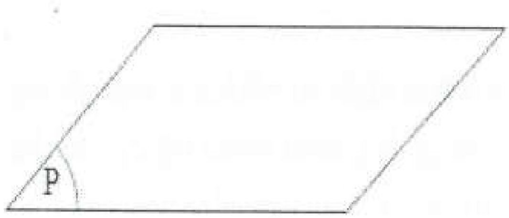
CHỦ ĐỀ 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

I. MỞ ĐẦU VỀ HÌNH KHÔNG GIAN

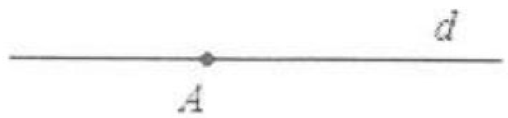
Mặt phẳng:

Trang giấy, mặt bảng đen, mặt tường học, mặt hồ lặng gió, mặt bàn, tấm gương phẳng,… cho ta hình ảnh của một mặt phẳng trong không gian. Người ta thường biểu diễn mặt phẳng bằng một hình bình hành và dùng một chữ cái trong ngoặc ( ) để đặt tên cho mặt phẳng ấy. Ví dụ: mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q), mặt phẳng (α), mặt phẳng (β)… và viết tắt là mp

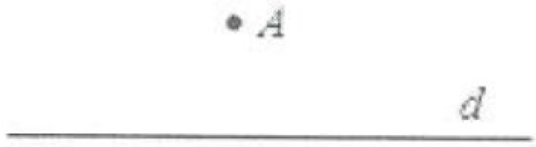


Ví dụ: mp(P), mp(Q), mp(α), mặt phẳng (β)…hoặc (P), (Q), (α), (β)…

Điểm thuộc đường thẳng và điểm không thuộc đường thẳng

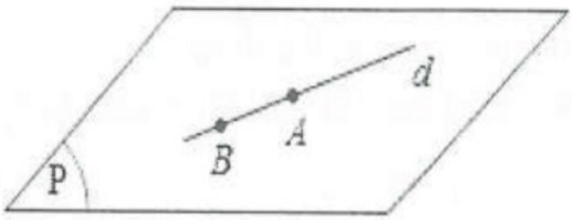


Điểm $A \in d$



Điểm $A \notin d$

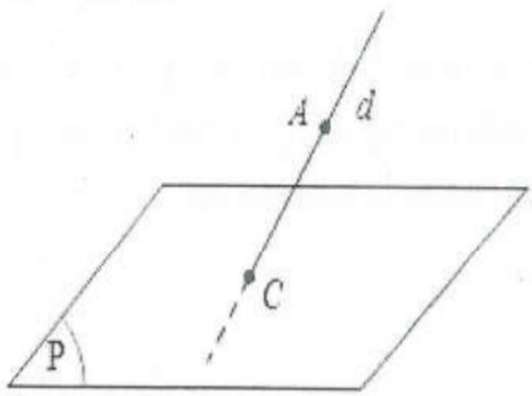
Điểm thuộc mặt phẳng và điểm điểm không thuộc mặt phẳng. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng và đường thẳng cắt mặt phẳng



Điểm $A \in mp(P)$ hay $A \in (P)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P)

Ký hiệu: $d \subset (P)$



Điểm $A \notin mp(P)$ hay $A \notin (P)$

Điểm C là giao điểm của d và (P)

Ký hiệu: $C = d \cap (P)$

Hình biểu diễn của một hình không gian

Khi vẽ một hình không gian ta tuân thủ các quy tắc sau:

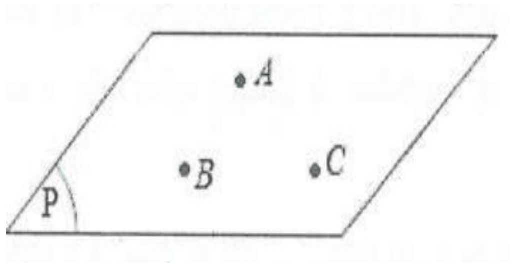
- Đường thẳng thì vẽ đường thẳng, đoạn thẳng thì vẽ đoạn thẳng.
- Hai đường thẳng song song thì vẽ song song, hai đường thẳng cắt nhau thì vẽ cắt nhau.
- Hình vẽ phải giữ nguyên quan hệ điểm thuộc đường thẳng.
- Dùng nét vẽ liền để vẽ đường nhìn thấy và nét đứt đoạn vẽ cho đường bị che khuất.

- Một hình có đáy là hình vuông, hình thoi, hình chữ nhật, hình bình hành thì ta vẽ là hình bình hành và góc nhọn của hình bình hành nên vẽ $\le 45^0$.

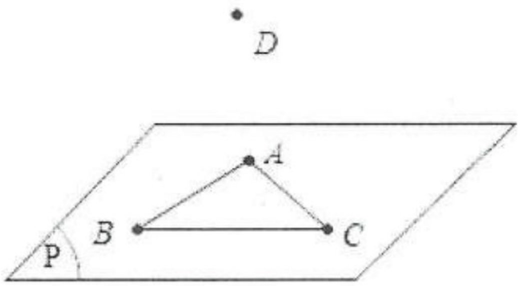
II. Các tính chất thừa nhận

Tính chất 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.

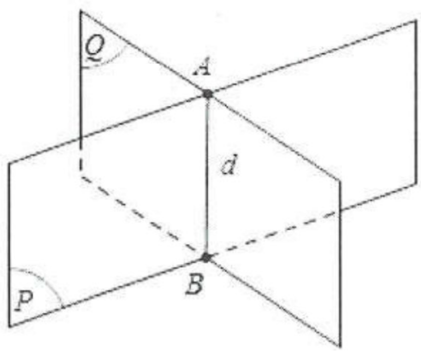
Tính chất 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng.



Tính chất 3: Tồn tại 4 điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.



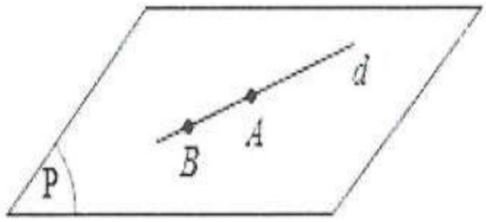
Tính chất 4: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.



Đường thẳng $d = (P) \cap (Q)$

Tính chất 5: Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

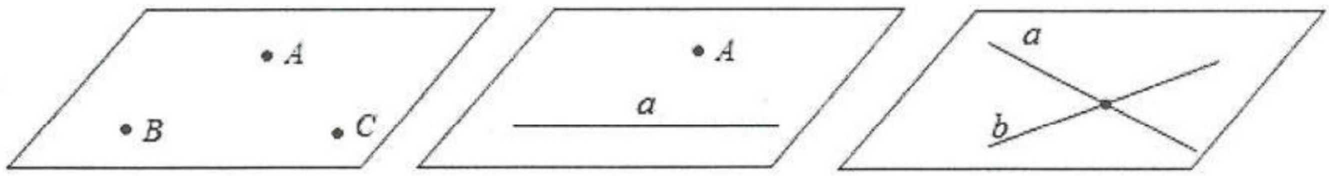
Chú ý: Nếu một đường thẳng đi qua điểm hai phân biệt của một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều nằm trong mặt phẳng đó.



Vậy $\begin{cases} A \in d \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow A \in (P)$.

III. Điều kiện xác định mặt phẳng

- Một mặt phẳng xác định nếu biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Một mặt phẳng xác định nếu biết nó đi qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó.
- Một mặt phẳng xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng cắt nhau.



Ký hiệu:

- Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng được ký hiệu là mặt phẳng (ABC). Mặt phẳng đi qua đường thẳng d và điểm A không nằm trên a được ký hiệu là mặt phẳng (A;a) hoặc (a;A).
- Mặt phẳng đi qua hai đường thẳng cắt nhau a và b được ký hiệu là mặt phẳng (a;b).

IV. Hình chóp và hình tứ diện

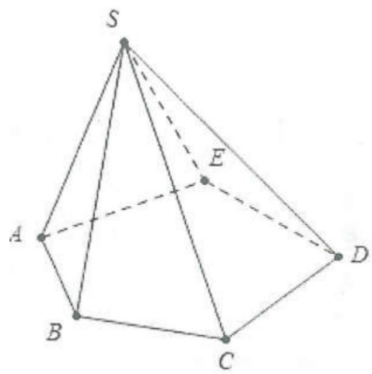
Cho đa giác $A_1A_2\ldots A_n$ và một điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa đa giác đó. Nối S với các đỉnh A_1, $A_2,\ldots,A_n$ để được n tam giác: SA_1A_2, $SA_2A_3,\ldots$, SA_nA_1.

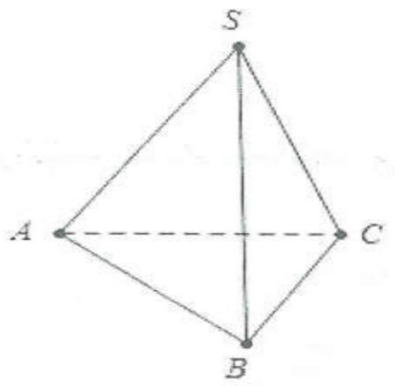
- Hình chóp n tam giác đó và đa giác $A_1A_2\ldots A_n$ gọi là **hình chóp** và được ký hiệu là $A.A_1A_2\ldots A_n$

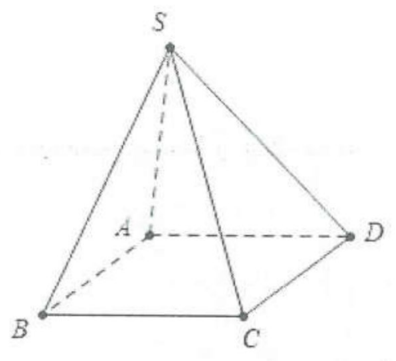
- Điểm S được gọi là **đỉnh** của hình chóp. Đa giác $A_1A_2..A_n$ gọi là **hình chóp** và được ký hiệu là $S.A_1A_2..A_n$.

- Các cạnh của mặt đáy được gọi là các **cạnh đáy** của hình chóp. Các đoạn thẳng SA_1, $SA_2,\ldots,SA_n$ được gọi là các **cạnh bên** của hình chóp.

- Nếu đáy của hình chóp là một tam giác, tứ giác, ngũ giác,…thì hình chóp tương ứng được gọi là **hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác.**







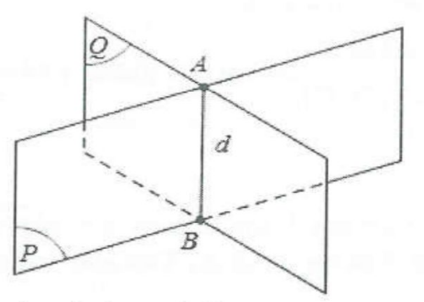
Hình chóp tam giác S.ABC Hình chóp tứ giác S.ABCD Hình chóp ngũ giác S.ABCDE.

Hình tứ diện: Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm 4 tam giác ABC, ACD, ABD và BCD gọi là **hình tứ diện** (hay gọi tắt là **tứ diện**) và được ký hiệu là ABCD. Các điểm A, B, C, D được gọi là các đỉnh của tứ diện. Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, CA, BD gọi là các **cạnh** của tứ diện. Hai cạnh không có điểm chung gọi là **hai cạnh đối diện.** Các tam giác ABC, ACD, ABD và BCD gọi là các mặt của tứ diện. Đỉnh không nằm trên một mặt gọi là **đỉnh đối diện với mặt** đó.

✍ **Dạng 1: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng**

Phương pháp giải:

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta đi tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.



Lưu ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) thường được tìm như sau:

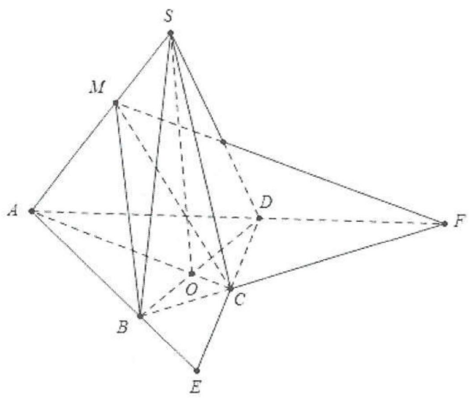
Tìm hai đường thẳng a và b lần lượt thuộc mặt phẳng (P) và (Q) cùng nằm trong một mặt phẳng (R). Giao điểm $M = a \cap b$ chính là điểm chung của mặt phẳng (P) và (Q).

II. CÁC DẠNG TOÁN TRỌNG TÂM VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là tứ giác có cặp cạnh đối diện không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

A. (SAC) và (SBD) **B.** (SAC) và (MBD) **C.** (MBC) và (SAD) **D.** (SAB) và (SCD)

Lời giải



a) Trong mặt phẳng (ABCD) gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$.

Khi đó hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) có hai điểm chung là S và O $\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) Điểm $M \in SA \Rightarrow M \in (SAC)$.

Hai mặt phẳng (SAC) và (MBD) có hai điểm chung là O và M nên $OM = (SAC) \cap (MBD)$.

c) Gọi $F = AD \cap BC$ suy ra $\begin{cases} F \in (MBC) \\ F \in (SAD) \end{cases}$. Khi đó hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) có hai điểm chung là M và F $\Rightarrow MF = (MBC) \cap (SAD)$.

d) Gọi $E = AB \cap CD$ suy ra $\begin{cases} E \in (SAB) \\ E \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow$ hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có hai điểm chung là S và E $\Rightarrow SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABC và điểm I thuộc đoạn SA. Một đường thẳng không song song với mặt cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại J và K. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

A. Mặt phẳng (IJK) và (SAC)

B. Mặt phẳng (IJK) và (SAB)

C. Mặt phẳng (IJK) và (SBC)

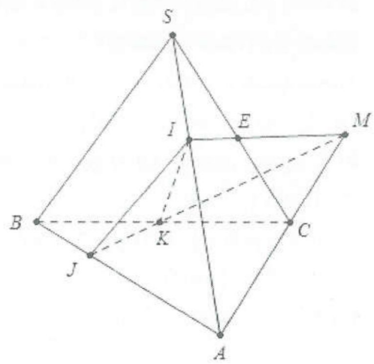
Lời giải

a) Trong mặt phẳng (ABC) gọi $M = JK \cap AC$.

Khi đó 2 mặt phẳng (IJK) và (SAC) có hai điểm chung là I và M.

Suy ra $IM = (IJK) \cap (SAC)$.

b) Hai mặt phẳng (IJK) và (SAB) có hai điểm chung là I và J $\Rightarrow IJ = (IJK) \cap (SAB)$.



c) Trong mặt phẳng (SAC) gọi $E = SC \cap IM$.

Khi đó $\begin{cases} E \in (IJK) \\ E \in (SBC) \end{cases} \Rightarrow$ hai mặt phẳng (IJK) và (SBC) có hai điểm chung là E và K. Do đó $KE = (IJK) \cap (SBC)$

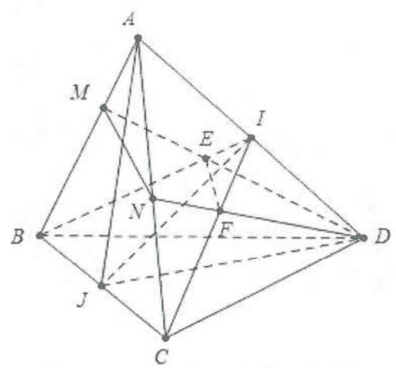
Ví dụ 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC. a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (JAD) b) Điểm M nằm trên cạnh AB, điểm N nằm trên cạnh AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (DMN).

Lời giải

a) Ta có: $I \in AD \Rightarrow I \in (JAD) \cap (IBC)$

$J \in BC \Rightarrow J \in (JAD) \cap (IBC)$.

Do đó $IJ = (IBC) \cap (JAD)$



b) Trong mặt phẳng (ABC) gọi $E = DM \cap IB$

suy ra $E \in (DMN) \cap (IBC)$

Do đó $EF = (DMN) \cap (IBC)$

Ví dụ 4: Cho tứ diện ABCD. Điểm M nằm bên trong tam giác ABD, điểm N nằm bên trong tam giác ACD. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau: a) (AMN) và (BCD). b) (DMN) và (ABC).

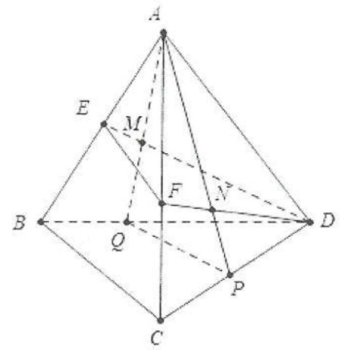
Lời giải

a) Trong mặt phẳng (ABD) gọi $Q = AM \cap BD$

Khi đó $Q \in (AMN) \cap (BCD)$

Tương tự gọi $P = AN \cap CD \Rightarrow P = (AMN) \cap (BCD)$

Do vậy $PQ = (AMN) \cap (BCD)$.



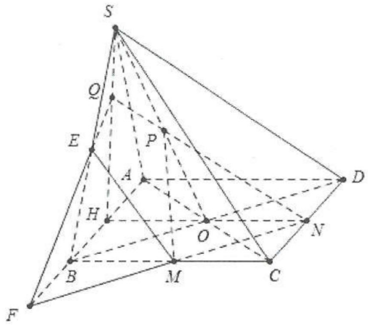
b) Trong mặt phẳng (ABD) gọi $E = DM \cap AB$ suy ra $E \in (DMN) \cap (ABC)$.

Trong mặt phẳng (ACD) gọi $F = DN \cap AC$ suy ra $F \in (DMN) \cap (ABC)$.

Do đó $EF = (DMN) \cap (ABC)$

Ví dụ 5: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành tâm O, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD và SO. Tìm giao tuyến của a) Mặt phẳng (MNP) và (SAB). b) Mặt phẳng (MNP) và (SBC).

Lời giải

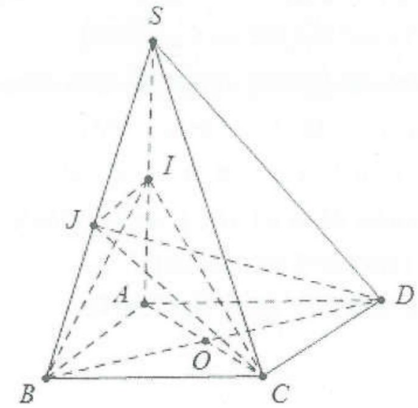


a) Gọi $H = NO \cap AB$, trong mặt phẳng (SHN) dựng NP cắt SH tại $Q \Rightarrow Q \cap (MNP) \cap (SAB)$.

Gọi $F = NM \cap AB \Rightarrow F \in (MNP) \cap (SAB)$. Do đó $QF = (SAB) \cap (MNP)$

b) Trong mặt phẳng (SAB). Gọi $E = QF \cap SB \Rightarrow E = (SBC) \cap (MNP)$

Do đó $ME = (MNP) \cap (SBC)$.



Ví dụ 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. IJCD là hình thang **B.** $(SAB) \cap (IBC) = IB$

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$ **D.** $(IAC) \cap (IBD) = AO$, (O là tâm ABCD)

Lời giải

Ta có $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel CD \Rightarrow$ Loại A

+) $(SAB) \cap (IBC) = IB \Rightarrow$ Loại B

+) $(SBD) \cap (JCD) = JD \Rightarrow$ Loại C

+) $(IAC) \cap (JBD) = (SAC) \cap (SBD) = SO$. **Chọn D.**

Ví dụ 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD (AD//BC). Gọi M là trung điểm của CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SI, I là giao điểm của AC và BM

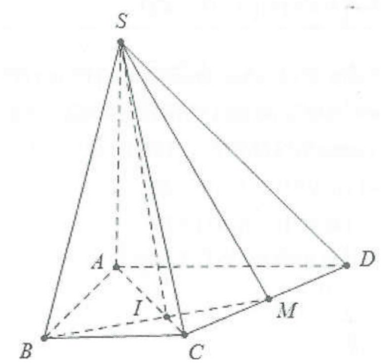
B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD)

D. SP (P là giao điểm của AB và CD)

Lời giải

Ta có: $(\mathrm{MSB}) \cap (\mathrm{SAC}) = \mathrm{SI}$. **Chọn A**



Ví dụ 8: Cho hình tứ diện ABCD, trên các cạnh AB và AC lấy các điểm M và N sao cho MN cắt đường thẳng BC tại E, điểm P thuộc cạnh BD. Gọi Q là giao điểm của CD và PE. Khẳng định nào sau đây là **sai**:

A. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{BCD}) = \mathrm{PE}$

B. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABD}) = \mathrm{MP}$

C. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABC}) = \mathrm{MN}$

D. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ACD}) = \mathrm{PN}$

Lời giải

Ta có: $\mathrm{E} \in \mathrm{MN} \Rightarrow \mathrm{E} \in (\mathrm{MNP})$

Khi đó (MNP) và (BCD) có 2 điểm chung là P và E

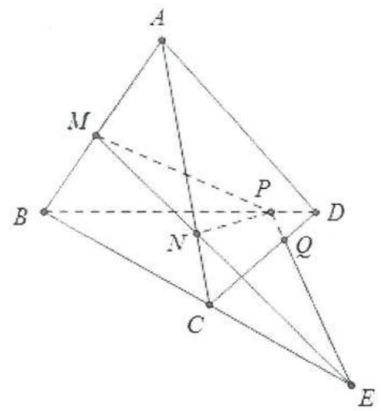
Do đó $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{BCD}) = \mathrm{PE}$.

Điểm M, $\mathrm{P} \in (\mathrm{ABD})$ suy ra $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABD}) = \mathrm{MP}$

Điểm $\mathrm{M}, \mathrm{N} \in (\mathrm{ABC})$ suy ra $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABC}) = \mathrm{MN}$.

$(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ACD}) = \mathrm{NQ}$.

Khẳng định **sai** là **D. Chọn D.**



Ví dụ 9: Cho hình tứ diện ABCD, trên các cạnh AB, AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N và P. Đường thẳng MN và BC cắt nhau tại E, đường thẳng MP và BD cắt nhau tại F. Khẳng định nào sau đây là **sai**.

A. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABC}) = \mathrm{ME}$

B. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABD}) = \mathrm{MF}$

C. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ACD}) = \mathrm{CD}$

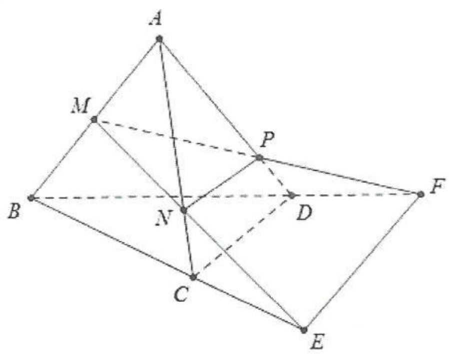
D. $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{BCD}) = \mathrm{EF}$

Lời giải

Điểm M, E cùng thuộc 2 mặt phẳng (MNP) và (ABC) do đó

$(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABC}) = \mathrm{ME}$.

Tương tự: $(\mathrm{MNP}) \cap (\mathrm{ABD}) = \mathrm{MF}$.



+) $\left(\mathrm{MNP}\right)\cap\left(\mathrm{ACD}\right)=\mathrm{NP}$

+) $\left(\mathrm{MNP}\right)\cap\left(\mathrm{BCD}\right)=\mathrm{EF}$

Khẳng định **sai** là **C. Chọn C.**

Ví dụ 10: Cho hình tứ diện ABCD, các điểm M và N lần lượt nằm trong tam giác ABD và ACD, AM cắt BD tại P, AN cắt CD tại Q, đường thẳng PQ cắt BC tại E. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

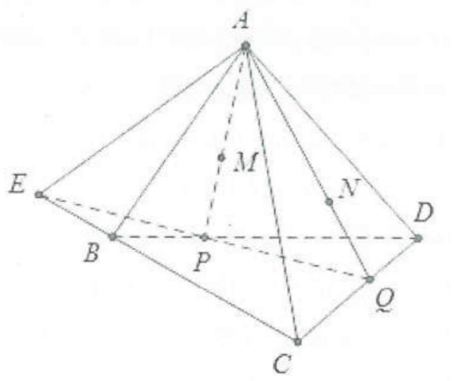
A. $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{BCD}\right)=\mathrm{PQ}$.

B. $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{ABC}\right)=\mathrm{AE}$.

C. $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{ABD}\right)=\mathrm{AE}.$

D. $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{ABD}\right)=\mathrm{AP}$.

Lời giải



Hai mặt phẳng (AMN) và (BCD) có 2 điểm chung là P và Q do đó $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{BCD}\right)=\mathrm{PQ}.$

Vì $\mathrm{PQ}\cap\left(\mathrm{BC}\right)=\mathrm{E}\Rightarrow\mathrm{E}$ thuộc (APQ) và (ABC)

Hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) có 2 điểm chung là A và E nên $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{ABC}\right)=\mathrm{AE}$.

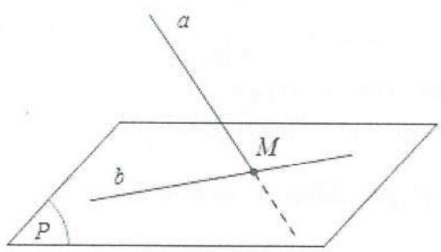
Hai mặt phẳng (AMN) và (ABD) có 2 điểm chung là A và P $\left(\mathrm{AMN}\right)\cap\left(\mathrm{ABD}\right)=\mathrm{AP}.$ Đáp án **sai** là **C. Chọn C**

Dạng 2:Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng

Đường thẳng a cắt mp (P) tại một điểm M. Điểm M đó gọi là giao điểm của đường thẳng a và mp (P). Kí hiệu: $a\cap\left(P\right)=M.$

Phương pháp giải:

Ta đi tìm một đường thẳng b nào đó nằm trong mặt phẳng (P) mà b cắt đường thẳng a tại một điểm M. Khi đó: $a\cap\left(P\right)=M.$



Trong trường hợp đường thẳng b chưa có sẵn ta có thể dựa vào phương pháp sau để tìm giao điểm

- Bước 1: Dựa vào hình vẽ xác định một mặt phẳng chứa đường thẳng a.

Giả sử xác định được mp (Q) chứa a.

- Bước 2: Xác định giao tuyến của mp (P) và mp (Q).

Giả sử $\left(P\right)\cap\left(Q\right)=b$.

- **Bước 3:** Xác định giao điểm của đường thẳng a và giao tuyến b. Do a và b cùng nằm trong mp (Q) nên $a \cap b = M$.

Kết luận: $M \in a; M \in (P)$. Vậy $M = a \cap (P)$.

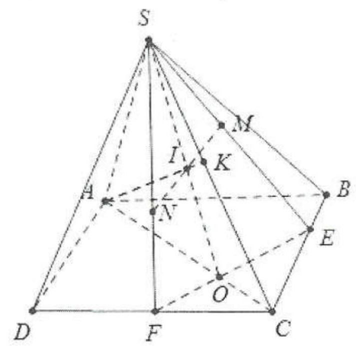
Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD. Trong tam giác SBC lấy một điểm M, trong tam giác SCD lấy một điểm N.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SMN) và (ABCD).

b) Tìm giao điểm của MN và (SAC).

c) Tìm giao điểm của SC với (AMN).

Lời giải



a) Trong mặt phẳng (SBC) gọi $E = SM \cap BC \Rightarrow E = (SMN) \cap (ABCD)$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $F = SN \cap CD \Rightarrow F = (SMN) \cap (ABCD)$.

Do đó $EF = (SMN) \cap (ABCD)$.

b) Ta có: $SO = (SMN) \cap (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SEF) gọi $I = MN \cap SO$.

Do đó $I = MN \cap (SAC)$.

c) Dễ thấy $AI = (AMN) \cap (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $K = AI \cap SC \Rightarrow K = SC \cap (AMN)$.

Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N là hai điểm lần lượt trên AC và AD. Điểm O là một điểm bên trong ΔBCD. Tìm giao điểm của:

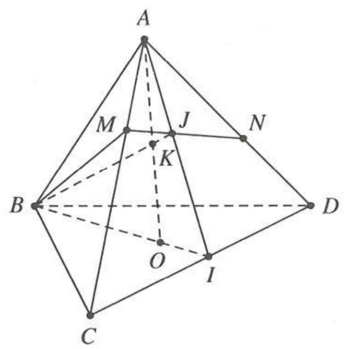
a) MN và (ABO).

b) AO và (BMN).

Lời giải

a) Trong mặt phẳng (BCD) kẻ BO giao CD tại I. Trong (ACD) kẻ MN giao AI tại J $\Rightarrow$ J là giao điểm của MN và (ABO).

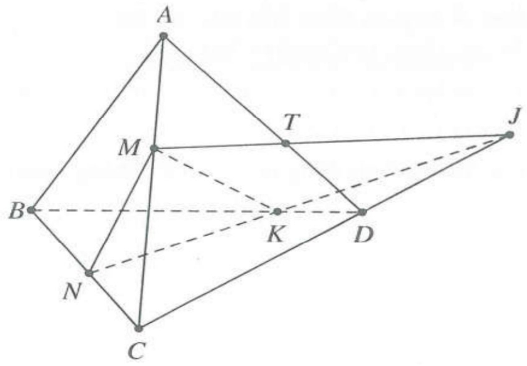
b) Trong mặt phẳng (ABI): AO giao BJ tại K $\Rightarrow$ K là giao điểm của AO và (BMN).

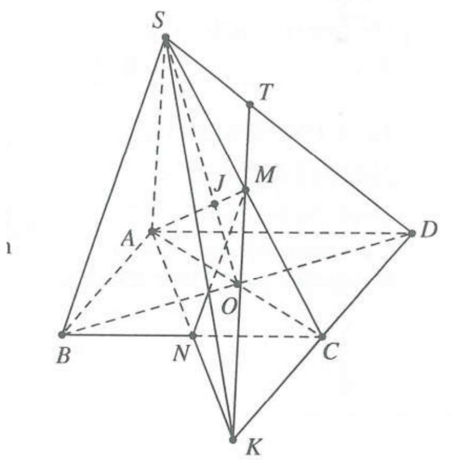


Ví dụ 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. K là một điểm trên cạnh BD và không trùng với trung điểm của BD. Tìm giao điểm của CD và AD với mặt phẳng (MNK).

Lời giải

Trong mặt phẳng (BCD): NK giao CD tại điểm J $\Rightarrow$ J là giao điểm của CD với mp (MNK). Trong mặt phẳng (ACD): MJ giao với AD tại điểm T$\Rightarrow$ T là giao điểm của AD với mp(MNK).





Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABCD. Điểm M là một điểm trên cạnh SC.

a) Tìm giao điểm của AM và (SBD).

b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC. Tìm giao điểm của SD và (AMN).

Lời giải

a) Trong mp(ABCD): AC giao BD tại O. Trong mp(SAC) thì SO giao MA tại J.

Từ đó thì J chính là giao điểm của AM và (SBD).

b) Giả sử AN giao CD tại K

Trong mp(SCD): KM giao SD tại T, từ đó T chính là giao điểm của SD và (AMN).

Nếu AN và CD song song với nhau, ta chỉ việc kẻ MT song song với CD (T thuộc SD) từ đó cũng suy ra được T là điểm cần tìm.

Ví dụ 5: Cho hình chóp S.ABCD, gọi O là giao điểm của AC và BD, điểm M thuộc cạnh SC và điểm K là giao điểm của AM và SO. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(1). $(SAC)\cap(SBD)=SO$

(2). $(ABM)\cap SD=N$ với N là giao điểm của BK và SD.

(3). $\left(ABM\right)\cap\left(SCD\right)=MD.$

(4). $\left(ABM\right)\cap\left(SAD\right)=AN$ với N là giao điểm của BK và SD.

A. 1 **B**.2 **C**.3 **D**.4

Lời giải

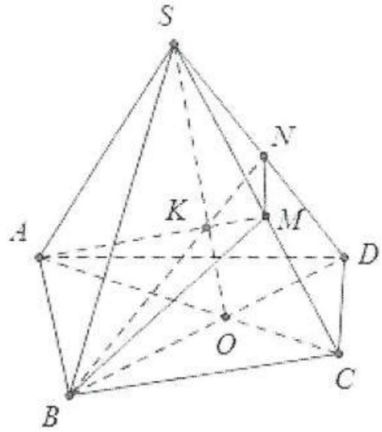
Gọi N là giao điểm của BK và SD.

Ta có: $\left(SAC\right)\cap\left(SBD\right)=SO$

$\left(ABM\right)\cap SD=N;\ \left(ABM\right)\cap(SCD)=MN$

Và $\left(ANM\right)\cap\left(SAD\right)=AN$

Các khẳng định đúng là 1, 2 và 4. Khẳng định 3 sai. **Chọn C.**



Ví dụ 6: Cho hình chóp S.ABCD, gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AB và CD, J là giao điểm của AD và BC. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(1). $\left(SAC\right)\cap\left(SBD\right)=SO.$

(2). Mặt phẳng (SBD) cắt IJ tại giao điểm của BD và IJ.

(3). $\left(SAD\right)\cap\left(SBC\right)=SI$

(4). $\left(SAB\right)\cap\left(SCD\right)=SJ.$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

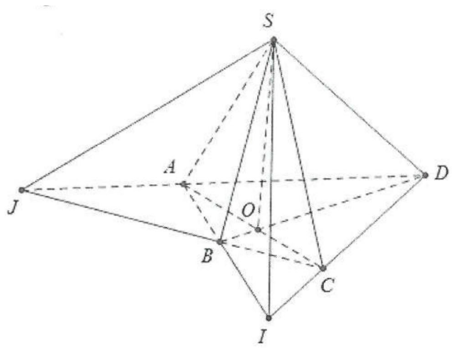
Lời giải

Ta có: $\left(SAC\right)\cap\left(SBD\right)=SO$

$\left(SAD\right)\cap\left(SBC\right)=SJ$ và $\left(SAB\right)\cap\left(SCD\right)=SI.$

Các khẳng định đúng là 1 và 2.

Khẳng định sai là 3 và 4. **Chọn B.**



Dạng 3: Chứng minh 3 điểm thẳng hàng, 3 đường thẳng đồng quy

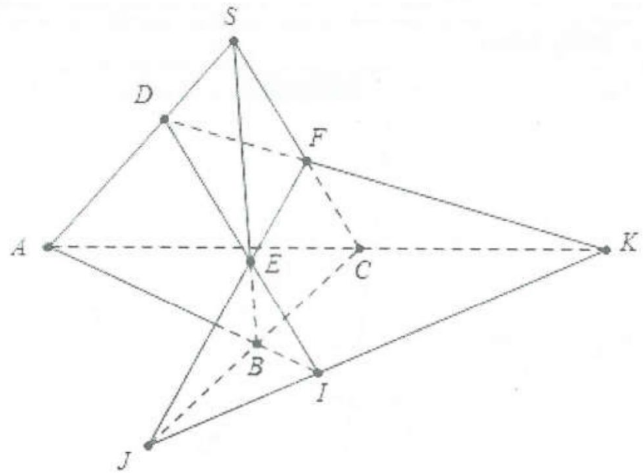
Phương pháp giải:

Để chứng minh ba điểm (hay nhiều điểm) thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.

Để chứng minh ba đường thẳng đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường thẳng còn lại

Ví dụ 1: Cho tứ diện S.ABC. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có: $I = DE \cap AB \Rightarrow \begin{cases} I \in (DEF) \\ I \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow I \in$ giao tuyến của hai mặt phẳng (DEF) và (ABC).

Tương tự $J = EF \cap BC \Rightarrow J$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (DEF) và (ABC).

$K = FD \cap AC \Rightarrow K$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (DEF) và (ABC).

Do đó I, J, K thẳng hàng do cùng thuộc đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (DEF) và (ABC).

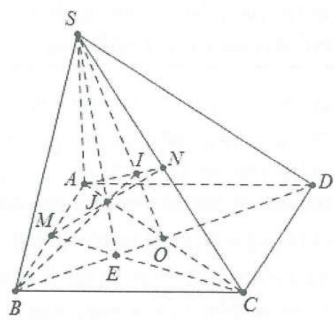
Ví dụ 2: Cho hình bình hành ABCD, S là điểm không thuộc mp(ABCD), M và N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SC.

a) Xác định giao điểm $I = AN \cap (SBD)$.

b) Xác định giao điểm $J = MN \cap (SBD)$.

c) Chứng minh I, J, B thẳng hàng.

Lời giải



a) Gọi $O = AC \cap BD$ và $I = AN \cap SO$

Khi đó $I \in SO \Rightarrow I \in (SBD) \Rightarrow I = AN \cap (SBD)$

b) Gọi $E = CM \cap BD$

Trong mặt phẳng (SCM) gọi $J = MN \cap SE$

Khi đó $J = MN \cap (SBD)$.

c) Các điểm I, J, B lần lượt thuộc các đường thẳng AI, MN, AM nên I, J, B $\in mp(AMN)$

Mặt khác các điểm I, J, B $\in (SBD)$.

Do đó I, J, B thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (AMN) và (SBD) $\Rightarrow I, J, B$ thẳng hàng.

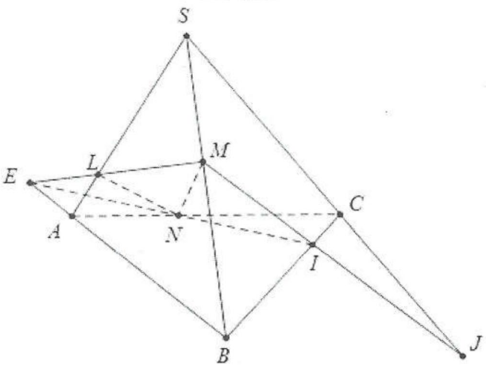
Ví dụ 3: Cho tứ diện SABC. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC.

a) Tìm giao tuyến của mp(LMN) và (ABC)

b) Tìm giao điểm $I = BC \cap (LMN)$ và $J = SC \cap (LMN)$.

c) Chứng minh M, I, J thẳng hàng.

Lời giải



a) Trong mặt phẳng (SAB) gọi $E = LM \cap AB,$ khi đó 2 mặt phẳng (LMN) và (ABC) có 2 điểm chung là E và N suy ra $(LMN) \cap (ABC) = EN$

b) Trong mặt phẳng (ABC) gọi $I = BC \cap EN$ khi đó $I = BC \cap (LMN)$

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $J = LN \cap SC$ khi đó $J = SC \cap (LMN)$.

c) 3 điểm M, I, J cùng thuộc 2 mặt phẳng (LMN) và (SBC) $\Rightarrow$ M, I, J thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (LMN) và (SBC) $\Rightarrow$ M, I, J thẳng hàng.

Ví dụ 4: Cho tứ giác ABCD và điểm S$\notin$(ABCD). Gọi M, N là hai điểm trên BC và SD.

a) Tìm giao điểm $I = BN \cap (SAC)$

b) Tìm giao điểm $I = MN \cap (SAC)$.

c) Chứng minh C, I, J thẳng hàng.

Lời giải

a) Nối $AC \cap BD = O;$ Nối $SO \cap BN = 1.$

Suy ra I là giao điểm của BN và (SAC).

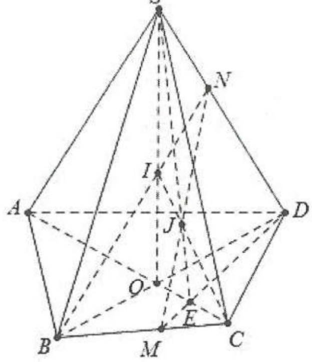
b) Nối MD cắt AC tại E.

Nối SE cắt MN tại J $\Rightarrow$ J là giao điểm của MN và (SAC).

c) Ta có $I = BN \cap SO \Rightarrow IC = (SAC) \cap (BCN).$

Và $J = MN \cap SE \Rightarrow JC = (SAC) \cap (BCN).$

Do đó, ba điểm C, I, J thẳng hàng $\Rightarrow$ Đpcm.



Ví dụ 5: Cho tứ giác ABCD và S$\notin$(ABCD). Gọi I, J là hai điểm trên AD và SB, AD cắt BC tại O và OJ cắt

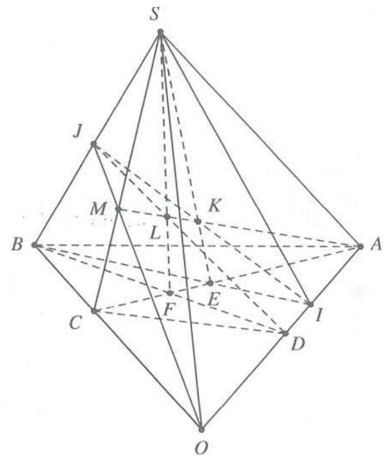
SC tại M.

a) Tìm giao điểm K = IJ và (SAC).

b) Xác định giao điểm L = DJ và (SAC).

c) Chứng minh A, K, L, M thẳng hàng.

Lời giải



a) Trong mp(ABCD), gọi $E = AC \cap BI$

Trong mặt phẳng (SBI) gọi $K = IJ \cap SE$

Khi đó $K = IJ \cap (SAC)$

b) Gọi $F = AC \cap BD$

Trong mặt phẳng (SBD) gọi $L = DJ \cap SF$

Khi đó $L = DJ \cap (SAC)$

c) Các điểm K, L, A, M đều thuộc mặt phẳng (SAC) và (OAJ) do đó chúng thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAC) và (OAJ) suy ra A, K, L, M thẳng hàng.

Dạng 4:Tìm thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (P)

Thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (P) là đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp (nối các giao điểm của (P) với các cạnh của hình chóp).

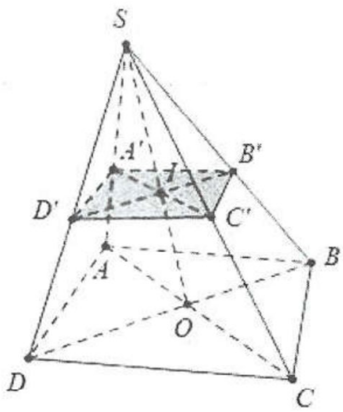
Ví dụ 1: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Ba điểm A', B', C' lần lượt nằm trên ba cạnh SA, SB,SC nhưng không trùng với S, A, B, C. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (A', B', C').

Lời giải

Trong mặt phẳng (ABC) gọi $O = AC \cap BD$

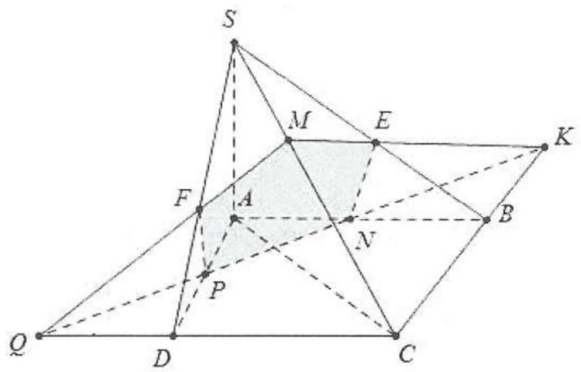
Trong mặt phẳng (SAC) gọi $I = SO \cap A'C' \Rightarrow I \in (SBD) \cap (A'B'C')$.

Trong mp(SBD) gọi $D' = BI \cap SD \Rightarrow$ thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (A'B'C') là tứ giác A'B'C'D'.



Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABCD, M là một điểm trên cạnh SC, N và P lần lượt là trung điểm của AB và AD. Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP)

Lời giải



Trong mặt phẳng (ABCD) gọi $Q = NP \cap CD$ và $K = NP \cap BC$

Trong mp(SBC) gọi $E = SB \cap KM$, trong mp(SAD) gọi $F = SD \cap QM$.

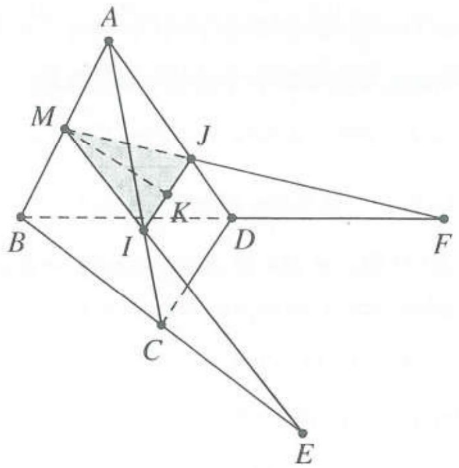
Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là ngũ giác NEMFP.

Ví dụ 3: Cho tứ diện đều ABCD, cạnh bằng a. Kéo dài BC một đoạn CE = a. Kéo dài BD một đoạn DF = a. Gọi M là trung điểm của AB.

a) Tìm thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (MEF).

b) Tính diện tích của thiết diện.

Lời giải



a) Trong mp(ABC): Dựng ME cắt AC tại I.

Trong mp(ABD): Dựng MF cắt AD tại J.

Từ đó thiết diện của tứ diện với mp(MEF) là ΔMIJ.

b) Theo cách dựng thì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABE và ABF.

$$\Rightarrow \begin{cases} AI = \dfrac{2}{3}AC = \dfrac{2a}{3} \\ AJ = \dfrac{2}{3}AD = \dfrac{2a}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{ tam giác AIJ đều} \Rightarrow IJ = \frac{2a}{3}.$$

Mặt khác $AI = AJ$ nên $\Delta AMI = \Delta AMJ \Rightarrow MI = MJ$.

Trong $\Delta AMI, MI = \sqrt{MA^2 + IA^2 - 2MA.IA.\cos A} = \dfrac{a\sqrt{13}}{6}$

$$S_{\Delta MJI} = \frac{1}{2}IJ.MK = \frac{1}{2}.\frac{2a}{3}.2\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{13}}{6}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^2} = \frac{a^2}{6}$$

Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABCD, M là một điểm trên cạnh BC, N là một điểm trên cạnh SD.

a) Tìm giao điểm I của BN và (SAC) và giao điểm J của MN và (SAC).

b) DM cắt AC tại K. Chứng minh S, K, J thẳng hàng.

c) Xác định thiết diện của hình chóp S.ABCD với mặt phẳng (BCN**).**

Lời giải

a) Gọi O là giao điểm AC và BD.

Trong mp(SBD), BN cắt SO tại đâu đó chính là điểm I.

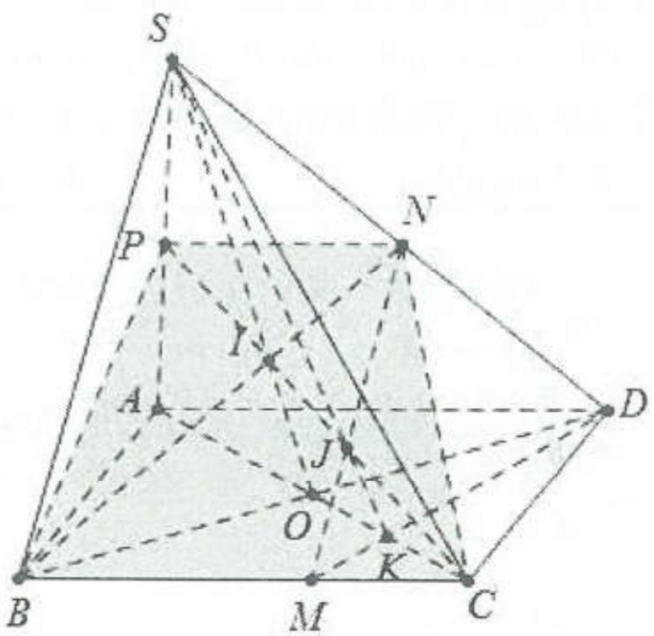
Trong mp(ABCD), DM giao AC tại E.

Trong mp(SDM), $SE \cap MN = J$.

b) Dễ thấy 3 điểm S, K, J đều thuộc 2 mặt phẳng là (SAC) và (SDM) nên 3 điểm S, K, J thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng trên hay chúng thẳng hàng.

c) Trong mp(SAC), kẻ CI giao SA tại O.

Từ đó thiết diện tạo bởi mp(BNC) với hình chóp từ tứ giác BCNP.



Ví dụ 5: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành. Điểm M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SAD.

a) Tìm giao điểm I của MG với (ABCD), chứng tỏ điểm D thuộc mặt phẳng (CMG).

b) Chứng tỏ (CMG) đi qua trung điểm của SA, tìm thiết diện của hình chóp với (CMG).

c) Tìm thiết diện của hình chóp với (AMG).

Lời giải

a) Trong mặt phẳng (SAD), gọi $J = SG \cap AD$.

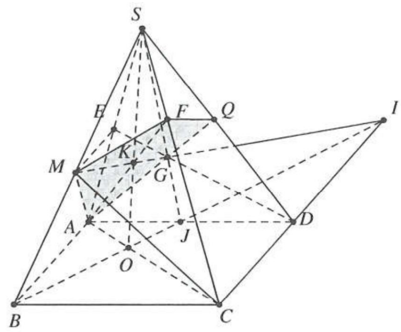
Trong mp(SBJ), gọi $I = MG \cap BJ \Rightarrow I = MG \cap (ABC) \Rightarrow I \in (CMG)$

Ta có: J là trung điểm của AD $\Rightarrow JD = \frac{1}{2}BC$ mà

$JD \parallel BC \Rightarrow JD$ là đường trung bình trong

$\Delta IBC \Rightarrow D$ là trung điểm của CI hay $D \in (CMJ)$

Do đó $D \in (CMG)$



b) Ta có $(CMG) \equiv (CIM)$

Trong mp(SAD), dựng DG cắt SA tại E. Mặt khác, do G là trọng tâm $\Delta SAD \Rightarrow E$ là trung điểm của SA.

Như vậy tứ giác CMED là thiết diện của (CMG) với khối chóp

c) Gọi $O = BJ \cap AC$,

Trong mp(SBI), gọi $K = SO \cap MI$. Trong mp(SAD), dựng AG cắt SD tại Q.

Trong mp(SAC), dựng AK cắt SC tại F, như vậy tứ giác AMFQ là thiết diện của khối chóp với mặt phẳng (AMG).

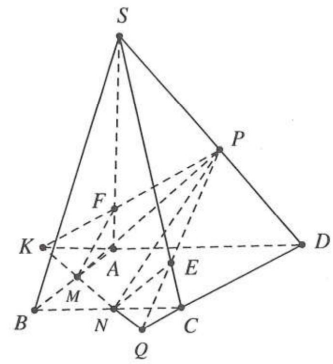
Ví dụ 6: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD, P không trùng với S và D. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải

Gọi $\begin{cases} K = AD \cap MN; Q = CD \cap MN \\ F = PK \cap SA; E = PQ \cap SC \end{cases}$

Thiết diện là ngũ giác MNEPF. **Chọn C.**



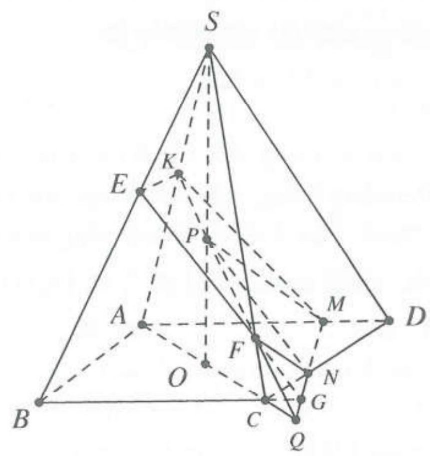
Ví dụ 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO sao cho M, N, P không trùng với các đỉnh. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Tứ giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.

Lời giải

Gọi $\begin{cases} Q = AC \cap MN; K = SA \cap PQ; F = SC \cap PQ \\ G = BC \cap M; E = SB \cap GF \end{cases}$

Thiết diện là ngũ giác MNFEK. **Chọn B**



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì

A. Cùng thuộc đường tròn. **B.** Cùng thuộc đường elip.

C. Cùng thuộc đường thẳng **D.** Cùng thuộc mặt cầu.

Câu 2: Cho biết mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Qua điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Câu 3: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A’C’ cắt B’D’ tại O’. Khi hai mặt phẳng (AB’D’) và (DD’C’C) cắt nhau theo đường thẳng d được xác định như thế nào?

A. Đường thẳng d đi qua điểm D’ và giao điểm của AO’ với CC’.

B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AD’.

C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AO’.

D. Đường thẳng d đi qua điểm D’ song song với DC’.

Câu 4: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A’C’ cắt B’D’ tại O’. Khi đó A’C cắt mặt phẳng (BDD’B’) tại điểm T được xác định như thế nào?

A. Giao của A’C với OO’ **B.** Giao của A’C với AO’

C. Giao của A’C với AB’ **D.** Giao của A’C với AD’.

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD (AD//BC). Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mp(SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. S, I, J thẳng hàng. **B.** DM $\subset$ mp(SCI) **C.** JM $\subset$ mp(SAB) **D.** SI = (SAB)$\cap$(SCD)

Câu 6: Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

A. AM (M là trung điểm của AB) **B.** AN (N là trung điểm của CD).

C. AH (H là hình chiếu của B trên CD). **D.** AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 7: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

A. đường thẳng MN.

B. đường thẳng AM.

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Câu 8: Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là

A. IK. **B.** BC. **C.** AK. **D.** DK.

Câu 9: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho BP = 2PD. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

A. CD và NP. **B.** CD và MN. **C.** CD và MP. **D.** CD và AP.

Câu 10: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Câu 11: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A'C' cắt B'D' tại O'. Gọi S là giao điểm của AO' với CC' thì S không thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. (DD'C'C) **B.** (BB'C'C) **C.** (AB'D') **D.** (CB'D')

Câu 12: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A'C' cắt B'D' tại O'. Gọi S là giao điểm của AO' với CC' thì S không thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. (A'C'C) **B.** (AB'D') **C.** (AD'C'B) **D.** (A'OC')

Câu 13: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A'C' cắt B'D' tại O'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và C'D'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác **B.** Hình tứ giác **C.** Hình ngũ giác **D.** Hình lục giác

Câu 14: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (Các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A'C' cắt B'D' tại O'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và OO'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác **B.** Hình tứ giác **C.** Hình ngũ giác **D.** Hình lục giác

Câu 15: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn A'C' cắt B'D' tại O'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và BB'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác **B.** Hình tứ giác **C.** Hình ngũ giác **D.** Hình lục giác

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

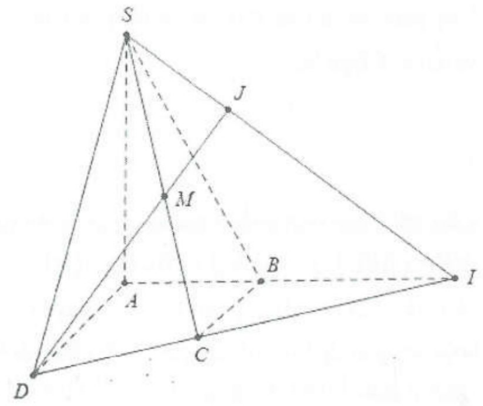
Câu 1: Qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thì chỉ xác định được 1 và chỉ 1 mặt phẳng. Ở đây thuộc hai mặt phẳng phân biệt nên ít nhất 1 trong 2 điều kiện phân biệt hoặc thẳng hàng không thỏa mãn. Mà 3 điểm đề cho đã phân biệt nên chúng phải thẳng hàng. **Chọn C.**

Câu 2: Trường hợp 2 đường thẳng chéo nhau thì không xác định được mặt phẳng chứa cả 2 đường thẳng đó. Hoặc 2 đường thẳng trùng nhau thì xác định được vô số mặt phẳng. **Chọn C.**

Câu 3: Vì $AB' \parallel DC' \subset (DCC'D)$ và $AB' \subset (AB'D')$ nên giao tuyến của (AB'D') và (DD'C'C) là đường thẳng song song với AB'. Mặt khác $D' \in (DCC'D)$ nên giao tuyến đi qua D'. **Chọn D.**

Câu 4: A'C cắt $OO' \subset (BDD'B)$ tại mặt phẳng (ACC'A). **Chọn A.**

Câu 5: Ta có $DM \cap (SAB) = DM \cap (SAI) = J$. **Chọn C.**

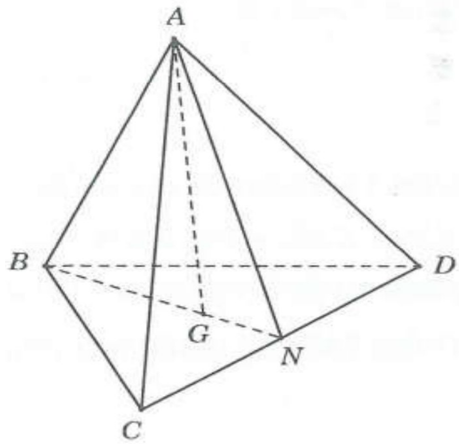


Câu 6: A là điểm chung của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Lại có $BG \cap CD = N \rightarrow \begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow$ N là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$. **Chọn B**



Câu 7: B là điểm chung của hai mp: (MBD) và (ABN).

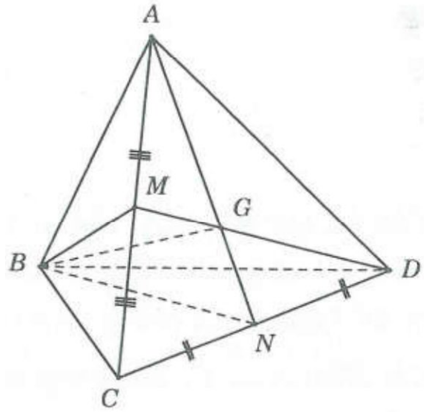
Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD.

Suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD.

Gọi $G = AN \cap DM \Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases}$

$\Rightarrow$ G là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$. **Chọn C.**



Câu 8: Điểm K là trung điểm của BC suy ra $K \in (IBC) \Rightarrow IK \subset (IBC)$.

Điểm I là trung điểm của AD suy ra

$I \in (KAD) \Rightarrow IK \subset (KAD)$.

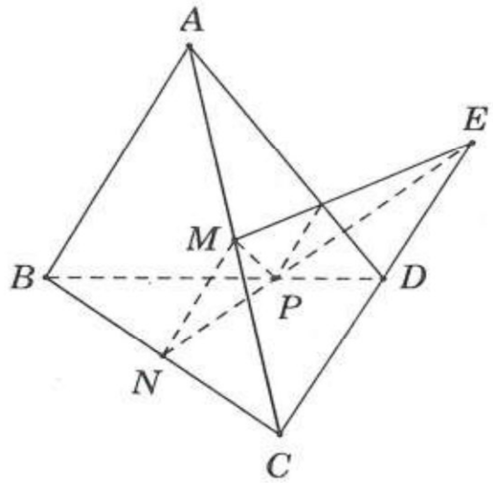
Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là IK. **Chọn A.**

Câu 9: Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$ suy ra NP, CD đồng phẳng. Gọi E là giao điểm của NP và CD.

Mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

Vậy giao điểm của CD và mp(MNP) là giao điểm E của NP và CD.

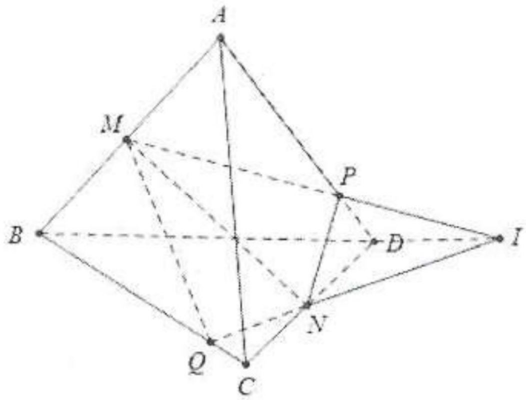
Chọn A.



Câu 10: Theo tính chất 3 đường giao tuyến ta có:

$MP = (ABC) \cap (\alpha), NQ = (BCD) \cap (\alpha),$

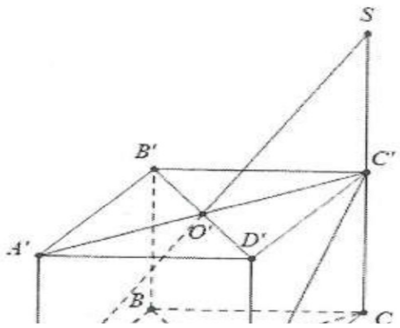
$BD = (BCD) \cap (ABC)$ do đó 3 giao tuyến MP, NQ, BD hoặc song song hoặc đồng quy. Mặt khác MP cắt NQ tại I nên 3 giao tuyến đồng quy tại I suy ra I, B, D thẳng hàng. **Chọn B.**



Câu 11: Điểm S thuộc các mặt phẳng (DD'C'C), (BB'C'C)

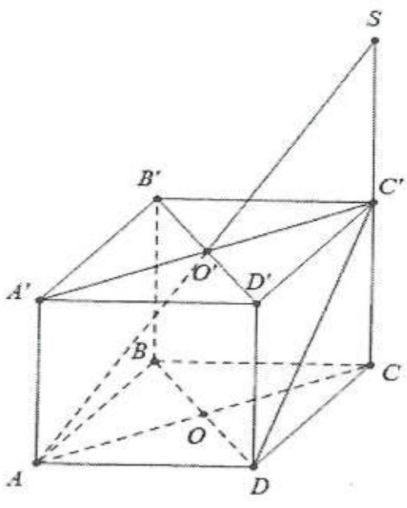
Và do S đối xứng với A qua O nên dễ thấy AB'SD' là hình bình hành do đó S thuộc mặt phẳng (AB'D').

Điểm S không thuộc mặt phẳng (CB'D'). **Chọn D.**



Câu 12: Do $SC \parallel AA'$ nên S, A', A, C đồng phẳng.

Do S đối xứng với A qua O nên dễ thấy AB'SD' là hình bình hành do đó S thuộc mặt phẳng (AB'D').

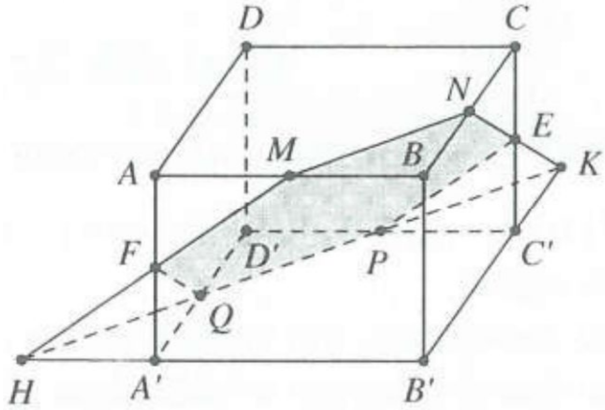


Các điểm A’, O, C’ thuộc mặt phẳng (A’C’C) nên S, A’, O, C’ đồng phẳng.

Điểm S không thuộc mặt phẳng (AD’C’B). **Chọn C.**

Câu 13: Gọi Q là trung điểm của A’D’ $\Rightarrow A'C' \parallel PQ \parallel MN$.

Kẻ PQ cắt A’B’ tại H, cắt B’C’ tại K. Nối MH cắt AA’ tại F và NK cắt CC’ tại E. Vậy thiết diện cần tìm chính là lục giác MNEPQF.



Dễ thấy FQ, NE lần lượt là đường trung bình của hai tam giác AA’D’, BCC’ suy ra $FQ \parallel NE$ và $FQ = NE$.

Tương tự, ta chứng minh được $FM \parallel PE$ và $FM = PE$.

Do đó, lục giác MNEPQF là lục giác đều. **Chọn D.**

Câu 14: Gọi P là trung điểm của OO’ $\Rightarrow$ P là tâm hình lập phương.

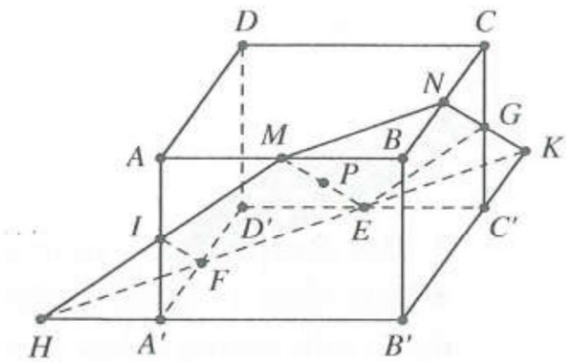
Gọi E là điểm đối xứng với M qua P $\Rightarrow$ E là trung điểm C’D’.

Gọi F là trung điểm của A’D’ $\Rightarrow FE \parallel A'C' \parallel MN$.

Kẻ EF cắt A’B’ tại H, cắt B’C’ tại K.

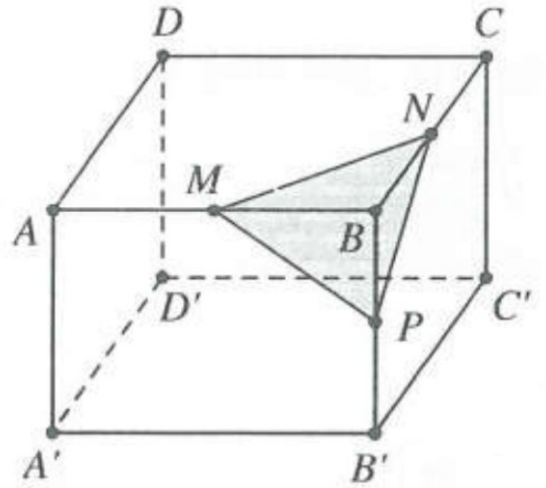
Nối MH cắt AA’ tại I và NK cắt CC’ tại G

Vậy thiết diện cần tìm chính là lục giác MNGEFI.



Chọn D.

Câu 15: Hình vẽ minh họa:



Thiết diện mà mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương chính là tam giác MNP. **Chọn A.**