

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề gồm 01 trang)

**Câu 1** (3 điểm). Cho hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-2}$  có đồ thị (C) và hai điểm A, B thay đổi thuộc (C) sao cho hoành độ của điểm A nhỏ hơn 2, hoành độ của điểm B lớn hơn 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AB.

**Câu 2** (4 điểm).

a) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3^{1-x+y}(1+2^{x-y})+1=2^{x-y+1} \\ x^2+y^2=5 \end{cases}, (x, y \in \mathbb{R}).$$

b) Lấy ngẫu nhiên ba số trong tập hợp  $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ . Tính xác suất để hiệu của hai số bất kì trong ba số đó (số lớn trừ số bé) không nhỏ hơn 2.

**Câu 3** (4 điểm). Cho dãy số thực  $(u_n)$  xác định bởi:  $u_1 = 1$  và  $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2023} + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Chứng minh rằng dãy  $(u_n)$  tăng và không bị chặn trên.

b) Tính  $\lim \left( \frac{u_1}{u_2} + \frac{u_2}{u_3} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1}} \right)$ .

**Câu 4** (6 điểm). Cho tứ diện ABCD có hai mặt ACD và BCD là các tam giác nhọn. Gọi G và H lần lượt là trọng tâm và trực tâm của tam giác BCD, G' và H' lần lượt là trọng tâm và trực tâm của tam giác ACD. Biết rằng đường thẳng HH' vuông góc với mặt phẳng (ACD).

a) Chứng minh rằng 4 điểm A, B, H và H' đồng phẳng.

b) Chứng minh rằng đường thẳng GG' vuông góc với mặt phẳng (BCD).

c) Cho  $BC = 4, CD = 6$  và  $\widehat{BCD} = 60^\circ$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng GG' và HH'.

**Câu 5** (3 điểm).

a) Cho số nguyên dương n và hàm số  $f(x) = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + \dots + a_n \sin nx$ , với  $a_1, \dots, a_n$  là các hằng số thực. Biết rằng  $|f(x)| \leq |\sin nx|, \forall x \in \mathbb{R}$ . Chứng minh rằng  $|a_1 + 2a_2 + \dots + na_n| \leq n$ .

b) Cho  $a, b, c$  là ba số thực không âm. Chứng minh rằng  $\sqrt{a^2 + bc} + \sqrt{b^2 + ca} + \sqrt{c^2 + ab} \leq \frac{3(a+b+c)}{2}$ .

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.