

# MỤC LỤC

<b>Chương I.</b>	<b>MỆNH ĐỀ. TẬP HỢP</b>	<b>3</b>
Ⓐ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	3
📁	Mệnh đề.....	3
📁	Tập hợp và các phép toán trên tập hợp.....	4
Ⓑ	BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	7
📁	Mệnh đề.....	7
📁	Tập hợp và các phép toán trên tập hợp.....	7
<b>Chương II.</b>	<b>BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN</b>	<b>9</b>
Ⓐ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	9
📁	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	9
📁	Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	10
Ⓑ	BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	12
📁	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	12
📁	Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	12
<b>Chương III.</b>	<b>HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC</b>	<b>14</b>
Ⓐ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	14
📁	Giá trị lượng giác của góc từ $0^\circ$ đến $180^\circ$ .....	14
📁	Hệ thức lượng trong tam giác.....	15
Ⓑ	BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	17
<b>Chương IV.</b>	<b>VÉC TƠ</b>	<b>20</b>
Ⓐ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	20
Ⓑ	BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	24
<b>Chương V.</b>	<b>CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM</b>	<b>28</b>
Ⓐ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	28
Ⓑ	BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	31
	<b>ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM</b>	<b>33</b>
📁	Trắc nghiệm chương I.....	33
📁	Trắc nghiệm chương II.....	33
📁	Trắc nghiệm chương III.....	33
📁	Trắc nghiệm chương IV.....	33
📁	Trắc nghiệm chương V.....	33



## Chương I.

## MỆNH ĐỀ. TẬP HỢP

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

## 1 Mệnh đề

**Câu 1.** Cho bốn phát biểu sau đây:

- (I) “17 là số nguyên tố”.
- (II) “Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền”.
- (III) “Các em C14 hãy cố gắng học tập thật tốt nhé !”
- (IV) “Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn”.

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

- A. 2.                                      B. 4.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Câu 2.** Cho 4 phát biểu sau đây:

- (I) “Phan-xi-păng là ngọn núi cao nhất Việt Nam”
- (II) “ $\pi^2 < 9,86$ ”.
- (III) “Mệt quá!”
- (IV) “Chị ơi, mấy giờ rồi?”

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

- A. 3.                                      B. 4.                                      C. 2.                                      D. 1.

**Câu 3.** Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề toán học?

- A. Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.                                      B. Bạn thích đi Đà Lạt không?  
C. Số 2 là số nguyên tố.    D. Đà Lạt rất đẹp!.

**Câu 4.** Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- Hãy cố gắng học thật tốt!
- Số 5 là số nguyên tố.
- Số 20 chia hết cho 6.
- Số  $x$  là số chẵn.

- A. 3.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. 4.

**Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. 20 chia hết cho 5.                      B. 5 chia hết cho 20.                      C. 5 chia hết 20.                              D. 20 là bội số của 5.

**Câu 6.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $5 + 4 < 10$ .                              B.  $\sqrt{2} - 1 < 0$ .                              C.  $5 + 4 \geq 10$ .                              D.  $5 + 4 > 10$ .

**Câu 7.** Cho mệnh đề  $P(x) : “\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0”$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là

- A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ .    B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ .  
C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ .    D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ .

**Câu 8.** Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ”.

- A. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ”.                      B. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ”.                      C. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ”.                      D. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ”.

**Câu 9.** Cho mệnh đề  $A : “\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0”$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là

- A. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ”.    B. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ ”.  
C. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ”.    D. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ”.

**Câu 10.** Xét mệnh đề  $P: "∃x ∈ ℝ : 2x - 3 < 0"$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là

- A. " $∀x ∈ ℝ : 2x - 3 ≤ 0$ ".  
 B. " $∃x ∈ ℝ : 2x - 3 > 0$ ".  
 C. " $∀x ∈ ℝ : 2x - 3 ≥ 0$ ".  
 D. " $∀x ∈ ℝ : 2x - 3 ≤ 0$ ".

**Câu 11.** Cho mệnh đề " $∃x ∈ ℝ : x^2 + 1 = 0$ ". Phủ định của mệnh đề này là

- A.  $∃x ∈ ℝ : x^2 + 1 ≠ 0$ .  
 B.  $∀x ∈ ℝ : x^2 + 1 ≤ 0$ .  
 C.  $∀x ∈ ℝ : x^2 + 1 > 0$ .  
 D.  $∀x ∈ ℝ : x^2 + 1 ≠ 0$ .

**Câu 12.** Với giá trị nào của  $x$  mệnh đề chứa biến  $P(x): "2x^2 - 1 < 0"$  là mệnh đề đúng?

- A.  $x = 1$ .  
 B.  $x = \sqrt{2}$ .  
 C.  $x = 0$ .  
 D.  $x = 5$ .

**Câu 13.** Xét mệnh đề chứa biến  $P(x): "x^2 - 3x + 2 = 0"$ . Với giá trị nào của  $x$  sau đây thì  $P(x)$  là mệnh đề đúng?

- A.  $x = -2$ .  
 B.  $x = 1$ .  
 C.  $x = -1$ .  
 D.  $x = 0$ .

**Câu 14.** Cho  $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề. Mệnh đề  $P ⇒ Q$  sai khi nào?

- A.  $P$  và  $Q$  cùng sai.  
 B.  $P$  và  $Q$  cùng đúng.  
 C.  $P$  đúng và  $Q$  sai.  
 D.  $P$  sai và  $Q$  đúng.

**Câu 15.** Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề  $P ⇔ Q$  đúng khi

- A.  $P$  sai và  $Q$  đúng.  
 B.  $P$  đúng và  $Q$  sai.  
 C.  $\bar{P}$  đúng và  $Q$  đúng.  
 D.  $\bar{P}$  đúng và  $\bar{Q}$  đúng.

**Câu 16.** Mệnh đề " $∃x ∈ ℝ, x^2 = 2$ " được phát biểu là

- A. Bình phương của mỗi số thực bằng 2.  
 B. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 2.  
 C. Nếu  $x$  là một số thực thì  $x^2 = 2$ .  
 D. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2.

**Câu 17.** Mệnh đề nào sau đây là phủ định của mệnh đề "Mọi người đều phải đi làm"?

- A. Mọi người đều không đi làm.  
 B. Tất cả đều phải đi làm.  
 C. Có ít nhất một người không đi làm.  
 D. Có một người đi làm.

**Câu 18.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.  
 B. Tam giác có ba góc bằng nhau thì có ba cạnh bằng nhau.  
 C. Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.  
 D. Tam giác có ba cạnh bằng nhau thì có ba góc bằng nhau.

**Câu 19.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $∃x ∈ ℚ, x^2 = 2$ .  
 B.  $∀x ∈ ℤ, \frac{1}{x} > 0$ .  
 C.  $∃n ∈ ℕ, n < 0$ .  
 D.  $∀x ∈ ℝ, x^2 - x + 1 > 0$ .

**Câu 20.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $∀x ∈ ℤ, x$  chia hết cho 4 và 6  $⇒ x$  chia hết cho 12.  
 B.  $∀x ∈ ℕ, x^2$  chia hết cho 3  $⇒ x$  chia hết cho 3.  
 C.  $∀x ∈ ℕ, x^2$  chia hết cho 9  $⇒ x$  chia hết cho 9.  
 D.  $∀x ∈ ℕ, x^2$  chia hết cho 6  $⇒ x$  chia hết cho 3.

## 2 Tập hợp và các phép toán trên tập hợp

**Câu 21.** Cho tập hợp  $A = \{n ∈ ℕ | 3 ≤ n ≤ 10\}$ . Dạng liệt kê của tập hợp  $A$  là

- A.  $A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ .  
 B.  $A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .  
 C.  $A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .  
 D.  $A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ .

**Câu 22.** Cho tập  $A$  là các số nguyên tố không vượt quá 10. Tập hợp  $A$  được viết dưới dạng liệt kê là

- A.  $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ .  
 B.  $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ .  
 C.  $A = \{2; 3; 5; 7\}$ .  
 D.  $A = \{3; 5; 7\}$ .

**Câu 23.** Cho  $A = \{1; 2; 3\}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $1 ∈ A$ .  
 B.  $2 ⊂ A$ .  
 C.  $\{1; 2\} ⊂ A$ .  
 D.  $∅ ⊂ A$ .

**Câu 24.** Cho tập  $A = \{x ∈ ℝ | 2x^2 - 7x + 1 = 0\}$ . Hỏi tập  $A$  có bao nhiêu phần tử?

- A. 0.  
 B. vô số.  
 C. 1.  
 D. 2.

**Câu 25.** Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$ . Tập hợp  $A$  viết dưới dạng liệt kê là

- A.  $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ .  
 B.  $A = \{0; 1; 2; 3\}$ .  
 C.  $A = \{1; 2; 3\}$ .  
 D.  $A = \{-3; -2; -1; 1; 2; 3\}$ .

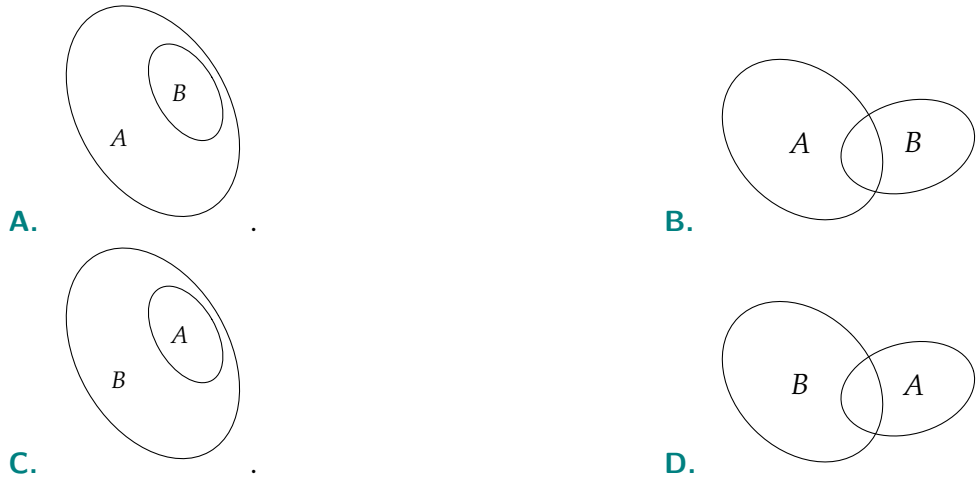
**Câu 26.** Cho tập  $X = \{1, 2, 3\}$ . Tập  $X$  có bao nhiêu tập con có phần tử 2?

- A. 2. B. 8. C. 4. D. 3.

**Câu 27.** Tập hợp nào sau đây có đúng một tập hợp con?

- A.  $\emptyset$ . B.  $\{0\}$ . C.  $\{1; \emptyset\}$ . D.  $\{\emptyset\}$ .

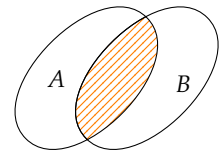
**Câu 28.** Hình nào sau đây minh họa tập  $B$  là con của tập  $A$ ?



**Câu 29.** Cho các tập hợp  $A, B$  được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình bên.

Phần tô màu trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?

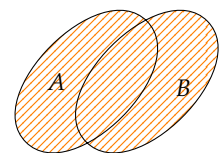
- A.  $A \cup B$ . B.  $A \cap B$ .  
 C.  $A \setminus B$ . D.  $B \setminus A$ .



**Câu 30.** Cho các tập hợp  $A, B$  được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình bên.

Phần tô màu trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?

- A.  $A \cup B$ . B.  $A \cap B$ .  
 C.  $A \setminus B$ . D.  $B \setminus A$ .



**Câu 31.** Ta gọi  $H$  là tập hợp các hình bình hành,  $V$  là tập hợp tất cả các hình vuông,  $N$  là tập hợp tất cả các hình chữ nhật và  $T$  là tập hợp tất cả các hình tứ giác. Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A.  $H \subset T$ . B.  $V \subset N$ . C.  $V \subset H$ . D.  $N \subset V$ .

**Câu 32.** Có bao nhiêu tập hợp  $X$  thỏa mãn  $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$ .

- A. 7. B. 8. C. 6. D. 5.

**Câu 33.** Cho hai tập hợp  $M = \{1; 2; 3; 5\}$  và  $N = \{2; 6; -1\}$ . Xét các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $M \cap N = \{2\}$ . B.  $M \cap N = \{1; 3; 5\}$ .  
 C.  $M \cap N = \{-1; 1; 2; 3; 5; 6\}$ . D.  $M \cap N = \{6; -1\}$ .

**Câu 34.** Cho hai tập hợp  $A = \{-1, 0, 5\}$  và  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ . Tìm tập hợp  $A \cup B$ .

- A.  $\{-1, 0, 5\}$ . B.  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . C.  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . D.  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ .

**Câu 35.** Cho tập  $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ ;  $B = \{3; 4; 5; 6; 7\}$ . Tập  $A \setminus B$  là

- A.  $\{3; 6; 7\}$ . B.  $\{0; 2; 8\}$ . C.  $\{0; 2\}$ . D.  $\{0; 6; 8\}$ .

**Câu 36.** Cho tập  $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$  và tập  $A = \{0; 2; 4\}$ . Tìm phần bù của  $A$  trong  $X$ .

- A.  $\{0; 1; 3\}$ . B.  $\{1; 3; 5\}$ . C.  $\{2; 4\}$ . D.  $\emptyset$ .

**Câu 37.** Trong 100 học sinh lớp 10 có 70 học sinh nói được tiếng Anh, 45 học sinh nói được tiếng Pháp và 23 học sinh nói được cả tiếng Anh và Pháp. Hỏi có bao nhiêu học sinh không nói được cả tiếng Anh và Pháp?

- A. 8.                                      B. 38.                                      C. 32.                                      D. 7.

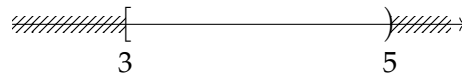
**Câu 38.** Mỗi học sinh lớp 10B đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả hai môn. Hỏi lớp 10B có bao nhiêu học sinh?

- A. 20.                                      B. 25.                                      C. 30.                                      D. 35.

**Câu 39.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2\}$ . Tập  $A$  là tập nào trong các tập hợp số sau?

- A.  $[2; +\infty)$ .                              B.  $(-\infty; 2)$ .                              C.  $(2; +\infty)$ .                              D.  $(-\infty; 2]$ .

**Câu 40.** Cho tập hợp  $A$  được biểu diễn trên trục số như sau (phần không bị gạch chéo).



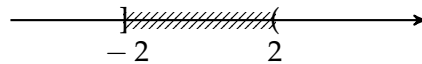
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $A = (3; 5)$ .                              B.  $A = [3; 5)$ .                              C.  $A = [3; 5]$ .                              D.  $A = (3; 5]$ .

**Câu 41.** Cho hai tập hợp  $X = (-\infty; 3]$  và  $Y = (2; +\infty)$ . Tìm tập hợp  $X \cup Y$ .

- A.  $\emptyset$ .                                      B.  $[2; +\infty)$ .                              C.  $(-3; 2]$ .                              D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 42.** Trục số sau đây (phần không bị gạch) biểu diễn tập hợp nào?



- A.  $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$ .                              B.  $(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$ .  
C.  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .                              D.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 43.** Biểu diễn trên trục số của tập hợp  $(0; 2) \cup [-1; 1)$  là hình nào?

- A.                              B.   
C.                              D.

**Câu 44.** Biểu diễn trên trục số của tập hợp  $[-3; 1) \cap (-2; 4]$  là hình nào?

- A.                              B.   
C.                              D.

**Câu 45.** Cho hai tập hợp  $A = (-3; 5)$ ,  $B = [2; 7)$ . Hãy chọn đáp án đúng.

- A.  $A \cap B = (2; 5)$ .                              B.  $A \cap B = (-3; 2]$ .                              C.  $A \cap B = (5; 7)$ .                              D.  $A \cap B = [2; 5)$ .

**Câu 46.** Cho các tập hợp sau  $A = (-1; 5]$ ,  $B = (2; 7)$ . Tìm tập hợp  $A \setminus B$ .

- A.  $(-1; 7)$ .                                      B.  $(-1; 2]$ .                                      C.  $(2; 5]$ .                                      D.  $(-1; 2)$ .

**Câu 47.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để tập hợp  $(1; m)$  chứa đúng 1 số nguyên dương.

- A.  $m = 2$ .                                      B.  $m > 2$ .                                      C.  $m = 3$ .                                      D.  $m = 4$ .

**Câu 48.** Cho  $A = (2; +\infty)$ ,  $B = (m; +\infty)$ . Điều kiện cần và đủ của  $m$  sao cho  $B$  là tập con của  $A$  là

- A.  $m \leq 2$ .                                      B.  $m > 2$ .                                      C.  $m = 2$ .                                      D.  $m \geq 2$ .

**Câu 49.** Cho  $A = (m; m + 1)$ ;  $B = (2; 4)$ . Tìm  $m$  để  $A \cap B \neq \emptyset$ .

- A.  $m \in [1; 4]$ .                                      B.  $m \in (1; 4]$ .                                      C.  $m \in [1; 4)$ .                                      D.  $m \in (1; 4)$ .

**Câu 50.** Cho hai tập hợp

$$A = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / (x - m)(x - m + 4) = 0\}, \text{ với } m \text{ là tham số.}$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $B \cap A$  có đúng 1 phần tử.

- A. 2.    B. 4.    C. 1.    D. 3.

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

### 1 Mệnh đề

**BÀI 1.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau. Tìm mệnh đề phủ định của chúng.

A: "Phương trình  $x^2 - x - 4 = 0$  vô nghiệm".

B: "6 là số nguyên tố".

C: " $\forall n \in \mathbb{N}^*, n^2 - 1$  là số lẻ".

**BÀI 2.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau. Tìm mệnh đề phủ định của chúng.

A: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 > x^2$ ".

B: " $\exists x \in \mathbb{N}, x$  chia hết cho  $x + 1$ ".

**BÀI 3.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ , xét tính đúng sai và phát biểu mệnh đề đảo của nó.

a)  $P$ : "ABCD là hình chữ nhật" và  $Q$ : "AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

b)  $P$ : " $3 > 5$ " và  $Q$ : " $7 > 10$ ".

c)  $P$ : "ABC là tam giác vuông cân tại A" và  $Q$ : "Góc  $\widehat{B} = 45^\circ$ ".

**BÀI 4.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và xét tính đúng sai của nó.

a)  $P$ : "ABCD là hình bình hành" và  $Q$ : "AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

b)  $P$ : "9 là số nguyên tố" và  $Q$ : " $9^2 + 1$  là số nguyên tố".

**BÀI 5.** Dùng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết các mệnh đề sau

a) Mọi số nhân với 1 đều bằng chính nó.

b) Có một số cộng với chính nó bằng 0.

c) Mọi số cộng với số đối của nó đều bằng 0.

**BÀI 6.** Hãy phát biểu thành lời các mệnh đề sau. Xét tính đúng sai và lập mệnh đề phủ định của chúng.

a)  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$ .

b)  $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} < x$ .

c)  $\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 < x$ .

d)  $\forall n \in \mathbb{N} : n(n + 1) \neq 2$ .

### 2 Tập hợp và các phép toán trên tập hợp

**BÀI 7.** Liệt kê các phần tử của tập hợp sau:

a)  $A = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{Z} \text{ và } -5 \leq k \leq 3\}$ .

b)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 9\}$ .

c)  $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid 3 < |x| \leq \frac{17}{2}\right\}$ .

d)  $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 7) = 0\}$ .

**BÀI 8.** Viết các tập hợp sau bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử.

a)  $A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12\}$ .

b)  $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$ .

c)  $C = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$

d)  $D = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}\right\}$ .

**BÀI 9.** Cho ba tập hợp :

$$A = \{1; 2; 3; 5; 6; 7\}, \quad B = \{-1; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}, \quad C = \{1; 3; 6; -2; 7\}$$

Xác định các tập hợp  $A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \setminus B, B \setminus C, A \cup C, A \cup B$ .

**BÀI 10.** Cho các tập hợp số

- $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$
- $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 8\}$
- $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$
- $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$

a) Dùng kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng để viết lại các tập hợp trên.

b) Biểu diễn các tập hợp  $A, B, C, D$  trên trục số.

c) Xác định các tập hợp sau :  $A \cap B, A \cap C, A \setminus B, B \cap C, C \cap D, A \cup B, A \cup C, A \cup D, B \setminus C, B \setminus D$ .

**BÀI 11.** Cho hai tập hợp  $A = [0; 6]$  và  $B = (m - 1; 8]$ , với  $m < 9$ . Tìm  $m$  để  $A \cap B \neq \emptyset$ .



## Chương II.

# BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### 1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Câu 51.** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào **không phải** là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $x - y > 0$ .      B.  $x - y^2 \leq 3$ .      C.  $x + 5 \geq 0$ .      D.  $y > 0$ .

**Câu 52.** Bất phương trình  $x - 3y \leq 7$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1.      B. 2.      C. Vô nghiệm.      D. Vô số nghiệm.

**Câu 53.** Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  bỏ đi phần đường thẳng  $ax + by = c$  được miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A.  $ax + by \geq c$ .      B.  $ax + by > c$ .      C.  $ax + by > 0$ .      D.  $ax + by < c$ .

**Câu 54.** Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình  $2x + 5y > 10$ ?

- A.  $(5; 0)$ .      B.  $(2; -7)$ .      C.  $(1; 5)$ .      D.  $(-1; -5)$ .

**Câu 55.** Cặp số  $(x_0; y_0)$  nào là dưới đây nghiệm của bất phương trình  $2x - 3y \geq 4$ ?

- A.  $(2; 1)$ .      B.  $(-2; 2)$ .      C.  $(-4; 0)$ .      D.  $(5; 1)$ .

**Câu 56.** Cặp số nào sau đây **không phải** là nghiệm của bất phương trình  $3x - y \geq 4$ ?

- A.  $(1; -1)$ .      B.  $(3; 2)$ .      C.  $(1; 0)$ .      D.  $(4; -1)$ .

**Câu 57.** Cặp số  $(-1; 4)$  là nghiệm của bất phương trình

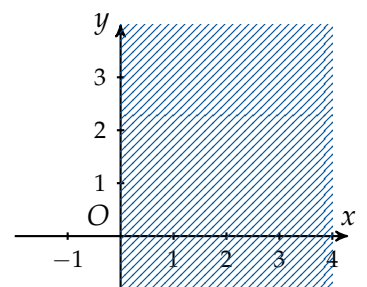
- A.  $x + 2y + 2 < 0$ .      B.  $-2x + y + 1 < 0$ .      C.  $x - y + 1 \geq 0$ .      D.  $4x + y \geq 0$ .

**Câu 58.** Tìm tất cả các số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của bất phương trình  $2x - y + a < 0$  chứa điểm  $M(-1; 2)$ .

- A.  $a > 4$ .      B.  $a < 4$ .      C.  $a > 0$ .      D.  $a < 0$ .

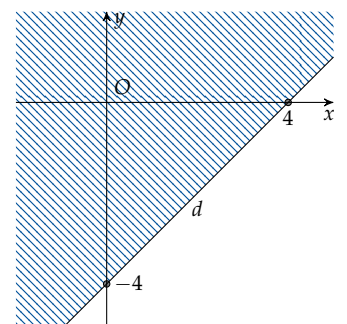
**Câu 59.** Hình vẽ sau có phần không tô và cả trục  $Oy$  là miền nghiệm của một trong bốn bất phương trình dưới đây. Hãy tìm bất phương trình đó.

- A.  $x \geq 0$ .      B.  $x \leq 0$ .  
C.  $y \geq 0$ .      D.  $y \leq 0$ .



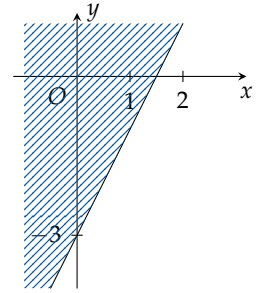
**Câu 60.** Hãy chọn bất phương trình mà miền nghiệm của nó là nửa mặt phẳng không bị gạch có bờ là đường thẳng  $d$  như hình bên.

- A.  $x - y > 4$ .      B.  $x - y < 4$ .      C.  $x - y \leq 4$ .      D.  $x - y \geq 4$ .

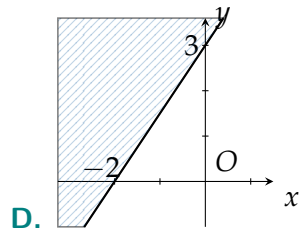
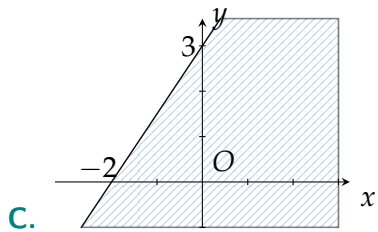
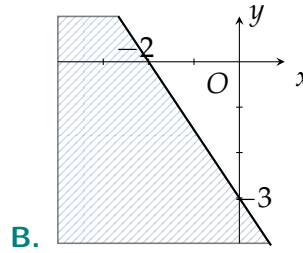
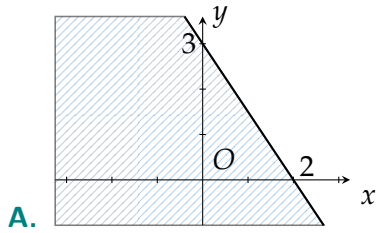


**Câu 61.** Phần không bị gạch trong hình vẽ sau, biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?

- A.  $x - 2y < 3$ .
- B.  $2x - y > 3$ .
- C.  $x - 2y > 3$ .
- D.  $2x - y < 3$ .



**Câu 62.** Miền nghiệm của bất phương trình  $3x - 2y < -6$  (phần không bị gạch) được biểu diễn bởi hình nào sau đây?



**Câu 63.** Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein và 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần tối thiểu 52 g protein. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người đàn ông nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người đàn ông trong một ngày.

- A.  $26x + 20y \leq 52$ .
- B.  $26x + 20y < 52$ .
- C.  $13x + 10y \geq 26$ .
- D.  $13x + 10y > 26$ .

**Câu 64.** Anh A muốn thuê một chiếc ô tô (có người lái) trong một tuần. Giá thuê xe như sau: từ thứ hai đến thứ sáu phí cố định là 900 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 10 nghìn đồng/km còn thứ bảy và chủ nhật thì phí cố định là 1200 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 15 nghìn đồng/km. Gọi  $x, y$  lần lượt là số km mà anh A đi trong các ngày từ thứ hai đến thứ sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  sao cho tổng số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng.

- A.  $10x + 15y \leq 20000$ .
- B.  $2x + 3y \geq 2620$ .
- C.  $10x + 15y \geq 20000$ .
- D.  $2x + 3y \leq 2620$ .

## 2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Câu 65.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + 2y - 3 < 0 \\ 2x + y - 2 > 0 \end{cases}$ . Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

- A.  $Q(-1; -5)$ .
- B.  $N(2; 2)$ .
- C.  $P(3; -1)$ .
- D.  $M(2; 3)$ .

**Câu 66.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$  có miền nghiệm là  $S$  và bốn điểm  $O(0; 0)$ ,  $A(2; 3)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(-1; 3)$ . Có bao nhiêu điểm thuộc  $S$ ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

**Câu 67.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A.  $(0; 0)$ .
- B.  $(1; 0)$ .
- C.  $(0; -2)$ .
- D.  $(0; 2)$ .

**Câu 68.** Bạn Lan thu xếp được không quá 10 giờ để làm hai loại đèn trung thu tặng cho các trẻ em khuyết tật. Loại đèn hình con cá cần 2 giờ để làm xong 1 cái, còn loại đèn ông sao chỉ cần 1 giờ để làm xong 1 cái. Gọi  $x, y$  lần lượt là số đèn hình con cá và đèn ông sao bạn Lan sẽ làm. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của  $x, y$ .

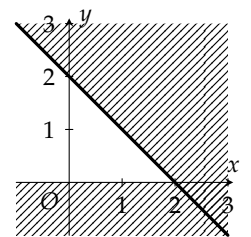
A.  $\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  .

**Câu 69.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Nam không thể làm thêm việc nhiều hơn 15 giờ mỗi tuần. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa. Hệ bất phương trình nào sau đây xác định số giờ để làm mỗi việc nếu Nam muốn kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần?

A.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \\ 15x + 10y > 100. \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y > 15 \\ 15x + 10y < 100. \end{cases}$

**Câu 70.** Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

A.  $\begin{cases} y \leq 0 \\ 2x + y > 1. \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$       C.  $\begin{cases} 2x - 2y > 6 \\ 2x + y \geq 1. \end{cases}$       D.  $\begin{cases} y \leq 0 \\ x + y < 1. \end{cases}$



**Câu 71.** Xét  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \\ x - y \leq 1. \end{cases}$  Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của biểu thức

$$F = 3x + 2y.$$

A.  $M = 8$ .      B.  $M = 10$ .      C.  $M = 6$ .      D.  $M = 9$ .

**Câu 72.** Xét  $x, y$  thỏa mãn hệ điều kiện  $\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ 3x + 8y - 24 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$  Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) =$

$$x - y - 1.$$

A. 5.      B. 7.      C. 6.      D. 8.

**Câu 73.** Một học sinh dự định vẽ các tấm thiệp xuân làm bằng tay để bán trong một hội chợ Tết. Cần 2 giờ để vẽ một tấm thiệp loại nhỏ có giá 10 nghìn đồng và 3 giờ để vẽ một tấm thiệp loại lớn có giá 20 nghìn đồng. Học sinh này chỉ có 30 giờ để vẽ và ban tổ chức hội chợ yêu cầu phải vẽ ít nhất 12 tấm. Hãy cho biết bạn ấy cần vẽ bao nhiêu tấm thiệp mỗi loại để có được nhiều tiền nhất.

A. 6 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại lớn.      B. 12 tấm thiệp loại nhỏ và 0 tấm thiệp loại lớn.  
C. 5 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại lớn.      D. 15 tấm thiệp loại nhỏ và 0 tấm thiệp loại lớn.

**Câu 74.** Một nông trại thu hoạch được 180 kg cà chua và 15 kg hành tây. Chủ nông trại muốn làm các hũ tương cà để bán. Biết rằng, để làm ra một hũ tương cà loại A cần 10 kg cà chua cùng với 1 kg hành tây và khi bán lãi được 200 nghìn đồng, còn để làm được một hũ tương cà loại B cần 5 kg cà chua cùng với 0,25 kg hành tây và khi bán lãi được 150 nghìn đồng. Thăm dò thị hiếu của khách hàng cho thấy cần phải làm số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B. Tìm số hũ tương cà loại A và loại B cần làm để chủ nông trại đạt lãi cao nhất.

A. 10 hũ tương cà loại A và 4 hũ tương cà loại B.      B. 14 hũ tương cà loại A và 4 hũ tương cà loại B.  
C. 12 hũ tương cà loại A và 7 hũ tương cà loại B.      D. 15 hũ tương cà loại A và 0 hũ tương cà loại B.

**Câu 75.** Một xưởng sản xuất có hai máy đặc chủng A, B sản xuất hai loại sản phẩm X, Y. Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng máy A trong 6 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng máy A trong 2 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Cho biết mỗi máy không thể sản xuất

đồng thời hai loại sản phẩm. Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày, máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày. Một tấn sản phẩm X lãi 10 triệu đồng và một tấn sản phẩm Y lãi 8 triệu đồng. Tìm số tấn sản phẩm X và Y cần sản xuất trong ngày để tổng số tiền lãi cao nhất.

- A. 0 tấn sản phẩm X và 4 tấn sản phẩm Y.      B. 2 tấn sản phẩm X và 1 tấn sản phẩm Y.  
 C. 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y.      D. 1 tấn sản phẩm X và 2 tấn sản phẩm Y.

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

### 1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

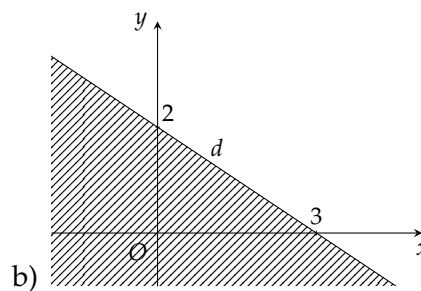
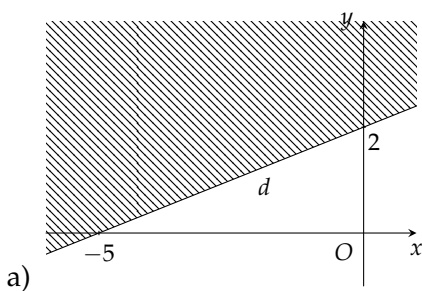
**BÀI 12.** Cho bất phương trình hai ẩn  $x - 2y + 6 > 0$ .

- a)  $(0; 0)$  có phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho không?  
 b) Chỉ ra ba cặp số  $(x; y)$  là nghiệm của bất phương trình đã cho.  
 c) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trên mặt phẳng  $Oxy$ .

**BÀI 13.** Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

- a)  $-x + y + 2 > 0$ .      b)  $y + 2 \geq 0$ .      c)  $-x + 2 \leq 0$ .

**BÀI 14.** Miền không gạch chéo (không kể bờ  $d$ ) trong mỗi hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào?



**BÀI 15.** Bạn Cúc muốn pha hai loại nước cam. Để pha một lít nước cam loại I cần 30 g bột cam, còn một lít nước cam loại II cần 20 g bột cam. Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số lít nước cam loại I và II pha chế được. Biết rằng Cúc chỉ có thể dùng không quá 100 g bột cam. Hãy lập các bất phương trình mô tả số lít nước cam loại I và II mà bạn Cúc có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình đó trên cùng một mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

### 2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**BÀI 16.** Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau

- a)  $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$       b)  $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3; \end{cases}$       c)  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 4 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$

**BÀI 17.** Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B. Cứ sản xuất mỗi thùng loại A thì nhà máy thải ra 0,25 kg khí carbon dioxide ( $CO_2$ ) và 0,60 kg khí sulfur dioxide ( $SO_2$ ), sản xuất mỗi thùng loại B thì thải ra 0,50 kg  $CO_2$  và 0,20 kg SO. Biết rằng, quy định hạn chế sản lượng  $CO_2$  của nhà máy tối đa là 75 kg và  $SO_2$  tối đa là 90 kg mỗi ngày.

- a) Tìm hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế trên. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.

- b) Việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại  $A$  và 80 thùng loại  $B$  mỗi ngày có phù hợp với quy định không?
- c) Việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại  $A$  và 160 thùng loại  $B$  mỗi ngày có phù hợp với quy định không?

**BÀI 18.** Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

**BÀI 19.** Một người dùng ba loại nguyên liệu  $A, B, C$  để sản xuất ra hai loại sản phẩm  $P$  và  $Q$ . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm  $P$  hoặc  $Q$  phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		$P$	$Q$
$A$	10	2	2
$B$	4	0	2
$C$	12	2	4

Biết 1kg sản phẩm  $P$  có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm  $Q$  có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

### Chương III.

## HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

### A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### 1 Giá trị lượng giác của góc từ $0^\circ$ đến $180^\circ$

**Câu 76.** Biết góc  $\alpha = 60^\circ$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ .      C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 77.** Tính giá trị biểu thức  $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$ .

- A.  $P = \sqrt{3}$ .      B.  $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $P = 1$ .      D.  $P = 0$ .

**Câu 78.** Giá trị của  $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{1 + \sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .      D. 2.

**Câu 79.** Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin a + 2 \cos a}{1 + \cos a}$  với  $a = 45^\circ$ .

- A.  $P = 2 + \sqrt{2}$ .      B.  $P = -2 + \sqrt{2}$ .      C.  $P = 2 + 2\sqrt{2}$ .      D.  $P = -2 + 2\sqrt{2}$ .

**Câu 80.** Chọn đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau.

- A.  $\sin 30^\circ = \sin 60^\circ$ .      B.  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$ .      C.  $\sin 30^\circ = \cos 150^\circ$ .      D.  $\sin 45^\circ = \sin 120^\circ$ .

**Câu 81.** Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$ .      B.  $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$ .      C.  $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$ .      D.  $\sin 30^\circ < \sin 60^\circ$ .

**Câu 82.** Cho góc  $\alpha$  với  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ .      B.  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ .  
C.  $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ .      D.  $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ .

**Câu 83.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ .      B.  $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ .  
C.  $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$ .      D.  $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ .

**Câu 84.** Cho góc nhọn  $\alpha$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , hãy chọn khẳng định đúng.

- A.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{3}$ .      B.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$ .  
C.  $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$ .      D.  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 85.** Cho  $\alpha$  là góc tù, hãy tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $\tan \alpha < 0$ .      B.  $\cot \alpha > 0$ .      C.  $\sin \alpha < 0$ .      D.  $\cos \alpha > 0$ .

**Câu 86.** Cho hai góc nhọn  $\alpha$  và  $\beta$ , với  $\alpha < \beta$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\cos \alpha < \cos \beta$ .      B.  $\sin \alpha < \sin \beta$ .      C.  $\tan \alpha + \tan \beta > 0$ .      D.  $\cot \alpha > \cot \beta$ .

**Câu 87.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , với  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ .      B.  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 88.** Cho góc  $\alpha$  với  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  và  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ . Tính  $\tan \alpha$ .

- A.  $\tan \alpha = \frac{5}{4}$ .      B.  $\tan \alpha = -\frac{5}{2}$ .      C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .      D.  $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 89.** Cho  $\cos x = \frac{1}{2}$ . Tính biểu thức  $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$ .

- A.  $P = \frac{13}{4}$ .      B.  $P = \frac{7}{4}$ .      C.  $P = \frac{11}{4}$ .      D.  $P = \frac{15}{4}$ .

**Câu 90.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho  $\widehat{xOM} = 135^\circ$ . Tích hoành độ và tung độ của điểm  $M$  bằng

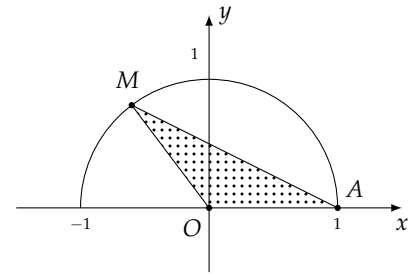
- A.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

**Câu 91.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho  $\widehat{xOM} = 150^\circ$ . Gọi  $N$  là điểm đối xứng với  $M$  qua trục tung. Giá trị của  $\tan \widehat{xON}$  bằng

- A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      B.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $-\sqrt{3}$ .

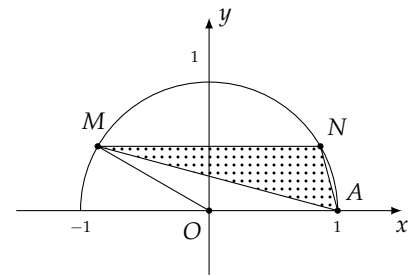
**Câu 92.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị, sao cho  $\widehat{xOM} = -\frac{3}{5}$ . Diện tích của tam giác  $AOM$  bằng

- A.  $\frac{4}{5}$ .      B.  $\frac{2}{5}$ .      C.  $\frac{3}{5}$ .      D.  $\frac{3}{10}$ .



**Câu 93.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị, sao cho  $\widehat{xOM} = 150^\circ$ . Lấy  $N$  đối xứng với  $M$  qua trục tung. Diện tích của tam giác  $MAN$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $2\sqrt{3}$ .



## 2 Hệ thức lượng trong tam giác

**Câu 94.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \sin C$ .      B.  $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ .  
C.  $c^2 = a^2 + b^2 - ab \cos C$ .      D.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ .

**Câu 95.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$ .      B.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .  
C.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .      D.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ac}$ .

**Câu 96.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$  và  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $\frac{a}{\sin B} = \frac{b}{\sin A}$ .      B.  $\frac{a}{\sin A} = R$ .      C.  $\frac{a}{\sin B} = 2R$ .      D.  $\frac{a}{\sin A} = 2R$ .

**Câu 97.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ . Gọi  $S$  và  $R$  lần lượt là diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $S = \frac{abc}{2R}$ .      B.  $S = \frac{abc}{4R}$ .      C.  $S = \frac{abc}{R}$ .      D.  $S = \frac{abc}{R^2}$ .

**Câu 98.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A = 60^\circ, b = 8, c = 5$ . Độ dài cạnh  $BC$  bằng

- A. 7.      B. 129.      C. 49.      D.  $\sqrt{129}$ .

**Câu 99.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{4}{5}$ . Tính độ dài của  $BC$ .

- A.  $3\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{23}{8}$ .      D. 6.

**Câu 100.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4$  cm,  $BC = 7$  cm,  $AC = 9$  cm. Tính  $\cos A$ .

- A.  $\cos A = -\frac{2}{3}$ .      B.  $\cos A = \frac{1}{2}$ .      C.  $\cos A = \frac{1}{3}$ .      D.  $\cos A = \frac{2}{3}$ .

**Câu 101.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $a = 13$ ,  $b = 14$ ,  $c = 15$ . Tính số đo góc  $B$  (kết quả làm tròn đến phút).

- A.  $59^\circ 49'$ .      B.  $53^\circ 7'$ .      C.  $59^\circ 29'$ .      D.  $62^\circ 22'$ .

**Câu 102.** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $\widehat{A} = 60^\circ$  và cạnh  $BC = \sqrt{3}$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- A.  $R = 4$ .      B.  $R = 1$ .      C.  $R = 2$ .      D.  $R = 3$ .

**Câu 103.** Trong mặt phẳng, cho tam giác  $ABC$  có  $b = 4$  cm,  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $\widehat{B} = 45^\circ$ . Độ dài cạnh  $BC$  là

- A.  $2\sqrt{6}$ .      B.  $2 + 2\sqrt{3}$ .      C.  $2\sqrt{3} - 2$ .      D.  $\sqrt{6}$ .

**Câu 104.** Tam giác  $ABC$  có  $a = 16,8$  cm,  $\widehat{B} = 56^\circ 13'$ ,  $\widehat{C} = 71^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $AB$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 29,9cm.      B. 14,1cm.      C. 17,5cm.      D. 19,9cm.

**Câu 105.** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 6$ ,  $b = 8$ ,  $c = 10$ . Diện tích  $S$  của tam giác trên là

- A.  $S = 48$ .      B.  $S = 24$ .      C.  $S = 12$ .      D.  $S = 30$ .

**Câu 106.** Tính diện tích tam giác  $ABC$ , biết  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ .

- A.  $\sqrt{56}$ .      B.  $\sqrt{48}$ .      C. 6.      D. 8.

**Câu 107.** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 4$ ,  $c = 5$ ,  $\widehat{B} = 150^\circ$ . Diện tích của tam giác bằng

- A.  $5\sqrt{3}$ .      B. 5.      C. 10.      D.  $10\sqrt{3}$ .

**Câu 108.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn  $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{2}bc$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $A = 30^\circ$ .      B.  $A = 45^\circ$ .      C.  $A = 60^\circ$ .      D.  $A = 75^\circ$ .

**Câu 109.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , biết  $AB = 5$  cm,  $BC = 6$  cm. Tính độ dài đường cao hạ từ  $B$  của tam giác  $ABC$ .

- A.  $\frac{24}{5}$  cm.      B. 5 cm.      C.  $\frac{22}{5}$  cm.      D. 4 cm.

**Câu 110.** Cho hình thoi  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ , góc  $\widehat{BAD} = 30^\circ$ . Diện tích hình thoi  $ABCD$  là

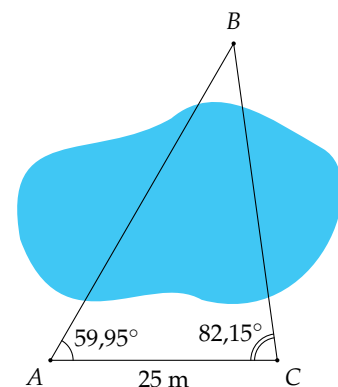
- A.  $\frac{a^2}{4}$ .      B.  $\frac{a^2}{2}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $a^2$ .

**Câu 111.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

- A. 13 km.      B.  $20\sqrt{13}$  km.      C.  $10\sqrt{13}$  km.      D. 100 km.

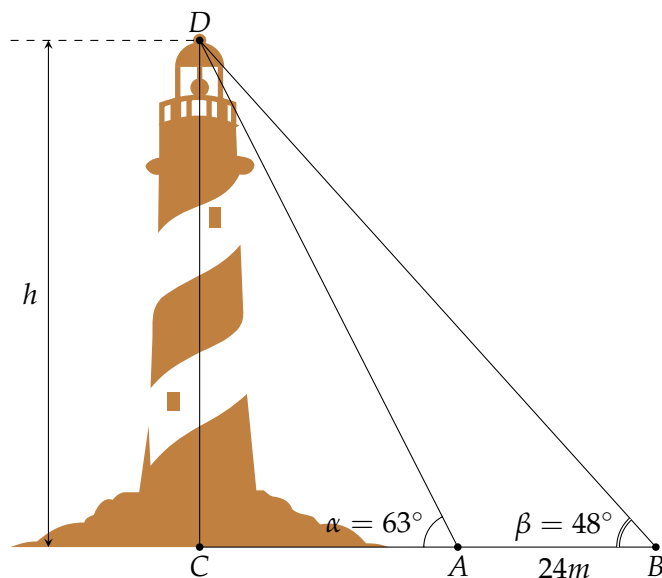
**Câu 112.** Để đo khoảng cách từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí  $A$  đến vị trí  $C$  và tiến hành đo các góc  $BAC$ ,  $BCA$ . Biết  $AC = 25$  m,  $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$ ,  $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$  (hình vẽ minh họa bên). Hỏi khoảng cách từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 27 m.      B. 32 m.      C. 30 m.      D. 29 m.



**Câu 113.** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Ta đo được  $AB = 24$  m,  $\widehat{CAD} = 63^\circ$ ;  $\widehat{CBD} = 48^\circ$ .





Chiều cao  $h$  của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

- A. 61,4 m.      B. 18,5 m.      C. 60 m.      D. 18 m.

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**BÀI 20.** Cho tam giác  $ABC$ , biết

- a)  $\widehat{A} = 60^\circ, \widehat{B} = 45^\circ, b = 4$ . Tính cạnh  $a$  và  $c$ .  
 b)  $\widehat{A} = 60^\circ, a = 6$ . Tính  $R$ .

**BÀI 21.** Giải tam giác  $ABC$  trong các trường hợp sau:

- a)  $AB = 3, BC = 5, \widehat{B} = 60^\circ$ .      b)  $\widehat{A} = 120^\circ, AC = 8, AB = 5$

**BÀI 22.** Giải tam giác  $ABC$  trong các trường hợp sau:

- a)  $BC = 100, \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 40^\circ$ .      b)  $AB = 100, \widehat{B} = 100^\circ, \widehat{C} = 45^\circ$ .

**BÀI 23.** Giải tam giác  $ABC$  trong các trường hợp sau:

- a)  $AB = 2; AC = 2\sqrt{7}$  và  $BC = 4$ .      b)  $AB = 12, AC = 15, BC = 20$ .

**BÀI 24.** Tam giác  $ABC$  có  $c = 8, c = 3; \widehat{B} = 60^\circ$ .

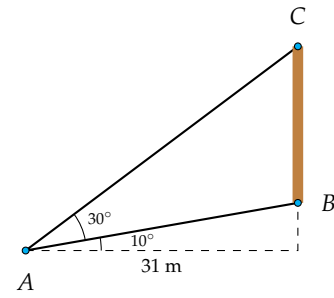
- a) Tính diện tích tam giác  $ABC$ .  
 b) Tính độ dài đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $ABC$ .

**BÀI 25.** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh lần lượt là 13, 14, 15.

- a) Tính diện tích tam giác  $ABC$ .  
 b) Tính độ dài đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $ABC$ .  
 c) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .  
 d) Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

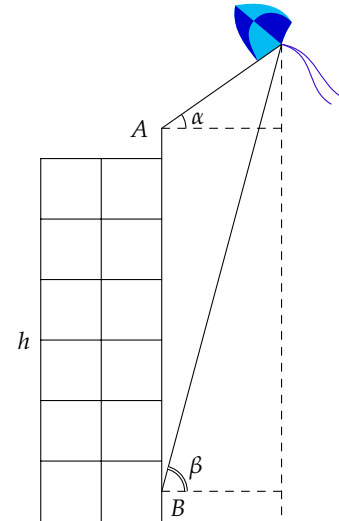
**BÀI 26.**

Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc  $10^\circ$  so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 31 m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc  $40^\circ$  so với phương nằm ngang. Hãy tính chiều cao của cây.

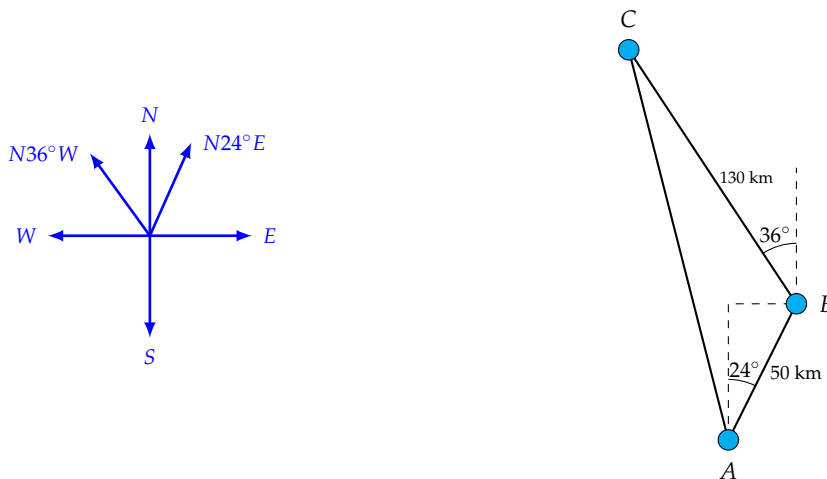


**BÀI 27.**

Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là  $\alpha = 35^\circ$ ; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là 1,5 m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là  $\beta = 75^\circ$ ; khoảng cách từ mặt đất tới mắt bạn B cũng là 1,5 m. Biết chiều cao của tòa nhà là  $h = 20$  m (minh họa ở hình bên). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

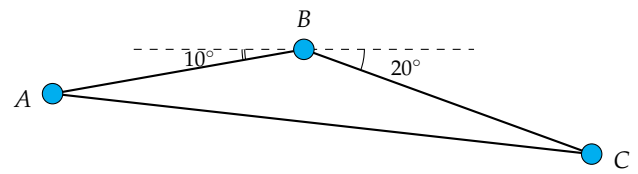
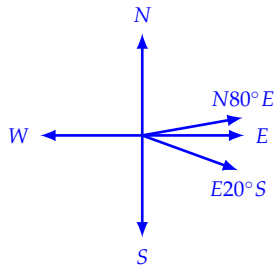


**BÀI 28.** Một tàu cá xuất phát từ đảo A, chạy 50 km theo hướng  $N24^\circ E$  đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng  $N36^\circ W$  chạy tiếp 130 km đến ngư trường C.



- a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).
- b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

**BÀI 29.** Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng  $N80^\circ E$  với vận tốc 20 km/h. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng  $E20^\circ S$  giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà.



Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômet?

—HẾT—

## Chương IV.

# VÉC TƠ

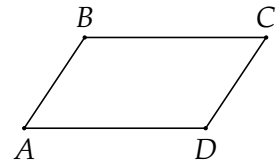
### A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 114.** Hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng nhau nếu chúng

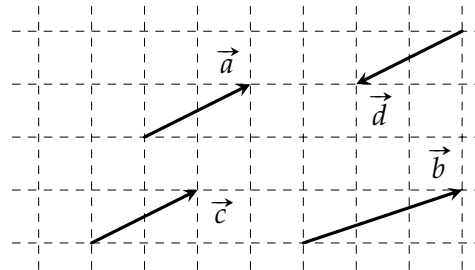
- A. cùng phương và cùng độ dài.
- B. cùng hướng.
- C. cùng độ dài.
- D. cùng hướng và cùng độ dài.

**Câu 115.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\vec{AD}, \vec{CB}$  là hai véc-tơ cùng hướng.
- B.  $\vec{AB}, \vec{CD}$  là hai véc-tơ cùng hướng.
- C.  $\vec{AB}, \vec{CD}$  là hai véc-tơ cùng phương.
- D.  $\vec{AD}, \vec{BC}$  là hai véc-tơ ngược hướng.



**Câu 116.** Cho bốn véc-tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  và  $\vec{d}$  như hình bên dưới

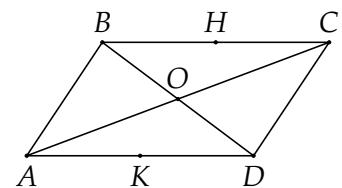


Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.  $\vec{a}$  và  $\vec{d}$  đối nhau.
- B.  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  bằng nhau.
- C.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.
- D.  $\vec{c}$  và  $\vec{d}$  đối nhau.

**Câu 117.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\vec{OK} = \vec{OH}$ .
- B.  $\vec{HK} = \vec{DC}$ .
- C.  $\vec{HK} = \vec{AB}$ .
- D.  $\vec{OK} = \vec{HO}$ .



**Câu 118.** Tổng  $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$  bằng

- A.  $\vec{MN}$ .
- B.  $\vec{MR}$ .
- C.  $\vec{MQ}$ .
- D.  $\vec{MP}$ .

**Câu 119.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $a$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

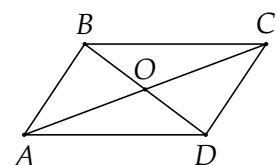
- A.  $|\vec{AC}| = \vec{BC}$ .
- B.  $\vec{AB} = \vec{AC}$ .
- C.  $|\vec{AC}| = a$ .
- D.  $|\vec{AB}| = a$ .

**Câu 120.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Khi đó  $\vec{OA} - \vec{OB}$  bằng véc-tơ nào?

- A.  $\vec{OC} - \vec{OD}$ .
- B.  $\vec{CD}$ .
- C.  $\vec{OC} + \vec{OB}$ .
- D.  $\vec{AB}$ .

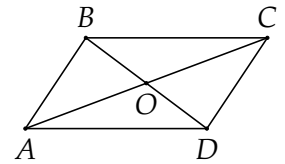
**Câu 121.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$ .
- B.  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .
- C.  $\vec{AB} + \vec{CD} = 2\vec{AB}$ .
- D.  $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$ .



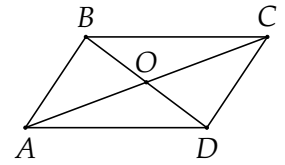
**Câu 122.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ .  
 B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$ .  
 D.  $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .



**Câu 123.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là điểm  $O$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ .  
 B.  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO}$ .  
 D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$ .



**Câu 124.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;0)$ ,  $B(0;-1)$ ,  $C(5;4)$ . Khi đó tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- A.  $(3;1)$ .  
 B.  $(2;1)$ .  
 C.  $(4;2)$ .  
 D.  $(-1;-1)$ .

**Câu 125.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1;-4)$ ,  $B(7;4)$ . Khoảng cách giữa hai điểm  $A$ ,  $B$  là

- A. 10.  
 B. 6.  
 C. 12.  
 D. 8.

**Câu 126.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  và  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ . Chọn mệnh đề sai.

- A.  $\vec{a} - \vec{b} = (2;-3)$ .  
 B.  $\vec{a} = (3;-4)$ .  
 C.  $\vec{b} = (1;-1)$ .  
 D.  $2\vec{b} = (2\vec{i}; -2\vec{j})$ .

**Câu 127.** Trong hệ trục tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$  và  $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$  đối với hệ trục tọa độ đã cho là

- A.  $\vec{u} = (9;-5)$ .  
 B.  $\vec{u} = (7;-7)$ .  
 C.  $\vec{u} = (9;-11)$ .  
 D.  $\vec{u} = (-1;5)$ .

**Câu 128.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = (3;4)$ . Tính tọa độ của véc-tơ  $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ .

- A.  $\vec{m} = (4;6)$ .  
 B.  $\vec{m} = (11;6)$ .  
 C.  $\vec{m} = (11;16)$ .  
 D.  $\vec{m} = (11;14)$ .

**Câu 129.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $a$ . Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  
 B.  $2a$ .  
 C.  $a$ .  
 D.  $a\sqrt{3}$ .

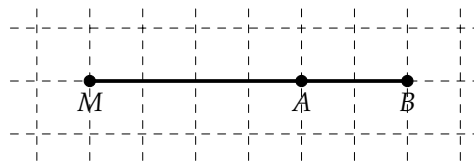
**Câu 130.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $AB = 6$  cm,  $BC = 8$  cm. Tính  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}|$ .

- A. 4 cm.  
 B. 6 cm.  
 C. 3 cm.  
 D. 10 cm.

**Câu 131.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 4$ ,  $AD = 3$ . Độ dài vectơ  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$  bằng

- A. 7.  
 B. 5.  
 C. 8.  
 D. 6.

**Câu 132.** Cho ba điểm  $A, B, M$  được xác định như hình bên dưới



Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ .  
 B.  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$ .  
 D.  $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 133.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

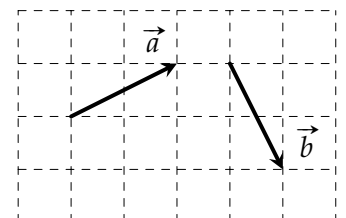
- A.  $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .  
 B.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .  
 C.  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .  
 D.  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$ .

**Câu 134.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho véc-tơ  $\vec{a} = (3;-2)$ . Tính tọa độ véc-tơ  $\vec{u} = 2\vec{a}$ .

- A.  $\vec{u} = (3;-2)$ .  
 B.  $\vec{u} = (5;0)$ .  
 C.  $\vec{u} = (6;-4)$ .  
 D.  $\vec{u} = (6;4)$ .

**Câu 135.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  như hình bên. Biết mỗi ô vuông có kích thước  $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ . Tính độ lớn véc-tơ  $\vec{a} + \vec{b}$ .

- A.  $\sqrt{10}$  cm.  
 B. 4 cm.  
 C.  $2\sqrt{2}$  cm.  
 D. 8 cm.



**Câu 136.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1;0)$ ,  $B(3;-2)$ . Khi đó tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là

- A.  $(4;-2)$ .                      B.  $(2;-2)$ .                      C.  $(2;-1)$ .                      D.  $(-2;2)$ .

**Câu 137.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(3;-5)$ ,  $B(1;7)$ . Trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

- A.  $I(2;-1)$ .                      B.  $I(-2;12)$ .                      C.  $I(2;1)$ .                      D.  $I(4;2)$ .

**Câu 138.** Cho  $A(3;-2)$ ;  $B(-5;4)$  và  $C\left(\frac{1}{3};0\right)$ . Nếu  $\vec{AB} = x\vec{AC}$  thì giá trị  $x$  là

- A.  $x = -4$ .                      B.  $x = -3$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = 2$ .

**Câu 139.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hai điểm  $A(-2;-2)$  và  $B(5;-4)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$ .

- A.  $G\left(-\frac{3}{2};-3\right)$ .                      B.  $G(1;-2)$ .                      C.  $G\left(-\frac{7}{2};1\right)$ .                      D.  $G\left(\frac{7}{3};\frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 140.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(5;2)$ ,  $B(10;8)$ . Khi đó tọa độ của véc-tơ  $\vec{AB}$  là

- A.  $(15;10)$ .                      B.  $(2;4)$ .                      C.  $(5;6)$ .                      D.  $(50;16)$ .

**Câu 141.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tọa độ  $\vec{x} = (2;3)$ ,  $\vec{y} = (-2;0)$ ,  $\vec{u} = (6;6)$ . Tìm  $m + n$  biết  $\vec{u} = m\vec{x} + n\vec{y}$ .

- A. 4.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 142.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (2;-1)$ ,  $\vec{b} = (-3;4)$  và  $\vec{c} = (-4;7)$ . Hai số thực  $m, n$  thỏa mãn  $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$ . Tính  $S = m^2 + n^2$ .

- A.  $S = 1$ .                      B.  $S = 5$ .                      C.  $S = 4$ .                      D.  $S = 3$ .

**Câu 143.** Cho  $\vec{i}, \vec{j}$  là các véc-tơ đơn vị của các trục  $Ox, Oy$  trong hệ trục tọa độ vuông góc  $Oxy$ . Biết rằng  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$ . Tính  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_2 + b_1a_2$ .                      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1a_2 + b_1b_2$ .  
C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$ .                      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ .

**Câu 144.** Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\vec{a} = (a_1;a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1;b_2)$ . Tính

$$Q = \sqrt{|\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

- A.  $Q = |a_1b_1 - a_2b_2|$ .                      B.  $Q = |a_1b_2 - a_2b_1|$ .                      C.  $Q = |a_1b_1 + a_2b_2|$ .                      D.  $Q = |a_1b_2 + a_2b_1|$ .

**Câu 145.** Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (4;-3)$ ,  $\vec{b} = (-3;4)$  bằng?

- A.  $-24$ .                      B. 24.                      C. 7.                      D. 25.

**Câu 146.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Tính  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

- A.  $\frac{a^2}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{a}{2}$ .

**Câu 147.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

- A.  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2a^2$ .                      B.  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a\sqrt{2}$ .                      C.  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2a$ .                      D.  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a^2$ .

**Câu 148.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 8$ ,  $AD = 5$ . Tích  $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$  bằng

- A.  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = 64$ .                      B.  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = -62$ .                      C.  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = 62$ .                      D.  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = -64$ .

**Câu 149.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ ?

- A.  $-\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ .                      C.  $\frac{a^2}{2}$ .                      D.  $-\frac{a^2}{2}$ .

**Câu 150.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2$ ,  $AC = 5$ ,  $BC = 6$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

- A.  $\frac{7}{2}$ .                      B.  $-7$ .                      C.  $-\frac{7}{2}$ .                      D. 7.

**Câu 151.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $BC = 2a$ . Tích vô hướng  $\vec{CA} \cdot \vec{BC}$  bằng bao nhiêu?

- A.  $-3a^2$ .                      B.  $-a^2\sqrt{3}$ .                      C.  $a^2\sqrt{3}$ .                      D.  $3a^2$ .

**Câu 152.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh là  $a$ . Tính giá trị của biểu thức

$$(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

- A.  $-2\sqrt{2}a^2$ .      B.  $-2a^2$ .      C. 0.      D.  $2a^2$ .

**Câu 153.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(-2;3), B(0;4), C(5;-4)$ . Tọa độ đỉnh  $D$  là

- A.  $(3;-5)$ .      B.  $(\sqrt{7};2)$ .      C.  $(3;\sqrt{2})$ .      D.  $(3;7)$ .

**Câu 154.** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(3;-1); B(-4;2); C(4;3)$ . Tìm  $D$  để  $ABDC$  là hình bình hành.

- A.  $D(-3;-6)$ .      B.  $D(3;6)$ .      C.  $D(3;-6)$ .      D.  $D(-3;6)$ .

**Câu 155.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2;4)$  và  $B(8;4)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  trên trục  $Ox$ , có hoành độ dương sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

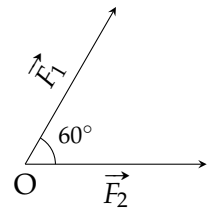
- A.  $C(5;0)$ .      B.  $C(3;0)$ .      C.  $C(1;0)$ .      D.  $C(6;0)$ .

**Câu 156.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = (2;5)$  và  $\vec{v} = (-3;1)$ . Tìm số thực  $m$  để  $\vec{a} = m\vec{u} + \vec{v}$  tạo với  $\vec{b} = (1;1)$  một góc  $45^\circ$ .

- A.  $m = -\frac{1}{5}$ .      B.  $m = \frac{3}{2}$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = -1$ .

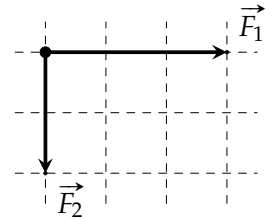
**Câu 157.** Cho hai lực  $F_1 = F_2 = 100N$ , có điểm đặt tại  $O$  và tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Cường độ lực tổng hợp của hai lực này bằng bao nhiêu?

- A.  $50\sqrt{3} N$ .      B.  $200 N$ .      C.  $100 N$ .      D.  $100\sqrt{3} N$ .



**Câu 158.** Cho hai lực đồng quy  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  như hình vẽ bên. Biết độ lớn của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  lần lượt là  $3 N$  và  $2 N$ . Tính độ lớn hợp lực của  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$

- A.  $5 N$ .      B.  $\sqrt{11} N$ .  
C.  $\sqrt{13} N$ .      D.  $\sqrt{5} N$ .



**Câu 159.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $G(1;2)$ . Tìm tọa độ của điểm  $A$  thuộc  $Ox$  và điểm  $B$  thuộc  $Oy$  sao cho  $G$  là trọng tâm của  $\triangle OAB$ .

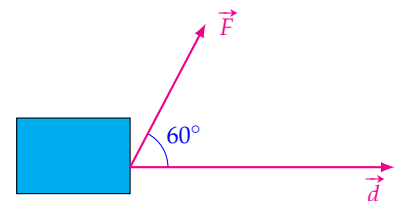
- A.  $A(3;0), B(0;3)$ .      B.  $A(6;0), B(0;3)$ .      C.  $A(3;0), B(0;6)$ .      D.  $A(0;3), B(3;0)$ .

**Câu 160.** Cho  $M$  là trung điểm  $AB$ , tìm mệnh đề sai.

- A.  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -MA \cdot MB$ .      B.  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA \cdot MB$ .  
C.  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = -MA \cdot AB$ .      D.  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM \cdot AB$ .

**Câu 161.** Một người dùng một lực  $\vec{F}$  có độ lớn là  $90 N$  làm một vật dịch chuyển một đoạn  $100 m$ . Biết lực  $\vec{F}$  hợp với hướng dịch chuyển một góc  $60^\circ$ . Tính công sinh bởi lực  $\vec{F}$ .

- A.  $4200 J$ .      B.  $4700 J$ .  
C.  $5400 J$ .      D.  $4500 J$ .



**Câu 162.** Tính cosin của góc giữa hai vectơ  $\vec{u} = (3;-2)$  và  $\vec{v} = (3;2)$ .

- A.  $-\frac{5}{13}$ .      B.  $\frac{5}{13}$ .      C. 1.      D. 0.

**Câu 163.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (4;3)$  và  $\vec{b} = (1;7)$ . Số đo góc  $\alpha$  giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 164.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn phát biểu đúng.

- A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .      B.  $\alpha = 60^\circ$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .      D.  $\alpha = 30^\circ$ .

**Câu 165.** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính  $\cos(\vec{AB}, \vec{MA})$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 166.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(2; 1)$  và  $B(6; -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên trục hoành sao cho  $A, B, M$  là ba điểm thẳng hàng.

- A.  $M(\frac{1}{2}; 0)$ .                      B.  $M(-1; 0)$ .                      C.  $M(4; 0)$ .                      D.  $M(3; 0)$ .

**Câu 167.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\hat{B} = 30^\circ$ ,  $AC = 2$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \vec{AM} \cdot \vec{BM}$ .

- A.  $P = -2\sqrt{3}$ .                      B.  $P = 2\sqrt{3}$ .                      C.  $P = 2$ .                      D.  $P = -2$ .

**Câu 168.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $NC = 3NA$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $MN$ . Khi đó:

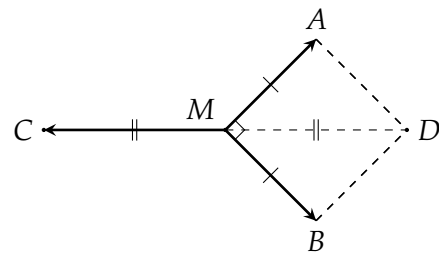
- A.  $\vec{AK} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ .                      B.  $\vec{AK} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{6}\vec{AC}$ .                      C.  $\vec{AK} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{8}\vec{AC}$ .                      D.  $\vec{AK} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ .

**Câu 169.** Cho hình bình hành  $ABCD$ ,  $M$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $2\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ ,  $N$  là trung điểm của cạnh  $CD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $MNB$ . Khi đó

- A.  $\vec{AG} = \frac{5}{18}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ .                      B.  $\vec{AG} = \frac{3}{15}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ .  
 C.  $\vec{AG} = \frac{3}{15}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ .                      D.  $\vec{AG} = \frac{5}{18}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$ .

**Câu 170.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng 60 N và tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ . Tìm cường độ lực  $\vec{F}_3$ .

- A. 120 N.                      B. 84,58 N.                      C. 84,86 N.                      D. 84,85 N.



**Câu 171.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4; 0)$ ,  $B(5; -3)$ ,  $C(-2; -4)$ . Tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là

- A.  $(1; 0)$ .                      B.  $(0; 1)$ .                      C.  $(1; 2)$ .                      D.  $(2; 1)$ .

**Câu 172.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(4; 3)$ ,  $B(-5; 6)$  và  $C(-4; -1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

- A.  $H(3; -2)$ .                      B.  $H(3; 2)$ .                      C.  $H(-3; 2)$ .                      D.  $H(-3; -2)$ .

**Câu 173.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; 2)$ ,  $B(3; -4)$ ,  $C(-19; -2)$ . Tính diện tích  $S$  của tam giác  $ABC$ .

- A. 72.                      B. 64.                      C.  $32\sqrt{2}$ .                      D. 128.

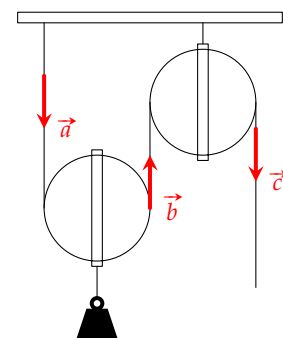
**B. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**BÀI 30.** Cho  $A, B, C$  là ba điểm thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Viết các cặp véc-tơ cùng hướng, ngược hướng trong những véc-tơ sau  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BA}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{CB}$ .

**BÀI 31.**

Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các véc-tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

- a) Hãy chỉ ra các cặp véc-tơ cùng phương.  
 b) Trong các cặp véc-tơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.





**BÀI 32.** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh bằng 3 cm. Tính độ dài của các véc-tơ  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ .

**BÀI 33.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh  $a$ . Tính độ dài của các véc-tơ sau

a)  $\vec{DA} + \vec{DC}$ .

b)  $\vec{AB} - \vec{AD}$ .

**BÀI 34.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $a$ . Tính độ dài của các véc-tơ:

a)  $\vec{BA} + \vec{AC}$ ;

b)  $\vec{AB} + \vec{AC}$ ;

c)  $\vec{BA} - \vec{BC}$ .

**BÀI 35.** Cho tứ giác  $ABCD$ , thực hiện các phép cộng và trừ véc-tơ sau:

a)  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA}$ ;

b)  $\vec{AB} - \vec{AD}$ ;

c)  $\vec{CB} - \vec{CD}$ .

**BÀI 36.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo và một điểm  $M$  tùy ý. Chứng minh rằng:

a)  $\vec{BA} + \vec{DC} = \vec{0}$ ;

b)  $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{MB} + \vec{MD}$ .

**BÀI 37.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Chứng minh rằng:

a)  $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{OD} - \vec{OC}$ ;

b)  $\vec{OA} - \vec{OB} + \vec{DC} = \vec{0}$ .

**BÀI 38.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Với  $M$  là điểm tùy ý, chứng minh rằng:

a)  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$ ;

b)  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$ .

**BÀI 39.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Chứng minh rằng:

a)  $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$

b)  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{AD}$ .

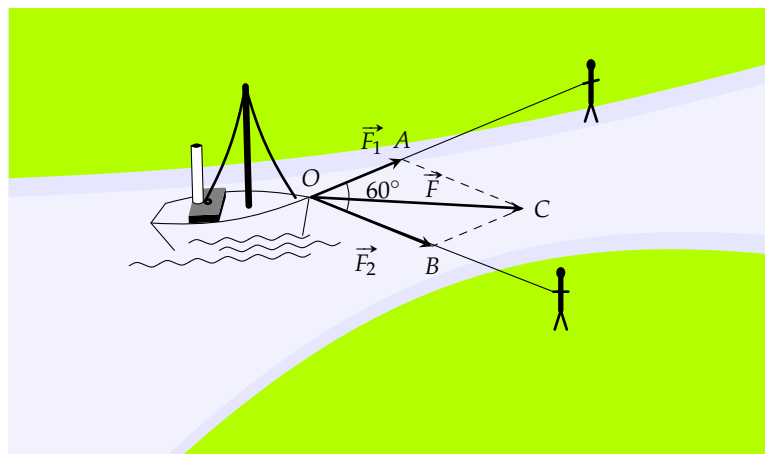
**BÀI 40.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AB, CD, EF$ . Lấy điểm  $M$  tùy ý, chứng minh rằng  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$ .

**BÀI 41.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{OA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{OB}$  và  $\vec{F}_3 = \vec{OC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $O$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều là 120 N và  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Tìm cường độ và hướng của lực  $\vec{F}_3$ .

**BÀI 42.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$  và  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều là 10 N và  $\widehat{AMB} = 90^\circ$ . Tìm độ lớn của lực  $\vec{F}_3$ .

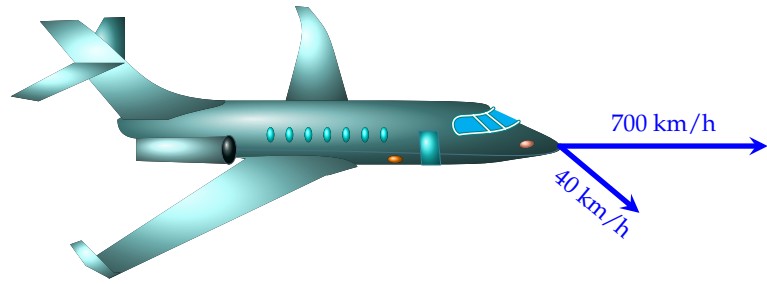
**BÀI 43.**

Hai người cùng kéo một con thuyền với hai lực  $\vec{F}_1 = \vec{OA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{OB}$  có độ lớn lần lượt là 400 N, 600 N (hình bên). Cho biết góc giữa hai véc-tơ là  $60^\circ$ . Tìm độ lớn véc-tơ hợp lực  $\vec{F}$  là tổng của hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ .



**BÀI 44.**

Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tính tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị km/h).



**BÀI 45.** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ ,  $E$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Chứng minh:

- a)  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 4\vec{EG}$ ;
- b)  $\vec{EA} = 4\vec{EG}$ ;
- c) Điểm  $G$  thuộc đoạn thẳng  $AE$  và  $\vec{AG} = \frac{3}{4}\vec{AE}$ .

**BÀI 46.** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $D, E$  thuộc cạnh  $BC$  thỏa mãn  $BD = DE = EC$ . Giả sử  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AC} = \vec{b}$ . Biểu diễn các vectơ  $\vec{BC}$ ,  $\vec{BD}$ ,  $\vec{BE}$ ,  $\vec{AD}$ ,  $\vec{AE}$  theo  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ .

**BÀI 47.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đặt  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biểu thị các vectơ  $\vec{AG}$ ,  $\vec{CG}$  theo hai vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ .

**BÀI 48.** Cho  $\vec{u} = (2; -1)$ ,  $\vec{v} = (4; 5)$ . Tính tọa độ các véc-tơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $3\vec{u}$ ,  $5\vec{u} - 4\vec{v}$ .

**BÀI 49.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-5; 6)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(4; 3)$ .

- a) Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AC$ .
- b) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

**BÀI 50.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -1)$ ,  $B(0; 3)$  và  $G\left(\frac{1}{3}; 3\right)$  là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm  $C$ .

**BÀI 51.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; -1)$ . Hãy phân tích véc-tơ  $\vec{c} = (-1; 5)$  theo hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**BÀI 52.** Cho ba điểm  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(2; 2)$ .

- a) Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.
- b) Tìm tọa độ điểm  $D$  trên  $Ox$  sao cho  $A, B, D$  thẳng hàng.

**BÀI 53.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh  $a$  và trọng tâm  $G$ . Tính các tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ;  $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$ ;  $\vec{AG} \cdot \vec{AB}$ ;  $\vec{GB} \cdot \vec{GC}$ ;  $\vec{BG} \cdot \vec{GA}$ ;  $\vec{GA} \cdot \vec{BC}$ .

**BÀI 54.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân có  $AB = AC = a$  và  $AH$  là đường cao. Tính các tích vô hướng sau

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ;
- b)  $\vec{AH} \cdot \vec{BC}$ ;
- c)  $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$  và  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .

**BÀI 55.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  có độ dài cạnh bằng  $a$ . Tính

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{OC}$ .
- b)  $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$ .
- c)  $\vec{AB} \cdot \vec{OD}$ .

**BÀI 56.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tính góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  trong mỗi trường hợp sau:

- a)  $\vec{a} = (4; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 7)$ ;
- b)  $\vec{a} = (2; 5)$ ,  $\vec{b} = (3; -7)$ ;
- c)  $\vec{a} = (6; -8)$ ,  $\vec{b} = (12; 9)$ ;
- d)  $\vec{a} = (2; -6)$ ,  $\vec{b} = (-3; 9)$ .

**BÀI 57.** Cho  $A(1; 2)$ ,  $B(-2; 1)$ ,  $C(2; -1)$ .

- a) Chứng minh tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .
- b) Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**BÀI 58.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(-2; 3)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(-1; -4)$ .

- a) Tìm tọa độ điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tính chu vi tam giác  $ABC$ .
- b) Tìm tọa độ điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $BC$  sao cho  $2KB = 3KC$ .

**BÀI 59.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2; 4)$  và  $B(8; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc trục hoành sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .



Thời gian hoàn thành một sản phẩm ở một nhóm công nhân (đơn vị: phút)

3	4	3	4	6	7	8	10
2	3	5	4	3	2	4	7
2	3	4	6	5	7	8	5

Tính thời gian (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy) trung bình hoàn thành một sản phẩm của nhóm công nhân đó.

- A.  $\bar{x} = 5,23$ .      B.  $\bar{x} = 6,79$ .      C.  $\bar{x} = 4,79$ .      D.  $\bar{x} = 3,79$ .

**Câu 188.** Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian hoàn thành sản phẩm ở một nhóm công nhân

Thời gian(phút)	42	44	45	48	50	54
Tần số	3	12	13	11	6	5

Tính giá trị trung bình  $\bar{x}$  (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy) về thời gian hoàn thành một sản phẩm của nhóm công nhân đó.

- A.  $\bar{x} = 46,74$ .      B.  $\bar{x} = 45,74$ .      C.  $\bar{x} = 47,74$ .      D.  $\bar{x} = 44,74$ .

**Câu 189.** Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau

Điểm kiểm tra 45' môn toán của 30 học sinh lớp 11A1

1	2	6	5	8	8	9	10	6	5
2	8	7	5	5	4	9	10	3	4
3	6	4	2	1	7	8	7	2	1

Tính gần đúng (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy) số trung bình cộng  $\bar{x}$  điểm của 30 học sinh nói trên.

- A.  $\bar{x} \approx 5,27$ .      B.  $\bar{x} \approx 6,27$ .      C.  $\bar{x} \approx 4,27$ .      D.  $\bar{x} \approx 7,27$ .

**Câu 190.** Cho mẫu số liệu 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

- A. 3; 5; 10.      B. 5; 3; 10.      C. 10; 3; 5.      D. 10; 5; 3.

**Câu 191.** Cho mẫu số liệu 21; 35; 17; 43; 8; 59; 72; 119. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

- A. 19; 39; 65,5.      B. 26; 43; 65,5.      C. 39; 19; 65,5.      D. 43; 26; 65,5.

**Câu 192.** Số giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn tứ phân vị dưới  $Q_1$  chiếm khoảng

- A. 50% số giá trị của dãy.      B. 75% số giá trị của dãy.  
C. 25% số giá trị của dãy.      D. 100% số giá trị của dãy.

**Câu 193.** Cho mẫu số liệu sau: 156 158 160 162 164. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. 156.      B. 157.      C. 158.      D. 159.

**Câu 194.** Bạn An đạt được điểm môn Toán như sau: điểm hệ số 1 là 7; 9; 8; 8; 8, điểm hệ số 2 là 7; 8; 8, điểm thi học kỳ (hệ số 3) là 8. Điểm trung bình môn Toán của An là

- A.  $\bar{x} \approx 8,1$ .      B.  $\bar{x} \approx 7,6$ .      C.  $\bar{x} \approx 7,9$ .      D.  $\bar{x} \approx 7,7$ .

**Câu 195.** Bảng liệt kê điểm thi học kỳ của Nam như sau

Môn	Toán	Lí	Hóa	Anh	Văn	Sử	Địa	CN	Tin học
Điểm	7	5	3	3	5	6	7	3	$x$

Nam sẽ phải cố môn tin học bao nhiêu điểm thì sẽ có điểm trung bình là 5 điểm (điểm số cho làm tròn thành số tự nhiên)?

- A.  $x = 4$ .      B.  $x = 5$ .      C.  $x = 6$ .      D.  $x = 7$ .

**Câu 196.** Số áo bán được của một cửa hàng được cho bởi bảng sau

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42	Cộng
Tần số	13	45	126	110	126	40	5	465

Tính số trung vị  $M_e$  của áo bán được trong cửa hàng đó.

- A.  $M_e = 37$ .      B.  $M_e = 38$ .      C.  $M_e = 39$ .      D.  $M_e = 40$ .

**Câu 197.** Khối lượng 30 quả trứng gà của được cho bởi bảng sau

Khối lượng(g)	25	30	35	40	45	50	Cộng
Tần số	3	5	10	6	4	2	30

Tính số trung vị  $M_e$  của bảng nói trên.

- A.  $M_e = 30$ .      B.  $M_e = 35$ .      C.  $M_e = 40$ .      D.  $M_e = 45$ .

**Câu 198.** Kết quả của 100 học sinh dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm là 20) được cho trong bảng sau đây

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Mốt  $M_O$  của bảng số liệu thống kê đã cho là

- A.  $M_O = 9$ .      B.  $M_O = 19$ .      C.  $M_O = 15$ .      D.  $M_O = 16$ .

**Câu 199.** Điều tra tiền lương (nghìn đồng) hàng tháng của 30 công nhân của một xưởng may, ta có bảng phân bố tần số sau

Tiền lương	300	500	700	800	900	1000	Cộng
Tần số	3	5	6	5	6	5	30

Tìm tất cả các một  $M_O$  của bảng phân bố tần số đã cho.

- A.  $M_O = 300$ .      B.  $M_O = 1000$ .  
 C.  $M_O^{(1)} = 800$  và  $M_O^{(2)} = 1000$ .      D.  $M_O^{(1)} = 700$  và  $M_O^{(2)} = 900$ .

**Câu 200.** Khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q$  là

- A.  $Q_3 - Q_1$ .      B.  $Q_2 - Q_1$ .      C.  $Q_3 - Q_2$ .      D.  $(Q_1 + Q_3) : 2$ .

**Câu 201.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 6; 7; 9; 4; 7; 5; 6; 6; 7; 9; 5; 6 là

- A. 3.      B. 5.      C. 4.      D. 6.

**Câu 202.** Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 13?

- A. 11, 28, 56, 12.      B. 6, 12, 33, 23, 11.      C. 25, 9, 13, 10.      D. Tất cả đều sai.

**Câu 203.** Dãy số liệu 5; 6; 0; 3; 5; 10; 3; 4 có các giá trị ngoại lệ (giá trị bất thường) là

- A. 0.      B. 10.      C. 0, 10.      D. Không có.

**Câu 204.** Mẫu số liệu mà tất cả các số trong mẫu này bằng nhau có phương sai là

- A. -1.      B. 0.      C. 1.      D. 2.

**Câu 205.** Cho biết giá trị thành phẩm quy ra tiền (nghìn đồng) trong một tuần lao động của 7 công nhân là

180 190 190 200 210 210 220

Phương sai  $s^2$  của dãy trên gần với số nào sau đây?

- A. 200.      B. 171.      C. 175.      D. 190.

**Câu 206.** Cho dãy số liệu thống kê 10, 8, 6, 2, 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

- A. 2,8.      B. 8.      C. 6.      D. 2,4.

**Câu 207.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây.

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Tính độ lệch chuẩn.

- A.  $s \approx 1,23$  (tạ).      B.  $s \approx 1,24$  (tạ).      C.  $s \approx 1,25$  (tạ).      D.  $s \approx 1,26$  (tạ).

**Câu 208.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây

Sản lượng	20	21	22	23	24
Số thửa ruộng	5	8	11	10	6

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- A. 3.                      B. 4.                      C. 1.                      D. s2.

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**BÀI 60.** Chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của các bạn tổ I ở lớp 10A lần lượt là:

165 155 171 167 159 175 165 160 158

Đối với mẫu số liệu trên, hãy tìm

- a) Số trung bình cộng.                      b) Trung vị.  
c) Mốt.                      d) Tứ phân vị.

**BÀI 61.** Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây:

- a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu"

9 8 15 8 20

- b) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

350 300 650 300 450 500 300 250

- c) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

36 38 33 34 32 30 34 35

**BÀI 62.** Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Tần số	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tìm số trung vị, tứ phân vị và mốt của bảng số liệu thống kê trên.

**BÀI 63.** Bảng sau cho biết dân số của các tỉnh/thành phố Đồng bằng Bắc Bộ năm 2018 (đơn vị triệu người)

Tỉnh/thành phố	Hà Nội	Vĩnh Phúc	Bắc Ninh	Quảng Ninh	Hải Dương	Hải Phòng
Dân số	7,52	1,09	1,25	1,27	1,81	2,01

Tỉnh/thành phố	Hưng Yên	Thái Bình	Hà Nam	Nam Định	Ninh Bình
Dân số	1,19	1,79	0,81	1,85	0,97

- a) Tìm số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu trên.  
b) Giải thích tại sao số trung bình và trung vị lại có sự sai khác nhiều.  
c) Nên sử dụng số trung bình hay số trung vị để đại diện cho dân số các tỉnh thuộc Đồng bằng Bắc Bộ?

**BÀI 64.** Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của hai lô hàng A và B được kết quả như sau (đơn vị: gam)

Lô A	85	82	84	83	80	82	84	85	80	81	80	82	85	85
Lô B	81	80	82	84	82	82	85	80	80	83	84	86	78	87

- Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.
- Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.
- Khối lượng của măng cụt ở lô hàng nào đều hơn?

**BÀI 65.** Kết quả bài thi môn Toán của các bạn học sinh tổ 1 và tổ 2 cho ở bảng sau:

Tổ 1	7	8	9	6	7	8	7	9	10	7	8	6	8	9	8
Tổ 2	6	7	8	7	9	5	8	8	9	10	7	8	0	9	7

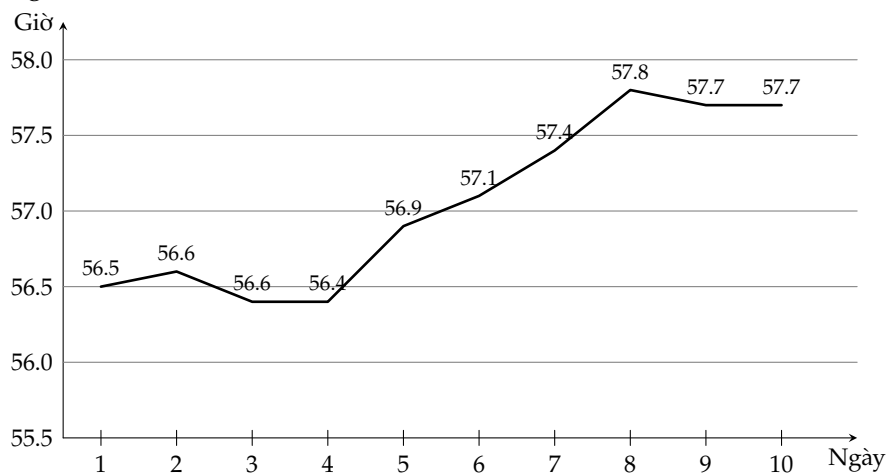
- Sử dụng số trung bình, hãy so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.
- Sau khi bỏ đi các giá trị ngoại lệ (nếu có) ở các điểm thi mỗi tổ, hãy so sánh lại điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.
- Nên dùng số trung bình hay trung vị để so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.

**BÀI 66.** Thông kê điểm của 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm là 20), kết quả được cho trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

- Tính điểm thi trung bình của 100 học sinh ở bảng trên.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

**BÀI 67.** Giá bán lúc 10h sáng của một mã cổ phiếu A trong 10 ngày liên tiếp được ghi lại ở biểu đồ sau (đơn vị: nghìn đồng).



- Viết mẫu số liệu thống kê giá của mã cổ phiếu A từ biểu đồ trên.
- Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.
- Tính trung bình, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.



# ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM

## 1 Trắc nghiệm chương I

1. C	2. C	3. C	4. C	5. B	6. A	7. D	8. D	9. B	10. C
11. D	12. C	13. B	14. C	15. D	16. D	17. C	18. A	19. D	20. C
21. A	22. C	23. B	24. D	25. A	26. C	27. A	28. A	29. B	30. A
31. D	32. B	33. A	34. B	35. B	36. B	37. A	38. D	39. D	40. B
41. D	42. A	43. C	44. A	45. D	46. B	47. C	48. D	49. D	50. B

## 2 Trắc nghiệm chương II

51. B	52. D	53. D	54. C	55. D	56. C	57. D	58. B	59. B	60. D
61. B	62. C	63. C	64. D	65. C	66. C	67. C	68. D	69. C	70. B
			71. A	72. B	73. A	74. B	75. C		

## 3 Trắc nghiệm chương III

76. C	77. D	78. A	79. D	80. B	81. A	82. B	83. D	84. B	85. A
86. A	87. D	88. D	89. A	90. C	91. A	92. B	93. A	94. D	95. C
96. D	97. B	98. A	99. A	100. D	101. C	102. B	103. A	104. D	105. B
	106. A	107. B	108. B	109. D	110. C	111. B	112. D	113. A	

## 4 Trắc nghiệm chương IV

114. D	115. C	116. C	117. D	118. A	119. D	120. B	121. C	122. B	123. A
124. B	125. A	126. D	127. C	128. C	129. D	130. D	131. D	132. D	133. D
134. C	135. A	136. C	137. C	138. C	139. B	140. C	141. B	142. B	143. D
144. B	145. A	146. A	147. D	148. D	149. D	150. C	151. A	152. D	153. A
154. D	155. D	156. B	157. D	158. C	159. C	160. B	161. D	162. B	163. D
164. A	165. D	166. C	167. D	168. C	169. A	170. D	171. A	172. C	173. B

## 5 Trắc nghiệm chương V

174. B	175. B	176. C	177. D	178. C	179. A	180. A	181. C	182. C	183. D
184. B	185. D	186. C	187. C	188. A	189. A	190. A	191. A	192. C	193. B
194. C	195. C	196. C	197. B	198. D	199. D	200. A	201. B	202. D	203. B
			204. B	205. B	206. A	207. B	208. D		

# MỤC LỤC

<b>Chương I. MỆNH ĐỀ. TẬP HỢP</b>	<b>3</b>
Ⓐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	3
📁 Mệnh đề.....	3
📁 Tập hợp và các phép toán trên tập hợp.....	6
Ⓑ BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	10
📁 Mệnh đề.....	10
📁 Tập hợp và các phép toán trên tập hợp.....	11
<b>Chương II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN</b>	<b>12</b>
Ⓐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	12
📁 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	12
📁 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	14
Ⓑ BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	18
📁 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	18
📁 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.....	20
<b>Chương III. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC</b>	<b>25</b>
Ⓐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	25
📁 Giá trị lượng giác của góc từ $0^\circ$ đến $180^\circ$ .....	25
📁 Hệ thức lượng trong tam giác.....	26
Ⓑ BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	28
<b>Chương IV. VÉC TƠ</b>	<b>34</b>
Ⓐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	34
Ⓑ BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	43
<b>Chương V. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM</b>	<b>55</b>
Ⓐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	55
Ⓑ BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	60
<b>ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM</b>	<b>65</b>
📁 Trắc nghiệm chương I.....	65
📁 Trắc nghiệm chương II.....	65
📁 Trắc nghiệm chương III.....	65
📁 Trắc nghiệm chương IV.....	65
📁 Trắc nghiệm chương V.....	65





- Số 20 chia hết cho 6.
- Số 5 là số nguyên tố.

Chọn đáp án **C** □

**Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. 20 chia hết cho 5.    **B. 5 chia hết cho 20.**    C. 5 chia hết 20.    D. 20 là bội số của 5.

**Lời giải.**

"5 chia hết cho 20" là mệnh đề sai vì "5 chia hết 20".

Chọn đáp án **B** □

**Câu 6.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $5 + 4 < 10$ .**    B.  $\sqrt{2} - 1 < 0$ .    C.  $5 + 4 \geq 10$ .    D.  $5 + 4 > 10$ .

**Lời giải.**

Mệnh đề đúng là " $5 + 4 < 10$ ".

Chọn đáp án **A** □

**Câu 7.** Cho mệnh đề  $P(x) : \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là

- A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ .    B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ .  
C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ .    **D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ .**

**Lời giải.**

Phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là  $\overline{P(x)} : \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ .

Chọn đáp án **D** □

**Câu 8.** Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ".

- A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ".    B. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ".    C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ".    **D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ".**

**Lời giải.**

Mệnh đề phủ định cần tìm là " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ".

Chọn đáp án **D** □

**Câu 9.** Cho mệnh đề  $A : \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là

- A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ".    **B. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ ".**  
C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ".    D. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ".

**Lời giải.**

Phủ định của mệnh đề  $A$  là  $\overline{A} : \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ .

Chọn đáp án **B** □

**Câu 10.** Xét mệnh đề  $P : \exists x \in \mathbb{R} : 2x - 3 < 0$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là

- A. " $\forall x \in \mathbb{R} : 2x - 3 \leq 0$ ".    B. " $\exists x \in \mathbb{R} : 2x - 3 > 0$ ".  
**C. " $\forall x \in \mathbb{R} : 2x - 3 \geq 0$ ".**    D. " $\forall x \in \mathbb{R} : 2x - 3 \leq 0$ ".

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** □

**Câu 11.** Cho mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$ ". Phủ định của mệnh đề này là

- A.  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \neq 0$ .    B.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0$ .  
C.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 0$ .    **D.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \neq 0$ .**

**Lời giải.**

Chọn đáp án **D** □

**Câu 12.** Với giá trị nào của  $x$  mệnh đề chứa biến  $P(x) : "2x^2 - 1 < 0"$  là mệnh đề đúng?

- A.  $x = 1$ .    B.  $x = \sqrt{2}$ .    **C.  $x = 0$ .**    D.  $x = 5$ .

**Lời giải.**

Với  $x = 0$  thì  $P(x) = -1 < 0$ , khi đó mệnh đề  $P(x)$  đúng

Chọn đáp án **C** □

**Câu 13.** Xét mệnh đề chứa biến  $P(x) : "x^2 - 3x + 2 = 0"$ . Với giá trị nào của  $x$  sau đây thì  $P(x)$  là mệnh đề đúng?

- A.  $x = -2$ .    **B.  $x = 1$ .**    C.  $x = -1$ .    D.  $x = 0$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Do đó trong các giá trị đã cho  $x = 1$  thì mệnh đề  $P(x)$  đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 14.** Cho  $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề. Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai khi nào?

- A.  $P$  và  $Q$  cùng sai.    B.  $P$  và  $Q$  cùng đúng.    **C.  $P$  đúng và  $Q$  sai.**    D.  $P$  sai và  $Q$  đúng.

**Lời giải.**

Theo định nghĩa, mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q$  sai khi  $P$  đúng và  $Q$  sai.

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 15.** Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng khi

- A.  $P$  sai và  $P$  đúng.    B.  $P$  đúng và  $Q$  sai.    C.  $\bar{P}$  đúng và  $Q$  đúng.    **D.  $\bar{P}$  đúng và  $\bar{Q}$  đúng.**

**Lời giải.**

Ta có  $\bar{P}$  đúng và  $\bar{Q}$  đúng, suy ra  $P$  sai và  $Q$  sai nên  $P \Leftrightarrow Q$  đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 16.** Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ " được phát biểu là

- A. Bình phương của mỗi số thực bằng 2.  
B. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 2.  
C. Nếu  $x$  là một số thực thì  $x^2 = 2$ .  
**D. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2.**

**Lời giải.**

Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ " được phát biểu là "có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2".

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 17.** Mệnh đề nào sau đây là phủ định của mệnh đề "Mọi người đều phải đi làm"?

- A. Mọi người đều không đi làm.    B. Tất cả đều phải đi làm.  
**C. Có ít nhất một người không đi làm.**    D. Có một người đi làm.

**Lời giải.**

Phủ định của mệnh đề đã cho là "Có ít nhất một người không đi làm".

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 18.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.**  
B. Tam giác có ba góc bằng nhau thì có ba cạnh bằng nhau.  
C. Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.  
D. Tam giác có ba cạnh bằng nhau thì có ba góc bằng nhau.

**Lời giải.**

Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 19.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$ .    B.  $\forall x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{x} > 0$ .  
C.  $\exists n \in \mathbb{N}, n < 0$ .    **D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$ .**

**Lời giải.**

Ta có  $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 20.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\forall x \in \mathbb{Z}, x$  chia hết cho 4 và 6  $\Rightarrow x$  chia hết cho 12.  
B.  $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$  chia hết cho 3  $\Rightarrow x$  chia hết cho 3.  
**C.  $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$  chia hết cho 9  $\Rightarrow x$  chia hết cho 9.**  
D.  $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$  chia hết cho 6  $\Rightarrow x$  chia hết cho 3.

**Lời giải.**

Xét mệnh đề  $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$  chia hết cho 9  $\Rightarrow x$  chia hết cho 9, với  $x = 3$  thì  $x^2 = 3^2 = 9$  chia hết cho 9, nhưng 3 không chia hết cho 9.

Do đó mệnh đề  $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$  chia hết cho 9  $\Rightarrow x$  chia hết cho 9 không phải là định lí.

Chọn đáp án **C** □

## 2 Tập hợp và các phép toán trên tập hợp

**Câu 21.** Cho tập hợp  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 \leq n \leq 10\}$ . Dạng liệt kê của tập hợp  $A$  là

**A**  $A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ .

**B.**  $A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .

**C.**  $A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .

**D.**  $A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ .

**Lời giải.**

Dạng liệt kê của tập hợp  $A$  là  $A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ .

Chọn đáp án **A** □

**Câu 22.** Cho tập  $A$  là các số nguyên tố không vượt quá 10. Tập hợp  $A$  được viết dưới dạng liệt kê là

**A.**  $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ .

**B.**  $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ .

**C**  $A = \{2; 3; 5; 7\}$ .

**D.**  $A = \{3; 5; 7\}$ .

**Câu 23.** Cho  $A = \{1; 2; 3\}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A.**  $1 \in A$ .

**B**  $2 \subset A$ .

**C.**  $\{1; 2\} \subset A$ .

**D.**  $\emptyset \subset A$ .

**Lời giải.**

$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow 2 \in A$ .

Chọn đáp án **B** □

**Câu 24.** Cho tập  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 7x + 1 = 0\}$ . Hỏi tập  $A$  có bao nhiêu phần tử?

**A.** 0.

**B.** vô số.

**C.** 1.

**D** 2.

**Lời giải.**

$$2x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{41}}{4} \\ x = \frac{7 - \sqrt{41}}{4} \end{cases}$$

Vậy tập hợp  $A$  có 2 phần tử.

Chọn đáp án **D** □

**Câu 25.** Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$ . Tập hợp  $A$  viết dưới dạng liệt kê là

**A**  $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ .

**B.**  $A = \{0; 1; 2; 3\}$ .

**C.**  $A = \{1; 2; 3\}$ .

**D.**  $A = \{-3; -2; -1; 1; 2; 3\}$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** □

**Câu 26.** Cho tập  $X = \{1, 2, 3\}$ . Tập  $X$  có bao nhiêu tập con có phần tử 2?

**A.** 2.

**B.** 8.

**C** 4.

**D.** 3.

**Lời giải.**

Tập  $X$  có 4 tập con có chứa phần tử 2 là  $\{2\}, \{1; 2\}, \{2; 3\}, \{1; 2; 3\}$ .

Chọn đáp án **C** □

**Câu 27.** Tập hợp nào sau đây có đúng một tập hợp con?

**A**  $\emptyset$ .

**B.**  $\{0\}$ .

**C.**  $\{1; \emptyset\}$ .

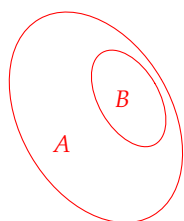
**D.**  $\{\emptyset\}$ .

**Lời giải.**

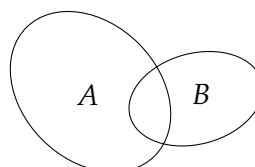
Tập hợp rỗng có một tập con là chính nó.

Chọn đáp án **A** □

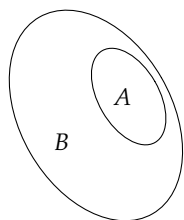
**Câu 28.** Hình nào sau đây minh họa tập  $B$  là con của tập  $A$ ?



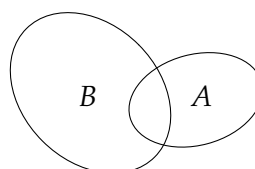
A



B.



C.



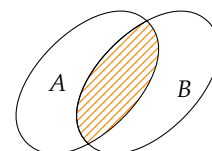
D.

**Lời giải.**

Chọn đáp án (A)



**Câu 29.** Cho các tập hợp  $A, B$  được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình bên. Phần tô màu trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?

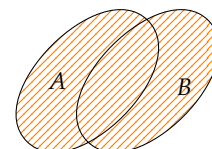
A.  $A \cup B$ .B.  $A \cap B$ .C.  $A \setminus B$ .D.  $B \setminus A$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án (B)



**Câu 30.** Cho các tập hợp  $A, B$  được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình bên. Phần tô màu trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?

A.  $A \cup B$ .B.  $A \cap B$ .C.  $A \setminus B$ .D.  $B \setminus A$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án (A)



**Câu 31.** Ta gọi  $H$  là tập hợp các hình bình hành,  $V$  là tập hợp tất cả các hình vuông,  $N$  là tập hợp tất cả các hình chữ nhật và  $T$  là tập hợp tất cả các hình tứ giác. Hãy tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A.  $H \subset T$ .B.  $V \subset N$ .C.  $V \subset H$ .D.  $N \subset V$ .

**Lời giải.**

Trong trường hợp tổng quát, sẽ có những hình chữ nhật không là hình vuông nên khẳng định  $N \subset V$  là khẳng định sai.

Chọn đáp án (D)



**Câu 32.** Có bao nhiêu tập hợp  $X$  thỏa mãn  $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$ .

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 5.

**Lời giải.**

Ta có  $\{1; 2\}, \{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}, \{1; 2; 5\}, \{1; 2; 3; 4\}, \{1; 2; 3; 5\}, \{1; 2; 4; 5\}, \{1; 2; 3; 4; 5\}$ .

Chọn đáp án (B)



**Câu 33.** Cho hai tập hợp  $M = \{1; 2; 3; 5\}$  và  $N = \{2; 6; -1\}$ . Xét các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $M \cap N = \{2\}$ .B.  $M \cap N = \{1; 3; 5\}$ .C.  $M \cap N = \{-1; 1; 2; 3; 5; 6\}$ .D.  $M \cap N = \{6; -1\}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $M \cap N = \{2\}$ .



Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 34.** Cho hai tập hợp  $A = \{-1, 0, 5\}$  và  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ . Tìm tập hợp  $A \cup B$ .

- A.  $\{-1, 0, 5\}$ .      **B**  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .      C.  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .      D.  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 35.** Cho tập  $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ ;  $B = \{3; 4; 5; 6; 7\}$ . Tập  $A \setminus B$  là

- A.  $\{3; 6; 7\}$ .      **B**  $\{0; 2; 8\}$ .      C.  $\{0; 2\}$ .      D.  $\{0; 6; 8\}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A \setminus B = \{0; 2; 8\}$

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 36.** Cho tập  $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$  và tập  $A = \{0; 2; 4\}$ . Tìm phần bù của  $A$  trong  $X$ .

- A.  $\{0; 1; 3\}$ .      **B**  $\{1; 3; 5\}$ .      C.  $\{2; 4\}$ .      D.  $\emptyset$ .

**Lời giải.**

Ta có phần bù của  $A$  trong  $X$  bằng tập  $X \setminus A = \{1; 3; 5\}$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 37.** Trong 100 học sinh lớp 10 có 70 học sinh nói được tiếng Anh, 45 học sinh nói được tiếng Pháp và 23 học sinh nói được cả tiếng Anh và Pháp. Hỏi có bao nhiêu học sinh không nói được cả tiếng Anh và Pháp?

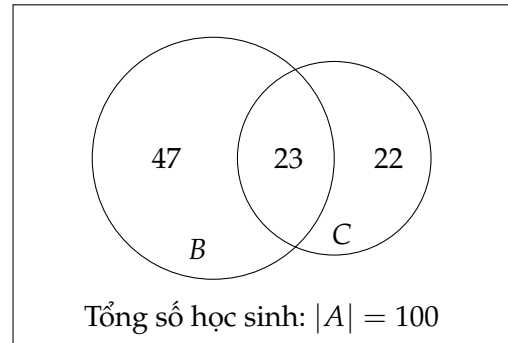
- A** 8.      B. 38.      C. 32.      D. 7.

**Lời giải.**

Ta vẽ biểu đồ Ven như hình bên.

Gọi số học sinh không nói được cả tiếng Anh và tiếng Pháp là  $x$ . Ta có:

$$x + 70 + 45 - 23 = 100 \Rightarrow x = 8.$$



Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 38.** Mỗi học sinh lớp 10B đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả hai môn. Hỏi lớp 10B có bao nhiêu học sinh?

- A. 20.      B. 25.      C. 30.      **D** 35.

**Lời giải.**

Giả sử  $A =$  "Học sinh chơi bóng đá".

$B =$  "Học sinh chơi bóng chuyền".

$|A \cup B| =$  "Học sinh chơi bóng đá hoặc bóng chuyền".

$|A \cap B| =$  "Học sinh chơi cả hai môn".

Số phần tử của  $|A \cup B|$  là  $25 + 20 - 10 = 35$ .

Số học sinh chơi bóng đá hoặc bóng chuyền là số học sinh của lớp: 35.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 39.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2\}$ . Tập  $A$  là tập nào trong các tập hợp số sau?

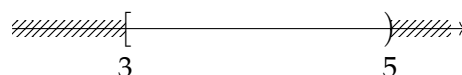
- A.  $[2; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 2)$ .      C.  $(2; +\infty)$ .      **D**  $(-\infty; 2]$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2\} = (-\infty; 2]$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 40.** Cho tập hợp  $A$  được biểu diễn trên trục số như sau (phần không bị gạch chéo).



Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $A = (3; 5)$ .

B.  $A = [3; 5)$ .

C.  $A = [3; 5]$ .

D.  $A = (3; 5]$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 41.** Cho hai tập hợp  $X = (-\infty; 3]$  và  $Y = (2; +\infty)$ . Tìm tập hợp  $X \cup Y$ .

A.  $\emptyset$ .

B.  $[2; +\infty)$ .

C.  $(-3; 2]$ .

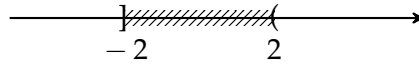
D.  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $X \cup Y = (-\infty; 3] \cup (2; +\infty) = \mathbb{R}$ .

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 42.** Trục số sau đây (phần không bị gạch) biểu diễn tập hợp nào?



A.  $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

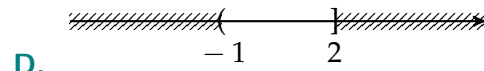
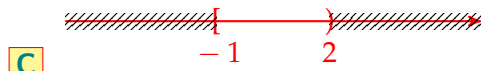
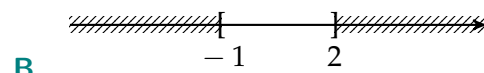
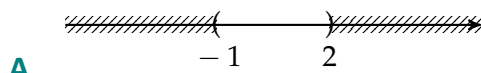
D.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Lời giải.**

Trục số trên biểu diễn hợp của hai tập hợp  $(-\infty; -2]$  và  $(2; +\infty)$ .

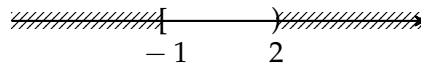
Chọn đáp án **(A)**

**Câu 43.** Biểu diễn trên trục số của tập hợp  $(0; 2) \cup [-1; 1)$  là hình nào?



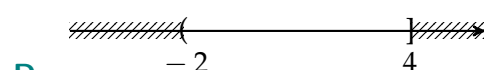
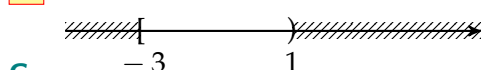
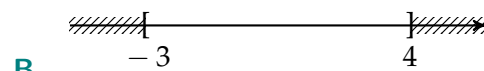
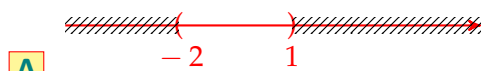
**Lời giải.**

Ta có  $(0; 2) \cup [-1; 1) = [-1; 2)$  do đó được biểu diễn trên trục số là



Chọn đáp án **(C)**

**Câu 44.** Biểu diễn trên trục số của tập hợp  $[-3; 1) \cap (-2; 4]$  là hình nào?



**Lời giải.**

Ta có  $[-3; 1) \cap (-2; 4] = (-2; 1)$ .

Chọn đáp án **(A)**

**Câu 45.** Cho hai tập hợp  $A = (-3; 5)$ ,  $B = [2; 7)$ . Hãy chọn đáp án đúng.

A.  $A \cap B = (2; 5)$ .

B.  $A \cap B = (-3; 2]$ .

C.  $A \cap B = (5; 7)$ .

D.  $A \cap B = [2; 5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\} = [2; 5)$ .

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 46.** Cho các tập hợp sau  $A = (-1; 5]$ ,  $B = (2; 7)$ . Tìm tập hợp  $A \setminus B$ .

A.  $(-1; 7)$ .

B.  $(-1; 2]$ .

C.  $(2; 5]$ .

D.  $(-1; 2)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A \setminus B = (-1; 5] \setminus (2; 7) = (-1; 2]$ .

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 47.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để tập hợp  $(1; m)$  chứa đúng 1 số nguyên dương.

A.  $m = 2$ .

B.  $m > 2$ .

C.  $m = 3$ .

D.  $m = 4$ .

**Lời giải.**

Các số nguyên dương lớn hơn 1 sẽ là 2; 3; 4,... Suy ra, để  $(1; m)$  chỉ chứa 1 số nguyên dương thì giá trị nguyên cần tìm của  $m$  là  $m = 3$ .

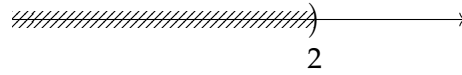
Chọn đáp án **C**

**Câu 48.** Cho  $A = (2; +\infty)$ ,  $B = (m; +\infty)$ . Điều kiện cần và đủ của  $m$  sao cho  $B$  là tập con của  $A$  là

- A.  $m \leq 2$ .      B.  $m > 2$ .      C.  $m = 2$ .      **D.  $m \geq 2$ .**

**Lời giải.**

Ta có  $B \subset A$  khi và chỉ khi  $\forall x \in B \Rightarrow x \in A \Rightarrow m \geq 2$ .



Chọn đáp án **D**

**Câu 49.** Cho  $A = (m; m + 1)$ ;  $B = (2; 4)$ . Tìm  $m$  để  $A \cap B \neq \emptyset$ .

- A.  $m \in [1; 4]$ .      B.  $m \in (1; 4]$ .      C.  $m \in [1; 4)$ .      **D.  $m \in (1; 4)$ .**

**Lời giải.**

**Cách 1:**  $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ .

Suy ra  $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow m \in (1; 4)$ .

**Cách 2:**  $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 > 2 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 4$ .

Chọn đáp án **D**

**Câu 50.** Cho hai tập hợp

$$A = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / (x - m)(x - m + 4) = 0\}, \text{ với } m \text{ là tham số.}$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $B \cap A$  có đúng 1 phần tử.

- A. 2.      **B. 4.**      C. 1.      D. 3.

**Lời giải.**

Xét  $(x - m)(x - m + 4) = 0 \Leftrightarrow x = m$  và  $x = m - 4$ . Suy ra  $B = \{m; m - 4\}$ .

Tập  $A \cap B$  có đúng 1 phần tử thì trong tập  $B$  chỉ có đúng 1 phần tử có giá trị âm, suy ra

$$\begin{cases} m < 0 \\ m - 4 \geq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m \geq 0 \\ m - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 4.$$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{0; 1; 2; 3\}$ .

Chọn đáp án **B**

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

### 1 Mệnh đề

**BÀI 1.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau. Tìm mệnh đề phủ định của chúng.

A: "Phương trình  $x^2 - x - 4 = 0$  vô nghiệm".

B: "6 là số nguyên tố".

C: " $\forall n \in \mathbb{N}^*, n^2 - 1$  là số lẻ".

**BÀI 2.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau. Tìm mệnh đề phủ định của chúng.

A: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 > x^2$ ".

B: " $\exists x \in \mathbb{N}, x$  chia hết cho  $x + 1$ ".

**BÀI 3.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ , xét tính đúng sai và phát biểu mệnh đề đảo của nó.

a)  $P$ : " $ABCD$  là hình chữ nhật" và  $Q$ : " $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

b)  $P$ : " $3 > 5$ " và  $Q$ : " $7 > 10$ ".

c)  $P$ : " $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ " và  $Q$ : " $\widehat{B} = 45^\circ$ ".

**BÀI 4.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và xét tính đúng sai của nó.

a)  $P$ : " $ABCD$  là hình bình hành" và  $Q$ : " $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

b)  $P$ : " $9$  là số nguyên tố" và  $Q$ : " $9^2 + 1$  là số nguyên tố".

**BÀI 5.** Dùng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết các mệnh đề sau

a) Mọi số nhân với 1 đều bằng chính nó.

b) Có một số cộng với chính nó bằng 0.

c) Mọi số cộng với số đối của nó đều bằng 0.

**BÀI 6.** Hãy phát biểu thành lời các mệnh đề sau. Xét tính đúng sai và lập mệnh đề phủ định của chúng.

a)  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$ .

b)  $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} < x$ .

c)  $\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 < x$ .

d)  $\forall n \in \mathbb{N} : n(n+1) \neq 2$ .

## 2 Tập hợp và các phép toán trên tập hợp

**BÀI 7.** Liệt kê các phần tử của tập hợp sau:

a)  $A = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{Z} \text{ và } -5 \leq k \leq 3\}$ .

b)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 9\}$ .

c)  $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid 3 < |x| \leq \frac{17}{2}\right\}$ .

d)  $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 7) = 0\}$ .

**BÀI 8.** Viết các tập hợp sau bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử.

a)  $A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12\}$ .

b)  $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$ .

c)  $C = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$

d)  $D = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}\right\}$ .

**BÀI 9.** Cho ba tập hợp :

$$A = \{1; 2; 3; 5; 6; 7\}, \quad B = \{-1; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}, \quad C = \{1; 3; 6; -2; 7\}$$

Xác định các tập hợp  $A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \setminus B, B \setminus C, A \cup C, A \cup B$ .

**BÀI 10.** Cho các tập hợp số

•  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$

•  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 8\}$

•  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$

•  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$

a) Dùng kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng để viết lại các tập hợp trên.

b) Biểu diễn các tập hợp  $A, B, C, D$  trên trục số.

c) Xác định các tập hợp sau :  $A \cap B, A \cap C, A \setminus B, B \cap C, C \cap D, A \cup B, A \cup C, A \cup D, B \setminus C, B \setminus D$ .

**BÀI 11.** Cho hai tập hợp  $A = [0; 6]$  và  $B = (m - 1; 8]$ , với  $m < 9$ . Tìm  $m$  để  $A \cap B \neq \emptyset$ .

## Chương II.

# BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### 1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Câu 51.** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào **không phải** là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $x - y > 0$ .      B.  $x - y^2 \leq 3$ .      C.  $x + 5 \geq 0$ .      D.  $y > 0$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 52.** Bất phương trình  $x - 3y \leq 7$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1.      B. 2.      C. Vô nghiệm.      D. Vô số nghiệm.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 53.** Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  bỏ đi phần đường thẳng  $ax + by = c$  được miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A.  $ax + by \geq c$ .      B.  $ax + by > c$ .      C.  $ax + by > 0$ .      D.  $ax + by < c$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 54.** Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình  $2x + 5y > 10$ ?

- A.  $(5; 0)$ .      B.  $(2; -7)$ .      C.  $(1; 5)$ .      D.  $(-1; -5)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 55.** Cặp số  $(x_0; y_0)$  nào là dưới đây nghiệm của bất phương trình  $2x - 3y \geq 4$ ?

- A.  $(2; 1)$ .      B.  $(-2; 2)$ .      C.  $(-4; 0)$ .      D.  $(5; 1)$ .

**Lời giải.**

Nhận xét: Các phương án đưa ra đều có  $y \geq 0$  nên ta biến đổi bất phương trình trên như sau:

$$2x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \frac{3y + 4}{2} \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}y + 2 \Leftrightarrow x \geq 2, \forall y \geq 0.$$

Vậy cặp  $(x_0; y_0) = (5; 1)$  thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 56.** Cặp số nào sau đây **không phải** là nghiệm của bất phương trình  $3x - y \geq 4$ ?

- A.  $(1; -1)$ .      B.  $(3; 2)$ .      C.  $(1; 0)$ .      D.  $(4; -1)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 57.** Cặp số  $(-1; 4)$  là nghiệm của bất phương trình

- A.  $x + 2y + 2 < 0$ .      B.  $-2x + y + 1 < 0$ .      C.  $x - y + 1 \geq 0$ .      D.  $4x + y \geq 0$ .

**Lời giải.**

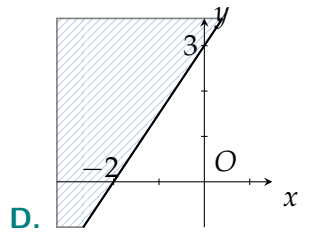
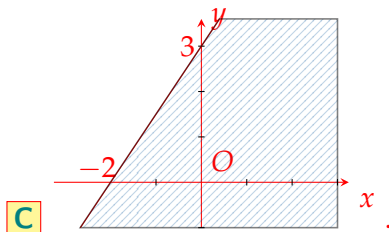
Chọn đáp án **(D)**

**Câu 58.** Tìm tất cả các số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của bất phương trình  $2x - y + a < 0$  chứa điểm  $M(-1; 2)$ .

- A.  $a > 4$ .      B.  $a < 4$ .      C.  $a > 0$ .      D.  $a < 0$ .

**Lời giải.**





**Lời giải.**

Ta thấy  $O(0;0)$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình nên loại A và B. Xét điểm  $M(-2;3)$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình nên loại D.

Chọn đáp án **C**

**Câu 63.** Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein và 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần tối thiểu 52 g protein. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người đàn ông nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người đàn ông trong một ngày.

- A.  $26x + 20y \leq 52$ .      B.  $26x + 20y < 52$ .      **C.  $13x + 10y \geq 26$ .**      D.  $13x + 10y > 26$ .

**Lời giải.**

Trong  $x$  lạng thịt bò chứa  $26x$  g protein.

Trong  $y$  lạng cá rô phi chứa  $20y$  g protein.

Do đó lượng protein cần thiết trong một ngày của một người đàn ông là

$$26x + 20y \geq 52 \Leftrightarrow 13x + 10y \geq 26.$$

Chọn đáp án **C**

**Câu 64.** Anh A muốn thuê một chiếc ô tô (có người lái) trong một tuần. Giá thuê xe như sau: từ thứ hai đến thứ sáu phí cố định là 900 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 10 nghìn đồng/km còn thứ bảy và chủ nhật thì phí cố định là 1200 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 15 nghìn đồng/km. Gọi  $x, y$  lần lượt là số km mà anh A đi trong các ngày từ thứ hai đến thứ sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  sao cho tổng số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng.

- A.  $10x + 15y \leq 20000$ .      B.  $2x + 3y \geq 2620$ .      C.  $10x + 15y \geq 20000$ .      **D.  $2x + 3y \leq 2620$ .**

**Lời giải.**

Số tiền thuê xe của anh A từ thứ hai đến thứ sáu là  $900 \cdot 5 + 10x$  nghìn đồng và hai ngày thứ bảy, chủ nhật là  $1200 \cdot 2 + 15y$  nghìn đồng.

Để số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng thì

$$(900 \cdot 5 + 10x) + (1200 \cdot 2 + 15y) \leq 20000 \Leftrightarrow 2x + 3y \leq 2720.$$

Chọn đáp án **D**

**2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

**Câu 65.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + 2y - 3 < 0 \\ 2x + y - 2 > 0 \end{cases}$ . Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất

phương trình đã cho?

- A.  $Q(-1; -5)$ .      B.  $N(2; 2)$ .      **C.  $P(3; -1)$ .**      D.  $M(2; 3)$ .

**Lời giải.**

Thay tọa độ từng điểm vào ta thấy chỉ có điểm  $P(3; -1)$  thỏa hai bất phương trình của hệ.

Chọn đáp án **C**

**Câu 66.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$  có miền nghiệm là  $S$  và bốn điểm  $O(0;0)$ ,  $A(2;3)$ ,  $B(-1;1)$ ,  $C(-1;3)$ . Có bao nhiêu điểm thuộc  $S$ ?

- A. 1.      B. 2.      **C. 3.**      D. 4.

**Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm đã cho vào hệ, ta được các điểm  $O, B, C$  thỏa.

Chọn đáp án **C**

- Câu 67.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?
- A. (0;0).                      B. (1;0).                      **C. (0; -2).**                      D. (0;2).

**Lời giải.**

Thay điểm (0; -2) vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 2 \cdot 0 - 5 \cdot (-2) - 1 = 9 > 0 \\ 2 \cdot 0 + (-2) + 5 = 3 > 0 \\ 0 + (-2) + 1 = -1 < 0 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án **C** □

**Câu 68.** Bạn Lan thu xếp được không quá 10 giờ để làm hai loại đèn trung thu tặng cho các trẻ em khuyết tật. Loại đèn hình con cá cần 2 giờ để làm xong 1 cái, còn loại đèn ông sao chỉ cần 1 giờ để làm xong 1 cái. Gọi  $x, y$  lần lượt là số đèn hình con cá và đèn ông sao bạn Lan sẽ làm. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của  $x, y$ .

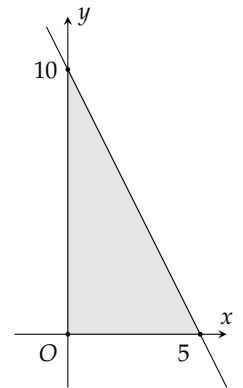
- A.  $\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  .                      B.  $\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  .                      C.  $\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$  .                      **D.  $\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  .**

**Lời giải.**

Hệ bất phương trình mô tả điều kiện của  $x, y$  là

$$\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần tô đậm trong hình bên.



Chọn đáp án **D** □

**Câu 69.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Nam không thể làm thêm việc nhiều hơn 15 giờ mỗi tuần. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa. Hệ bất phương trình nào sau đây xác định số giờ để làm mỗi việc nếu Nam muốn kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần?

- A.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \\ 15x + 10y > 100. \end{cases}$                       **C.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$**                       D.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y > 15 \\ 15x + 10y < 100. \end{cases}$

**Lời giải.**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa, tổng số giờ này không được nhiều hơn 15 giờ nên  $x + y \leq 15$ .

Số tiền kiếm được sau  $x$  giờ phục vụ cơm là  $15x$ .

Số tiền kiếm được sau  $y$  giờ bán tạp hóa là  $10y$ .

Để Nam kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần thì  $15x + 10y \geq 100$ .

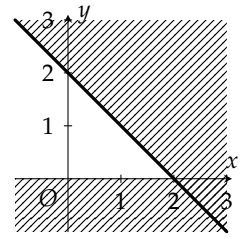
Vậy ta có hệ  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □



**Câu 70.** Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

- A.  $\begin{cases} y \leq 0 \\ 2x + y > 1. \end{cases}$     **B.**  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$     C.  $\begin{cases} 2x - 2y > 6 \\ 2x + y \geq 1. \end{cases}$     D.  $\begin{cases} y \leq 0 \\ x + y < 1. \end{cases}$



**Lời giải.**

Phần không bị gạch nằm phía trên trục hoành nên nó là miền nghiệm của bất phương trình  $y \geq 0$  (1). Điểm  $A(0; 1)$  thỏa mãn bất phương trình  $x + y < 2$  nên miền không bị gạch chính là miền nghiệm của bất phương trình  $x + y < 2$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)**

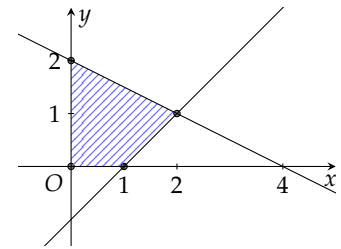
**Câu 71.** Xét  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \\ x - y \leq 1. \end{cases}$  Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của biểu thức

$F = 3x + 2y.$

- A.**  $M = 8.$     **B.**  $M = 10.$     **C.**  $M = 6.$     **D.**  $M = 9.$

**Lời giải.**

Miền nghiệm là tứ giác như hình vẽ.  $F$  lớn nhất là 8 tại đỉnh  $(2; 1)$ .



Chọn đáp án **(A)**

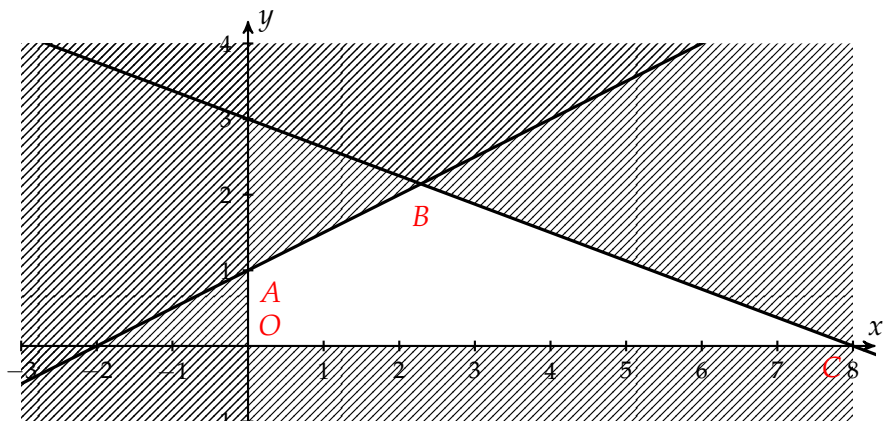
**Câu 72.** Xét  $x, y$  thỏa mãn hệ điều kiện  $\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ 3x + 8y - 24 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$  Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) =$

$x - y - 1.$

- A.** 5.    **B.** 7.    **C.** 6.    **D.** 8.

**Lời giải.**

Dễ thấy rằng: miền nghiệm của hệ đã cho là hình tứ giác OABC trên hình vẽ (Kể cả biên), trong đó các đỉnh của tứ giác có tọa độ:  $O(0; 0)$ ,  $A(0; 1)$ ,  $B\left(\frac{16}{7}; \frac{15}{7}\right)$ ,  $C(8; 0)$ .



Ta biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y)$  sẽ đạt được tại các đỉnh của tứ giác, do đó ta tính giá trị của  $F(x; y)$  tại các đỉnh này.  $F(0; 0) = -1$ ,  $F(0; 1) = -2$ ,  $F\left(\frac{16}{7}; \frac{15}{7}\right) = -\frac{6}{7}$ ,  $F(8; 0) = 7.$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức thỏa mãn hệ là  $F(8;0) = 7$ .

Chọn đáp án (B) □

**Câu 73.** Một học sinh dự định vẽ các tấm thiệp xuân làm bằng tay để bán trong một hội chợ Tết. Cần 2 giờ để vẽ một tấm thiệp loại nhỏ có giá 10 nghìn đồng và 3 giờ để vẽ một tấm thiệp loại lớn có giá 20 nghìn đồng. Học sinh này chỉ có 30 giờ để vẽ và ban tổ chức hội chợ yêu cầu phải vẽ ít nhất 12 tấm. Hãy cho biết bạn ấy cần vẽ bao nhiêu tấm thiệp mỗi loại để có được nhiều tiền nhất.

- A.** 6 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại lớn.    **B.** 12 tấm thiệp loại nhỏ và 0 tấm thiệp loại lớn.  
**C.** 5 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại lớn.    **D.** 15 tấm thiệp loại nhỏ và 0 tấm thiệp loại lớn.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số thiệp loại nhỏ và loại lớn.

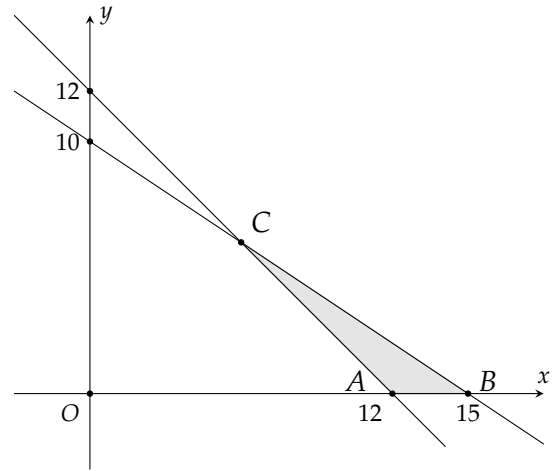
Ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + 3y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác  $ABC$  có tọa độ các đỉnh là  $A(12;0)$ ,  $B(15;0)$ ,  $C(6;6)$ .

Số tiền bạn đó thu được  $F = 10x + 20y$  đạt giá trị lớn nhất là 180 nghìn đồng tại đỉnh  $C(6;6)$ .

Chọn đáp án (A) □



**Câu 74.** Một nông trại thu hoạch được 180 kg cà chua và 15 kg hành tây. Chủ nông trại muốn làm các hũ tương cà để bán. Biết rằng, để làm ra một hũ tương cà loại A cần 10 kg cà chua cùng với 1 kg hành tây và khi bán lãi được 200 nghìn đồng, còn để làm được một hũ tương cà loại B cần 5 kg cà chua cùng với 0,25 kg hành tây và khi bán lãi được 150 nghìn đồng. Thăm dò thị hiếu của khách hàng cho thấy cần phải làm số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B. Tìm số hũ tương cà loại A và loại B cần làm để chủ nông trại đạt lãi cao nhất.

- A.** 10 hũ tương cà loại A và 4 hũ tương cà loại B.    **B.** 14 hũ tương cà loại A và 4 hũ tương cà loại B.  
**C.** 12 hũ tương cà loại A và 7 hũ tương cà loại B.    **D.** 15 hũ tương cà loại A và 0 hũ tương cà loại B.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số hũ tương cà loại A và B mà chủ nông trại cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình sau

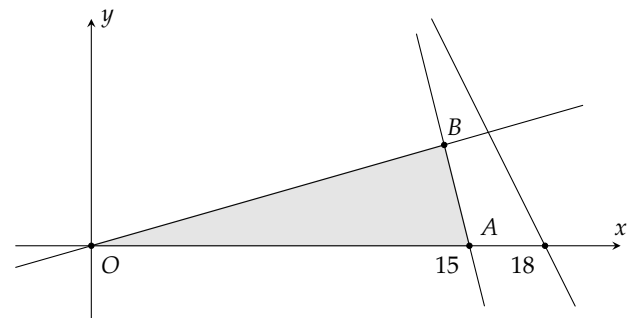
$$\begin{cases} 10x + 5y \leq 180 \\ x + 0,25y \leq 15 \\ x - 3,5y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác  $OAB$  có tọa độ các đỉnh là  $O(0;0)$ ,  $A(14;4)$ ,  $B(15;0)$ .

Số tiền lãi  $F = 200x + 150y$  đạt giá trị lớn nhất là 3,4 triệu đồng tại  $B(14;4)$ .

Vậy chủ trại cần sản xuất 14 hũ tương cà loại A và 4 hũ tương cà loại B thì sẽ có nhiều lãi nhất.

Chọn đáp án (B) □



**Câu 75.** Một xưởng sản xuất có hai máy đặc chủng A, B sản xuất hai loại sản phẩm X, Y. Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng máy A trong 6 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng máy A trong 2 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Cho biết mỗi máy không thể sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày, máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày. Một tấn sản phẩm X lãi 10 triệu đồng và một tấn sản phẩm Y lãi 8 triệu đồng. Tìm số tấn sản phẩm X và Y cần sản xuất trong ngày để tổng số tiền lãi cao nhất.

- A.** 0 tấn sản phẩm X và 4 tấn sản phẩm Y.    **B.** 2 tấn sản phẩm X và 1 tấn sản phẩm Y.

**C** 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y.

**D.** 1 tấn sản phẩm X và 2 tấn sản phẩm Y.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số tấn sản phẩm X và Y mà xưởng cần sản xuất.

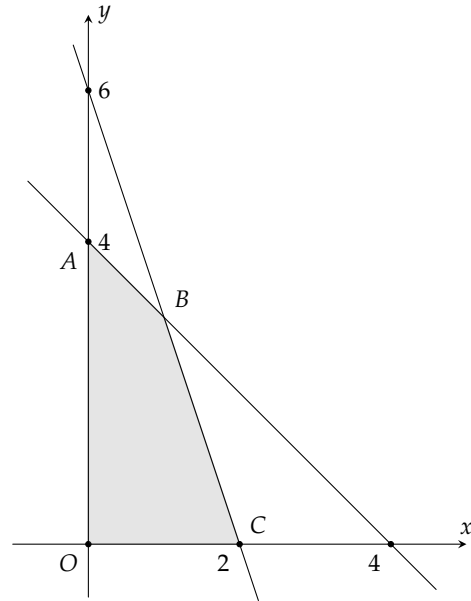
Ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 6x + 2y \leq 12 \\ 2x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác  $OABC$  có tọa độ các đỉnh là  $O(0;0)$ ,  $A(0;4)$ ,  $B(1;3)$ ,  $C(2;0)$ .

Số tiền lãi  $F = 10x + 8y$  đạt giá trị lớn nhất bằng 34 triệu tại  $B(1;3)$ .

Vậy xưởng cần sản xuất mỗi ngày 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y thì sẽ có tổng số tiền lãi cao nhất.



Chọn đáp án **C**

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

### 1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**BÀI 12.** Cho bất phương trình hai ẩn  $x - 2y + 6 > 0$ .

- $(0;0)$  có phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho không?
- Chỉ ra ba cặp số  $(x; y)$  là nghiệm của bất phương trình đã cho.
- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trên mặt phẳng  $Oxy$ .

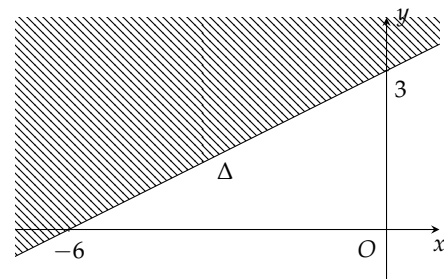
**Lời giải.**

- Thế  $(0;0)$  vào bất phương trình  $x - 2y + 6 > 0$  ta được  $0 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 > 0$ , do đó  $(0;0)$  là một nghiệm của bất phương trình đã cho.
- $1 - 2 \cdot 2 + 6 > 0$  nên  $(1;2)$  là nghiệm của bất phương trình.  
 $-1 - 2 \cdot 2 + 6 > 0$  nên  $(-1;2)$  là nghiệm của bất phương trình.  
 $0 - 2 \cdot 2 + 6 > 0$  nên  $(0;2)$  là nghiệm của bất phương trình.
- Xét bất phương trình:  $x - 2y + 6 > 0$ .

Vẽ đường thẳng  $\Delta: x - 2y + 6 = 0$  đi qua hai điểm  $A(0;3)$  và  $B(-6;0)$ .

Xét gốc tọa độ  $O(0;0) \notin \Delta$ , ta có  $0 - 2 \cdot 0 + 6 > 0$ .

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kể bờ  $\Delta$ , chứa gốc tọa độ  $O$  (miền không gạch chéo trên hình).



**BÀI 13.** Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

- $-x + y + 2 > 0$ .
- $y + 2 \geq 0$ .
- $-x + 2 \leq 0$ .

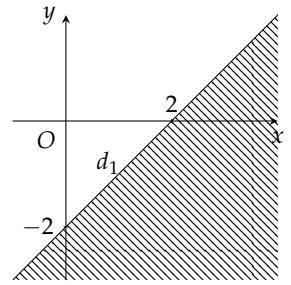
**Lời giải.**

a) Bất phương trình  $-x + y + 2 > 0$ .

Vẽ đường thẳng  $d_1: -x + y + 2 = 0$  đi qua hai điểm  $A(2; 0)$  và  $B(0; -2)$ .

Xét gốc tọa độ  $O(0; 0) \notin d_1$ , ta có  $-0 + 0 + 2 > 0$ .

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kể bờ  $d_1$ , chứa gốc tọa độ  $O$  (miền không gạch chéo trên hình).

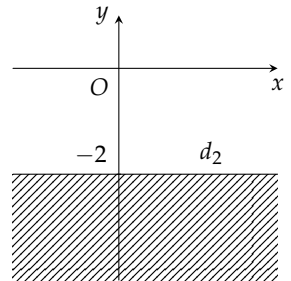


b) Bất phương trình  $y + 2 \geq 0$ .

Vẽ đường thẳng  $d_2: y + 2 = 0$  đi qua điểm  $C(0; -2)$  và song song trục hoành.

Xét gốc tọa độ  $O(0; 0) \notin d_2$ , ta có  $0 + 2 > 0$ .

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng kể cả bờ  $d_2$ , chứa gốc tọa độ  $O$  (miền không gạch chéo trên hình).

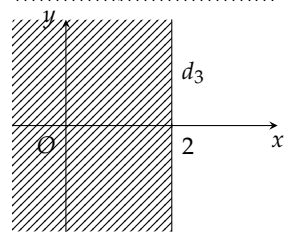


c) Bất phương trình  $-x + 2 \leq 0$ .

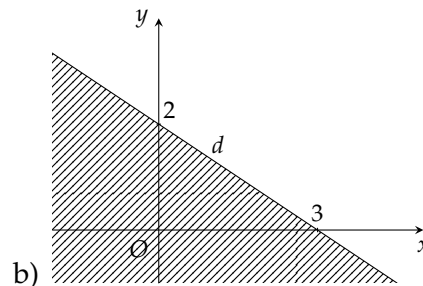
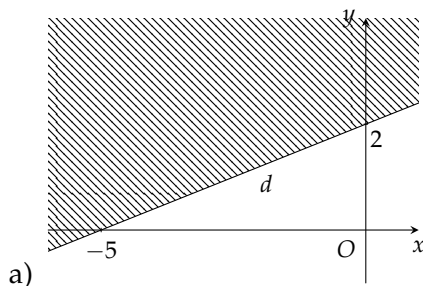
Vẽ đường thẳng  $d_3: -x + 2 = 0$  đi qua điểm  $D(2; 0)$  và song song với trục tung.

Xét gốc tọa độ  $O(0; 0) \notin d_3$ , ta có  $-0 + 2 > 0$ .

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng kể cả bờ  $d_3$ , không chứa gốc tọa độ  $O$  (miền không gạch chéo trên hình).



**BÀI 14.** Miền không gạch chéo (không kể bờ  $d$ ) trong mỗi hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào?



**Lời giải.**

a) Đường thẳng  $d: y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(-5; 0)$  và  $B(0; 2)$  nên ta có

$$\begin{cases} -5a + b = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{5} \\ b = 2. \end{cases}$$

Suy ra  $y = \frac{2}{5}x + 2 \Leftrightarrow -2x + 5y - 10 = 0$ .

Ta lại có gốc tọa độ  $O(0; 0)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình và  $-2 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 10 < 0$ .

Do đó miền nghiệm đã cho là miền nghiệm của bất phương trình  $-2x + 5y - 10 < 0$ .

b) Đường thẳng  $d': y = a'x + b'$  đi qua hai điểm  $C(3; 0)$  và  $D(0; 2)$  nên ta có

$$\begin{cases} 3a' + b' = 0 \\ b' = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a' = -\frac{2}{3} \\ b' = 2. \end{cases}$$

Suy ra  $y = -\frac{2}{3}x + 2 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$ .

Ta lại có gốc tọa độ  $O(0; 0)$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình và  $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 6 < 0$ .

Vậy miền nghiệm đã cho là miền nghiệm của bất phương trình  $2x + 3y - 6 > 0$ .



**BÀI 15.** Bạn Cúc muốn pha hai loại nước cam. Để pha một lít nước cam loại I cần 30 g bột cam, còn một lít nước cam loại II cần 20 g bột cam. Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số lít nước cam loại I và II pha chế được. Biết rằng Cúc chỉ có thể dùng không quá 100 g bột cam. Hãy lập các bất phương trình mô tả số lít nước cam loại I và II mà bạn Cúc có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình đó trên cùng một mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

**Lời giải.**

- ☑ Với  $x$  lít ( $x \geq 0$ ) nước cam loại I bạn Cúc cần sử dụng  $20x$  g bột cam.
- ☑ Và  $y$  lít ( $y \geq 0$ ) nước cam loại II bạn Cúc cần sử dụng  $30y$  g bột cam.

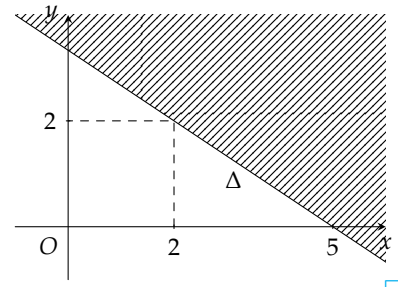
Suy ra tổng số bột cam bạn Cúc sử dụng để pha chế nước cam là:  $20x + 30y$ .

Ta có bất phương trình  $20x + 30y \leq 100 \Leftrightarrow 2x + 3y - 10 \leq 0$ .

Vẽ đường thẳng  $\Delta: 2x + 3y - 10 = 0$  đi qua hai điểm  $A(2; 2)$  và  $B(5; 0)$ .

Xét gốc tọa độ  $O(0; 0) \notin \Delta$ , ta có  $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 10 < 0$ .

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình  $2x + 3y - 10 \leq 0$  là nửa mặt phẳng kể cả bờ  $\Delta$ , chứa gốc tọa độ  $O$  (miền không gạch chéo trên hình).



**2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

**BÀI 16.** Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau

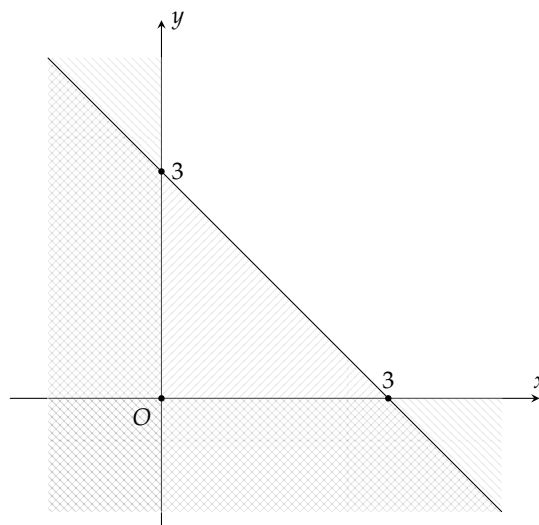
a)  $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3; \end{cases}$

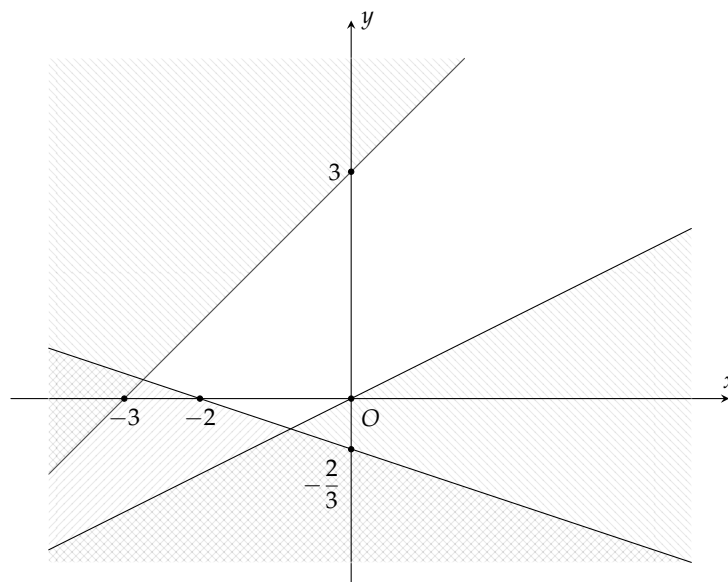
c)  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 4 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$

**Lời giải.**

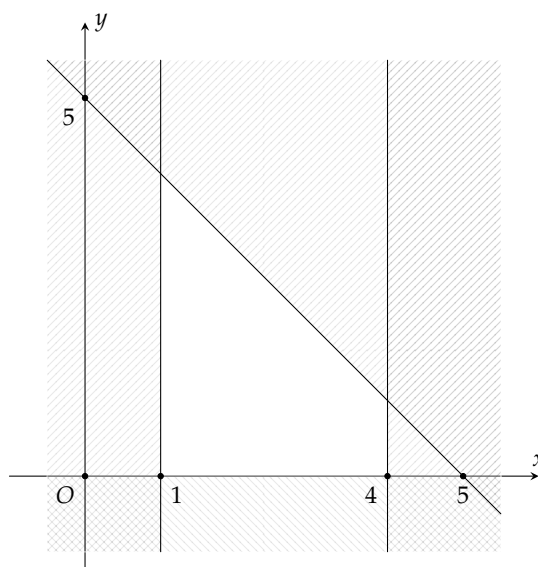
a) Miền nghiệm của hệ  $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  là phần không bị gạch trong hình vẽ dưới đây



b) Miền nghiệm của hệ  $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$  là phần không bị gạch trong hình vẽ dưới đây



c) Miền nghiệm của hệ  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 4 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  là phần không bị gạch trong hình vẽ dưới đây



□

**BÀI 17.** Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B. Cứ sản xuất mỗi thùng loại A thì nhà máy thải ra 0,25 kg khí carbon dioxide ( $\text{CO}_2$ ) và 0,60 kg khí sulfur dioxide ( $\text{SO}_2$ ), sản xuất mỗi thùng loại B thì thải ra 0,50 kg  $\text{CO}_2$  và 0,20 kg SO. Biết rằng, quy định hạn chế sản lượng  $\text{CO}_2$  của nhà máy tối đa là 75 kg và  $\text{SO}_2$  tối đa là 90 kg mỗi ngày.

- Tìm hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế trên. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.
- Việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?
- Việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?

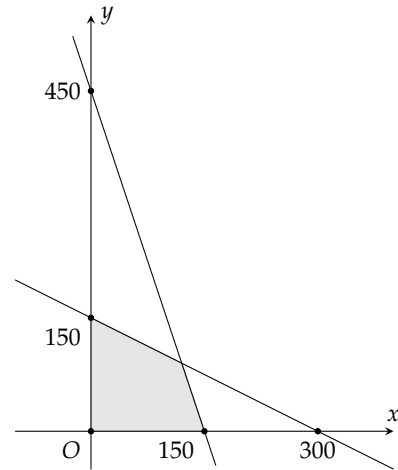
**Lời giải.**

a) Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số thùng loại  $A$  và  $B$  mà nhà máy có thể sản xuất.

Ta có hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế là

$$\begin{cases} 0,25x + 0,5y \leq 75 \\ 0,6x + 0,2y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ là phần tô đậm trong hình bên.



b) Điểm  $M(100; 80)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.  
 Vậy sản xuất 100 thùng loại  $A$  và 80 thùng loại  $B$  mỗi ngày là phù hợp với quy định.

c) Điểm  $N(60; 160)$  không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.  
 Vậy sản xuất 60 thùng loại  $A$  và 160 thùng loại  $B$  mỗi ngày là không phù hợp với quy định.

□

**BÀI 18.** Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  là số hecta đất trồng ngô và  $y$  là số hecta đất trồng đậu xanh.  
 Ta có các điều kiện ràng buộc đối với  $x, y$  như sau:

- ☑ Hiển nhiên  $x \geq 0, y \geq 0$ .
- ☑ Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên  $x + y \leq 8$ .
- ☑ Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên  $20x + 30y \leq 180$ .

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc: 
$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ  $Oxy$ , ta được miền tứ giác  $OABC$ .

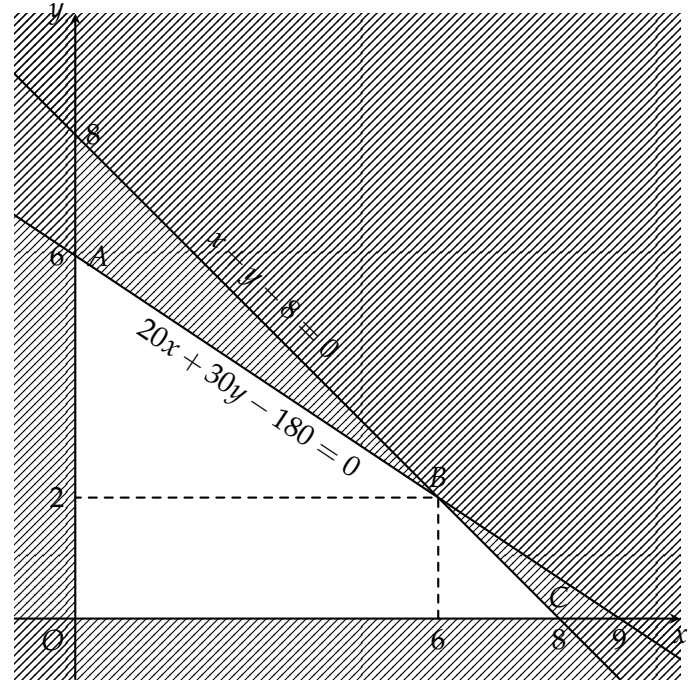
Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là:

$$O(0;0), A(0;6), B(6;2), C(8;0).$$

Gọi  $F$  là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có:

$$F = 40x + 50y.$$

Ta phải tìm  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho  $F$  đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $F = 40x + 50y$  trên miền tứ giác  $OABC$ .



Tính các giá trị của biểu thức  $F$  tại các đỉnh của đa giác, ta có:

$$\text{Tại } O(0;0) : F = 40 \cdot 0 + 50 \cdot 0 = 0.$$

$$\text{Tại } A(0;6) : F = 40 \cdot 0 + 50 \cdot 6 = 300.$$

$$\text{Tại } B(6;2) : F = 40 \cdot 6 + 50 \cdot 2 = 340.$$

$$\text{Tại } C(8;0) : F = 40 \cdot 8 + 50 \cdot 0 = 320.$$

$F$  đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại  $B(6;2)$ .

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh. □

**BÀI 19.** Một người dùng ba loại nguyên liệu  $A, B, C$  để sản xuất ra hai loại sản phẩm  $P$  và  $Q$ . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm  $P$  hoặc  $Q$  phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		$P$	$Q$
$A$	10	2	2
$B$	4	0	2
$C$	12	2	4

Biết 1kg sản phẩm  $P$  có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm  $Q$  có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

**Lời giải.**



Gọi  $x$  là số kilôgam sản phẩm  $P$ ,  $y$  là số kilôgam sản phẩm  $Q$  cần sản xuất.

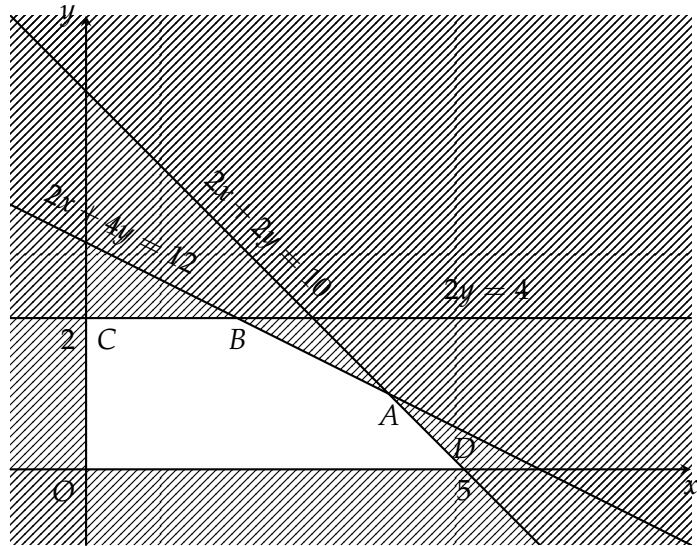
Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ  $Oxy$ , ta được như hình bên.

Miền nghiệm là miền ngũ giác  $OCBAD$  (hình bên) với các đỉnh:

$$O(0;0), C(0;2), B(2;2), A(4;1), D(5;0).$$



Gọi  $F$  là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có:  $F = 3x + 5y$ .

Tính giá trị của  $F$  tại các đỉnh của ngũ giác:

- Tại  $O(0;0)$  :  $F = 3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0$ .
- Tại  $C(0;2)$  :  $F = 3 \cdot 0 + 5 \cdot 2 = 10$ .
- Tại  $B(2;2)$  :  $F = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 16$ .
- Tại  $A(4;1)$  :  $F = 3 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 17$ .
- Tại  $D(5;0)$  :  $F = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 0 = 15$ .

$F$  đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại  $A(4;1)$ .

Vậy người đó cần sản xuất 4kg sản phẩm  $P$  và 1kg sản phẩm  $Q$  để có lãi cao nhất là 17 triệu đồng. □

## Chương III.

## HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1 Giá trị lượng giác của góc từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$ 

**Câu 76.** Biết góc  $\alpha = 60^\circ$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ .      **C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .**      D.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 77.** Tính giá trị biểu thức  $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$ .

- A.  $P = \sqrt{3}$ .      B.  $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $P = 1$ .      **D.  $P = 0$ .**

**Câu 78.** Giá trị của  $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .**      B.  $\frac{1 + \sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .      D. 2.

**Câu 79.** Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin a + 2 \cos a}{1 + \cos a}$  với  $a = 45^\circ$ .

- A.  $P = 2 + \sqrt{2}$ .      B.  $P = -2 + \sqrt{2}$ .      C.  $P = 2 + 2\sqrt{2}$ .      **D.  $P = -2 + 2\sqrt{2}$ .**

**Câu 80.** Chọn đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau.

- A.  $\sin 30^\circ = \sin 60^\circ$ .      **B.  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$ .**      C.  $\sin 30^\circ = \cos 150^\circ$ .      D.  $\sin 45^\circ = \sin 120^\circ$ .

**Câu 81.** Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$ .**      B.  $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$ .      C.  $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$ .      D.  $\sin 30^\circ < \sin 60^\circ$ .

**Câu 82.** Cho góc  $\alpha$  với  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ .      **B.  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ .**  
C.  $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ .      D.  $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ .

**Câu 83.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ .      B.  $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ .  
C.  $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$ .      **D.  $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ .**

**Câu 84.** Cho góc nhọn  $\alpha$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , hãy chọn khẳng định đúng.

- A.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{3}$ .      **B.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$ .**  
C.  $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$ .      D.  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 85.** Cho  $\alpha$  là góc tù, hãy tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $\tan \alpha < 0$ .**      B.  $\cot \alpha > 0$ .      C.  $\sin \alpha < 0$ .      D.  $\cos \alpha > 0$ .

**Câu 86.** Cho hai góc nhọn  $\alpha$  và  $\beta$ , với  $\alpha < \beta$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\cos \alpha < \cos \beta$ .**      B.  $\sin \alpha < \sin \beta$ .      C.  $\tan \alpha + \tan \beta > 0$ .      D.  $\cot \alpha > \cot \beta$ .

**Câu 87.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , với  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ .      B.  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      **D.  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .**

**Câu 88.** Cho góc  $\alpha$  với  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  và  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ . Tính  $\tan \alpha$ .

- A.  $\tan \alpha = \frac{5}{4}$ .      B.  $\tan \alpha = -\frac{5}{2}$ .      C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .      **D.  $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ .**

**Câu 89.** Cho  $\cos x = \frac{1}{2}$ . Tính biểu thức  $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$ .

- A.  $P = \frac{13}{4}$ .      B.  $P = \frac{7}{4}$ .      C.  $P = \frac{11}{4}$ .      D.  $P = \frac{15}{4}$ .

**Câu 90.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho  $\widehat{xOM} = 135^\circ$ . Tính hoành độ và tung độ của điểm  $M$  bằng

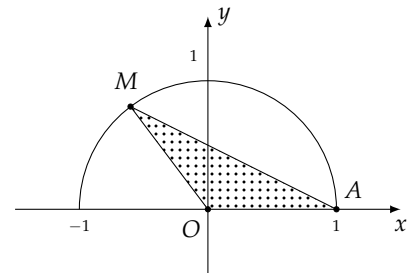
- A.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

**Câu 91.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho  $\widehat{xOM} = 150^\circ$ . Gọi  $N$  là điểm đối xứng với  $M$  qua trục tung. Giá trị của  $\tan \widehat{xON}$  bằng

- A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      B.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $-\sqrt{3}$ .

**Câu 92.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị, sao cho  $\widehat{xOM} = -\frac{3}{5}$ . Diện tích của tam giác  $AOM$  bằng

- A.  $\frac{4}{5}$ .      B.  $\frac{2}{5}$ .      C.  $\frac{3}{5}$ .      D.  $\frac{3}{10}$ .

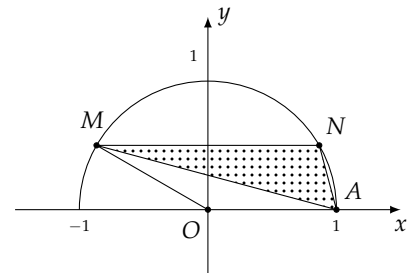


**Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 93.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị, sao cho  $\widehat{xOM} = 150^\circ$ . Lấy  $N$  đối xứng với  $M$  qua trục tung. Diện tích của tam giác  $MAN$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $2\sqrt{3}$ .



**Lời giải.**

Chọn đáp án **(A)** □

## 2 Hệ thức lượng trong tam giác

**Câu 94.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \sin C$ .      B.  $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ .  
C.  $c^2 = a^2 + b^2 - ab \cos C$ .      D.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ .

**Câu 95.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$ .      B.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}$ .  
C.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .      D.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ac}$ .

**Câu 96.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$  và  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $\frac{a}{\sin B} = \frac{b}{\sin A}$ .      B.  $\frac{a}{\sin A} = R$ .      C.  $\frac{a}{\sin B} = 2R$ .      D.  $\frac{a}{\sin A} = 2R$ .

**Câu 97.** Cho tam giác  $ABC$ , đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ . Gọi  $S$  và  $R$  lần lượt là diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $S = \frac{abc}{2R}$ .      B.  $S = \frac{abc}{4R}$ .      C.  $S = \frac{abc}{R}$ .      D.  $S = \frac{abc}{R^2}$ .

**Câu 98.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A = 60^\circ, b = 8, c = 5$ . Độ dài cạnh  $BC$  bằng

- A** 7. **B** 129. **C** 49. **D**  $\sqrt{129}$ .

**Câu 99.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{4}{5}$ . Tính độ dài của  $BC$ .

- A**  $3\sqrt{2}$ . **B**  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ . **C**  $\frac{23}{8}$ . **D** 6.

**Câu 100.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4 \text{ cm}, BC = 7 \text{ cm}, AC = 9 \text{ cm}$ . Tính  $\cos A$ .

- A**  $\cos A = -\frac{2}{3}$ . **B**  $\cos A = \frac{1}{2}$ . **C**  $\cos A = \frac{1}{3}$ . **D**  $\cos A = \frac{2}{3}$ .

**Câu 101.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $a = 13, b = 14, c = 15$ . Tính số đo góc  $B$  (kết quả làm tròn đến phút).

- A**  $59^\circ 49'$ . **B**  $53^\circ 7'$ . **C**  $59^\circ 29'$ . **D**  $62^\circ 22'$ .

**Câu 102.** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $\widehat{A} = 60^\circ$  và cạnh  $BC = \sqrt{3}$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- A**  $R = 4$ . **B**  $R = 1$ . **C**  $R = 2$ . **D**  $R = 3$ .

**Câu 103.** Trong mặt phẳng, cho tam giác  $ABC$  có  $b = 4 \text{ cm}, \widehat{A} = 60^\circ, \widehat{B} = 45^\circ$ . Độ dài cạnh  $BC$  là

- A**  $2\sqrt{6}$ . **B**  $2 + 2\sqrt{3}$ . **C**  $2\sqrt{3} - 2$ . **D**  $\sqrt{6}$ .

**Câu 104.** Tam giác  $ABC$  có  $a = 16,8 \text{ cm}, \widehat{B} = 56^\circ 13', \widehat{C} = 71^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $AB$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- A** 29,9cm. **B** 14,1cm. **C** 17,5cm. **D** 19,9cm.

**Câu 105.** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 6, b = 8, c = 10$ . Diện tích  $S$  của tam giác trên là

- A**  $S = 48$ . **B**  $S = 24$ . **C**  $S = 12$ . **D**  $S = 30$ .

**Câu 106.** Tính diện tích tam giác  $ABC$ , biết  $AB = 3, BC = 5, CA = 6$ .

- A**  $\sqrt{56}$ . **B**  $\sqrt{48}$ . **C** 6. **D** 8.

**Câu 107.** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 4, c = 5, \widehat{B} = 150^\circ$ . Diện tích của tam giác bằng

- A**  $5\sqrt{3}$ . **B** 5. **C** 10. **D**  $10\sqrt{3}$ .

**Câu 108.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn  $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{2}bc$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A**  $A = 30^\circ$ . **B**  $A = 45^\circ$ . **C**  $A = 60^\circ$ . **D**  $A = 75^\circ$ .

**Câu 109.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , biết  $AB = 5 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}$ . Tính độ dài đường cao hạ từ  $B$  của tam giác  $ABC$ .

- A**  $\frac{24}{5} \text{ cm}$ . **B** 5 cm. **C**  $\frac{22}{5} \text{ cm}$ . **D** 4 cm.

**Câu 110.** Cho hình thoi  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ , góc  $\widehat{BAD} = 30^\circ$ . Diện tích hình thoi  $ABCD$  là

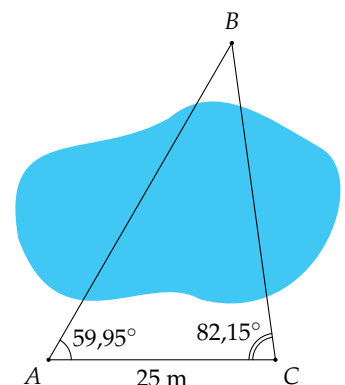
- A**  $\frac{a^2}{4}$ . **B**  $\frac{a^2}{2}$ . **C**  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ . **D**  $a^2$ .

**Câu 111.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

- A** 13 km. **B**  $20\sqrt{13} \text{ km}$ . **C**  $10\sqrt{13} \text{ km}$ . **D** 100 km.

**Câu 112.** Để đo khoảng cách từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí  $A$  đến vị trí  $C$  và tiến hành đo các góc  $BAC, BCA$ . Biết  $AC = 25 \text{ m}, \widehat{BAC} = 59,95^\circ, \widehat{BCA} = 82,15^\circ$  (hình vẽ minh họa bên). Hỏi khoảng cách từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A** 27 m. **B** 32 m. **C** 30 m. **D** 29 m.



**Lời giải.**

Trong tam giác  $ABC$  ta có

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{C}) \Rightarrow \widehat{B} = 180^\circ - (59,95^\circ + 82,15^\circ) = 37,9^\circ.$$

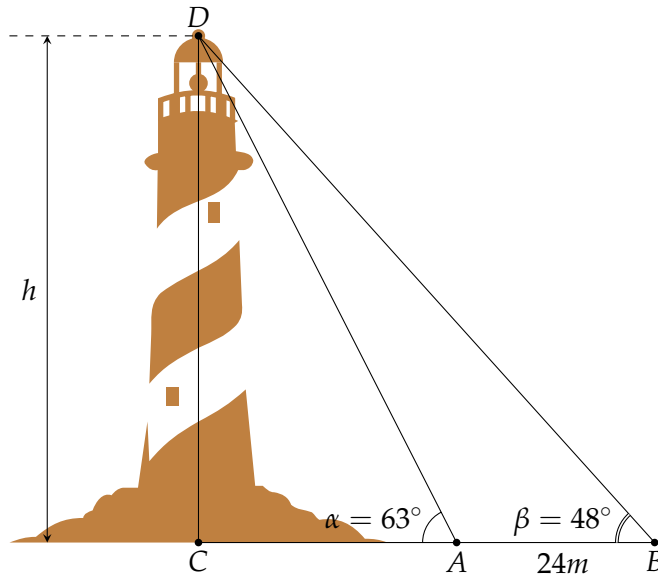
Áp dụng định lí sin trong tam giác  $ABC$  ta có

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \sin C}{\sin B} = \frac{25 \sin 82,15^\circ}{\sin 59,95^\circ} \approx 29 \text{ m.}$$

Vậy khoảng cách từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  gần bằng 29 mét.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 113.** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Ta đo được  $AB = 24 \text{ m}$ ,  $\widehat{CAD} = 63^\circ$ ;  $\widehat{CBD} = 48^\circ$ .



Chiều cao  $h$  của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

**A** 61,4 m.

**B** 18,5 m.

**C** 60 m.

**D** 18 m.

**B. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**BÀI 20.** Cho tam giác  $ABC$ , biết

a)  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $\widehat{B} = 45^\circ$ ,  $b = 4$ . Tính cạnh  $a$  và  $c$ .

b)  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $a = 6$ . Tính  $R$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - A - B = 75^\circ$ .

Suy ra  $a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{4 \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 4,9$  và  $c = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{4 \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 5,5$ .

b) Ta có  $R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{6}{2 \sin 60^\circ} \approx 3,5$ . □

**BÀI 21.** Giải tam giác  $ABC$  trong các trường hợp sau:

a)  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ ,  $\widehat{B} = 60^\circ$ .

b)  $\widehat{A} = 120^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $AB = 5$

**Lời giải.**

$$a) AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 19 \Rightarrow AC = \sqrt{19}.$$

- $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{\sqrt{39}}{18} \Rightarrow \widehat{A} \approx 83^\circ 24'$
- $\widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 36^\circ 36'$ .

b) Áp dụng định lý cô sin, ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 129.$$

Suy ra  $a = \sqrt{129} \approx 11,36$ .

- $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{11,36^2 + 8^2 - 5^2}{2 \cdot 11,36 \cdot 8} \approx 0,92 \widehat{B} = 22^\circ 23'$ .
- $\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} \approx 37^\circ 35'$ .

□

**BÀI 22.** Giải tam giác  $ABC$  trong các trường hợp sau:

a)  $BC = 100, \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 40^\circ.$

b)  $AB = 100, \widehat{B} = 100^\circ, \widehat{C} = 45^\circ.$

**Lời giải.**

a) Trong tam giác  $ABC$  ta có  $\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ.$

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$  ta có  $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{CA}{\sin B}.$

Do đó

$$AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{100 \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 65,3;$$

$$AC = \frac{BC \sin B}{\sin A} = \frac{100 \sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 87,9.$$

b) Trong tam giác  $ABC$  ta có  $\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (100^\circ + 45^\circ) = 35^\circ.$  Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$  ta có

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{100 \sin 100^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 139,3.$$

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB \sin A}{\sin C} = \frac{100 \sin 35^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 81,1.$$

□

**BÀI 23.** Giải tam giác  $ABC$  trong các trường hợp sau:

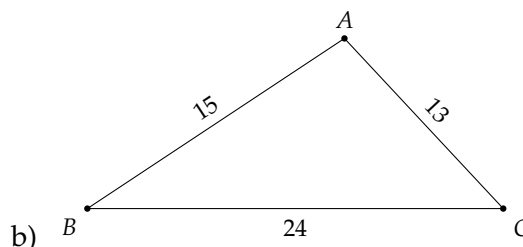
a)  $AB = 2; AC = 2\sqrt{7}$  và  $BC = 4.$

b)  $AB = 12, AC = 15, BC = 20.$

**Lời giải.**

a) Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ABC$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{4 + 16 - 28}{2 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{-1}{2} \Rightarrow B = 120^\circ.$$



Áp dụng định lý côsin, ta có

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow \widehat{A} \approx 117^\circ 49';$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{24^2 + 15^2 - 13^2}{2 \cdot 24 \cdot 15} = \frac{79}{90} \Rightarrow \widehat{B} \approx 28^\circ 37'.$$

Suy ra  $\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} = 33^\circ 34'$ .

c) Áp dụng định lý côsin trong tam giác ABC ta có

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{12^2 + 15^2 - 20^2}{2 \cdot 12 \cdot 15} = -\frac{31}{360}.$$

Do đó  $\widehat{A} \approx 95^\circ$ .

Ta có  $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{12^2 + 20^2 - 15^2}{2 \cdot 12 \cdot 20} = \frac{319}{480}.$

Do đó  $\widehat{B} \approx 48^\circ$ .

Khi đó  $\widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) \approx 180^\circ - (95^\circ + 48^\circ) = 37^\circ$ .



**BÀI 24.** Tam giác ABC có  $c = 8, c = 3; \widehat{B} = 60^\circ$ .

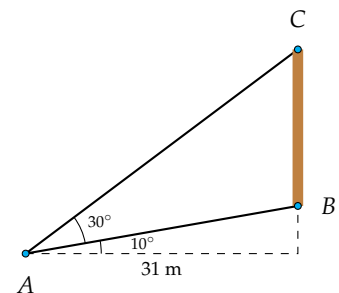
- Tính diện tích tam giác ABC.
- Tính độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.

**BÀI 25.** Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh lần lượt là 13, 14, 15.

- Tính diện tích tam giác ABC.
- Tính độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.
- Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

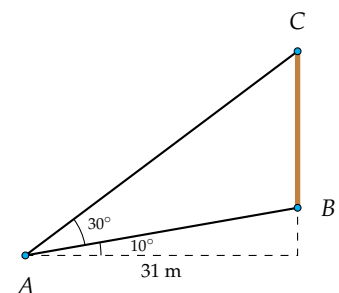
**BÀI 26.**

Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc  $10^\circ$  so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 31 m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc  $40^\circ$  so với phương nằm ngang. Hãy tính chiều cao của cây.



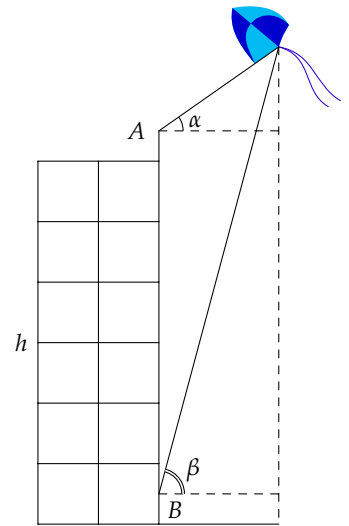
**Lời giải.**

- Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC.
- Chiều cao của cây là  $h \approx 20,23$  (m).



**BÀI 27.**

Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là  $\alpha = 35^\circ$ ; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là 1,5 m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là  $\beta = 75^\circ$ ; khoảng cách từ mặt đất tới mắt bạn B cũng là 1,5 m. Biết chiều cao của tòa nhà là  $h = 20$  m (minh họa ở hình bên). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải.**

Kí hiệu C là vị trí của chiếc điều.

Từ điểm B vẽ đường thẳng Bx vuông góc với AB.

Từ điểm C kẻ  $CH \perp Bx$  (H thuộc Bx).

Từ điểm A kẻ  $AK \perp CH$  (K thuộc CH).

Khi đó  $\widehat{CAK} = \alpha$  và  $\widehat{CBH} = \beta$ .

Chiều cao của điều so với mặt đất chính là độ dài đoạn thẳng CH.

Vì khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A và khoảng cách từ mặt đất tới mắt bạn B đều là 1,5 m nên  $AB = h = 20$  m.

Tứ giác ABHK là hình chữ nhật.

$\widehat{CAB} = \widehat{CAK} + \widehat{KAB} = 35^\circ + 90^\circ = 125^\circ$ .

$\widehat{CBA} = \widehat{ABH} - \widehat{CBH} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ .

Trong tam giác ABC ta có

$$\widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - (125^\circ + 15^\circ) = 40^\circ.$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC ta có

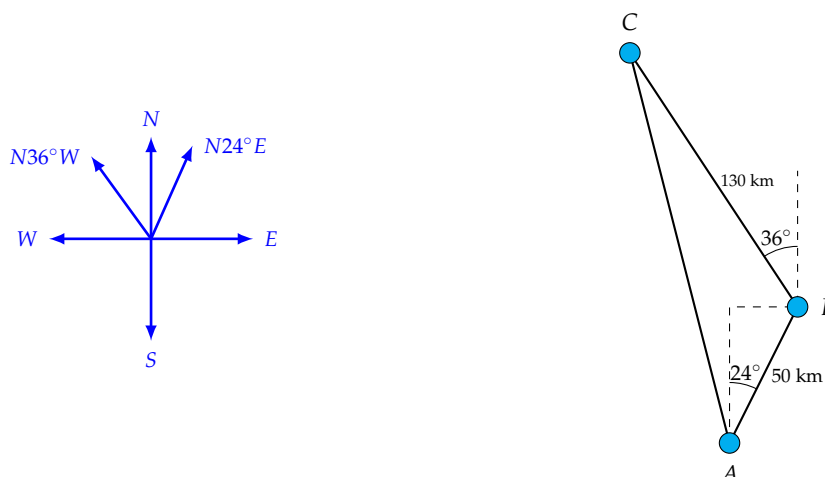
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow BC = \frac{AB \sin A}{\sin C} = \frac{20 \sin 125^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 25,49.$$

Trong tam giác CBH vuông tại H ta có

$$CH = BC \sin B \approx 25,49 \sin 75^\circ \approx 24,6.$$

Vậy chiếc điều bay cao khoảng 24,6 mét so với mặt đất. □

**BÀI 28.** Một tàu cá xuất phát từ đảo A, chạy 50 km theo hướng  $N24^\circ E$  đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng  $N36^\circ W$  chạy tiếp 130 km đến ngư trường C.





- a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát  $A$  đến  $C$  (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).  
 b) Tìm hướng từ  $A$  đến  $C$  (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

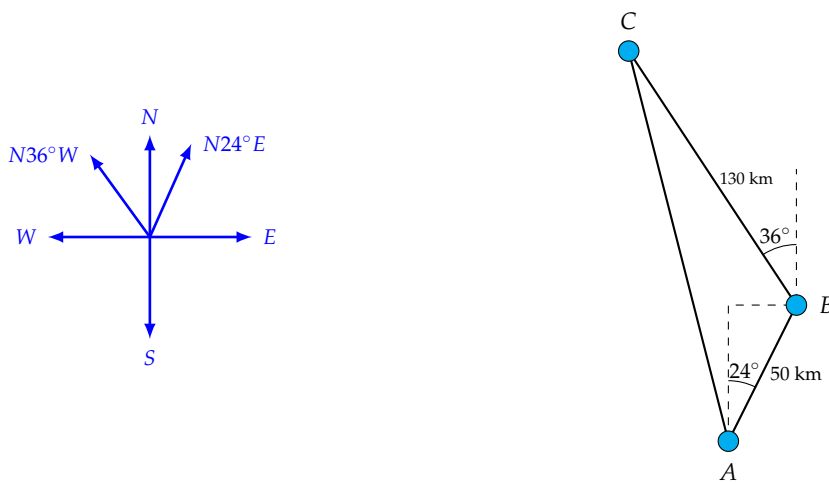
**Lời giải.**

- a) Từ giả thiết suy ra  $\widehat{ABC} = (90^\circ - 24^\circ) + (90^\circ - 36^\circ) = 120^\circ$ . Áp dụng định lí côsin cho tam giác  $ABC$  ta được

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} \\ &= 2500 + 16900 - 2 \cdot 50 \cdot 130 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 25900. \end{aligned}$$

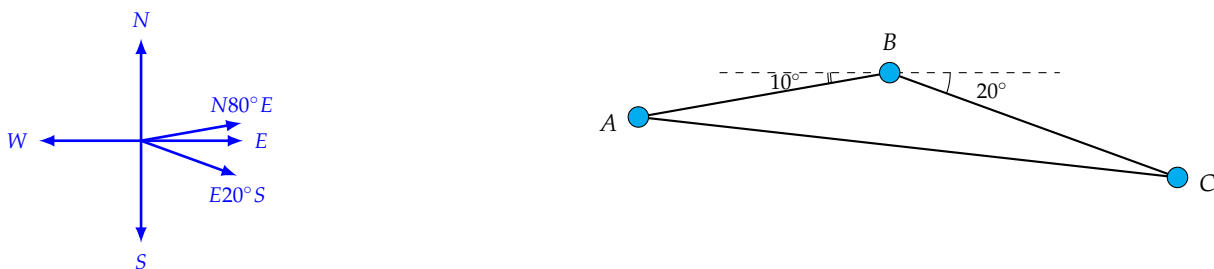
Suy ra  $AC = 10\sqrt{259} \approx 161$  (km).

- b) Áp dụng định lí sin cho tam giác  $ABC$  ta được  $\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} \cdot \sin \widehat{ABC} \approx 0,6993$ . Suy ra  $\widehat{CAB} \approx 44^\circ$  và do đó  $AC$  chênh về hướng tây một góc  $44^\circ - 24^\circ = 20^\circ$  so với phương bắc. Vậy hướng từ  $A$  tới  $C$  là  $N20^\circ W$ .



□

**BÀI 29.** Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng  $N80^\circ E$  với vận tốc 20 km/h. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng  $E20^\circ S$  giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà.



Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

**Lời giải.**

Coi điểm xuất phát là  $A$ , điểm tàu chuyển hướng là  $B$  và đích đến là  $C$ . Theo giả thiết

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$$

Do tàu chạy từ  $A$  tới  $B$  với vận tốc 20 km/h trong 30 phút, nên

$$AB = 20 \cdot \frac{30}{60} = 10 \text{ (km)}$$

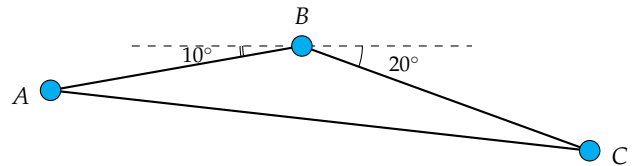
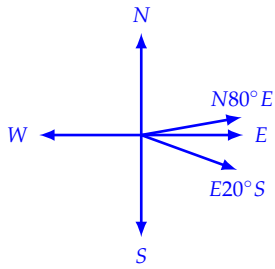
Do tàu chạy từ  $B$  đến  $C$  với vận tốc  $20 \text{ km/h}$  trong  $36$  phút, nên

$$BC = 20 \cdot \frac{36}{60} = 12 \text{ (km)}.$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác  $ABC$  ta được

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 452.$$

Suy ra  $AC \approx \sqrt{452} \approx 21 \text{ (km)}$ .



□

—HẾT—

## Chương IV.

# VÉC TƠ

### A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 114.** Hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng nhau nếu chúng

- A. cùng phương và cùng độ dài.
- B. cùng hướng.
- C. cùng độ dài.
- D. cùng hướng và cùng độ dài.**

**Lời giải.**

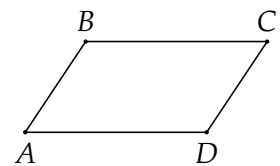
Hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

Chọn đáp án **(D)**

□

**Câu 115.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\vec{AD}, \vec{CB}$  là hai véc-tơ cùng hướng.
- B.  $\vec{AB}, \vec{CD}$  là hai véc-tơ cùng hướng.
- C.  $\vec{AB}, \vec{CD}$  là hai véc-tơ cùng phương.**
- D.  $\vec{AD}, \vec{BC}$  là hai véc-tơ ngược hướng.

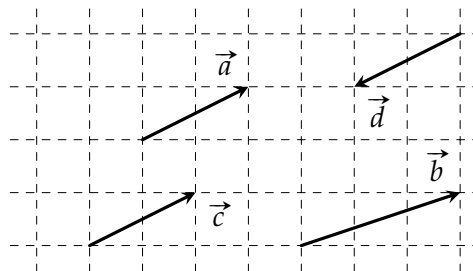


**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)**

□

**Câu 116.** Cho bốn véc-tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  và  $\vec{d}$  như hình bên dưới

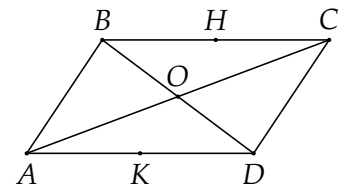


Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.  $\vec{a}$  và  $\vec{d}$  đối nhau.
- B.  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  bằng nhau.
- C.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.**
- D.  $\vec{c}$  và  $\vec{d}$  đối nhau.

**Câu 117.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\vec{OK} = \vec{OH}$ .
- B.  $\vec{HK} = \vec{DC}$ .
- C.  $\vec{HK} = \vec{AB}$ .
- D.  $\vec{OK} = \vec{HO}$ .**



**Lời giải.**

Chọn đáp án **(D)**

□

**Câu 118.** Tổng  $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$  bằng

- A.  $\vec{MN}$ .**
- B.  $\vec{MR}$ .
- C.  $\vec{MQ}$ .
- D.  $\vec{MP}$ .

**Câu 119.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $a$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

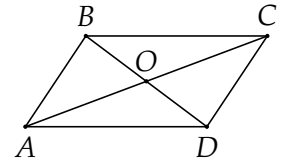
- A.  $|\vec{AC}| = \vec{BC}$ .
- B.  $\vec{AB} = \vec{AC}$ .
- C.  $\vec{AC} = a$ .
- D.  $|\vec{AB}| = a$ .**

**Câu 120.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Khi đó  $\vec{OA} - \vec{OB}$  bằng véc-tơ nào?

- A.  $\vec{OC} - \vec{OD}$ .
- B.  $\vec{CD}$ .**
- C.  $\vec{OC} + \vec{OB}$ .
- D.  $\vec{AB}$ .

**Câu 121.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$ .  
 B.  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .  
 C.  $\vec{AB} + \vec{CD} = 2\vec{AB}$ .  
 D.  $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$ .



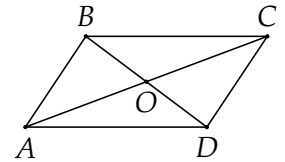
**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$ .

Chọn đáp án C

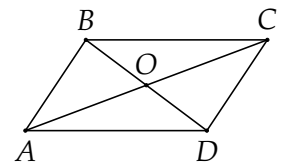
**Câu 122.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{AB} + \vec{DC} = \vec{0}$ .  
 B.  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$ .  
 C.  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$ .  
 D.  $\vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .



**Câu 123.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là điểm  $O$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$ .  
 B.  $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{BD}$ .  
 C.  $\vec{AB} + \vec{OA} = \vec{BO}$ .  
 D.  $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{0}$ .



**Câu 124.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;0)$ ,  $B(0;-1)$ ,  $C(5;4)$ . Khi đó tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- A.  $(3;1)$ .  
 B.  $(2;1)$ .  
 C.  $(4;2)$ .  
 D.  $(-1;-1)$ .

**Câu 125.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1;-4)$ ,  $B(7;4)$ . Khoảng cách giữa hai điểm  $A$ ,  $B$  là

- A. 10.  
 B. 6.  
 C. 12.  
 D. 8.

**Lời giải.**

$$AB = \sqrt{(7-1)^2 + (4+4)^2} = 10$$

Chọn đáp án A

**Câu 126.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  và  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ . Chọn mệnh đề sai.

- A.  $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$ .  
 B.  $\vec{a} = (3; -4)$ .  
 C.  $\vec{b} = (1; -1)$ .  
 D.  $2\vec{b} = (2\vec{i}; -2\vec{j})$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án D

**Câu 127.** Trong hệ trục tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$  và  $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$  đối với hệ trục tọa độ đã cho là

- A.  $\vec{u} = (9; -5)$ .  
 B.  $\vec{u} = (7; -7)$ .  
 C.  $\vec{u} = (9; -11)$ .  
 D.  $\vec{u} = (-1; 5)$ .

**Câu 128.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = (3;4)$ . Tính tọa độ của véc-tơ  $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ .

- A.  $\vec{m} = (4;6)$ .  
 B.  $\vec{m} = (11;6)$ .  
 C.  $\vec{m} = (11;16)$ .  
 D.  $\vec{m} = (11;14)$ .

**Câu 129.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $a$ . Tính  $|\vec{AB} + \vec{AC}|$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  
 B.  $2a$ .  
 C.  $a$ .  
 D.  $a\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

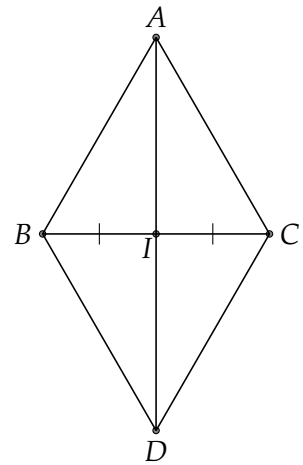
Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Dựng điểm  $D$  sao cho  $ABDC$  là hình bình hành.

Khi đó:

$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = 2AI.$$

Vì  $ABC$  là tam giác đều nên  $AI$  là đường cao của tam giác đều. Do đó  $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

$$\text{Vậy } |\vec{AB} + \vec{AC}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

**Câu 130.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $AB = 6$  cm,  $BC = 8$  cm. Tính  $|\vec{BA} - \vec{BC}|$ .

- A. 4 cm.                      B. 6 cm.                      C. 3 cm.                      **D. 10 cm.**

**Lời giải.**

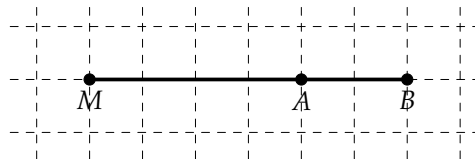
Ta có:  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$ . Do đó:  $|\vec{BA} - \vec{BC}| = |\vec{CA}| = 10$ .

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 131.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 4$ ,  $AD = 3$ . Độ dài vectơ  $\vec{AC} - \vec{DB}$  bằng

- A. 7.                              B. 5.                              C. 8.                              **D. 6.**

**Câu 132.** Cho ba điểm  $A, B, M$  được xác định như hình bên dưới



Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $\vec{AM} = 2\vec{AB}$ .                      B.  $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{MB}$ .                      C.  $\vec{AM} = \frac{3}{2}\vec{MB}$ .                      **D.  $\vec{AM} = -2\vec{AB}$ .**

**Câu 133.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{CA} - \vec{CB} = \vec{AB}$ .                      B.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$ .                      C.  $\vec{BA} - \vec{BC} = \vec{AC}$ .                      **D.  $\vec{CB} - \vec{CA} = \vec{AB}$ .**

**Lời giải.**

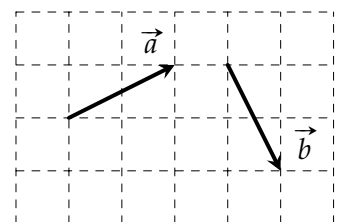
Chọn đáp án **(D)**

**Câu 134.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho véc-tơ  $\vec{a} = (3; -2)$ . Tính tọa độ véc-tơ  $\vec{u} = 2\vec{a}$ .

- A.  $\vec{u} = (3; -2)$ .                      B.  $\vec{u} = (5; 0)$ .                      **C.  $\vec{u} = (6; -4)$ .**                      D.  $\vec{u} = (6; 4)$ .

**Câu 135.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  như hình bên. Biết mỗi ô vuông có kích thước  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ . Tính độ lớn véc-tơ  $\vec{a} + \vec{b}$ .

- A.  $\sqrt{10}$  cm.**                      B. 4 cm.                      C.  $2\sqrt{2}$  cm.                      D. 8 cm.



**Câu 136.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 0)$ ,  $B(3; -2)$ . Khi đó tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là

- A.  $(4; -2)$ .                      B.  $(2; -2)$ .                      **C.  $(2; -1)$ .**                      D.  $(-2; 2)$ .

**Câu 137.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(3; -5)$ ,  $B(1; 7)$ . Trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

- A.  $I(2; -1)$ .                      B.  $I(-2; 12)$ .                      **C.  $I(2; 1)$ .**                      D.  $I(4; 2)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-5 + 7}{2} = 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

**Câu 138.** Cho  $A(3; -2); B(-5; 4)$  và  $C\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ . Nếu  $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC}$  thì giá trị  $x$  là

- A.  $x = -4$ .      B.  $x = -3$ .      **C.  $x = 3$ .**      D.  $x = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-8; 6), \overrightarrow{AC} = \left(-\frac{8}{3}; 2\right)$ . Vậy  $x = 3$ .

Chọn đáp án **C** □

**Câu 139.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hai điểm  $A(-2; -2)$  và  $B(5; -4)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$ .

- A.  $G\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$ .      **B.  $G(1; -2)$ .**      C.  $G\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$ .      D.  $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 140.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(5; 2), B(10; 8)$ . Khi đó tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$  là

- A.  $(15; 10)$ .      B.  $(2; 4)$ .      **C.  $(5; 6)$ .**      D.  $(50; 16)$ .

**Câu 141.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tọa độ  $\vec{x} = (2; 3), \vec{y} = (-2; 0), \vec{u} = (6; 6)$ . Tìm  $m + n$  biết  $\vec{u} = m\vec{x} + n\vec{y}$ .

- A. 4.      **B. 1.**      C. 2.      D. 3.

**Lời giải.**

Ta có  $m\vec{x} = (2m; 3m)$  và  $n\vec{y} = (-2n; 0)$ .

Do đó  $\vec{u} = m\vec{x} + n\vec{y} = (2m - 2n; 3m)$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 2m - 2n = 6 \\ 3m = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m + n = 1.$$

Chọn đáp án **B** □

**Câu 142.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (2; -1), \vec{b} = (-3; 4)$  và  $\vec{c} = (-4; 7)$ . Hai số thực  $m, n$  thỏa mãn  $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$ . Tính  $S = m^2 + n^2$ .

- A.  $S = 1$ .      **B.  $S = 5$ .**      C.  $S = 4$ .      D.  $S = 3$ .

**Lời giải.**

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2m - 3n = -4 \\ -m + 4n = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

Vậy  $S = m^2 + n^2 = 5$ .

Chọn đáp án **B** □

**Câu 143.** Cho  $\vec{i}, \vec{j}$  là các véc-tơ đơn vị của các trục  $Ox, Oy$  trong hệ trục tọa độ vuông góc  $Oxy$ . Biết rằng  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}, \vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$ . Tính  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_2 + b_1a_2$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1a_2 + b_1b_2$ .  
C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$ .      **D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ .**

**Câu 144.** Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$ . Tính

$$Q = \sqrt{|\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

- A.  $Q = |a_1b_1 - a_2b_2|$ .      **B.  $Q = |a_1b_2 - a_2b_1|$ .**      C.  $Q = |a_1b_1 + a_2b_2|$ .      D.  $Q = |a_1b_2 + a_2b_1|$ .

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} Q^2 &= (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) - (a_1b_1 + a_2b_2)^2 \\ &= a_1^2b_2^2 + a_2^2b_1^2 - 2a_1b_2a_2b_1 \\ &= (a_1b_2 - a_2b_1)^2 \end{aligned}$$

Suy ra  $Q = |a_1b_2 - a_2b_1|$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 145.** Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (4; -3)$ ,  $\vec{b} = (-3; 4)$  bằng?

- A** -24.                      **B.** 24.                      **C.** 7.                      **D.** 25.

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4(-3) + (-3) \cdot 4 = -24$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 146.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Tính  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

- A**  $\frac{a^2}{2}$ .                      **B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      **C.**  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .                      **D.**  $\frac{a}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 147.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

- A.**  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2a^2$ .                      **B.**  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a\sqrt{2}$ .                      **C.**  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2a$ .                      **D**  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a^2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cos 45^\circ = a^2$ .

Chọn đáp án **(D)** □

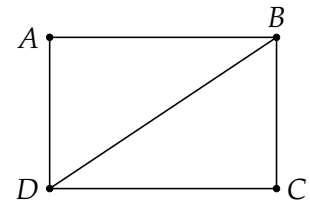
**Câu 148.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 8$ ,  $AD = 5$ . Tích  $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$  bằng

- A.**  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = 64$ .                      **B.**  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = -62$ .                      **C.**  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = 62$ .                      **D**  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = -64$ .

**Lời giải.**

Ta có  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{89}$ .

Ta có  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = -\vec{BA} \cdot \vec{BD} = -|\vec{BA}| \cdot |\vec{BD}| \cdot \cos(\vec{BA}, \vec{BD}) = -|\vec{BA}| \cdot |\vec{BD}| \cdot \frac{AD}{BD} = -8 \cdot \sqrt{89} \cdot \frac{8}{\sqrt{89}} = -64$ .



Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 149.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ ?

- A.**  $-\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ .                      **B.**  $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ .                      **C.**  $\frac{a^2}{2}$ .                      **D**  $-\frac{a^2}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\vec{BA} \cdot \vec{BC} = -BA \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = -a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = -\frac{a^2}{2}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 150.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2$ ,  $AC = 5$ ,  $BC = 6$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

- A.**  $\frac{7}{2}$ .                      **B.** -7.                      **C**  $-\frac{7}{2}$ .                      **D.** 7.

**Lời giải.**

Từ định lý cosin  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$  suy ra

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2} = \frac{4 + 25 - 36}{2} = -\frac{7}{2}$$

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 151.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $BC = 2a$ . Tích vô hướng  $\vec{CA} \cdot \vec{BC}$  bằng bao nhiêu?

- A**  $-3a^2$ .                      **B.**  $-a^2\sqrt{3}$ .                      **C.**  $a^2\sqrt{3}$ .                      **D.**  $3a^2$ .

**Câu 152.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh là  $a$ . Tính giá trị của biểu thức

$$(\vec{BC} + \vec{BD} + \vec{BA})(\vec{AC} - \vec{AB})$$

A.  $-2\sqrt{2}a^2$ .

B.  $-2a^2$ .

C. 0.

D.  $2a^2$ .

☞ **Lời giải.**

$$(\vec{BC} + \vec{BD} + \vec{BA}) (\vec{AC} - \vec{AB}) = 2\vec{BD} \cdot \vec{BC} = 2|\vec{BD}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos(\vec{BD}, \vec{BC}) = 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2a^2.$$

Chọn đáp án (D) □

**Câu 153.** Cho hình bình hành ABCD có  $A(-2;3), B(0;4), C(5;-4)$ . Tọa độ đỉnh D là

A.  $(3; -5)$ .

B.  $(\sqrt{7}; 2)$ .

C.  $(3; \sqrt{2})$ .

D.  $(3; 7)$ .

☞ **Lời giải.**

ABCD là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = x_C - x_B + x_A = 5 - 0 - 2 = 3 \\ y_D = y_C - y_B + y_A = -4 - 4 + 3 = -5 \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

**Câu 154.** Cho tam giác ABC với  $A(3; -1); B(-4; 2); C(4; 3)$ . Tìm D để ABDC là hình bình hành.

A.  $D(-3; -6)$ .

B.  $D(3; 6)$ .

C.  $D(3; -6)$ .

D.  $D(-3; 6)$ .

☞ **Lời giải.**

$$\vec{BA} = (7; -3), \vec{DC} = (4 - x; 3 - y).$$

$$\text{Để tứ giác ABDC là hình bình hành thì } \vec{BA} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x = 7 \\ 3 - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 6 \end{cases}.$$

Chọn đáp án (D) □

**Câu 155.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm  $A(-2; 4)$  và  $B(8; 4)$ . Tìm tọa độ điểm C trên trục Ox, có hoành độ dương sao cho tam giác ABC vuông tại C.

A.  $C(5; 0)$ .

B.  $C(3; 0)$ .

C.  $C(1; 0)$ .

D.  $C(6; 0)$ .

☞ **Lời giải.**

**Phương pháp:** Tam giác ABC vuông tại C  $\Leftrightarrow \vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0$

$$\text{Cách giải: Gọi } C(c; 0) \in \text{Ox}(c > 0) \text{ ta có } \begin{cases} \vec{CA} = (-2 - c; 4) \\ \vec{CB} = (8 - c; 4) \end{cases}.$$

$$\text{Tam giác ABC vuông tại C} \Leftrightarrow \vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0 \Leftrightarrow (-2 - c)(8 - c) + 16 = 0 \Leftrightarrow -16 + 2c - 8c + c^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow$$

$$c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0(ktm) \\ c = 6(tm) \end{cases} \Rightarrow C(6; 0).$$

Chọn đáp án (D) □

**Câu 156.** Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho  $\vec{u} = (2; 5)$  và  $\vec{v} = (-3; 1)$ . Tìm số thực m để  $\vec{a} = m\vec{u} + \vec{v}$  tạo với  $\vec{b} = (1; 1)$  một góc  $45^\circ$ .

A.  $m = -\frac{1}{5}$ .

B.  $m = \frac{3}{2}$ .

C.  $m = 2$ .

D.  $m = -1$ .

☞ **Lời giải.**

$$\text{véc-tơ } \vec{a} = (2m - 3; 5m + 1); \vec{b} = (1; 1).$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2m - 3) \cdot 1 + (5m + 1) \cdot 1}{\sqrt{(2m - 3)^2 + (5m + 1)^2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7m - 2}{\sqrt{29m^2 - 2m + 10}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{29m^2 - 2m + 10} = 7m - 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7m - 2 \geq 0 \\ 29m^2 - 2m + 10 = 49m^2 - 28m + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2}{7} \\ 20m^2 - 26m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

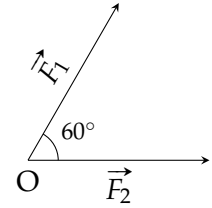
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2}{7} \\ 20m^2 - 26m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

**Câu 157.** Cho hai lực  $F_1 = F_2 = 100N$ , có điểm đặt tại  $O$  và tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Cường độ lực tổng hợp của hai lực ấy bằng bao nhiêu?

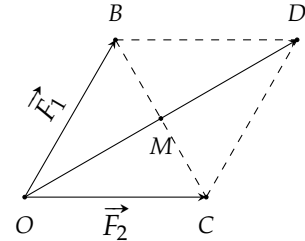
- A.  $50\sqrt{3} N$ .      B.  $200 N$ .      C.  $100 N$ .      **D.  $100\sqrt{3} N$ .**



**Lời giải.**

Để thấy tam giác  $OAC$  đều nên  $OD = 2OM = 2 \cdot OA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$ .

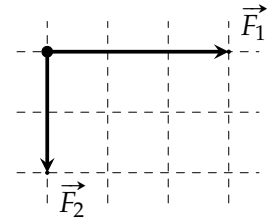
Ta có  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OD}| = OD = 100\sqrt{3} N$ .



Chọn đáp án **(D)**

**Câu 158.** Cho hai lực đồng quy  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  như hình vẽ bên. Biết độ lớn của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  lần lượt là  $3 N$  và  $2 N$ . Tính độ lớn hợp lực của  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$

- A.  $5 N$ .      B.  $\sqrt{11} N$ .  
**C.  $\sqrt{13} N$ .**      D.  $\sqrt{5} N$ .



**Câu 159.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $G(1;2)$ . Tìm tọa độ của điểm  $A$  thuộc  $Ox$  và điểm  $B$  thuộc  $Oy$  sao cho  $G$  là trọng tâm của  $\triangle OAB$ .

- A.  $A(3;0), B(0;3)$ .      B.  $A(6;0), B(0;3)$ .      **C.  $A(3;0), B(0;6)$ .**      D.  $A(0;3), B(3;0)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A \in Ox, B \in Oy$ . Gọi  $A(a;0), B(0;b)$ . Do  $G(1;2)$  là trọng tâm  $\triangle OAB$  nên

$$\begin{cases} 1 = \frac{0+a+0}{3} \\ 2 = \frac{0+0+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow A(3;0), B(0;6).$$

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 160.** Cho  $M$  là trung điểm  $AB$ , tìm mệnh đề sai.

- A.  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -MA \cdot MB$ .      **B.  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MA \cdot MB$ .**  
 C.  $\vec{MA} \cdot \vec{AB} = -MA \cdot AB$ .      D.  $\vec{AM} \cdot \vec{AB} = AM \cdot AB$ .

**Lời giải.**

$\vec{MA}, \vec{AB}$  ngược hướng suy ra  $\vec{MA} \cdot \vec{AB} = MA \cdot AB \cdot \cos 180^\circ = -MA \cdot AB$ .

$\vec{MA}, \vec{MB}$  ngược hướng suy ra  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MA \cdot MB \cdot \cos 180^\circ = -MA \cdot MB$ .

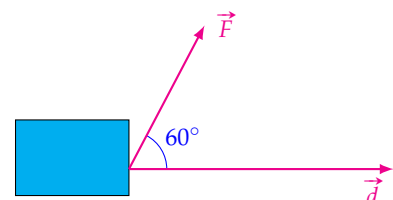
$\vec{AM}, \vec{AB}$  cùng hướng suy ra  $\vec{AM} \cdot \vec{AB} = AM \cdot AB \cdot \cos 0^\circ = AM \cdot AB$ .

$\vec{MA}, \vec{MB}$  ngược hướng suy ra  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MA \cdot MB \cdot \cos 180^\circ = -MA \cdot MB$ .

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 161.** Một người dùng một lực  $\vec{F}$  có độ lớn là  $90 N$  làm một vật dịch chuyển một đoạn  $100 m$ . Biết lực  $\vec{F}$  hợp với hướng dịch chuyển một góc  $60^\circ$ . Tính công sinh bởi lực  $\vec{F}$ .

- A.  $4200 J$ .      B.  $4700 J$ .  
**C.  $5400 J$ .**      **D.  $4500 J$ .**



**Lời giải.**

Ta có  $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ = 90 \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} = 4500 \text{ J}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 162.** Tính cosin của góc giữa hai vectơ  $\vec{u} = (3; -2)$  và  $\vec{v} = (3; 2)$ .

- A.  $-\frac{5}{13}$ .      **B.  $\frac{5}{13}$ .**      C. 1.      D. 0.

**Câu 163.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (4; 3)$  và  $\vec{b} = (1; 7)$ . Số đo góc  $\alpha$  giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      **D.  $45^\circ$ .**

**Lời giải.**

Có  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 164.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4$ ;  $|\vec{b}| = 3$ ;  $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn phát biểu **đúng**.

- A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .**      B.  $\alpha = 60^\circ$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .      D.  $\alpha = 30^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $|\vec{a} - \vec{b}| = 4 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 16 \Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a})^2 + (\vec{b})^2 - 16 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 16 = 9$ .

Khi đó  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3}{8}$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 165.** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MA})$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .**

**Câu 166.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(2; 1)$  và  $B(6; -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên trục hoành sao cho  $A, B, M$  là ba điểm thẳng hàng.

- A.  $M(\frac{1}{2}; 0)$ .      B.  $M(-1; 0)$ .      **C.  $M(4; 0)$ .**      D.  $M(3; 0)$ .

**Lời giải.**

Gọi tọa độ  $M(m; 0) \in Ox$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; -2)$ ,  $\overrightarrow{AM} = (m - 2; -1)$ . Khi đó

$$\begin{aligned} A, B, M \text{ thẳng hàng} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \\ &\Leftrightarrow \frac{m-2}{4} = \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow m = 4. \end{aligned}$$

Vậy  $M(4; 0)$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 167.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{B} = 30^\circ$ ,  $AC = 2$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ .

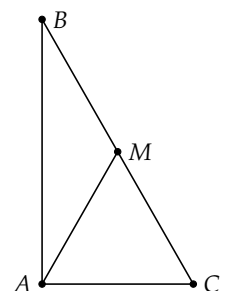
- A.  $P = -2\sqrt{3}$ .      B.  $P = 2\sqrt{3}$ .      C.  $P = 2$ .      **D.  $P = -2$ .**

**Lời giải.**

Do  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  có  $\widehat{B} = 30^\circ$ ,  $AC = 2$  nên

$$BC = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 4 \Rightarrow MA = MB = \frac{BC}{2} = 2 \text{ và } \widehat{AMB} = 120^\circ.$$

Vậy  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2^2 \cdot \cos 120^\circ = -2$ .



Chọn đáp án (D)

**Câu 168.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $NC = 3NA$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $MN$ . Khi đó:

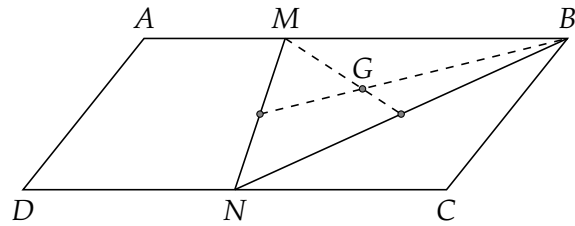
- A.  $\vec{AK} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ . B.  $\vec{AK} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{6}\vec{AC}$ . **C.  $\vec{AK} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{8}\vec{AC}$ .** D.  $\vec{AK} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ .

**Câu 169.** Cho hình bình hành  $ABCD$ ,  $M$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $2\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ ,  $N$  là trung điểm của cạnh  $CD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $MNB$ . Khi đó

- A.  $\vec{AG} = \frac{5}{18}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ .** B.  $\vec{AG} = \frac{3}{15}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ .  
C.  $\vec{AG} = \frac{3}{15}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ . D.  $\vec{AG} = \frac{5}{18}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$ .

**Lời giải.**

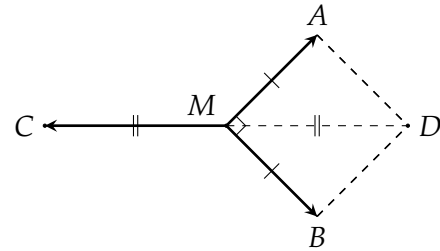
Ta có  $3\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{AM} + \vec{AN} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AC}) = \frac{4}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}(2\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{5}{6}\vec{AB} + \vec{AC}$ .



Chọn đáp án (A)

**Câu 170.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng 60 N và tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ . Tìm cường độ lực  $\vec{F}_3$ .

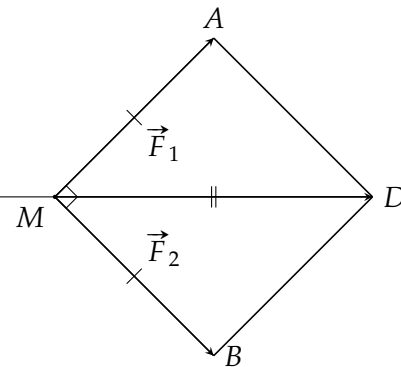
- A. 120 N. B. 84,58 N. C. 84,86 N. **D. 84,85 N.**



**Lời giải.**

Để vật đứng yên thì

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{MD} + \vec{MC} &= \vec{0}. \\ \Rightarrow MD = MC, \quad D &\text{ là đỉnh thứ tư của hình bình hành } AMBD. \end{aligned}$$



Do  $MA = MB = 60$  và  $\widehat{AMB} = 90^\circ$ , suy ra  $AMBD$  là hình vuông, suy ra  $MD = 60\sqrt{2}$ .  
Vậy cường độ lực  $\vec{F}_3$  bằng  $60\sqrt{2} \approx 84,85$  N.

Chọn đáp án (D)

**Câu 171.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4;0)$ ,  $B(5;-3)$ ,  $C(-2;-4)$ . Tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là

- A. (1;0).** B. (0;1). C. (1;2). D. (2;1).

**Lời giải.**

Gọi  $I(x;y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , khi đó

$$\begin{aligned} AI = BI = CI \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2 + y^2 = (x-5)^2 + (y+3)^2 \\ (x+4)^2 + y^2 = (x+2)^2 + (y+4)^2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 18x - 6y = 18 \\ 4x - 8y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0. \end{cases}$$

Vậy  $I(1;0)$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 172.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(4;3)$ ,  $B(-5;6)$  và  $C(-4;-1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

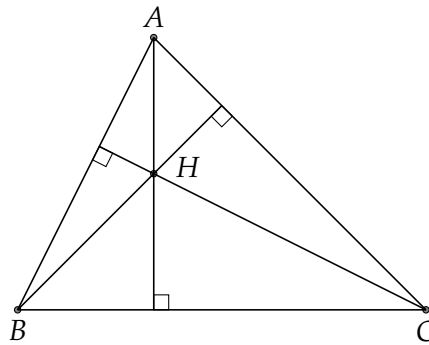
A.  $H(3;-2)$ .

B.  $H(3;2)$ .

**C**  $H(-3;2)$ .

D.  $H(-3;-2)$ .

**Lời giải.**



Gọi  $H(x;y)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

Ta có:

$$\overrightarrow{AH} = (x - 4; y - 3); \overrightarrow{BC} = (1; -7).$$

$$\overrightarrow{BH} = (x + 5; y - 6); \overrightarrow{AC} = (-8; -4).$$

Vì  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 - 7(y - 3) = 0 \\ -8(x + 5) - 4(y - 6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -17 \\ 2x + y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy  $H(-3;2)$ .

Chọn đáp án (C) □

**Câu 173.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1;2)$ ,  $B(3;-4)$ ,  $C(-19,-2)$ . Tính diện tích  $S$  của tam giác  $ABC$ .

A. 72.

**B** 64.

C.  $32\sqrt{2}$ .

D. 128.

**Lời giải.**

$$\overrightarrow{AB} = (2; -6) \implies AB = \sqrt{40},$$

$$\overrightarrow{AC} = (-20; -4) \implies AC = \sqrt{416},$$

$$\cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-40 + 24}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{416}} = -\frac{1}{\sqrt{65}}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{8}{\sqrt{65}}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{40} \cdot \sqrt{416} \cdot \frac{8}{\sqrt{65}} = 64$$

**Chú ý.** Ngoài ra ta còn có công thức  $S = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -20 & -4 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |2 \cdot (-4) - (-20) \cdot (-6)| = 64$ .

Chọn đáp án (B) □

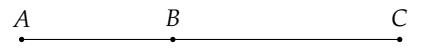
## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**BÀI 30.** Cho  $A, B, C$  là ba điểm thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Viết các cặp véc-tơ cùng hướng, ngược hướng trong những véc-tơ sau  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ .

**Lời giải.**

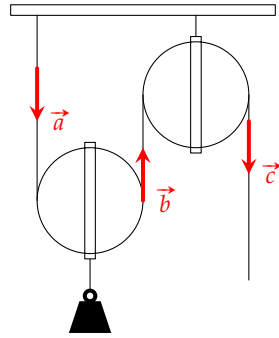
Các cặp véc-tơ cùng hướng là  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$ ,  $\vec{AC}$  và  $\vec{BC}$ ,  $\vec{BA}$  và  $\vec{CA}$ ,  $\vec{BA}$  và  $\vec{CB}$ ,  $\vec{CA}$  và  $\vec{CB}$ .

Các cặp véc-tơ ngược hướng là  $\vec{AB}$  và  $\vec{BA}$ ,  $\vec{AB}$  và  $\vec{CA}$ ,  $\vec{AB}$  và  $\vec{CB}$ ,  $\vec{AC}$  và  $\vec{BA}$ ,  $\vec{AC}$  và  $\vec{CA}$ ,  $\vec{AC}$  và  $\vec{CB}$ ,  $\vec{BC}$  và  $\vec{BA}$ ,  $\vec{BC}$  và  $\vec{CA}$ ,  $\vec{BC}$  và  $\vec{CB}$ .



**BÀI 31.**

Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các véc-tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .



- a) Hãy chỉ ra các cặp véc-tơ cùng phương.
- b) Trong các cặp véc-tơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.

**Lời giải.**

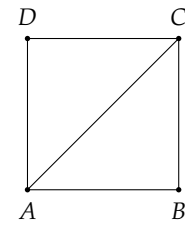
- a) Ba véc-tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  cùng phương.
- b) Véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng,  $\vec{b}$  ngược hướng với  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$ .

**BÀI 32.** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh bằng 3 cm. Tính độ dài của các véc-tơ  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $|\vec{AB}| = 3$  cm.

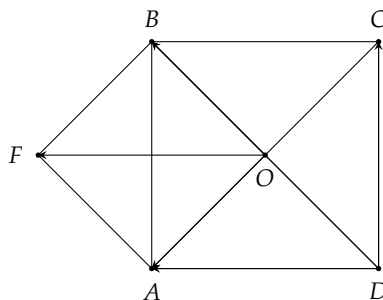
$$|\vec{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$
 cm.



**BÀI 33.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh  $a$ . Tính độ dài của các véc-tơ sau

- a)  $\vec{DA} + \vec{DC}$ .
- b)  $\vec{AB} - \vec{AD}$ .

**Lời giải.**



- a) Ta có:  $\vec{DA} + \vec{DC} = \vec{DB}$  (theo quy tắc hình bình hành). Xét  $\triangle ADB$  vuông tại  $A$ , theo định lý Py-ta-go ta có  $DB^2 = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ . Khi đó  $|\vec{DA} + \vec{DC}| = |\vec{DB}| = a\sqrt{2}$ .
- b) Ta có:  $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB}$ . Vậy  $|\vec{AB} - \vec{AD}| = |\vec{DB}| = a\sqrt{2}$ .

**BÀI 34.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $a$ . Tính độ dài của các véc-tơ:

- a)  $\vec{BA} + \vec{AC}$ ;
- b)  $\vec{AB} + \vec{AC}$ ;
- c)  $\vec{BA} - \vec{BC}$ .

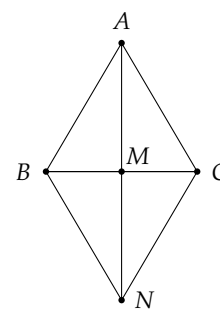
**Lời giải.**

$$a) \left| \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{BC} \right| = BC = a.$$

b) Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $N$  là điểm thỏa mãn  $ABNC$  là hình bình hành. Ta có

$$\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{AN} \right| = AN = 2AM = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$c) \left| \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} \right| = \left| \overrightarrow{CA} \right| = CA = a.$$



**BÀI 35.** Cho tứ giác  $ABCD$ , thực hiện các phép cộng và trừ véc-tơ sau:

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}; \quad b) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}; \quad c) \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}.$$

**Lời giải.**

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

$$b) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}.$$

$$c) \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB}.$$

**BÀI 36.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo và một điểm  $M$  tùy ý. Chứng minh rằng:

$$a) \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}; \quad b) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}.$$

**Lời giải.**

a) Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ . Do đó  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$ .

b)  $O$  là giao điểm hai đường chéo hình bình hành nên  $O$  là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ . Do đó

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MO} \\ \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MO}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}.$$

**BÀI 37.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Chứng minh rằng:

$$a) \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}; \quad b) \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}.$$

**Lời giải.**

Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ . Khi đó

$$a) \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC};$$

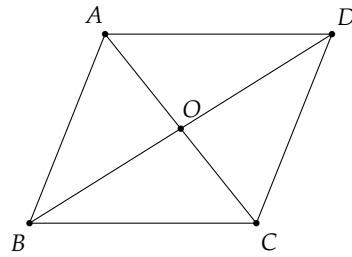
$$b) \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}.$$

**BÀI 38.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Với  $M$  là điểm tùy ý, chứng minh rằng:

$$a) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO};$$

$$b) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}.$$

**Lời giải.**



a) Ta có

$$\begin{aligned} \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} &= \vec{MO} + \vec{OA} + \vec{MO} + \vec{OB} + \vec{MO} + \vec{OC} + \vec{MO} + \vec{OD} \\ &= 4\vec{MO} + (\vec{OA} + \vec{OC}) + (\vec{OB} + \vec{OD}) \\ &= 4\vec{MO}. \end{aligned}$$

b) Ta có  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = (\vec{AB} + \vec{AD}) + \vec{AC} = \vec{AC} + \vec{AC} = 2\vec{AC}$ .

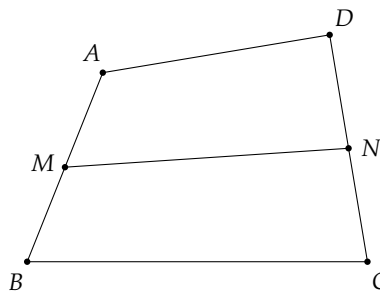
□

**BÀI 39.** Cho tứ giác ABCD. Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Chứng minh rằng:

a)  $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$

b)  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{AD}$ .

**Lời giải.**



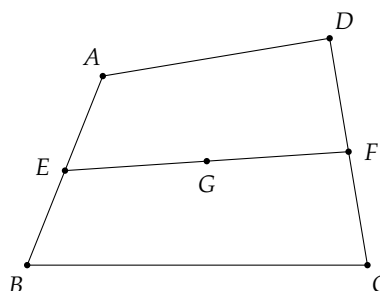
a) Vì M, N là trung điểm của AB và CD nên  $\vec{AM} + \vec{BM} = \vec{0}$ ;  $\vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$ .  
Ta có  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AM} + \vec{MN} + \vec{NC} + \vec{BM} + \vec{MN} + \vec{ND} = 2\vec{MN}$ .

b) Ta có  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BC} + \vec{AD}$ .

□

**BÀI 40.** Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, EF. Lấy điểm M tùy ý, chứng minh rằng  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$ .

**Lời giải.**



Vì  $E, F$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$  nên  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{ME}$ ;  $\vec{MC} + \vec{MD} = 2\vec{MF}$ .

Ta lại có  $G$  là trung điểm của  $EF$  nên  $\vec{ME} + \vec{MF} = 2\vec{MG}$ .

Suy ra  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 2\vec{ME} + 2\vec{MF} = 4\vec{MG}$ . □

**BÀI 41.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{OA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{OB}$  và  $\vec{F}_3 = \vec{OC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $O$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều là 120 N và  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Tìm cường độ và hướng của lực  $\vec{F}_3$ .

**Lời giải.**

Ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $O$  và vật đứng yên nên

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}. \quad (1)$$

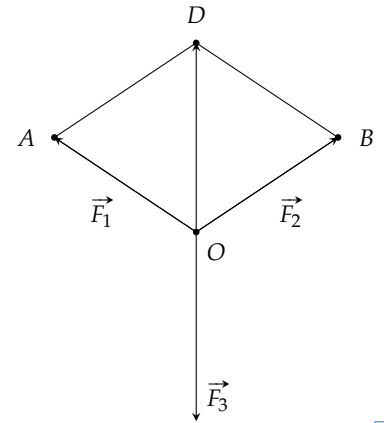
Vẽ hình bình hành  $AOBD$ , khi đó  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OD}$ .

Ta có: (1)  $\Leftrightarrow \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OC} = -\vec{OD}$ .

Do đó  $\vec{F}_3$  là véc-tơ đối của  $\vec{OD}$ .

Xét tam giác  $AOD$  cân tại  $A$  và có  $\widehat{AOD} = 60^\circ$  nên  $\Delta AOD$  là tam giác đều. Khi đó  $|\vec{OD}| = 120$  N.

Như vậy  $\vec{F}_3$  có cường độ là 120 N và ngược hướng với  $\vec{OD}$ . □



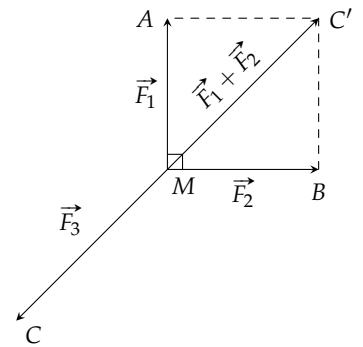
**BÀI 42.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$  và  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều là 10 N và  $\widehat{AMB} = 90^\circ$ . Tìm độ lớn của lực  $\vec{F}_3$ .

**Lời giải.**

Vì vật đứng yên nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ .

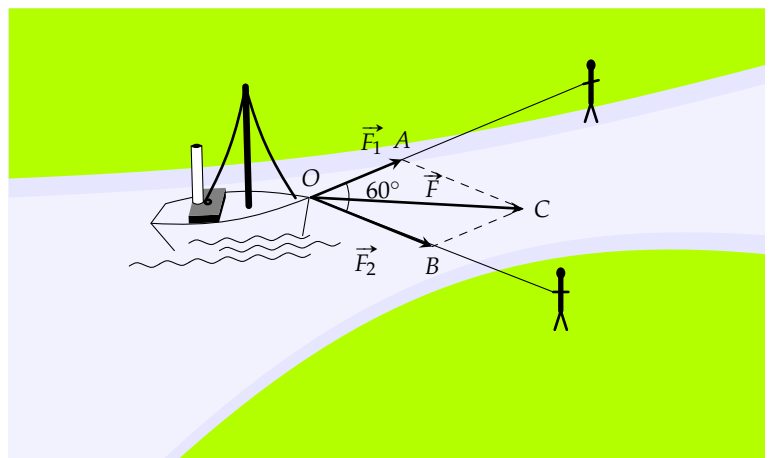
Gọi  $C'$  là điểm thỏa mãn  $AMBC'$  là hình bình hành. Vì  $MA = MB$  và  $\widehat{AMB} = 90^\circ$  nên  $AMBC'$  là hình vuông.

Ta có  $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MC}'| = \sqrt{2}MA = 10\sqrt{2}$  (N). □



**BÀI 43.**

Hai người cùng kéo một con thuyền với hai lực  $\vec{F}_1 = \vec{OA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{OB}$  có độ lớn lần lượt là 400 N, 600 N (hình bên). Cho biết góc giữa hai véc-tơ là  $60^\circ$ . Tìm độ lớn véc-tơ hợp lực  $\vec{F}$  là tổng của hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ .



**Lời giải.**

Ta có  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$  nên  $OACB$  là hình bình hành.

Vì  $\widehat{AOB} = 60^\circ$  nên  $\widehat{OAC} = 120^\circ$ .

Áp dụng lí cô-sin trong tam giác  $OAC$ , ta có

$$\begin{aligned} |\vec{F}|^2 &= OC^2 \\ &= OA^2 + AC^2 - 2OA \cdot AC \cos \widehat{OAC} \end{aligned}$$

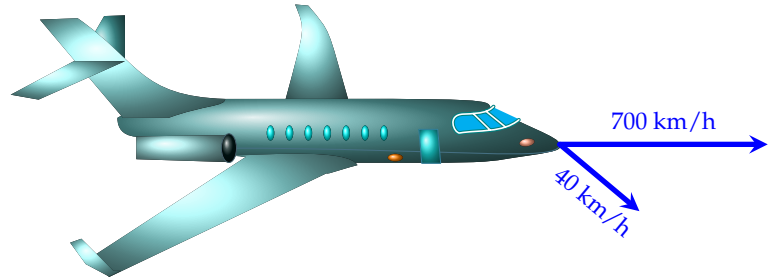


$$\begin{aligned}
 &= 400^2 + 600^2 - 2 \cdot 400 \cdot 600 \cos 120^\circ \\
 &= 760000 \\
 \Rightarrow |\vec{F}| &= 200\sqrt{19} \text{ (N)}.
 \end{aligned}$$

□

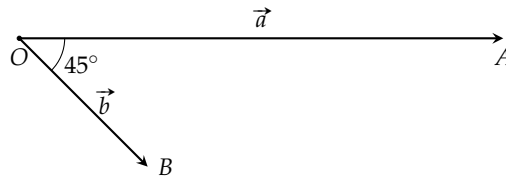
**BÀI 44.**

Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tính tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị km/h).



**Lời giải.**

Mô tả máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h bằng hình vẽ sau:



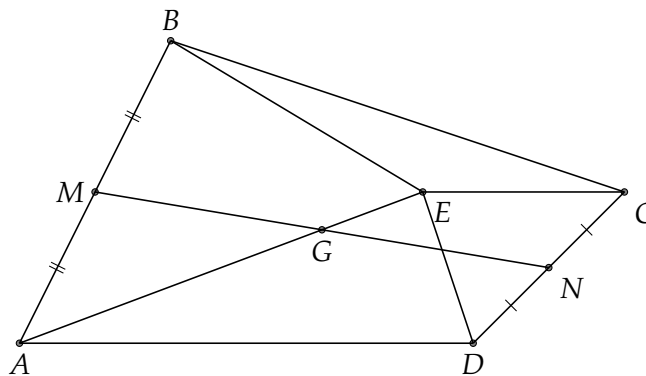
Trong đó  $|\vec{a}| = 700, |\vec{b}| = 40$ .

Khi đó tốc độ mới của máy bay là  $V = |\vec{a}| + |\vec{b}| \cdot \cos 45^\circ = 700 + 40 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 728,28$  (km/h). □

**BÀI 45.** Cho tứ giác ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN, E là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh:

- a)  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 4\vec{EG}$ ;
- b)  $\vec{EA} = 4\vec{EG}$ ;
- c) Điểm G thuộc đoạn thẳng AE và  $\vec{AG} = \frac{3}{4}\vec{AE}$ .

**Lời giải.**



a) Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} \vec{EA} + \vec{EB} = 2\vec{EM} \\ \vec{EC} + \vec{ED} = 2\vec{EN} \end{cases} \\
 \Rightarrow \vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} &= 2\vec{EM} + 2\vec{EN} = 2(\vec{EM} + \vec{EN}).
 \end{aligned}$$

Lại có  $G$  là trung điểm của  $MN$  nên  $\vec{EM} + \vec{EN} = 2\vec{EG}$ .

Suy ra

$$\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 2(\vec{EM} + \vec{EN}) = 4\vec{EG}.$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

b) Ta có  $E$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  nên  $\vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = \vec{0}$ . Suy ra

$$\begin{aligned}\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} &= 4\vec{EG} \Leftrightarrow \vec{EA} + \vec{0} = 4\vec{EG} \\ &\Leftrightarrow \vec{EA} = 4\vec{EG}.\end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

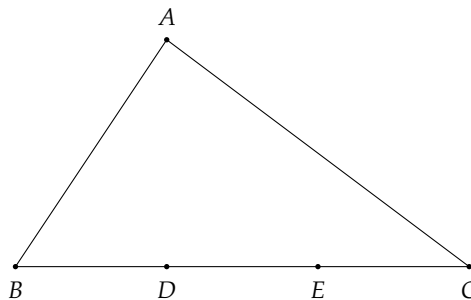
c) Do  $\vec{EA} = 4\vec{EG}$  nên  $\vec{EA}, \vec{EG}$  cùng hướng và  $EA = 4EG$ , dẫn đến  $G$  thuộc đoạn thẳng  $AE$ .  
Ta có

$$\begin{aligned}\vec{EA} = 4\vec{EG} &\Leftrightarrow \vec{EA} = 4(\vec{EA} + \vec{AG}) \\ &\Leftrightarrow -3\vec{EA} = 4\vec{AG} \\ &\Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{3}{4}\vec{AE}.\end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh. □

**BÀI 46.** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $D, E$  thuộc cạnh  $BC$  thỏa mãn  $BD = DE = EC$ . Giả sử  $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AC} = \vec{b}$ . Biểu diễn các vectơ  $\vec{BC}, \vec{BD}, \vec{BE}, \vec{AD}, \vec{AE}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}$ .

**Lời giải.**



☑ Biểu diễn  $\vec{BC}$ .

Ta có  $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ .

☑ Biểu diễn  $\vec{BD}$ .

Vì  $BD = DE = EC$  nên  $\vec{BD} = \frac{1}{3}\vec{BC} = \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a})$ .

☑ Biểu diễn  $\vec{BE}$ .

Vì  $BD = DE$  nên  $\vec{BE} = 2\vec{BD} = \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a})$ .

☑ Biểu diễn  $\vec{AD}$ .

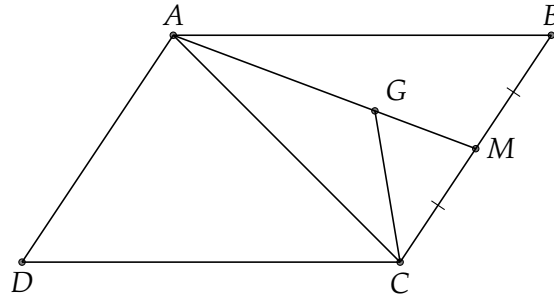
Ta có  $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ .

☑ Biểu diễn  $\vec{AE}$ .

Ta có  $\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BE} = \vec{a} + \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ . □

**BÀI 47.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đặt  $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biểu thị các vectơ  $\vec{AG}, \vec{CG}$  theo hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ .

**Lời giải.**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , suy ra  $AM$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  và  $G \in AM, AG = \frac{2}{3}AM$ .  
Ta có

$$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{BM}) = \frac{2}{3}\left(\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC}\right) = \frac{2}{3}\left(\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}\right) = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}.$$

Vậy  $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ .

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{AG} &= \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} \\ \Leftrightarrow \vec{AC} + \vec{CG} &= \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} \\ \Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{AD}) + \vec{CG} &= \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} \\ \Leftrightarrow (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{CG} &= \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} \\ \Leftrightarrow \vec{CG} &= -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}. \end{aligned}$$

Vậy  $\vec{CG} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ . □

**BÀI 48.** Cho  $\vec{u} = (2; -1), \vec{v} = (4; 5)$ . Tính tọa độ các véc-tơ  $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, 3\vec{u}, 5\vec{u} - 4\vec{v}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} + \vec{v} = (6; 4), \vec{u} - \vec{v} = (-2; -6), 3\vec{u} = (6; -3)$ .

Ta có  $5\vec{u} = (10; -5), 4\vec{v} = (16; 20)$  nên  $5\vec{u} - 4\vec{v} = (-6; -25)$ . □

**BÀI 49.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-5; 6), B(-4; -1), C(4; 3)$ .

- Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AC$ .
- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

**Lời giải.**

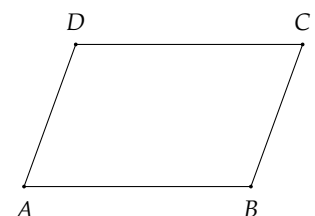
- Gọi  $I(x_I; y_I)$ . Vì  $I$  là trung điểm của của  $AC$  nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5 + 4}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{6 + 3}{2} = \frac{9}{2}. \end{cases}$$

Vậy  $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .

- Gọi  $D(x; y)$ , ta có  $\vec{AB} = (1; -7), \vec{DC} = (4 - x; 3 - y)$ .

$ABCD$  là hình bình hành khi  $\vec{AB} = \vec{DC}$   
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 4 - x \\ -7 = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$ . Vậy  $D(3; 10)$ .





**BÀI 50.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -1)$ ,  $B(0; 3)$  và  $G\left(\frac{1}{3}; 3\right)$  là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm  $C$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(x; y)$ . Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{1 + 0 + x}{3} \\ 3 = \frac{-1 + 3 + y}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x = 0 \\ y = 7. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $C(0; 7)$ .



**BÀI 51.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; -1)$ . Hãy phân tích véc-tơ  $\vec{c} = (-1; 5)$  theo hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b} = (k + 3m; 2k - m)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} k + 3m = -1 \\ 2k - m = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = -1. \end{cases}$$

Vậy  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ .



**BÀI 52.** Cho ba điểm  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(2; 2)$ .

- Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm  $D$  trên  $Ox$  sao cho  $A, B, D$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- Ta có  $\vec{AB} = (2; 6)$ ,  $\vec{AC} = (1; 3)$ .  
 Vì  $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$  nên  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  cùng phương do đó ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

- Vì  $D \in Ox$  nên  $D(x; 0)$ . Ta có  $\vec{AB} = (2; 6)$ ,  $\vec{AD} = (x - 1; 1)$ .  
 Ba điểm  $A, B, D$  thẳng hàng khi  $\frac{x - 1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ . Vậy  $D\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ .



**Lời giải.**



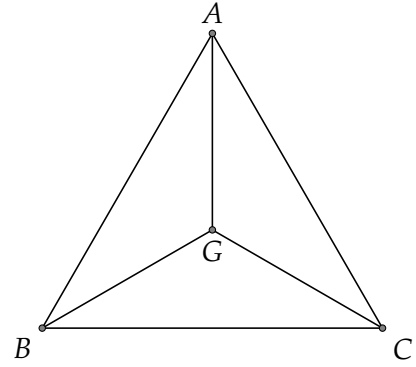
**BÀI 53.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh  $a$  và trọng tâm  $G$ . Tính các tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ;  $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$ ;  $\vec{AG} \cdot \vec{AB}$ ;  $\vec{GB} \cdot \vec{GC}$ ;  $\vec{BG} \cdot \vec{GA}$ ;  $\vec{GA} \cdot \vec{BC}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $G$  là trọng tâm của tam giác đều  $ABC$  nên  $GA = GB = GC = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Cách 1:** Theo định nghĩa, ta có

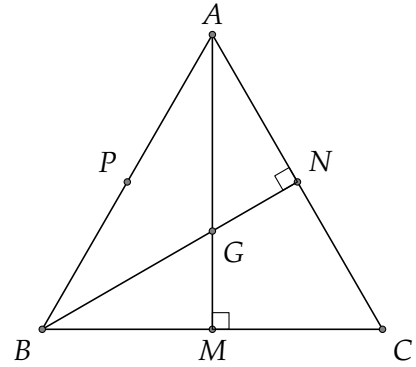
$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2; \\ \vec{AC} \cdot \vec{CB} &= a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2; \\ \vec{AG} \cdot \vec{AB} &= \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a \cdot \cos 30^\circ = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}a^2; \\ \vec{GB} \cdot \vec{GC} &= \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{6}; \\ \vec{BG} \cdot \vec{GA} &= \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{6}; \\ \vec{GA} \cdot \vec{BC} &= 0 \text{ do } GA \perp BC. \end{aligned}$$



**Cách 2:** Sử dụng công thức hình chiếu.

Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, CA và AB.

$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= \vec{AB} \cdot \vec{AP} = a \cdot \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a^2; \\ \vec{AC} \cdot \vec{CB} &= \vec{MC} \cdot \vec{CB} = \frac{1}{2}a \cdot (-a) = -\frac{1}{2}a^2; \\ \vec{AG} \cdot \vec{AB} &= \vec{AP} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2}a \cdot a = \frac{1}{2}a^2; \\ \vec{GB} \cdot \vec{GC} &= \vec{GB} \cdot \vec{GN} = -\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = -\frac{a^2}{6}; \\ \vec{BG} \cdot \vec{GA} &= \vec{BG} \cdot \vec{GN} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^2}{6}; \\ \vec{GA} \cdot \vec{BC} &= \vec{MM} \cdot \vec{BC} = 0. \end{aligned}$$

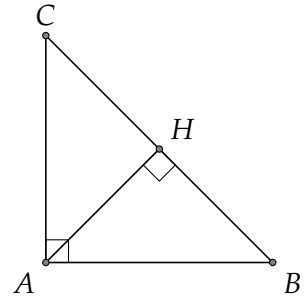


**BÀI 54.** Cho tam giác ABC vuông cân có  $AB = AC = a$  và AH là đường cao. Tính các tích vô hướng sau

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ;                      b)  $\vec{AH} \cdot \vec{BC}$ ;                      c)  $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$  và  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .

**Lời giải.**

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$  vì  $AB \perp AC$ .  
 b)  $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0$  vì  $AH \perp BC$ .  
 c)  $\vec{AC} \cdot \vec{CB} = -\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -CA \cdot CB \cdot \cos 45^\circ = -a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -a^2$ ;  
 $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\vec{BA} \cdot \vec{BC} = -BA \cdot BC \cdot \cos 45^\circ = -a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -a^2$ .



**BÀI 55.** Cho hình vuông ABCD tâm O có độ dài cạnh bằng a. Tính

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{OC}$ .                      b)  $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$ .                      c)  $\vec{AB} \cdot \vec{OD}$

**Lời giải.**

- a) Ta có  $(\vec{AB}, \vec{OC}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) = \widehat{BAO} = 45^\circ$ .  
 Vậy  $\vec{AB} \cdot \vec{OC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{OC}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{OC}) = a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$ .  
 b) Vẽ véc-tơ  $\vec{BE} = \vec{AB}$ . Ta có  $(\vec{AB}, \vec{BD}) = (\vec{BE}, \vec{BD}) = \widehat{EBD} = 135^\circ$ .  
 Vậy  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{BD}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{BD}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ = a^2\sqrt{2} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} = -a^2$ .  
 c) Vì  $\vec{AB} = \vec{BE}, \vec{OD} = \vec{BO}$  nên  $(\vec{AB}, \vec{OD}) = (\vec{BE}, \vec{BO}) = \widehat{EBO} = 135^\circ$ .  
 Vậy  $\vec{AB} \cdot \vec{OD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{OD}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{OD}) = a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \cos 135^\circ = \frac{a^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} = -\frac{a^2}{2}$ .



b)  $K$  thuộc đoạn  $BC$  nên

$$\begin{aligned} 2\vec{KB} + 3\vec{KC} &= \vec{0} \Leftrightarrow 2(\vec{OB} - \vec{OK}) + 3(\vec{OA} - \vec{OK}) = \vec{0} \\ &\Rightarrow \vec{OK} = \frac{2\vec{OB} + 3\vec{OA}}{5} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{2x_B + 3x_A}{5} = -\frac{4}{5} \\ y_K = \frac{2y_B + 3y_A}{5} = \frac{13}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tọa độ cần tìm là  $K\left(-\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right)$ .

□

**BÀI 59.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2; 4)$  và  $B(8; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc trục hoành sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $C \in Ox \Rightarrow C(c; 0)$  và  $\begin{cases} \vec{CA} = (-2 - c; 4) \\ \vec{CB} = (8 - c; 4) \end{cases}$

$\triangle ABC$  vuông tại  $C$  nên  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0 \Rightarrow (-2 - c)(8 - c) + 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ c = 0 \end{cases}$

Vậy  $C(6; 0)$  hoặc  $C(0; 0)$ .

□

## Chương V.

# CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 174.** Cho  $a$  là số gần đúng của số đúng  $\bar{a}$ . Khi đó  $\Delta_a = |\bar{a} - a|$  được gọi là

- A. số quy tròn của  $\bar{a}$ . **B** sai số tuyệt đối của số gần đúng  $a$ .  
 C. sai số tương đối của số gần đúng  $a$ . D. số quy tròn của  $a$ .

🗨️ **Lời giải.**

$\Delta_a = |\bar{a} - a|$  được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng  $a$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 175.** Cho số  $a$  là số gần đúng của  $\bar{a}$  với độ chính xác  $d$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.  $\bar{a} = a + d$ . **B**  $\bar{a} = a \pm d$ . C.  $\bar{a} = a - d$ . D.  $\bar{a} = a$ .

🗨️ **Lời giải.**

Nếu  $a$  là số gần đúng của  $\bar{a}$  với độ chính xác  $d$  thì  $\bar{a} = a \pm d$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 176.** Chiều cao của một ngọn đồi là  $\bar{h} = 347,13m \pm 0,2m$ . Độ chính xác  $d$  của phép đo trên là:

- A.  $d = 347,33m$ . B.  $d = 347,13m$ . **C**  $d = 0,2m$ . D.  $d = 346,93m$ .

🗨️ **Lời giải.**

Ta có độ cao gần đúng của ngọn đồi là  $a = 347,13m$  với độ chính xác  $d = 0,2m$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 177.** Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của  $\pi^2$  chính xác đến hàng phần nghìn.

- A. 9,869. B. 9,8696. C. 9,871. **D** 9,870.

🗨️ **Lời giải.**

Sử dụng máy tính bỏ túi, ta tính được  $\pi^2 \approx 9,8696044$ . Do đó, giá trị gần đúng của  $\pi^2$  chính xác đến hàng phần nghìn là 9,870.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 178.** Kết quả làm tròn số  $a = 10\sqrt{13}$  đến hàng đơn vị là

- A.  $a \approx 36,06$ . B.  $a \approx 40$ . **C**  $a \approx 36$ . D.  $a \approx 36,1$ .

🗨️ **Lời giải.**

Có  $a = 10\sqrt{13} \approx 36,0555$ .

Vậy làm tròn đến hàng đơn vị ta được  $a \approx 36$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 179.** Cho số  $a = 367653964 \pm 213$ . Số quy tròn của số gần đúng 367653964 là

- A** 367654000. B. 367653960. C. 367653970. D. 367653000.

🗨️ **Lời giải.**

Vì độ chính xác đến hàng trăm  $d = 213$  nên số quy tròn của số gần đúng 367653964 là 367654000.

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 180.** Hãy viết số quy tròn của số  $a$  với độ chính xác  $d$  được cho sau đây  $\bar{a} = 17658 \pm 16$ .

- A** 17700. B. 18000. C. 17800. D. 17600.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $10 < 16 < 100$  nên hàng cao nhất mà  $d$  nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng trăm. Do đó ta phải quy tròn số 17658 đến hàng trăm. Vậy số quy tròn là 17700.

Chọn đáp án **(A)** □



**Câu 181.** Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân, ta được  $\sqrt{8} = 2,828427215$ . Giá trị gần đúng của  $\sqrt{8}$  chính xác đến hàng phần trăm là

- A. 2,81.                      B. 2,80.                      **C. 2,83.**                      D. 2,82.

**Lời giải.**

Cần lấy chính xác đến hàng phần trăm nên ta lấy hai chữ số thập phân. Vì đứng sau số 2 là số  $8 > 5$  nên ta theo quy tắc làm tròn, ta thu được kết quả 2,83.

Chọn đáp án **C** □

**Câu 182.** Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2002 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của số liệu thống kê này nhỏ hơn 10000 người. Hãy viết số quy tròn của số trên.

- A. 79700000 người.                      B. 79716000 người.                      **C. 79720000 người.**                      D. 79710000 người.

**Lời giải.**

Vì sai số tuyệt đối của số liệu thống kê này nhỏ hơn 10000 người nên độ chính xác đến hàng nghìn nên ta quy tròn đến hàng chục nghìn.

Vậy số quy tròn của số trên là 79720000 người.

Chọn đáp án **C** □

**Câu 183.** Khi kết thúc học kỳ I, điểm môn Toán của bạn Nam như sau:

Điểm hệ số 1: 8,7,10,8.

Điểm hệ số 2: 7,9.

Điểm hệ số 3: 9.

Điểm trung bình môn Toán học kỳ I của bạn Nam được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là

- A. 8.                      B. 8,3.                      C. 8,36.                      **D. 8,4.**

**Lời giải.**

Điểm môn Toán trung bình học kỳ I của Nam bằng  $\frac{8 + 7 + 10 + 8 + 2(7 + 9) + 3 \cdot 9}{11} = \frac{92}{11} = 8,4$  (đã làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Chọn đáp án **D** □

**Câu 184.** Cho mẫu số liệu: 23 41 71 29 48 45 72 41. Số trung bình của mẫu số liệu này là

- A. 43,89.                      **B. 46,25.**                      C. 47,36.                      D. 40,53.

**Lời giải.**

Số trung bình là  $\frac{23 + 41 + 71 + 29 + 48 + 45 + 72 + 41}{8} = 46,25$ .

Chọn đáp án **B** □

**Câu 185.** Cho mẫu số liệu: 23 41 71 29 48 45 72 41. Trung vị của mẫu số liệu này là

- A. 45.                      B. 41.                      C. 43,5.                      **D. 43.**

**Lời giải.**

Xếp dãy theo thứ tự không giảm: 23 29 41 41 45 48 71 72.

Vì  $n = 8$  nên trung vị là trung bình cộng của hai số chính giữa dãy. Suy ra  $M_e = \frac{41 + 45}{2} = 43$ .

Chọn đáp án **D** □

**Câu 186.** Cho mẫu số liệu: 23 41 71 29 48 45 72 41. Tứ phân vị của mẫu số liệu này là

- A.  $Q_1 = 29, Q_2 = 43, Q_3 = 71$ .                      B.  $Q_1 = 35, Q_2 = 43, Q_3 = 58$ .

- C.  $Q_1 = 35, Q_2 = 43, Q_3 = 59,5$ .**                      D.  $Q_1 = 23, Q_2 = 43, Q_3 = 72$ .

**Lời giải.**

Xếp dãy theo thứ tự không giảm: 23 29 41 41 45 48 71 72.

Vì  $n = 8$  nên trung vị là trung bình cộng của hai số chính giữa dãy. Suy ra

•  $Q_2 = \frac{41 + 45}{2} = 43$ .

•  $Q_1 = \frac{29 + 41}{2} = 35$ .

$$\bullet Q_3 = \frac{48 + 71}{2} = 59,5.$$

Chọn đáp án  C

**Câu 187.** Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau

*Thời gian hoàn thành một sản phẩm ở một nhóm công nhân (đơn vị: phút)*

3	4	3	4	6	7	8	10
2	3	5	4	3	2	4	7
2	3	4	6	5	7	8	5

Tính thời gian (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy) trung bình hoàn thành một sản phẩm của nhóm công nhân đó.

A.  $\bar{x} = 5,23.$

B.  $\bar{x} = 6,79.$

C.  $\bar{x} = 4,79.$

D.  $\bar{x} = 3,79.$

**Lời giải.**

Chọn đáp án  C

**Câu 188.** Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian hoàn thành sản phẩm ở một nhóm công nhân

Thời gian(phút)	42	44	45	48	50	54
Tần số	3	12	13	11	6	5

Tính giá trị trung bình  $\bar{x}$  (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy) về thời gian hoàn thành một sản phẩm của nhóm công nhân đó.

A.  $\bar{x} = 46,74.$

B.  $\bar{x} = 45,74.$

C.  $\bar{x} = 47,74.$

D.  $\bar{x} = 44,74.$

**Lời giải.**

Chọn đáp án  A

**Câu 189.** Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau

*Điểm kiểm tra 45' môn toán của 30 học sinh lớp 11A1*

1	2	6	5	8	8	9	10	6	5
2	8	7	5	5	4	9	10	3	4
3	6	4	2	1	7	8	7	2	1

Tính gần đúng (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy) số trung bình cộng  $\bar{x}$  điểm của 30 học sinh nói trên.

A.  $\bar{x} \approx 5,27.$

B.  $\bar{x} \approx 6,27.$

C.  $\bar{x} \approx 4,27.$

D.  $\bar{x} \approx 7,27.$

**Lời giải.**

Chọn đáp án  A

**Câu 190.** Cho mẫu số liệu 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

A. 3; 5; 10.

B. 5; 3; 10.

C. 10; 3; 5.

D. 10; 5; 3.

**Lời giải.**

Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 2; 3; 5; 5; 7; 10; 13.

Vì cỡ mẫu là  $n = 7$ , là số lẻ, nên giá trị tứ phân vị thứ hai là  $Q_2 = 5$ .

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 2; 3; 5. Do đó  $Q_1 = 3$ .

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 7; 10; 13. Do đó  $Q_3 = 10$ .

Chọn đáp án  A

**Câu 191.** Cho mẫu số liệu 21; 35; 17; 43; 8; 59; 72; 119. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

A. 19; 39; 65, 5.

B. 26; 43; 65, 5.

C. 39; 19; 65, 5.

D. 43; 26; 65, 5.

**Lời giải.**

Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 8; 17; 21; 35; 43; 59; 72; 119.

Vì cỡ mẫu là  $n = 8$ , là số chẵn, nên giá trị tứ phân vị thứ hai là

$$Q_2 = \frac{1}{2}(35 + 43) = 39.$$

☑ Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 8; 17; 21; 35. Do đó  $Q_1 = 19$ .

☑ Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 43; 59; 72; 119. Do đó  $Q_3 = 65,5$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 192.** Số giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn tứ phân vị dưới  $Q_1$  chiếm khoảng

A. 50% số giá trị của dãy .

B. 75% số giá trị của dãy.

☑ C. 25% số giá trị của dãy.

D. 100% số giá trị của dãy .

**Câu 193.** Cho mẫu số liệu sau: 156 158 160 162 164. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. 156 .

☑ B. 157.

C. 158 .

D. 159 .

**Câu 194.** Bạn An đạt được điểm môn Toán như sau: điểm hệ số 1 là 7; 9; 8; 8; 8, điểm hệ số 2 là 7; 8; 8, điểm thi học kỳ (hệ số 3) là 8. Điểm trung bình môn Toán của An là

A.  $\bar{x} \approx 8,1$ .

B.  $\bar{x} \approx 7,6$ .

☑ C.  $\bar{x} \approx 7,9$ .

D.  $\bar{x} \approx 7,7$ .

🗨 **Lời giải.**

Điểm trung bình môn Toán của An là

$$\frac{7 + 9 + 8 + 8 + 8 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3} = \frac{55}{7} \approx 7,9.$$

Chọn đáp án (C) □

**Câu 195.** Bảng liệt kê điểm thi học kì của Nam như sau

Môn	Toán	Lí	Hóa	Anh	Văn	Sử	Địa	CN	Tin học
Điểm	7	5	3	3	5	6	7	3	x

Nam sẽ phải cố môn tin học bao nhiêu điểm thì sẽ có điểm trung bình là 5 điểm (điểm số cho làm tròn thành số tự nhiên)?

A.  $x = 4$ .

B.  $x = 5$ .

☑ C.  $x = 6$ .

D.  $x = 7$ .

🗨 **Lời giải.**

Chọn đáp án (C) □

**Câu 196.** Số áo bán được của một cửa hàng được cho bởi bảng sau

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42	Cộng
Tần số	13	45	126	110	126	40	5	465

Tính số trung vị  $M_e$  của áo bán được trong cửa hàng đó.

A.  $M_e = 37$ .

B.  $M_e = 38$ .

☑ C.  $M_e = 39$ .

D.  $M_e = 40$ .

🗨 **Lời giải.**

Chọn đáp án (C) □

**Câu 197.** Khối lượng 30 quả trứng gà của được cho bởi bảng sau

Khối lượng(g)	25	30	35	40	45	50	Cộng
Tần số	3	5	10	6	4	2	30

Tính số trung vị  $M_e$  của bảng nói trên.

A.  $M_e = 30$ .

☑ B.  $M_e = 35$ .

C.  $M_e = 40$ .

D.  $M_e = 45$ .

🗨 **Lời giải.**

Chọn đáp án (B) □

**Câu 198.** Kết quả của 100 học sinh dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm là 20) được cho trong bảng sau đây

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Một  $M_O$  của bảng số liệu thống kê đã cho là

A.  $M_O = 9$ .

B.  $M_O = 19$ .

C.  $M_O = 15$ .

D.  $M_O = 16$ .

☞ **Lời giải.**

Chọn đáp án (D) □

**Câu 199.** Điều tra tiền lương (nghìn đồng) hàng tháng của 30 công nhân của một xưởng may, ta có bảng phân bố tần số sau

Tiền lương	300	500	700	800	900	1000	Cộng
Tần số	3	5	6	5	6	5	30

Tìm tất cả các một  $M_O$  của bảng phân bố tần số đã cho.

A.  $M_O = 300$ .

B.  $M_O = 1000$ .

C.  $M_O^{(1)} = 800$  và  $M_O^{(2)} = 1000$ .

D.  $M_O^{(1)} = 700$  và  $M_O^{(2)} = 900$ .

☞ **Lời giải.**

Chọn đáp án (D) □

**Câu 200.** Khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q$  là

A.  $Q_3 - Q_1$ .

B.  $Q_2 - Q_1$ .

C.  $Q_3 - Q_2$ .

D.  $(Q_1 + Q_3) : 2$ .

**Câu 201.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 6; 7; 9; 4; 7; 5; 6; 6; 7; 9; 5; 6 là

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

**Câu 202.** Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 13?

A. 11, 28, 56, 12.

B. 6, 12, 33, 23, 11.

C. 25, 9, 13, 10.

D. Tất cả đều sai.

☞ **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của các mẫu số liệu lần lượt là

☉  $R_1 = 56 - 11 = 45$ .

☉  $R_2 = 33 - 6 = 26$ .

☉  $R_3 = 25 - 9 = 14$ .

Chọn đáp án (D) □

**Câu 203.** Dãy số liệu 5; 6; 0; 3; 5; 10; 3; 4 có các giá trị ngoại lệ (giá trị bất thường) là

A. 0.

B. 10.

C. 0, 10.

D. Không có.

**Câu 204.** Mẫu số liệu mà tất cả các số trong mẫu này bằng nhau có phương sai là

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

**Câu 205.** Cho biết giá trị thành phẩm quy ra tiền (nghìn đồng) trong một tuần lao động của 7 công nhân là

$$180 \quad 190 \quad 190 \quad 200 \quad 210 \quad 210 \quad 220$$

Phương sai  $s^2$  của dãy trên gần với số nào sau đây?

A. 200.

B. 171.

C. 175.

D. 190.

☞ **Lời giải.**

Chọn đáp án (B) □

**Câu 206.** Cho dãy số liệu thống kê 10, 8, 6, 2, 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

A. 2,8.

B. 8.

C. 6.

D. 2,4.

☞ **Lời giải.**

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{5}(10 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1) \\ &= 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{5} [1 \cdot (10 - 6)^2 + 1 \cdot (8 - 6)^2 + 1 \cdot (6 - 6)^2 + 1 \cdot (2 - 6)^2 + 1 \cdot (4 - 6)^2] \\ &= 8. \end{aligned}$$

Vậy  $s = \sqrt{s^2} \approx 2,8$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 207.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây.

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Tính độ lệch chuẩn.

A.  $s \approx 1,23$  (tạ).

**B.  $s \approx 1,24$  (tạ).**

C.  $s \approx 1,25$  (tạ).

D.  $s \approx 1,26$  (tạ).

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 208.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây

Sản lượng	20	21	22	23	24
Số thửa ruộng	5	8	11	10	6

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

A. 3.

B. 4.

C. 1.

**D. 2.**

**Lời giải.**

Ta có  $Q_1 = 21$ ;  $Q_3 = 23$ .

Khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q = 23 - 21 = 2$ .

Chọn đáp án **(D)** □

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**BÀI 60.** Chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của các bạn tổ I ở lớp 10A lần lượt là:

165 155 171 167 159 175 165 160 158

Đối với mẫu số liệu trên, hãy tìm

a) Số trung bình cộng.

b) Trung vị.

c) Mốt.

d) Tứ phân vị.

**Lời giải.**

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

155 158 159 160 165 165 167 171 175

a) Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{155 + 158 + 159 + 160 + 165 + 165 + 167 + 171 + 175}{9} \approx 163,9 \text{ (cm)}.$$

b) Ta có  $N = 9$  là số lẻ. Số liệu thứ  $\frac{9+1}{2} = 5$ . Vậy số trung vị là  $M_e = 165$ .

c) Ta thấy giá trị 165 có tần số 2 lớn nhất, do đó mốt của mẫu số liệu trên là:  $M_O = 165$ .

d) Trung vị của dãy 155 158 159 160 là:  $Q_1 = \frac{158 + 159}{2} = 158,5$ .

Trung vị của dãy 165 167 171 175 là:  $Q_3 = \frac{167 + 171}{2} = 169$ .

Vậy  $Q_1 = 158,5$  (cm),  $Q_2 = 165$  (cm),  $Q_3 = 169$ .

□

**BÀI 61.** Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây:

a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu"

9 8 15 8 20

b) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

350 300 650 300 450 500 300 250

c) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

36 38 33 34 32 30 34 35

### 🗨️ Lời giải.

a) Sắp xếp lại mẫu số liệu: 8 8 9 15 20.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{8 + 8 + 9 + 15 + 20}{5} = 12.$$

$$\text{Trung vị: } Q = 9.$$

$$\text{Mốt: } M_0 = 8.$$

$$\text{Tứ phân vị: } Q_1 = \frac{8 + 8}{2} = 8, Q_2 = 9, Q_3 = \frac{15 + 20}{2} = 17,5.$$

b) Sắp xếp lại mẫu số liệu: 250 300 300 300 350 450 500 650.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{250 + 300 + 300 + 300 + 350 + 450 + 500 + 650}{8} = 387,5.$$

$$\text{Trung vị: } Q = \frac{300 + 350}{2} = 325.$$

$$\text{Mốt: } M_0 = 300.$$

$$\text{Tứ phân vị: } Q_1 = 300, Q_2 = 325, Q_3 = \frac{450 + 500}{2} = 475.$$

c) Sắp xếp lại mẫu số liệu: 30 32 33 34 34 35 36 38.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{30 + 32 + 33 + 34 + 34 + 35 + 36 + 38}{8} = 34.$$

$$\text{Trung vị: } Q = 34.$$

$$\text{Mốt: } M_0 = 34.$$

$$\text{Tứ phân vị: } Q_1 = \frac{32 + 33}{2} = 32,5, Q_2 = 34, Q_3 = \frac{35 + 36}{2} = 35,5.$$

□

**BÀI 62.** Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Tần số	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tìm số trung vị, tứ phân vị và mốt của bảng số liệu thống kê trên.

### 🗨️ Lời giải.

☑️ Tìm số trung vị: Mẫu này có 41 số liệu nên số trung vị là số thứ 21. Suy ra  $M_e = 17$ .

☑️ Tìm tứ phân vị: Ta có  $Q_2 = 17$ .

+ Xét nửa số liệu bên trái  $Q_2$  gồm 20 số liệu. Suy ra trung vị của nửa số liệu này là trung bình cộng của hai số ở vị trí thứ 10 và 11 tương ứng là trung bình cộng của số 7 và số 4. Vậy  $Q_1 = \frac{7 + 4}{2} = 5,5$ .

+ Xét nửa số liệu bên phải  $Q_2$  gồm 20 số liệu. Suy ra trung vị của nửa số liệu này là trung bình cộng của hai số ở vị trí thứ 10 và 11 tương ứng là trung bình cộng của số 18 và số 20. Vậy  $Q_3 = \frac{18 + 20}{2} = 19$ . Vậy  $Q_3 = 19$ .

Vậy, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên là  $Q_1 = 5,5, Q_2 = 17, Q_3 = 19$ .

- 🔍 **Tim một:** Ta thấy điểm 11 và điểm 18 có tần số bằng 7 là lớn nhất. Do đó bảng số liệu có hai một là:  $M_O^{(1)} = 11$  và  $M_O^{(2)} = 18$ .

□

**BÀI 63.** Bảng sau cho biết dân số của các tỉnh/thành phố Đồng bằng Bắc Bộ năm 2018 (đơn vị triệu người)

Tỉnh/thành phố	Hà Nội	Vĩnh Phúc	Bắc Ninh	Quảng Ninh	Hải Dương	Hải Phòng
<b>Dân số</b>	7,52	1,09	1,25	1,27	1,81	2,01

Tỉnh/thành phố	Hưng Yên	Thái Bình	Hà Nam	Nam Định	Ninh Bình
<b>Dân số</b>	1,19	1,79	0,81	1,85	0,97

- Tim số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu trên.
- Giải thích tại sao số trung bình và trung vị lại có sự sai khác nhiều.
- Nên sử dụng số trung bình hay số trung vị để đại diện cho dân số các tỉnh thuộc Đồng bằng Bắc Bộ?

**🗨️ Lời giải.**

- Số trung bình 1,96 triệu người; Trung vị: 1,27 triệu người.
- Hai số này khác nhau nhiều do dân số Hà Nội rất lớn so với các tỉnh khác, đây được xem là giá trị bất thường.
- Nên sử dụng trung vị vì nó đại diện chính xác hơn.

□

**BÀI 64.** Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của hai lô hàng A và B được kết quả như sau (đơn vị: gam)

Lô A	85	82	84	83	80	82	84	85	80	81	80	82	85	85
Lô B	81	80	82	84	82	82	85	80	80	83	84	86	78	87

- Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.
- Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.
- Khối lượng của măng cụt ở lô hàng nào đều hơn?

**🗨️ Lời giải.**

Sắp xếp khối lượng các quả măng cụt ở lô A và lô B theo thứ tự không giảm, ta được:

Lô A	80	80	80	81	82	82	82	83	84	84	85	85	85	85
Lô B	78	80	80	80	81	82	82	82	83	84	84	85	86	87

a) Khoảng biến thiên:

- Đối với lô A, khối lượng cao nhất và thấp nhất tương ứng là 85 và 80 . Do đó khoảng biến thiên của lô A là  $R(A) = 85 - 80 = 5$ .
- Đối với lô B, khối lượng cao nhất và thấp nhất tương ứng là 87 và 78 . Do đó khoảng biến thiên của lô B là  $R(B) = 87 - 78 = 9$ .

Khoảng tứ phân vị:

- Đối với lô A,  $Q_1^A = 81, Q_3^A = 85$  nên  $\Delta_Q^A = 85 - 81 = 4$ .
- Đối với lô B,  $Q_1^B = 80, Q_3^B = 84$  nên  $\Delta_Q^B = 84 - 80 = 4$ .

b) Khối lượng trung bình của cân nặng măng cụt lô A là

$$\bar{x}(A) = \frac{1}{14}(3.80 + 81 + 3.82 + 83 + 2.84 + 4.85) = \frac{579}{7}.$$

Phương sai của cân nặng măng cụt lô A là

$$S(A)^2 = \frac{1}{14}(3.80^2 + 81^2 + 3.82^2 + 83^2 + 2.84^2 + 4.85^2) - \frac{579^2}{7^2} \approx 3,63.$$

Độ lệch chuẩn của măng cụt lô A là  $S(A) = \sqrt{S(A)^2} \approx \sqrt{3,63} \approx 1,91$ . Khối lượng trung bình của cân nặng măng cụt lô B là

$$\bar{x}(B) = \frac{1}{14}(78 + 3.80 + 81 + 3.82 + 83 + 2.84 + 85 + 86 + 87) = \frac{577}{7}.$$

Phương sai của cân nặng măng cụt lô B là

$$S(B)^2 = \frac{1}{14}(78^2 + 3.80^2 + 81^2 + 3.82^2 + 83^2 + 2.84^2 + 85^2 + 86^2 + 87^2) - \frac{577^2}{7^2} \approx 6,10.$$

Độ lệch chuẩn của măng cụt lô B là  $S(B) = \sqrt{S(B)^2} \approx \sqrt{6,10} \approx 2,47$ .

c) Sử dụng khoảng biến thiên và độ lệch chuẩn ta đều thấy khối lượng măng cụt ở lô A đều hơn lô B. □

**BÀI 65.** Kết quả bài thi môn Toán của các bạn học sinh tổ 1 và tổ 2 cho ở bảng sau:

Tổ 1	7	8	9	6	7	8	7	9	10	7	8	6	8	9	8
Tổ 2	6	7	8	7	9	5	8	8	9	10	7	8	0	9	7

- Sử dụng số trung bình, hãy so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.
- Sau khi bỏ đi các giá trị ngoại lệ (nếu có) ở các điểm thi mỗi tổ, hãy so sánh lại điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.
- Nên dùng số trung bình hay trung vị để so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.

**Lời giải.**

- Điểm trung bình của học sinh tổ 1 và tổ 2 lần lượt là 7,8 và 7,2. Nếu so sánh theo số trung bình thì điểm thi các bạn tổ 1 cao hơn điểm thi các bạn tổ 2.
- Tổ 1 có  $Q_1 = 7; Q_2 = 8; Q_3 = 9; \Delta_Q = 9 - 7 = 2$ . Điểm số các bạn tổ 1 không có giá trị ngoại lệ nào. Tổ 2 có  $Q_1 = 7; Q_2 = 8; Q_3 = 9, \Delta_Q = 9 - 7 = 2$ . Điểm số các bạn tổ 2 có 1 giá trị ngoại lệ là 0. Sau khi bỏ đi điểm 0 này thì điểm trung bình của các bạn tổ 2 là 7,71. Vậy điểm các bạn tổ 2 gần bằng điểm các bạn tổ 1.
- Nên dùng số trung vị để so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2 vì trong điểm thi của các bạn tổ 2 có xuất hiện giá trị ngoại lệ. □

**BÀI 66.** Thống kê điểm của 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm là 20), kết quả được cho trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$



a) Tính điểm thi trung bình của 100 học sinh ở bảng trên.

b) Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

**Lời giải.**

a) Tính số trung bình:

$$\sum_{i=1}^{11} n_i x_i = 1 \cdot 9 + 1 \cdot 10 + \dots + 10 \cdot 18 + 2 \cdot 19 = 1523.$$

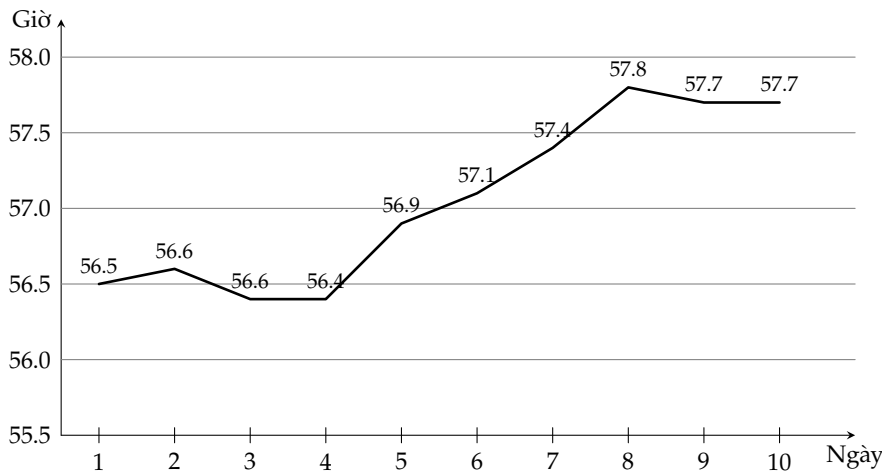
Nên số trung bình là  $\bar{x} = \frac{1523}{100} = 15,23$ .

b) Ta có:  $\sum_{i=1}^{11} n_i x_i = 1523$  và  $\sum_{i=1}^{11} n_i x_i^2 = 23591$  nên phương sai là:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left( \sum_{x=1}^N n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{100} \cdot 23591 - \frac{1}{100^2} \cdot (1523)^2 \approx 3,96$$

Độ lệch chuẩn:  $s = \sqrt{s^2} \approx 1,99$ . □

**BÀI 67.** Giá bán lúc 10h sáng của một mã cổ phiếu A trong 10 ngày liên tiếp được ghi lại ở biểu đồ sau (đơn vị: nghìn đồng).



a) Viết mẫu số liệu thống kê giá của mã cổ phiếu A từ biểu đồ trên.

b) Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.

c) Tính trung bình, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

**Lời giải.**

a) Bảng số liệu thống kê từ biểu đồ đã cho như sau:

Giá	56,5	56,6	56,4	56,4	56,9	57,1	57,4	57,8	57,7	57,7
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

b)  $R = 1,4, \Delta_Q = 1,2$ .

c)  $\bar{x} = 57,05 ; s = 0,54$ . □

# ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM

## 1 Trắc nghiệm chương I

1. C	2. C	3. C	4. C	5. B	6. A	7. D	8. D	9. B	10. C
11. D	12. C	13. B	14. C	15. D	16. D	17. C	18. A	19. D	20. C
21. A	22. C	23. B	24. D	25. A	26. C	27. A	28. A	29. B	30. A
31. D	32. B	33. A	34. B	35. B	36. B	37. A	38. D	39. D	40. B
41. D	42. A	43. C	44. A	45. D	46. B	47. C	48. D	49. D	50. B

## 2 Trắc nghiệm chương II

51. B	52. D	53. D	54. C	55. D	56. C	57. D	58. B	59. B	60. D
61. B	62. C	63. C	64. D	65. C	66. C	67. C	68. D	69. C	70. B
			71. A	72. B	73. A	74. B	75. C		

## 3 Trắc nghiệm chương III

76. C	77. D	78. A	79. D	80. B	81. A	82. B	83. D	84. B	85. A
86. A	87. D	88. D	89. A	90. C	91. A	92. B	93. A	94. D	95. C
96. D	97. B	98. A	99. A	100. D	101. C	102. B	103. A	104. D	105. B
	106. A	107. B	108. B	109. D	110. C	111. B	112. D	113. A	

## 4 Trắc nghiệm chương IV

114. D	115. C	116. C	117. D	118. A	119. D	120. B	121. C	122. B	123. A
124. B	125. A	126. D	127. C	128. C	129. D	130. D	131. D	132. D	133. D
134. C	135. A	136. C	137. C	138. C	139. B	140. C	141. B	142. B	143. D
144. B	145. A	146. A	147. D	148. D	149. D	150. C	151. A	152. D	153. A
154. D	155. D	156. B	157. D	158. C	159. C	160. B	161. D	162. B	163. D
164. A	165. D	166. C	167. D	168. C	169. A	170. D	171. A	172. C	173. B

## 5 Trắc nghiệm chương V

174. B	175. B	176. C	177. D	178. C	179. A	180. A	181. C	182. C	183. D
184. B	185. D	186. C	187. C	188. A	189. A	190. A	191. A	192. C	193. B
194. C	195. C	196. C	197. B	198. D	199. D	200. A	201. B	202. D	203. B
			204. B	205. B	206. A	207. B	208. D		