

**CẤU TRÚC**

PHẦN	TT	NỘI DUNG	CÁC DẠNG TOÁN	Trang
<b>ĐẠI SỐ</b>	1	<b>HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 45 câu Bài tập tự luận: 10 bài	<i>Tìm tập xác định của hàm số lượng giác.</i>	2 – 8
			<i>Xét sự biến thiên của một số hàm số lượng giác.</i>	
			<i>Tìm chu kỳ tuần hoàn của một số hàm số lượng giác.</i>	
			<i>Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác.</i>	
			<i>Tìm GTLN, GTNN của một số hàm số lượng giác.</i>	
			<i>Giải các phương trình lượng giác cơ bản.</i>	
			<i>Giải các phương trình lượng giác đơn giản.</i>	
			<i>Tìm nghiệm của phương trình lượng giác thỏa mãn điều kiện cho trước.</i>	
			<i>Điều kiện để phương trình lượng giác có nghiệm.</i>	
			<i>Một số bài ứng dụng thực tế.</i>	
2	<b>HOÁN VỊ - TỔ HỢP CHỈNH HỢP XÁC SUẤT</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 40 câu Câu hỏi tự luận: 17 bài	<i>Sử dụng quy tắc đếm, hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp để giải các bài toán.</i>	8 – 14	
		<i>Chứng minh đẳng thức, giải PT, giải BPT liên quan đến hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp</i>		
		<i>Bài toán xác định hệ số của một khai triển.</i>		
		<i>Bài toán tìm xác suất của một biến cố.</i>		
<b>HÌNH HỌC</b>	3	<b>PHÉP BIẾN HÌNH TRONG MẶT PHẪNG</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 25 câu	<i>Xác định ảnh và tạo ảnh của điểm và của một hình qua phép tịnh tiến, phép đối xứng trục, phép quay và phép vị tự.</i>	15 - 17
			<i>Xác định tọa độ ảnh hoặc tạo ảnh của một điểm, một đường thẳng, một đường tròn một đường có phương trình cho trước qua phép tịnh tiến, phép đối xứng trục, phép quay và phép vị tự.</i>	
	4	<b>ĐƯỜNG THẲNG, MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN – QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN.</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 45 câu Bài tập tự luận: 20 bài	<i>Xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.</i>	18 - 26
			<i>Xác định và chứng minh đường thẳng song song đường thẳng, đường thẳng song song mặt phẳng, mặt phẳng song song mặt phẳng.</i>	
			<i>Xác định thiết diện của hình chóp và lăng trụ cắt bởi một mặt phẳng.</i>	
			<i>Một số bài toán khác sử dụng tính chất của hai đường thẳng song song, đường thẳng song song mặt phẳng, hai mặt phẳng song song.</i>	

## PHẦN I. ĐẠI SỐ

### Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC.

#### I. Lý thuyết.

##### 1. Kiến thức:

- Hiểu được khái niệm hàm số lượng giác (của biến số thực)  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \cot x$  và tính chất tuần hoàn, tính chẵn lẻ của chúng.

- Biết dựa vào trục sin, trục cosin, trục tang và trục cotang gắn với đường tròn lượng giác để khảo sát sự biến thiên của các hàm số lượng giác tương ứng rồi thể hiện sự biến thiên đó trên đồ thị.

- Biết được phương trình lượng giác cơ bản:  $\sin x = m$ ;  $\cos x = m$ ;  $\tan x = m$ ;  $\cot x = m$

- Hiểu phương pháp xây dựng công thức nghiệm của các phương trình cơ bản nêu trên và công thức nghiệm của các phương trình đó.

- Biết được dạng và cách giải một số dạng phương trình lượng giác đơn giản: bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác; phương trình bậc nhất đối với  $\sin x$  và  $\cos x$ ; phương trình thuần nhất bậc hai đối với  $\sin x$  và  $\cos x$ ; phương trình có sự dụng các công thức biến đổi để giải.

##### 2. Kỹ năng:

- Xác định được: tập xác định; tập giá trị; tính chất chẵn, lẻ; tính tuần hoàn; chu kỳ; khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \cot x$ .

- Vẽ được đồ thị của các hàm số  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \cot x$ .

- Giải thành thạo phương trình lượng giác cơ bản. Biết sử dụng máy tính bỏ túi để giải phương trình lượng giác cơ bản.

- Nhận biết được và giải thành thạo các phương trình thuộc dạng nêu trên.

#### II. Câu hỏi trắc nghiệm khách quan.

**Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là

A.  $D = \mathbb{R}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ .

**Câu 2.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$  là

A.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

B.  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

C.  $x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

D.  $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 3.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{3\sin x + 1}{1 - \cos 2x}$

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$ .

**Câu 4.** Hàm số  $y = \frac{\sin x}{\cos x - 1}$  xác định khi và chỉ khi

- A.  $x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      B.  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      C.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      D.  $x \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 5.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{2020}{\cos x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$ .      C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 6.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{\cot x}{\cos x}$  là:

- A.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ .      B.  $x \neq k2\pi$ .      C.  $x \neq k\pi$ .      D.  $x \neq k\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 7.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k\pi \right\}$ .

**Câu 8.** Cho số nguyên  $k$ . Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ .      B.  $\left( -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi \right)$ .  
 C.  $\left( -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi \right)$ .      D.  $\left( \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi \right)$ .

**Câu 9.** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $\left( \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right)$ .      B.  $\left( -\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right)$ .      C.  $(\pi; 2\pi)$ .      D.  $\left( \frac{\pi}{2}; \pi \right)$ .

**Câu 10.** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số  $y = \tan x$  đồng biến các khoảng  $(k2\pi, \pi + k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .  
 B. Hàm số  $y = \tan x$  đồng biến trong các khoảng  $(\pi + k2\pi, 2\pi + k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .  
 C. Hàm số  $y = \tan x$  đồng biến các khoảng  $\left( -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .  
 D. Hàm số  $y = \tan x$  đồng biến trên tập xác định.

**Câu 11.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \sin x + 1$ .      D.  $y = \sin 2x$ .

**Câu 12.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

- A.  $y = \sin x + \cos x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \sin^2 x$ .      D.  $y = \sin x$ .

**Câu 13.** Chu kỳ của hàm số  $y = \cos x$  là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $\frac{2\pi}{3}$ .      D.  $3\pi$ .

**Câu 14.** Mệnh đề nào sau đây là sai ?

- A. Hàm số  $y = \tan x$  tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .      B. Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .  
C. Hàm số  $y = \cos x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .      D. Hàm số  $y = \cot x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .

**Câu 15.** Gọi  $M, m$  lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số  $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ . Tính  $P = M - m$ .

- A.  $P = 2\sqrt{2}$ .      B.  $P = 4$ .      C.  $P = \sqrt{2}$ .      D.  $P = 2$ .

**Câu 16.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 4\sin x - 3$  là

- A.  $-7$ .      B.  $-3$ .      C.  $1$ .      D.  $3$ .

**Câu 17.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 1$ . Tính  $M.m$

- A.  $-3$ .      B.  $3$ .      C.  $-4$ .      D.  $-6$ .

**Câu 18.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\cos^2 2x + \cos 4x$  lần lượt là

- A.  $\max_{\mathbb{R}} y = 2, \min_{\mathbb{R}} y = 0$ .      B.  $\max_{\mathbb{R}} y = 3, \min_{\mathbb{R}} y = 1$ .  
C.  $\max_{\mathbb{R}} y = 2, \min_{\mathbb{R}} y = -2$ .      D.  $\max_{\mathbb{R}} y = 3, \min_{\mathbb{R}} y = -1$ .

**Câu 19.** Giải phương trình  $\cos x = 0$  ta được nghiệm là

- A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      B.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      C.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      D.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 20.** Phương trình  $3\cot x - \sqrt{3} = 0$  có họ nghiệm là

- A.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      B.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      C.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      D. vô nghiệm.

**Câu 21.** Nghiệm của phương trình  $\tan x - 1 = 0$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ .      B.  $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$ .      C.  $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$ .      D.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ .

**Câu 22.** Giải phương trình  $2\cos x = -1$  được nghiệm là

- A.  $\left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      B.  $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      C.  $\left\{-\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      D.  $\left\{\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 23.** Tập nghiệm của phương trình  $2\sin 2x + 1 = 0$  là

- A.  $S = \left\{-\frac{\pi}{12} + k2\pi; \frac{7\pi}{12} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      B.  $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{7\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
C.  $S = \left\{-\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{7\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      D.  $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{12} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 24.** Giải phương trình  $\sin 3x = \sin x$  ta được tập nghiệm của phương trình là

- A.  $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      B.  $\left\{k\pi, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2}, l \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
C.  $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      D.  $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

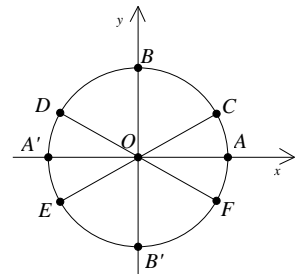
**Câu 25.** Gọi  $X$  là tập nghiệm của phương trình  $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $290^\circ \in X$ .                      B.  $220^\circ \in X$ .                      C.  $240^\circ \in X$ .                      D.  $200^\circ \in X$ .

**Câu 26.** Nghiệm của phương trình  $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$  được biểu diễn trên đường tròn

lượng giác ở hình bên là những điểm nào?

- A. Điểm  $F$ , điểm  $D$ .                      B. Điểm  $C$ , điểm  $F$ .  
C. Điểm  $C$ , điểm  $D$ , điểm  $E$ , điểm  $F$ .                      D. Điểm  $E$ , điểm  $F$ .



**Câu 27.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\sin x - m = 1$  có nghiệm.

- A.  $-2 \leq m \leq 0$ .                      B.  $m \leq 0$ .                      C.  $m \geq 1$ .                      D.  $0 \leq m \leq 1$ .

**Câu 28.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\cos x - m = 0$  vô nghiệm.

- A.  $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$                       B.  $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$   
C.  $m \in (1; +\infty)$                       D.  $m \in (-\infty; -1)$

**Câu 29.** Cho phương trình:  $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$  (\*). Bằng cách đặt  $t = \sin x$  ( $-1 \leq t \leq 1$ ) thì phương trình (\*) trở thành phương trình nào sau đây?

- A.  $-2t^2 + t = 0$ .                      B.  $t^2 + t - 2 = 0$ .                      C.  $-2t^2 + t - 2 = 0$ .                      D.  $-t^2 + t = 0$ .

**Câu 30.** Phương trình  $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$  có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây

- A.  $\cos x = 0$ .                      B.  $\cot x = 1$ .                      C.  $\tan x = 3$ .                      D.  $\begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = \frac{1}{3} \end{cases}$ .

**Câu 31.** Phương trình  $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$  tương đương với phương trình

- A.  $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 5x = 0$ .                      B.  $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x = 0$ .  
C.  $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$ .                      D.  $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$ .

**Câu 32.** Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để phương trình  $5\sin x - 12\cos x = m$  có nghiệm?

- A. 13.                      B. Vô số.                      C. 26.                      D. 27.

**Câu 33.** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để phương trình  $3\sin x + m\cos x = 5$  vô nghiệm

- A.  $m \in (-4; 4)$ .                      B.  $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ .                      C.  $m \in (-\infty; -4)$ .                      D.  $m \in (4; +\infty)$ .

**Câu 34.** Phương trình  $\sin 2x + 3\cos x = 0$  có bao nhiêu nghiệm trong khoảng  $(0; \pi)$ ?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 35.** Cho phương trình  $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ . Tổng các nghiệm thuộc  $[0; \pi]$  của phương trình là:

- A.  $\pi$ .                      B.  $\frac{\pi}{3}$ .                      C.  $\frac{2\pi}{3}$ .                      D.  $\frac{4\pi}{3}$ .

**Câu 36.** Tìm số nghiệm của phương trình  $\sin(\cos x) = 0$  trên đoạn  $x \in [0; 2\pi]$ .

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. Vô số.

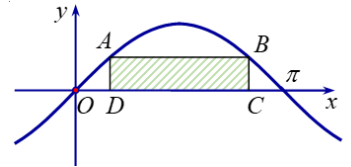
**Câu 37.** Cho phương trình:  $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ . Phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn  $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$  khi?

- A.  $m > -1$ .                      B.  $m \geq -1$ .                      C.  $-1 \leq m \leq 1$ .                      D.  $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$ .

**Câu 38.** Cho  $x_0$  là nghiệm của phương trình  $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$  thì giá trị của  $P = 3 + \sin 2x_0$  là

- A.  $P = 3$ .                      B.  $P = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
C.  $P = 0$ .                      D.  $P = 2$ .

**Câu 39.** Cho hai điểm  $A, B$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[0; \pi]$ . Các điểm  $C, D$  thuộc trục  $Ox$  thỏa mãn  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $CD = \frac{2\pi}{3}$ . Độ dài cạnh  $BC$  bằng



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 40.** Phương trình  $\frac{\sin x}{x} = \frac{1}{2}$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. Vô số nghiệm.                      B. Vô nghiệm.                      C. 3 nghiệm.                      D. 2 nghiệm.

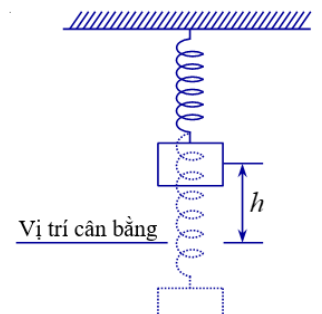
**Câu 41.** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{4 - x^2} \cdot \cos 3x = 0$  là

- A. 7.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 6.

**Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m + 1) \cos x}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ ?

- A. 6.                      B. 8.                      C. 7.                      D. 5.

**Câu 43.** Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống qua vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách  $h$  từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm  $t$  giây được tính theo công thức  $h = |d|$  trong đó  $d = 5 \sin 6t - 4 \cos 6t$  với  $d$  được tính bằng centimet. Ta quy ước rằng  $d > 0$  khi vật ở trên vị trí cân bằng,  $d < 0$  khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên, có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất?



- A. 0.                      B. 4.  
C. 1.                      D. 2.

**Câu 44.** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$ (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$ (h) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

- A.  $t = 22$ (h).                      B.  $t = 15$ (h).                      C.  $t = 14$ (h).                      D.  $t = 10$ (h).

**Câu 45.** Số nghiệm của phương trình:  $\sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x) + \cos 2x$  trên  $[-10; 30]$  là:

- A. 46.                      B. 51.                      C. 50.                      D. 44.

### III. Câu hỏi tự luận.

**Bài 1.** Tìm tập xác định của hàm số

$$\text{a) } y = \frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x} \quad \text{b) } y = \frac{\tan x + 1}{\cos x - \cos 3x} \quad \text{c) } y = \frac{\cot 2x}{1 - \sqrt{\cos 2x + 2}}$$

**Bài 2.** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của hàm số

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= 3 - 2|\sin x| & \text{b) } y &= \sin^2 x - 3\sin x \cos x + 1 \\ \text{c) } y &= \sqrt{5 - 2\cos^2 x \cdot \sin^2 x} & \text{d) } y &= 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 \\ \text{e) } y &= 2\sin^2 x - \cos 2x & \text{f) } y &= \sin^4 x + \cos^4 x \\ \text{g) } y &= \sin x + \sqrt{3}\cos x & \text{h) } y &= \frac{1}{\cos^2 x}; x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right] \end{aligned}$$

**Bài 3.** Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 2x &= \frac{-1}{2} \text{ với } x \in (0; \pi) \\ \text{b) } \cos(x + 15^\circ) + 2\cos^2 75^\circ &= 1 \text{ với } x \in [-180^\circ; 270^\circ] \\ \text{c) } \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} &= 1 \text{ với } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right) \\ \text{d) } \cos 2x - \sin 2x &= \sqrt{2}\sin 3x \text{ với } x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

**Bài 4.** Giải phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin^2 x + \cos 2x + 3\sin x + 3 &= 0 & \text{b) } 4\sin^2 x - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6} &= 0 \\ \text{c) } 2\cos x \cos 2x &= 1 + \cos 2x + \cos 3x & \text{d) } 3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 &= 2\sin x \sin 2x \\ \text{e) } 2\cos^2 x + 3\sin x - 3 &= 0 & \text{f) } \cos 2x - 3\sin x - 2 &= 0 \\ \text{g) } \tan \frac{x}{2} + 1 - 2\cot \frac{x}{2} &= 0 & \text{h) } \frac{3}{\sin^2 x} - 2\sqrt{3}\cot x - 6 &= 0 \end{aligned}$$

**Bài 5.** Giải phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{3}\sin x + \cos x &= 1 & \text{b) } 5\sin 2x + 12\cos 2x &= 13 \\ \text{c) } 3\sin 3x - \sqrt{3}\cos 9x &= 1 + 4\sin^2 3x & \text{d) } \sqrt{3}\sin 7x - \cos 7x &= 2\sin\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) \\ \text{g) } 2(\cos x + \sqrt{3}\sin x)\cos x &= \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1 & \text{h) } \sqrt{3}\cos 5x - 2\sin 3x \cdot \cos 2x - \sin x &= 0 \\ \text{i) } \sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3}\cos 3x &= 2(\cos 4x + \sin^3 x) \end{aligned}$$

**Bài 6.** Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } 2\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x &= 2 \\ \text{b) } 4\cos^2 2x + 3\sin 2x \cos 2x + \sin^2 2x &= 4 \\ \text{c) } 6\sin x \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) + \sin(2x + 4\pi) - \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\cos x &= 3 \\ \text{d) } 2\cos^3 x + \sin x - 3\sin^2 x \cos x &= 0 \\ \text{e) } \sqrt{3}\sin^2 x + (1 - \sqrt{3})\sin x \cos x - \cos^2 x + 1 - \sqrt{3} &= 0 \end{aligned}$$

**Bài 7. (\*)** Giải phương trình:

a)  $3(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x + 3 = 0$

b)  $\sin x - \cos x + 4\sin x \cos x + 1 = 0$

c)  $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$

d)  $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$

**Bài 8.** Giải phương trình:

a)  $\sin 4x + 2\cos 2x = 2\cos^2 2x + 4(\sin x + \cos x)$

b)  $\sin 2x + \cos 2x - 1 = \sqrt{3}(\cos x - \sin x)$

c)  $1 + \cos x + \sin x + \sin 2x + 2\cos 2x = 0$

d)  $\sin 2x - \cos 2x = 3\sin x + \cos x - 2$

**Bài 9. (\*)** Giải phương trình:

a)  $\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$

b)  $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x$

c)  $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$

d)  $\frac{(1 - 2\sin x) \cos x}{(1 + 2\sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$

e)  $\frac{3\sin 2x - 17\sin x - 3\cos x - 3\cos 2x + 10}{\sqrt{3} - 2\cos x} = 0$

f)  $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

**Bài 10.**

a) Cho phương trình  $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$ .

Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

b) Cho phương trình  $(2\sin x - 1) \cdot (2\cos 2x + 2\sin x + m) = 3 - 4\cos^2 x$ .

Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn  $0 \leq x \leq \pi$ .

## CHƯƠNG 2. CHỈNH HỢP – TỔ HỢP – XÁC SUẤT.

### I. Lý thuyết.

#### 1. Kiến thức:

- Biết quy tắc cộng và quy tắc nhân.
- Biết về khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp chập k của n phần tử.
- Biết công thức nhị thức Niu-tơn  $(a + b)^n$ .
- Biết được: Phép thử ngẫu nhiên; không gian mẫu; biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên; định nghĩa cổ điển, định nghĩa thống kê xác suất của biến cố.
- Các qui tắc tính xác suất.
- Biết tính chất:  $P(\emptyset) = 0; P(\Omega) = 1; 0 \leq P(A) \leq 1$ .

#### 2. Kỹ năng.

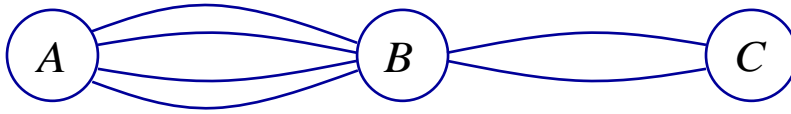
- Vận dụng được hai quy tắc đếm cơ bản trong những tình huống thông thường. Biết được khi nào sử dụng quy tắc cộng, khi nào sử dụng quy tắc nhân.
- Bước đầu phối hợp hai quy tắc này trong việc giải quyết các bài toán tổ hợp đơn giản.
- Tính được số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp chập k của n phần tử và vận dụng được vào bài toán cụ thể.
- Phân biệt được, biết được khi nào dùng tổ hợp, khi nào dùng chỉnh hợp trong các bài toán đếm.
- Biết khai triển nhị thức Niu-tơn đối với một số mũ cụ thể.
- Tìm được hệ số của  $x^k$  trong khai triển  $(ax + b)^n$  thành đa thức.



- Xác định được: phép thử ngẫu nhiên; không gian mẫu; biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên.
- Biết mô tả và biểu diễn biến cố, xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố.
- Vận dụng công thức tính xác suất cổ điển vào bài toán cụ thể.

## II. Câu hỏi trắc nghiệm.

**Câu 46.** Các thành phố  $A, B, C$  được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố  $A$  đến thành phố  $C$  mà qua thành phố  $B$  chỉ một lần?



- A. 8.                                      B. 12.                                      C. 6.                                      D. 4.

**Câu 47.** Công thức tính số tổ hợp là

- A.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .                      B.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$                       C.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$                       D.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

**Câu 48.** Cho  $k, n$  ( $k < n$ ) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $A_n^k = k!.C_n^k$ .                      B.  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .                      C.  $C_n^k = C_n^{n-k}$ .                      D.  $A_n^k = n!.C_n^k$ .

**Câu 49.** Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5?

- A.  $A_5^4$ .                                      B.  $P_5$ .                                      C.  $C_5^4$ .                                      D.  $P_4$ .

**Câu 50.** Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

- A.  $C_6^2 + C_9^4$ .                                      B.  $C_6^2 C_{13}^4$ .                                      C.  $A_6^2 A_9^4$ .                                      D.  $C_6^2 C_9^4$ .

**Câu 51.** Cho tập hợp  $M$  có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là

- A.  $A_{10}^8$ .                                      B.  $A_{10}^2$ .                                      C.  $C_{10}^2$ .                                      D.  $10^2$ .

**Câu 52.** Có bao nhiêu số có ba chữ số dạng  $\overline{abc}$  với  $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  sao cho  $a < b < c$ .

- A. 30.                                      B. 20                                      C. 120                                      D. 40.

**Câu 53.** Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 3.

- A. 72                                      B. 36                                      C. 32                                      D. 48

**Câu 54.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

- A. 160                                      B. 156                                      C. 752                                      D. 240

**Câu 55.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc

- A.  $5^5$ .                                      B.  $5!$                                       C.  $4!$                                       D.  $5$ .

**Câu 56.** Một Câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

- A. 13800                                      B. 5600                                      C. Một kết quả khác.                      D. 6900

**Câu 57.** Cho đa giác lồi  $n$  đỉnh ( $n > 3$ ). Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

- A.  $A_n^3$                                       B.  $C_n^3$                                       C.  $\frac{C_n^3}{3!}$                                       D.  $n!$

**Câu 58.** Số hoán vị của  $n$  phần tử là

- A.  $n!$                       B.  $2n$                       C.  $n^2$                       D.  $n^n$

**Câu 59.** Tìm tập nghiệm của phương trình  $C_x^2 + C_x^3 = 4x$ .

- A.  $\{0\}$ .                      B.  $\{-5;5\}$ .                      C.  $\{5\}$ .                      D.  $\{-5;0;5\}$ .

**Câu 60.** Cho số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $C_n^2 + A_n^2 = 9n$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $n$  chia hết cho 7.      B.  $n$  chia hết cho 5.      C.  $n$  chia hết cho 2      D.  $n$  chia hết cho 3.

**Câu 61.** Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ

- A.  $C_{38}^2$ .                      B.  $A_{38}^2$ .                      C.  $C_{20}^2 C_{18}^1$ .                      D.  $C_{20}^1 C_{18}^1$ .

**Câu 62.** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

- A. 4249.                      B. 4250.                      C. 5005.                      D. 805.

**Câu 63.** Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

- A. 246.                      B. 3480.                      C. 245.                      D. 3360.

**Câu 64.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5

- A. 72.                      B. 120.                      C. 54.                      D. 69.

**Câu 65.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

- A. 160.                      B. 156.                      C. 752.                      D. 240.

**Câu 66.** Xét một phép thử có không gian mẫu  $\Omega$  và  $A$  là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là sai ?

A.  $P(A) = 0$  khi và chỉ khi  $A$  là chắc chắn.

B.  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ .

C. Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ .

D.  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

**Câu 67.** Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- A.  $\frac{3}{115}$ .                      B.  $\frac{7}{920}$ .                      C.  $\frac{27}{92}$                       D.  $\frac{9}{92}$

**Câu 68.** Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B.  $\frac{7}{24}$ .                      C.  $\frac{11}{12}$ .                      D.  $\frac{7}{9}$

**Câu 69.** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

- A.  $\frac{1}{15}$ .                      B.  $\frac{7}{15}$ .                      C.  $\frac{8}{15}$                       D.  $\frac{1}{5}$

**Câu 70.** Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- A.  $\frac{4615}{5236}$ .                      B.  $\frac{4651}{5236}$ .                      C.  $\frac{4615}{5263}$ .                      D.  $\frac{4610}{5236}$ .

**Câu 71.** Thầy giáo có 10 Câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 Câu đại số và 4 Câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 Câu hỏi trong 10 Câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một Câu hình học là bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{5}{6}$ .                      B.  $\frac{1}{30}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{29}{30}$ .

**Câu 72.** Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là:

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{4}{9}$ .                      C.  $\frac{1}{9}$ .                      D.  $\frac{5}{9}$ .

**Câu 73.** Hệ số  $x^6$  trong khai triển  $(1-2x)^{10}$  thành đa thức là

- A. -13440.                      B. -210.                      C. 210.                      D. 13440.

**Câu 74.** Giả sử  $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ . Tính  $\sum_{r=0}^m a_r$

- A. 1.                      B.  $n$ .                      C.  $(n+1)!$ .                      D.  $n!$ .

**Câu 75.** Biết hệ số của  $x^2$  trong khai triển biểu thức  $(1+4x)^n$  là 3040. Số nguyên  $n$  bằng bao nhiêu?

- A. 24.                      B. 26.                      C. 20.                      D. 28.

**Câu 76.** Tổng  $C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + C_{2016}^3 + \dots + C_{2016}^{2016}$  bằng

- A.  $4^{2016}$ .                      B.  $2^{2016} + 1$ .                      C.  $4^{2016} - 1$ .                      D.  $2^{2016} - 1$ .

**Câu 77.** Số tự nhiên  $n$  thỏa  $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + \dots + n.C_n^n = 1024$  thì

- A.  $n = 7$ .                      B.  $n = 8$ .                      C.  $n = 9$ .                      D.  $n = 10$ .

**Câu 78.** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển nhị thức Newton  $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$ ,  $(x \neq 0, n \in \mathbb{N}^*)$ .

- A.  $2^7 C_{21}^7$ .                      B.  $2^8 C_{21}^8$ .                      C.  $-2^8 C_{21}^8$ .                      D.  $-2^7 C_{21}^7$ .

**Câu 79.** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$  biết  $A_n^2 - C_n^2 = 105$

- A. -3003.                      B. -5005.                      C. 5005.                      D. 3003.

**Câu 80.** Trong khai triển biểu thức  $(x+y)^{21}$ , hệ số của số hạng chứa  $x^{13}y^8$  là

- A. 116280.                      B. 293930.                      C. 203490.                      D. 1287.

**Câu 81.** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^6$  trong khai triển  $x^3(1-x)^8$

- A. -28.                      B. 70.                      C. -56.                      D. 56.

**Câu 82.** Cho  $A, B$  là hai biến cố xung khắc. Biết  $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$ . Tính  $P(A \cup B)$ .

- A.  $\frac{7}{12}$ .                      B.  $\frac{1}{12}$ .                      C.  $\frac{1}{7}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 83.** Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

- A. 0,45.                      B. 0,4.                      C. 0,48.                      D. 0,24.

**Câu 84.** Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia, xác suất trúng đích lần lượt là 0,5; 0,6 và 0,7. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng bia là:

- A. 0,29.                      B. 0,44.                      C. 0,21.                      D. 0,79.

**Câu 85.** Cho hai đường thẳng song song  $d_1; d_2$ . Trên  $d_1$  có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ. Trên  $d_2$  có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đỏ với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

- A.  $\frac{5}{32}$ .                      B.  $\frac{5}{8}$ .                      C.  $\frac{5}{9}$ .                      D.  $\frac{5}{7}$ .

**Câu 86.** Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng:

- A.  $\frac{7}{216}$ .                      B.  $\frac{2}{969}$ .                      C.  $\frac{3}{323}$ .                      D.  $\frac{4}{9}$ .

**Câu 87.** Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên.

- A.  $\frac{436}{4^{10}}$ .                      B.  $\frac{463}{4^{10}}$ .                      C.  $\frac{436}{10^4}$ .                      D.  $\frac{463}{10^4}$ .

**Câu 88.** Cho  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$ . Hệ số của  $x^{10}$  trong khai triển  $(x+2)^n$  là:

- A. 11264                      B. 22.                      C. 220.                      D. 24.

**Câu 89.** Tìm số nguyên dương  $n$  thỏa mãn  $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600$ .

- A.  $n = 5$ .                      B.  $n = 7$ .                      C.  $n = 10$ .                      D.  $n = 8$ .

**Câu 90.** Tìm hệ số của  $x^5$  trong khai triển  $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ .

- A. 3240.                      B. 3320.                      C. 80.                      D. 259200.

**Câu 91.** Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 Câu, mỗi Câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi Câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi Câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

- A.  $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$ .                      B.  $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$ .                      C.  $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$ .                      D.  $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} C_{50}^{20}$ .

**Câu 92.** Cho một đa giác đều gồm  $2n$  đỉnh ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số  $2n$  đỉnh của đa giác, xác suất để ba đỉnh tạo thành một tam giác vuông là  $\frac{1}{5}$ . Tìm  $n$ ?

- A.  $n = 5$ .                      B.  $n = 4$ .                      C.  $n = 10$ .                      D.  $n = 8$ .

**Câu 93.** Từ 1 nhóm học sinh của lớp 10A gồm 5 bạn học giỏi môn Toán, 4 bạn học giỏi môn Lý, 3 bạn học giỏi môn Hóa, 2 bạn học giỏi môn Văn (mỗi học sinh chỉ học giỏi đúng 1 môn). Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để tham gia thi hành trình tri thức. Tính xác suất để chọn được 4 học sinh sao cho có ít nhất 1 bạn học giỏi Toán và ít nhất 1 bạn học giỏi Văn.

A.  $P = \frac{395}{1001}$ .

B.  $P = \frac{415}{1001}$ .

C.  $P = \frac{621}{1001}$ .

D.  $P = \frac{1001}{415}$ .

**Câu 94.** Kết quả  $(b;c)$  của việc gieo một con xúc xắc cần đối đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó  $b$  là số chấm xuất hiện ở lần thứ nhất và  $c$  là số chấm xuất hiện ở lần thứ hai được thay vào phương trình bậc hai  $x^2 + bx + c = 0$ . Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm.

A.  $\frac{7}{12}$ .

B.  $\frac{23}{36}$ .

C.  $\frac{17}{36}$ .

D.  $\frac{5}{36}$ .

**Câu 95.** Cho tập  $A$  gồm 20 phân tử. Có bao nhiêu tập con của  $A$  khác rỗng gồm hai phần tử là số chẵn.

A.  $2^{19} - 1$ .

B.  $2^{20} - 1$ .

C.  $2^{20}$ .

D.  $2^{19}$ .

### III. Câu hỏi tự luận.

**Bài 11.** Cho 6 chữ số 1,2,3,4,5,6. Hỏi có bao nhiêu cách viết các số:

- |  |  |
|--|--|
| a) Có 6 chữ số.                              | b) Có 6 chữ số đôi một khác nhau               |
| c) Là số lẻ và có 6 chữ số khác nhau.        | d) Là số chẵn và có 4 chữ số khác nhau         |
| e) có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5. | f) Là số lớn hơn 3000 và có 4 chữ số khác nhau |
| g) có 3 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 243.     | h) có 3 chữ số khác nhau và không nhỏ hơn 243  |

**Bài 12.** Cho 6 chữ số 0,1,2,3,4,5. Hỏi có bao nhiêu cách viết các số

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| a) Có 4 chữ số khác nhau                                       | b) Là số chẵn có 4 chữ số khác nhau |
| c) Là số lớn hơn 2000 và nhỏ hơn 4000 và có 4 chữ số khác nhau |                                     |

**Bài 13.** Có bao nhiêu cách xếp 2 thầy giáo và 6 học sinh sao cho 2 thầy không đứng cạnh nhau và:

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) Xếp thành hàng ngang để chụp ảnh | b) Xếp quanh một bàn tròn để ăn liên hoan. |
|-------------------------------------|--|

**Bài 14.** Một tổ có 12 nữ và 10 nam. Có bao nhiêu cách lập đoàn:

- |  |   |
|--|---|
| a) Có 5 người.                             | b) Có 5 người gồm 3 nam và 2 nữ.                |
| c) Có 5 người trong đó có ít nhất 1 nữ.    | d) Có 5 người trong đó có ít nhất 3 nam.        |
| e) Có 5 người trong đó có nhiều nhất 4 nam | f) Có 5 người có ít nhất 1 nam và ít nhất 1 nữ. |
| g) Có 5 người và số nam ít hơn số nữ.      |   |

**Bài 15.** Viết khai triển các nhị thức sau:

a)  $(2x + 3y)^5$

b)  $\left(\frac{1}{2x} - x\right)^8$

**Bài 16.** Xét nhị thức  $(1+x)^{11}$

- |  |  |
|--|--|
| a) Viết khai triển của nhị thức.       | b) Viết số hạng tổng quát của khai triển trên. |
| c) Tìm số hạng thứ 5 trong khai triển. | d) Tìm 2 số hạng chính giữa của khai triển     |
| f) Tìm hệ số của số hạng chứa $x^9$ .  | g) Tìm tổng các hệ số của các số hạng          |

**Bài 17.** Xét nhị thức  $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{16}$

- |   |  |
|---|--|
| a) Viết khai triển của nhị thức.          | b) Viết số hạng tổng quát của khai triển trên. |
| c) Tìm số hạng không phụ thuộc $x$ .      | d) Tìm hệ số của số hạng chứa $x^8$            |
| e) Tìm số hạng chính giữa của khai triển. | f) Tìm số hạng chứa $x^{12}$ của khai triển    |
| g) Tìm tổng các hệ số của các số hạng     |  |

**Bài 18.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức:

a)  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{12}$

b)  $\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^n$  biết  $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$

**Bài 19.** Xác định n trong khai triển  $(x+2)^n$  để số hạng thứ 11 là số hạng có hệ số lớn nhất.

**Bài 20.** Tìm hệ số lớn nhất của khai triển  $(x+y)^n$  biết rằng tổng các hệ số bằng 4096.

**Bài 21.** Chứng minh đẳng thức:

a.  $1 + 4C_n^1 + 4^2 C_n^2 + \dots + 4^n C_n^n = 5^n$

b.  $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$

c.  $C_n^0 - 2 C_n^1 + 2^2 C_n^2 - \dots + (-1)^n 2^n C_n^n = (-1)^n$

d.  $3^n (C_n^0 - \frac{1}{3} C_n^1 + \frac{1}{3^2} C_n^2 - \dots + (-1)^n \frac{1}{3^n} C_n^n) = 2^n$

e.  $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$

f.  $C_n^k + 4C_n^{k-1} + 6C_n^{k-2} + 4C_n^{k-3} + C_n^{k-4} = C_{n+4}^k$

g.  $2C_n^k + 5C_n^{k+1} + 4C_n^{k+2} + C_n^{k+3} = C_{n+2}^{k+2} + C_{n+3}^{k+3}$

**Bài 22.** Tính tổng.

a.  $S = 2^{2n} C_{2n}^0 + 2^{2n-2} C_{2n}^2 + 2^{2n-4} C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$

b.  $S = 2^{2n-1} C_{2n}^1 + 2^{2n-3} C_{2n}^3 + 2^{2n-5} C_{2n}^5 + \dots + 2C_{2n}^{2n-1}$

**Bài 23.** Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất của biến cố sau:

- a) A "Tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo bằng 8".
- b) B "Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chẵn".
- c) C "Tổng số chấm trong hai lần gieo là 1 số chia hết cho 9"
- d) D "Số chấm trong hai lần gieo là giống nhau"
- e) E "Trong hai lần gieo cả hai lần đều xuất hiện số nguyên tố"
- f) G "Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 6 chấm"
- g) H " Ít nhất 1 lần gieo xuất hiện mặt 6 chấm"
- h) I "Không lần nào xuất hiện mặt 6 chấm"

**Bài 24.** Gieo đồng thời bốn đồng xu cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:

- a) Bốn đồng xu đều ngửa. b) Có đúng 3 đồng xu lật ngửa. c) Có ít nhất 2 đồng xu lật ngửa.

**Bài 25.** Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra ba viên bi. Tính xác suất để:

- a) Ba viên lấy ra màu đỏ. b) Ba viên lấy ra cùng màu.
- c) Ba viên lấy ra không có quá hai màu. d) Ba viên lấy ra có ít nhất hai viên màu xanh.

**Bài 26.** Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này không thuộc quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy? (D-2006)

**Bài 27.** Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ.

**Bài 28.** Trong một môn học, thầy giáo có 30 Bài hỏi khác nhau gồm 5 Bài hỏi khó, 10 Bài hỏi trung bình, 15 Bài hỏi dễ. Từ 30 Bài hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra gồm 5 Bài hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại Bài hỏi (khó, trung bình, dễ) và số Bài hỏi dễ không ít hơn 2.

## PHẦN II. HÌNH HỌC

### Chương 1. PHÉP BIẾN HÌNH – PHÉP DỜI HÌNH – PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG.

#### I. Lý thuyết.

##### 1. Kiến thức.

- Biết được định nghĩa phép biến hình, phép dời hình, phép đồng dạng và một số tính chất.
- Biết được định nghĩa và các tính chất của các phép dời hình: Phép tịnh tiến, phép đối xứng trục và phép quay.
- Biết được biểu thức tọa độ của một số phép dời hình: Phép tịnh tiến, phép đối xứng trục và phép quay.
- Biết được định nghĩa và tính chất của phép đồng dạng: Phép vị tự.
- Biết biểu thức tọa độ của phép vị tự trong trường hợp cơ bản.
- Biết khái niệm hai hình bằng nhau, hai hình đồng dạng.

##### 2. Kỹ năng.

- Vẽ được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác, một đường tròn qua phép dời hình: Phép tịnh tiến, phép đối xứng trục và phép quay.
- Xác định được tọa độ ảnh của điểm, phương trình ảnh của đường thẳng, đường tròn qua phép dời hình: Phép tịnh tiến, phép đối xứng trục và phép quay.
- Biết áp dụng các phép dời hình, phép đồng dạng đã học để giải quyết một số bài toán.

#### II. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Phép tịnh tiến theo vecto  $\vec{v}$  biến  $M$  thành  $M'$  thì  $\vec{v} = \overrightarrow{M'M}$

B. Phép tịnh tiến là phép đồng nhất khi vecto tịnh tiến là  $\vec{0}$

C. Phép tịnh tiến theo vecto  $\vec{v}$  biến  $M$  thành  $M'$  và  $N$  thành  $N'$  thì tứ giác  $MNM'N'$  là hình bình hành

D. Phép tịnh tiến theo vecto  $\vec{v}$  biến đường tròn  $(O; R)$  thành đường tròn  $(O; R)$

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ , Gọi  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Mệnh đề nào sau đây là sai.

A.  $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}(F) = E$

B.  $T_{\overrightarrow{DE}}(B) = F$

C.  $T_{2\overrightarrow{DG}}(A) = G$

D.  $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}}(D) = G$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo  $\vec{v}(1;2)$  biến điểm  $M(-1;4)$  thành điểm  $M'$  có tọa độ là:

A.  $M'(0;6)$

B.  $M'(6;0)$

C.  $M'(0;0)$

D.  $M'(6;6)$

**Câu 4.** Mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto  $\vec{v}(2;-3)$  biến đường thẳng  $d: 2x + 3y - 1 = 0$  thành đường thẳng  $d'$  có phương trình

A.  $3x + 2y - 1 = 0$

B.  $2x + 3y + 4 = 0$

C.  $3x + 2y + 1 = 0$

D.  $2x + 3y + 1 = 0$

**Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto  $\vec{v}(3;-2)$  biến đường tròn có phương trình  $(C): x^2 + (y-1)^2 = 1$  thành đường tròn  $(C')$  có phương trình:

A.  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 1$

B.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 1$

C.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$

D.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$

**Câu 6.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $I$ . Gọi  $E, F, G, H$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $DA, AB, BC, CD$ . Phép đối xứng trục  $AC$  biến:

- A.  $\Delta IED$  thành  $\Delta IGC$       B.  $\Delta IFB$  thành  $\Delta IGB$       C.  $\Delta IBG$  thành  $\Delta IDH$       D.  $\Delta IGC$  thành  $\Delta IFA$

**Câu 7.** Trong mặt phẳng cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến  $a$  thành  $b$ .

- A. Một      B. Hai      C. Ba      D. Bốn

**Câu 8.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Tam giác đều có vô số trục đối xứng  
B. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là đường tròn  
C. Hình gồm hai đường thẳng vuông góc có vô số trục đối xứng  
D. Hình tròn có vô số trục đối xứng

**Câu 9.** Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến một hình chữ nhật thành chính nó?

- A. Không có      B. Một      C. Hai      D. Vô số

**Câu 10.** Cho hai điểm  $A, B$  cùng phía với đường thẳng  $d$ . Gọi  $A', B'$  lần lượt là hình chiếu của  $A, B$  trên đường thẳng  $d$ . Tìm vị trí điểm  $C$  trên  $d$  để chu vi tam giác  $ABC$  nhỏ nhất.

- A.  $C$  trùng với  $A'$       B.  $C$  trùng với  $B'$   
C.  $C$  là trung điểm của  $A'B'$       D. Vị trí khác

**Câu 11.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $AD$ . Phép đối xứng tâm  $O$  biến.

- A.  $\overline{DF}$  thành  $\overline{EB}$       B.  $\overline{EC}$  thành  $\overline{AF}$       C.  $\overline{BO}$  thành  $\overline{OD}$       D.  $\overline{BE}$  thành  $\overline{DF}$

**Câu 12.** Hình nào dưới đây vừa có tâm đối xứng vừa có trục đối xứng?

- A. Hình bình hành      B. Hình chữ nhật      C. Hình tam giác đều      D. Hình tam giác cân

**Câu 13.** trong mặt phẳng  $Oxy$  cho điểm  $I(2; -5)$ . Phép đối xứng tâm  $I$  biến  $M(x; y)$  thành  $M'(3; 7)$ . Tọa độ của  $M$  là:

- A.  $M\left(\frac{5}{2}; 1\right)$       B.  $M(7; -3)$       C.  $M(-1; -12)$       D.  $M(1; -17)$

**Câu 14.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho đường thẳng  $d$  có phương trình  $2x - 6y + 5 = 0$  đi qua điểm  $I(2; -4)$ . Phép đối xứng tâm  $I$  biến  $d$  thành  $d'$  có phương trình:

- A.  $2x - 6y - 5 = 0$       B.  $2x - 6y - 61 = 0$       C.  $6x - 2y + 5 = 0$       D.  $6x - 2y + 61 = 0$

**Câu 15.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$  và đường tròn  $(C')$  có phương trình  $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$ . Phép đối xứng tâm  $K$  biến  $(C)$  thành  $(C')$ . tọa độ của  $K$  là:

- A.  $K(2; -4)$       B.  $K(3; -3)$       C.  $K\left(-\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$       D.  $K\left(\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right)$

**Câu 16.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho đường thẳng  $d$  có phương trình  $x - 2y + 20 = 0$ ; đường thẳng  $d'$  có phương trình  $x - 2y - 8 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  sao cho phép đối xứng tâm  $I$  biến  $d$  thành  $d'$  đồng thời biến trục  $Oy$  thành chính nó.

- A.  $I(-2; 0)$       B.  $I(8; 0)$       C.  $I(0; 3)$       D.  $I(0; -3)$



**Câu 17.** Cho một tam giác  $ABC$  tâm  $O$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA, AB$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $Q_{(O;120^\circ)}(\Delta ODC) = \Delta OFA$

B.  $Q_{(O;120^\circ)}(\Delta AOF) = \Delta BOD$

C.  $Q_{(O;120^\circ)}(\Delta AOB) = \Delta AOC$

D.  $Q_{(O;60^\circ)}(\Delta OFE) = \Delta ODE$

**Câu 18.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$

a) Phép biến hình nào sau đây biến  $\overline{BE}$  thành  $\overline{CF}$

A.  $Q_{(A;45^\circ)}$

B.  $Q_{(O;-90^\circ)}$

C.  $Q_{(A;90^\circ)}$

D.  $Q_{(O;90^\circ)}$

b) Phép biến hình nào sau đây biến  $\overline{BE}$  thành  $\overline{DF}$

A.  $Q_{(O;45^\circ)}$

B.  $Q_{(O;90^\circ)}$

C.  $Q_{(A;-90^\circ)}$

D.  $Q_{(C;90^\circ)}$

**Câu 19.** Cho hình thoi  $ABCD$  có góc  $A$  bằng  $60^\circ$ .

a) Phép biến hình nào sau đây biến  $AB$  thành  $BC$ ?

A.  $D_O$

B.  $T_{2\overline{OC}}$

C.  $Q_{(D;60^\circ)}$

D.  $Q_{(B;120^\circ)}$

b) Phép biến hình nào sau đây không biến  $A$  thành  $C$ ?

A.  $D_{BD}$

B.  $T_{2\overline{OC}}$

C.  $Q_{(D;60^\circ)}$

D.  $Q_{(B;120^\circ)}$

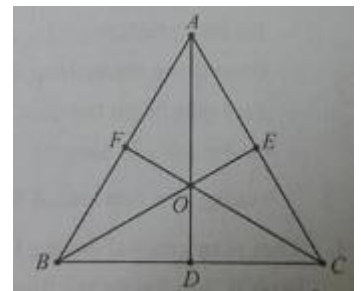
**Câu 20.** Cho tam giác đều  $ABC$  như hình vẽ. tam giác  $OBF$  biến thành tam giác  $ODC$  qua phép biến hình nào sau đây?

A. Phép đối xứng tâm  $O$

B. Liên tiếp phép đối xứng trục  $AD$  và phép đối xứng trục  $CF$

C. Liên tiếp phép đối xứng tâm  $O$  và phép đối xứng trục  $OC$

D. Phép quay tâm  $A$  góc quay  $60^\circ$



**Câu 21.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AD // BC$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo hình thang. Phép vị tự tâm  $A$  biến  $C$  thành  $O$  có tỉ số vị tự là:

A.  $k = \frac{3}{2}$

B.  $k = \frac{2}{3}$

C.  $k = 2$

D.  $k = 3$

**Câu 22.** Có bao nhiêu phép vị tự biến một đường tròn thành chính nó?

A. Không có phép vị tự nào

B. Có một phép vị tự duy nhất

C. Có hai phép vị tự

D. Có vô số phép vị tự

**Câu 23.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  phép vị tự tâm  $H(1;2)$  tỉ số  $k = -3$  điểm  $M(4;7)$  biến thành điểm  $M'$  có tọa độ

A.  $M'(-13;-8)$

B.  $M'(8;13)$

C.  $M'(-8;-13)$

D.  $M'(-8;13)$

**Câu 24.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho đường thẳng  $d$  có phương trình:  $3x + y + 6 = 0$ . Qua phép vị tự tâm  $O(0;0)$  tỉ số  $k = 2$ , đường thẳng  $d$  biến thành đường thẳng  $d'$  có phương trình.

A.  $-3x + y - 6 = 0$

B.  $-3x + y + 12 = 0$

C.  $3x + y + 12 = 0$

D.  $3x + y + 18 = 0$

**Câu 25.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ . Qua phép vị tự tâm  $H(1;3)$  tỉ số  $k = -2$ , đường tròn  $(C)$  biến thành đường tròn  $(C')$  có phương trình.

A.  $x^2 + y^2 + 2x - 30y + 160 = 0$

B.  $x^2 + y^2 - 2x - 30y + 162 = 0$

C.  $x^2 + y^2 + 2x - 30y + 162 = 0$

D.  $x^2 + y^2 - 2x - 30y + 160 = 0$

## CHƯƠNG II. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG.

### I. Lý thuyết.

#### 1. Kiến thức.

- Biết cách xác định mặt phẳng trong không gian.
- Biết khái niệm về hình chóp, hình lăng trụ, hình chóp cụt trong không gian.
- Biết khái niệm và các tính chất về đường thẳng song song với đường thẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng và hai mặt phẳng song song.
- Biết cách chứng minh đường thẳng song song song với đường thẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng và hai mặt phẳng song song.
- Biết cách xác định thiết diện của hình chóp, hình lăng trụ cắt bởi mặt phẳng.

#### 2. Kỹ năng.

- Thành thạo xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.
- Biết chứng minh đường thẳng song song song với đường thẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng và hai mặt phẳng song song.
- Biết tìm thiết diện của hình chóp, hình lăng trụ cắt bởi một mặt phẳng và bước đầu biết nhận dạng thiết diện và giải quyết một số bài toán về thiết diện.
- Biết áp dụng một số tính chất đường thẳng song song song với đường thẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng và hai mặt phẳng song song để giải quyết một số bài toán.

### II. Bài tập trắc nghiệm.

#### 1) Đại cương đường thẳng và mặt phẳng

**Câu 26.** Yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm  
B. Một điểm và một đường thẳng  
C. Hai đường thẳng cắt nhau  
D. Bốn điểm

**Câu 27.** Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

- A.2                                      B. 3                                      C.4                                      D.6.

**Câu 28.** Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.  
B. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.  
C. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.  
D. Nếu ba điểm phân biệt  $M, N, P$  cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

**Câu 29.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên  $AB, AD$  lần lượt lấy các điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $MN$  cắt  $BD$  tại  $I$ . Điểm  $I$  không thuộc mặt phẳng nào sau đây ?

- A.  $(BCD)$                                       B.  $(ABD)$                                       C.  $(CMN)$                                       D.  $(ACD)$ .

**Câu 30.** Cho tứ diện  $ABCD, G$  là trọng tâm của  $\triangle BCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là

- A.  $AM$  ( $M$  là trung điểm  $AB$ )                                      B.  $AN$  ( $N$  là trung điểm của  $CD$ )  
C.  $AH$  ( $H$  là hình chiếu của  $B$  trên  $CD$ )                                      D.  $AK$  ( $K$  là hình chiếu của  $C$  trên  $BD$ )

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ ,  $J$  là điểm trên cạnh  $SC$  và  $J$  không trùng với trung điểm  $SC$ . Giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AIJ)$  là

- A.  $AK$  ( $K$  là giao điểm của  $IJ$  và  $BC$ )                                      B.  $AH$  ( $H$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AB$ )  
C.  $AG$  ( $G$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AD$ )                                      D.  $AF$  ( $F$  là giao điểm của  $IJ$  và  $CD$ )

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ ,  $AC \cap BD = M$ ,  $AB \cap CD = N$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$

và  $(SBD)$  là đường thẳng

- A.  $SN$                       B.  $SC$                       C.  $SB$                       D.  $SM$

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Điểm  $C'$  nằm trên cạnh  $SC$ . Thiết diện của hình chóp với mp  $(ABC')$  là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

- A.3                      B. 4                      C.5                      D.6

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AD, SC$ . Thiết diện của hình chóp với mp  $(MNP)$  là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

- A.3                      B. 4                      C.5                      D.6

**Câu 35.** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $O$  là một điểm bên trong tam giác  $BCD$ .  $M$  là một điểm trên  $AO$ .  $I, J$  là hai điểm trên  $BC, BD$ .  $IJ$  cắt  $CD$  tại  $K$ ,  $BO$  cắt  $IJ$  tại  $E$  và cắt  $CD$  tại  $H$ ,  $ME$  cắt  $AH$  tại  $F$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MIJ)$  và  $(ACD)$  là

- A.  $KM$                       B.  $AK$                       C.  $MF$                       D.  $KF$

## 2) Hai đường thẳng chéo nhau, hai đường thẳng song song.

**Câu 36.** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận  $a$  và  $b$  chéo nhau ?

- A.  $a$  và  $b$  không có điểm chung  
B.  $a$  và  $b$  là hai cạnh của một tứ diện  
C.  $a$  và  $b$  nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.  
D.  $a$  và  $b$  không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào

**Câu 37.** Cho đường thẳng  $a$  nằm trên mp  $(P)$ , đường thẳng  $b$  cắt  $(P)$  tại  $O$  và  $O$  không thuộc  $a$ .

Vị trí tương đối của  $a$  và  $b$  là

- A. chéo nhau.                      B. cắt nhau.                      C. song song.                      D. trùng nhau.

**Câu 38.** Hãy chọn câu khẳng định đúng.

- A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.  
B. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.  
C. Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau thì có hai đường thẳng  $p$  và  $q$  song song với nhau mà mỗi đường đều cắt cả  $a$  và  $b$ .  
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $A'B'C'D'$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Trong các đường thẳng nào sau đây đường thẳng nào không song song với  $A'B'$  ?

- A.  $AB$ .                      B.  $CD$ .                      C.  $C'D'$                       D.  $SC$ .

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang,  $AD // BC$ ,  $AD = 2BC$ .  $M$  là trung điểm  $SA$ .  $Mp(MBC)$  cắt hình chóp theo thiết diện là

- A. Tam giác  $MBC$ .                      B. Hình bình hành.                      C. Hình thang vuông.                      D. Hình chữ nhật.

**Câu 41.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $BC$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SMN)$  và  $(SAC)$  là

- A.  $SD$ .                      B.  $SO$  ( $O$  là tâm hình bình hành  $ABCD$ ).  
C.  $SG$  ( $G$  là trung điểm  $AB$ ).                      D.  $SF$  ( $F$  là trung điểm  $CD$ ).

**Câu 42.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây sai ?

A.  $IJCD$  là hình thang.

B.  $(SAB) \cap (IBC) = IB$ .

C.  $(SBD) \cap (JCD) = JD$ .

D.  $(IAC) \cap (JBD) = AO$  ( $O$  là tâm  $ABCD$ )

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Mặt phẳng  $(P)$  cắt  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Điểm  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ , điểm  $I$  là giao điểm của  $MP$  và  $NQ$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $S, I, O$  thẳng hàng.

B.  $MP, NQ, SO$  đồng quy.

C.  $(MNP) \cap SD = Q$ .

D.  $(MNP) \cap (SBD) = ND$ .

**Câu 44.** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M, N$  và  $P$  lần lượt là trung điểm  $AB, AC, CD$ .  $mp(\alpha)$  qua  $MN$  và  $P$  cắt tứ diện  $ABCD$  theo thiết diện là đa giác  $(T)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $(T)$  là hình chữ nhật.

B.  $(T)$  là tam giác.

C.  $(T)$  là hình bình hành.

D.  $(T)$  là hình thang.

**Câu 45.** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $I$  và  $J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng

A. Qua  $I$  và song song với  $AB$ .

B. Qua  $J$  và song song với  $BD$ .

C. Qua  $G$  và song song với  $CD$ .

D. Qua  $G$  và song song với  $BC$ .

### 3) Đường thẳng song song với mặt phẳng

**Câu 46.** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng song song với  $mp(P)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a // b$ .

B.  $a$  và  $b$  cắt nhau.

C.  $a$  và  $b$  chéo nhau.

D. Chưa đủ điều kiện để kết luận vị trí tương đối của  $a$  và  $b$ .

**Câu 47.** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

**Câu 48.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $MN // (ABCD)$ .

B.  $MN // (SAB)$

C.  $MN // (SCD)$ .

D.  $MN // (SBC)$ .

**Câu 49.** Cho tứ diện  $ABCD$  với  $M, N$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABD, BCD$ . Xét các khẳng định sau

(I).  $MN // (ABC)$  (II).  $MN // (BCD)$  (III).  $MN // (ACD)$  (IV).  $MN // (ABD)$

Các mệnh đề nào đúng?

A. I, III.

B. II, III.

C. III, IV.

D. I, IV.

**Câu 50.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $mp(P)$  qua  $BD$  và song song với  $SA$ ,  $mp(P)$  cắt  $SC$  tại  $K$ . Chọn khẳng định đúng

A.  $SK = 2KC$ .

B.  $SK = 3KC$ .

C.  $SK = KC$ .

D.  $2SK = 3KC$ .

**Câu 51.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ .  $M$  là trung điểm của  $OC$ ,  $mp(P)$  qua  $M$  song song với  $SA$  và  $BD$ . Thiết diện của hình chóp với  $mp(P)$  là

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình ngũ giác.

**Câu 52.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD$ .  $mp(P)$  qua trung điểm của  $AC$  và song song với  $AB, CD$

cắt  $ABCD$  theo thiết diện là

A. Hình tam giác.

B. Hình vuông.

C. Hình thoi.

D. Hình chữ nhật.

**Câu 53.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang đáy lớn là  $AB$ . Điểm  $M$  là trung điểm  $CD$ .  $mp(P)$  qua  $M$  và song song với  $BC$  và  $SA$ ,  $mp(P)$  cắt  $AB$  tại  $N$  và cắt  $SB$  tại  $P$ . Nói gì về thiết diện của  $mp(P)$  và  $S.ABCD$ ?

A. Là một hình bình hành.

B. Là một hình thang có đáy lớn là  $MN$ .

C. Là tam giác  $MNP$ .

D. Là một hình thang có đáy nhỏ là  $NP$ .

**Câu 54.** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm ở trên đoạn  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .

B.  $A, J, M$  thẳng hàng.

C.  $J$  là trung điểm của  $AM$ .

D.  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$ .

**Câu 55.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$ ,  $(AD \parallel BC)$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $M$  là trung điểm  $SC$ .  $DM$  cắt  $(SAB)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $S, I, J$  thẳng hàng.

B.  $DM$  nằm trong  $(SCI)$ .

C.  $JM$  nằm trong  $(SAB)$ .

D.  $SI = (SAB) \cap (SCD)$ .

#### 4) Hai mặt phẳng song song

**Câu 56.** Cho bốn mệnh đề sau:

(1) Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $\alpha$  đều song song với  $(\beta)$ .

(2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.

(3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(4) Có thể tìm được hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 57.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(I). Nếu  $a \subset mp(P)$  và  $mp(P) \parallel mp(Q)$  thì  $a \parallel mp(Q)$ .

(II). Nếu  $a \subset mp(P)$ ,  $b \subset mp(Q)$  và  $mp(P) \parallel mp(Q)$  thì  $a \parallel b$ .

(III) Nếu  $a \parallel mp(P)$ ,  $a \parallel mp(Q)$  và  $mp(P) \cap mp(Q) = c$  thì  $c \parallel a$ .

A. Chỉ (I).

B. (I) và (III).

C. (I) và (II).

D. Cả (I), (II) và (III).

**Câu 58.** Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây?

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$  thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng  $(P)$  đều song song với mặt phẳng  $(Q)$ .

D. Nếu mặt phẳng  $(P)$  có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng  $(Q)$  thì mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$ .

**Câu 59.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $(ABB'A') // (CDD'C')$ . B.  $(BDA') // (D'B'C)$ .  
C.  $(BA'D') // (ADC)$ . D.  $(ACD') // (A'C'B)$ .

**Câu 60.** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  có tâm lần lượt là  $O$  và  $O'$ , không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ , xét các khẳng định sau:

$(I):(ADF)//(BCE);(II):(MOO')//(ADF);(III):(MOO')//(BCE);(IV):(ACE)//(BDF)$

Những khẳng định nào đúng?

- A.  $(I)$ . B.  $(I),(II)$ . C.  $(I),(II),(III)$ . D.  $(I),(II),(III),(IV)$ .

**Câu 61.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của  $SA, SD$  và  $AB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(NOM)$  cắt  $(OPM)$ . B.  $(MON) // (SBC)$ .  
C.  $(PON) \cap (MNP) = NP$ . D.  $(NMP) // (SBD)$ .

**Câu 62.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Qua  $A, B, C, D$  lần lượt vẽ các nửa đường thẳng  $Ax, By, Cz, Dt$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(ABCD)$ , song song với nhau và không nằm trong  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(P)$  cắt  $Ax, By, Cz, Dt$  tương ứng tại  $A', B', C', D'$  sao cho  $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$ . Tính  $DD'$ .

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 12.

**Câu 63.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang đáy  $AD$  và  $BC$ . Gọi  $M$  là trọng tâm tam giác  $SAD$ ,  $N$  là điểm thuộc đoạn  $AC$  sao cho  $NA = \frac{NC}{2}$ ,  $P$  là điểm thuộc đoạn  $CD$  sao cho

$PD = \frac{PC}{2}$ . Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(MNP)$  là một đường thẳng song song với  $BC$ .  
B.  $MN$  cắt  $(SBC)$ .  
C.  $(MNP) // (SAD)$ .  
D.  $MN // (SBC)$  và  $(MNP) // (SBC)$

**Câu 64.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABC, ACC', A'B'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng  $(IJK)$ ?

- A.  $(AA'C)$ . B.  $(A'BC')$ . C.  $(ABC)$ . D.  $(BB'C')$ .

**Câu 65.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Lấy điểm  $M$  trên  $AB$  với  $AB = 4AM$ , điểm  $N$  trên  $DD'$  với  $ND = 3ND'$  và điểm  $P$  trên  $B'C'$  với  $B'C' = 4B'P$ . Các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A.  $(MNP)$  song song với  $(AB'D')$ . B.  $(MNP)$  song song với  $(AC'D')$   
C.  $MN$  song song với  $AP$ . D. Cả ba câu trên đều sai.

### III. Bài tập tự luận.

#### 1) Đại cương đường thẳng và mặt phẳng

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SC$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $M, N$  và  $B$ .

1. Tìm giao tuyến của  $(P)$  với các mặt phẳng  $(SAB), (SBC)$ .

2. Tìm giao điểm  $I$  của đường thẳng  $SO$  với mp  $(P)$  và giao điểm  $K$  của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(P)$ .
3. Xác định giao tuyến của  $(P)$  với các mặt phẳng  $(SAD)$  và mặt phẳng  $(SCD)$ .
4. Xác định các giao điểm  $E, F$  của các đường thẳng  $DA, DC$  với mặt phẳng  $(P)$  và chứng tỏ 3 điểm  $E, B, F$  thẳng hàng.
5. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  và  $M$  là điểm tùy ý trong tam giác  $SCD$ . Biết  $AB$  không song song với  $CD$ .

1. Xác định:
  - a)  $(SBM) \cap (SAC) = ?$
  - b)  $MB \cap (SAC) = ?$
2. Tìm thiết diện của mặt phẳng  $(MAB)$  với hình chóp  $S.ABCD$ .
3. Chứng minh  $AB, CD, \Delta$  đồng quy trong đó  $\Delta$  là giao tuyến của  $(MAB)$  và  $(SCD)$ .

### 2) Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song

**Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  tương ứng là trung điểm của  $BC$  và  $AC$ .  $M$  là điểm tùy ý trên cạnh  $AD$ .

1. Tìm giao tuyến  $d$  của hai mặt phẳng  $(MIJ)$  và  $(ABD)$ .
2. Gọi  $N$  là giao điểm của  $BD$  và giao tuyến  $d$ ;  $K$  là giao điểm của  $IN$  và  $JM$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABK)$  và  $(MIJ)$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $SA = SB = a$ ,  $SC = SD = a\sqrt{3}$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB$ ;  $M$  là một điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM = x (0 < x < a)$

1. Xác định thiết diện của hình chóp và mặt phẳng  $(MEF)$ . Thiết diện là hình gì?
2. Tính diện tích thiết diện theo  $a$  và  $x$ .

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tứ diện.

1. Chứng minh rằng  $AG$  đi qua trọng tâm của tam giác  $BCD$ .
2. Gọi  $I, J, K, Q$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC, ACD, BCD, ABD$ .
  - a) CMR:  $IJ // BD$
  - b) CMR:  $AK, BJ, CQ, DI$  đồng quy

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  và một điểm  $M$  nằm trong tam giác  $ABC$ . Các đường thẳng qua  $M$  lần lượt song song với các đường thẳng  $SA, SB, SC$  cắt các mặt  $(SBC), (SCA), (SAB)$  tại  $A', B', C'$ .

1. Gọi  $N$  là giao điểm của  $SA'$  với  $BC$ . CMR điểm  $A, M, N$  thẳng hàng và từ đó suy ra cách dựng điểm  $A'$ .

2. CMR:  $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = 1$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, tâm  $O$ . Gọi  $M, N, E, F$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SAB, SBC, SCD, SAD$ . Chứng minh rằng :

1. Bốn điểm  $M, N, E, F$  đồng phẳng.
2. Tứ giác  $MNEF$  là hình thoi.
3. Ba đường  $ME, NF, SO$  đồng quy.

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $BC, BD$ ;  $E$  là một điểm thuộc cạnh  $AD$ , không trùng với  $A, D$ .

1. Xác định thiết diện của tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng ( $IJE$ )
2. Tìm vị trí của  $E$  trên  $AD$  sao cho thiết diện là hình bình hành.
3. Tìm điều kiện của tứ diện  $ABCD$  và vị trí của  $E$  trên  $AD$  sao cho thiết diện là hình thoi.

**Câu 9.** Cho  $\Delta ABC$  nằm trong  $(\alpha)$ . Gọi  $Bx, Cy$  là hai nửa đường thẳng song song và nằm về cùng một phía đối với  $(\alpha)$ .  $M, N$  là hai điểm di động trên  $Bx, Cy$  sao cho  $CN = 2BM$

1. C/m đường thẳng  $MN$  luôn đi qua một điểm  $I$  cố định khi  $M, N$  di động.

2. Cho  $E$  thuộc đoạn  $AM$  sao cho  $EA = 3EM, IE$  cắt  $AN$  tại  $F, Q$  là giao điểm của  $BE$  và  $CF$ . Chứng minh:  $AQ // Bx // Cy$  và  $(QMN)$  chứa một đường thẳng cố định khi  $M, N$  di động.

### 3) Đường thẳng song song với mặt phẳng

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang, đáy lớn  $AB = 2CD$ . Gọi  $M, N, E$  là trung điểm  $SB, SC, AB$ .

a) Chứng minh:  $MN // (SDE)$ .

b) Xác định giao tuyến  $d$  của  $(AMN)$  và  $(ABCD)$ .

c) Gọi  $I$  là giao điểm của  $SD$  và  $(AMN)$ . Dựng thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(AMN)$ .

d) Tìm giao điểm  $Q$  của  $BD$  và mặt phẳng  $(AMN)$ .

e) Chứng minh giao điểm  $P$  của  $MN$  và  $AI$  luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi  $M$  và  $N$  di động trên  $SB, SC$  sao cho  $MN // BC$ .

**Câu 11.** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên hai

đường chéo  $AC$  và  $BF$  lấy hai điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = \frac{1}{3}$ .

a) CMR:  $DM, EN, AB$  đồng quy.

b) CMR:  $MN // DE$ .

c) CMR:  $MN // (CDEF)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$ ;  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ; Gọi  $M, N, P, Q, R, H$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SC, CB, BA, QN, AG$ .

a) CMR:  $S, R, G$  thẳng hàng và  $SG = 2MH = 4RG$ .

b) Gọi  $G'$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . CMR:  $GG' // (SAB), GG' // (SAC)$ .

c) Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $GG'$  và song song với  $BC$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$ .

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là tứ giác lồi. Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SAB$  và  $SAD$ .  $E$  là trung điểm của  $BC$ .

a) Chứng minh  $MN // BD$ .

b) Xác định thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  khi cắt bởi mặt phẳng  $(MNE)$ .

c) Gọi  $H, L$  lần lượt là các giao điểm của mặt phẳng  $(MNE)$  với các cạnh  $SB$  và  $SD$ . Chứng minh:  $LH // BD$ .

d) Gọi  $O$  là giao của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $Q$  đi qua  $O$  và song song với  $AB$  và  $SC$ . Thiết diện đó là hình gì?.



**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ ,  $(P)$  là mặt phẳng qua  $AM$  và song song với  $BD$ .

- Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(P)$ .
- Gọi  $E, F$  lần lượt là giao điểm của  $(P)$  với các cạnh  $SB$  và  $SD$ . Hãy tìm tỉ số diện tích tam giác  $SME$  và tam giác  $SBC$ ; tỉ số diện tích tam giác  $SMF$  và tam giác  $SCD$ .
- Gọi  $K$  là giao điểm của  $ME$  với  $CB$ ,  $J$  là giao điểm của  $MF$  với  $CD$ . Chứng minh ba điểm  $K, A, J$  nằm trên một đường thẳng song song với  $EF$ .
- Tính tỉ số  $\frac{EF}{KJ}$ .

#### 4) Hai mặt phẳng song song

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $CD$ .

- Chứng minh:  $(OEF) \parallel (SBC)$ .
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$  và  $N$  là trung điểm của  $OE$ . Chứng minh  $MN \parallel (SBC)$ .
- Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Xác định giao điểm  $G$  của  $EF$  và mặt phẳng  $(SIJ)$ . Chứng minh:  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAF$ .

**Câu 16.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ .

- Chứng minh  $(AA'M)$  cắt  $BC$  tại  $N$  và  $AN \parallel A'M$ .
- Chứng minh  $AC' \parallel (BA'M)$ .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AB'C')$  và  $(ABC)$ .
- $E$  là trung điểm của  $AB$ . Xác định thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi  $(\alpha)$  qua  $E$  và song song với  $A'B$  và  $AC'$ .

**Câu 17.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC$ ;  $ACC'$  và  $A'B'C'$ .

- Chứng minh:  $IJ \parallel (ABC')$ ;  $KJ \parallel (BCC'B')$ .
- Chứng minh:  $(KIJ) \parallel (BCC'B')$ .
- $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AA', AC$  và  $B'C'$ . Xác định thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi  $(MNP)$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABC$ ,  $M, N, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$ ,  $AC$  và  $SC$ .

- Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  qua  $MN$  và song song với  $AF$ .
- Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .
- Gọi  $H, K$  lần lượt là các giao điểm của  $(P)$  với các cạnh  $SB$  và  $SC$ , Chứng minh:  $HM, KN, SA$  đồng quy (tại  $D$ )
- Giả sử các tam giác  $SAB$  và  $SAC$  là các tam giác vuông đỉnh  $A$ . Chu vi tam giác  $SBC$  bằng  $p$ . Tính chu vi tam giác  $DHK$ .

**Câu 19.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- Chứng minh  $(BDA') \parallel (B'D'C')$ .

b) Chứng minh đường chéo  $AC'$  đi qua trọng tâm  $G_1$  và  $G_2$  của 2 tam giác  $BDA'$  và  $B'D'C$  và  $AG_1 = G_1G_2 = G_2C'$ .

c)  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi  $(\alpha)$  qua  $M$  và song song với  $(A'BD)$ .

d) Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là 2 điểm di động trên 2 cạnh  $AB$  và  $A'D'$  sao cho  $EA = kEB$ ,  $FD' = kFA'$  ( $k$  là số dương). Chứng minh:  $EF$  song song với một mặt phẳng cố định.

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang (đáy lớn là  $AD$ ), Gọi  $E$ ,  $G$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SCD$  và  $SAD$ .  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Điểm  $F$  nằm trên đoạn  $SD$  sao cho  $FD = 2SF$ .

a) Chứng minh:  $BC // (SME)$ ;  $(EFG) // (SAC)$ .

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng  $(MGF)$  với mặt phẳng  $(ABCD)$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

c) Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là 2 điểm trên 2 cạnh  $SB$  và  $AD$ . Xác định giao điểm  $K$  của  $IJ$  và mặt phẳng  $(MGF)$ .

**-Hết -**