
(Đề thi có 03 trang)

Thời gian làm bài: 150 Phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh:

PHẦN A. TRẮC NGHIỆM (50 PHÚT).

I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Biết rằng $A = [-3; 11)$ và $B = (-8; 1]$. Khi đó $A \cap B$ bằng

- A. $[-3; 1]$. B. $(-3; 1)$. C. $(-8; 11)$. D. $[-3; 1)$.

Câu 2. Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

- A. $f(x) = x^2 - 2x - 10$. B. $f(x) = x^2 - 2x + 10$.
C. $f(x) = x^2 - 10x + 2$. D. $f(x) = -x^2 + 2x + 10$.

Câu 3. Cho tam giác ΔABC có $b=7; c=5; \cos A = \frac{3}{5}$. Diện tích của tam giác ΔABC bằng

- A. $\frac{21}{2}$. B. 7 C. $8\sqrt{3}$ D. 14.

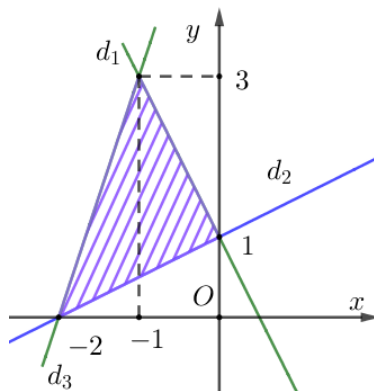
Câu 4. Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{CB}$. B. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}$. C. $\overline{BC} + \overline{AB} = \overline{AC}$. D. $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{BC}$.

Câu 5. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \end{cases}$ là:

- A. $\vec{n}_2 = (3; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -3)$ C. $\vec{n}_3 = (1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 1)$.

Câu 6. Miền gạch chéo như hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào?



- A. $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y > 6 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ x - 2y < 2 \\ 3x - y > 6 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$.

Câu 7. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$
C. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ D. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	0	3	5	$+\infty$			
$f(x)$		+		+	0	+		+

Tìm mệnh đề đúng.

A. $f(0) > f(4) > f(3)$.

B. $f(0) > f(3) > f(4)$.

C. $f(0) < f(3) < f(4)$.

D. $f(4) > f(0) > f(3)$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây có tập xác định là \mathbb{R} ?

A. $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$.

B. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + 4}$.

C. $y = x - \sqrt{x+1}$.

D. $y = x^2 - \sqrt{x^2 + 1} - 3$.

Câu 10. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; -1]$.

B. $[8; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0]$.

D. $[6; +\infty)$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 30^\circ$. $AB = 5, BC = 8$. Tính $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$.

A. $20\sqrt{3}$.

B. $40\sqrt{3}$.

C. $20\sqrt{2}$.

D. 20.

Câu 12. Tâm của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$ cách trục Ox một khoảng bằng

A. 5.

B. 10.

C. 0.

D. 1.

II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1)$ và $B(0; 3)$.

a) Tọa độ của $\vec{u} = 2\overline{AB} + \vec{i}$ bằng $(-3; 8)$.

b) Tọa độ điểm I sao cho $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$ là $I(1; 1)$.

c) Biết tam giác ABD có trọng tâm là gốc tọa độ O , tọa độ điểm D là $(-2; -2)$.

d) Tọa độ điểm K thuộc trục Ox sao cho độ dài AK ngắn nhất là $K(0; 2)$.

Câu 2. Có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam cùng xếp theo một hàng ngang, khi đó:

a) Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh

b) Có 144 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau

c) Có 288 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ.

d) Có 720 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau.

Câu 3. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2mx - 2m + 3$

a) Với $m = 1$, tam thức $f(x)$ có nghiệm $x = 1$.

b) Tam thức $f(x)$ có biệt thức $\Delta' = m^2 + 2m + 3$.

c) Tam thức $f(x)$ luôn dương với mọi $m \in (-3; 1)$.

d) Giả sử tam thức $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, khi đó biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 8x_1x_2$ đạt

giá trị nhỏ nhất tại $m = \frac{3}{2}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 3, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Điểm D thỏa mãn $12\overline{AD} = 7\overline{AC}$.

a) $BC = \sqrt{19}$

b) $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 3$.

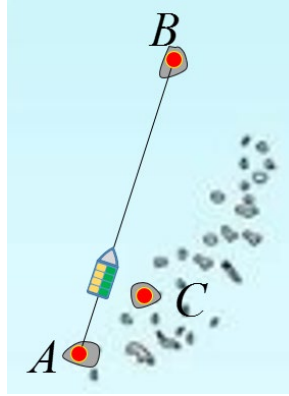
c) Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

d) $\overline{AM} \cdot \overline{BD} = 1$

III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

Câu 1. Xét trên khu vực biển khá nhỏ ta xem mặt biển là một mặt phẳng. Đặt vào mặt phẳng ấy một hệ trục tọa độ Oxy , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Có ba hòn đảo A, B, C có tọa độ thỏa mãn $A(1; 2)$,

$\overline{AB}(60;80), \overline{AC}(10;10)$. Một chiếc tàu chở du khách từ đảo A đến đảo B để tham quan du lịch. Khi đi chuyển thì du khách thấy đảo C hiện ra thấp thoáng. Khoảng cách ngắn nhất của chiếc tàu chở du khách đến đảo C là bao nhiêu km ?



Câu 2. Cho hai tập hợp $A = [m; m + 2], B = (0; 6)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để $A \subset B$.

PHẦN B. TỰ LUẬN (100 PHÚT).

Câu 1. (2.5 điểm). Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2+x} + \frac{3}{\sqrt{1-2x}}$

Câu 2. (2.5 điểm). Tìm phương trình của parabol (P) $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết rằng parabol đi qua điểm $M(-1;9)$ và có đỉnh $I(1;1)$.

Câu 3. (2.5 điểm). Để gây quỹ cho chương trình Tết yêu thương, một trường THPT tổ chức cho các lớp gói bánh chưng và bánh tét. Mỗi lớp được sử dụng tối đa 10kg gạo nếp, 1kg thịt và 1,6kg đậu xanh. Để gói 1 cái bánh chưng cần 0,5kg gạo nếp, 0,05kg thịt và 0,1kg đậu xanh. Để gói 1 cái bánh tét cần 0,75kg gạo nếp, 0,075kg thịt và 0,1kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chưng bán được 30 ngàn đồng, mỗi cái bánh tét bán được 40 ngàn đồng. Để thu được số tiền nhiều nhất, mỗi lớp cần gói bao nhiêu cái bánh chưng, bao nhiêu cái bánh tét?

Câu 4. (2.5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có điểm $M(2;3)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(1;5)$ và điểm $K(5;9)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ C và B , điểm D thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 1 = 0$ sao cho tam giác BCD cân tại C . Tìm tọa độ các điểm C và D , biết rằng điểm B có hoành độ âm.

Câu 5. (2.0 điểm) Cho tam giác ABC . Trên các cạnh BC, CA và AB của tam giác đó, lần lượt lấy các điểm A', B' và C' . Gọi S_a, S_b, S_c và S tương ứng là diện tích của các tam giác $AB'C', BC'A', CA'B'$ và ABC . Chứng minh bất đẳng thức $\sqrt{S_a} + \sqrt{S_b} + \sqrt{S_c} \leq \frac{3}{2}\sqrt{S}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi nào?

----- HẾT -----

PHẦN A. TRẮC NGHIỆM.

1.

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐÁP ÁN ĐÚNG	A	B	D	C	C	A	C	A	D	D	A	A

2.

CÂU	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d
Đ-S	Đ	Đ	Đ	S	Đ	S	S	Đ	Đ	S	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	S

3.

Câu 1: 2.

Câu 2: 3.

PHẦN B. TỰ LUẬN

Lưu ý: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều cho điểm tương ứng

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2,5 điểm	Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2+x \geq 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < \frac{1}{2}$	2
	Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left[-2; \frac{1}{2}\right)$.	0,5
Câu 2 2,5 điểm	Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a-b+c=9 \\ -\frac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c=9 \\ 2a+b=0 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=3 \end{cases}$	2
	Vậy phương trình (P) là: $y = 2x^2 - 4x + 3$	0,5
Câu 3 2,5 điểm	Gọi số bánh chưng gói được là x ; số bánh tét gói được là y , $x, y \in \mathbb{N}$. Khi đó số tiền thu được là: $F(x, y) = 30x + 40y$. Số kg gạo nếp cần dùng là $0,5x + 0,75y$. Số kg thịt cần dùng là $0,05x + 0,075y$. Số kg đậu xanh cần dùng là $0,1x + 0,1y$.	1
	Vì mỗi lớp chỉ được sử dụng tối đa 10kg gạo nếp, 1kg thịt và 1,6kg đậu xanh nên ta có hệ bất phương trình	0,5

$$\begin{cases} 0,5x + 0,75y \leq 10 \\ 0,05x + 0,075y \leq 1 \\ 0,1x + 0,1y \leq 1,6 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 40 \\ x + y \leq 16 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho biểu thức $F(x, y) = 30x + 40y$ có giá trị lớn nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác $OABC$, trong đó $O(0;0), A(16;0), B(8;8), C(0; \frac{40}{3})$.

Biểu thức $F(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) khi $(x; y)$ là tọa độ của một trong các đỉnh O, A, B, C .

Ta có

$$F(0;0) = 0;$$

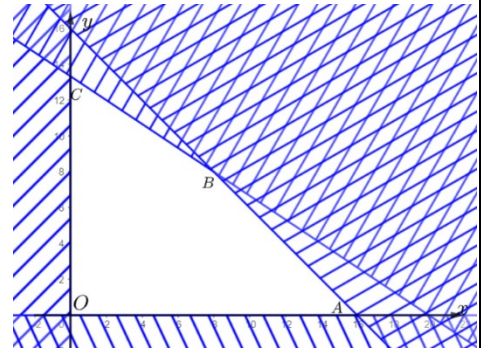
$$F(16;0) = 30.16 + 40.0 = 480;$$

$$F(8;8) = 30.8 + 40.8 = 560;$$

$$F\left(0; \frac{40}{3}\right) = 30.0 + 40. \frac{40}{3} = \frac{1600}{3}.$$

Suy ra $F(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 560 khi $x = y = 8 \in \mathbb{N}$ (thoả mãn).

Vậy để thu được số tiền nhiều nhất, mỗi lớp cần gói 8 cái bánh chưng và 8 cái bánh tét.



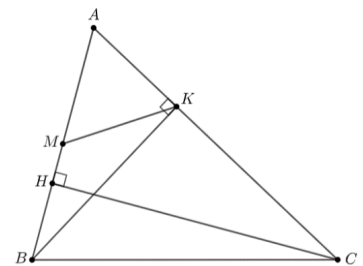
0.5

0.5

Câu 4

**2,5
điểm**

Đường thẳng AB đi qua hai điểm $M(2;3)$ và $H(1;5)$ nên có phương trình $2x + y - 7 = 0$.



Đường thẳng CH qua $H(1;5)$ và vuông góc với đường thẳng $AB: 2x + y - 7 = 0$ nên có phương trình $x - 2y + 9 = 0$.

Vì $B \in AB$ nên gọi $B(b; 7 - 2b)$, $b < 0$.

Vì $\triangle ABK$ vuông tại K nên ta có $MB = MK \Leftrightarrow (b - 2)^2 + (4 - 2b)^2 = 45$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ b = -1 \end{cases}$. Vì $b < 0$ nên $B(-1; 9)$. Vì M là trung điểm AB nên ta có $A(5; -3)$.

Đường thẳng CK đi qua hai điểm $A(5; -3), K(5; 9)$ nên có phương trình $x = 5$.

Vì $C = CH \cap AK$ nên suy ra $C(5; 7)$.

Vì D thuộc $\Delta: x - 2y - 1 = 0$ nên gọi $D(2d + 1; d)$.

Tam giác BCD cân tại C suy ra

	$CD = CB \Leftrightarrow (2d - 4)^2 + (d - 7)^2 = 40 \Leftrightarrow d^2 - 6d + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 5. \end{cases}$ + Với $d = 1$ ta có $D(3;1)$ thoả mãn.	
	+ Với $d = 5$ ta có $D(11;5)$ không thoả mãn (vì khi đó ba điểm B, C, D thẳng hàng). Vậy $D(3;1)$.	
Câu 5 2,0 điểm	Ta có các công thức tính diện tích: $2S_a = AC' \cdot AB' \sin A$; $2S = AB \cdot AC \sin A$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{S_a}{S}} = \sqrt{\frac{AC'}{AB} \cdot \frac{AB'}{AC}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{AC'}{AB} + \frac{AB'}{AC} \right)$ (BĐT Cauchy)	0.5
	Tương tự ta cũng có: $\sqrt{\frac{S_b}{S}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{BA'}{BC} + \frac{BC'}{BA} \right)$ và $\sqrt{\frac{S_c}{S}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{CB'}{CA} + \frac{CA'}{CB} \right)$	0.5
	Do đó: $\sqrt{\frac{S_a}{S}} + \sqrt{\frac{S_b}{S}} + \sqrt{\frac{S_c}{S}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{AC'}{AB} + \frac{BC'}{BA} + \frac{BA'}{BC} + \frac{CA'}{CB} + \frac{CB'}{CA} + \frac{AB'}{AC} \right) = \frac{3}{2}$ (đpcm)	0.5
	Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AC'}{AB} = \frac{AB'}{AC} \\ \frac{BA'}{BC} = \frac{BC'}{BA} \\ \frac{CB'}{CA} = \frac{CA'}{CB} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C'B' // BC \\ A'C' // CA \\ B'A' // AB \end{cases} \Leftrightarrow A', B', C' \text{ là trung điểm của } BC, CA, AB $	0.5