

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 11
HỌC KÌ II – NĂM HỌC 2020 – 2021

A. GIẢI TÍCH:

I. Lý thuyết:

1. Định nghĩa và tính chất giới hạn của dãy số và hàm số.
2. Định nghĩa hàm số liên tục tại 1 điểm, trên khoảng, trên đoạn và ứng dụng của nó.
3. Định nghĩa đạo hàm và các quy tắc tính đạo hàm, đạo hàm của hàm số sơ cấp, đạo hàm cấp cao.

II. Bài tập:

1. Tìm giới hạn hàm số (Chú ý khử dạng vô định : $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$).
2. Xét tính liên tục của hàm số tại 1 điểm, trên khoảng, đoạn. Xác định tham số để hàm số liên tục tại 1 điểm, trên khoảng, đoạn.
3. Áp dụng tính liên tục để chứng minh phương trình có nghiệm.
4. Nắm vững các qui tắc, công thức tính đạo hàm, đạo hàm của hàm số sơ cấp, đạo hàm cấp cao.
5. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số.

BÀI TẬP ÔN TẬP.

1. Giới hạn

Bài 1: Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{llll}
 1) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 4} & 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1} & 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} & 4) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 2x^2} \\
 5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt{x + 7} - 3} & 6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x + 1} - 3}{x^2 - 4} & 7) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x + 5} - \sqrt{2x + 1}}{x - 4} & 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 4} - 3}{x}
 \end{array}$$

Bài 2: Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{llll}
 1) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x - 1}{x - 3} & 2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} & 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 3}{(x - 1)^2} & 4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}
 \end{array}$$

Bài 3: Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{llll}
 1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + 3}{2x - 1} & 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3x - 4}{-x^3 - x^2 + 1} & 3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 5}}{2x - 1} & 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{3x - 1} \\
 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x) & 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - x + 3}) & 7) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x - 1})
 \end{array}$$

Bài 4: Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{llll}
 1) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + x^2 - x + 1) & 2) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 2x^2 - 3) & 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 2x^2 + x - 3) & 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3x^2 - 5x}
 \end{array}$$

Bài 5: Tính các tổng sau:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a. } S = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots & \text{b. } S = \frac{23}{100} + \frac{23}{10000} + \frac{23}{1000000} + \dots \\
 \text{c. } S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1} + \dots & \text{d. } S = 3 - \sqrt{3} + 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \dots
 \end{array}$$

Bài 6: Xét tính liên tục trên R của hàm số sau:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , x < 1 \\ x^2 & , x \geq 1 \end{cases}
 \end{array}$$

Bài 7: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ 2x + m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x = -2$.

Bài 8: Tìm các giá trị của m để các hàm số sau liên tục trên tập xác định của chúng:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Bài 9: Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất hai nghiệm: $2x^3 - 10x - 7 = 0$

Bài 10: Chứng minh rằng phương trình:

a) $m(x-1)^3(x^2-4)+x^4-3=0$ luôn có ít nhất 2 nghiệm với mọi giá trị của m .

b) $x^3+mx^2-1=0$ luôn có 1 nghiệm dương.

2. Đạo hàm.

Bài 1: Tìm đạo hàm các hàm số sau:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| 1) $y = x^3 - 2x + 1$ | 2) $y = 2x^4 - 2x^2 + 3x$ | 3) $y = (x^2 + x)(5 - 3x^2)$ | 4) $y = (t^3 + 2)(t + 1)$ |
| 5) $y = x(2x - 1)(3x + 2)$ | 6) $y = (x + 1)(x + 2)^2(x + 3)^3$ | 7) $y = (x^2 + 5)^3$ | 8) $y = (1 - 2t)^{10}$ |
| 9) $y = (x^3 + 3x - 2)^{20}$ | 10) $y = (x^7 + x)^2$ | 11) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ | 12) $y = \sqrt{x^4 + 6x^2 + 7}$ |
| 13) $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$ | 14) $y = \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x + 4}$ | 15) $y = \frac{2x}{x^2 - 1}$ | 16) $y = \frac{3}{(x^2 + x + 1)^3}$ |
| 17) $y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x - 3}$ | 18) $y = \frac{3x - 2}{x^2 - x + 2}$ | 19) $y = x\sqrt{1 + x^2}$ | 20) $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 2}$ |
| 21) $y = \frac{3}{x} - 6\sqrt{x}$ | 22) $y = \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{x^4}$ | 23) $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 + x + 3}$ | 24) $y = \left(x^3 + \frac{1}{x} - 6\sqrt{x}\right)^3$ |
| 25) $y = \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x}}$ | 26) $y = x\sqrt{x}$ | 27) $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$ | 28) $y = (x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}$ |
| 29) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$, (a là hằng số) | | 30) $y = \sqrt{3x^2 - ax + 2a}$, (a là hằng số) | |

Bài 2: Tìm đạo hàm các hàm số sau:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1) $y = \sin 2x - \cos 2x$ | 2) $y = \sin 5x - 2\cos(4x + 1)$ | 3) $y = 2\sin 2x \cdot \cos 3x$ | 4) $y = \sin \sqrt{2x + 1}$ |
| 5) $y = \sqrt{\sin 2x}$ | 6) $y = \sin^2 x + \cos^3 x$ | 7) $y = (1 + \cot x)^2$ | 8) $y = \cos x \cdot \sin^2 x$ |
| 9) $y = \sin(\sin x)$ | 10) $y = \cos(x^3 + x - 2)$ | 11) $y = \sin^2(\cos 3x)$ | 12) $y = x \cdot \cot x$ |
| 13) $y = \frac{1 + \sin x}{2 - \sin x}$ | 14) $y = \cot^3\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ | 15) $y = \tan \frac{x + 1}{2}$ | 16) $y = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$ |
| 17) $y = \sqrt{1 + 2\tan x}$ | 18) $y = \sqrt{2 + \tan^2 x}$ | 19) $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ | 20) $y = \sin^4 \frac{x}{2}$ |

Bài 3: Tìm đạo hàm cấp 2 của của hàm số sau:

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $y = x^3 - 2x + 1$ | 2) $y = 2x^4 - 2x^2 + 3$ | 3) $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$ | 4) $y = \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x + 4}$ |
| 5) $y = \sin 2x - \cos 2x$ | 6) $y = x \cdot \cos 2x$ | 7) $y = \sqrt{x}$ | 8) $y = x\sqrt{1 + x^2}$ |

Bài 4: Tìm vi phân của của hàm số:

- | | | | |
|-----------------------|---------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $y = x^4 - 2x + 1$ | 2) $y = (x^3 + 2)(x + 1)$ | 3) $y = \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x + 4}$ | 4) $y = 3\sin^2 x \cdot \sin 3x$ |
|-----------------------|---------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|

Bài 5: a) Cho $f(x) = \sqrt{3x + 1}$, tính $f'(1)$

b) Cho $f(x) = (x + 10)^6$. Tính $f''(2)$

c) $f(x) = \sin 3x$. Tính $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; $f''(0)$; $f''\left(\frac{\pi}{18}\right)$

Bài 6: Cho hàm số: $y = x^3 + 4x + 1$. Viết PT tiếp tuyến của đồ thị hàm số trong của trường hợp sau:

- a) Tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$;
 b) Tiếp tuyến có hệ số góc $k = 31$;
 c) Song song với đường thẳng $d: y = 7x + 3$;
 d) Vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = -\frac{1}{16}x - 5$.

Bài 7: Chứng minh rằng của hàm số sau thoả mãn của hệ thức:

a) $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$ thoả mãn: $f'(1) + f'(-1) = -4f(0)$; b) $y = \frac{x-3}{x+4}$; $2y'^2 = (y-1)y''$

c) $y = a \cdot \cos x + b \cdot \sin x$ thoả mãn hệ thức: $y'' + y = 0$.

d) $y = \cot 2x$ thoả mãn hệ thức: $y' + 2y^2 + 2 = 0$

Bài 8: Giải phương trình: $y' = 0$ biết rằng:

1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ 2) $y = x^4 - 2x^2 + 5$ 3) $y = x^4 - 4x^3 + 3$

4) $y = x\sqrt{1-x^2}$

5) $y = \frac{x^2 - 5x + 15}{x - 2}$

6) $y = x + \frac{4}{x}$

7) $y = \frac{x}{x^2 + 4}$

8) $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \sin x - 3$

Bài 9: Giải của bất phương trình sau:

1) $y' > 0$ với $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 2) $y' < 4$ với $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

3) $y' \geq 0$ với $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ 4) $y' \leq 0$ với $y = \sqrt{2x - x^2}$

Bài 10: Cho hàm số: $y = \frac{2}{3}x^3 - (m+1)x^2 + 3(m+1)x + 2$.

1) Tìm m để phương trình $y' = 0$:

a) Có 2 nghiệm.

b) Có 2 nghiệm trái dấu.

c) Có 2 nghiệm dương.

d) Có 2 nghiệm âm phân biệt.

2) Tìm m để $y' > 0$ với mọi x .

B. PHẦN HÌNH HỌC

I. LÝ THUYẾT: (Nắm vững kiến thức sau để vận dụng làm bài tập)

- Sự đồng phẳng của các véctơ. Điều kiện để 3 véctơ đồng phẳng.
- Góc giữa 2 đường thẳng. Hai đường thẳng vuông góc.
- Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.
- Định lí 3 đường vuông góc.
- Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
- Góc giữa 2 mặt phẳng.
- Điều kiện để 2 mặt phẳng vuông góc và tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.
- Định nghĩa hình lăng trụ đứng, hình lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.
- Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, một đường thẳng. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

II. BÀI TẬP ÔN TẬP:

Bài 1: Cho hình chóp S.ABCD, ABCD là hình vuông cạnh a , tâm O; $SA \perp (ABCD)$; $SA = a\sqrt{6}$. AM, AN là các đường cao của tam giác SAB và SAD;

- CMR: Các mặt bên của chóp là các tam giác vuông.
- Gọi P là trung điểm của SC. Chứng minh rằng $OP \perp (ABCD)$.
- CMR: $BD \perp (SAC)$, $MN \perp (SAC)$.

- 4) Chứng minh: $AN \perp (SCD)$; $AM \perp SC$.
- 5) Chứng minh: $SC \perp (AMN)$.
- 6) Chứng minh: $BN \perp SD$.
- 7) Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

Bài 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Kẻ AH , AK lần lượt vuông góc với SB , SC tại H và K , có $SA = AB = a$.

- 1) Chứng minh tam giác SBC vuông.
- 2) Chứng minh tam giác AHK vuông và tính diện tích tam giác AHK .
- 3) Tính góc giữa AK và (SBC) .

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $SA=SB=SC=SD=a\sqrt{2}$; O là tâm của hình vuông $ABCD$.

- a) Chứng minh (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với $(ABCD)$.
- b) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$.
- c) Tính khoảng cách từ S đến $(ABCD)$.
- d) Tính góc giữa đường SB và $(ABCD)$.
- e) Gọi M là trung điểm của CD , hạ $OH \perp SM$, chứng minh H là trực tâm tam giác SCD .
- f) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.
- g) Tính khoảng cách giữa SM và BC ; SM và AB .

Bài 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $SA=a$; đáy $ABCD$ là hình thang vuông có đáy bé là BC , biết $AB=BC=a$, $AD=2a$.

- 1) Chứng minh các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông.
- 2) Tính khoảng cách giữa AB và SD .
- 3) M , H là trung điểm của AD , SM . Chứng minh: $AH \perp (SCM)$.
- 4) Tính góc giữa SD và $(ABCD)$; SC và $(ABCD)$.
- 5) Tính góc giữa SC và (SAD) .

Bài 5: Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc nhau và $OA=OB=OC=a$

- a) Chứng minh các mặt phẳng (OBC) , (OAC) , (OAB) đôi một vuông góc.
- b) M là trung điểm của BC , chứng minh (ABC) vuông góc với (OAM) .
- c) Tính khoảng cách giữa OA và BC .
- d) Tính góc giữa (OBC) và (ABC) .
- e) Tính $d(O, (ABC))$.

Bài 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C , $CA=CB=2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) vuông góc với mặt đáy, cạnh $SA=a$. Gọi D là trung điểm của AB .

- a) Chứng minh: $(SCD) \perp (SAB)$.
- b) Tính khoảng cách từ A đến (SBC) .
- c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

Bài 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a .

- a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .
- b) Tính góc giữa các cạnh bên và mặt đáy.
- c) Tính góc giữa các mặt bên và mặt đáy.
- d) Chứng minh các cặp cạnh đối vuông góc nhau.

Bài 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=BC=a$; $AC=a\sqrt{2}$

- a) Chứng minh rằng: BC vuông góc với AB' .
- b) Gọi M là trung điểm của AC , chứng minh: $(BC'M) \perp (ACC'A')$.
- c) Tính khoảng cách giữa BB' và AC .

Bài 9: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại C , $CA=a$; $CB=b$, mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Từ C kẻ đường thẳng $CH \perp AB$, kẻ $HK \perp AA'$.

- a) CMR: $BC \perp CK$, $AB' \perp (CHK)$.
- b) Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và (CHK) .
- c) Tính khoảng cách từ C đến $(AA'B'B)$.

Bài 10: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B; $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và $AB = a$

- Chứng minh: $(SBC) \perp (SAB)$.
- Tính góc giữa (SBC) và (ABC)
- Gọi AM là đường cao của ΔSAB , N là điểm thuộc cạnh SC.cm: $(AMN) \perp (SBC)$.
- Tính khoảng cách từ A đến (SBC)

Bài 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và $A=60^\circ$, $SA = SB = SC = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

- Tính khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ và độ dài cạnh SC.
- Chứng minh rằng $(SAC) \perp (ABCD)$ và $SB \perp BC$.
- Tính tan của góc giữa (SBD) và $(ABCD)$

Bài 12: Cho hình chóp S.ABC có ΔABC đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, $SA = \frac{3}{2}a$. Gọi I là trung điểm BC.

- Chứng minh: $(SBC) \perp (SAI)$.
- Tính khoảng cách giữa SA và BC
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SI. Chứng minh: $AH \perp (SBC)$. Tính góc giữa AB và (SBC)
- Tính góc giữa (SBC) và (ABC) .

Bài 13: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

- Chứng minh : $(SAB) \perp (SBC)$, $(SAD) \perp (SCD)$, $(SAC) \perp (SBD)$.
- Tính góc giữa SC và $(ABCD)$; SC và (SAB) ; AC và (SBC)
- Tính góc giữa (SBD) và $(ABCD)$
- Tính khoảng cách từ A đến (SBC)
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD; AC và SD

Bài 14: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

- Chứng minh : $BD \perp SC$, $(SBD) \perp (SAC)$.
- Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .
- Tính góc giữa SC và $(ABCD)$

Bài 15: Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng 2a. Gọi O là tâm của đáy ABCD.

- Chứng minh rằng: $(SBD) \perp (ABCD)$, $(SAC) \perp (SBD)$.
- Tính góc giữa SA và $(ABCD)$
- Gọi H là trung điểm của CD. Chứng minh rằng: $(SOH) \perp (SCD)$
- Dựng đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và SC.

C. MỘT SỐ ĐỀ MINH HỌA

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ II - NĂM HỌC 2020 - 2021

ĐỀ MINH HỌA

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Họ và tên học sinh: Mã số học sinh:

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hai dãy (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = 3$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng

- A. 5. B. 6. C. -1. D. 1.

Câu 2: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 3: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 4: $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)$ bằng

- A. 3. B. -1. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 5: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+3)$ bằng

- A. $+\infty$. B. 2. C. 3. D. $-\infty$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và đạo hàm $f'(2) = 6$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; f(2))$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 12.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = x^2$ tại điểm $x = 3$ bằng

- A. 6. B. 12. C. 3. D. 9.

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = x^2 + x$ là

- A. $2x+1$. B. $2x$. C. $2x^2+1$. D. $2x^2+x$.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = x^3 - 2x$ là

- A. $3x^2 - 2$. B. $3x^2$. C. $3x^3 - 2$. D. $2x^2 - 2$.

Câu 10: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có $f'(1) = 2$ và $g'(1) = 3$. Đạo hàm của hàm số $f(x) + g(x)$ tại điểm $x = 1$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

Câu 11: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có $f'(1) = 3$ và $g'(1) = 1$. Đạo hàm của hàm số $f(x) - g(x)$ tại điểm $x = 1$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. -2.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x + 4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $2f(x)$ có đạo hàm là

- A. $4x+8$. B. $4x+4$. C. $x+2$. D. $2x+6$.

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $-\sin x$. B. $\sin x$. C. $-\cos x$. D. $\cos x$.

Câu 14: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y = x + \sin x$ là

- A. $1 + \cos x$. B. $1 - \cos x$. C. $\cos x$. D. $-\cos x$.

Câu 16: Trong không gian, cho hình bình hành $ABCD$. Vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. \overrightarrow{AC} B. \overrightarrow{BC} . C. \overrightarrow{BD} D. \overrightarrow{CA} .

Câu 17: Trong không gian, với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba vector bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

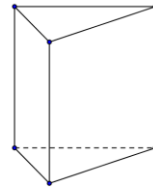
- A. $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$. B. $\vec{a}(\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$.
 C. $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} - \vec{a}\vec{c}$. D. $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c}$.

Câu 18: Trong không gian cho điểm A và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Có đúng một đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .
 B. Có đúng hai đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .
 C. Có vô số đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .
 D. Không tồn tại đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .

Câu 19: Hình lăng trụ đứng tam giác có bao nhiêu mặt là hình chữ nhật ?

- A. 3. B. 1.
 C. 5. D. 2.



Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 21: Cho (u_n) là cấp số nhân với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho. Ta có $\lim S_n$ bằng

- A. 6. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 22: Giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \geq 2 \\ m & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 23: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2$ tại điểm $M(1; -1)$ có hệ số góc bằng

- A. -1. B. 1. C. 7. D. 5.

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y = (2x+1)^2$ là

- A. $y' = 8x + 4$. B. $y' = 2x + 1$. C. $y' = 4x + 2$. D. $y = 4x + 1$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = 3x^2 + \sqrt{x}$ là

- A. $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. B. $6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $3x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $6x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 26: Đạo hàm của hàm số $y = \tan(2x+1)$ là

A. $\frac{2}{\cos^2(2x+1)}$. B. $-\frac{2}{\cos^2(2x+1)}$. C. $\frac{1}{\cos^2(2x+1)}$. D. $\frac{2}{\sin^2(2x+1)}$.

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$ là

A. $\sin x + x \cos x$. B. $\sin x - x \cos x$. C. $\sin x + \cos x$. D. $\cos x + x \sin x$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $2 \cos 2x$. B. $-2 \cos 2x$. C. $\cos 2x$. D. $-\cos 2x$.

Câu 29: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^3 + 2x$ là

A. $6x$. B. $6x + 2$. C. $3x$. D. $3x + 2$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = (x+1)^3$. Giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 12. B. 6. C. 24. D. 4.

Câu 31: Trong không gian cho hai vectơ \vec{u}, \vec{v} tạo với nhau một góc 60° , $|\vec{u}| = 2$ và $|\vec{v}| = 3$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 3. B. 6. C. 2. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $AB \perp (SAD)$. B. $BC \perp (SAD)$. C. $AC \perp (SAD)$. D. $BD \perp (SAD)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. (SAC) . B. (SBD) . C. (SCD) . D. (SBC) .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = a$ và $SB = \sqrt{2}a$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $2a$. D. $\sqrt{3}a$.

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Hãy xác định các số a, b, c biết rằng $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

và đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $(-1; -3)$ và $(1; -1)$.

Câu 2: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° .

Tính độ dài đường cao của hình chóp đã cho.

Câu 3: a) Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f(x+1)$ đều liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và $f(0) = f(2)$. Chứng minh phương trình $f(x) - f(x+1) = 0$ luôn có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$.

b) Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

-----HẾT -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1 : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 2 : Cho hai dãy (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = c$ và $\lim v_n = d$ Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng

- A. $a+b$. B. c . C. d . D. $c+d$.

Câu 3 : $\lim_{x \rightarrow b} x$ bằng

- A. 1. B. b . C. 0. D. $+\infty$.

Câu 4 : Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).g(x) = a.b$.

Câu 5 : Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 . Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ bằng

- A. $f(x)$. B. $f(x_0)$. C. x_0 . D. x .

Câu 6 : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2021}{2n + 2021}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. -1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 7 : $\lim_{x \rightarrow 0} (2021x^2 - 2)$ bằng

- A. 2021. B. -2. C. 2019. D. 0.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = x^2$ và $x_0 \in \mathbb{R}$. Chọn câu đúng.

- A. $f'(x_0) = x_0$. B. $f'(x_0) = x_0^2$. C. $f'(x_0) = 2x_0$. D. $f'(x_0)$ không tồn tại.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = 6x^5 + 4x^4 - x^3 + 10$ là

A. $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2$

B. $y' = 20x^4 + 16x^3 - 3x^2$

C. $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2 + 10$

D. $y' = 5x^4 + 4x^3 - 3x^2$

Câu 10: Cho $u = u(x)$, $v = v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định và k là hằng số. Xét các đẳng thức sau

(I) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$ ($v = v(x) \neq 0$)

(II) $\left(\frac{k}{v}\right)' = \frac{kv'}{v^2}$ ($v = v(x) \neq 0$)

(III) $(u \cdot v)' = u' \cdot v - v' \cdot u$

Số đẳng thức *đúng* trong các đẳng thức trên là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 11: Chọn khẳng định *sai* trong những khẳng định sau.

A. $(x)' = 1$.

B. $\left(\frac{x}{2}\right)' = \frac{1}{2}$.

C. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)' = \frac{2}{(x-1)^2}$.

Câu 12: Chọn khẳng định *đúng* trong những khẳng định sau.

A. $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}, n > 1$).

B. $(7x)' = 7$.

C. $(c)' = 1$, c là hằng số.

D. $(x)' = 0$.

Câu 13: Chọn khẳng định *đúng* trong những khẳng định sau.

A. $\left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$

B. $\left(\frac{x^4}{2}\right)' = 4x^3$

C. $(5x)' = 5' \cdot x'$

D. $(2\sqrt{x})' = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 14: Chọn khẳng định *đúng* trong những khẳng định sau.

A. $(4x^2 + 2)' = 8x$

B. $\left(\frac{5}{x^3}\right)' = 3x^2$

C. $\left(\frac{-5}{x^3}\right)' = \frac{15}{x^3}$

D. $\left(\sqrt{3x^2 + x + 1}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 + x + 1}}$

Câu 15: Cho hàm số $y = 3x + 1$. Tính $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

A. 3.

B. $3x$.

C. $3\Delta x$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-5}{3x+2}$. Tính $f'(2)$.

A. $f'(2) = \frac{17}{64}$.

B. $f'(2) = -\frac{17}{64}$.

C. $f'(2) = \frac{29}{64}$.

D. $f'(2) = \frac{17}{16}$.

Câu 17: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x - 1}$.

A. $y' = \frac{2x^2 - 4x + 3}{(x - 1)^2}$. B. $y' = \frac{2x^2 - 4x + 7}{(x - 1)^2}$. C. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 7}{(x - 1)^2}$. D. $y' = \frac{2x^2 - 4x + 3}{(x + 1)^2}$.

Câu 18: Cho các mệnh đề sau

(I). $(\sin x)' = -\cos x$ (II). $(\cos u)' = -u' \sin u$. (III). $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

- A. Các mệnh đề (I), (II), (III) đều đúng. B. Chỉ có mệnh đề (I) đúng.
C. Mệnh đề (II), (III) đúng. D. Chỉ có mệnh đề (III) đúng.

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \sin x^2$

A. $y' = 2x \cos x^2$. B. $y' = 2x \sin x^2$. C. $y' = \cos x^2$. D. $y' = -2x \cos x^2$.

Câu 20: Chọn khẳng định *đúng* trong những khẳng định sau.

A. $(\tan 3x)' = \frac{3}{\cos^2 3x}$. B. $(\sin^2 x)' = 2 \sin x$.
C. $(\cos^2 x)' = 2 \cos x$. D. $(\cos^2 x)' = 2 \cos 2x$.

Câu 21: Chọn mệnh đề *sai* trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB và với mọi điểm M ta có $\vec{IA} + \vec{IB} = -2\vec{MI}$
B. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.
C. Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC và với mọi điểm M ta có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$
D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Câu 22: Hàm số $y = \sqrt{\tan x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{1 + \tan^2 x}{\sqrt{\tan x}}$ B. $y' = \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\tan x}}$ C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{\tan x}}$ D. $y' = \frac{1 + \tan^2 x}{2\sqrt{\tan x}}$

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = \sin \frac{1}{x^2}$ ta được kết quả là

A. $y' = \frac{2}{x^3} \cos \frac{1}{x^2}$ B. $y' = -\frac{2}{x^3} \cos \frac{1}{x^2}$ C. $y' = \cos \frac{1}{x^2}$ D. $y' = \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x^2}$

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{\cos 3x}$, Tính $f'(\frac{\pi}{3})$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 25: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 4t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2s$ bằng

- A. $4m/s^2$ B. $12m/s^2$ C. $8m/s^2$ D. $6m/s^2$

Câu 26: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = (x^2 - 1)^2$ là

- A. $y'' = 4x^3 - 4x$. B. $y'' = 12x^2 - 4$. C. $y'' = 12x^2 + 4$. D. $y'' = 4x^2 - 4$.

Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$, kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$ là

- A. \overrightarrow{EC} . B. \overrightarrow{GE} . C. \overrightarrow{CE} . D. \overrightarrow{AG} .

Câu 28: Trong không gian, xét các mệnh đề

- (I) Hai đường thẳng a và b phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng Δ thì a và b song song với nhau.
 (II) Hai đường thẳng a và b phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng Δ thì a và b vuông góc với nhau.

Chọn khẳng định đúng trong những khẳng định sau:

- A. Chỉ có (I) đúng. B. Chỉ có (II) đúng.
 C. Cả (I) và (II) đều đúng. D. Cả (I) và (II) đều sai.

Câu 29: Tập hợp các điểm M trong không gian cách đều hai điểm A và B là tập hợp nào sau đây?

- A. Một đường thẳng song song với AB . B. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB .
 C. Một mặt phẳng song song với AB . D. Đường thẳng trung trực của đoạn AB .

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$ có BCD là tam giác vuông tại C , AD vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Tìm mệnh đề đúng trong các khẳng định sau.

- A. $CD \perp AC$ B. $AC \perp AB$ C. $BC \perp AC$ D. $AB \perp BD$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết SO vuông góc với AC và tam giác SBD cân tại S . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \perp (SCD)$ B. $CD \perp AC$ C. $CD \perp (SAC)$ D. $SO \perp (ABCD)$

Câu 32: Chọn phát biểu đúng trong các khẳng định dưới đây.

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt này sẽ vuông góc với mặt kia.
 B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì chúng vuông góc với nhau.
 C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt này và vuông góc với giao tuyến của chúng thì sẽ vuông góc với mặt kia.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = \frac{a}{2}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Xác định góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .

Câu 34: Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau

- A. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên mặt này đến một điểm bất kỳ trên mặt kia.
 B. Đường vuông góc chung là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

C. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ lần lượt nằm trên hai đường thẳng đó.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên mặt này đến mặt kia.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) , khi đó d có giá trị bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. a .

D. $2a$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hàm số $y = 2x^3 - 7$, có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tâm O . $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB = a$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 3: Chứng minh rằng phương trình $-2x^3 = 2 - 5x$ có ít nhất hai nghiệm dương.

-----HẾT -----

TỔ TOÁN

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2-MÔN TOÁN-LỚP 11 CHUYÊN

NĂM HỌC 2020-2021

I/Nội dung ôn tập

Học sinh cần nắm các kiến thức trọng tâm sau:

1.Giải tích

- Hiểu định nghĩa, tính chất các loại hàm số : Hàm số mũ, hàm số lũy thừa, hàm số logarit. Biết khảo sát, giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình liên quan đến các hàm trên.
- Tính được nguyên hàm, tích phân bằng các phương pháp như: đổi biến, từng phần, trực tiếp. Biết được ứng dụng của tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay.
- Hiểu được khái niệm số phức và các phép toán trên tập số phức.

2.Hình học

- Hiểu khái niệm khối đa diện, đa diện lồi, đa diện đều.
- Nắm công thức tính thể tích khối chóp, khối lăng trụ. Biết phân chia các khối đa diện phức tạp để đưa về các khối đa diện đơn giản, thuận tiện cho việc tính thể tích.
- Hiểu khái niệm khối tròn xoay, biết tính thể tích và các vấn đề liên quan đến khối nón, khối trụ, khối cầu.

II/ Bài tập rèn luyện

Dạng 1. Phương trình , bất phương trình mũ, logarit

Câu 1. Tìm m để BPT sau có nghiệm: $4^x - m.2^x + m + 3 \leq 0$. (ĐS: $m < -2 \vee m \geq 6$).

Câu 2. Giải phương trình $2^{3x} - 6.2^x - \frac{1}{2^{3(x-1)}} + \frac{12}{2^x} = 1$

Câu 3. Định tham số m để các bất phương trình

a/ $4^x - m.2^x + m + 3 \leq 0$ có nghiệm? b/ $4^{x^2-2x} + m.2^{x^2-2x} + m + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} ?$

c/ $\log_2 \sqrt{x^2 + 1} < \log_2 (mx + m)$ có nghiệm? (ĐH AN-00).

Câu 4. Giải phương trình $\log_{27} (x^2 - 5x + 6)^3 = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} \left(\frac{x-1}{2} \right) + \log_9 (x-3)^2$

Câu 5. Tìm m để bất phương trình $(m-2)\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+2m\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1=0$ có nghiệm $x \in [1;2]$

Câu 6. Giải bất phương trình $3^{2x} - 8.3^{x+\sqrt{x+4}} - 9.9^{\sqrt{x+4}} > 0$

Câu 7. Giải bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} > \sqrt{5(\log_4 x^2 - 3)}$

Câu 8. Giải phương trình $|\ln(2x-3) + \ln(4-x^2)| = |\ln(2x-3)| + |\ln(4-x^2)|$

Câu 9. Giải phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

Câu 10. Giải bất phương trình: $\log_2 x + \log_3 x < 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$. Đs: $0 < x < 2$ hay $x > 3$;

Câu 11. (HVCTQG TpHCM-99). Cho phương trình: $\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x + m\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8$

a/ Giải phương trình khi $m=7$; b/ Biện luận theo m số nghiệm của phương trình.

Câu 12. Tìm m để phương trình

a) $m.2^x - 3^{x+1} = m.3^x - 2^{x+2}$ có nghiệm; b/ $4^x - m6^x = (3-2m).9^x$ có nghiệm;

Câu 13. Tìm m để mọi nghiệm của BPT $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{1+\frac{1}{x}} > 12$ đều là nghiệm của bất phương trình: $2x^2 + (m+2)x + 2 - 3m < 0$. (Đs: $m \geq \frac{2}{3}$)

Câu 14. Cho bất phương trình: $m.9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m.4^{2x^2-x} \leq 0$

a/Giải bất phương trình khi $m = 6$; b/Định m để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x : |x| \geq \frac{1}{2}$

Câu 15. Tìm a để: $a.4^x + (a-1)2^{x+2} + a - 1 \geq 0, \forall x$

Câu 16. Tìm m để phương trình $\frac{\log(mx)}{\log(x+1)} = 2$ có nghiệm

Câu 17. Cho bất phương trình: $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3.\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$ (*)

a/Giải bất phương trình (*); (Đs: $-1 < x < 0$)

b/Xác định m để mọi nghiệm của BPT (*) đều là nghiệm của BPT sau đây:

$$(m-2)^2 x^2 - 3(m-6)x - m - 1 < 0 \quad (\text{Đs: } -1 \leq m \leq 5)$$

Câu 18. Tìm a để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$:

$$x^2 \left(2 - \log_2 \frac{a}{a+1} \right) + 2x \left(1 + \log_2 \frac{a}{a+1} \right) - 2 \left(1 + \log_2 \frac{a}{a+1} \right) > 0$$

Câu 19. Tìm m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm $x \in (32; +\infty)$

Câu 20. Tìm m để phương trình có nghiệm: $x\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m \log_2(2 + \sqrt{4-x})$

CÁC CÂU ĐẠI HỌC

A-02. Cho phương trình: $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (2) khi $m = 2$; (Đs: $x = 3^{\pm\sqrt{3}}$)

b) Tìm m để phương trình (2) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

B-02. Giải bất phương trình: $\log_3(\log_3(9^x - 72)) \leq 1$. (Đs: $\log_9 73 < x \leq 2$)

D-03. Giải phương trình: $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$. (Đs: -1; 2)

$$\text{A-04: } \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4\left(\frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases}; \text{ B-05: } \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \end{cases}; \text{ D-02: } \begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y \\ \frac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y \end{cases}$$

A-06. Giải phương trình: $3 \cdot 8^x + 4 \cdot 12^x - 18^x - 2 \cdot 27^x = 0$. (Đs: $x=1$)

B-06. Giải bpt: $\log_5(4^x + 144) - 4\log_5 2 < 1 + \log_5(2^{x-2} + 1)$ (Đs: $2 < x < 4$)

D-06. CMR: $\forall a > 0$, hệ phương trình $\begin{cases} e^x - e^y = \ln(1+x) - \ln(1+y) \\ y - x = a \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

D-06. Giải phương trình: $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$. (Đs: 0,1)

A-07. Giải bất phương trình: $2 \log_3(4x-3) + \log_{3^{-1}}(2x+3) \leq 2$.

B-07. Giải phương trình: $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$. (Đs:)

D-07. Cho $a \geq b > 0$. Chứng minh rằng: $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^b \leq \left(2^b + \frac{1}{2^b}\right)^a$.

D-07. Giải pt: $\log_2(4^x + 15 \cdot 2^x + 27) + 2\log_2\left(\frac{1}{4 \cdot 2^x - 3}\right) = 0$. (Đs: $x = \log_2 3$)

A-08. Giải phương trình $\log_{2x-1}(2x^2 + x - 1) + \log_{x+1}(2x - 1)^2 = 4$. (Đs: $2; \frac{5}{4}$)

B-08 Giải bpt: $\log_{0,7}\left(\log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4}\right) < 0$; D-08: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0$.

A-09: $\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2(xy) \\ 3^{x^2 - xy + y^2} = 81 \end{cases}$; B-10: $\begin{cases} \log_2(3y - 1) = x \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases}$; D-

10: $\begin{cases} 2\log_2(x - 2) - \log_{\sqrt{2}} y = 0 \\ x^2 - 4x + y + 2 = 0 \end{cases}$

D-10. Giải phương trình $4^{2x + \sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2 + \sqrt{x+2}} + 2^{x^3 + 4x - 4}$

D-11. Giải phương trình $\log_2(8 - x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0$.

D-13. Giải phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$.

B-13. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x - 1) - \log_{\sqrt{3}}(y + 1) = 0 \end{cases}$

D-14. Giải phương trình $\log_2(x - 1) - 2\log_4(3x - 2) + 2 = 0$

Giải phương trình $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$.

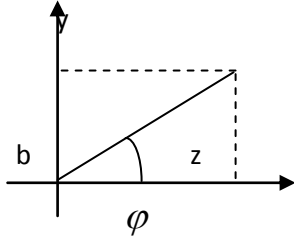
A2001. Tìm m để với $\forall x \in [0; 2]$ thỏa mãn $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} = 5$

Dạng 2. Số phức

SỐ PHỨC

1. Định nghĩa

a/ **Dạng đại số:** (hay còn gọi là dạng chuẩn tắc) có dạng: $z = a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$)



a : phần thực (Real); ký hiệu: $a = \text{Re}z$

b : phần ảo (Image); ký hiệu: $b = \text{Im}z$.

i : đơn vị ảo.

Độ

$$i^2 = -1$$

đài số phức: (modul số phức): $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

b/ Dạng lượng giác:

$$z = a + ib = \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + i \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) = r(\cos \varphi + i \sin \varphi), (a, b \in \mathbb{R})$$

với $\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $r = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\varphi = \arg z$ (gọi là *argument* của z)

2. Số phức liên hợp. Ký hiệu: \bar{z} .

• Nếu $z = a + ib \rightarrow \bar{z} = a - ib$; • Nếu

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \rightarrow \bar{z} = r(\cos \varphi - i \sin \varphi)$$

3. Các phép toán: Giả sử $z_1 = a_1 + ib_1$, $z_2 = a_2 + ib_2$ ($a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$). Ta có:

• **Phép so sánh:** $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2; \\ b_1 = b_2 \end{cases}$; • **Phép cộng- trừ:** $z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + i(b_1 \pm b_2)$

• **Phép nhân:** $z_1 \cdot z_2 = a_1 a_2 - b_1 b_2 + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$; • **Phép chia:** $\frac{z_1}{z_2} = z_1 \cdot \frac{1}{|z_2|^2} \cdot \bar{z}_2$.

* **Đặc biệt, nếu** $z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$; $z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$. Ta có:

a) **Phép nhân:** $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$;

b) **Phép chia:** $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$;

c) Phép lũy thừa: $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi, \forall n \in \mathbb{N}$ (Công thức Moivre).

4. Các tính chất. Cho z, z_1, z_2 là các số phức, ta có:

$$\begin{array}{lll} 1) \overline{\overline{z}} = z; & 2) \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}; & 3) \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}; \\ 4) z + \overline{z} = 2a; & 5) z - \overline{z} = 2ib; & 6) z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2 = r^2; \\ 7) |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|; & 8) |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|; & 9) \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}. \end{array}$$

5. Căn bậc hai của số phức: z là căn bậc hai của số phức $w \Leftrightarrow z^2 = w$.

1. Tìm ReW và ImW (phần thực và phần ảo) của các số phức sau:

a) $W = (3-2i) + (4-3i)(1-i) - (2-3i)^2;$ b) $W = (1+i)^3 + (4+3i)(1-i)^2 - (2-i)^2;$

c) $W = (3-2i)^3 - (2-3i)^2;$ d) $W = 1 + (1-i)^5 - 3(2-3i)^2;$

e) $W = (1-i)^4 (\sqrt{3}+i)^6;$ f) $W = \frac{2i+\sqrt{2}}{1-3i} + \frac{2+i\sqrt{3}}{2+i};$

g) $W = \frac{1}{2i} \left(i^7 - \frac{1}{i^7} \right);$ h) $W = \frac{\sqrt{3}-i}{1+i} - \frac{2i+\sqrt{2}}{3i};$

i) $W = \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) i^5 (1+i\sqrt{3})^7;$ j) $W = \frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{20}} + \frac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{20}};$

k) $W = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{33} + (1-i)^{10} - (2+3i)(3+2i) + \frac{1}{i};$ l) $W = \frac{(1+i)^{10}}{(\sqrt{3}+i)^9}.$

2. Viết dạng lượng giác của các số phức sau:

$$A = 1+i; \quad B = -1+i\sqrt{3}; \quad C = 1-i; \quad D = -1-i; \quad E = -\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ; \quad F = \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}.$$

3. Cho $z = \cos \varphi + i \sin \varphi$ ($\varphi \in \mathbb{R}$). Chứng minh rằng với mọi số nguyên $n \geq 1$, ta có:

a) $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\varphi;$ b) $z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\varphi.$

4. Tìm phần thực phần ảo của số phức $w = z^{2000} + \frac{1}{z^{2000}}$, biết rằng $z + \frac{1}{z} = 1$.

5. Cho số phức $z = x+iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tìm ReW và ImW

a) $W = z^2 - 3z + 4;$ b) $W = \frac{2iz + \sqrt{2}}{z-3i};$ c) $W = \frac{z+\overline{z}}{1-3iz}.$

6. Giải các phương trình sau (ẩn z):

a) $\frac{2+i}{3-i} z = \frac{3i-1}{1+i}$; b) $[(2-i)\bar{z} + 3+i] \cdot \left(iz + \frac{1}{2-i}\right) = 0$; c) $z^2 + \bar{z} = 0$;

d) $z + 2i\bar{z} = 2 + 3i$; e) $z^2 + |z| = 0$; f) $z^2 + |z|^2 = 0$;
g) $|z| - z = 1 + 2i$

h) $\frac{\bar{z} + i}{iz - 1} = \frac{-2}{5} - i\frac{1}{5}$; i) $|2z - i(3 - 4i)| = |z + 2i|$; j) $z + |z| = 2 + i$; k) $\bar{z} = -4z$;

l) $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$; m) $\frac{\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1}{z} = 0$; n) $z^2 + \bar{z} = 0$; o) $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$

7. Tìm tập hợp điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số z thỏa mãn:

a) $|z + \bar{z} + 3| = 4$; b) $|z - \bar{z} + 1 - i| = 2$; c) $(2-i)(i + \bar{z})$ là số thực tùy ý;

d) $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$; e) $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4$; f) $(2-i)(i + \bar{z})$ là số ảo tùy ý;

g) $|2i - 2\bar{z}| = |2z - 1|$; h) $|2iz - 1| = 2|z + 3|$.

8. Tìm số phức z thỏa mãn:

a) $\left|\frac{z-3i}{z+i}\right| = 1 \wedge \left|\frac{z-1}{z-i}\right| = 1$; b) $\left|\frac{z-2i}{z+i}\right| = 2 \wedge \left|\frac{z-1}{z-3}\right| = 1$; c) j) $z^2 + 3\sqrt{2}z + 6 = 0$

9. Thực hiện các phép tính:

a) $A = \frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$; b) $C = (1+i)^{25}$; c) $D = \frac{(1-i)^5 - 1}{(1+i)^5 + 1}$; d) $E = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$;

e) $F = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5$; f) $G = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{30}$; g) $H = \left(1 - \frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{24}$; i) $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$.

10. Tìm căn bậc hai của các số phức sau: $A = 3 - 2i$; $B = -1 + 4i\sqrt{3}$; $C = 4 + 6i\sqrt{5}$;
 $D = -1 - 2i\sqrt{6}$

11. Giải các phương trình

a) $(z-i)(z^2+1)(z^3+i) = 0$; b) $(z^2+z)^2 + 4(z^2+z) - 12 = 0$; c)
 $z^2 - (2+i)z + 7i - 1 = 0$

d) $z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$; e) $z^2 - (3i + 2)z + 3i = 0$; f) $z^2 + 3(1+i)z + 5i = 0$

g) $z^2 - (3 - 2i)z + 5 - 5i = 0$; h) $z^2 - (1 + i\sqrt{3})z - 1 + i\sqrt{3} = 0$; i) $2z^2 + 3z + 4 = 0$;

14. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình:

a) $z^2 - 2z + 7i = 0$. Tính giá trị biểu thức $B = |z_1| + |z_2|$;

b) $z^2 - (3 - 2i)z + 5 - 5i = 0$. Tính giá trị biểu thức $C = |z_1|^3 + |z_2|^3$.

15. Cho số phức z thỏa $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2 - 6i$. Tính modul của số phức z .

16. Tìm phần ảo của số phức $w = i\bar{z}$, biết $iz + 2\bar{z} = 1 - i$.

17. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$ và M, N là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn MN?

18. Tìm modul của số phức z , biết $(2+i)(1-iz) + \frac{2(1+2i)}{1+i} = (3-2i)z$.

19. Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1+2i)z + (1-i)\bar{z} = 21 + 3i$.

20. Tìm modul của số phức $\omega = 1 + iz + z^2$, biết $z + (2-i)\bar{z} = 5 + i$.

21. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{(1+i)^{n+3}}{(i+\sqrt{3})^{n+2}}$, biết $\frac{1}{2}\log_2(n-3) - \log_{\frac{1}{4}}(n+9) = 3, n \in \mathbb{N}$.

22. Gọi A, B, C là các điểm biểu diễn của các số $\frac{4i}{i-1}$, $(1-i)(1+2i)$ và $\frac{2+6i}{3-i}$ trong mặt phẳng phức. Chứng minh ΔABC vuông.

23. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 1 - 2i$. Tính modul của số phức $\omega = 2iz + (1-2i)\bar{z}$.

ĐỀ ĐẠI HỌC

A-09. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 2z + 10 = 0$.

Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

B-09. Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$ và $z\bar{z} = 25$.

D-09. Tìm tập hợp điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số z thỏa mãn: $|z - (3-4i)| = 2$.

A-10. Tìm phần ảo của số phức z , biết $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 (1 - i\sqrt{2})$.

B-10. Tìm tập hợp điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số z thỏa mãn: $|z - i| = |(1 + i)z|$.

D-10. Tìm số phức z thỏa mãn: $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

A-11. Tính modul của số phức z , biết: $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$.

B-11. Tìm số phức z , biết: $\frac{\bar{z} - 5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$

D-11. a) Tính modul của số phức z , biết: $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$

b) Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$, biết: $z^2 - 2(1 + i)z + 2i = 0$.

A-12. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$. Tính modul của số phức $w = 1 + z + z^2$.

B-12. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$.

Viết dạng lượng giác của z_1, z_2 .

D-12. Cho số phức z thỏa $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{i + 1} = 7 + 8i$. Tính modul của số phức $w = 1 + z + i$.

D-13. Cho số phức z thỏa $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$. Tính modul của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$.

A-13. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Viết dạng lượng giác của số phức z . Tính phần thực và phần ảo của số phức $\omega = (1 + i)z^5$.

A-14. Cho số phức z thỏa $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$. Tính phần thực và phần ảo của số phức z .

QG-15. Cho số phức z thỏa $(1 - i)z - 1 + 5i = 0$. Tính phần thực và phần ảo của số phức z .

Dạng 3. TÍCH PHÂN-NGUYÊN HÀM

1. (ĐH AN-99). Tính $I = \int_{\sqrt{7}}^4 \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 9}} dx$; $J = \int_e^{e^2} \frac{\ln[x \ln x]^{1999}}{1999x} dx$

2. (ĐH Luật HN-99). Chứng minh rằng: $\int_{\frac{1}{e}}^{\tan a} \frac{x}{1+x^2} dx + \int_{\frac{1}{e}}^{\cot a} \frac{1}{x(1+x^2)} dx = 1 \quad (\forall \tan a > 0)$.

3. (ĐH Thủy sản-99). Tính tích phân: a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x (1 + \cos x)^2 dx$; b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$$

4. (HVCTQG TpHCM-99). Tính $I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}}{x} dx$; $J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin 2x}{\cos^2 x} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

5. (ĐHBK HN-99). a/ Tìm họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = \sin x \sin 2x \cos 5x$. Tính

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{g(x)}{e^x + 1} dx$$

b/ Tìm hai số A, B sao cho hàm số $h(x) = \frac{\sin 2x}{2 + \sin x^2}$ có thể biểu diễn được dưới dạng:

$$h(x) = \frac{A \cos x}{2 + \sin x^2} + \frac{B \cos x}{2 + \sin x}. \text{ Tính tích phân } \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 h(x) dx$$

6. (ĐH CThơ-99). a/ Cho hàm f liên tục trên $[0,1]$. CMR: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$

b/ Áp dụng tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin x + \cos x} dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx$

7. (ĐH TMại-99). a/ Tính tích phân $\int_1^4 \frac{1}{x^2(x+1)} dx$

b/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $x = -1$; $x = 2$; $y = 0$; $y = x^2 - 2x$

8. (ĐH KTCN TpHCM-99). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$; $J = \int_0^1 x \arctan x dx$

9. Xác định các hệ số A, B, C sao cho: $\sin x - \cos x + 1 = A(\sin x + 2\cos x + 3) + B(\cos x - 2\sin x) + C$

Dựa vào kết quả đó, tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x + 1}{\sin x + 2\cos x + 3} dx$.

10. Cho f là hàm liên tục trên $[0,1]$. Chứng minh rằng: $\int_0^{\pi} f(\sin x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$

Dựa vào kết quả đó, tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x}{2 - \cos^2 x} dx$

11. a/ Tính $\int_{\sqrt{2}}^x \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}}$; b/ Giải phương trình: $\int_{\sqrt{2}}^x \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} = \frac{\pi}{12}$, ($x > \sqrt{2}$)

12. Tính các cặp tích phân I & J sau:

a) $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$; $J = \int_0^{\pi/4} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$; b) $I = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} dx$; $J = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$;

c) $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\cos^3 x + \sin^3 x} dx$; $J = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x + \sin^3 x} dx$; d) $I = \int_0^{\pi/8} \cos^2 x \cos 2x dx$; $J = \int_0^{\pi/8} \sin^2 x \cos 2x dx$

13. a/ Tính $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$ ($n \in \mathbb{N}$); b/CMR:

$$1 - \frac{C_n^1}{3} + \frac{C_n^2}{5} - \frac{C_n^3}{7} + \dots + (-1)^n \frac{C_n^n}{2n+1} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}$$

14. a/ Tính $\int_0^1 (1+x)^n dx$ ($n \in \mathbb{N}$); b/CMR: $1 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$

15. a/ Tính $f(t) = \int_0^t \left(4 \sin^4 x - \frac{3}{2} \right) dx$; b/Giaûi phương trình $f(t) = 0$.

16. ĐHKH HN 97. Tính $I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x}{4-5 \cos 2x} dx$

A03. $\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{5}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+4}} dx$; B03. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-2 \sin^2 x}{1+\sin 2x} dx$; D03. $\int_0^2 |x^2 - x| dx$;

A04. $\int_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}} dx$; B04. $\int_1^e \frac{\ln x \sqrt{1+3 \ln x}}{x} dx$; D04. $\int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$;

A05. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3 \cos x}} dx$; B05. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1+\cos x} dx$; D05. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx$

$$\text{A06. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx;$$

$$\text{B06. } \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{1}{e^x + 2e^{-x} - 3} dx;$$

$$\text{D06. } \int_0^1 (x-2)e^{2x} dx;$$

$$\text{Dự bị A07. } \int_1^{\sqrt{e}} \frac{3-2 \ln x}{x\sqrt{1+2 \ln x}} dx;$$

$$\text{Dự bị B07. } \int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}} dx;$$

$$\text{D07. } \int_1^e x^3 \ln^2 x dx;$$

$$\text{A08. } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} dx;$$

$$\text{B08. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x-\frac{\pi}{4})}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} dx;$$

$$\text{D08. } \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

$$\text{A09. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1) \cos^2 x dx;$$

$$\text{B09. } \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx;$$

$$\text{D09. } \int_1^3 \frac{1}{e^x - 1} dx;$$

$$\text{A10. } \int_0^1 \frac{x^2 + e^x + 2x^2 e^x}{1 + 2e^x} dx;$$

$$\text{B10. } \int_1^e \frac{\ln x}{x(2 + \ln x)^2} dx;$$

$$\text{D10. } \int_1^e \left(2x - \frac{3}{x}\right) \ln x dx;$$

$$\text{A11. } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x + (x+1) \cos x}{x \sin x + \cos x} dx;$$

$$\text{B11. } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + x \sin x}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{D11. } \int_0^4 \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx;$$

$$\text{A12. } \int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx;$$

$$\text{B12. } \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx;$$

$$\text{D12. } \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1 + \sin 2x) dx$$

$$\text{A13. } \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x dx;$$

$$\text{B13. } \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} dx;$$

$$\text{D13. } \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1} dx;$$

A14. Tính diện tích giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$.

$$\text{B14. } \int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} dx;$$

$$\text{D14. } \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin 2x dx.$$

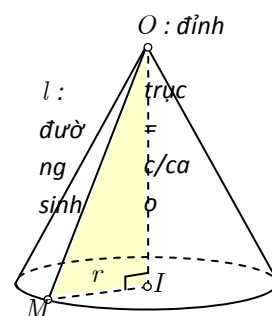
$$\text{QG15. } \int_0^1 (x-3)e^x dx.$$

Dạng 4. Nón, trụ, cầu

1. Mặt nón tròn xoay

Trong mặt phẳng (P) , cho hai đường thẳng d, Δ cắt nhau tại O và chúng tạo thành góc β với $0^\circ < \beta < 90^\circ$. Khi quay (P) xung quanh trục Δ với góc β không đổi thì đường thẳng d sinh ra một mặt nón tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O .

- Người ta thường gọi tắt mặt nón tròn xoay là mặt nón.
- Đường thẳng Δ được gọi là trục, đường thẳng d được gọi là

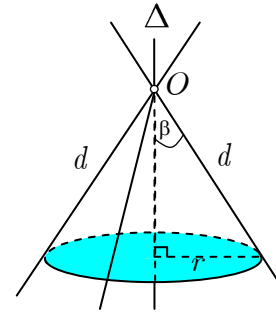


đường sinh và góc 2β được gọi là **góc ở đỉnh**.

2. Hình nón tròn xoay

Cho tam giác OIM vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).

- Đường thẳng OI gọi là **trục** (chiều cao), O là đỉnh và OM gọi là **đường sinh của hình nón**.
- Hình tròn tâm I , bán kính $r = IM$ là đáy của hình nón.



3. Công thức diện tích và thể tích của hình nón

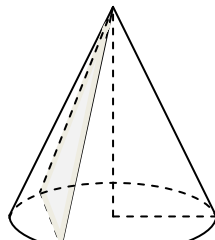
- Diện tích xung quanh: $S_{xq \text{ nón}} = \pi r l$, với r là bán kính đường tròn đáy, l đường sinh.

- Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi r l + \pi r^2$.

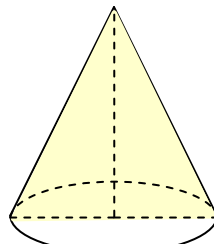
- Thể tích của khối nón: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, với $h = OI$ là chiều cao hình nón.

4. Tính chất

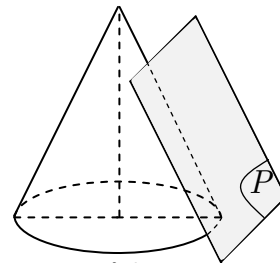
- Nếu hình nón tròn xoay bởi mặt phẳng **đi qua đỉnh** thì có các trường hợp sau xảy ra:
 - + Mặt phẳng cắt mặt nón theo 2 đường sinh \Rightarrow Thiết diện là tam giác cân (hình 1, 2)
 - + Mặt phẳng tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi đó là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón (hình 3).



Hình 1

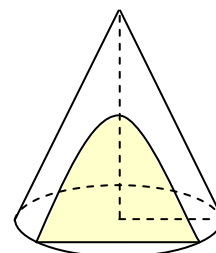
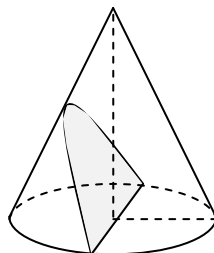
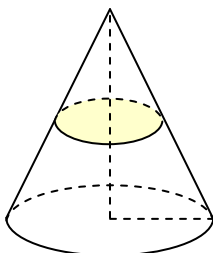


Hình 2: thiết diện qua trục

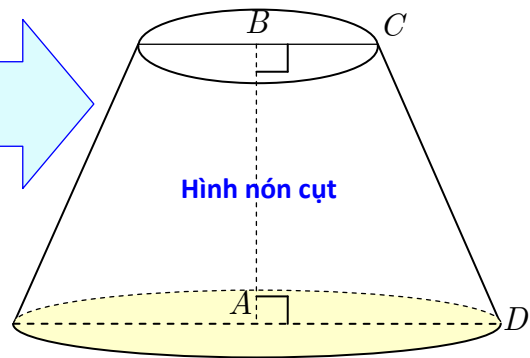
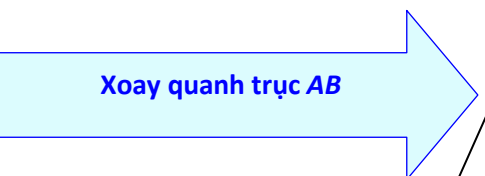
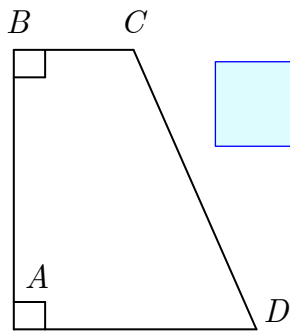
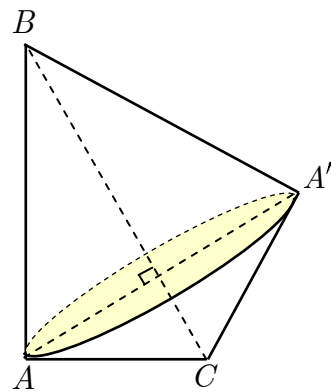
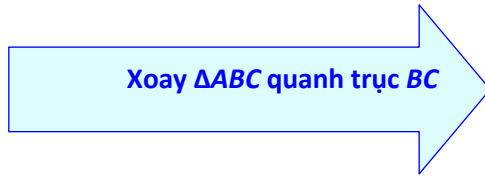
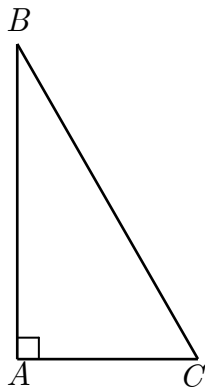
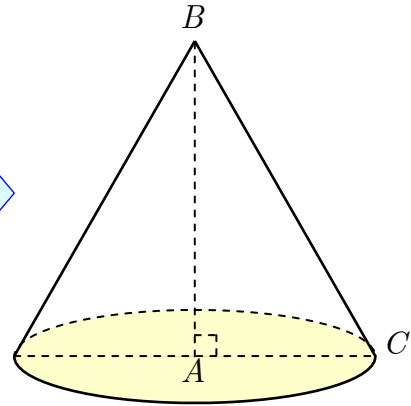
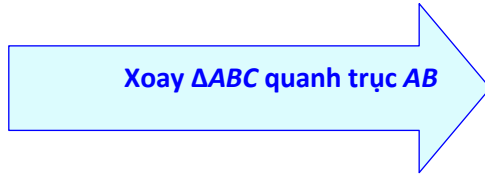
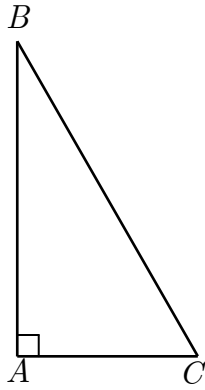


Hình 3

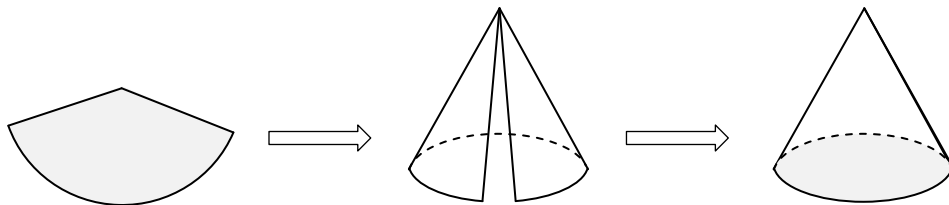
- Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng **không đi qua đỉnh** thì có các trường hợp:
 - + Nếu mặt phẳng cắt vuông góc với trục hình nón \Rightarrow giao tuyến là một đường tròn.
 - + Nếu mặt phẳng cắt song song với hai đường sinh hình nón \Rightarrow giao tuyến là hai nhánh của một hypebol.
 - + Nếu mặt phẳng cắt song song với một đường sinh hình nón \Rightarrow giao tuyến là một đường parabol.



Một số trường hợp xoay hình phẳng tạo hình nón



Gấp hình quạt để tạo thành hình nón



Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

- Câu 2.** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.
- Câu 3.** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là 6 cm và diện tích hình tròn đáy bằng $\frac{3}{5}$ diện tích xung quanh của hình nón. Tính thể tích V khối nón.
- Câu 4.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều và khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón.
- Câu 5.** Một hình nón đỉnh S đáy hình tròn tâm O và $SO = h$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $AOB = 90^\circ$, biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{h}{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho theo h .
- Câu 6.** Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R có $BAC = 75^\circ$, $ACB = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón xoay (N) . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón tròn xoay (N) theo R .

Dạng 5. Thể tích chóp, lăng trụ.

1/ Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $BAC = 30^\circ$, $SA = AC = a$ và SA vuông góc với

$mp\ ABC$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ A đến $mp\ SBC$.

2/ Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = 2a$.

Hai $mp\ SAB$ và $mp\ SAD$

cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

3/. Hình chóp $S.ABC$ có $BC = 2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại C , SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm

trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi I là trung điểm cạnh AB .

a/ Chứng minh rằng, đường thẳng $SI \perp mp\ ABC$.

b/ Biết $mp\ SAC$ hợp với $mp\ ABC$ một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

4/ Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống

$mp\ ABC$ là trung điểm của AB . Mặt bên $AA'C'C$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích của khối lăng

trụ này.

5/ Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, $mp A'BC$ tạo với đáy

một góc 30° và $\Delta A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ.

6/ Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $ACB = 60^\circ$. Đường chéo

BC' của mặt bên $BC'C'C$ tạo với mặt phẳng $mp AA'C'C$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ

7/ Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $SBC \perp ABC$. Biết

$SB = 2a\sqrt{3}$, $SBC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ B đến $mp SAC$

8/ Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$, góc giữa hai $mp SBC$ và $mp ABCD$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD . Biết

rằng $mp SBI$ và $mp SCI$ cùng vuông góc với $mp ABCD$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

9/ Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC đều cạnh a và $SA \perp ABC$, $SA = 2a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lần lượt lên cạnh SB, SC . Tính thể tích khối $A.BCKH$ theo a .

10/ Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp ABCD$ và mặt bên SCD hợp với mặt

phẳng đáy $ABCD$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp SCD$.

11/ Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với $mp ABC$,

$AC = AD = 4 \text{ cm}$, $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$. Tính khoảng cách từ A đến $mp BCD$.

12/ Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Hai mặt phẳng SAB và SAC cùng vuông góc với mặt phẳng đáy ABC , cho $BC = a\sqrt{2}$, mặt bên SBC tạo với đáy ABC một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng SBC .

13/ Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ có SO vuông góc với đáy với O là giao điểm của AC và BD . Giả sử $SO = 2\sqrt{2}$, $AC = 4$, $AB = \sqrt{5}$ và M là trung điểm của SC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM .

14/ Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và MN .

15/ Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ điểm A đến mp SBC bằng $2a$. Góc hợp bởi mặt phẳng

bên và mặt phẳng đáy của hình chóp là α . Với giá trị nào của góc α thì thể tích của hình chóp đạt giá trị nhỏ nhất

Tìm giá trị nhỏ nhất đó ?

16/ Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân đỉnh C và $SA \perp ABC$. Giả sử $SC = a$. Hãy tìm góc

Giữa mp SBC và mp ABC sao cho thể tích khối chóp $S.ABC$ là lớn nhất.

17/ Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng P qua A và vuông góc

với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Biết $AB = a, \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$.

a/Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.AB'C'D'$ và $S.ABCD$. b/Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

18/ Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=a, OB=b, OC=c$. OA', OB', OC' lần lượt là các đường cao của tam giác OBC, OCA, OAB . Tính thể tích $OA'B'C'$.

Đáp số : $V = (1 - (\frac{a^4}{(a^2+b^2)(a^2+c^2)} + \frac{b^4}{(b^2+a^2)(b^2+c^2)} + \frac{c^4}{(c^2+a^2)(c^2+b^2)})) \cdot \frac{abc}{6}$

19/ Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc đáy. G là trọng tâm tam giác SBD . mp (ABG) cắt SC tại M , mp (ABG) cắt SD tại N . Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$ biết $SA=AB=a$, góc giữa đường thẳng AM và mp $(ABCD)$ là 30° .

20/ Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=a, OB=b, OC=c$. OA', OB', OC' lần lượt là các đường phân giác trong của tam giác OBC, OCA, OAB . Tính thể tích $OA'B'C'$

21/ Cho tứ diện OABC. Trên mặt đáy ABC lấy một điểm M bất kì. Qua M lần lượt kẻ các đường thẳng song song

OA, OB, OC lần lượt cắt các mp OBC, OCA, OAB tại P, Q, R. Tính $S = \frac{MP}{OA} + \frac{MQ}{OB} + \frac{MR}{OC}$

22/ Cho tứ diện S.ABC có SA = x, BC = y, các cạnh còn lại đều bằng 1. Tính thể tích hình chóp theo x và y.

Đs: $V = \frac{xy}{12} \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

23/ Cho tứ diện ABCD. Tìm điểm M trong không gian sao cho $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

24/ Cho hình chóp đều S.ABC có SA = a. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC.

1) Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a, biết BD vuông góc với AE.

2) Gọi G là trọng tâm tam giác SBC, mặt phẳng (P) đi qua AG cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M, N. Gọi V₁, V lần lượt là thể tích khối chóp S.AMN và S.ABC. Tìm giá trị lớn nhất của $\frac{V}{V_1}$.

25/ Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, AB = a. Gọi I là trung điểm của AC. Biết hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{IH}$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60°.

a. Tính thể tích của khối chóp S.ABC.

b. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SI.

26/ Cho khối chóp S.ABC có SA = 2a, SB = 3a, SC = 4a, ASB = SAC = 90°, BSC = 120°. Gọi M, N lần lượt trên các đoạn SB và SC sao cho SM = SN = 2a. Chứng minh tam giác AMN vuông. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) theo a.

27/ Cho tứ diện đều ABCD cạnh a, hai điểm M, N chạy tương ứng trên các đoạn AB và CD sao cho BM = DN. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của MN.