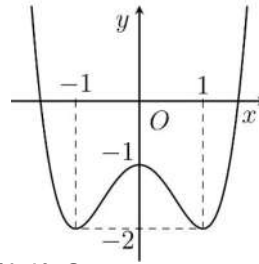


1 Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

$(-\infty; 1)$.

A.

$(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2})$.

B.

$(-1; 0)$.

C.

$(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2})$.

D.

2 Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón đã cho là

$\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

A.

$3\pi a^3 \sqrt{3}$.

B.

$\frac{\pi a^3}{3\sqrt{3}}$.

C.

$\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D.

3 Cho số phức $z = 3 - 2i$. Số phức liên hợp của số phức z là

$\bar{z} = -3 - 2i$.

A.

$\bar{z} = -2 + 3i$.

B.

$\bar{z} = 3 + 2i$.

C.

$\bar{z} = -3 + 2i$.

D.

4 Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

$M(2; 2; -2)$.

A.

$M(4; 0; 2)$.

B.

$M(1; 1; -1)$.

C.

$M(2; 0; 1)$.

D.

5 Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - y + 3 = 0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

$\vec{n} = (2; -1; 0)$.

A.

$\vec{n} = (2; 1; 3)$.

B.

$\vec{n} = (2; -1; 3)$.

C.

$\vec{n} = (2; 1; 0)$.

D.

6 Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

0.

A.

3.

B.

1.

C.

2.

D.

7 Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là:

$3\pi a^3$.

A.

$\frac{\pi a^3}{3}$.

B.

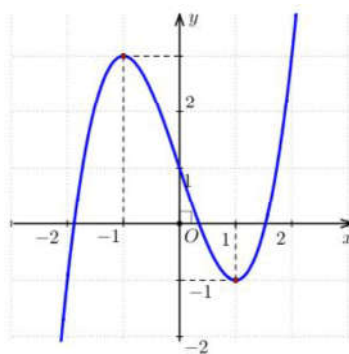
$\frac{4\pi a^3}{3}$.

C.

$\frac{9\pi a^3}{2}$.

D.

8



Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ trên

$y = -x^3 + 3x - 1$.

A.

$y = x^3 - 3x - 1$.

B.

$y = x^3 - 3x + 1$.

C.

$y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D.

9 Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - e^x$ là

$\frac{x^2}{2} - e^x + C.$

A.

$1 - e^x + C.$

C.

$x^2 - e^{x+1} + C.$

B.

$\frac{x^2}{2} - \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

D.

10 Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1; 2; 3)$. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

A.

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 14.$

C.

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1.$

B.

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4.$

D.

11 Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có đạo hàm là

$y' = x^{\sqrt{2}} \ln x.$

A.

$y' = \sqrt{2} \cdot x^{\sqrt{2}-1}.$

C.

$y' = x^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}.$

B.

$y' = \frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}.$

D.

12 Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$.

B.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

D.

13 Với số thực a dương cho trước, phương trình $\log_3 x^2 = 2\log_3 a$ có tập nghiệm là

$\{a\}.$

A.

$\{a; -a\}.$

C.

$\{\sqrt{2a}\}.$

B.

$\{\sqrt{2a}; -\sqrt{2a}\}.$

D.

14 Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 1 \\ 2x, & x < 1 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

$\frac{5}{2}$.

A.

3.

C.

$\frac{5}{3}$.

B.

$\frac{10}{3}$.

D.

15 Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$. Khi đó $M + 2m$ bằng ?

69.

A.

20.

C.

79.

B.

77.

D.

16 Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình $7^{x^2-2x} = 2^m$ có nghiệm ?

2.

A.

3.

C.

1.

B.

4.

D.

17 Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận hai trục tọa độ Ox, Oy làm tiệm cận ?

$y = \log_2 x$.

A.

$y = 2^x$.

C.

$y = x^{\frac{1}{2}}$.

B.

$y = x^{-2}$.

D.

18 Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và hai mặt phẳng $(\alpha) : 2x + y - z + 1 = 0$, $(\beta) : x + 2y + z + 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

$x - y + z - 4 = 0$.

A.

$x - y - z = 0$.

C.

$x + y - z + 2 = 0$.

B.

$x + y + z - 2 = 0$.

D.

19 Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π . Thể tích của khối trụ bằng

24π .

A. 16π .

C.

32π .

B. 8π .

D.

20 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

$\frac{3a^3}{8}$.

A.

$\frac{3a^3}{2}$.

C.

$\frac{3a^3}{4}$.

B.

$\frac{a^3}{4}$.

D.

21 Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : 2x - 2y + z - 1 = 0$ cắt mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng

$\frac{\sqrt{56}}{3}$.

A.

$\sqrt{5}$.

C.

$\frac{2\sqrt{14}}{3}$.

B.

2.

D.

22 Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số nào dưới đây đối xứng với đồ thị hàm số $y = 5^x$ qua đường thẳng $y = x$?

$y = -5^x$.

A.

$y = \log_5 x$.

C.

$y = x^5$.

B.

$y = 5^{-x}$.

D.

23 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) + f(x) = 0$ là

6.
 A. 5.
 C.

4.
 B. 3.
 D.

24 Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P) : x + 2y - z + 3 = 0$ và song song với đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$?

2.
 A. Vô số.
 C.

0.
 B. 1.
 D.

25 Với hai số thực a, b bất kỳ thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $\log_b 2 = \log_a 2 + \log_{a^2} 2$, khẳng định nào sau đây đúng ?

- $b^3 = a$.
 A. $b^2 = a^3$.
 C.

- $b = a^3$.
 B. $b^3 = a^2$.
 D.

26 Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	$f(x_1)$	-1	$f(x_2)$	$-\infty$

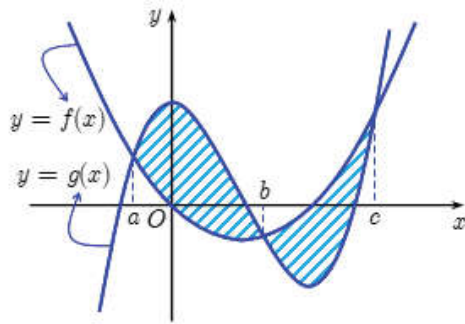
Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

0.
 A. 2.
 C.

1.
 B. 3.
 D.

27

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào?



A. $\int_a^c [|g(x)| - |f(x)|] dx$

B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx$

C. $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx.$

D. $\left| \int_a^c [g(x) - f(x)] dx \right|.$

28

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Xét Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc với đường thẳng d . Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{b} = (1; 1; 0).$

B. $\vec{u} = (0; 1; 1).$

C. $\vec{a} = (-1; 1; 2).$

D. $\vec{v} = (1; 2; 1).$

29

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn cho các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 2i| = |1 + 2i|$ là

A. Đường thẳng vuông góc với trục Ox .

B. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = 5$.

C. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

D. Đường thẳng vuông góc với trục Oy .

30

Từ một hộp chứa 10 thẻ đánh số từ 1 đến 10. Số cách lấy ra hai thẻ có số ghi trên thẻ đều là số nguyên tố bằng

A. 4.

B. 10.

C. 12.

D. 6.

31 Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây sai?

$\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.

A. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

B. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

C.

D.

32 Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ là

2.

1.

A.

B.

0.

3.

C.

D.

33 Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

4.

2.

A.

B.

1.

3.

C.

D.

34 Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a, SA = 2a$. Cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{15}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

A.

B.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C.

D.

35 Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 2; u_7 = 8$ thì u_6 bằng

3

6.

A.

B.

5.

4.

C.

D.

36 Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $x = 1$, $x = e$, $y = 0$ và $y = \ln x$. Thể tích (V) của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \left| \int_1^e \ln x dx \right|$.

B. $V = \pi \int_1^e |\ln x| dx$.

C. $V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx$.

D. $V = \int_1^e \ln^2 x dx$.

37 Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} .

B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ với mọi hàm $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với mọi hàm $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

D. $\int f^2(x) dx = (\int f(x) dx)^2$ với mọi hàm $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

38 Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục Oz sao cho tam giác MAB cân tại M ?

0.
 A. 2.
 C.

1.
 B. Vô số.
 D.

39 Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$; hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC và $AA' = \frac{a\sqrt{241}}{6}$. Gọi M là trung điểm cạnh AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MC' và AB' bằng

A. $\frac{3a}{5}$.

B. $\frac{15a}{\sqrt{669}}$.

C. $\frac{5a}{\sqrt{669}}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{\sqrt{669}}$.

40

Hai đối thủ ngang tài nhau, cùng thi đấu với nhau để tranh chức vô địch. Người thắng cuộc là người đầu tiên thắng được 6 ván đấu. Hết buổi sáng, người I đã thắng 5 ván, còn người II chỉ mới thắng 3 ván. Buổi chiều hai người sẽ tiếp tục thi đấu. Xác suất để người I vô địch bằng

 $\frac{5}{8}$.

A.

 $\frac{1}{2}$.

B.

 $\frac{3}{4}$.

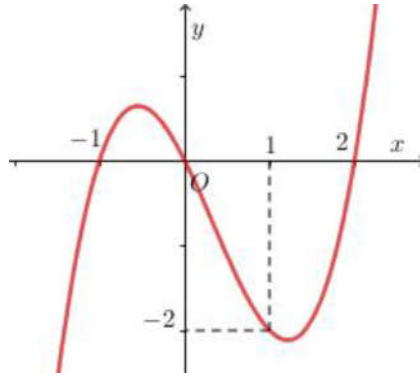
C.

 $\frac{7}{8}$.

D.

41

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x) = 3f(x^2 - 2) - \frac{3}{2}x^4 - 3x^2 + 2$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2; 2]$ bằng

 $g(1)$.

A.

 $g(-2)$.

B.

 $g(0)$.

C.

 $g(2)$.

D.

42

Đồ thị của các hàm số $y = a^x$; $y = a^{-x}$; $y = 2$ ($a > 1$) đôi một cắt nhau lần lượt tại ba điểm A , B , C phân biệt, không thẳng hàng. Biết tam giác ABC đều, khẳng định nào sau đây đúng?

 $a \in [3; 4)$.

A.

 $a \in [2; 3)$.

B.

 $a \in [4; 5)$.

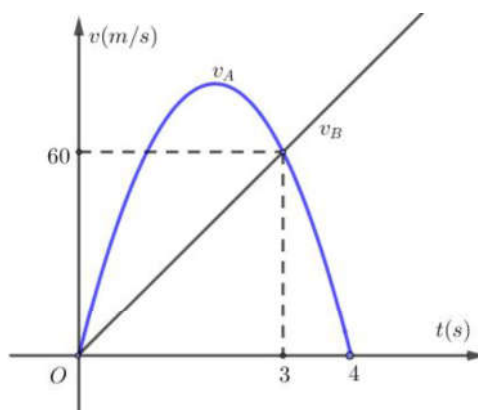
C.

 $a \in (1; 2)$.

D.

43

Cho đồ thị biểu thị vận tốc của hai chất điểm A và B xuất phát cùng một lúc, bên cạnh nhau và trên cùng một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm A là một đường Parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm B là một đường thẳng như hình vẽ sau.



Hỏi sau khi đi được 3 giây, khoảng cách giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét?

 120 m.

 A. 270 m.

 C.

 60 m.

 B. 90 m.

 D.

44

Cho khối trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30° . Diện tích của thiết diện do (P) cắt khối trụ gần số nào sau đây nhất?

 3, 7.

 A. 3, 6.

 C.

 3, 5.

 B. 3, 8.

 D.

45

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m - 1)^2 x^4 - (m^2 - 2020m) x^2 + 3$ có đúng một cực trị?

 2020.

 A. 2021.

 C.

 2019.

 B. 2022

 D.

46

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{\ln(2x^2+2)}{\ln(x^2+2)} = \frac{\ln[2x^2+2+(x^3-3x-m)^2]}{\ln[x^2+2+(x^3-3x-m)^2]}$ có đúng 3 nghiệm phân biệt ?

 1.

 A. 3.

 C.

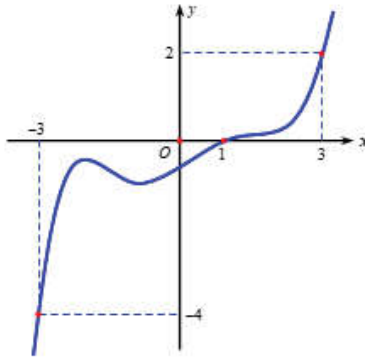
 2.

 B. Vô số.

 D.

47

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2020$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 6)$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

17.
 A. 18.
 C.

19.
 B. 20.
 D.

48

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $BC = 2a$ và $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{39}}{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB . Thể tích của khối chóp $G.ABC$ bằng

- $\frac{a^3}{3}$.
 A. a^3 .
 C.

- $\frac{a^3}{9}$.
 B. $\frac{2a^3}{9}$.
 D.

49

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 13x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm đều có hoành độ nguyên?

1.
 A. 3.
 C.

2.
 B. 0.
 D.

50

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $[f'(x)]^2 = 4 \cdot [2x^2 + 1 - f(x)]$ với mọi x thuộc đoạn $[0; 1]$ và $f(1) = 2$. Giá trị $I = \int_0^1 xf(x) \cdot dx$ bằng

- $\frac{3}{4}$.
 A. $\frac{11}{4}$.
 C.

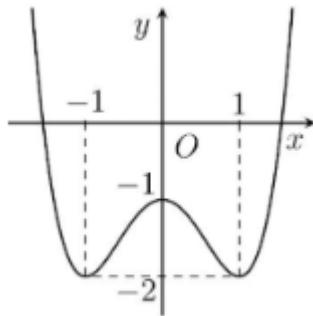
- $\frac{5}{3}$.
 B. $\frac{4}{3}$.
 D.

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG SỞ HÀ NỘI 2020 - LẦN 3

BẢNG ĐÁP ÁN:

1. D	2. A	3. C	4. D	5. A	6. A	7. D	8. C	9. A	10.D
11.C	12.D	13.C	14.D	15.A	16.A	17.D	18.A	19.C	20.B
21.C	22.C	23.C	24.B	25.D	26.B	27.C	28.B	29.C	30.D
31.D	32.D	33.A	34.A	35.C	36.C	37.D	38.D	39.B	40.D
41.C	42.A	43.D	44.C	45.C	46.C	47.B	48.B	49.B	50.A

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $-\infty; 1$. B. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $-1; 0$. D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Đáp án D.

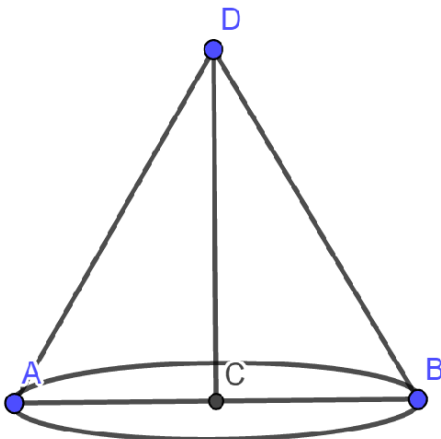
Từ đồ thị suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Mà $\left(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \subset (0; 1)$ suy ra hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.

Câu 2: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón đã cho là

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $3\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Đáp án A.



Ta có: $BD = 2a$ và góc $DBC = 60^\circ$ suy ra đường cao $DC = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $BC = a$.

Vậy thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Câu 3: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Số phức liên hợp của số phức z là

- A. $\bar{z} = -3 - 2i$. B. $\bar{z} = -2 + 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 + 2i$.

Đáp án C.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $M(2; 2; -2)$. B. $M(4; 0; 2)$. C. $M(1; 1; -1)$. D. $M(2; 0; 1)$.

Đáp án D

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $\bar{n} = (2; -1; 0)$. B. $\bar{n} = (2; 1; 3)$. C. $\bar{n} = (2; -1; 3)$. D. $\bar{n} = (2; 1; 0)$.

Đáp án A.

Câu 6: Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

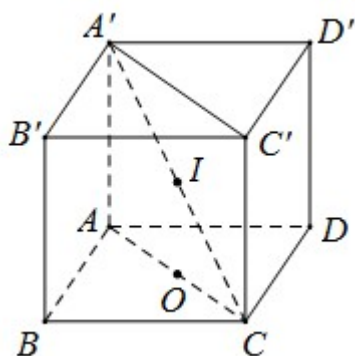
Đáp án A

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ do đó hàm số không có điểm cực trị.

Câu 7: Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là

- A. $3\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{9\pi a^3}{2}$.

Đáp án D



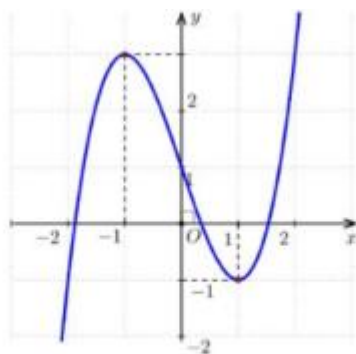
Hình lập phương có độ dài đường chéo chính là $A'C = \sqrt{3}.a\sqrt{3} = 3a$

Suy ra bán kính mặt cầu là $R = IA' = \frac{1}{2}A'C = \frac{3a}{2}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp khối lập phương là

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3a}{2}\right)^3 = \frac{9\pi a^3}{2}$$

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ trên



A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

Đáp án C.

Đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a > 0$ và đi qua điểm $(1; -1)$ suy ra đáp án C.

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - e^x$ là

A. $\frac{x^2}{2} - e^x + C$. B. $x^2 - e^{x+1} + C$. C. $1 - e^x + C$. D. $\frac{x^2}{2} - \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

Đáp án A

Dùng bảng nguyên hàm cơ bản

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1; 2; 3)$. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Đáp án D.

Ta có: mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$ mà mặt cầu (S) tiếp xúc mp (Oxz)

Do đó bán kính mặt cầu (S) là $R = d(I; (Oxz)) = \frac{2}{\sqrt{1^2}} = 2$.

Vậy chọn đáp án D.

Câu 11: Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có đạo hàm là

A. $y' = x^{\sqrt{2}} \ln x$. B. $y' = x^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$. C. $y' = \sqrt{2} \cdot x^{\sqrt{2}-1}$. D. $y' = \frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}$.

Đáp án C

Áp dụng công thức $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

Câu 12: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

Đáp án D

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do hệ số $a = 1 > 0$ nên $x_{CD} = 0$ và $x_{CT} = 2$

Câu 13: Với số thực a dương cho trước, phương trình $\log_3 x^2 = 2 \log_3 a$ có tập nghiệm là

- A. $\{a\}$. B. $\{\sqrt{2a}\}$. C. $\{a; -a\}$. D. $\{\sqrt{2a}; -\sqrt{2a}\}$.

Đáp án C

Ta có: $\log_3 x^2 = 2 \log_3 a \Leftrightarrow \log_3 x^2 = \log_3 a^2 \Leftrightarrow x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = \pm a$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 1 \\ 2x, & x < 1 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{5}{3}$. C. 3. D. $\frac{10}{3}$.

Đáp án D

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 2x dx + \int_1^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$$

Câu 15: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$. Khi đó $M + 2m$ bằng?

- A. 69. B. 79. C. 20. D. 77.

Đáp án A

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 + 6x - 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Mà $y(0) = 1; y(1) = -4; y(4) = 77$ suy ra $M = 77; m = -4 \Rightarrow M + 2m = 69$

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình $7^{x^2-2x} = 2^m$ có nghiệm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Đáp án A

Ta có: $x^2 - 2x \geq -1 \Rightarrow 7^{x^2-2x} \geq 7^{-1}$. Do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

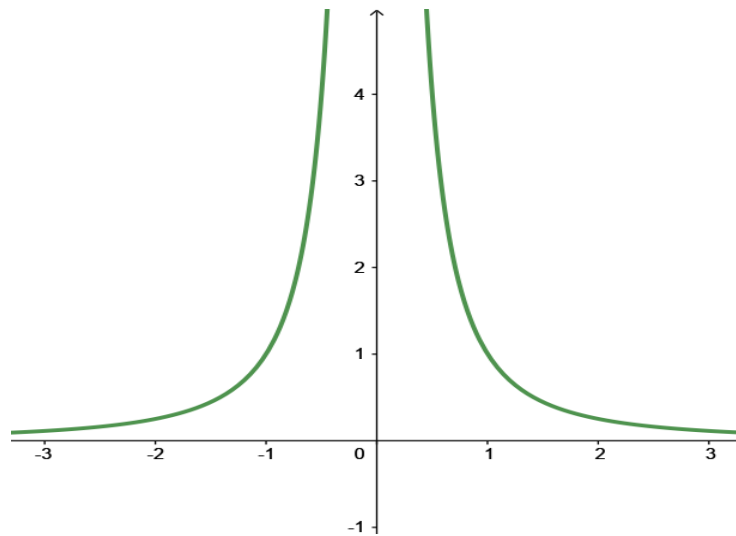
$2^m \geq 7^{-1} \Leftrightarrow m \geq \log_2 7^{-1} \approx -2,8$. Mà m là số nguyên âm nên $m \in \{-2; -1\}$. Vậy có 2 giá trị thỏa mãn.

Câu 17: Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận hai trục tọa độ Ox, Oy làm tiệm cận?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = x^{\frac{1}{2}}$. C. $y = 2^x$. D. $y = x^{-2}$.

Đáp án D

Đồ thị hàm số $y = x^{-2}$ như hình dưới. Nhận hai trục tọa độ Ox và Oy làm tiệm cận.



Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$, $(\beta): x + 2y + z + 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

- A. $x - y + z - 4 = 0$. B. $x + y - z + 2 = 0$. C. $x - y - z = 0$. D. $x + y + z - 2 = 0$.

Đáp án A.

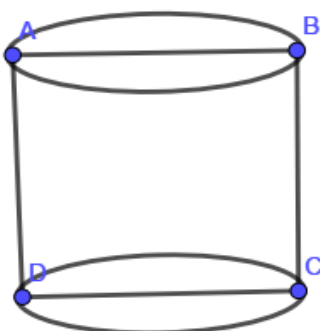
Do mặt phẳng (P) vuông góc với cả hai mặt phẳng $(\alpha); (\beta)$ nên $\vec{n}_p = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (3; -3; 3) = 3(1; -1; 1)$

Điểm $A(1; -1; 2) \in (P)$ suy ra $(P): 1(x-1) - 1(y+1) + 1(z-2) = 0$ hay $(P): x - y + z - 4 = 0$

Câu 19: Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π . Thể tích của khối trụ bằng

- A. 24π . B. 32π . C. 16π . D. 8π .

Đáp án C



Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ do đó $h = 2r$ (1)

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 16\pi \Rightarrow rh = 8$ (2)

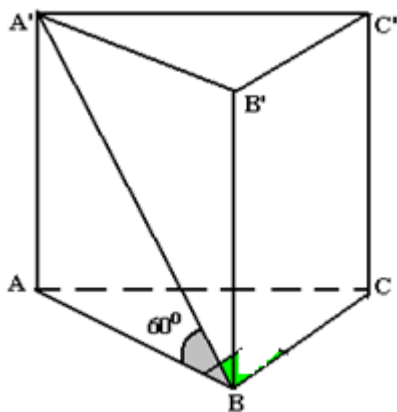
Từ (1) và (2) suy ra $h = 4; r = 2$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$

Câu 20: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Đáp án B



Ta có: góc $A'BA = 60^\circ$ suy ra
 $AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

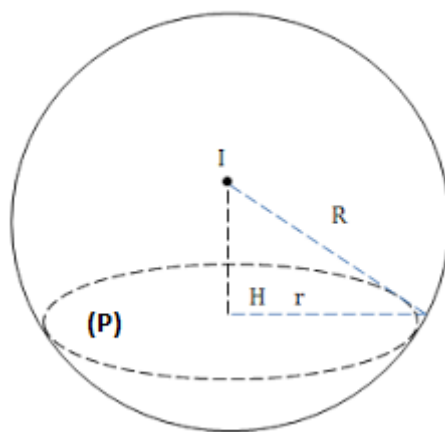
Thể tích khối lăng trụ là: $V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $P : 2x - 2y + z - 1 = 0$ cắt mặt cầu

$S : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{56}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{14}}{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 2.

Đáp án C



Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2 - (-3)} = \sqrt{9} = 3$.

Khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P) là: $d(I;(P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$

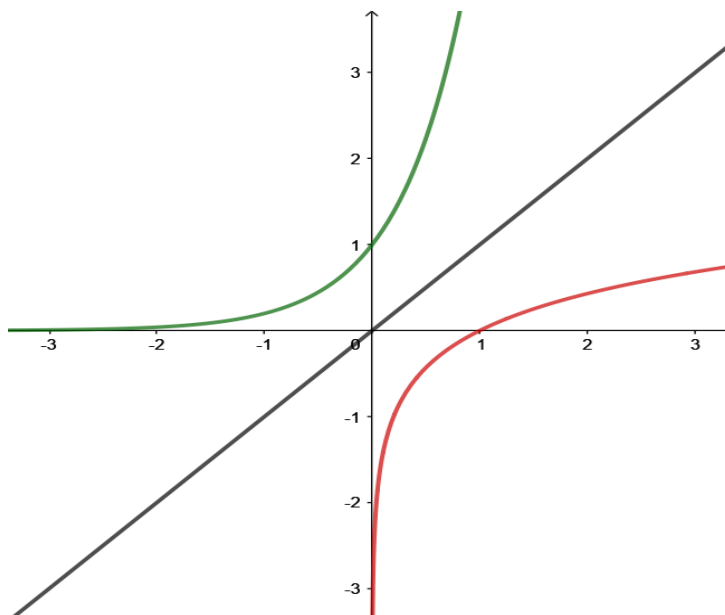
Đường tròn giao tuyến có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I;(P))} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số nào dưới đây đối xứng với đồ thị hàm số $y = 5^x$ qua đường thẳng $y = x$?

- A. $y = -5^x$. B. $y = x^5$. C. $y = \log_5 x$. D. $y = 5^{-x}$.

Đáp án C

Đồ thị hàm số $y = 5^x$ và $y = \log_5 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$



Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) + f(x) = 0$ là

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 3.

Đáp án C

Ta có: $f^2(x) + f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0, (1) \\ f(x) = -1, (2) \end{cases}$

Từ Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm và phương trình (2) có 2 nghiệm và không nghiệm nào trùng nhau. Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng

$(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$?

- A. 2. B. 0. C. vô số. D. 1.

Đáp án B

Ta có: vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(1; 2; -1)$ vuông góc với vecto chỉ phương của d là $\vec{a}(2; 1; 4)$.

Mà $A(1;0;-2) \in d$ nhưng không thuộc (P) do đó $d // (P)$.

Do đó không có đường thẳng nào vuông góc với (P) và song song với d .

Câu 25: Với hai số thực a, b bất kỳ thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $\log_b 2 = \log_a 2 + \log_a 2$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b^3 = a$. B. $b = a^3$. C. $b^2 = a^3$. D. $b^3 = a^2$.

Đáp án D

Ta có: $\log_b 2 = \log_a 2 + \log_a 2 \Leftrightarrow \log_b 2 = \frac{3}{2} \log_a 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 b} = \frac{3}{2 \log_2 a}$

$\Leftrightarrow 2 \log_2 a = 3 \log_2 b \Leftrightarrow \log_2 a^2 = \log_2 b^3 \Leftrightarrow a^2 = b^3$

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			$f(x_1)$		-1		$f(x_2)$	

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

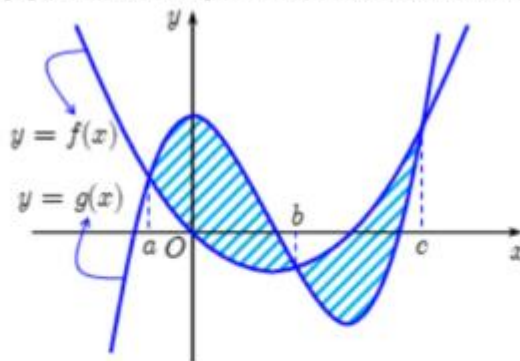
Đáp án B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1)$ suy ra $c = -1$.

Đồ thị hàm trùng phương có 3 cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$.

Do đó trong 3 số $a; b; c$ có đúng 1 số dương.

Câu 27: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào?



- A. $\int_a^c [|g(x)| - |f(x)|] dx$. B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx$
- C. $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$. D. $\left| \int_a^c [g(x) - f(x)] dx \right|$.

Đáp án C

Từ đồ thị suy ra $\begin{cases} g(x) > f(x), x \in (a; b) \\ f(x) > g(x), x \in (b; c) \end{cases}$

Do đó diện tích phần gạch chéo trong hình là :

$$\int_a^c |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Xét Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc với đường thẳng d . Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{b} = (1; 1; 0)$. **B.** $\vec{u} = (0; 1; 1)$. **C.** $\vec{a} = (-1; 1; 2)$. **D.** $\vec{v} = (1; 2; 1)$.

Đáp án B

Ta có: $\begin{cases} \Delta // (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_\Delta \perp \vec{n}_P \\ \vec{a}_\Delta \perp \vec{a}_d \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_\Delta = [\vec{n}_P; \vec{a}_d] = (0; 3; 3) = 3(0; 1; 1)$

Do đó vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\vec{u} = (0; 1; 1)$

Câu 29: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn cho các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 2i| = |1 + 2i|$ là

- A.** Đường thẳng vuông góc với trục Ox .
B. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = 5$.
C. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.
D. Đường thẳng vuông góc với trục Oy .

Đáp án C

Đặt $z = x + yi$ trong đó $x; y \in \mathbb{R}$.

Từ giả thiết ta có: $|x + yi - 3 + 2i| = |1 + 2i| \Leftrightarrow |(x-3) + (y+2)i| = \sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 5$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn tâm $I(3; -2)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 30: Từ một hộp chứa 10 thẻ đánh số từ 1 đến 10. Số cách lấy ra hai thẻ có số ghi trên thẻ đều là số nguyên tố bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 6.

Đáp án D

Trong các số từ 1 tới 10 có 4 số nguyên tố là 2; 3; 5; 7.

Số cách lấy 2 thẻ có ghi trên thẻ đều là số nguyên tố là $C_4^2 = 6$ cách.

Câu 31: Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây sai?

A. $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

B. $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.

C. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

D. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

Đáp án D

Các phát biểu A, B, C đều là tính chất của số phức.

Câu 32: Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Đáp án D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1} = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1} = 1$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1} = \infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 33: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Câu 34: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a, SA = 2a$. Cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

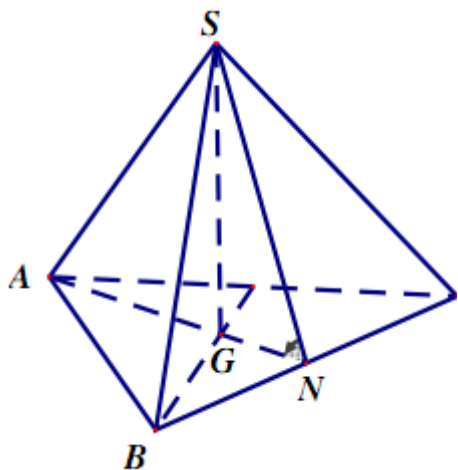
A. $\frac{\sqrt{5}}{15}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Đáp án A



Gọi N là trung điểm BC, G là trọng tâm tam giác ABC.

Khi đó $BC \perp AN$ và $BC \perp SG$ suy ra góc giữa 2 mp (SBC) và (ABC) là góc SNA.

Xét tam giác vuông SGN có: $GN = \frac{1}{3}AN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác vuông SNB có:

$$SN = \sqrt{SB^2 - BN^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Do đó: } \cos SNA = \frac{GN}{SN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a\sqrt{15}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{15}$$

Câu 35: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 2; u_7 = 8$ thì u_6 bằng

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Đáp án C

$$\text{Ta có: } u_6 = \frac{u_5 + u_7}{2} = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

Câu 36: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $x = 1, x = e, y = 0$ và $y = \ln x$. Thể tích (V) của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

$$\text{A. } V = \pi \left| \int_1^e \ln x dx \right|. \quad \text{B. } V = \pi \int_1^e |\ln x| dx. \quad \text{C. } V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx. \quad \text{D. } V = \int_1^e \ln^2 x dx.$$

Đáp án C

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay.

Câu 37: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} .

B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ với mọi hàm $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với mọi hàm $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

D. $\int f^2(x) dx = \int f(x) dx^2$ với mọi hàm $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Đáp án D.

Các mệnh đề A, B, C đều là tính chất của nguyên hàm.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;-2;0)$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục Oz sao cho tam giác MAB cân tại M ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. vô số.

Đáp án D.

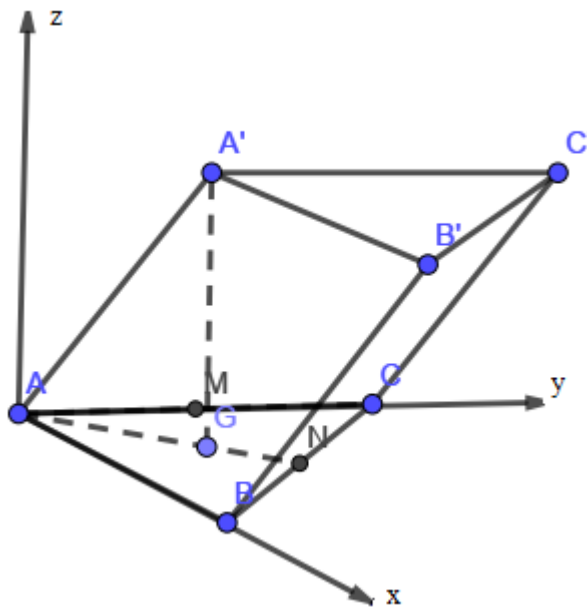
Gọi $M(0;0;a) \in Oz$ khi đó $MA = MB = \sqrt{4 + a^2}$ luôn đúng.

Do đó mọi điểm M thuộc trục Oz đều thỏa mãn.

Câu 39: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{3}$; hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC và $AA' = \frac{a\sqrt{241}}{6}$. Gọi M là trung điểm cạnh AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MC' và AB' bằng

- A. $\frac{3a}{5}$. B. $\frac{15a}{\sqrt{669}}$. C. $\frac{5a}{\sqrt{669}}$. D. $\frac{5a\sqrt{3}}{\sqrt{669}}$.

Đáp án B



Gắn hệ trục Oxyz như hình vẽ A trùng O. Đặt $a = 1$. Khi đó $A(0;0;0), B(1;0;0), C(0;\sqrt{3};0)$

M là trung điểm AC nên $M\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}; 0\right)$.

Ta có: tam giác ABC vuông tại A nên $BC = 2$ suy ra $AG = \frac{2}{3} AN = \frac{1}{3} BC = \frac{2}{3}$.

Xét tam giác vuông AA'G có: $A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{241}}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{5}{2}$ nên $A'\left(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{2}\right)$

Ta có: $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'}$ suy ra $B'\left(\frac{4}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{2}\right), C'\left(\frac{1}{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{2}\right)$

Khi đó: $d(MC', AB') = \frac{\left| \left[\overline{MC'}, \overline{AB'} \right] \overline{MA} \right|}{\left| \left[\overline{MC'}, \overline{AB'} \right] \right|} = \frac{15}{\sqrt{669}}$. Do đó chọn đáp án B.

Câu 40: Hai đối thủ ngang tài nhau, cùng thi đấu với nhau để tranh chức vô địch. Người thắng cuộc là người đầu tiên thắng được 6 ván đấu. Hết buổi sáng, người I đã thắng 5 ván, còn người II chỉ mới thắng 3 ván. Buổi chiều hai người sẽ tiếp tục thi đấu. Xác suất để người I vô địch bằng

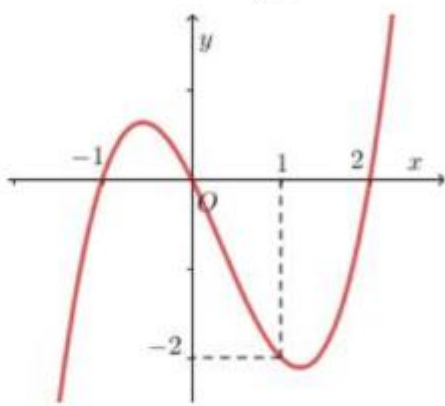
- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{7}{8}$.

Đáp án D

Giả sử người thứ II vô địch. Khi đó người II cần thắng liên tiếp 3 ván buổi chiều.

Xác suất để điều này xảy ra là $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$. Do đó xác suất để người I vô địch là $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



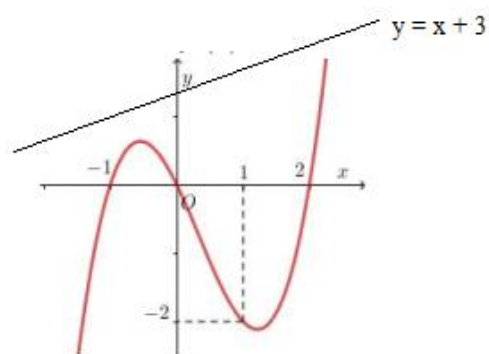
Hàm số $g(x) = 3f(x^2 - 2) - \frac{3}{2}x^4 - 3x^2 + 2$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2; 2]$ bằng

- A. $g(1)$. B. $g(-2)$. C. $g(0)$. D. $g(2)$.

Đáp án C

Ta có: $g'(x) = 6xf'(x^2 - 2) - 6x^3 - 6x = 6x(f'(x^2 - 2) - x^2 - 1)$

Do đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = x^2 - 2 + 3 \end{cases}$



Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x + 3$ suy ra $f'(x^2 - 2) - x^2 - 1 > 0, \forall x \in [-2; 2]$

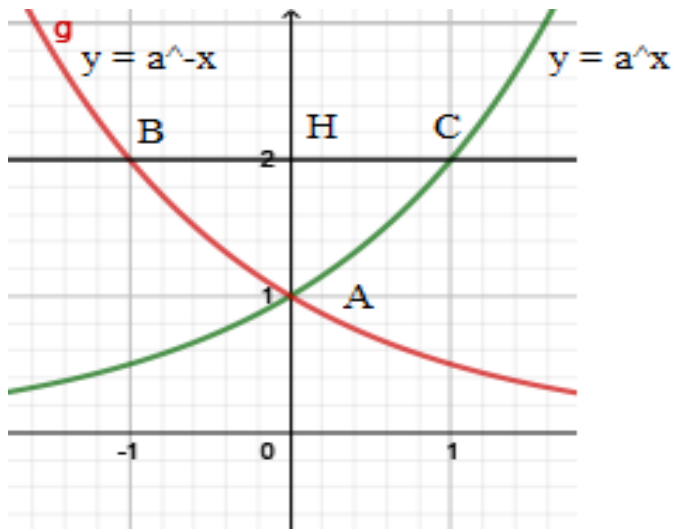
Bảng biến thiên :

x	-2	0	+2
g'	+	0	-
g	$g(-2) \rightarrow g(0) \rightarrow g(2)$		

Vậy giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 2]$ là $g(0)$.

Câu 42: Đồ thị của các hàm số $y = a^x; y = a^{-x}; y = 2$ ($a > 1$) đôi một cắt nhau lần lượt tại ba điểm A, B, C phân biệt, không thẳng hàng. Biết tam giác ABC đều, khẳng định nào sau đây đúng?
A. $a \in [3;4)$. **B.** $a \in [2;3)$. **C.** $a \in [4;5)$. **D.** $a \in (1;2)$.

Đáp án A



Do đồ thị hai hàm số $y = a^x; y = a^{-x}$ đối xứng với nhau qua trục Oy nên $AB = AC$.

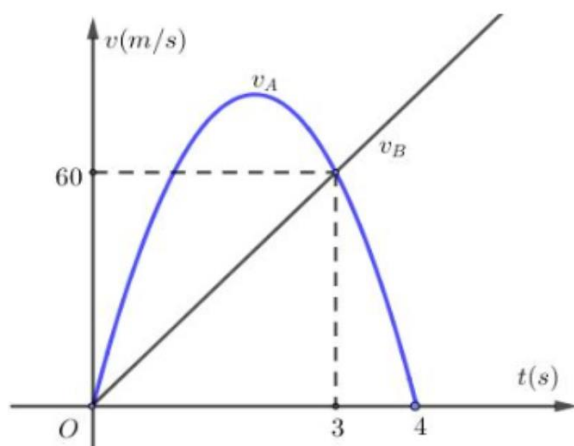
Tam giác ABC đều nên góc $CAH = 30^\circ$ và H nằm trên đường thẳng $y = 2$ nên $H(0;2)$.

Xét tam giác vuông AHC có $AH = 1$ suy ra $CH = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác C là giao điểm của hai đồ thị $y = a^x; y = 2$ nên hoành độ C thỏa mãn

$$a^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_a 2. \text{ Từ đó suy ra } \log_a 2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \log_2 a = \sqrt{3} \Leftrightarrow a = 2^{\sqrt{3}} \in [3;4)$$

Câu 43: Cho đồ thị biểu thị vận tốc của hai chất điểm A và B xuất phát cùng một lúc, bên cạnh nhau và trên cùng một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm A là một đường parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm B là một đường thẳng như hình vẽ sau.



Hỏi sau khi đi được 3 giây, khoảng cách giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét?

A. $120m$. **B.** $60m$. **C.** $270m$. **D.** $90m$.

Đáp án D

Từ đồ thị hàm vận tốc ta thấy đồ thị của v_B là đường thẳng đi qua gốc O và điểm (3;60) suy ra : $v_B = 20t$

Đồ thị của v_A là parabol đi qua gốc O và các điểm (4;0) , (3;60) suy ra: $v_A = -20t^2 + 80t$.

Khi đó sau 3 giây quãng đường mỗi chất điểm đi được là:

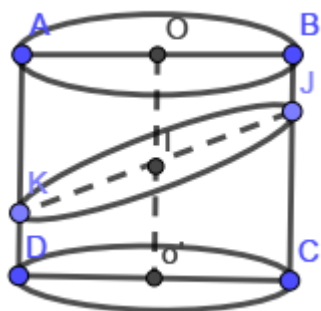
$$S_A = \int_0^3 v_A dt = \int_0^3 (-20t^2 + 80t) dt = 180m \text{ và } S_B = \int_0^3 v_B dt = \int_0^3 20t dt = 90m$$

Do đó sau 3 giây khoảng cách giữa 2 chất điểm là: $180 - 90 = 90 \text{ m}$

Câu 44: Cho khối trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30° . Diện tích của thiết diện do (P) cắt khối trụ gần số nào sau đây nhất?

- A. 3,7. B. 3,5. C. 3,6. D. 3,8.

Đáp án C



Ta có: thiết diện qua trục là hình vuông suy ra $r = 1$

Thiết diện của (P) và khối trụ là một hình elip có hình chiếu (vuông góc) xuống đáy là đường tròn đáy.

Do đó diện tích thiết diện là: $S = \frac{\pi \cdot r^2}{\cos 30^\circ} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \approx 3,6$

(Công thức tính diện tích hình chiếu lớp 11)

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $(m - 1)^2 x^4 - (m^2 - 2020m)x^2 + 3$ có đúng một cực trị?

- A. 2020. B. 2019. C. 2021. D. 2022.

Đáp án C

TH1: $m = 1$ khi đó $f(x) = 2019x^2 + 3$ có đúng 1 cực trị (cực tiểu) \Rightarrow thỏa mãn

TH2: $m \neq 1$ khi đó hàm số có đúng 1 cực trị khi

$$(m - 1)^2 \cdot -(m^2 - 2020m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2020m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2020 \Rightarrow m \in \{0; 2; 3; 4; \dots; 2020\}$$

Vậy có tất cả 2021 giá trị m thỏa mãn.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\frac{\ln(2x^2 + 2)}{\ln(x^2 + 2)} = \frac{\ln\left[2x^2 + 2 + (x^3 - 3x - m)^2\right]}{\ln\left[x^2 + 2 + (x^3 - 3x - m)^2\right]}$$
 có đúng 3 nghiệm phân biệt?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Đáp án C

Nhận thấy phương trình đã cho luôn có nghiệm $x = 0$.

Phương trình đã cho tương đương với:
$$\frac{\ln(2x^2 + 2)}{\ln\left(2x^2 + 2 + (x^3 - 3x - m)^2\right)} = \frac{\ln(x^2 + 2)}{\ln\left(x^2 + 2 + (x^3 - 3x - m)^2\right)} \quad (*)$$

Xét hàm số: $f(t) = \frac{\ln t}{\ln(t+a)}$ trong đó $t \geq 2; a \geq 0$.

Ta có: $f'(t) = \frac{\frac{1}{t} \ln(t+a) - \frac{1}{t+a} \ln(t)}{(\ln(t+a))^2} = \frac{(t+a)\ln(t+a) - t \ln t}{t \cdot (t+a)(\ln(t+a))^2} > 0$ với mọi $t \geq 2; a \geq 0$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến suy ra (*) xảy ra khi $x^3 - 3x - m = 0$ có đúng 2 nghiệm khác 0.

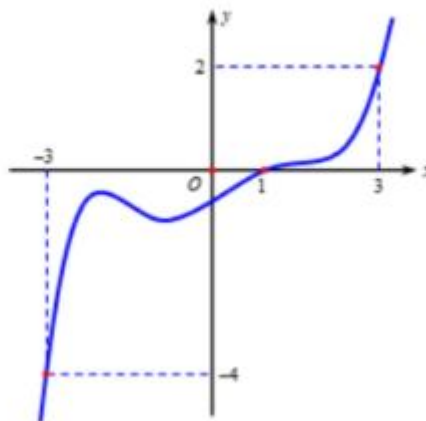
Xét hàm số: $f(x) = x^3 - 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y			2		-2	
	$-\infty$					$+\infty$

Để phương trình có 2 nghiệm khác 0 thì có 3 giá trị của m thỏa mãn là: $m = 2; m = -2$ và $m = 0$.

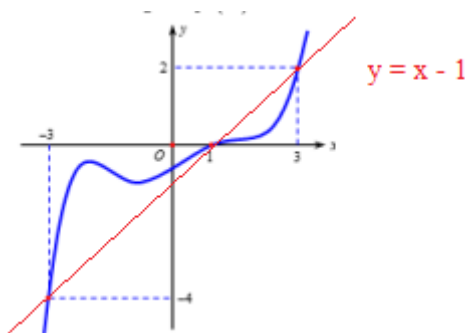
Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2020$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(4;6)$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

- A. 17. B. 19. C. 18. D. 20.

Đáp án B



Ta có: $g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1) \geq 0, \forall x \in (4;6) \Leftrightarrow f'(x-m) \geq (x-m-1), \forall x \in (4;6)$ (*)

Từ đồ thị ta thấy $f'(t) \geq t-1 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq t \leq 1 \\ t \geq 3 \end{cases}$. Do đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x-m \leq 1 \\ x-m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \leq x \leq m+1 \\ x \geq m+3 \end{cases}$

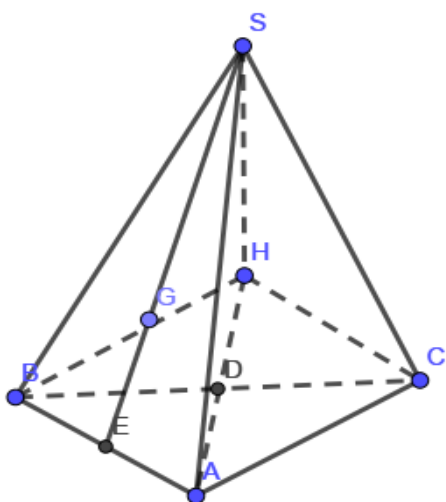
Để bất phương trình (*) đúng với mọi $x \in (4;6)$ thì $\begin{cases} m-3 \leq 4 < 6 \leq m+1 \\ 4 \leq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 7 \\ 1 \leq m \end{cases}$

Do m là số nguyên dương nên các giá trị m thỏa mãn là tập: $S = \{1;5;6;7\}$ suy ra tổng giá trị bằng 19.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $BC = 2a$ và $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{39}}{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB . Thể tích của khối chóp $G.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{9}$. C. a^3 . D. $\frac{2a^3}{9}$.

Đáp án B.



Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của S xuống (ABC) là H (tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC). Suy ra $HA = HB = HC$. Xét tứ giác $ABHC$ có H nằm trên trung trực BC nên góc $HAB = 60^\circ$

Do đó: tam giác ABH là tam giác đều nên $AH = AB$

Xét tam giác ABC có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 120^\circ$

$$\Leftrightarrow 4a^2 = 3AB^2 \Leftrightarrow AB = \frac{2a}{\sqrt{3}}. \text{ Từ đó suy ra}$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{39}}{3}\right)^2 - \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2} = a\sqrt{3}$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là :

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}AB.AC.\sin 120^\circ\right).SH = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{3}$$

Ta có G là trọng tâm tam giác SAB nên $V_{G.ABC} = \frac{GE}{SE}.V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.V_{S.ABC} = \frac{a^3}{9}$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 13x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm đều có hoành độ nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Đáp án B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 13x + m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 13x = m$ (*)

$$\text{Xét hàm số: } y = -x^3 + 13x \Rightarrow y' = -3x^2 + 13; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{13}{3}} \\ x = -\sqrt{\frac{13}{3}} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{13}{3}}$	$\sqrt{\frac{13}{3}}$	$+\infty$
y'	-	0	0	-
y	$+\infty$	$-\frac{26\sqrt{39}}{3}$	$\frac{26\sqrt{39}}{3}$	$-\infty$

Phương trình (*) có 3 nghiệm nguyên thì điều kiện cần là $-\frac{26\sqrt{39}}{3} < m < \frac{26\sqrt{39}}{3}$.

Khi đó phương trình có 1 nghiệm nằm trong khoảng $\left(-\sqrt{\frac{13}{3}}; \sqrt{\frac{13}{3}}\right)$.

Do nghiệm này là số nguyên nên ta có bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
m	-18	-12	0	12	18

Kiểm tra trực tiếp được 2 giá trị $m = 12$ và $m = -12$ thỏa mãn.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $[f'(x)]^2 = 4[2x^2 + 1 - f(x)]$

với mọi x thuộc đoạn $[0;1]$ và $f(1) = 2$. Giá trị $I = \int_0^1 xf(x)dx$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Đáp án A.

Ta có: $[f'(x)]^2 + 4f(x) = 4(2x^2 + 1) \Leftrightarrow \int_0^1 ([f'(x)]^2 + 4f(x))dx = \int_0^1 4(2x^2 + 1)dx$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 4 \int_0^1 f(x) dx = \frac{20}{3} \Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 4 \left(x.f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 xf'(x) dx \right) = \frac{20}{3}$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 4 \left(2 - \int_0^1 xf'(x) dx \right) = \frac{20}{3} \Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx - 4 \int_0^1 xf'(x) dx + \frac{4}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx - 4 \int_0^1 xf'(x) dx + \int_0^1 4x^2 dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x) - 2x]^2 dx = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x$$

$$\text{Do } f(1) = 2 \Rightarrow f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow \int_0^1 xf(x) dx = \int_0^1 x(x^2 + 1) dx = \frac{3}{4}$$

----- HẾT -----