

Câu 1 (5,0 điểm).

a) Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình: $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.

b) Một công ty dược phẩm đang trong giai đoạn cuối của việc phân tích một loại thuốc kháng sinh mới. Từ các thử nghiệm lâm sàng, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tại thời điểm t giờ kể từ khi bắt đầu uống thuốc tuân theo mô hình $C(t) = \frac{at}{t^2 + b}$ (microgam/lít), với a, b là các hằng số dương. Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân lớn nhất bằng 12 (microgam/lít) tại thời điểm chính xác là 4 giờ kể từ khi bắt đầu uống thuốc. Biết rằng để thuốc phát huy tác dụng kháng khuẩn thì nồng độ của nó trong máu phải được duy trì ở ngưỡng tối thiểu là 10 (microgam/lít). Hỏi với các điều kiện trên thì thuốc phát huy tác dụng kháng khuẩn từ thời điểm nào đến thời điểm nào kể từ khi bệnh nhân bắt đầu uống thuốc?

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho dãy số (a_n) tăng, là một cấp số cộng thỏa mãn: $a_1 + a_4 + a_{10} = 69$ và $a_1; a_2 + 1; a_3 + 14$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính tổng của 20 số hạng đầu tiên của dãy số (a_n) .

b) Xét tính liên tục của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{với } x \neq 0 \\ \frac{1}{6} & \text{với } x = 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$.

Câu 3 (2,0 điểm). Cho X là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập X . Tính xác suất để hai số được chọn có bốn chữ số đều khác nhau và tổng của bốn chữ số đó bằng 18.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết rằng tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$ và $AA_1 = a\sqrt{2}$.

a) Tính góc giữa hai đường thẳng BC_1 và AC .

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (A_1BC_1) .

c) Gọi M, N tương ứng là các điểm di động trên các đoạn thẳng A_1C_1 và BC_1 sao cho $MN = \frac{a}{2}$. Xác định vị trí của các điểm M, N sao cho thể tích của khối chóp $A.A_1BNM$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho dãy số (a_n) xác định bởi: $a_1 = 1$; $a_2 = 2$ và $a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_{n+1}^3}{a_n^2}, \forall n \geq 1$.

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương m ta có $\sum_{k=1}^m \frac{a_k}{a_{k+1}} < 1$.

Câu 6 (1,0 điểm). Tìm tất cả các số nguyên dương n và k sao cho:

$$(n+1)^n = 2.n^k + 3.n + 1.$$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho đa thức $P(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + ax + b$ có hai nghiệm dương $x_1; x_2$ sao cho $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$. Tìm giá trị lớn nhất của $a + b$.

----- **Hết** -----

Họ và tên.....SBD.....

Chú ý:

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.