

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho phương trình $ax^3 + 27x^2 + 12x + 2022 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt. Hỏi phương trình sau có bao nhiêu nghiệm thực:

$$4(ax^3 + 27x^2 + 12x + 2022)(3ax + 27) = (3ax^2 + 54x + 12)^2, a \neq 0$$

Bài 2. (8,0 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt[3]{8x+5} + \sqrt[3]{9x-x^2+15} + \sqrt[3]{x^2-17x+7} = 3, (x \in \mathbb{R})$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 \\ y + \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 \end{cases}$$

Bài 3. (4,0 điểm)

Cho dãy số $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$ như sau: $x_1 = \frac{2023}{6}$ và $\frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{2} + \dots + \frac{x_n}{n} = \frac{n+1}{2}x_n, \forall n = 1, 2, \dots$

Hãy tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} [(\sqrt{2022} + n)x_n]$.

Bài 4. (4,0 điểm)

1) Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) tiếp xúc trong tại M (đường tròn (O_2) nằm trong). Hai điểm P và Q thuộc đường tròn (O_2) , qua P kẻ tiếp tuyến với (O_2) cắt (O_1) tại B và D , qua Q kẻ tiếp tuyến với (O_2) cắt (O_1) tại A và C . Chứng minh rằng tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ACD, BCD nằm trên PQ .

2) Cho tam giác ABC , trên trung tuyến AD lấy điểm I cố định. Đường thẳng d đi qua I lần lượt cắt cạnh AB, AC tại M, N . Tìm vị trí của đường thẳng d để diện tích tam giác AMN đạt giá trị nhỏ nhất.

-----HẾT-----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.