón có thể tích lớn nhất nên ta suy ra H thuộc đoạn OB. Đặt $OH = x, (0 < x < 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;4;2) \Rightarrow AB = 6$.

Ta có $\begin{cases} ON = 3 \\ OH = x \end{cases} \Rightarrow HN^2 = 9 - x^2$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{\pi}{3}\cdot(x+3)\cdot(9-x^2), (0 < x < 3)$.



Xét hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27, (0 < x < 3)$.

Ta có $f'(x) = -3(x^2 + 2x - 3)$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \max\limits_{(0;3)} f(x) = f(1)$.

Khi đó ta được $\overrightarrow{AH} = \dfrac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} x_H = \dfrac{14}{3} \\ y_H = \dfrac{11}{3} \\ z_H = \dfrac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow (P)\colon 2x + 2y + z - 21 = 0$.

Vậy ta được $\begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases} \Rightarrow S = -18$.

Chọn đáp án A □

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB = 3$. **B.** $AB = 2$. **C.** $AB = \sqrt{6}$. **D.** $AB = \sqrt{5}$.

✍Lời giải.

d_1 qua điểm $C(1;2;0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1;3;1)$.

d_2 qua điểm $D(-1;1;2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1;2;4)$.

Xét mặt phẳng (P) chứa d_1 và điểm M. Suy ra $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{CM}, \vec{u}_1\right] = (7;-4;5)$.

Xét mặt phẳng (Q) chứa d_2 và điểm M. Suy ra $\vec{n}_Q = \left[\overrightarrow{DM}, \vec{u}_2\right] = (16;-12;10)$.

Đường thẳng d qua M và cắt d_1 nên $d \subset (P)$; Đường thẳng d qua M và cắt d_2 nên $d \subset (Q)$.

Khi đó $d = (P) \cap (Q) \Rightarrow \vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right] = (20;10;-20)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.
A là giao điểm d và $d_1 \Rightarrow A(1;2;0)$; B là giao điểm d và $d_2 \Rightarrow B(-1;1;2)$.
Vậy $AB=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc (S). Gọi M và N là hai tiếp điểm. Tính độ dài MN.

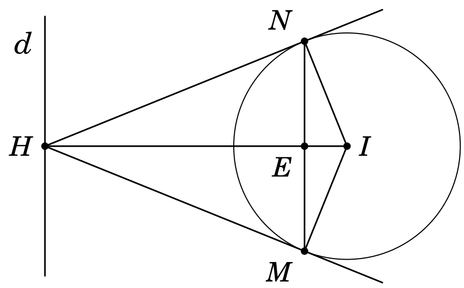
A. $MN=2\sqrt{2}$. **B.** $MN=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $MN=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $MN=4$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$. Gọi $H(2+2t;-t;4t)$ là hình vuông góc của I xuống d.
Ta có $\overrightarrow{IH}=(2t+1;-t-2;4t-1)$ mà

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}_d=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2(2t+1)-(-t-2)+4(4t-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & t=0. \end{aligned}$$

Do đó $\overrightarrow{IH}=(1;-2;-1)$.



Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d bằng $IH=\sqrt{6}$.
Xét mặt phẳng (IMN), mặt phẳng này cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm I bán kính $R=\sqrt{2}$.
Ta có $IM\perp(P)\Rightarrow IM\perp d$ mà $IH\perp d\Rightarrow d\perp(IMH)$.
Tương tự $d\perp(INH)$, do đó 4 điểm I,M,N,H đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I và vuông góc với d).

Xét $\triangle IMH$, $HM=\sqrt{IH^2-IM^2}=\sqrt{6-2}=2$ và $ME=\dfrac{IM\cdot HM}{IH}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot 2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy $MN=2ME=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$. Cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc với đường thẳng d đồng thời khoảng cách từ giao điểm I của d với (P) đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của I trên Δ. Giá trị $P=bc$ bằng bao nhiêu?

A. $P=-10$. **B.** $P=10$. **C.** $P=12$. **D.** $P=-20$.

Lời giải.

Gọi $I(3+2t;-2+t;-1-t)\in d$, vì I thuộc mặt phẳng (P) nên

$$\begin{aligned} & 3+2t+(-2+t)+(-1-t)+2=0 \\ \Leftrightarrow\ & t=-1 \\ \Rightarrow\ & I(1;-3;0). \end{aligned}$$

Ta có $IM=\sqrt{42}\Leftrightarrow(5-1)^2+(b+3)^2+(c-0)^2=42\Leftrightarrow(b+3)^2+c^2=26$ (1).
Mà $M(5;b;c)\in(P)\Rightarrow 5+b+c+2=0\Leftrightarrow c=-7-b$.
Khi đó (1) $\Leftrightarrow(b+3)^2+(b+7)^2=26\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} b=-2 \\ b=-8. \end{array}\right.$
Với $b=-2\Rightarrow c=-5$ và $b=-8\Rightarrow c=1$.
Vậy $P=bc=10$ hoặc $P=bc=-8$.

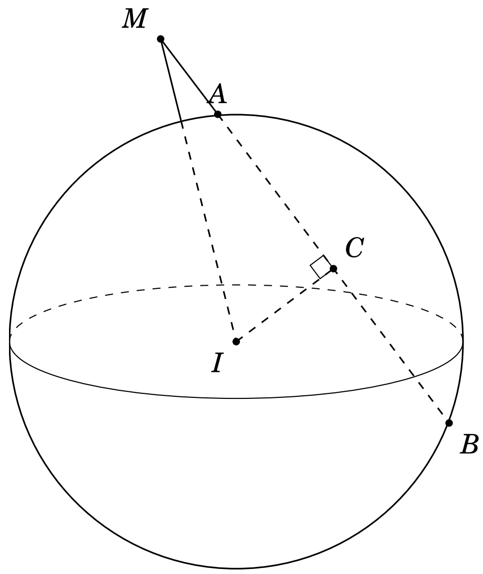
Chọn đáp án B □

Câu 163. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z=0$ và điểm $M(1;2;-1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M cắt (S) tại hai điểm A,B. Tìm giá trị lớn nhất của tổng $MA+MB$.

A. 8. **B.** 10. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $8+2\sqrt{5}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-2)$ và bán kính $R=3$.
Ta có: $MI^2=17>R^2$ nên M nằm ngoài mặt cầu.
Gọi C là trung điểm AB, khi đó ta có: $MA+MB=2MC$.
Mà $MC\le MI$, nên $MA+MB\le 2MI=2\sqrt{17}$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi AB đi qua tâm I của (S).

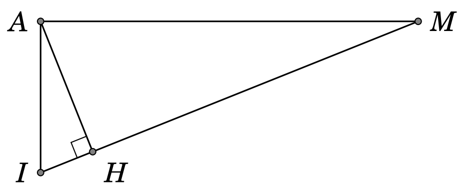


Chọn đáp án (C) □

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và một điểm $M(2;3;1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S), biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C). Tính bán kính r của đường tròn (C).

A. $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

✍**Lời giải.**



Mặt cầu có tâm $I(1;1;0)$. Gọi A là tiếp điểm của một tiếp tuyến kẻ từ M tới mặt cầu (S).
Khi đó $IA\perp AM$.
Gọi H là tâm đường tròn (C), thì $HA\perp IM$.
Ta có $IM=\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2+(1-0)^2}=\sqrt{6}\Rightarrow AM=\sqrt{IM^2-IA^2}=\sqrt{6-4}=\sqrt{2}$.
Vậy $r=AH=\sqrt{\dfrac{AI^2\cdot AM^2}{AI^2+AM^2}}=\sqrt{\dfrac{4\cdot 2}{4+2}}=\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(5;0;-1)$, $C(3;1;2)$ và mặt phẳng (Q): $3x+y-z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Q) thỏa mãn $MA^2+MB^2+2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+5c$.

A. 11. **B.** 9. **C.** 15. **D.** 14.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}\Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{x_A+x_B+2x_C}{4}=3\\ y=\dfrac{y_A+y_B+2y_C}{4}=0\\ z=\dfrac{z_A+z_B+2z_C}{4}=1\end{cases}$.

Vậy $I(3;0;1)$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2&=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2\\&=4\cdot MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right)+IA^2+IB^2+2IC^2\\&=4\cdot MI^2+IA^2+IB^2+2IC^2.\end{aligned}$$

Vì I,A,B,C cố định nên $IA^2+IB^2+2IC^2$ không đổi.
Do đó $\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, tức M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Q).

Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình $\begin{cases}x=3+3t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$, $M=\Delta\cap(Q)$.

Có $M\in\Delta\Rightarrow M(3+3t;t;1-t)$ mà $M\in(Q)$ nên $3(3+3t)+t-(1-t)+3=0\Leftrightarrow t=-1$
$\Rightarrow M(0;-1;2)\Rightarrow a+b+5c=9$.

Chọn đáp án B □

Câu 166. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(0;3;0)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;1)$ bán kính $R=3$, biết $M(x_0;y_0;z_0)\in(S)$ sao cho $A=2x_0-y_0+2z_0$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó độ dài MN là

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.
Từ $A=2x_0-y_0+2z_0$ ta được $A-6=2(x_0-1)-(y_0+2)+2(z_0-1)$. Khi đó áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta được
$|A-6|=|2(x_0-1)-(y_0+2)+2(z_0-1)|$
$|A-6|\le\sqrt{(2^2+1+2^2)\left((x_0-1)^2+(y_0+2)^2+(z_0-1)^2\right)}=9$ hay $|A-6|\le9\Leftrightarrow-3\le A\le15$.
Do đó A đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3 khi và chỉ khi

$$\begin{cases}2x_0-y_0+2z_0=-3\\\dfrac{x_0-1}{2}=\dfrac{y_0+2}{-1}=\dfrac{z_0-1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_0-y_0+2z_0=-3\\x_0=1+2t\\y_0=-2-t\\z_0=1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=-1\\y_0=-1\\z_0=-1.\end{cases}$$

Do đó $M(-1;-1;-1)$, khi đó $MN=3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m,n là hai số thực dương thỏa mãn $m+2n=1$. Gọi A,B,C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx+ny+mnz-mn=0$ với các trục tọa độ Ox,Oy,Oz. Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m+n$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** 1.

Lời giải.

$(P): mx+ny+mnz-mn=0$.
Suy ra $A(n;0;0),B(0;m;0),C(0;0;1)$.
Tâm mặt cầu ngoại tiếp $OABC$ là $K(\frac{n}{2};\frac{m}{2};\frac{1}{2})$.
Bán kính $r=OK=\dfrac{\sqrt{n^2+m^2+1}}{2}$.
r nhỏ nhất khi và chỉ khi n^2+m^2+1 nhỏ nhất.
$m+2n=1\Leftrightarrow m=1-2n\Rightarrow n^2+m^2+1=5n^2-4n+1$.
Xét $P(n)=5n^2-4n+1=5\left(n-\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{1}{5}$.
Suy ra r nhỏ nhất $\Leftrightarrow n=\dfrac{2}{5}\Rightarrow m=1-\dfrac{4}{5}=\dfrac{1}{5}$. Khi đó $2m+n=\dfrac{4}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 168. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=-2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$, điểm $M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+10y+14z+64=0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua

M cắt đường thẳng Δ tại A, cắt mặt cầu tại B sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{3}$ và B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $2x+4y-4z-19=0$. **B.** $3x-6y-6z-62=0$.
C. $2x-4y-4z-43=0$. **D.** $3x+6y-6z-31=0$.

Lời giải.

Vì $A\in\Delta$ nên ta có $A(3+t;-1-t;-2+t)$.
Gọi $B(x,y,z)$.
$\overrightarrow{AM}=(-2-t;3+t;1-t),\overrightarrow{AB}=(x-3-t;y+1+t;z+2-t)$.
Do $\dfrac{AM}{AB}=3$ nên $\left[\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AM}\\ \overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{AM}\end{array}\right.$.
Trường hợp 1: $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AM}$. Ta có hệ phương trình
$\begin{cases}x-3-t=-6-3t\\ y+1+t=9+3t\\ z+2-t=3-3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3-2t\\ y=8+2t\\ z=1-2t\end{cases}$.
Vì $B\in(S)$ nên
$(-3-2t-2)^2+(8+2t+5)^2+(1-2t+7)^2-14=0$
$\Leftrightarrow 12t^2+40t+244=0$ vô nghiệm.
Trường hợp 2: $\overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{AM}$. Ta có hệ phương trình
$\begin{cases}x-3-t=6+3t\\ y+1+t=-9-3t\\ z+2-t=-3+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+4t\\ y=-10-4t\\ z=-5+4t\end{cases}$.
Vì $B\in(S)$ nên
$(9+4t-2)^2+(-10-4t+5)^2+(-5+4t+7)^2-14=0\Leftrightarrow 48t^2+112t+64=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.
Vì B có hoành độ nguyên nên $t=-1$. Từ đó, ta được $A(2;0;-3),B(5;-6;-9)$.
Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là
$2x-4y-4z-43=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 169. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y-2z-2=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

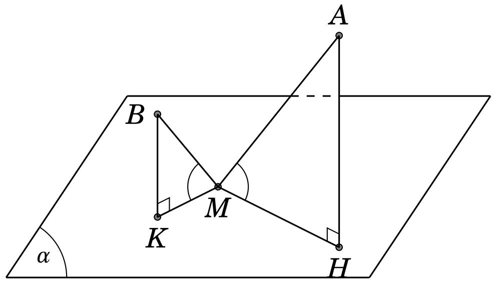
Ta có: $B\in Oxy$ và $B\in(\alpha)$ nên $B(a;2-2a;0)$.
$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1;-2;-3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$.
Ta có: $\overrightarrow{MB}=(a+1;4-2a;3)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{MB}\right]=(4a-2;2a-1;2-4a)$.
Khi đó
$$\mathrm{d}(BM,d)=3\Leftrightarrow\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MB}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{(2a-1)^2}}{3}=3\Leftrightarrow(2a-1)^2=9.$$
Vậy $AB=\sqrt{\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+(1-2a)^2+1^2}=\sqrt{\dfrac{9}{4}+9+1}=\dfrac{7}{2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 170. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA,MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 2. **D.** 10.

Lời giải.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B trên mặt phẳng (α), khi đó:



$$\begin{aligned} AH &= \mathrm{d}(A;(\alpha)) = \frac{|2\cdot 10+2\cdot 6+(-2)-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 6 \\ BK &= \mathrm{d}(B;(\alpha)) = \frac{|2\cdot 5+2\cdot 10+(-9)-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3. \end{aligned}$$

Vì MA,MB tạo với với (α) các góc bằng nhau nên $\widehat{AMH} = \widehat{BMK}$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.
Gọi $M(x;y;z)$, ta có:

$$\begin{aligned} MA = 2MB &\Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 \\ &\Leftrightarrow (x-10)^2+(y-6)^2+(z+2)^2 = 4\left[(x-5)^2+(y-10)^2+(z+9)^2\right] \\ &\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{20}{3}x-\frac{68}{3}y+\frac{68}{3}z+228=0. \end{aligned}$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3};\frac{34}{3};-\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Do đó, đường tròn (ω) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α), nên tâm J của đường tròn (ω) là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α).

Phương trình đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) là: $\begin{cases} x = \frac{10}{3}+2t \\ y = \frac{34}{3}+2t \\ z = -\frac{34}{3}+t \end{cases}$.

Tọa độ điểm J là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình: $\begin{cases} x = \frac{10}{3}+2t \\ y = \frac{34}{3}+2t \\ z = -\frac{34}{3}+t \\ 2x+2y+z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \\ z = -\frac{38}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}$.

Vậy $J = \left(2;10;-\frac{38}{3}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(15;-1;4)$, $B(7;6;3)$, $C(6;-3;6)$, $D(8;14;-1)$ và $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a+b+c$ khi $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 9. **B.** -5. **C.** 16. **D.** 2.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 5$. Gọi G là điểm thỏa $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Ta có

$$\begin{aligned} &MA^2+MB^2+MC^2+MD^2 = \overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2+\overrightarrow{MD}^2 \\ &\geq (\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD})^2 = (4\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD})^2 = (4\overrightarrow{MG})^2. \end{aligned}$$

Vậy $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất. Mà MG nhỏ nhất khi M là giao điểm của MI và mặt cầu (S).

Ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 9 \\ y_G = 4 \\ z_G = 3 \end{cases} \Rightarrow G(9;4;3)$.

Ta có $\overrightarrow{GI} = (8;6;0) = 2(4;3;0)$. Đường thẳng GI có phương trình là $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = -2+3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng GI và mặt cầu (S) là

$$(1+4t)^2+(-2+3t)^2+3^2-2(1+4t)+4(-2+3t)-6\cdot 3-11=0 \Leftrightarrow 25t^2-25=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \Rightarrow M(5;1;3) \\ t=-1 \Rightarrow M(-3;5;3). \end{array}\right.$$

— Với $M(5;1;3) \Rightarrow IM=5=R$ (nhận).

— Với $M(-3;-5;3) \Rightarrow IM=\sqrt{122}>R$ (loại).

Khi đó $P=5+1+3=9$.
Chọn đáp án A □

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA=MB$ và $MB+MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=4$. **B.** $P=0$. **C.** $P=2$. **D.** $P=5$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB. Suy ra $I(1;1;1)$ và có $\overrightarrow{AB}=(4;2;0)=2(2;1;0)$.
Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$(P)\colon 2(x-1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0.$$

Ta có $(2x_B+y_B-3)(2x_C+y_C-3)=5\cdot 10=50>0$ nên B,C cùng phía với (P).
Do đó $MB+MC=MA+MC \geq AC$.
Dấu "="xảy ra khi M là giao điểm của AC với (P).
Ta có $\overrightarrow{AC}=(6;3;6)=3(2;1;2)$, phương trình $AC\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=1+2t. \end{cases}$
$M\in AC \Rightarrow M(-1+2t;t;1+2t)$ và $M\in(P)$ nên suy ra $2(-1+2t)+t-3=0 \Leftrightarrow t=1$.
Do đó $M(1;1;3)$ và suy ra $P=a+b+c=5$.
Chọn đáp án D □

Câu 173. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0;1;1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy), cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S.

A. 36π. **B.** $36\sqrt{2}\pi$. **C.** $18\sqrt{2}\pi$. **D.** 18π.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(0;1;1)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$.
Gọi $M(a;b;0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy), cách Δ một khoảng bằng 6.
Ta có

$$\mathrm{d}(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{2a^2+b^2}}{\sqrt{2}}=6 \Leftrightarrow 2a^2+b^2=36 \Leftrightarrow \frac{a^2}{36}+\frac{b^2}{72}=1.$$

Như vậy tập hợp điểm M là Elíp (E) trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{72}=1$, nên có các trục lần lượt bằng 6 và $6\sqrt{2}$ có diện tích bằng $\pi\cdot 6\cdot 6\sqrt{2}=36\sqrt{2}\pi$.
Chọn đáp án B □

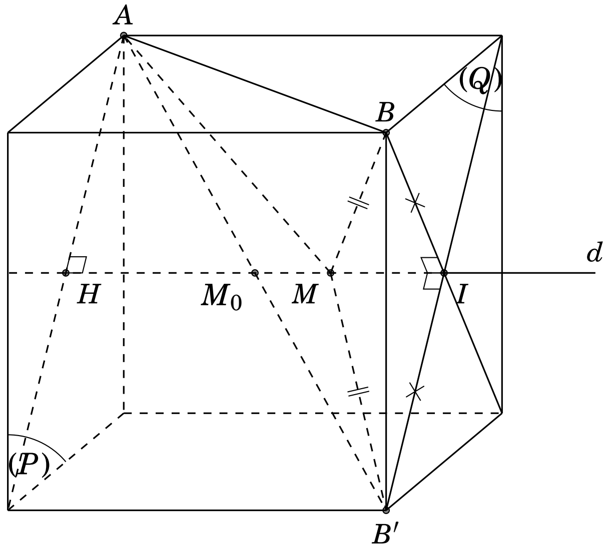
Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;0)$; $B(3;3;6)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Biết rằng, tồn tại một điểm M trên d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất. Khi đó, hãy tìm tọa độ điểm M và tính chu vi của $\triangle ABM$.

A. $M(1;0;2)$; $P=2\sqrt{11}+\sqrt{29}$. **B.** $M(1;2;2)$; $P=2(\sqrt{11}+\sqrt{29})$.
C. $M(1;2;2)$; $P=\sqrt{11}+\sqrt{29}$. **D.** $M(1;0;2)$; $P=2(\sqrt{11}+\sqrt{29})$.

Lời giải.

Ta có $AB = 2\sqrt{11}$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;2)$.
Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng d.
Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với d có phương trình

$$2(x-1)-1(y-5)+2(z-0)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x-y+2z+3=0.$$



Suy ra tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x-y+2z+3=0 \\ x=-1+2t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow H(-1;1;0).$$

Tương tự ta có mặt phẳng $(Q): 2x-y+2z-15=0$ qua B vuông góc với d tại $I(3;-1;4)$. Từ đó ta có $AH = BI = 2\sqrt{5}$. (1)
Trên mặt phẳng $(A;d)$ lấy điểm B' nằm khác phía so với điểm A so với bờ là đường thẳng d sao cho $\begin{cases} B'I = BI \\ B'I \perp d \end{cases}$ và gọi M_0 là giao điểm giữa AB' và d.
Xét hai tam giác vuông MIB và MIB' có chung cạnh MI và $IB = IB'$ (do (1)), từ đó suy ra $\triangle MIB = \triangle MIB' \Rightarrow MB = MB'$.
Từ đó ta có

$$AB + MA + MB = AB + MA + MB' \geq AB + AB',$$

suy ra chu vi của tam giác MAB nhỏ nhất bằng $AB + AB'$ khi $M \equiv M_0$.
Xét hai tam giác vuông AHM_0 và $B'IM_0$ có $AH = B'I$, $\widehat{AM_0H} = \widehat{BM_0I}$, từ đó suy ra

$$\triangle AHM_0 = \triangle B'IM_0 \Rightarrow AM_0 = B'M_0 \text{ và } HM_0 = IM_0.$$

Từ đó suy ra $M_0(1;0;2)$ là trung điểm của IH và chu vi nhỏ nhất của tam giác ABM là

$$P_{\min} = AB + AB' = AB + 2AM_0 = 2\sqrt{11} + 2\sqrt{29}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 175. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a+b+c$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 4$. **D.** $T = 5$.

✍**Lời giải.**

Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.
Do $M \in \Delta\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$ nên $M(-1+2t;1-t;2t)$.
Ta có $MA = \sqrt{(2t-2)^2+(t+4)^2+4t^2} = \sqrt{9t^2+20}$;
$MB = \sqrt{(2t-4)^2+(t+2)^2+(2t-6)^2} = \sqrt{9t^2-36t+56}$.
Như vậy $MA + MB = \sqrt{9t^2+20} + \sqrt{9t^2-36t+56}$.

Cách 1: phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{9t^2+20} + \sqrt{9t^2-36t+56}$ trên $\mathbb{R}$.
Ta có $f'(t) = \dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}} + \dfrac{9t-18}{\sqrt{9t^2-36t+56}} = \dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}} + \dfrac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$.

$f'(t)=0 \Leftrightarrow \dfrac{t}{\sqrt{9t^2+20}}=-\dfrac{t-2}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$ (1).

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{t}{\sqrt{9t^2+20}}$ có $g'(t)=\dfrac{20}{\left(\sqrt{9t^2+20}\right)^3}>0$.

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t=1$.
Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{29}$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=1$.
Cách 2: phương pháp véc-tơ

Ta có $MA+MB=\sqrt{(3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}$.

Xét $\begin{cases}\vec{u}=\left(3t;\sqrt{20}\right)\\ \vec{v}=\left(6-3t;\sqrt{20}\right)\end{cases}$. Do $\left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right|\ge\left|\vec{u}+\vec{v}\right|$ nên ta có

$\sqrt{(3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}\ge\sqrt{6^2+\left(2\sqrt{20}\right)^2}=2\sqrt{29}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}=k\vec{v}$ $(k\ge0)\Leftrightarrow t=1$.
Vậy $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=1\Rightarrow M(1;0;2)\Rightarrow T=3$.
Chọn đáp án B □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-1;2)$, $B(2;-3;0)$, $C(-2;1;1)$, $D(0;-1;3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MD}=1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(x;y;z)$ là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có
$\overrightarrow{AM}=(x;y+1;z-2)$, $\overrightarrow{BM}=(x-2;y+3;z)$, $\overrightarrow{CM}=(x+2;y-1;z-1)$, $\overrightarrow{DM}=(x;y+1;z-3)$.

Từ giả thiết: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MD}=1\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=1\\ \overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MD}=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-2)+(y+1)(y+3)+z(z-2)=1\\ x(x+2)+(y+1)(y-1)+(z-1)(z-3)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z+2=0\\ x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0\end{cases}$

Suy ra quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm $I_1(1;-2;1)$, $R_1=2$ và mặt cầu tâm $I_2(-1;0;2)$, $R_2=2$.
Ta có: $I_1I_2=\sqrt{5}$.

Dễ thấy: $r=\sqrt{R_1^2-\left(\dfrac{I_1I_2}{2}\right)^2}=\sqrt{4-\dfrac{5}{4}}=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=4$. **B.** $T=2$. **C.** $T=3$. **D.** $T=5$.

✍**Lời giải.**

Ta có (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$.

Mà $\begin{cases}\overrightarrow{AI}=(-2;4;-3)\\ \overrightarrow{AB}=(-3;3;-6)\end{cases}\Rightarrow d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\sqrt{5}<R=5$ nên AB cắt (S) tại hai điểm.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến.
Ta có $r^2 = R^2 - d^2(I,(P)) \Rightarrow r$ nhỏ nhất khi $d(I,(P))$ lớn nhất.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow d(I,(P))$ lớn nhất khi H thuộc AB hay H là hình chiếu vuông góc của I lên AB.
Gọi $H(-3t;1+3t;-6t) \in AB$ do $\overrightarrow{IH} \times \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow H(1;0;2)$.
Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = \overrightarrow{IH} = (0;-2;-1) \Rightarrow (P): 2y + z - 2 = 0$.
Vậy $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 178. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc Δ sao cho $\left|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tổng $a + 2b + 4c$ bằng bao nhiêu?

A. 0. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Lấy $M(2m;-1+m;1-m) \in \Delta$, ta có $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = (4+4m;-5+2m;-3-2m) \Rightarrow \left|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\right| = \sqrt{24m^2 + 24m + 50}$
Khi đó $\left|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất khi $m = -\dfrac{1}{2}$, từ đó suy ra $M(-1;-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2})$.
Vậy $a + 2b + 4c = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 179. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$, $d_2: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{3}$.

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{u_d} = (1;1;-1)$, $\overrightarrow{u_{d_1}} = (2;1;-1)$, $\overrightarrow{u_{d_2}} = (-1;1;3)$.
Gọi (P) là mặt phẳng song song với d và chứa d_1 thì (P) đi qua $A(-1;-1;2)$ và có một VTPT là $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d_1}}\right] = (0;-1;-1)$. Do đó $(P): y + z - 1 = 0$.
Gọi (Q) là mặt phẳng song song với d và chứa d_2 thì (Q) đi qua $B(1;2;3)$ và có một VTPT là $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d_2}}\right] = (4;-2;2)$. Do đó $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$.
Khi đó, đường thẳng cần tìm Δ là giao điểm của (P) và (Q), ta có

$$\Delta: \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Hay $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$.
Chọn đáp án B □

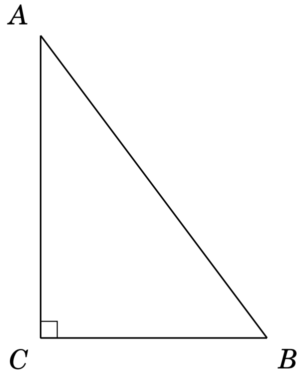
Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ của C. Tính $a + b + c$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải.

Ta thấy đường thẳng AB có một VTCP là $\vec{u}=(1;1;-4)$, mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n}=(1;0;1)$ nên góc giữa AB và (α) là φ với

$$\sin\varphi=\frac{|1\cdot 1+1\cdot 0+(-4)\cdot 1|}{\sqrt{1^2+1^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{1}{2}.$$



Suy ra $\varphi=30^\circ=\widehat{BAC}$.
Hơn nữa, $AC\subset(\alpha)$ và $BC\perp AC$ nên C là hình chiếu của B trên (α).
Ta tìm tọa độ của B.

Ta viết lại $AB:\begin{cases}x=3+t\\y=4+t\\z=-8-4t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Điểm A là giao điểm của AB và (α).
Xét phương trình $(3+t)+(-8-t)-1=0\Leftrightarrow t=-2$. Vậy $A(1;2;0)$.
Gọi $B(3+t';4+t';-8-4t')$, ta có $AB=3\sqrt{2}\Leftrightarrow(t'+2)^2+(t'+2)^2+(-4t'-8)^2=18$.
Suy ra $t'=-1$ hoặc $t'=-3$. Mà B có hoành độ dương nên ta chọn $t=-1$, khi đó $B(2;3;-4)$.
Đường thẳng BC vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n}=(1;0;1)$ làm một VTCP, do đó

$$BC:\begin{cases}x=2+t\\y=3\\z=-4+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R}).$$

C chính là giao điểm của BC và (α). Xét phương trình $(2+t)+(-4+t)-1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{3}{2}$.

Suy ra $C\left(\dfrac{7}{2};3;-\dfrac{5}{2}\right)$. Vậy $a+b+c=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.
Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

A. $2x+y-3z+3=0$. **B.** $x+2y-z-1=0$. **C.** $3x+2y-z+1=0$. **D.** $2x-y-3z+3=0$.

✍**Lời giải.**

- Đường thẳng d đi qua $M_0(0;0;1)$ có VTCP $\vec{u}(1;1;1)$.
- Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và d. Ta có $d(A,(P))=AH\le AK$. Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $H\equiv K$.

Do đó $d(A,(P))_{max}=AK$. Khi đó (P) đi qua $M_0(0;0;1)$ nhận $\overrightarrow{AK}$ làm véc-tơ pháp tuyến.
- Do $K\in d$ nên $K(t;t;1+t)$ và $\overrightarrow{AK}=(t-3;t-2;t+2)$.

Ta có : $\overrightarrow{AK}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AK}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow t=1$.
Vậy $\overrightarrow{AK}=(-2;-1;3)$ nên $(P):2x+y-3z+3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90°. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;o;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

✍**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$.
Theo đề bài B là giao điểm của đường thẳng d và (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm B là nghiệm phương trình:
$2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(-2;-2;1)$.
Ta thấy M nằm trên giao tuyến của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P). Do đó MB lớn nhất khi nó là đường kính, hay M là hình chiếu của A trên (P).
Gọi d' là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Đường thẳng $d'\perp(P)$ có VTCP $\vec{m}=(2;2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $\begin{cases} x = 1+2t' \\ y = 2+2t' \\ z = -3-t' \end{cases}$.

Do M là hình chiếu của A trên (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm M là nghiệm phương trình $2(1+2t')+2(2+2t')-(-3-t')+9=0 \Leftrightarrow t'=-2$.

Do đó tọa độ điểm $M(-3;-2;-1)$. Từ đó $\overrightarrow{MB}=(1;0;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng MB là $\begin{cases} x = -3+a \\ y = -2 \\ z = -1+2a \end{cases}$.

Chỉ có tọa độ điểm $I(-1;-2;3)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng MB.

Chọn đáp án (B) □

Câu 183. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(2;-2;-3)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc d thỏa mãn MA^4+MB^4 nhỏ nhất. Tìm x_0.

A. $x_0=1$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=2$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của AM, ta có $I(2;-1;0)$.

$$\begin{aligned} MA^4+MB^4 &= \left(MA^2+MB^2\right)^2-2MA^2\cdot MB^2 \\ &= \left(2MI^2+\frac{AB^2}{2}\right)^2-2\left(MI^2-\frac{AB^2}{4}\right)^2 \\ &= 4MI^2+2MI^2\cdot AB^2+\frac{AB^4}{4}-2MI^2+MI^2\cdot AB^2-\frac{AB^4}{8} \\ &= 2MI^4+3MI^2\cdot AB^2+\frac{AB^4}{4} \\ &= 2\left(MI^2+\frac{3AB^2}{4}\right)^2-\frac{7}{10}AB^4 \end{aligned}$$

Do đó MA^4+MB^4 nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên d.

Lấy $M(2+t;-1+2t;3t)\in d \Rightarrow \overrightarrow{IM}=(t;2t;3t)$.

Ta có $\overrightarrow{IM}\cdot\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow t+4t+9t=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow M(2;-1;0)\equiv I$.

Vậy $x_0=2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2;-2;0)$, $B(3;-2;0)$, $C(3;3;0)$, $D(-2;3;0)$, $M(-2;-2;5)$, $N(3;3;5)$, $P(3;-2;5)$, $Q(-2;3;5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 6.

✍**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(5;0;0), \overrightarrow{DC}=(5;0;0)$ nên $ABCD$ là hình bình hành.

Mặt khác, $\overrightarrow{AD}=(0;5;0) \Rightarrow \begin{cases} AB\perp AD \\ AB=AD=5 \end{cases}$. Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Tương tự, $MNPQ$ cũng là hình vuông.

Lại có $\overrightarrow{AM}=(0;0;5)$ nên $AM\perp(ABCD)$ và $AM=AB=AD$.

Vậy 8 điểm trên tạo thành một hình lập phương nên có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 185. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc Δ?

A. $M(-1;-12;3)$. **B.** $N(3;-2;1)$. **C.** $P(0;-7;3)$. **D.** $Q(1;-2;5)$.

✍**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $M\in BC$: $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow M(1-t;2+t;2t)$.

Do tam giác ABC đều và M là trung điểm BC nên $AM \perp BC$. Suy ra

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_{BC} = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(0;3;2).$$

Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2;3;3).$$

Khi đó $\left[\overrightarrow{GM}, \vec{u}_{BC}\right] = (1;5;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ.

Mà $G(2;3;3) \in \Delta \Rightarrow \Delta\colon \begin{cases} x = 2+s \\ y = 3+5s \\ z = 3-2s. \end{cases}$

Thay tọa độ các điểm ở bốn phương án vào phương trình của Δ ta thấy điểm $Q(1;-2;5)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 4-3t \\ y = 3+4t \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi A là hình chiếu vuông góc của O trên d. Điểm M di động trên tia Oz, điểm N di động trên đường thẳng d sao cho $MN = OM + AN$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA. Trong trường hợp diện tích tam giác IMN đạt giá trị nhỏ nhất, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (M,d) có tọa độ là

A. $(4;3;5\sqrt{2})$. **B.** $(4;3;10\sqrt{2})$. **C.** $(4;3;5\sqrt{10})$. **D.** $(4;3;10\sqrt{10})$.

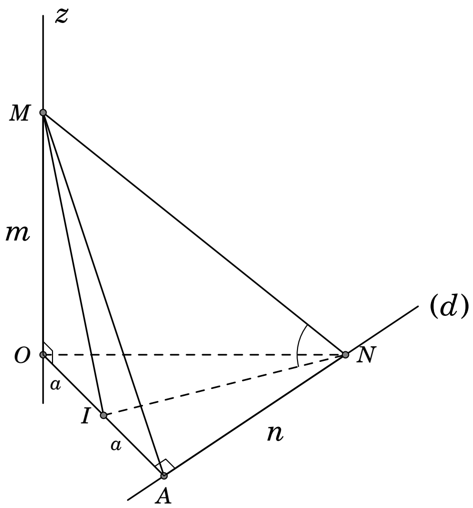
✍Lời giải.

Từ giả thiết ta nhận thấy $d \subset (Oxy)$, vậy OA, Oz, d đôi một vuông góc.

Hơn nữa, dễ thấy $A(4;3;0)$ (không nhất thiết phải tìm ra tọa độ A).

Đặt $OA = 2a = d(O,d) = 5 \Rightarrow a = \dfrac{5}{2}$. Đặt $OM = m$, $AN = n$, $(m,n > 0)$. Do MO, OA, AN đôi một vuông góc nên ta có

$$MN^2 = MO^2 + OA^2 + AN^2$$
$$\Rightarrow (m+n)^2 = m^2 + n^2 + 4a^2$$
$$\Rightarrow m \cdot n = 2a^2 \ (*).$$



Có $NI = \sqrt{a^2+n^2}$, $MI = \sqrt{a^2+m^2}$, suy ra

$$\cos\widehat{INM} = \frac{NI^2 + NM^2 - IM^2}{2NI \cdot NM} = \frac{a^2+n^2+m^2+2mn+n^2-a^2-m^2}{2\sqrt{a^2+n^2}\cdot(m+n)} = \frac{2n^2+2mn}{2\sqrt{a^2+n^2}\cdot(m+n)} = \frac{n}{\sqrt{a^2+n^2}}$$
$$\Rightarrow \sin\widehat{INM} = \frac{a}{\sqrt{a^2+n^2}}.$$

Vậy $S_{IMN} = \dfrac{1}{2}NI \cdot NM \cdot \sin\widehat{INM} = \dfrac{1}{2}a \cdot (m+n)$.

Theo BĐT Cauchy, $m+n \geq 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{2}a$ (theo $(*)$).

Vậy S_{IMN} nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}a^2$, đạt được khi $m = n = a\sqrt{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $M\left(0;0;\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)$.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (M,d) là $\left[\overrightarrow{MA}, \vec{u}_d\right] = \left(\dfrac{20\sqrt{2}}{2};\dfrac{15\sqrt{2}}{2};25\right) \parallel (4;3;5\sqrt{2})$.

Chọn đáp án A □

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x - my + z + 2m - 1 = 0$, $(\beta)\colon mx + y - mz + m + 2 = 0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oxy). Biết rằng với mọi số thực m thay đổi thì Δ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

✍Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và $(P)\perp(Oxy)$.
Ta có $\vec{n}_1=(1;-m;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) và $\vec{n}_2=(m;1;-m)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (β).
Do đó $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=(m^2-1;2m;m^2+1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Suy ra $\vec{n}=(2m;1-m^2;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Như thế (P): $2mx+(1-m^2)y+2m^2+2=0$.
Ta có $\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{|2m^2+2|}{\sqrt{4m^2+(1-m^2)^2}}=2\Rightarrow \mathrm{d}(O,\Delta)=2$.
Mà $\Delta\subset(Oxy)$ nên Δ tiếp xúc với một đường tròn tâm O bán kính $R=2$ (chính là đường tròn giao tuyến của (Oxy) và mặt cầu tâm O bán kính $R=2$).

Chọn đáp án A □

Câu 188. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;1;3)$ đồng thời cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tứ diện $OMNP$ có thể tích nhỏ nhất. Giao điểm của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=4+t\end{cases}$ với (P) có tọa độ là

A. $(4;6;1)$. **B.** $(4;1;6)$. **C.** $(-4;6;-1)$. **D.** $(4;-1;6)$.

✍Lời giải.

Gọi $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$ ($a,b,c>0$) theo thứ tự là giao điểm của mặt phẳng (P) với các tia Ox,Oy,Oz.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Vì điểm $A\in(P)\Leftrightarrow\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{3}{c}=1$.
Vì $OMNP$ là tứ diện có OM, ON, OP đôi một vuông góc nên $V_{OMNP}=\dfrac{1}{6}OM\cdot ON\cdot OP=\dfrac{1}{6}abc$.
Ta có $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{3}{c}\geqslant 3\sqrt[3]{\dfrac{6}{abc}}\Rightarrow 1\geqslant 3\sqrt[3]{\dfrac{6}{abc}}\Rightarrow abc\geqslant 162$.
Suy ra $V_{OMNP}\geqslant 27$. Do đó thể tích khối $OMNP$ nhỏ nhất bằng 27 khi và chỉ khi $\dfrac{2}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{3}{c}$.
Suy ra hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{3}{c}=1\\\dfrac{2}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{3}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=3\\c=9\end{cases}$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{9}=1\Leftrightarrow 3x+6y+2z-18=0$.
Gọi $B=d\cap(P)$. Điểm $B\in d\Leftrightarrow B(2+t;1-t;4+t)$
Điểm $B\in(P)\Leftrightarrow 3(t+2)+6(1-t)+2(4+t)-18=0\Leftrightarrow t=2$
Vậy $B(4;-1;6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+y^2+z^2=4$, (S_2): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-3t\\z=-2-t\end{cases}$. Gọi A, B là hai điểm tùy ý lần lượt thuộc (S_1), (S_2) và M thuộc đường thẳng d. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+MB$ bằng

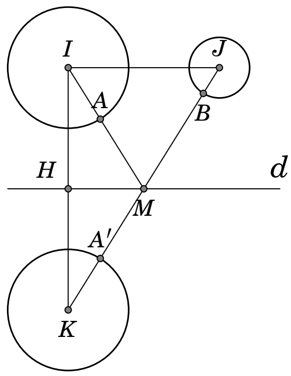
A. $\dfrac{\sqrt{3707}}{11}-3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2211}}{11}-3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{1771}+2\sqrt{10}}{11}-3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3707}}{11}+3$.

✍Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R_1 = 2$.
Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;3;1)$, bán kính $R_2 = 1$
$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} = (1;3;1) \Rightarrow IJ = \sqrt{11}$.
Đường thẳng d đi qua $N(2;0;-2)$ và có 1 VTCP $\vec{u} = (1;3;1)$ và $I \notin d \Rightarrow IJ \parallel d$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $d \Rightarrow IH = \dfrac{3\sqrt{66}}{11}$.

Gọi (S') là mặt cầu đối xứng của mặt cầu (S_1) qua d; K, A' lần lượt là điểm đối xứng của I, A qua $d \Rightarrow K$ là tâm của (S') và $A' \in (S')$.
Khi đó $P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B$ (không đổi).



$$\Rightarrow \mathrm{P_{min}} = A'B = JK - (R_1 + R_2) = \sqrt{IJ^2 - IK^2} = \sqrt{IJ^2 - 4IH^2} = \frac{\sqrt{3707}}{11}.$$

Vậy $\mathrm{P_{min}} = \dfrac{\sqrt{3707}}{11} - 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 190. Trong không gian $oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-1)$;$B(7;-2;3)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Điểm I thuộc (d) sao cho $AI + BI$ nhỏ nhất. Hoành độ của điểm I là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d có dạng tham số $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 2-2t \\ z = 2+2t \end{cases} \Rightarrow I(-1+3t;2-2t;2+2t)$.

$P = IA + IB = \sqrt{(2-3t)^2 + 4t^2 + (3+2t)^2} + \sqrt{(8-3t)^2 + (2t-4)^2 + (1-2t)^2}$
$= \sqrt{17t^2+13} + \sqrt{17t^2 - 68t + 81}$. Cách 1
Xét hàm số $f(t) = \sqrt{17t^2+13} + \sqrt{17t^2-68t+81}$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{17t}{\sqrt{17t^2+13}} + \dfrac{17t-34}{\sqrt{17t^2-68t+81}}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{17t}{\sqrt{17t^2+13}} + \dfrac{17t-34}{\sqrt{17t^2-68t+81}} = 0 \Leftrightarrow t\sqrt{17t^2-68t+81} = (2-t)\sqrt{17t^2+13}$
$\Leftrightarrow 17t^4 - 68t^3 + 81t^2 = (4-4t+t^2)(17t^2+13)$
$\Leftrightarrow 17t^4 - 68t^3 + 81t^2 = 68t^2 - 68t^3 + 17t^4 + 52 - 52t + 13t^2 \Leftrightarrow t = 1$.
Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	↘		$f(1)$		↗

Từ bảng biến thiên suy ra $\mathrm{P_{min}} = \min f(t) = f(1) \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $I(2;0;4)$.
Cách 2

$$P = \sqrt{17}\left(\sqrt{t^2 + \frac{13}{17}} + \sqrt{t^2 - 4t + \frac{81}{17}}\right) = \sqrt{17}\left(\sqrt{t^2 + \frac{13}{17}} + \sqrt{(2-t)^2 + \frac{13}{17}}\right).$$

Gọi $\vec{u}\left(t;\sqrt{\dfrac{13}{17}}\right)$, $\vec{v}\left(2-t;\sqrt{\dfrac{13}{17}}\right)$, ta có $\vec{u} + \vec{v} = \left(2;2\sqrt{\dfrac{13}{17}}\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geqslant |\vec{u} + \vec{v}| \Leftrightarrow \sqrt{t^2 + \dfrac{13}{17}} + \sqrt{(2-t)^2 + \dfrac{13}{17}} \geqslant \sqrt{4 + 4\cdot\dfrac{13}{17}} = \dfrac{2\sqrt{510}}{17}$.

Suy ra $P \geqslant \sqrt{17}\cdot\dfrac{2\sqrt{510}}{17} = 2\sqrt{30}$.

Dấu "$=$" xảy ra khi $\vec{u} = k\vec{v}\ (k \geqslant 0) \Leftrightarrow \begin{cases} t = k(2-t) \\ \sqrt{\dfrac{13}{17}} = k\sqrt{\dfrac{13}{17}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ k = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;0;4)$.

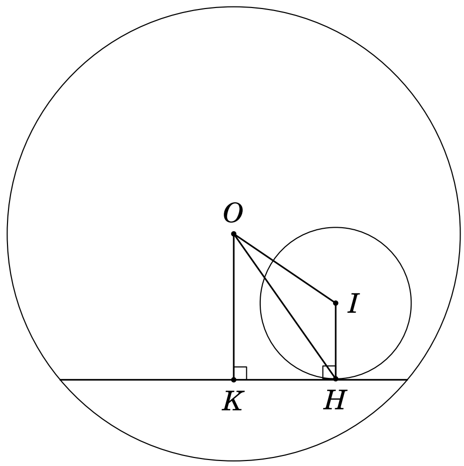
Chọn đáp án A □

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1)\colon x^2+y^2+z^2 = 25$; $(S_2)\colon x^2+y^2+(z-1)^2 = 4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc-tơ $\vec{u}(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = \left(1;1;\sqrt{3}\right)$. **B.** $\vec{u}_2 = \left(1;1;\sqrt{6}\right)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4 = \left(1;1;-\sqrt{3}\right)$.

Lời giải.

(S_1) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R_1 = 5$.
(S_2) có tâm $I(0;0;1)$ bán kính $R_2 = 2$.
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I, O lên đường thẳng d.
Ta tính được $OK = \sqrt{R_2^2 - 4^2} = 3; OI = 1$.
Ta có $3 = OK \leqslant OH \leqslant OI + IH = 3 \Rightarrow OH = 3$.
Do đó O, I, H thẳng hàng và $H \equiv K$.
Do đó đường thẳng $d \perp OI$. Theo đề: $\vec{u}_d \perp \vec{u}(1;-1;0)$, hơn nữa $\vec{u}_d \perp \overrightarrow{OI}(0;0;1)$.
Vậy $\vec{u}_d = \left[\overrightarrow{OI}, \vec{u}\right] = (1;1;0)$.



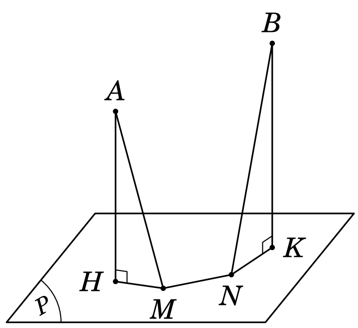
Chọn đáp án C □

Câu 192. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;2)$, $B(-2;2;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2MA^2 + 3NB^2$ bằng

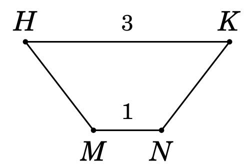
A. $49,8$. **B.** 45. **C.** 53. **D.** $55,8$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và B trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(1;-1;0)$, $K(0;1;2)$.
Ta có $AH = \mathrm{d}(A,(P)) = 3$, $BK = \mathrm{d}(B,(P)) = 3$ và $HK = 3$.
Xét hai tam giác AHM và BKN có: $MA^2 = AH^2 + HM^2 = 9 + HM^2$ và $NB^2 = BK^2 + KN^2 = 9 + KN^2$.
Suy ra $2MA^2 + 3NB^2 = 2(9 + HM^2) + 3(9 + KN^2) = 45 + 2HM^2 + 3KN^2$.



Mặt khác ta có: $HM + MN + NK \geqslant HK \Leftrightarrow HM + 1 + NK \geqslant 3 \Leftrightarrow HM \geqslant 2 - NK$.
Vậy $2MA^2 + 3NB^2 \geqslant 45 + 2(2 - NK^2) + 3NK^2 = 5NK^2 - 8NK + 53 = 5\left(NK - \dfrac{4}{5}\right)^2 + \dfrac{249}{5} \geqslant \dfrac{249}{5}$.
Dấu bằng xảy ra khi $NK = \dfrac{4}{5}$.



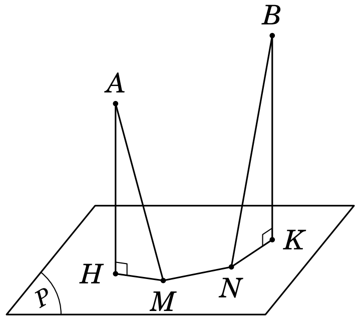
Cách 2:

Ta có $T = 2MA^2+3BN^2 = 2(AH^2+MH^2)+3(BK^2+NK^2) = 2(9+MH^2)+3(9+NK^2) = 45+2MH^2+3NK^2$.

Mặt khác, ta có: $(MH+NK)^2 \leqslant \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)(2MH^2+3NK^2) \Rightarrow 2MH^2+3NK^2 \geqslant \dfrac{6}{5}(MH+NK)^2$.

Vậy $T = 45+2MH^2+3NK^2 \geqslant 45+\dfrac{6}{5}(MH+KN)^2 \geqslant 45+\dfrac{6}{5}\cdot 2^2 = 49{,}8$.

Dấu bằng xảy ra khi M, N, H, K thẳng hàng và M, N trong đoạn HK.



Chọn đáp án A □

4.1 ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. C	5. B	6. D	7. D	8. A	9. A	10. A
11. B	12. B	13. C	14. B	15. C	16. A	17. A	18. D	19. A	20. C
21. D	22. D	23. C	24. A	25. D	26. C	27. A	28. D	29. B	30. A
31. D	32. C	33. C	34. B	35. A	36. D	37. D	38. D	39. D	40. A
41. A	42. D	43. A	44. B	45. A	46. B	47. A	48. B	49. B	50. C
51. B	52. A	53. B	54. D	55. D	56. B	57. B	58. B	59. C	60. D
61. D	62. A	63. C	64. D	65. A	66. A	67. B	68. B	69. B	70. C
71. A	72. A	73. B	74. D	75. C	76. B	77. B	78. C	79. A	80. A
81. D	82. D	83. B	84. D	85. C	86. B	87. A	88. B	89. D	90. D
91. B	92. D	93. C	94. C	95. D	96. A	97. A	98. D	99. C	100. C
101. B	102. B	103. A	104. C	105. D	106. D	107. C	108. D	109. C	110. B
111. B	112. B	113. C	114. A	115. A	116. C	117. B	118. C	119. C	120. D
121. C	122. A	123. A	124. A	125. A	126. C	127. A	128. D	129. A	130. B
131. C	132. B	133. D	134. A	135. B	136. B	137. D	138. C	139. A	140. A
141. D	142. A	143. B	144. D	145. D	146. D	147. D	148. A	149. A	150. D
151. A	152. A	153. A	154. D	155. A	156. B	157. C	158. D	159. A	160. A
161. B	162. B	163. C	164. A	165. B	166. C	167. B	168. C	169. A	170. C
171. A	172. D	173. B	174. D	175. B	176. A	177. C	178. D	179. B	180. C
181. A	182. B	183. D	184. B	185. D	186. A	187. A	188. D	189. A	190. A
191. C	192. A								

BÀI 4. MẶT CẦU

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

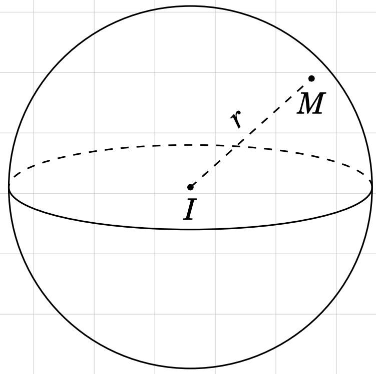
Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ bán kính R là:

$$\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}$$

Phương trình:

$$\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$$

với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, có bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.



B CÁC DẠNG TOÁN

1 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Phương pháp giải:

Dạng 1. Có tâm $I(a;b;c)$ và một điểm A.

Phương pháp giải. Bán kính $R=IA=\sqrt{(x_A-a)^2+(y_A-b)^2+(z_A-c)^2}$.

Dạng 2. Có đường kính AB.

Phương pháp giải. Bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}}{2}$.

Tâm $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$ là trung điểm AB.

Dạng 3. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Phương pháp giải. Tâm $I(a;b;c)$ là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \\ IA=ID \end{cases}$. Bán kính $R=IA$.

Dạng 4. Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$.

Phương pháp giải. Tâm $I(a;b;c)$. Bán kính $R=\mathrm{d}[I,(\alpha)]=\dfrac{|Aa+Bb+Cc+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Dạng 5. Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc đường thẳng (Δ) đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$.

Phương pháp giải. Tâm $I(a;b;c)$. Bán kính $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}$.

Ví dụ 1. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A, với:

① $I(2;4;-1)$, $A(5;2;3)$ ② $I(0;3;-2)$, $A(0;0;0)$

✍Lời giải.

① Ta có: $IA=\sqrt{(5-2)^2+(2-4)^2+(3+1)^2}=\sqrt{29}$.
Phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính IA là (S): $(y-2)^2+(z-4)^2+(x+1)^2=29$.

② Ta có: $IA=\sqrt{(0-0)^2+(0-3)^2+(0+2)^2}=\sqrt{13}$.
Phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính IA là (S): $x^2+(y-3)^2+(z+2)^2=13$.

□

Ví dụ 2. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB, với:

① $A(2;4;-1)$, $B(5;2;3)$ ② $A(0;3;-2)$, $B(2;4;-1)$

✍Lời giải.

① Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{7}{2} \\ y = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 3 \\ z = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases}$, $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(5-2)^2 + (2-4)^2 + (3+1)^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{29}}{2}$.

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB nên nhận I làm tâm và bán kính $\dfrac{AB}{2}$: $\left(x - \dfrac{7}{2}\right)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \dfrac{29}{4}$.

② Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{7}{2} \\ z = \dfrac{z_A + z_B}{2} = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$, $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(2-0)^2 + (4-3)^2 + (-1+2)^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB nên nhận I làm tâm và bán kính $\dfrac{AB}{2}$: $(x-1)^2 + \left(y - \dfrac{7}{2}\right)^2 + \left(z + \dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{2}$.

□

Ví dụ 3. Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, với:

① $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$

② $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$

✍Lời giải.

① Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Do đó

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-0)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2 + (z-2)^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-0)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 5 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 5 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 2y - 2z = 3 \\ -2y + 4z = 3 \\ 2z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{5}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2} \\ z = \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Ta có $IA = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}-1\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}-1\right)^2 + \left(\frac{1}{2}-0\right)^2} = \frac{\sqrt{19}}{2}$
Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận I làm tâm và bán kính IA là $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(z-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{19}{2}$.

② Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Do đó

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2+(z-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2+(y-4)^2+(z-0)^2} \\ \sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2+(z-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2+(z-6)^2} \\ \sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2+(z-0)^2} = \sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-4x+4 = x^2+y^2+z^2-8y+16 \\ x^2+y^2+z^2-4x+4 = x^2+y^2+z^2-12z+36 \\ x^2+y^2+z^2-4x+4 = x^2+y^2+z^2-4x-8y-12z+56 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x+8y=12 \\ -4x+12z=32 \\ 8y+12z=52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

Ta có $IA = \sqrt{(1-2)^2+(2-0)^2+(3-0)^2} = \sqrt{14}$.
Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận I làm tâm và bán kính IA là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 14$.

□

Ví dụ 4. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) cho trước:

① $I(3;-5;2)$, $(P)\colon 2x-y-3z+1=0$ ② $I(1;4;7)$, $(P)\colon 6x+6y-7z+42=0$

✍Lời giải.

① Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R = \mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|2\cdot3+5-3\cdot2+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-3)^2}} = \frac{3\sqrt{14}}{7}$.
Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R = \frac{3\sqrt{14}}{7}$ là $(S)\colon (x-3)^2+(y+5)^2+(z-2)^2 = \frac{18}{7}$.

② Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R = \mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|6\cdot1+6\cdot4-7\cdot7+42|}{\sqrt{6^2+6^2+(-7)^2}} = \frac{-19}{11}$.
Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R = \frac{3\sqrt{14}}{7}$ là $(S)\colon (x-1)^2+(y-4)^2+(z-7)^2 = \frac{361}{121}$.

□

Ví dụ 5. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ, với:

① $I(1;2;3)$, $\Delta\colon \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$ ② $I(-2;3;-1)$, $\Delta\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-2}$

✍Lời giải.

① Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(0;-2;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right] = (14;1;-6)$.

Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R = \mathrm{d}(I;\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{\sqrt{14^2+1^2+(-6)^2}}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \dfrac{\sqrt{233}}{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = \dfrac{233}{9}$.

② Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(1;-1;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right] = (-9;-5;-7)$.

Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R = \mathrm{d}(I;\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{\sqrt{(-9)^2+(-5)^2+(-7)^2}}{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}} = \dfrac{\sqrt{930}}{6}$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2 = \dfrac{155}{6}$.

□

1.1 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A, với:

① $I(3;-2;1)$, $A(2;1;-3)$ ② $I(4;-1;2)$, $A(1;-2;-4)$

✍**Lời giải.**

① Ta có: $IA = \sqrt{(2-3)^2+(1+2)^2+(-3-1)^2} = \sqrt{26}$.
Phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính IA là $(S)\colon (x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2 = 26$.

② Ta có: $IA = \sqrt{(1-4)^2+(-2+1)^2+(-4-2)^2} = \sqrt{46}$.
Phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính IA là $(S)\colon (x-4)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 = 46$.

□

Bài 2. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB, với:

① $A(3;-2;1)$, $B(2;1;-3)$ ② $A(4;-3;-3)$, $B(2;1;5)$

③ $A(2;-3;5)$, $B(4;1;-3)$ ④ $I(6;2;-5)$, $A(-4;0;7)$

✍**Lời giải.**

① Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{5}{2} \\ y = \dfrac{y_A+y_B}{2} = -\dfrac{1}{2} \\ z = \dfrac{z_A+z_B}{2} = -1 \end{cases}$, $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(2-3)^2+(1+2)^2+(-3-1)^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB nên nhận I làm tâm và bán kính $\dfrac{AB}{2}$: $\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2+(z+1)^2 = \dfrac{13}{2}$.

② Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x = \dfrac{x_A+x_B}{2} = 3 \\ y = \dfrac{y_A+y_B}{2} = -1 \\ z = \dfrac{z_A+z_B}{2} = 1 \end{cases}$, $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(2-4)^2+(1+3)^2+(5+3)^2}}{2} = \sqrt{21}$.

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB nên nhận I làm tâm và bán kính $\dfrac{AB}{2}$: $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 21$.

③ Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 3 \\ y = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases}$, $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(4-2)^2+(1+3)^2+(-3-5)^2}}{2} = \sqrt{21}$.

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB nên nhận I làm tâm và bán kính $\dfrac{AB}{2}$: $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 21$.

④ Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 1 \\ z = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases}$, $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{(-4-6)^2+(0-2)^2+(7+5)^2}}{2} = \sqrt{62}$.

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB nên nhận I làm tâm và bán kính $\dfrac{AB}{2}$: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 62$.

□

Bài 3. Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, với:

① $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;8)$

② $A(5;7;-2)$, $B(3;1;-1)$, $C(9;4;4)$, $D(1;5;0)$

③ $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$, $D(4;1;0)$

④ $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$, $C(-2;2;2)$, $D(1;-1;2)$

✍**Lời giải.**

① Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Do đó

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2} = \sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2+(z+2)^2} \\ \sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2} = \sqrt{(x-6)^2+(y-3)^2+(z-7)^2} \\ \sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2} = \sqrt{(x+5)^2+(y+4)^2+(z-8)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+14 = x^2+y^2+z^2-8x-2y+4z+21 \\ x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+14 = x^2+y^2+z^2-12x-6y-14z+94 \\ x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+14 = x^2+y^2+z^2+10x+8y-16z+105 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-4y-6z = 7 \\ 8x+0y+12z = 80 \\ -14x-14y+14z = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{13}{4} \\ y = -\dfrac{21}{4} \\ z = \dfrac{9}{2} \end{cases}$$

Ta có $IA = \sqrt{\left(\dfrac{13}{4}-2\right)^2+\left(-\dfrac{21}{4}-3\right)^2+\left(\dfrac{9}{2}-1\right)^2} = \sqrt{\dfrac{655}{8}}$.

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận I làm tâm và bán kính IA là $\left(x-\dfrac{13}{4}\right)^2+\left(y+\dfrac{21}{4}\right)^2+\left(z-\dfrac{9}{2}\right)^2 = \dfrac{655}{8}$.

② Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Do đó

$$\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \\ IA=ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-5)^2+(y-7)^2+(z+2)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2} \\ \sqrt{(x-5)^2+(y-7)^2+(z+2)^2}=\sqrt{(x-9)^2+(y-4)^2+(z-4)^2} \\ \sqrt{(x-5)^2+(y-7)^2+(z+2)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y-5)^2+(z-0)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-10x-14y+4z+78=x^2+y^2+z^2-6x-2y+2z+11 \\ x^2+y^2+z^2-10x-14y+4z+78=x^2+y^2+z^2-18x-8y-8z+113 \\ x^2+y^2+z^2-10x-14y+4z+78=x^2+y^2+z^2-2x-10y+26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x-12y+2z=-67 \\ 8x-6y+12z=35 \\ -8x-4y+4z=-52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{26}{5} \\ y=\dfrac{41}{10} \\ z=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Ta có $IA=\sqrt{\left(\dfrac{26}{5}-5\right)^2+\left(\dfrac{41}{10}-7\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}+2\right)^2}=\sqrt{\dfrac{207}{10}}$.

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận I làm tâm và bán kính IA là $\left(x-\dfrac{26}{5}\right)^2+\left(y-\dfrac{41}{10}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{207}{10}$.

③ Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Do đó $\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \\ IA=ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-6)^2+(y+2)^2+(z-3)^2}=\sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2+(z-6)^2} \\ \sqrt{(x-6)^2+(y+2)^2+(z-3)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2+(z+1)^2} \\ \sqrt{(x-6)^2+(y+2)^2+(z-3)^2}=\sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2+(z-0)^2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-12x+4y-6z+49=x^2+y^2+z^2-2y-12z+37 \\ x^2+y^2+z^2-12x+4y-6z+49=x^2+y^2+z^2-4x-2z+5 \\ x^2+y^2+z^2-12x+4y-6z+49=x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12x+6y+6z=-12 \\ -8x+4y-8z=-44 \\ -4x+4y-6z=-43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{5}{4} \\ y=-\dfrac{15}{2} \\ z=3 \end{cases}.$$

Ta có $IA=\sqrt{\left(\dfrac{5}{4}+6\right)^2+\left(-\dfrac{15}{2}+2\right)^2+(3-3)^2}=\dfrac{5\sqrt{53}}{4}$.

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận I làm tâm và bán kính IA là $\left(x+\dfrac{5}{4}\right)^2+\left(y+\dfrac{15}{2}\right)^2+(z-3)^2=\dfrac{1325}{16}$.

④ Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Do đó $\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \\ IA=ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2+(z-0)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2} \\ \sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2+(z-0)^2}=\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2} \\ \sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2+(z-0)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-2y+1=x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+14 \\ x^2+y^2+z^2-2y+1=x^2+y^2+z^2+4x-4y-4z+12 \\ x^2+y^2+z^2-2y+1=x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+6 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4y+2z=13 \\ -4x+2y+4z=11 \\ 2x-4y+4z=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{3}{2} \\ z=\dfrac{5}{2} \end{cases}$.

Ta có $IA=\sqrt{\left(0-\frac{1}{2}\right)^2+\left(1-\frac{3}{2}\right)^2+\left(0-\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận I làm tâm và bán kính IA là $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{27}{4}$.

□

Bài 4. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) cho trước:

① $I(1;1;2)$, $(P)\colon x+2y+2z+3=0$

② $I(-2;1;1)$, $(P)\colon x+2y-2z+5=0$

③ $I(3;-2;4)$, $(P)\colon 2x-y+2z+4=0$

④ $I(6;-1;1)$, $(P)\colon x+2y+2z-1=0$

✍**Lời giải.**

① Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|1+2\cdot1+2\cdot2+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{10}{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=\dfrac{10}{3}$ là $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\dfrac{100}{9}$.

② Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|-2+2\cdot1-2\cdot1+5|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=1$ là $(S)\colon (x+2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

③ Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2\cdot3+2+2\cdot4+4|}{\sqrt{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}}=\dfrac{20}{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=\dfrac{20}{3}$ là $(S)\colon (x-3)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=\dfrac{400}{9}$.

④ Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|6+2\cdot(-1)+2\cdot1-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{5}{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=\dfrac{5}{3}$ là $(S)\colon (x-6)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=\dfrac{25}{9}$.

□

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-3=0$.

① Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P).

② Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc toạ độ và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

✍**Lời giải.**

① Do d vuông góc với (P) nên véc-tơ pháp tuyến của (P) $\left(\vec{n}_{(P)}=(1;2;2)\right)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.

② Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|0+2\cdot0+2\cdot0-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=1$ là $(S)\colon x^2+y^2+z^2=1$.

□

Bài 6. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ, với:

① $I(1;-2;3)$, $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$

② $I(2;3;1)$, $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$

③ $I(1;-2;1)$, $\Delta\colon \begin{cases}x=1+4t\\y=3-2t\\z=4t-2\end{cases}, (t\in\mathbb{R})$

④ $I(1;2;-1)$, $\Delta\colon \begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=2t\end{cases}, (t\in\mathbb{R})$

⑤ $I(4;2;-1)$, $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$

⑥ $I(1;2;-1)$, $\Delta\colon \begin{cases}x-2y-1=0\\z-1=0\end{cases}$

✍**Lời giải.**

① Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(-1;2;-3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(-2;14;10)$.
Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(-2)^2+14^2+10^2}}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=5\sqrt{2}$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=100$.

② Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(-2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(-8;10;6)$.
Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(-8)^2+10^2+6^2}}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{3}$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=\dfrac{200}{9}$.

③ Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(1;3;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(-7;6;10)$.
Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(-7)^2+6^2+10^2}}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{185}}{3}$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\dfrac{185}{9}$.

④ Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(1;2;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;0;2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(0;1;0)$.
Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{0^2+1^2+0^2}}{\sqrt{(-1)^2+0^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\dfrac{1}{5}$.

⑤ Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(2;-1;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(4;0;-4)$.
Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{4^2+0^2+(-4)^2}}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-4)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=\dfrac{32}{9}$.

⑥ Gọi R là bán kính mặt cầu (S).
Δ đi qua $A(1;0;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;0)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(2;-4;-4)$.
Do (S) tiếp xúc với Δ nên $R=\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{2^2+(-4)^2+(-4)^2}}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=\dfrac{6}{5}$.

□

2 DẠNG TOÁN TỔNG HỢP

Bài 7. Cho $A(1;-2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$.

① Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d.

② Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d.

✍**Lời giải.**

① Đường thẳng d đi qua $B(-1;2;-3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;-1)$. Do (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) nhận véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ của d làm véc-tơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P) là $(P)\colon 2\cdot(x-1)+1\cdot(y+2)-1\cdot(z-3)=0 \Leftrightarrow (P)\colon 2x+y-z+3=0$.

② Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;4;-6)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=(-2;14;10)$.

Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d là $\mathrm{d}(A,d)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(-2)^2+14^2+10^2}}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=5\sqrt{2}$.
Gọi phương trình mặt cầu thoả đề bài là (S). Do (S) tiếp xúc với d nên bán kính của mặt cầu (S) là $\mathrm{d}(A,d)$.
Phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50$.

□

Bài 8. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C và tâm nằm trên mặt phẳng (P), với:

① $\begin{cases} A(3;1;1),\ B(0;1;4)\ \ C(-1;-3;1) \\ (P)\colon x+y-2z+4=0 \end{cases}$

② $\begin{cases} A(2;0;1),\ B(1;3;2)\ \ C(3;2;0) \\ (P)=(Oxy) \end{cases}$

③ $\begin{cases} A(2;0;1),\ B(1;0;0)\ \ C(1;1;1) \\ (P)\colon x+y+z-2=0 \end{cases}$

✍**Lời giải.**

① Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu (S).
Do (S) đi qua ba điểm A, B, C nên $\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(a-3)^2+(b-1)^2+(c-1)^2}=\sqrt{(a-0)^2+(b-1)^2+(c-4)^2} \\ \sqrt{(a-3)^2+(b-1)^2+(c-1)^2}=\sqrt{(a+1)^2+(b+3)^2+(c-1)^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2-6a-2b-2c+11=a^2+b^2+c^2-2b-8c+17 \\ a^2+b^2+c^2-6a-2b-2c+11=a^2+b^2+c^2+2a+6b-2c+11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a+6c=6 \\ -8a-8b=0 \end{cases} (1).$

I thuộc (P) nên $a+b-2c+4=0$ (2). Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} -a+c=1 \\ a+b=0 \\ a+b-2c=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $IA=3$ là $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

② Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu (S).
Do (S) đi qua ba điểm A, B, C nên $\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(a-2)^2+(b-0)^2+(c-1)^2}=\sqrt{(a-1)^2+(b-3)^2+(c-2)^2} \\ \sqrt{(a-2)^2+(b-0)^2+(c-1)^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b-2)^2+(c-0)^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2-4a-2c+5 = a^2+b^2+c^2-2a-6b-4c+14 \\ a^2+b^2+c^2-4a-2c+5 = a^2+b^2+c^2-6a-4b+13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+6b+2c=9 \\ 2a+4b-2c=8 \end{cases}$ (1).

I thuộc $(0xy)$ nên $c=0$ (2). Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} -2a+6b+2c=9 \\ 2a+4b-2c=8 \\ c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{5} \\ b=\dfrac{17}{10} \\ c=0 \end{cases}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $IA=\dfrac{3\sqrt{65}}{10}$ là (S): $\left(x-\dfrac{3}{5}\right)^2+\left(y-\dfrac{17}{10}\right)^2+(z)^2=\dfrac{117}{20}$.

③ Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu (S).
Do (S) đi qua ba điểm A, B, C nên $\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(a-2)^2+(b-0)^2+(c-1)^2}=\sqrt{(a-1)^2+(b-0)^2+(c-0)^2} \\ \sqrt{(a-2)^2+(b-0)^2+(c-1)^2}=\sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2-4a-2c+5=a^2+b^2+c^2-2a+1 \\ a^2+b^2+c^2-4a-2c+5=a^2+b^2+c^2-2a-2b-2c+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a-c=-2 \\ -a+b=-1 \end{cases}$ (1).

I thuộc (P) nên $a+b+c-2=0$ (2). Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} -a-c=-2 \\ -a+b=-1 \\ a+b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $IA=1$ là (S): $(x-1)^2+(y)^2+(z-1)^2=1$.

□

Bài 9. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt cầu (T) cho trước, với:

① $\begin{cases} I(-5;1;1) \\ (T)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+5=0 \end{cases}$.

② $\begin{cases} I(-3;2;2) \\ (T)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z+5=0 \end{cases}$.

✍**Lời giải.**

① Mặt cầu (T) có tâm $I'(1;-2;3)$, và bán kính $R_T=\sqrt{1^2+2^2+3^2-5}=3$, $\overrightarrow{II'}=(6;-3;2)$, $II'=7$. Do đó điểm I nằm ngoài mặt cầu (T), suy ra bán kính mặt cầu (S) bằng $II'\pm R_T$ tức là bằng 10 hoặc bằng 4. Có hai mặt cầu (S) là $(x+5)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=100$ và $(x+5)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$.

② Mặt cầu (T) có tâm $I'(1;-2;4)$, và bán kính $R_T=\sqrt{1^2+2^2+4^2-5}=4$, $\overrightarrow{II'}=(4;-4;2)$, $II'=\sqrt{34}$. Do đó điểm I nằm ngoài mặt cầu (T), suy ra bán kính mặt cầu (S) bằng $II'\pm R_T$ tức là bằng $\sqrt{34}-4$ hoặc bằng $\sqrt{34}+4$. Có hai mặt cầu (S) là $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=(\sqrt{34}-4)^2$ và $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=(\sqrt{34}+4)^2$.

□

Bài 10. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng Δ theo dây cung $AB=k$ cho trước, với:

① $I(-1;3;5)$, $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$, $AB=4$. ② $I(1;3;5)$, $\Delta\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$, $AB=12$.

③ $I(0;0;-2)$, $\Delta\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{2}$, $AB=8$. ④ $I(4;1;6)$, $\Delta\colon \dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z}{1}$, $AB=6$.

✍**Lời giải.**

① Δ đi qua $A(-2;3;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;-1)$. $\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]=(-4;-5;1)$.
Gọi H là trung điểm của AB và R là bán kính mặt cầu (S). Xét tam giác cân IAB có IH là đường trung tuyến nên IH là đường cao.

Ta có $IH = \mathrm{d}(I,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\vec{u}} = \dfrac{\sqrt{(-4)^2+(-5)^2+1^2}}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}} = \sqrt{14}$ và $IA = \dfrac{AB}{2} = 2$.
Tam giác IHA vuông tại H: $R = IA = \sqrt{IH^2+HA^2} = \sqrt{2^2+14} = 3\sqrt{2}$.
Phương trình mặt cầu (S): $(S)\colon\ (x+1)^2+(y-3)^2+(z-5)^2 = 18$.

② Δ đi qua $A(2;-1;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;1;1)$. $\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right] = (1;4;-3)$.
Gọi H là trung điểm của AB và R là bán kính mặt cầu (S). Xét tam giác cân IAB có IH là đường trung tuyến nên IH là đường cao.
Ta có $IH = \mathrm{d}(I,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\vec{u}} = \dfrac{\sqrt{1^2+4^2+(-3)^2}}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}} = \dfrac{\sqrt{78}}{3}$ và $IA = \dfrac{AB}{2} = 6$.
Tam giác IHA vuông tại H: $R = IA = \sqrt{IH^2+HA^2} = \sqrt{6^2+\dfrac{26}{3}} = \dfrac{\sqrt{402}}{3}$.
Phương trình mặt cầu (S): $(S)\colon\ (x-1)^2+(y-3)^2+(z-5)^2 = \dfrac{134}{3}$.

③ Δ đi qua $A(-2;2;-3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;3;2)$. $\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right] = (7;2;-10)$.
Gọi H là trung điểm của AB và R là bán kính mặt cầu (S). Xét tam giác cân IAB có IH là đường trung tuyến nên IH là đường cao.
Ta có $IH = \mathrm{d}(I,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\vec{u}} = \dfrac{\sqrt{7^2+2^2+(-10)^2}}{\sqrt{2^2+3^2+2^2}} = 3$ và $IA = \dfrac{AB}{2} = 4$.
Tam giác IHA vuông tại H: $R = IA = \sqrt{IH^2+HA^2} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.
Phương trình mặt cầu (S): $(S)\colon\ x^2+y^2+(z+2)^2 = 9$.

④ Δ đi qua $A(-5;7;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-2;1)$. $\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right] = (-6;3;6)$.
Gọi H là trung điểm của AB và R là bán kính mặt cầu (S). Xét tam giác cân IAB có IH là đường trung tuyến nên IH là đường cao.
Ta có $IH = \mathrm{d}(I,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\vec{u}} = \dfrac{\sqrt{(-6)^2+3^2+6^2}}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = 3$ và $IA = \dfrac{AB}{2} = 3$.
Tam giác IHA vuông tại H: $R = IA = \sqrt{IH^2+HA^2} = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$.
Phương trình mặt cầu (S): $(S)\colon\ (x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2 = 18$.

□

Bài 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng d qua $C(-1;0;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;1)$. $\left[\overrightarrow{IC},\vec{u}\right] = (2;0;-2)$ Gọi H là hình chiếu của I xuống đường thẳng AB. Ta có $IH = \mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IC},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{\sqrt{2^2+0^2+(-2)^2}}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác IAB vuông tại I, đường cao IH: $\dfrac{1}{IA^2}+\dfrac{1}{IB^2} = \dfrac{1}{IH^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{IA^2} = \dfrac{1}{2IH^2} \Leftrightarrow IA = IH\sqrt{2} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.
Phương trình mặt cầu (S) tâm I, bán kính IA là $(S)\colon x^2+y^2+(z-3)^2 = \dfrac{8}{3}$. □

Bài 12. Cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng Δ tại hai điểm A, B sao cho $S_{\triangle IAB} = 12$.

✍**Lời giải.**

Đường thẳng Δ đi qua điểm $C(1;2;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;-4)$. $\left[\overrightarrow{IC},\vec{u}\right]=(-9;-9;0)$.
Gọi H là hình chiếu của I xuống đường thẳng $\Delta \Rightarrow H$ là trung điểm của AB.

Ta có $IH=\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IC},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(-9)^2+(-9)^2+0^2}}{\sqrt{1^2+1^2+(-4)^2}}=3$.

$S_{\triangle IAB}=\dfrac{1}{2}\cdot IH\cdot AB \Leftrightarrow AB=\dfrac{2\cdot S_{\triangle IAB}}{IH}=8 \Leftrightarrow HA=\dfrac{AB}{2}=4$.

Xét tam giác IHA vuông tại H: $IA=\sqrt{IH^2+HA^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm I, bán kính IA là $(S)\colon (x-3)^2+(y-4)^2+z^2=25$. □

C CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian với hệ $Oxyz$, nếu mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz) thì

A. $|a|=1$. **B.** $|b|=1$. **C.** $|c|=1$. **D.** $a+b+c=1$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-2=0, (Q)\colon x+2y-2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và tiếp xúc với hai mặt phẳng đã cho?

A. $(x-3)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=1$.
C. $(x+1)^2+y^2+z^2=1$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z+5=0$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z+4=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P), đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $(Q)\colon x-2y-2z+2=0$. **B.** $\left[\begin{array}{l}(Q)\colon x-2y-2z+2=0\\(Q)\colon x-2y-2z-4=0\end{array}\right.$.
C. $(Q)\colon x-2y-2z-2=0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}(Q)\colon x-2y-2z-2=0\\(Q)\colon x-2y-2z+4=0\end{array}\right.$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+4=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(S)\colon (x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=5$.
C. $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=5$. **D.** $(S)\colon (x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 4x-3y+2z+28=0$ và điểm $I(0;1;2)$. Lập phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (α).

A. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=29$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=29$.
C. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=\dfrac{29}{3}$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\dfrac{29}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua $A(0;-1;2)$, $B(1;0;3)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z=0$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-4), B(1;-3;1), C(2;2;3)$. Tính bán kính mặt cầu (S) đi qua A,B,C và có tâm thuộc mặt (Oxy).

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 34. **D.** 26.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=4$.
C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$. **D.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy) và đi qua ba điểm $M(1;2;-4), N(1;-3;1), P(2;2;3)$?

A. $x^2+y^2+z^2+4x-2y-21=0$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=16$.
C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z-21=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-21=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A,B,C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

A. $(x+2)^2+y^2+(z-4)^2=1$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$.
C. $(x+2)^2+y^2+(z-4)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=4$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x-2y-4z+12=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0$. Tính khoảng cách h giữa mặt phẳng và mặt cầu (nếu (S) và (P) có điểm chung thì $h=0$).

A. $h=2$. **B.** $h=0$. **C.** $h=5$. **D.** $h=3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;-2)$, bán kính $R=3$. Mà $d(I,(P))=5$ nên ta có $d((S),(P))=5-3=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2+(y-5)^2+(z-7)^2=4$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+4=0$. Biết mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tính chu vi đường tròn (C).

A. 2π. **B.** 4π. **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** 8π.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ cắt mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ theo một đường tròn có bán kính bằng 4 có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+m=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $m\in\{4;16\}$. **B.** $m\in\{1;4\}$. **C.** $m\in\{3;6\}$. **D.** $m\in\{1;3\}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính $R=\sqrt{13}$.

Ta tính được $d(I,(P))=\sqrt{13-9}=2$. Suy ra $\dfrac{|2.(-2)-2.3-1.0+m|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=2$.

Do đó $|m-10|=6 \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=16 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z+17=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với (α) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π.

A. $(\beta): 2x+2y-z-7=0$. **B.** $(\beta): 2x+2y-z+17=0$.
C. $(\beta): 2x+2y-z+7=0$. **D.** $(\beta): 2x+2y-z-17=0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y-3z+6=0$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r=\sqrt{5}$. **B.** $r=5$. **C.** $r=6$. **D.** $r=\sqrt{6}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y+10z+14=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Tính chu vi đường tròn đó.

A. 2π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** $4\sqrt{3}\pi$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r.

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=\sqrt{3}$. **C.** $r=\sqrt{\dfrac{5}{2}}$. **D.** $r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$.

✍Lời giải.

Gọi $I(a;0;0)$. Từ đề bài, ta được

$$\begin{cases} d\left(I,(P)\right)=\sqrt{R^2-2^2} \\ d\left(I,(P)\right)=\sqrt{R^2-r^2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+1|}{\sqrt{6}}=\sqrt{R^2-4} \\ \dfrac{|2a-1|}{\sqrt{6}}=\sqrt{R^2-r^2}\end{cases} \Leftrightarrow a^2-2a+2r^2-8=0(*)$$

Để có đúng 1 mặt cầu (S) thì (*) có duy nhất 1 nghiệm.$\Leftrightarrow r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2=4$ cắt mặt phẳng Oxy theo đường tròn có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R=1$. **B.** $R=16$. **C.** $R=4$. **D.** $R=2$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc mặt phẳng (P), đi qua các điểm A và O. Biết rằng tam giác OIA có chu vi bằng $6+\sqrt{2}$. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(S):(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$ hoặc $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

B. $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ hoặc $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

C. $(S):(x+2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$ hoặc $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

D. $(S):(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$ hoặc $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

✍Lời giải.

Dùng MTCT, thế tâm mặt cầu ở các phương án vào phương trình mặt phẳng.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+8=0$ và điểm $I(1;1;1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=3$. **B.** $R=5$. **C.** $R=4$. **D.** $R=6$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5^2$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm I và bán kính r của đường tròn (C).

A. $I(1;-2;3)$, $r=5$. **B.** $I(1;-2;3)$, $r=4$. **C.** $I(1;-2;0)$, $r=4$. **D.** $I(1;-2;0)$, $r=5$.

✍Lời giải.

Tâm của mặt cầu là $H(1;-2;5)$ và bán kính của mặt cầu là $R=5$.

Ta có $d(H,(Oxy))=\dfrac{|1.0+(-2).0+3.1|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=3$, suy ra $r=4$.

Mặt khác $I\in(Oxy)$ nên $z_I=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 25. Cho mặt cầu (S) có tâm I và bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn $(\mathscr{C})$ có chu vi 2π. Tính khoảng cách d từ tâm I đến mặt phẳng (P).

A. $d=2\sqrt{2}$. **B.** $d=\sqrt{2}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **D.** $d=\sqrt{7}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt cầu $(S): x^2+^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$. Mặt phẳng (Oyz) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn tâm I. Tìm tọa độ điểm I.

A. $I(-1;0;0)$. **B.** $I(0;1;-2)$. **C.** $I(0;2;-4)$. **D.** $I(0;-1;2)$.

Câu 27. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-1=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng $(P): x+3y-2z-m=0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi lớn nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=-13$. **C.** $m=13$. **D.** $m=-1$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $D(3;4;-2)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của D trên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. $\frac{4\sqrt{29}\pi}{3}$. **B**. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$. **C**. 116π. **D**. 29π.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6)$ và $D(2;4;6)$. Tìm hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4$?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.
D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=1$.

Câu 30 (SỞ GD-ĐT ĐỒNG NAI). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-3;1;-6)$ và $N(3;5;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính MN.

A. $(S): x^2+(y-3)^2+(z-3)^2=22$.
B. $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=22$.
C. $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{22}$.
D. $(S): x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=22$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(3;4;0)$ và đi qua gốc tọa độ O có phương trình là.

A. $(x-3)^2+(y-4)^2=25$.
B. $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=5$.
C. $x^2+y^2+z^2=25$.
D. $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=25$.

Câu 32 (THPT CHUYÊN VINH). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$ có bán kính $R=5$. Tìm giá trị của m.

A. $m=-16$. **B**. $m=4$. **C**. $m=16$. **D**. $m=-4$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S)có tâm $I(1;2;-3)$ và đi qua $A(1;0;4)$có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5$.
B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.
D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y+1=0$. Tính tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu (S).

A. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R=3 \end{cases}$. **B**. $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R=3 \end{cases}$. **C**. $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R=\sqrt{10} \end{cases}$. **D**. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R=9 \end{cases}$..

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(-2;-1;3), R=9$. **B**. $I(-2;-1;3), R=3$. **C**. $I(2;1;-3), R=3$. **D**. $I(2;1;-3), R=9$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:$x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)

A. Tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$.
B. Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4$.
C. Tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=4$.
D. Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=16$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-m^2+5=0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho (S) có bán kính $R=3$.

A. $m=\pm3\sqrt{2}$. **B**. $m=\pm\sqrt{2}$. **C**. $m=\pm2\sqrt{2}$. **D**. $m=\pm2\sqrt{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$. Hỏi mặt cầu (S) nào sau đây có bán kính $r=1$?

A. Mặt cầu (S) có đường kính AB.
B. Mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P).
C. Mặt cầu (S) có tâm B và tiếp xúc với mặt phẳng (P).
D. Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua điểm B.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;4;1), B(2;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-2+t \end{cases}$.
Gọi (S) là mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B**. $\sqrt{6}$. **C**. 3. **D**. $2\sqrt{3}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của m thì phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+2(m-1)y+4z+5m=0$ là phương trình mặt cầu?

A. $m\le1 \vee m\ge\frac{5}{2}$. **B**. $1\le m\le\frac{5}{2}$. **C**. $m\ge3$. **D**. $m<1 \vee m>\frac{5}{2}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-4x-6y-2mz+38=0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho phương trình trên là phương trình của một mặt cầu.

A. $m>3$ hoặc $m<-3$. **B.** $m>6$ hoặc $m<-6$.
C. $m>4$ hoặc $m<-4$. **D.** $m>5$ hoặc $m<-5$.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một mặt cầu (S) có tâm là $A(1;2;1)$. Mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+3=0$ cắt mặt cầu (S) ta được một đường tròn có diện tích hình tròn tương ứng bằng 16π. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=4$. **B.** $R=5$. **C.** $R=3$. **D.** $R=2$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $(S): x^2+y^2+z^2-2mx-2(m+1)y+m^2+1=0$. Với giá trị nào của m thì phương trình (S) là phương trình mặt cầu?

A. $-2<m<0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>0 \end{array}\right.$. **C.** $m>-2$. **D.** $m<0$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+8=0$ và điểm $I(1;1;1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(3;2;3)$, có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x-y-3=0$, đồng thời có bán kính nhỏ nhất, hãy tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(1;-1;1)$. Mặt cầu tiếp xúc 6 cạnh tứ diện $ABCD$ cắt (ACD) theo thiết diện có diện tích S. Tính S.

A. $S=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $S=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $S=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $S=\dfrac{\pi}{5}$.

✍**Lời giải.**

Thiết diện là đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$. Do đó, $S=\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu đi qua 4 điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0$ và gốc tọa độ O.

A. $R=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{21}}{6}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{21}}{8}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

✍**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A,B,C,O có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Vì $A,B,C,O \in (S)$ nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -2a+d=-1 \\ 4b+d=-4 \\ -8c+d=-16 \\ d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0,5 \\ b=-1 \\ c=2 \\ d=0 \end{cases}$, suy ra. $(S): x^2+y^2+z^2-x+2y-4z=0 \Leftrightarrow \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\dfrac{21}{4}$. Vậy $R=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 48. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;1;0)$, $C(0;0;1), D(1;1;1)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(0;m;0)$, $C(n;0;0)$ với m,n là các số thực dương thỏa mãn $m+2n=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{10}$.

1 ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. D	4. A	5. B	6. B	7. B	8. B	9. A	10. A
11. B	12. A	13. A	14. C	15. B	16. A	17. A	18. D	19. C	20. D

21. D	22. B	23. B	24. C	25. A	26. B	27. C	28. D	29. A	30. B
31. D	32. C	33. C	34. A	35. C	36. A	37. C	38. C	39. A	40. D
42. B	43. B	44. A	45. D	46. A	47. D	48. B	49. C		

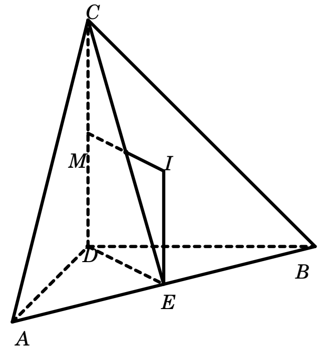
D CÂU HỎI TỔNG HỢP

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm$A(-2;0;0)$,$B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA,DB,DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-4$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-3$.

Lời giải.

Nhận xét $OA=OB=OC$ và OA,OB,OC đôi một vuông góc. Do đó ta có thể xét trường hợp D là điểm đối xứng với O qua ABC. Khi đó $D\left(-\frac{4}{3},-\frac{4}{3},-\frac{4}{3}\right)$. Từ $\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{DE}$, dẫn đến $I\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$. Vậy $S=-1$.



Chọn đáp án B □

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $(d)\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng (d') đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u}=(2;1;6)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;4;-4)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+3=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d có tọa độ âm sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2

A. $M(-1;-5;-7)$. **B.** $M(-1;-3;-5)$. **C.** $M(-2;-5;-8)$. **D.** $M(-2;-3;-1)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d, đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất. Tìm toạ độ vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của Δ.

A. $\vec{u}=(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;4;-4)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$, $d_2\colon \frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{-4}$, $d_3\colon \frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$, $d_4\colon \frac{x-2}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng trên. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-2)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường phân giác Δ của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau $d_1\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và $d_2\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

A. $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

C. $\Delta\colon \begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$ hoặc $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất.

A. $x-4y-z+1=0$. **B.** $x+4y+z-3=0$. **C.** $x-4y+z-3=0$. **D.** $x+4y-z+1=0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2;3;-4)$,$B(4;6;-9)$. Gọi C,D là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD=\sqrt{14}$

và mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất. Xác định toạ độ trung điểm của đoạn thẳng CD.

A. $\left(\frac{79}{35};\frac{64}{35};\frac{102}{35}\right)$. **B.** $\left(\frac{181}{5};\frac{-104}{5};\frac{-42}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{101}{28};\frac{13}{14};\frac{69}{28}\right)$. **D.** $(2;2;3)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;5;0),B(3;3;6)$ và $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$. Tìm điểm M thuộc d để tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất.

A. $M(3;-1;4)$. **B.** $M(-1;1;0)$. **C.** $M(1;0;2)$. **D.** $M(-3;2;-2)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. Xét đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t,\\ y=-mt,\\ z=(m-1)t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R}),m$ là tham số thực. Giả sử (P) và (P') là hai mặt phẳng chứa d, tiếp xúc với (S) lần lượt tại T và T'. Khi m thay đổi, tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng TT'.

A. $\frac{4\sqrt{13}}{5}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$. Một phần tử chuyển động thẳng với vận tốc không đổi từ $A(1;-3;0)$ đến gặp mặt phẳng (P) tại M, sau đó phần tử tiếp tục chuyển động thẳng từ M đến $B(2;1;-6)$ cùng với vận tốc như lúc trước. Tìm hoành độ của M sao cho thời gian phần tử chuyển động từ A qua M đến B là ít nhất.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** -1.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và điểm $K(-3;4;3)$. Viết phương trình đường thẳng d' song song với d, cách d một khoảng bằng 3 và cách điểm K một khoảng nhỏ nhất.

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+3}{2}$.
C. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=1\\ y=-1\\ z=t_1\end{cases}, d_2:\begin{cases}x=t_2\\ y=-1\\ z=0\end{cases}, d_3:\begin{cases}x=1\\ y=t_3\\ z=0\end{cases}.$$

Viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;2;3)$ và cắt ba đường thẳng d_1,d_2,d_3 lần lượt tại A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC.

A. $x+y-5=0$. **B.** Không tồn tại. **C.** $2x+2y-z-9=0$. **D.** $x+y+z-6=0$.

Câu 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(2;4;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABO sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, O đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-13;8;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(13;8;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-13;8;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(13;8;6)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua điểm A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc 90°. Khi độ dài đoạn MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $J(-3;2;7)$. **B.** $H(-2;-1;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $I(-1;-2;3)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;1;6)$, $B(-3;-2;-4)$, $C(1;2;-1)$ và $D(2;-2;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho tam giác ABM có chu vi nhỏ nhất. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=2$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(0;m;0)$ và ba đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x=1 \\ y=t_1 \\ z=t_1 \end{cases}$, $\Delta_2 : \begin{cases} x=-1 \\ y=-t_2 \\ z=t_2 \end{cases}$, $\Delta_3 : \begin{cases} x=t_3 \\ y=1 \\ z=-t_3 \end{cases}$. Biết rằng, tồn tại đường thẳng Δ đi qua H và cắt đồng thời cả ba đường thẳng đã cho. Tìm tất cả các giá trị của m.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m \in \{-1;1\}$. **D.** $m \notin \{-1;1\}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;3)$ và đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ A tới mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $x-2y-z-3=0$. **B.** $2x+y+2z-15=0$. **C.** $x-4y+z-4=0$. **D.** $-x+2y+z+3=0$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Gọi M là một điểm thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là một điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=2$. Biết rằng N thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính R của mặt cầu đó.

A. $R=2$. **B.** $R=1$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=\dfrac{7}{6}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$ và $d_2 : \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): 7x+y-4z=0$ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x}{7} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$.

C. $\dfrac{x+1}{7} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+\dfrac{1}{2}}{7} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-\dfrac{1}{2}}{-4}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có $A(a;0;0)$, $B(-a;0;0)$, $C(0;1;0)$, $B'(-a;0;b)$ với a, b dương thay đổi thỏa mãn $a+b=4$. Khoảng cách lớn nhất giữa hai đường thẳng $B'C$ và AC' là

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và nhận đường thẳng d tương ứng có phương trình là $2x-y+3z-3=0$ và $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$. Biết đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm M. Gọi N là điểm thuộc d sao cho MN, gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm N trên mặt phẳng (P). Tính độ dài đoạn MK.

A. $MK=\dfrac{7}{\sqrt{105}}$. **B.** $MK=\dfrac{7}{4\sqrt{21}}$. **C.** $MK=\dfrac{4\sqrt{21}}{7}$. **D.** $MK=\dfrac{\sqrt{105}}{7}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $d_1 : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$, $d_2 : \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$.
Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): 7x+y-4z=0$ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x}{7} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$.

C. $\dfrac{x+1}{7} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+\frac{1}{2}}{7} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-\frac{1}{2}}{-4}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1}$, và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+2=0$. Xét họ các mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d, đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (P). Phương trình của mặt cầu có bán kính nhỏ nhất là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$. **B.** $(x-4)^2+y^2+(z-1)^2=1$.
C. $(x+2)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$. **D.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(3;-2;1)$ trên đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (OHM).

A. $x+y+z=0$. **B**. $x+2y-z=0$. **C**. $x+y-3z=0$. **D**. $x+y-z=0$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(10;2;-1)$ và đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, song song với Δ và cách Δ một đoạn lớn nhất. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{77\sqrt{3}}{15}$. **B**. $\dfrac{77}{15}$. **C**. $\dfrac{77}{75}$. **D**. 21.

Câu 27. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng Δ_1 đi qua $A(0;1;2)$, nằm trong mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$, sao cho khoảng cách giữa Δ_1 và đường thẳng $\Delta_2: \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ là lớn nhất. Khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến Δ_1 là

A. $\sqrt{\dfrac{486}{105}}$. **B**. $\sqrt{\dfrac{487}{107}}$. **C**. $\sqrt{\dfrac{386}{107}}$. **D**. $\sqrt{\dfrac{486}{107}}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình là $d_1: \dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z+7}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Số đường thẳng đi qua $M(-1;2;0)$ vuông góc với d_1 và tạo với d_2 góc 60° là

A. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 3.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$, $B(1;1;0)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Tìm phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm A vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm B một khoảng bé nhất.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=1 \end{cases}$. **B**. $\begin{cases} x=t \\ y=4t \\ z=1-2t \end{cases}$. **C**. $\begin{cases} x=4t \\ y=t \\ z=1+7t \end{cases}$. **D**. $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Tìm điểm A trên d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3.

A. $A(0;0;-1)$. **B**. $A(-2;1;-2)$. **C**. $A(-2;-1;0)$. **D**. $A(4;-2;1)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-+3=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $\left|2\overline{MA}-\overline{MB}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-4;-1;0)$. **B**. $M(-1;-4;0)$. **C**. $M(4;1;0)$. **D**. $M(1;-4;0)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;5;2)$. M là điểm thay đổi và luôn thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MA^2$. Tập hợp điểm M là

A. mặt phẳng có phương trình $x+3y+z+1=0$.

B. mặt cầu có phương trình $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=22$.

C. đường thẳng có phương trình $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{1}$.

D. tập rỗng.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(3;2;4)$ và cắt các tia Ox, Oy và Oz lần lượt tại các điểm A, B, C. Tính thể tích $V_{\min}$ của tứ diện $OABC$.

A. $V_{\min}=112$. **B**. $V_{\min}=12$. **C**. $V_{\min}=108$. **D**. $V_{\min}=36$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và tạo với (P) một góc có số đo nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (Q).

A. $d=\sqrt{3}$. **B**. $d=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C**. $d=\sqrt{5}$. **D**. $d=1$.

Câu 35. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-3}$ và hai điểm $A(1;-1;-1)$, $B(-2;-1;1)$. Gọi C,D là hai điểm di động trên đường thẳng Δ sao cho tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ luôn nằm trên tia Ox. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

A. $CD=\sqrt{17}$. **B.** $CD=\dfrac{\sqrt{17}}{11}$. **C.** $CD=\dfrac{12\sqrt{17}}{17}$. **D.** $CD=\sqrt{13}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=25$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=m\end{cases}$. Tìm tập hợp S gồm tất cả các giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M,N sao cho $MN=6$.

A. $S=\{4+\sqrt{62},4-\sqrt{62}\}$. **B.** S=$\{2+\sqrt{31},2-\sqrt{31}\}$.

C. $S=\left\{2+\dfrac{\sqrt{62}}{2},2-\dfrac{\sqrt{62}}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-2+\dfrac{\sqrt{62}}{2},-2-\dfrac{\sqrt{62}}{2}\right\}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{2}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Biết rằng d_1 và d_2 cắt nhau, một trong hai đường phân giác của các góc tạo bởi d_1, d_2 là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$. **B.** $\begin{cases}x=t,\\y=-3-3t,\\z=2-4t.\end{cases}$ **C.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t,\\y=-2+3t,\\z=-4t.\end{cases}$

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng thẳng d đi qua $A(0;1;1)$, vuông góc với $\Delta_1:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và cắt $\Delta_2:\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=2\end{cases}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{4}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$.

✍Lời giải.

$(P):-2x+2y+z-3=0$ là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với Δ_1. (P) giao với Δ_2 tại $M(-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4};2)$.
Đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng AM có phương trình $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$ nên chọn A.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-6+t\\z=2-t\end{cases}$ và $\Delta:\begin{cases}x=5+2t'\\y=1+t'\\z=-1-t'\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+3y-z-1=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc d, tiếp xúc với cả Δ và (P). Biết hoành độ điểm I là số nguyên. Tung độ của điểm I là

A. 2. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -2.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$, $B(-9;4;9)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z+1=0$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IA-IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó, tổng $a+b+c$ là

A. $a+b+c=22$. **B.** $a+b+c=-4$. **C.** $a+b+c=-13$. **D.** $a+b+c=13$.

✍Lời giải.

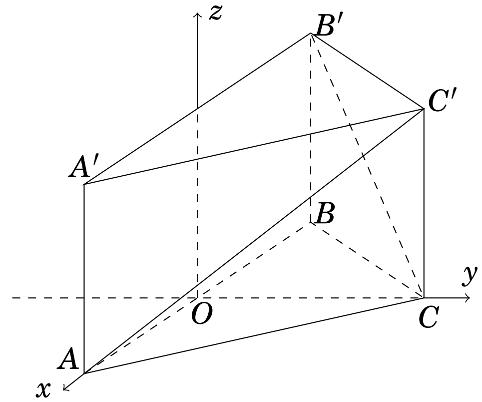
Dễ thấy A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (P). Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $(P)\Rightarrow A'(-1;3;-2)\Rightarrow|IA-IB|=\left|IA'-IB\right|\le A'B$. Dấu " = " xảy ra khi I là giao điểm của $A'B$ với mặt phẳng $(P)\Rightarrow I(7;2;-13)\Rightarrow a+b+c=-4$

Chọn đáp án B □

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(x_0;0;0)$, $B(-x_0;0;0)$, $C(0;1;0)$ và $B'(-x_0;0;y_0)$, trong đó x_0,y_0 là các số thực dương và thỏa mãn $x_0+y_0=4$. Khi khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R=\dfrac{\sqrt{29}}{2}$. **B.** $R=17$. **C.** $R=\sqrt{17}$. **D.** $R=\dfrac{29}{4}$.

✍Lời giải.



Ta có $y_0 = 4 - x_0$ nên $A(x_0;0;0)$, $C(0;1;0)$, $B'(-x_0;0;4-x_0)$, $C'(0;1;4-x_0)$

Do đó $d(AC',B'C) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{B'C}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{B'C}\right]\right|} = \dfrac{x_0(4-x_0)}{\sqrt{(4-x_0)^2+x_0^2}} \le \dfrac{x_0(4-x_0)}{2(x_0(4-x_0))} = \dfrac{1}{2}$

Dấu " = " xảy ra khi $x_0 = 4 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 2 = y_0$. Khi đó $A(2;0;0)$, $B(-2;0;0)$, $C(0;1;0)$, $B'(-2;0;2)$

Từ đó tìm được phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là $(S): x^2+y^2+z^2+3y-2z-4=0$.

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R = \dfrac{\sqrt{29}}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = z-3$ và hai điểm $A(1;2;1), B(2;4;2)$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{14}{3}\right)$. **B.** $M(3;1;4)$. **C.** $M\left(\dfrac{7}{2};2;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $M(2;-1;3)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(0;1;-2)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm giá trị lớn nhất của $|MA-MB|$.

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{12}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

✍Lời giải.

- Nhận thấy A và B nằm khác phía so với mặt phẳng Oxy nên ta lấy điểm $B'(0;1;2)$ đối xứng với B qua mặt phẳng Oxy. Khi đó ta có A và B' cùng phía và $|MA-MB| = |MA-MB'| \le AB' = \sqrt{6}$.
Dáu bằng xảy ra khi A, B', M thẳng hàng.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(9;-3;5), B(a;b;c)$. Gọi M,N,P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng toạ độ (Oxy), (Oxz), (Oyz). Biết M,N,P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của $a+b+c$ là

A. -21. **B.** -15. **C.** 15. **D.** 21.

✍Lời giải.

Gọi $M(m_1,m_2,0)$ thuộc (Oxy), $N(n_1,0,n_2)$ thuộc (Oxz), $P(0,p_1,p_2)$ thuộc (Oyz).
$\overrightarrow{AM} = (m_1-9, m_2+3, -5)$, $\overrightarrow{NP} = (-n_1, p_1, p_2-n_2)$
Ta có $AM = MN = NP = PB$ nên M là trung điểm của AN, N là trung điểm của MP, P là trung điểm của NB.

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} \\ M \text{ là trung điểm } AN. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9+n_1 = 2m_1 \\ -3 = 2m_2 \\ 5+n_2 = 0 \\ m_1 - 9 = -n_1 \\ m_2 + 3 = p_1 \\ -5 = p_2 - n_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_2 = -\dfrac{3}{2} \\ n_2 = -5 \\ m_1 = 6 \\ n_1 = 3 \\ p_2 = -10 \\ p_1 = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow P(0;\dfrac{3}{2};-10), N(3;0;-5)$. Do P là trung điểm của NB nên $B(-3;3;-15)$.

Vậy $a+b+c = -15$.

Chọn đáp án B □

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1), A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z}{-1}$. Tìm vec-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u} = (3;4;-4)$. **B.** $\vec{u} = (2;2;-1)$. **C.** $\vec{u} = (2;1;6)$. **D.** $\vec{u} = (1;0;2)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2-t\end{cases}$ và đường thẳng $d':\begin{cases}x=0\\y=t'\\z=t'\end{cases}$. Tính bán kính nhỏ nhất R của mặt cầu tiếp xúc với d và d'.

A. $R=1$. **B.** $R=\frac{1}{2}$. **C.** $R=2$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với d và d' là mặt cầu có độ dài đường kính là khoảng cách giữa d và d'. Suy ra $R=\frac{\mathrm{d}(d,d')}{2}=\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;1;3)$, $N(10;6;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-10=0$. Điểm $I(-10;a;b)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IM-IN|$ lớn nhất. Tính tổng $T=a+b$.

A. $T=6$. **B.** $T=5$. **C.** $T=1$. **D.** $T=2$.

✍**Lời giải.**

Từ giả thiết, nhận thấy rằng hai điểm M, N nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (P). Vậy, $|IM-IN|$ lớn nhất khi I,M,N thẳng hàng, hay I là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (P).

Chọn đáp án (D) □

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-2}{3}$, $d_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Hai điểm M,N lần lượt thuộc hai đường thẳng d_1 và d_2 sao cho đường thẳng MN cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B. Tìm tọa độ điểm N để đoạn thẳng AB có độ dài lớn nhất.

A. $N\left(\frac{4}{7};-\frac{18}{7};\frac{16}{7}\right)$. **B.** $N(4;-3;1)$. **C.** $N\left(-\frac{4}{7};-\frac{18}{7};\frac{16}{7}\right)$. **D.** $N(-2;-4;3)$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$, bán kính $R=3$. Giả sử $M(1+t;-2+4t;2+3t)\in d_1$ và $N(2+2t';2t';1-t')\in d_2$. AB lớn nhất khi AB là đường kính của mặt cầu. Do đó M,N,I thẳng hàng. Từ đó tìm được $N\left(-\frac{4}{7};-\frac{18}{7};\frac{16}{7}\right)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$, $B(1;2;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{-2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho diện tích tam giác MAB có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2;-3;-2)$. **B.** $M(0;-1;2)$. **C.** $M(1;-2;0)$. **D.** $M(-1;0;4)$.

✍**Lời giải.**

Gọi $M(t;-1-t;2-2t)\in d$, khi đó ta có $\overrightarrow{AM}=(t;-t-2;-2t+1)$, $\overrightarrow{BM}=(t-1;-t-3;-2t+1)$.

Xét $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM}\right]=(-2t+1;2t-1;-2t-2)$.

Ta có $S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{12t^2+6}\ge\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MAB}\min \iff t=0$. Khi đó $M(0;-1;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và các điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;2;0)$. Gọi d là đường thẳng đi qua B, cắt đường thẳng Δ và có khoảng cách từ A tới d lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng Δ.
B. Đường thẳng d vuông góc với trục Oz.
C. Đường thẳng d vuông góc với trục Ox.
D. Đường thẳng d vuông góc với trục Oy.

✍Lời giải.

Gọi hình chiếu của A lên d là H. Ta có $AH \le AB$ với AB không đổi. Suy ra, khoảng cách từ A tới d là lớn nhất khi và chỉ khi H trùng B, hay $AB \perp d$. Gọi giao điểm của d và Δ là M.
Do $M \in \Delta$ nên $M(1+t;0;-t)$. Véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{BM} = (2+t;-2;-t)$. Ta có, $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BM}$ nên suy ra $t=-2$. Do đó, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{BM} = (0;-2;2)$.
Vậy d vuông góc với trục Ox.
Chọn đáp án C □

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-m}{1}$, với m là tham số. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

✍Lời giải.

Ta kiểm tra với từng giá trị của m.
Chọn đáp án B □

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z}{3}$. Xét mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (α) đạt giá trị lớn nhất. Xác định tọa độ giao điểm M của (α) và trục Oz.

A. $M(0;0;-9)$. **B.** $M\left(0;0;\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $M(0;0;6)$.

✍Lời giải.

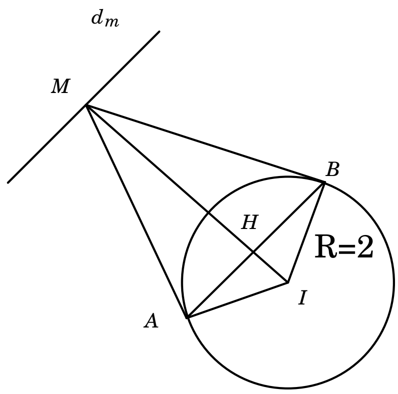
Để khoảng cách từ O đến (α) là lớn nhất thì (α) nhận $\overrightarrow{OH}$ làm véc-tơ pháp tuyến, với H là hình chiếu của O lên d. Có $H \in d$ và $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{u_d}$ nên $H(3;3;-3)$.
Vậy $(\alpha): x+y-z-9=0 \Rightarrow M = (\alpha) \cap Oz = (0;0;-9)$.
Chọn đáp án A □

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$ và đường thẳng $(d_m): \begin{cases} x=1+t \\ y=-mt \\ z=(m-1)t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$, m là tham số thực. Giả sử hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa (d_m), tiếp xúc với (S) lần lượt tại A và B. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $AB = \dfrac{4\sqrt{13}}{5}$.

A. $m=-3$. **B.** $m=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $m=\dfrac{1}{5}$. **D.** $m=3$.

✍Lời giải.

Mặt cầu có tâm là $I(1;2;3)$, bán kính $R=2$.
Gọi M là hình chiếu của I lên (d_m).



Ta có $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{5}$.

$\Rightarrow IM = \dfrac{IA^2}{IH} = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$.

Mà $IM = d(I, d_m) = \sqrt{\dfrac{(5m-2)^2+13}{m^2+(m-1)^2+1}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{(5m-2)^2+13}{m^2+(m-1)^2+1}} = \dfrac{5}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d và mặt phẳng (P) có phương trình $(d): \begin{cases} x=3+2t \\ y=2-2t \\ z=-4-7t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$, $(P): 3x+y-z-4=0$. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-4}{3} = \dfrac{z-3}{6}$.

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+3}{6}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{8}$.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(3;5;-1)$, $B(0;-1;8)$, $C(-1;-7;3)$, $D(0;1;2)$ và điểm $M(1;1;5)$. Gọi $(P): x+ay+bz+c=0$ là mặt phẳng đi qua các điểm D, M sao cho (P) chia tứ diện $ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=\dfrac{1}{3}$. **B.** $S=\dfrac{4}{3}$. **C.** $S=\dfrac{7}{2}$. **D.** $S=0$.

Lời giải.

Ta thấy điểm M nằm trên đoạn AB đồng thời $AM=2MB$. Giả sử mặt phẳng (P) cắt cạnh AC tại điểm N. Theo giả thiết $\dfrac{V_{AMND}}{V_{ABCD}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. Tính được $N(0;-4;2)$. Viết phương trình mặt phẳng $(ABC): x-\dfrac{1}{3}z+\dfrac{2}{3}=0\Rightarrow P=a+b+c=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;8;-11)$, $B(3;5;-4)$, $C(2;1;-6)$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2+(y-2))^2+(z+1)^2=9$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên (S) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P=x_M+y_M$.

A. $P=4$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=2$.

Lời giải.

Ta có $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{DC}\right|=\left|-\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}\right|$.

Chọn điểm D sao cho $\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\vec{0}\Rightarrow D(0;-2;1)$.

Đường thẳng đi qua D và tâm I của mặt cầu cắt mặt cầu tại 2 điểm $M_1(2;0;0)$, $M_2(6;4;-2)$. Vậy điểm M cần tìm là $M_1(2;0;0)\Rightarrow P=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;5)$, mặt phẳng $(P): z-5=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-4)^2+(z-8)^2=25$. Tìm phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua A, nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung có độ dài ngắn nhất.

A. $\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\\z=5\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=5\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3+2t\\z=5\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=3+t\\z=5\end{cases}$.

Lời giải.

Nhận xét thấy (P) cắt (S) và A nằm trong mặt cầu (S) nên Δ cắt (S) theo một dây cung ngắn nhất khi Δ vuông góc với bán kính của đường tròn giao tuyến đi qua A.

Gọi J là tâm của đường tròn giao tuyến, I là tâm cầu mặt cầu, khi đó J là hình chiếu của I lên $(P)\Rightarrow J(3;4;5)\Rightarrow$ véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{JA}\right]=(1;-1;0)$. Vậy đáp án là **A.**

Chọn đáp án A □

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau có phương trình lần lượt là $d_1: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{2}$, $d_2: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Một trong hai đường phân giác của các góc tạo bởi d_1, d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-3+3t\\z=2-4t\end{cases}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-2+3t\\z=-4t\end{cases}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $I(2;-2;0)$.

Đường thẳng d_1 có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;2)$, đường thẳng d_2 có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(2;1;-2)$.

Do $|\overrightarrow{u_1}|=|\overrightarrow{u_2}|$ nên vec-tơ chỉ phương của đường phân giác của góc tạo bởi đường thẳng d_1, d_2 là $\overrightarrow{w_1}=(3;-1;0)=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}$ hoặc $\overrightarrow{w_2}=(1;3;-4)=\overrightarrow{u_2}-\overrightarrow{u_1}$.

Dễ thấy đáp án **D.** thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T=$

$MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q): $2x-y-2z+3=0$.

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{121}{54}$. **C.** 24. **D.** $\dfrac{91}{54}$.

✍Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}$.

Khi đó, $I\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{6}\right)$ và $T=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2$.

Như vậy, T đạt giá trị nhỏ nhất khi đoạn MI ngắn nhất, tức M là hình chiếu của I trên (P).

Từ đó suy ra điểm $M\left(-\dfrac{7}{18};-\dfrac{7}{18};-\dfrac{11}{9}\right)$ và $d[M,(Q)]=\dfrac{91}{54}$.

Chọn đáp án D □

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

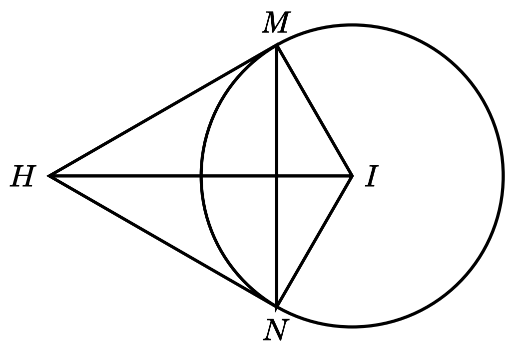
A. 4. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

✍Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của I-tâm mặt cầu (S) lên d.

Khi đó, $\dfrac{1}{2}MN.HI=IM.HM\ (=S_{IMHN})$

Trong đó $HI=d(I,d)=\sqrt{6}$, IM chính là bán kính mặt cầu (S) và bằng $\sqrt{2}$, $HM=\sqrt{IH^2-IM^2}=2$. Từ đó ta tính được $MN=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án C □

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với $(Q):3x+4y-4z+5=0$ cắt (P) tại B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **D.** $\sqrt{41}$.

✍Lời giải.

Ta có AB không đổi và $MA^2+MB^2=AB^2$ nên MB lớn nhất khi MA nhỏ nhất và khi đó M là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Vậy $MB=\sqrt{AB^2-d^2(A,(P))}=\sqrt{41-36}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các đỉnh $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. (P) là mặt phẳng thay đổi luôn chứa đường thẳng CD'. Gọi φ là góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Trong trường hợp góc φ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị biểu thức $F=\dfrac{8\tan^2\varphi+3\cot\varphi-1}{\tan\varphi+\cot\varphi}$.

A. $\dfrac{27+5\sqrt{3}}{12}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{3+23\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{61-29\sqrt{3}}{4}$.

✍Lời giải.

Từ giả thiết tìm suy ra $C(1;1;0), D'(0;1;1)$. Gọi $\vec{n}(a;b;c)\neq\vec{0}$ là vectơ pháp tuyến của (P). Khi đó vì (P) chứa CD' nên phương trình (P) có dạng $a(x-1)+b(y-1)+cz=0$ và $-a+c=0\Leftrightarrow c=a$ nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b;a)$. Mặt phẳng $(BDB'D')$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}(1;1;0)$. Ta có $\cos\varphi=|\cos(\vec{n};\overrightarrow{n_1})|=\dfrac{|a+b|}{\sqrt{2(2a^2+b^2)}}$ Ta dễ dàng chứng minh được $\cos\varphi\leq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên

φ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và khi đó $\tan\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ nên $F = \dfrac{27+5\sqrt{3}}{12}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;-1;-6)$ và đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn chứa đường thẳng Δ, (S) là mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) sao cho mặt cầu (S) có bán kính lớn nhất. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = 3\sqrt{2}$. **B.** $R = 5$. **C.** $R = 2\sqrt{3}$. **D.** $R = 2\sqrt{5}$.

✍**Lời giải.**

Bán kính mặt cầu (S) lớn nhất bằng khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ. Từ đó tính được $R = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Gọi α là góc nhỏ nhất mà mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B tạo với mặt phẳng (P). Tính giá trị của $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{9}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{6}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

✍**Lời giải.**

Gọi d là giao tuyến của (P) và Q. Khi đó, để α là góc nhỏ nhất thì $AB \perp d$. Ta có $\overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}] = (-3;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{AB}] = (-6;0;6)$. Vậy $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;-5)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Biết $N(a;b;c)$ thuộc d và độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 1$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 3$.

✍**Lời giải.**

Điểm $N(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d nên $\{a = 1 + 2t, b = -1 + t, c = -t\}$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2t-1; 1+t; 5-t)$, do đó $MN = \sqrt{6t^2 - 12t + 27}$. Vậy, $MN_{\min} \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow T = 2$

Chọn đáp án (C) □

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $N(4;4;1)$ và hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = 2 + t, \\ z = -1 - 2t, \end{cases}$ $d_2 : \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-2}{-1}$. Gọi d là đường vuông góc chung của d_1 và d_2, điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a + b - c$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-1}$, $d_2 : \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua M, đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$, $d_2 : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{1}$, $d_3 : \dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d, biết d cắt ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{1}$.

✍**Lời giải.**

Gợi ý. Tham số A,B,C theo các đường thẳng và sử dụng điều kiện B là trung điểm của đoạn AC.

Chọn đáp án B □

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào sau đây?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$. Tọa độ điểm B là $B(-2;-2;1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P). Ta tính được tọa độ điểm A' là $A'(-3;-2;-1)$.

Ta có, $\begin{cases}MB\perp AM\\MB\perp AA'\end{cases}$ suy ra $MB\perp MA'$. Theo tính chất đường vuông góc ta có $MB\le A'B$. Do đó, MB lớn nhất khi $MB=A'B$, như vậy $M\equiv A'(-3;-2;-1)$.

Phương trình đường thẳng (MB) là $(MB):\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}$. Điểm thuộc MB là điểm $I(-1;-2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Xét mặt phẳng (P) chứa CD', gọi α là góc giữa (P) và mặt phẳng $(BB'C'C)$. Giá trị nhỏ nhất của α là

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+2z+5=0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất, đi qua O, A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có tâm là

A. $I(1;2;2)$. **B.** $I\left(1;-\dfrac{19}{4};2\right)$. **C.** $I(1;-2;2)$. **D.** $I\left(1;\dfrac{19}{4};2\right)$.

Lời giải.

Điểm I thuộc đường thẳng d: $\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2\end{cases}\Rightarrow$ ta thấy đáp án A thỏa mãn $I\in d$

Chọn đáp án A □

Câu 72. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-1}{4}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 sao cho khoảng cách giữa (P) và d_2 là lớn nhất. Giả sử một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $(1;m;n)$. Khi đó tổng $m+n$ là

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $-\dfrac{9}{4}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $2x+y-2z-10=0$. **B.** $2x+2y+z-18=0$. **C.** $x-2y+2z-1=0$. **D.** $2x+y+2z-19=0$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$ và hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm I (khác B) thuộc đường thẳng AB sao cho khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P).

A. $I\left(2;\dfrac{8}{3};1\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};1\right)$. **C.** $I(-3;1;1)$. **D.** $I(3;3;1)$.

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$ và hai điểm $A(1;0;4), B(0;1;4)$. Các mặt phẳng $(P_1),(P_2)$ chứa đường thẳng AB và lần lượt tiếp xúc với mặt cầu (S) tại các điểm H_1,H_2. Viết phương trình đường thẳng H_1H_2 .

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = \frac{1}{2} + t \\ z = 4 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$.

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x+4}{-3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-5}{1}$ và hai điểm $A(4;6;-9)$, $B(2;3;-4)$. Gọi C,D là các điểm thay đổi trên Δ sao cho $CD = 2\sqrt{14}$. Tìm tọa độ các điểm C,D sao cho khối cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất, biết hoành độ điểm C lớn hơn hoành độ điểm D.

A. $C(2;2;3), D(-4;6;5)$. **B.** $C\left(4;\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right), D\left(-2;\frac{14}{3};\frac{13}{3}\right)$.

C. $C(-1;4;4), D(-7;8;6)$. **D.** $C(5;0;2), D(-1;4;4)$.

✍**Lời giải.**

Mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất $\Leftrightarrow r_{ABCD}\ max$

$\Leftrightarrow \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}+S_{ABD}+S_{ACD}+S_{BCD}}\ max \Leftrightarrow S_{ABC}+S_{ABD}\ min$ (do $V_{ABCD}, S_{ACD}+S_{BCD}$ không đổi)

$\Leftrightarrow d(C,AB)+d(D,AB)\ min$.

Gọi XY là đoạn vuông góc chung của Δ và AB ($X \in \Delta$). Tìm được $X(2;2;3)$.

Gọi Δ' là đường thẳng qua X và song song với AB; (α) là mặt phẳng chứa Δ và Δ'.

Ta có $\widehat{(\Delta,\Delta')} = \gamma = const$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của C,D lên đường thẳng AB và H',K' lần lượt là hình chiếu của H,K lên (α).

Ta có

$$\begin{aligned} d(C,AB)+d(D,AB) &= CH + DK \\ &= \sqrt{CH'^2 + H'H^2} + \sqrt{DK'^2 + K'K^2} \\ &= \sqrt{CH'^2 + XY^2} + \sqrt{DK'^2 + XY^2} \\ &\geq \sqrt{(CH' + DK')^2 + (2XY)^2} \\ &= \sqrt{(CD\sin\gamma)^2 + (2XY)^2} = const. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow X$ là trung điểm CD.

Từ đó tìm được $C(5;0;2), D(-1;4;4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1), B(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Gọi M là điểm nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $AM+BM$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính độ dài đoạn OM.

A. $OM = 2\sqrt{5}$. **B.** $OM = \frac{\sqrt{86}}{4}$. **C.** $OM = 4\sqrt{86}$. **D.** $OM = \frac{\sqrt{59}}{2}$.

✍**Lời giải.**

- Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $C(4;0;0)$, $D(0;4;0)$, $E(0;0;4)$.

- Do $(0+0+1-4)(1+1+1-4) > 0$ nên A và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P). Giả sử G là trọng tâm của tam giác CDE, suy ra $G\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$ và $\overrightarrow{BG}\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. Nhận thấy $\overrightarrow{BG}$ cùng phương với véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) nên G là hình chiếu của B trên mặt phẳng (P), từ đó suy ra $B'\left(\frac{5}{3};\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right)$ là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (P).

- Phương trình đường thẳng $A'B: \frac{x}{5} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{2}$.

- Ta có $MA + MB \geq MA + MB' \geq AB'$. Vậy $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của AB' với mặt phẳng (P), suy ra $M\left(\frac{5}{4};\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$. Từ đó ta có $OM = \frac{\sqrt{86}}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$,

$d_2: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 2+4t \\ z = -4t \end{cases}$, $d_3: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$, $d_4: \begin{cases} x = 1+t' \\ y = 2t' \\ z = 1-t' \end{cases}$. Gọi d là đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d?

A. $A(0;0;1)$. **B.** $B(2;2;2)$. **C.** $C(6;6;-3)$. **D.** $D(4;4;-2)$.

✍Lời giải.

- d_1 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(1;2;-2)$.
- Lấy $A(1;2;0) \in d_1, B(2;2;0) \in d_2$ suy ra $\overrightarrow{AB}(1;0;0)$.
- Nhận thấy đường thẳng $d_1 \parallel d_2$ suy ra mặt phẳng (P) chứa d_1 và d_2 sẽ đi qua A và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{AB}] = (0;2;2)$, từ đó ta có $(P): y+z-2 = 0$.
- Giao của (P) với d_3 là $C(1;1;1)$, giao của (P) với d_4 là $D(2;2;0)$, suy ra đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{3}$, $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu song song của d theo phương Δ trên mặt phẳng $y+2=0$?

A. $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = -2 \\ z = 5-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -2 \\ z = 5-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3-t \\ y = -2 \\ z = 5+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2 \\ z = -1+2t \end{cases}$.

✍Lời giải.

Giao điểm của d và mặt phẳng đã cho là $M(3;-2;5)$ (thay $y=-2$ vào phương trình của d). Lấy điểm $(1;-1;2)$ trên d. Phương trình đường thẳng d' đi qua điểm này và có phương $(1;1;3)$ của Δ là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$. Thay $y=-2$ ta tìm được tọa độ giao điểm của d' và mặt phẳng đã cho, đó là điểm $N(0;-2;-1)$. Đường thẳng cần tìm có phương song song với $\overrightarrow{NM} = (3;0;6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y-z+5=0$ và hai điểm $A(3;1;0)$, $B(-8;-7;-1)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $K = a+b+c$.

A. $K = 29$. **B.** $K = 0$. **C.** $K = 6$. **D.** $K = 4$.

✍Lời giải.

Đường thẳng qua A, vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{-1}$. Giao của nó với mặt phẳng (P) có tọa độ $(2;3;1)$. Từ đây ta tính được điểm đối xứng của A qua (P) là $A'(1;5;2)$. Điểm M là giao điểm của đường thẳng BA' và mặt phẳng (P). Ta tìm được tọa độ của M là $(-2;1;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5-t \\ z = -2+t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng Oxy. Viết phương trình của d'.

A. $d': \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5-t \\ z = 0 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. **B.** $d': \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 0 \\ z = -2+2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

C. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 5-t \\ z = -2+2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. **D.** $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2+2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

Câu 82. Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(a;0;0)$, $B(-a;0;0)$, $C(0;1;0)$, $B'(-a;0;b)$, với a, b dương thay đổi thỏa mãn $a+b=4$. Khoảng cách lớn nhất giữa hai đường thẳng $B'C$ và AC' là

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(6;0;6), B(8;-4;-2), C(0;0;6), D(1;1;5)$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng CD sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính $T = a-b+3c$.

A. $T=16$. **B.** $T=-12$. **C.** $T=12$. **D.** $T=8$.

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-5;2;2)$, $B(-1;6;2)$. Mặt phẳng $(P): x+y-2z-5=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất, khi đó tính giá trị của tích $a.b.c$.

A. -20. **B.** 0. **C.** 12. **D.** 24.

✍**Lời giải.**

Gọi $I(x,y,z)$ là điểm sao cho $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

Khi đó ta có $\begin{cases} -5-x+3(-1-x)=0 \\ 2-y+3(6-y)=0 \\ 2-z+3(2-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=5 \\ z=2 \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MI}$, do đó $|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow |4\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Viết phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc với mặt phẳng (P), sau đó tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) ta được tọa độ điểm M hay nói cách khác ta tìm được a,b,c.

Ta tính được $a.b.c=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các mặt phẳng (α) thay đổi có phương trình $ax+by-(a+b)z=0$; trong đó, hai số a và b không đồng thời bằng 0. Tìm khoảng cách h lớn nhất từ điểm $A(2;1;3)$ tới các mặt phẳng (α).

A. $h=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=3\sqrt{2}$. **C.** $h=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $h=\sqrt{2}$.

✍**Lời giải.**

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng cố định $\triangle: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$. Do đó giá trị h lớn nhất bằng $\mathrm{d}(A,\triangle)=\sqrt{2}$.

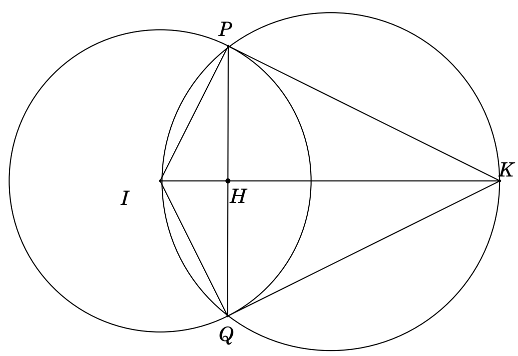
Chọn đáp án D □

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$ và đường thẳng $d: x-2=y=-z$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa (d), tiếp xúc với (S) tại P và Q. Tìm tọa độ trung điểm H của đoạn thẳng PQ.

A. $H\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{7}{6}\right)$. **B.** $H\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6};-\dfrac{5}{6}\right)$. **C.** $H\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6};\dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{6};-\dfrac{6}{7}\right)$.

✍**Lời giải.**

Goi $I(0;1;-1)$ là tâm mặt cầu (S). Giả sử (α) là mặt phẳng qua I vuông góc và cắt d tại K. Suy ra $K(2;0;0)$. Khi đó, ta cũng có I,P,K,Q đồng phẳng và nằm trên một đường tròn đường kính IK như hình vẽ bên. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông IPK, ta có $IH.IK = IP^2=1$ và $IK=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. Suy ra $\overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{6}=\overrightarrow{IK}$ $=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{6}\right)$. Do đó, ta nhận được $H\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6};-\dfrac{5}{6}\right)$



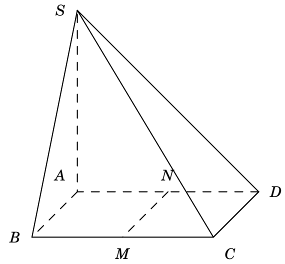
Chọn đáp án B □

Câu 87. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$ với $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;4;0)$, $S(0;0;4)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và MN. Một học sinh làm như sau

Bước 1. Do $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(4;4;0)$, $\overrightarrow{SC} = (4;4;-4)$. $M(4;2;0)$, $N(0;2;0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-4;0;0)$. $\left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{MN}\right] = 16(0;1;1)$.

Bước 2. Mặt phẳng (α) chứa SC và song song với MN là mặt phẳng đi qua $S(0;0;4)$ và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0;1;1)$ có phương trình là $y + z - 4 = 0$.

Bước 3. $d(SC, MN) = d(M, (\alpha)) = \dfrac{|2+0-4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.



Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, Δ_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z+1=0$. Trong các đường thẳng đi qua $A(2;-1;2)$ và cắt Δ_1, viết phương trình đường thẳng Δ sao cho khoảng cách giữa Δ và Δ_2 là lớn nhất.

A. $\Delta : \dfrac{x-2}{41} = \dfrac{y+1}{68} = \dfrac{z-2}{-27}$. **B.** $\Delta : \dfrac{x-2}{41} = \dfrac{y-1}{68} = \dfrac{z-2}{-27}$.

C. $\Delta : \dfrac{x-2}{41} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\Delta : \dfrac{x-2}{41} = \dfrac{y+1}{68} = \dfrac{z-2}{27}$.

✍Lời giải.

Từ giả thiết ta có:

+ Δ_2 đi qua điểm $M(-1;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;-2;-3)$.

Gọi N là giao điểm của Δ với Δ_1, suy ra $N(1+2t;-1+t,1+t)$ và $\overrightarrow{AN}(2t-1;t;t-1)$. Khi đó:

$$d[\Delta, \Delta_2] = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AN};\vec{u}\right].\overrightarrow{AM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AN};\vec{u}\right]\right|} = \frac{|20t-2|}{\sqrt{75t^2-72t+24}} = \sqrt{\frac{400t^2-80t+4}{75t^2-72t+24}} = f(t).$$

Khảo sát hàm số $f(t)$ ta được $\max f(t) = \sqrt{\dfrac{195}{14}}$ khi $t = \dfrac{68}{95}$, từ đó ra được đáp án A.

Chọn đáp án A □

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng đi qua A, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-2;-1;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(-3;2;7)$. **D.** $(3;0;15)$.

✍Lời giải.

Vì $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M thuộc mặt cầu đường kính AB. MB lớn nhất khi MB là đường kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu và (P). Suy ra M là hình chiếu của A lên (P). Do đó $BM : \begin{cases} x = -2+t, \\ y = -2 \\ z = 1+2t. \end{cases}$. Vậy $(-1;-2;3) \in BM$.

Chọn đáp án B □

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Tính $T = a-b$.

A. $T=-2$. **B.** $T=1$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=0$.

✍Lời giải.

Ta thấy M nằm bên trong mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và $M \in (P)$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{4})$ trong đó H là hình chiếu vuông góc của O lên

(P).
Đường thẳng Δ thoả mãn yêu cầu bài toán khi Δ nằm trong (P) và $\Delta \perp HM$ nên Δ nhận $\left[\overrightarrow{OH},\overrightarrow{HM}\right]=(12;-12;0)=12(1;-1;0)$ làm véctơ chỉ phương. Suy ra $\vec{u}(1;-1;0)$ nên $T=-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$, $N(-4;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, song song với mặt phẳng $(P): 2x+y+z=0$ sao cho khoảng cách từ N tới Δ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $\Delta: \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-4}$.
B. $\Delta: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-1}$.
C. $\Delta: \dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-8}$.
D. $\Delta: \dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+3}{-3}$.

✍Lời giải.
Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với $(P) \Rightarrow (\alpha): 2x+y+z-3=0$.
Gọi H là hình chiếu của N lên $(\alpha) \Rightarrow H(-8,10,9)$.
Để khoảng cách từ N đến Δ là nhỏ nhất thì Δ phải đi qua H.
Khi đó véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{MH}=(-10;8;12)$. Vậy chọn đáp án **C**.

Chọn đáp án D □

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=3-t' \\ y=t' \\ z=0 \end{cases}$.
Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d và d'.

A. $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$.
B. $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$.
C. $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$.
D. $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+(z=2)^2=16$.

✍Lời giải.
Ta tìm đoạn vuông góc chung MM' của hai đường thẳng d và d', ta được $M(2;1;4)$ và $M'(2;1;0)$.
Khi đó mặt cầu S nhận MM' làm đường kính.

Chọn đáp án C □

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(2;1;6)$. **D.** $\vec{u}(3;4;-4)$.

✍Lời giải.
Gọi H là hình chiếu của A lên Δ thì ta có $AH \le AM$. Dấu bằng xảy ra khi Δ đi qua M vuông góc với d và AM. Ta có $\vec{u_d}=(2;2;-1), \overrightarrow{AM}=(-3;-4;4)$. Vậy $\vec{u}=[\vec{u_d};\overrightarrow{AM}]=(4;-5;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ và điểm $A(1;7;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

A. $2x-6y+z-4=0$. **B.** $2x+y-2z-10=0$. **C.** $x+y+2z-15=0$. **D.** $x-2y-z+1=0$.

✍Lời giải.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên $d \Rightarrow K(3;1;4)$
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(P) \Rightarrow AH \le AK$.
Dấu $"="$ xảy ra khi $H \equiv K$
$\Rightarrow$ Phương trình $(P): 2x-6y+z-4=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$, điểm $A(4;6;-7)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{-4}$. Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng d. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB không đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $I(1;1;4)$. **B.** $J(2;-2;9)$. **C.** $K(-4;-2;-3)$. **D.** $H(-2;-2;1)$.

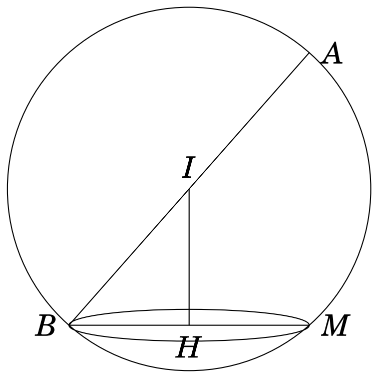
✍**Lời giải.**

Tọa độ của B là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x+2y-z+9=0\\ \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{-4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\ y=-2\\ z=1\end{cases}.$

Suy ra $B(-2;-2;1)$.

Điểm M thay đổi trong (P) sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$, nên M nằm trên đường tròn (C) là giao của (P) với mặt cầu đường kính AB. Do đó, khi MB lớn nhất thì MB là đường kính của đường tròn (C).

Goi I là trung điểm của AB, suy ra $I(1;2;-3)$. Bán kính mặt cầu $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{41}$.



Gọi N là tâm của đường tròn (C), Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). Khi đó, phương trình $\Delta\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+2t\\ z=-3-t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Tọa độ N là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+2t\\ z=-3-t\\ 2x+2y-z+9=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-3\\ y=-2\\ z=-1\end{cases}$. Suy ra $N(-3;-2;-1)$

Khi BM lớn nhất, phương trình đường thẳng BM có dạng: $\begin{cases}x=-2-t'\\ y=-2\\ z=1-2t'\end{cases}$.

Nhận thấy các điểm J,K,H đều thuộc đường thẳng BM, điểm I không thuộc BM.

Chọn đáp án A □

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Gọi điểm M thuộc d sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $Q=x_M^2+y_M^2+z_M^2$.

A. $Q=29$. **B.** $Q=\dfrac{53}{18}$. **C.** $Q=\dfrac{49}{18}$. **D.** $\dfrac{101}{36}$.

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-1)$ và mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A cắt (S) tại hai điểm B, C sao cho BC có độ dài lớn nhất.

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

✍**Lời giải.**

Gọi I là tâm mặt cầu (S).

Ta có: $\dfrac{BC}{2}=\sqrt{\mathbf{R}^2-d^2(I,d)}$.

BC đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $d(I,d)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Kiểm tra nhanh ta có đường thẳng ở phương án **C** có $d(I,d)=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;-1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $(P):x-y=0$. **B.** $(P):x-y+2=0$. **C.** $(P):x+y+4=0$. **D.** $(P):x+y-2=0$.

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;3;-1)$, $B(2;3;2)$, $C(-1;0;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) để $S=|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MC}|+|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

A. $M\left(-1;0;\dfrac{7}{3}\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{2};0;2\right)$. **C.** $M(0;3;0)$. **D.** $M\left(1;0;\dfrac{7}{3}\right)$.

✍**Lời giải.**

- Giả sử G là trọng tâm tam giác ABC, suy ra $G(1;2;1)$.
- Lấy $D(-2;-1;3)$ ta có $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{DC}$.
- Khi đó ta có

$$\begin{aligned} S &= |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MC}| + |3\overrightarrow{MG}| = |\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{MC}| + |3\overrightarrow{MG}| \\ &= |3\overrightarrow{DC} - 3\overrightarrow{MC}| + |3\overrightarrow{MG}| = |3\overrightarrow{MD}| + |3\overrightarrow{MG}| \ge |3\overrightarrow{DG}|. \end{aligned}$$

- Vậy S nhỏ nhất khi M là giao điểm của DG với mặt phẳng Oxz. Viết phương trình DG và tìm giao điểm ta được $M\left(-1;0;\dfrac{7}{3}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + ay + bz - 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha) \parallel \Delta$ và (α) tạo với các trục Ox, Oz các góc bằng nhau. Tìm giá trị của a.

A. $a = 0$. **B.** $a = 2$ hoặc $a = 0$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = -1$ hoặc $a = 1$.

ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. B	4. A	5. A	6. A	7. C	8. D	9. C	10. A
11. C	12. A	13. B	14. A	15. D	16. A	17. A	18. C	19. D	20. B
21. C	22. D	23. B	24. A	25. D	26. A	27. D	28. A	29. B	30. C
31. D	32. A	33. C	34. A	35. B	36. C	37. D	38. A	39. C	40. B
41. A	43. D	44. B	45. D	46. B	47. D	48. C	49. B	50. C	51. B
52. A	53. C	54. B	55. A	56. D	57. A	58. D	59. D	60. C	61. B
62. A	63. A	64. D	65. C	66. D	67. C	68. B	69. B	70. B	71. A
72. B	73. D	74. B	75. A	76. D	77. B	78. D	79. D	80. B	81. A
82. C	83. C	84. B	85. D	86. B	87. A	88. A	89. B	90. C	91. D
92. C	93. A	94. A	95. A	96. C	97. C	98. A	99. A	100. C	