UBND THÀNH PHỐ HÀ NỘI
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Bài kiểm tra có 06 trang)

KỲ KIỂM TRA KHẢO SÁT HỌC SINH LỚP 12 THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022
Bài kiểm tra: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

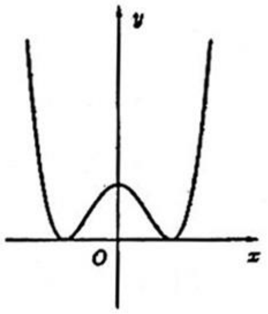
Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh:...

Mã bài kiểm tra 023

Câu 1. Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3\left(ab^3\right)$ bằng

A. $\log_3 a+\frac{1}{3}\log_3 b$. **B.** $3\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a+3\log_3 b$. **D.** $3\log_3 a+\log_3 b$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi\,\text{cm}^2$. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. $2\,\text{cm}$. **B.** $2\sqrt{3}\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $\sqrt[3]{12}\,\text{cm}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{4}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=\left(3;+\infty\right)$. **C.** $D=\left[3;+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 5. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=5$ bằng

A. 40π. **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 20π.

Câu 6. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=7$ bằng

A. 42. **B.** 32. **C.** 24. **D.** 14.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{-2x+1}$ có phương trình:

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=-2$.

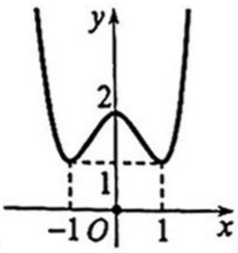
Câu 8. Cho số phức $z=-3+5i$. Phần ảo của số phức z bằng

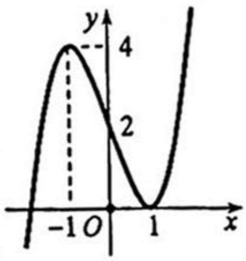
A. $5i$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -3.

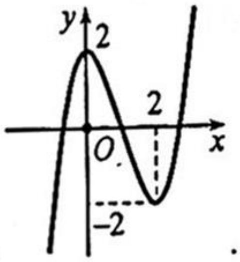
Câu 9. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

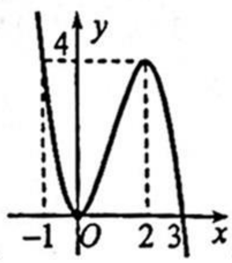
A. $\left(0;-2\right)$. **B.** $\left(2;-2\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;2\right)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là đường cong trong hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 11. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$ là

A. $\overline{z} = 5 + 2i.$ **B.** $\overline{z} = -5 - 2i.$ **C.** $\overline{z} = 2 + 5i.$ **D.** $\overline{z} = -5 + 2i.$

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1, f(3) = 5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)\,dx$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 14. Cho $n, k \in \mathbb{N}^*$ và $n \geq k$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}.$ **B.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}.$ **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}.$ **D.** $C_n^k = n!.$

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ là

A. $-\dfrac{1}{x^2} + C.$ **B.** $\ln x.$ **C.** $-\dfrac{1}{x^2}.$ **D.** $\ln x + C.$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 4).$ **B.** $(-2; 3).$ **C.** $(-\infty; -2).$ **D.** $(0; +\infty).$

Câu 17. Phương trình $\log_3(x - 5) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 7.$ **B.** $x = 14.$ **C.** $x = 11.$ **D.** $x = 13.$

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

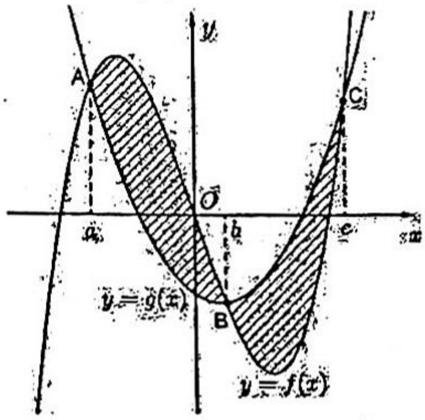
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left[\int f(x)\,dx\right]' = f(x).$ **B.** $\int [f(x)]'\,dx = f(x) + C.$

C. $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx.$ **D.** $\int [f(x) + k]\,dx = \int f(x)\,dx + \int k\,dx.$

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ và hàm số $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S=\int_a^c [g(x)-f(x)]dx.$

B. $S=\int_a^c |f(x)-g(x)|dx.$

C. $S=\left|\int_a^c [f(x)-g(x)]dx\right|.$

D. $S=\int_a^c [f(x)-g(x)]dx.$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=-1.$ **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0.$ **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}.$ **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1.$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t. \\ z=3+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t. \\ z=3+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t. \\ z=3-3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t. \\ z=3+3t \end{cases}$

Câu 23. Số cạnh của hình lập phương bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 24. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim 2^n$. **B.** $\lim\left(\frac{8}{3}\right)^n$. **C.** $\lim 4^n$. **D.** $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Câu 25. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$?

A. $\overrightarrow{u_4}(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}(3;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}(-2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}(3;-2;-1)$.

Câu 26. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-27=0$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

A. $(1;-2;2)$. **B.** $(-2;4;-4)$. **C.** $(-1;2;-2)$. **D.** $(2;-4;4)$.

Câu 29. Cắt một khối trụ có chiều cao 5 dm bởi một mặt phẳng vuông góc với trục thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $18\pi\,\text{dm}^2$. Tổng diện tích toàn phần của hai khối trụ mới bằng

A. $51\pi\,\text{dm}^2$. **B.** $66\pi\,\text{dm}^2$. **C.** $144\pi\,\text{dm}^2$. **D.** $48\pi\,\text{dm}^2$.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

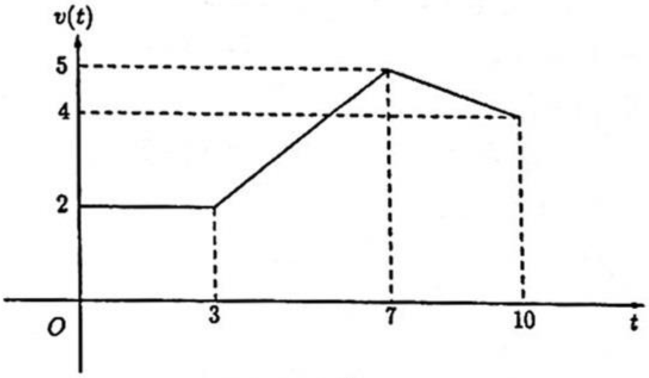
Câu 31. Cho a,b,c là các số thực dương, $a\neq 1$ và $\log_a b=5, \log_a c=7$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right)$.

A. $P=-4$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Câu 32. Một phòng thi có 24 thí sinh trong đó có 18 thí sinh nam, 6 thí sinh nữ. Cán bộ coi thi chọn ngẫu nhiên 2 thí sinh chứng kiến niêm phong bì đề thi. Xác suất để chọn được 1 thí sinh nam và một thí sinh nữ bằng

A. $\dfrac{9}{46}$. **B.** $\dfrac{3}{46}$. **C.** $\dfrac{2}{23}$. **D.** $\dfrac{9}{23}$.

Câu 33. Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc v (m/s) phụ thuộc vào thời gian t(s) có đồ thị như hình vẽ sau:



Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

A. $\dfrac{63}{2}$m. **B.** $\dfrac{67}{2}$m. **C.** $\dfrac{61}{2}$m. **D.** $\dfrac{65}{2}$m.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2}\le 4$ là:

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

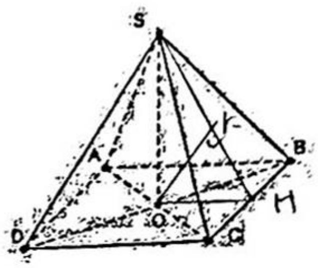
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-2z+1=0$ và $(Q): x-2y-2z+7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 36. Tính môđun của số phức z biết $\overline{z}=(4-3i)(1+i)$.

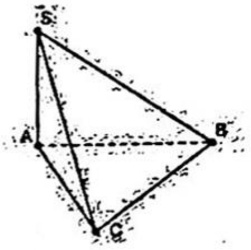
A. $|z|=50$. **B.** $|z|=5\sqrt{2}$. **C.** $|z|=7\sqrt{2}$. **D.** $|z|=25\sqrt{2}$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD (tham khảo hình bên). Biết $SO=a$, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.　　B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.　　C. $\frac{a}{2}$.　　D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$.　　B. $60°$.

C. $90°$.　　D. $30°$.

Câu 39. Tìm số phức z thỏa mãn $z+2\overline{z}=6-3i$.

A. $z=2-3i$.　　B. $z=-2+3i$.　　C. $z=-2-3i$.　　D. $z=2+3i$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1, \int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=3$. Tích phân $\int_0^1 [2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9.　　B. 5.　　C. 10.　　D. 11.

Câu 41. Cho số thực dương $x\left(x\neq 1, x\neq \frac{1}{2}\right)$ thoả mãn $\log_x(16x)=\log_{2x}(8x)$. Giá trị $\log_x(16x)$ bằng $\log\left(\frac{m}{n}\right)$ với m và n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tổng $m+n$ bằng

A. 11.　　B. 10.　　C. 12.　　D. 9.

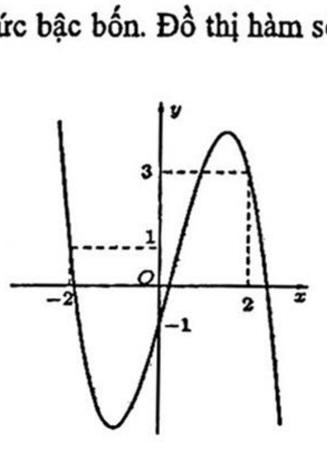
Câu 42. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích tam giác $A'BC$ bằng 4, khoảng cách từ A đến BC bằng 3, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 12.　　B. 6.　　C. 2.　　D. $3\sqrt{3}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\frac{z}{z^2+2\overline{z}}$ là số thực và $(z+2)(\overline{z}+2i)$ là số thuần ảo?

A. 2.　　B. 1.　　C. 0.　　D. 3.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho trong hình vẽ dưới đây



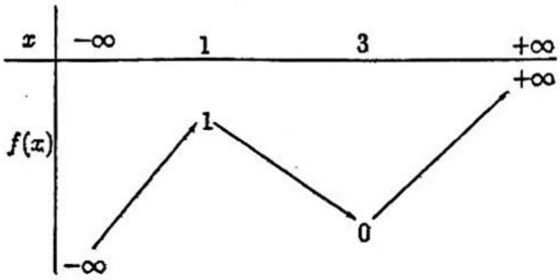
Đặt hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{4}-\frac{x^2}{4}+x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là

A. $(-\infty;-5]$.　　B. $[-1;+\infty)$.　　C. $(-5;-1)$.　　D. $(-1;+\infty)$.

Câu 45. Cho bất phương trình $8^x + 3x4^x + (3x^2+2)2^x \le (m^3-1)x^3 + 2(m-1)x$. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có đúng năm nghiệm nguyên dương phân biệt là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $h(x) = |f(x) - m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 21. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 20.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm M, d cắt tia Ox tại A và cắt mặt phẳng (Oyz) tại B sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{17}}{2}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$.

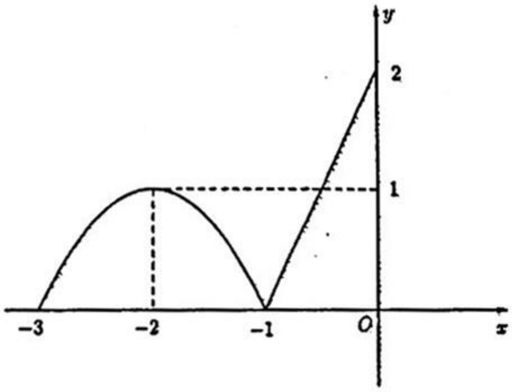
Câu 48. Cho 2 số phức z, w phân biệt thỏa mãn $|z| = |w| = 4$ và $(z-i)(\overline{w}+i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$, $I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) tại điểm C. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ trên $[-3;0]$ như hình vẽ sau (phần đường cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$).



Cho $\displaystyle\int_{e^{-3}}^{1} \frac{f(\ln x)}{x}dx = \frac{2}{3}$, giá trị $f(0)$ bằng

A. 1. **B.** $-\dfrac{7}{9}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{14}{9}$.

------ *HẾT* ------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3\left(ab^3\right)$ bằng

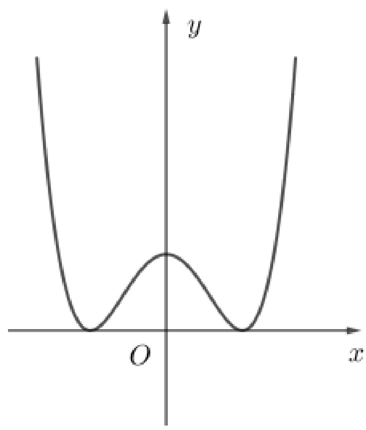
A. $\log_3 a+\frac{1}{3}\log_3 b$. **B.** $3\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a+3\log_3 b$. **D.** $3\log_3 a+\log_3 b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\left(ab^3\right)=\log_3 a+\log_3 b^3=\log_3 a+3\log_3 b$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi\,\text{cm}^2$. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. $2\,\text{cm}$. **B.** $2\sqrt{3}\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $\sqrt[3]{12}\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S=16\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2=16\pi \Leftrightarrow R=2$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{4}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$. **B.** $D=\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left[3;+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{4}}$ xác định khi $x^3-27>0 \Leftrightarrow x>3$

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=5$ bằng

A. 40π. **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn D

$S_{xq} = \pi rl = \pi.4.5 = 20\pi$.

Câu 6: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 7$ bằng

A. 42. **B.** 32. **C.** 24. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = 6.7 = 42$

Câu 7: Tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+2}{-2x+1}$ có phương trình:

A. $x = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \dfrac{1}{2}$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim\limits_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \dfrac{x+2}{-2x+1} = +\infty$

Vậy $x = \dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 8: Cho số phức $z = -3 + 5i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $5i$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;2)$.

Lời giải

Chọn B

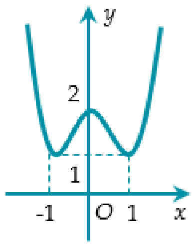
Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$

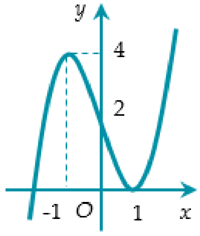
$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

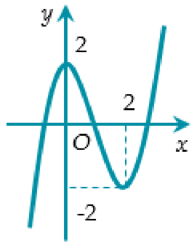
Ta có BBT:

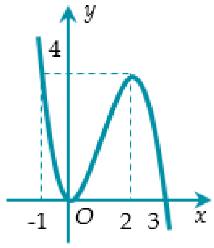
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$	
y		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	

Câu 10: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là đường cong trong hình nào dưới đây?

A. 

. **B.** 

. **C.** 

. **D.** 

.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị hàm bậc ba nên loại A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-3x^2+2\right)=+\infty$ nên loại D

Thay tọa độ điểm $(0;2)$ và $(2;-2)$ ta thấy thỏa mãn phương trình hàm số.

Câu 11: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-4x^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=2+\sqrt{3} \\ x^2=2-\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{2+\sqrt{3}} \\ x=\pm\sqrt{2-\sqrt{3}} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm cần tìm là 4.

Câu 12: Số phức liên hợp của số phức $z=5-2i$ là

A. $\overline{z}=5+2i$. **B.** $\overline{z}=-5-2i$. **C.** $\overline{z}=2+5i$. **D.** $\overline{z}=-5+2i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=5-2i$ là $\overline{z}=5+2i$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2)=-1, f(3)=5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó $\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_2^3 = f(3)-f(2)=5-(-1)=6$.

Câu 14: Cho $k,n\in\mathbb{N}^*$ và $n\ge k$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=n!$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết: công thức tính số các tổ hợp chập k của n phần tử.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}$ trên $\left(0;+\infty\right)$ là

A. $-\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\ln x$. **C.** $-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $\ln x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\left|x\right|+C$

Vì xét trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ nên $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\ln x+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;4\right)$. **B.** $\left(-2;3\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 17: Phương trình $\log_3\left(x-5\right)=2$ có nghiệm là

A. $x=7$. **B.** $x=14$. **C.** $x=11$. **D.** $x=13$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3\left(x-5\right)=2\Leftrightarrow x-5=3^2\Leftrightarrow x=14$.

Câu 18: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ ta suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]' = f(x)$. **B.** $\int [f(x)]'\,\mathrm{d}x = f(x) + C$.

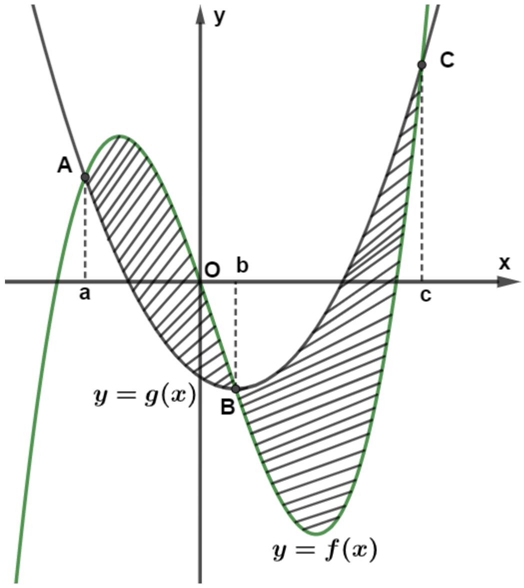
C. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int [f(x)+k]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int k\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Đáp án C sai vì $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ chỉ đúng khi hằng số $k \neq 0$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)]\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_a^c |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S = \left|\int_a^c [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S = \int_a^c [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hai hàm số cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là a, b, c với $a < b < c$.

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = g(x)$ có 3 nghiệm phân biệt $x = a; x = b; x = c$.

Do đó diện tích phần gạch chép trong hình vẽ là: $S = \int_a^c |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = -1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$. **C.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua A vuông góc với mặt phẳng (P) nhận vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm vectơ chỉ phương tức là $\vec{u}=(1;-2;3)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Câu 23: Số cạnh của hình lập phương bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim 2^n$. **B.** $\lim\left(\frac{8}{3}\right)^n$. **C.** $\lim 4^n$. **D.** $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Lời giải

Chọn D

Câu 25: Vec tơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$?

A. $\overrightarrow{u_4}(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}(3;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}(-2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}(3;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$ là $\overrightarrow{u_2}(3;-2;-1)$.

Câu 26: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \log x$ có

- Tập xác định: $\left(0;+\infty\right)$.

- Ta có $y = \log x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{x\ln 10} > 0,\ \forall x \in \left(0;+\infty\right)$.

Vậy hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$. Toạ độ điểm M là

A. $\left(2;0;1\right)$. **B.** $\left(0;2;1\right)$. **C.** $\left(1;2;0\right)$. **D.** $\left(2;1;0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k} \Rightarrow M\left(2;0;1\right)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 27 = 0$.

Toạ độ tâm của mặt cầu $\left(S\right)$ là

A. $\left(1;-2;2\right)$. **B.** $\left(-2;4;-4\right)$. **C.** $\left(-1;2;-2\right)$. **D.** $\left(2;-4;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 27 = 0 \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2 + \left(y+2\right)^2 + \left(z-2\right)^2 = 36$.

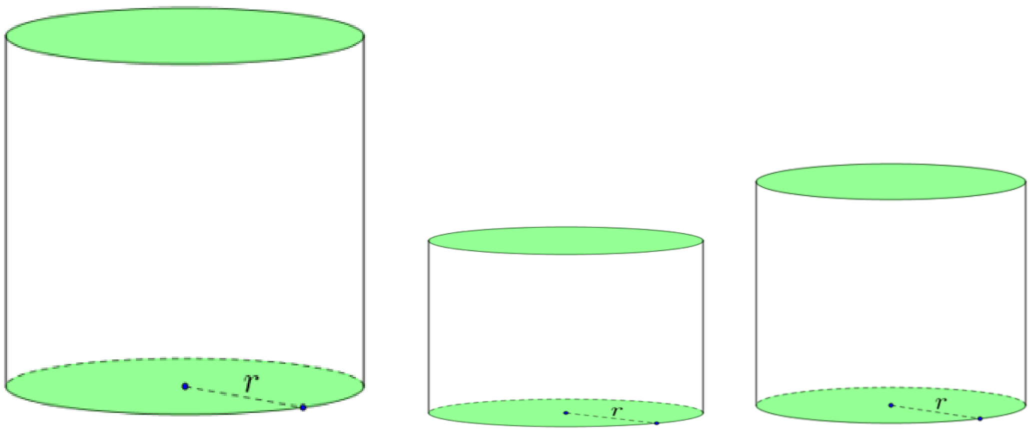
Mặt cầu $\left(S\right)$ có toạ độ tâm là $\left(1;-2;2\right)$.

Câu 29: Cắt một khối trụ có chiều cao $5dm$ bởi một mặt phẳng vuông góc với trục thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $18\pi\, dm^2$. Tổng diện tích toàn phần của hai khối trụ mới bằng

A. $51\pi\, dm^2$. **B.** $66\pi\, dm^2$. **C.** $144\pi\, dm^2$. **D.** $48\pi\, dm^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi bán kính đáy của khối trụ là r.

Từ giả thiết ta có $2\pi r^2 = 18\pi \Leftrightarrow r = 3$.

Tổng diện tích toàn của hai khối trụ mới là

$S_{tp} = S_{tp1} + S_{tp2} = 4\pi r^2 + 2\pi r\left(h_1 + h_2\right) = 4\pi.9 + 2\pi.3.5 = 66\pi\, dm^2$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 3$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = 5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = 7$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2;4]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \notin [2;4] \\ x = -1 \notin [2;4] \end{array}\right.$.

Ta có $f(2) = 7; f(4) = 57$.

Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y = f(2) = 7$.

Câu 31: Cho a, b, c là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\log_a b = 5, \log_a c = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{c}\right)$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 1$.

Lời giải

Chọn A

$P = \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{c}\right) = 2.\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = 2.(\log_a b - \log_a c) = 2.(5 - 7) = -4$

Câu 32: Một phòng thi có 24 thí sinh trong đó có 18 thí sinh nam, 6 thí sinh nữ. Cán bộ coi thi chọn ngẫu nhiên 2 thí sinh chứng kiến niêm phong bì đề thi. Xác suất để chọn được một thí sinh nam và một thí sinh nữ bằng

A. $\frac{9}{46}$. **B.** $\frac{3}{46}$. **C.** $\frac{2}{23}$. **D.** $\frac{9}{23}$.

Lời giải

Chọn D

Phép thử: Chọn ngẫu nhiên hai thí sinh trong 24 thí sinh

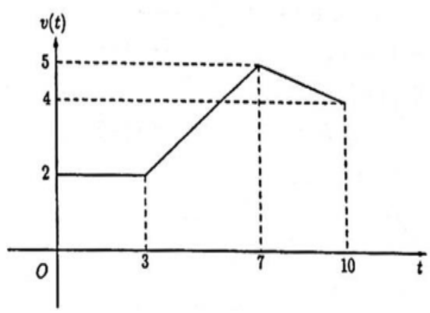
Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{24}^2 = 276$.

Gọi A là biến cố:chọn được 1 thí sinh nam và 1 thí sinh nữ

Suy ra $n(A) = C_{18}^1.C_6^1 = 18.6 = 108$.

Xác suất của biến cố $A: P(A) = \frac{108}{276} = \frac{9}{23}$.

Câu 33: Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

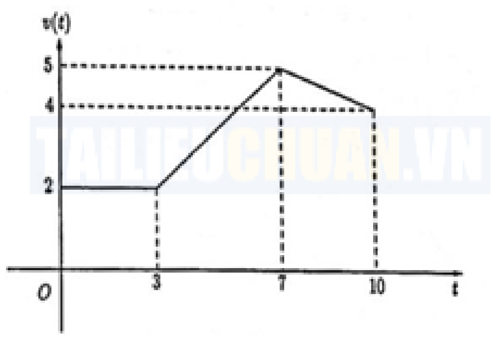


Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

A. $\dfrac{63}{2}\,\text{m}$. **B.** $\dfrac{67}{2}\,\text{m}$. **C.** $\dfrac{61}{2}\,\text{m}$. **D.** $\dfrac{65}{2}\,\text{m}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $S_{10} = \int\limits_0^{10} v(t)dt = \int\limits_0^{3} v(t)dt + \int\limits_3^{7} v(t)dt + \int\limits_7^{10} v(t)dt = S_1 + S_2 + S_3$

Mà $S_1 = 2.3 = 6; S_2 = \dfrac{(2+5)}{2}.4 = 14; S_3 = \dfrac{5+4}{2}.3 = \dfrac{27}{2}$

Suy ra: $S_{10} = 6 + 14 + \dfrac{27}{2} = \dfrac{67}{2}(m)$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2} \le 4$ là

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn A

$2^{x^2-2} \le 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-2} \le 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 4 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 1 = 0$ và $(Q): x - 2y - 2z + 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Vì $\dfrac{1}{1} = \dfrac{-2}{-2} = \dfrac{-2}{-2} \ne \dfrac{1}{7}$ nên (P) song song với (Q).

Lấy $A(-1;0;0) \in (P)$.

Ta có $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\dfrac{\left|-1-2.0-2.0+7\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\dfrac{6}{3}=2$.

Câu 36: Tính môđun của số phức z biết $\overline{z}=(4-3i)(1+i)$.

A. $|z|=50$. **B.** $|z|=5\sqrt{2}$. **C.** $|z|=7\sqrt{2}$. **D.** $|z|=25\sqrt{2}$.

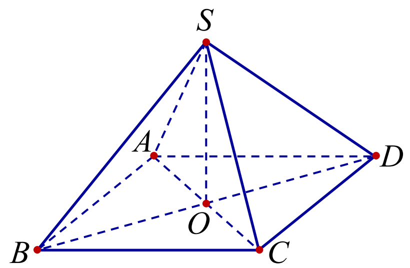
Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{z}=(4-3i)(1+i)\Leftrightarrow \overline{z}=7+i\Rightarrow z=7-i$.

Vậy $|z|=\sqrt{7^2+(-1)^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD (tham khảo hình bên). Biết $SO=a$, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

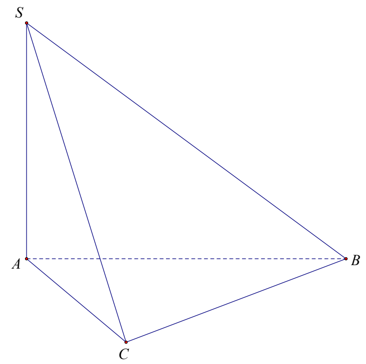
Ta có: $OB=OC=\dfrac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $SOBC$ là tứ diện vuông tại O nên $\dfrac{1}{d^2\left(O,(SBC)\right)}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$.

Do đó $\dfrac{1}{d^2\left(O,(SBC)\right)}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{2}{a^2}$.

Suy ra $d\left(O,(SBC)\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a Cạnh bên $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $SA\perp(ABC)$ Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng góc giữa hai đường thẳng SB và AB.

ΔSAB vuông cân tại A, suy ra $\widehat{SBA}=45^0$.

Câu 39: Tìm số phức z thỏa mãn $z+2\overline{z}=6-3i.$

A. $z=2-3i$. **B.** $z=-2+3i$. **C.** $z=-2-3i$. **D.** $z=2+3i$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi(x;y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi$

$z+2\overline{z}=6-3i\Leftrightarrow 3x-yi=6-3i\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^1 f(x)dx=1,\int_0^1 g(x)dx=3$. Tích phân $\int_0^1[2f(x)+3g(x)]dx$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1[2f(x)+3g(x)]dx=2\int_0^1 f(x)dx+3\int_0^1 g(x)dx=2.1+3.3=11$.

Câu 41: Cho số thực dương $x\left(x\neq 1,x\neq\frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn $\log_x(16x)=\log_{2x}(8x)$. Giá trị $\log_x(16x)$ bằng $\log\frac{m}{n}$ với m và n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tổng $m+n$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$$\log_x(16x)=\log_{2x}(8x)\Leftrightarrow 4\log_x 2+1=\frac{3\log_x 2+1}{\log_x 2+1}\Leftrightarrow 4\log_x^2 2+2\log_x 2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_x 2=0\ (vn)\\ \log_x 2=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

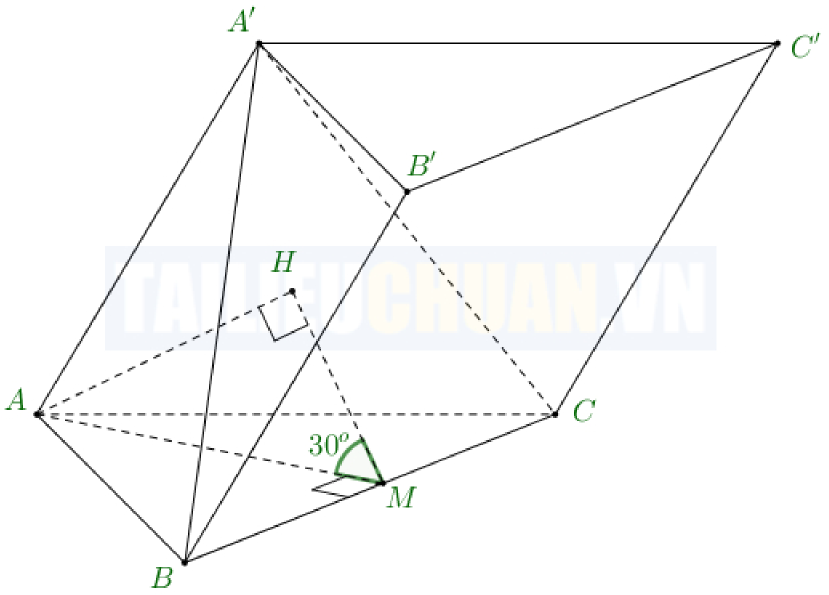
Suy ra $\log_x(16x)=4\log_x 2+1=-1=\log\frac{1}{10}$. Do đó $m=1,n=10\Rightarrow m+n=11$.

Câu 42: Cho lăng trụ $\mathrm{ABC.A'B'C'}$ có diện tích tam giác $\mathrm{A'BC}$ bằng 4, khoảng cách từ A đến BC bằng 3, góc giữa hai mặt phẳng $(\mathrm{A'BC})$ và $(\mathrm{A'B'C'})$ bằng 30^o. Thể tích khối lăng trụ $\mathrm{ABC.A'B'C'}$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, H lần lượt là hình chiếu của A trên BC và trên $(A'BC) \Rightarrow BC \perp (AMH)$

$\Rightarrow \left(\widehat{(A'BC),(A'B'C')}\right) = \left(\widehat{(A'BC),(ABC)}\right) = \widehat{AMH} = 30^o$.

Xét ΔAMH vuông tại H có: $AM = d(A, BC) = 3$; $AH = AM.\sin 30^o = \dfrac{3}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = AH.S_{\Delta A'BC} = 6$.

Câu 43: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{z^2+2\bar{z}}$ là số thực và $(z+2)(\bar{z}+2i)$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$.

Xét: $w = \dfrac{z}{z^2+2\bar{z}} = \dfrac{a+bi}{a^2+2a-b^2+2b(a-1)i} = \dfrac{(a+bi)\left((a^2+2a-b^2)-2b(a-1)i\right)}{(a^2+2a-b^2)^2+4b^2(a-1)^2}$

$= \dfrac{a(a^2+2a-b^2)+2b^2(a-1)}{(a^2+2a-b^2)^2+4b^2(a-1)^2} + \dfrac{b(a^2+2a-b^2)-2ab(a-1)}{(a^2+2a-b^2)^2+4b^2(a-1)^2}i$.

w là số thực $\Leftrightarrow \begin{cases} b(a^2+2a-b^2)-2ab(a-1)=0 \ (1) \\ (a^2+2a-b^2)^2+4b^2(a-1)^2 \neq 0 \ (2) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a^2-4a+b^2=0 \end{array}\right. \ (3)$

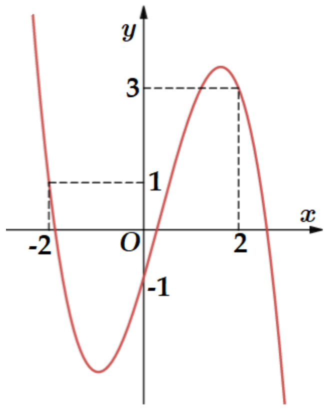
Xét: $w_1 = (z+2)(\bar{z}+2i) = (a+2+bi)(a+(2-b)i) = a^2+2a+b(b-2)+\left((a+2)(2-b)+ab\right)i$

w_1 là số thuần ảo $\Leftrightarrow a^2+2a+b^2-2b=0 \ (4)$

Từ $(3),(4)$ ta có: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}b=0\\a^2+2a=0\end{cases}\\ \begin{cases}a^2-4a+b^2=0\\a^2+2a+b^2-2b=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(a;b)=(0;0)\\(a;b)=(-2;0)\\ \begin{cases}10a^2-4a=0\\b=3a\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(a;b)=(0;0)\quad (ktm\ (2))\\(a;b)=(-2;0)\ (ktm\ (2))\\(a;b)=\left(\frac{2}{5};\frac{6}{5}\right)\ (tm\ (2))\end{array}\right.$

Vậy $z=\frac{2}{5}+\frac{6}{5}i$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên.



Đặt hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{4}-\frac{x^2}{4}+x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là

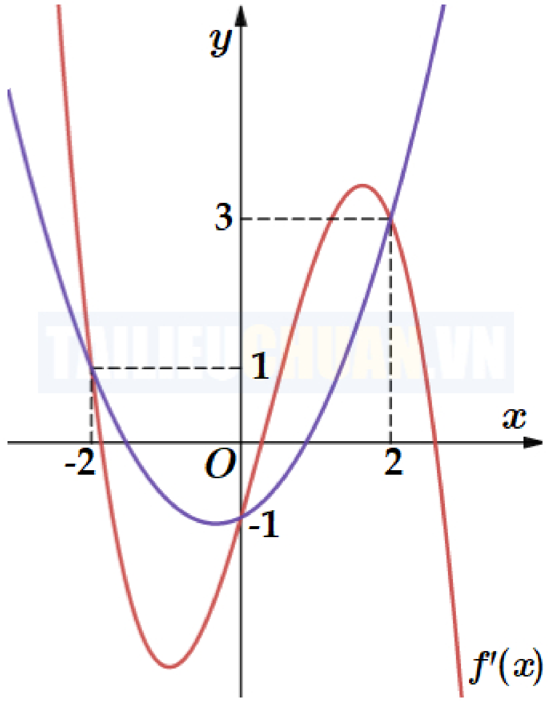
A. $(-\infty;-5]$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=f'(x)-\frac{3x^2}{4}-\frac{x}{2}+1\le 0 \Leftrightarrow f'(x)\le \frac{3x^2}{4}+\frac{x}{2}-1$

Phát họa đồ thị hàm số $f'(x),\frac{3x^2}{4}+\frac{x}{2}-1$ trên cùng một hệ trục tọa độ:



Từ hình vẽ ta thấy được $g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x)<\dfrac{3x^2}{4}+\dfrac{x}{2}-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên $(-2-m;-m)$ và $(2-m;+\infty)$.

Để $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi $2-m\le 3 \Leftrightarrow m\ge -1$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1 ↘	0 ↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $h(x)=|f(x)-m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 21. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy được $f(x)-m$ có hai điểm cực trị, nên để hàm số $h(x)=|f(x)-m|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x)-m=0$ có một nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

Câu 46: Cho bất phương trình $8^x+3x.4^x+(3x^2+2)2^x \le (m^3-1)x^3+2(m-1)x$. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có đúng 5 nghiệm nguyên dương phân biệt là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $8^x+3x.4^x+\left(3x^2+2\right)2^x\le\left(m^3-1\right)x^3+2\left(m-1\right)x$

$\Leftrightarrow 8^x+3x.4^x+3x^2 2^x+2^{x+1}\le m^3x^3-x^3+2mx-2x$

$\Leftrightarrow \left(2^x+x\right)^3+2\left(2^x+x\right)\le\left(mx\right)^3+2mx\left(1\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=t^3+2t$, có $f'\left(t\right)=3t^2+2>0$

Nên $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$, khi đó:

$\left(1\right)\Leftrightarrow 2^x+x\le mx\Leftrightarrow\dfrac{2^x}{x}\le m-1$, do $x>0$

Xét hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{2^x}{x}\Rightarrow g'\left(x\right)=\dfrac{2^x\ln 2.x-2^x}{x^2}$, ta có $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\log_2 e=x_0<1$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$:

x	0		x_0		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	
$g\left(x\right)$	$+\infty$	$\searrow$	$g\left(x_0\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Do $f\left(1\right)=f\left(2\right)<f\left(5\right)$ nên để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên dương:

$\Leftrightarrow\begin{cases}g\left(5\right)\le m-1\\ g\left(6\right)>m-1\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{37}{5}\le m<\dfrac{35}{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Đường thẳng d đi qua điểm M,d cắt tia Ox tại A và cắt mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ tại B sao cho $MA=2MB$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{17}}{2}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A\left(a;0;0\right)$ là giao điểm của d và Ox; $B\left(0;b;c\right)$ là giao điểm của d và $\left(Oyz\right)$

Ta có $MA=2MB\Rightarrow\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}a-1+2\left(0-1\right)=0\\0-2+2\left(b-2\right)=0\\0-3+2\left(c-3\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=3\\c=\dfrac{9}{2}\end{cases}$

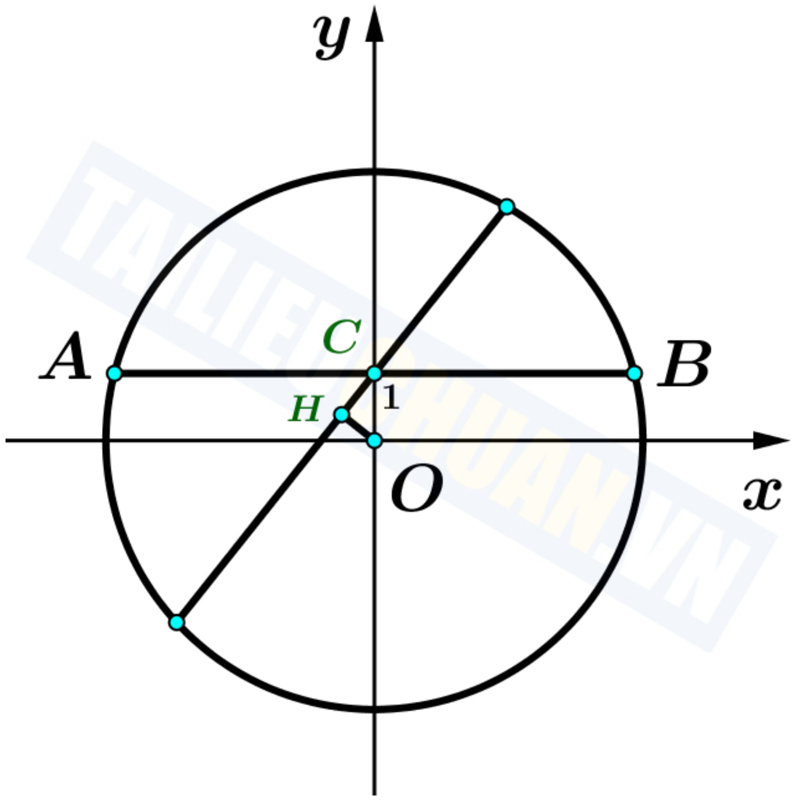
Khi đó $A\left(3;0;0\right),B\left(0;3;\dfrac{9}{2}\right)$ và $AB=\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$

Câu 48: Cho hai số phức z, w phân biệt thỏa mãn $|z|=|w|=4$ và $(z-i)(\overline{w}+i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z, w

Ta có:

☞ $|z|=|w|=4$ suy ra A, B thuộc đường tròn tâm O, bán kính $R=4$

☞ $(z-i)(\overline{w}+i)$ là số thực nên đặt $(z-i)(\overline{w}+i)=a\in\mathbb{R}$ (1)

❖ Với $a=0 \Rightarrow z=w=i$ (trái giả thiết $|z|=|w|=4$)

❖ Với $a\neq 0$: (1) $\Leftrightarrow z-i=\dfrac{a}{\overline{w}+i}=\dfrac{a}{|\overline{w}+i|^2}(w-i)=k(w-i)$, với $k=\dfrac{a}{|\overline{w}+i|^2}$

$\Rightarrow A, B, C(0;1)$ thẳng hàng

Khi đó $|z-w|=AB=2AH$, với H là trung điểm đoạn AB

Do đó để đoạn AB nhỏ nhất thì đoạn AH nhỏ nhất $\Leftrightarrow OH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv C$

Khi đó: $|z-w|_{\min}=2AH=2\sqrt{R^2-OC^2}=2\sqrt{15}$

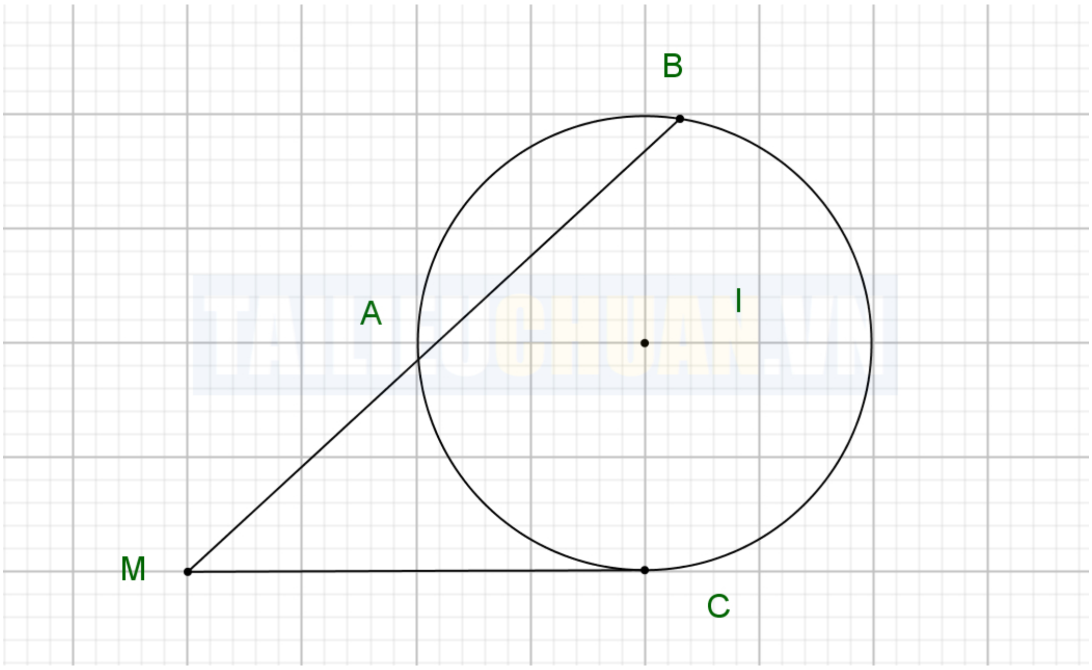
Vậy $|z-w|_{\min}=2\sqrt{15}$ khi C là trung điểm của AB

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;2), I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) tại điểm C. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



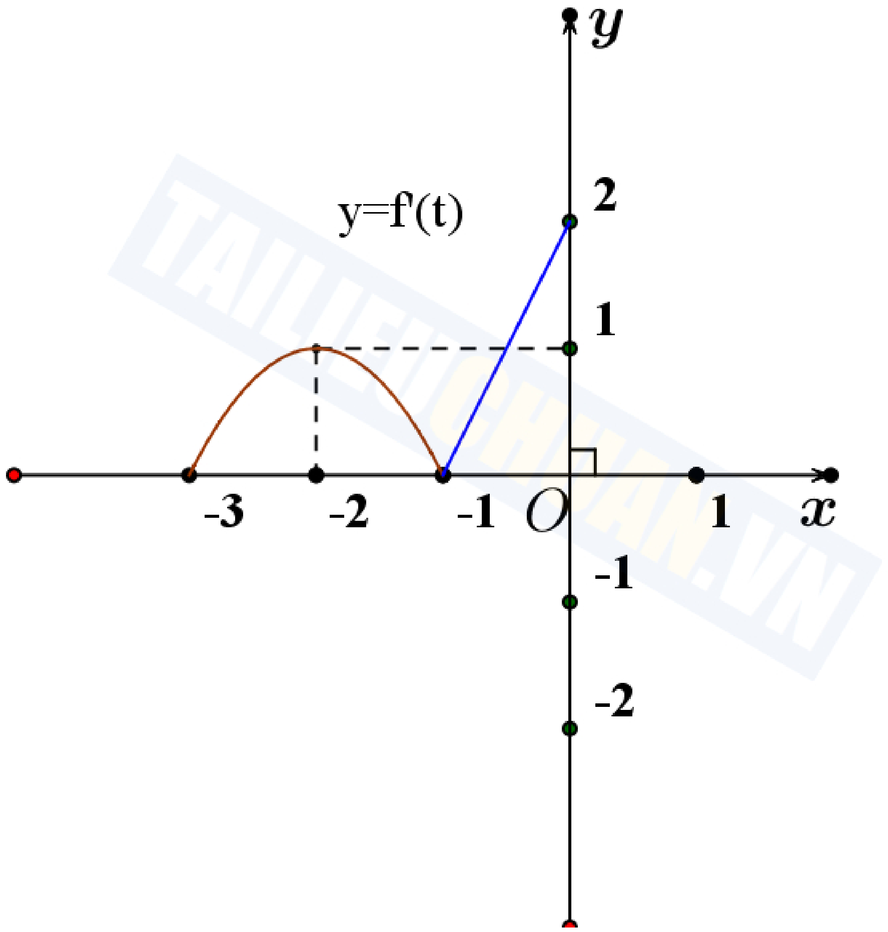
Ta có phương trình đường thẳng AB có dạng: $AB:\begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$

$M = AB \cap (Oxy) \Rightarrow M(1;\, 0;0)$

Từ đó ta có được $MC^2 = MA.MB = 4 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 - 4$ với $x \in [-1;3]$

Suy ra: $IC^2 = x^2 + y^2 + 16 = 2x + 19 \le 2.3 + 19 = 25 \Rightarrow IC_{\max} = 5$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ trên $[-3;0]$ như hình vẽ sau (phần đường cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$).



Cho $\int_{e^{-3}}^{1} \frac{f(\ln x)}{x} \mathrm{d}x = \frac{2}{3}$, giá trị $f(0)$ bằng

A. 1. **B.** $-\frac{7}{9}$. **C.** 2. **D.** $\frac{14}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị trên ta được: $y = f'(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x - 3, & -3 \le x \le -1 \\ 2x + 2, & -1 \le x \le 0 \end{cases}$.

Khi đó ta có: $\frac{2}{3} = \int_{e^{-}}^{1} \frac{f(\ln x)}{x} dx$

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$. Đổi cận $\begin{cases} x = e^{-3} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} = \int\limits_{-3}^{0} f(t) dt = \int\limits_{-3}^{0} f(x) dx$

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = x + 3 \end{cases}$.

Suy ra $\frac{2}{3} = \int_{-3}^{0} f(x) dx = 3f(0) - \int_{-3}^{0} (x+3) f'(x) dx = 3f(0) - \int_{-3}^{-1} (x+3) f'(x) dx - \int_{-1}^{0} (x+3) f'(x) dx$

$= 3f(0) - \int_{-3}^{-1} (x+3)\left(-x^2 - 4x - 3\right) dx - \int_{-1}^{0} (x+3)(2x+2) dx = 3f(0) - 4 \Rightarrow f(0) = \frac{14}{9}$.