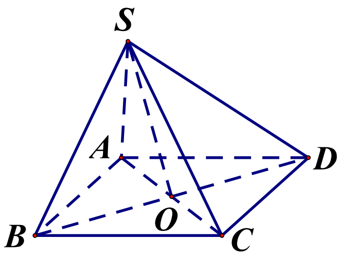
SỞ GD&ĐT THANH HÓA **TRƯỜNG THPT TĨNH GIA 1** -------------------- *(Đề thi có 04 trang)*	**KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12** **NĂM HỌC 2024 - 2025** **MÔN: TOÁN** *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 1201**

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O (hình vẽ bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SD}$.
B. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.
C. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SD}$.
D. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}+2^x-3\sin x$ là

A. $\ln|x|+\dfrac{2^x}{\ln 2}+3\cos x+C$.
B. $\ln|x|+\dfrac{2^x}{\ln 2}-3\cos x+C$.
C. $\ln|x|+2^x\ln 2-3\cos x+C$.
D. $-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2^{x+1}}{x+1}-3\cos x+C$.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$, phương trình đường thẳng OM là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-3}{9}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $x=2y=3z$.

Câu 4. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

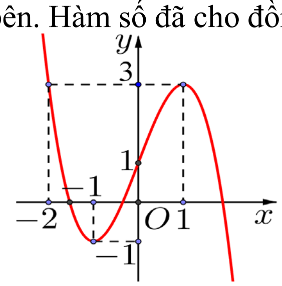
Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,785. **B.** 0,78. **C.** 0,609. **D.** 0,616.

Câu 5. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ lần lượt có phương trình là

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=-1,\ y=-3$. **C.** $x=-1,\ y=2$. **D.** $x=2,\ y=-1$.

Câu 6. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(3^x-1\right)>-1$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

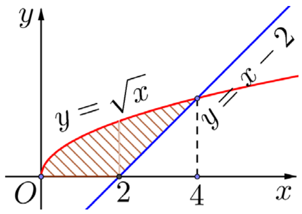
Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $x+2y-5=0$. **C.** $z=3$. **D.** $x=1$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=1$. Số hạng u_{10} là:

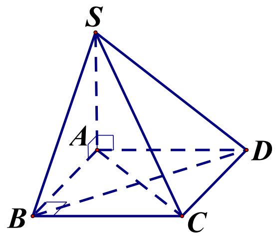
A. $\dfrac{1}{512}$. **B.** $\dfrac{1}{256}$. **C.** 1024. **D.** 512.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y=x-2$ được minh họa là phần gạch sọc như hình vẽ. Diện tích S của hình phẳng (H) là



A. $S=\dfrac{8}{3}$ **B.** $S=\dfrac{11}{3}$ **C.** $S=\dfrac{10}{3}$ **D.** $S=\dfrac{7}{3}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$ (hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây là **sai**.



A. $(SAC)\perp(SBD)$. **B.** $(SAC)\perp(ABCD)$. **C.** $(SBC)\perp(SAB)$. **D.** $(SBC)\perp(SCD)$.

Câu 12. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ trên $[0;2\pi]$ là:

A. 2π. **B.** 3π. **C.** $\dfrac{5\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}$.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng – sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(3x+4)$.

a) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên nửa khoảng $[2;+\infty)$ bằng $-1-\log_2 5$.

b) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)<-x^2+\dfrac{7}{2}x-2$ là $(0;4)$.

c) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 2. Cây đậu Hà Lan khi trồng có chiều cao 3 centimet. Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet của cây đậu Hà Lan tại thời điểm t kể từ khi được trồng, với t tính theo tuần. Khảo sát cho thấy tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t)=-0,02t^3+0,3t^2$ (centimet/tuần).

a) Vào thời điểm cây đậu Hà Lan đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 53 centimet.

b) Hàm số $h(t)$ có công thức $h(t)=-0,005t^4+0,1t^3$.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là 88 centimet.

d) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan đó kéo dài 15 tuần.

Câu 3. Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên, do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:
+ Tỷ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống là 5% (tức là 5% tổng số thuê bao là số lừa đảo).
+ Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo là 94%.
+ Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ (tức là số điện thoại không lừa đảo) là 3%.
Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.

a) Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số hợp lệ bằng $\frac{1813}{1849}$.

b) Biết rằng một số điện thoại bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\frac{90}{151}$.

c) Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0.94.

d) Xác suất để một số điện thoại bất kỳ bị chặn là $\frac{151}{2000}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $2x-2y+z-1=0$.

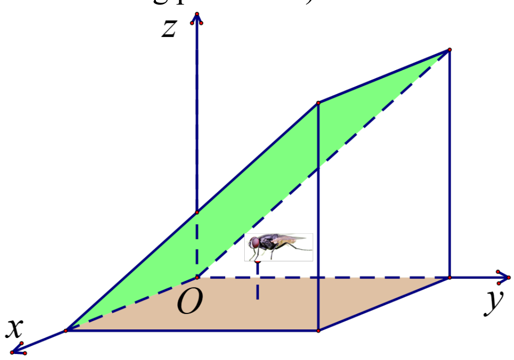
c) Điểm $D(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất. Khi đó $a+b+c=\frac{2}{3}$.

d) Mặt cầu (S) có bán kính $R=2$.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

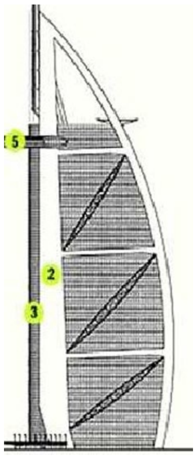
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1cm$, $AC=\sqrt{2}\,cm$; $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90°$, góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng $45°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC, với đơn vị là cm (centimet) và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

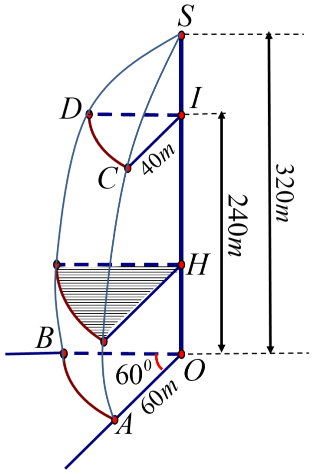
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị dài trên mỗi trục là $1cm$, một con ruồi xuất phát tại vị trí điểm $A(3;2;1)$ bay xuống mặt phẳng (Oxy) nó nghỉ tại chỗ một lát rồi sau đó bay đến mặt phẳng $(P): y-z=0$. Tại mặt phẳng (P) con ruồi cẩn thận bò đi một đoạn đường thẳng có độ dài bằng $2cm$, sau đó nó bay trở về vị trí xuất phát. Tính độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con ruồi đã thực hiện (Kết quả tính theo đơn vị cm và làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 3. Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu triệu đồng.

Câu 4. Một tòa nhà hình cánh buồm được minh họa bởi hình vẽ bên, tòa nhà có chiều cao $SO = 320\,m$ (m là ký hiệu của mét), gồm 56 tầng có tổng chiều cao là $OI = 240\,m$ và phần còn lại phía trên là không gian sân thượng. Mặt trước hình cánh buồm, được căng bởi hai cung parabol SCA và SDB giống hệt nhau có trục đối xứng vuông góc với đường thẳng SO, các parabol này nằm trong mỗi mặt bên của tòa nhà. Hai mặt bên SOA và SOB tạo với nhau một góc 60^0. Mặt sàn tầng một có dạng hình quạt tròn tâm O với bán kính $OA = 60\,m$, mái của tầng 56 có dạng hình quạt tròn tâm I với bán kính $IC = 40\,m$. Thiết diện ngang của tòa nhà đi qua một điểm H bất kỳ trên đoạn OI luôn là hình quạt có tâm là H. Tính thể tích của tòa nhà (chỉ tính phần chứa 56 tầng) với đơn vị là nghìn mét khối và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.





Câu 5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và một số quả bóng màu xanh, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu xanh, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp II. Xác suất lấy được ít nhất một quả bóng đỏ từ hộp II bằng $\frac{32}{35}$. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng đỏ, biết rằng hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả bóng đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16\,000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

------ HẾT ------

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d
1201	D	A	C	C	C	B	C	C	B	C	D	B		D	D	S	D	D	S	S	D
1202	D	C	A	C	A	A	B	A	B	A	C	A		D	S	D	S	D	S	D	D
1203	B	A	B	D	C	C	C	D	C	B	C	D		S	S	D	D	D	D	D	S
1204	A	D	C	D	B	D	B	B	B	A	D	D		S	S	D	D	D	D	S	D
1205	A	A	B	D	B	B	B	B	B	A	B	B		S	D	D	S	S	D	D	D
1206	A	D	D	B	C	D	A	D	D	D	A	A		D	S	D	S	S	S	D	D
1207	C	C	D	D	B	B	C	B	A	D	C	C		S	D	D	D	S	S	D	D
1208	D	D	B	A	D	B	C	C	B	C	B	C		D	S	S	D	S	S	D	D
1209	B	D	C	B	D	C	A	A	D	A	C	D		D	S	S	D	S	D	S	D
1210	A	D	A	A	B	C	A	D	B	D	B	B		D	D	S	D	D	S	D	S
1211	A	B	A	A	C	D	C	D	B	B	A	D		D	D	S	S	D	D	D	S
1212	B	A	A	D	A	A	D	C	D	C	A	C		S	D	D	D	S	D	S	D

3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d		1	2	3	4	5	6
S	S	D	D	D	S	D	D		0,68	4,89	260	499	0,44	100
D	D	D	S	S	D	S	D		0,44	499	100	4,89	260	0,68
S	D	S	D	D	S	D	D		499	4,89	0,44	100	260	0,68
D	S	D	D	S	S	D	D		499	0,68	100	260	4,89	0,44
S	D	D	D	D	S	S	D		499	100	0,44	260	4,89	0,68
D	S	D	D	D	S	D	D		100	4,89	260	0,68	499	0,44
D	S	D	D	S	S	D	D		260	4,89	499	0,68	100	0,44
S	D	D	D	D	D	S	D		499	0,44	4,89	260	100	0,68
S	D	D	D	D	S	D	D		0,44	0,68	499	4,89	100	260
S	D	D	D	D	D	S	S		0,44	0,68	4,89	100	499	260
D	S	D	D	D	D	S	S		260	4,89	100	0,68	0,44	499
D	D	S	D	D	S	D	S		100	499	4,89	0,44	260	0,68

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+2^x-3\sin x$ là

A. $\ln|x|+\frac{2^x}{\ln 2}-3\cos x+C$. **B.** $-\frac{1}{x^2}+\frac{2^{x+1}}{x+1}-3\cos x+C$.

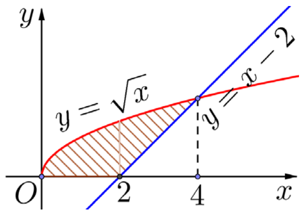
C. $\ln|x|+\frac{2^x}{\ln 2}+3\cos x+C$. **D.** $\ln|x|+2^x\ln 2-3\cos x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{x}+2^x-3\sin x\right)\mathrm{d}x=\ln|x|+\frac{2^x}{\ln 2}+3\cos x+C$.

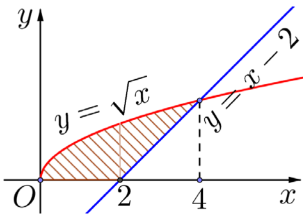
Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y=x-2$ được minh họa là phần gạch sọc như hình vẽ. Diện tích S của hình phẳng (H) là



A. $S=\frac{8}{3}$ **B.** $S=\frac{10}{3}$ **C.** $S=\frac{11}{3}$ **D.** $S=\frac{7}{3}$

Lời giải

Chọn B



Ta có $S=\int_0^4\sqrt{x}\mathrm{d}x+\int_2^4(x-2)\mathrm{d}x=\frac{10}{3}$.

Câu 3: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu $n=8+10+16+24+13+7+4=82$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}=\frac{8.6,75+10.7,25+16.7,75+24.8,25+13.8,75+7.9,25+4.9,75}{82}=\frac{333}{41}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2=\frac{1}{82}\left(8.6,75^2+10.7,25^2+16.7,75^2+24.8,25^2+13.8,75^2+7.9,25^2+4.9,75^2\right)-\left(\frac{333}{41}\right)^2$$

$\simeq 0,609$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$, phương trình đường thẳng OM là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{9}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$. **D.** $x=2y=3z$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng OM đi qua $O(0;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ nên nó có phương trình là: $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$.

Câu 5: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ lần lượt có phương trình là

A. $x=-1,\ y=-3$. **B.** $x=-1,\ y=2$. **C.** $x=1,\ y=2$. **D.** $x=2,\ y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(3^x-1\right)>-1$ là:

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(3^x-1\right)>-1 \Leftrightarrow 0<3^x-1<\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 0<3^x-1<2 \Leftrightarrow 1<3^x<3 \Leftrightarrow 0<x<1$.

Câu 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

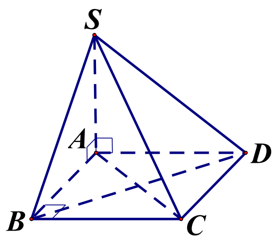
A. $x+2y-5=0$. **B.** $z=3$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có phương trình $z=3$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**.



A. $(SAC)\perp(ABCD)$. **B.** $(SBC)\perp(SAB)$. **C.** $(SAC)\perp(SBD)$. **D.** $(SBC)\perp(SCD)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ trên $[0;2\pi]$ là:

A. $\frac{5\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** 3π.

Lời giải

Ta có $\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x=\sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ 2x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\pi \\ x=\frac{3\pi}{8}+k\pi \end{array}\right.$.

Trên $[0;2\pi]$ phương trình có các nghiệm $x\in\left\{\frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8};\frac{\pi}{8}+\pi;\frac{3\pi}{8}+\pi\right\}$

Tổng tất cả các nghiệm trên $[0;2\pi]$ là $S=2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}\right)+2\pi=3\pi$

Đáp án: D

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=1$. Số hạng u_{10} là:

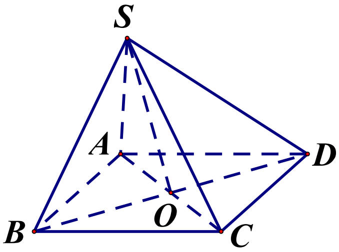
A. $\frac{1}{512}$. **B.** 512. **C.** $\frac{1}{256}$. **D.** 1024.

Lời giải

Ta có $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{1}{2}$. Suy ra $u_{10}=u_1.q^9=2.\left(\frac{1}{2}\right)^9=\frac{1}{2^8}=\frac{1}{256}$

Đáp án: C

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O (hình vẽ bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SD}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

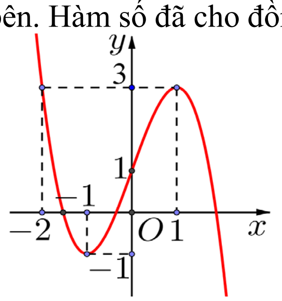
C. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SD}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$

Đáp án: D

Câu 12: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Đáp án: C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(3x+4)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

c) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên nửa khoảng $[2;+\infty)$ bằng $-1-\log_2 5$.

d) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)<-x^2+\frac{7}{2}x-2$ là $(0;4)$.

Lời giải

a) **Sai.** Vì tập xác định là $D=\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)$.

b) **Đúng.** Vì $f'(x)=-\frac{3}{(3x+4)\ln 2}<0\ \forall x\in\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $D=\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)$.

c) **Đúng.** Vì $f(x)$ nghịch biến trên $\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)$, nên $\max\limits_{[2;+\infty)} f(x)=f(2)=-1-\log_2 5$.

d) **Đúng.** Vì: Xét $g(x)=f(x)+x^2-\frac{7}{2}x+2$

ta có $g'(x)=-\frac{3}{(3x+4)\ln 2}+2x-\frac{7}{2}$, $g''(x)=\frac{9}{(3x+4)^2\ln 2}+2>0\ \forall x\in\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)$.

Suy ra $g'(x)$ đồng biến trên $\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)$. Do đó $g'(x)=0$ có tối đa 1 nghiệm.

Lại vì $g'(0)<0,\ g'(4)>0$ nên $g'(x)=0$ có ít nhất 1 nghiệm. Suy ra $g'(x)=0$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Từ bảng biến thiên suy ra $g(x)=0$ có nhiều nhất 2 nghiệm và tìm được 2 nghiệm là $x=0,\ x=4$. Từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình $f(x)<-x^2+\frac{7}{2}x-2$ là $(0;4)$.

Câu 2: Cây đậu Hà Lan khi trồng có chiều cao 3 centimet. Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet của cây đậu Hà Lan tại thời điểm t kể từ khi được trồng, với t tính theo tuần. Khảo sát cho thấy tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t)=-0,02t^3+0,3t^2$ (centimet/tuần).

a) Hàm số $h(t)$ có công thức $h(t)=-0,005t^4+0,1t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là 88 centimet.

d) Vào thời điểm cây đậu Hà Lan đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 53 centimet.

Lời giải

a). Sai.

Do $h(t)$ là một nguyên hàm của $h'(t)$ nên $h(t)=-0,005t^4+0,1t^3+C$.

Cây đậu Hà Lan khi trồng có chiều cao 3 cm nên $h(0)=3$, suy ra $C=3$.

Vậy $h(t)=-0,005t^4+0,1t^3+3$.

b). Đúng.

Cây tăng trưởng khi $h'(t)>0\Leftrightarrow -0,02t^3+0,3t^2>0\Leftrightarrow t^2(-0,02t+0,3)>0$. Do đó $t<15$.

Vậy giai đoạn cây tăng trưởng kéo dài 15 tuần.

c). Sai.

Ta chỉ cần tím giá trị lớn nhất của $h(t)=-0,005t^4+0,1t^3+3$ với $t\in[0;15)$.

Ta có $h(t)=-0,02t^3+0,3t^2; h(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=15\ (L)\end{array}\right.$.

Tính được $h(0)=3, h(15)=\frac{699}{8}$. Suy ra trên đoạn $[0;15]$ thì $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{699}{8}$.

Vậy chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là $\frac{699}{8}\approx 87,4$.

d). Đúng.

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $h'(t)=-0,02t^3+0,3t^2$ với $t\in[0;15]$.

Có $h''(t)=-0,06t^2+0,6t; h''(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=10\end{array}\right.$.

Tính được $h'(0)=0; h'(15)=0$ và $h'(10)=10$. Suy ra trên đoạn $[0;15]$ thì $h'(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t=10$.

Ta có $h(10)=53$ nên vào thời điểm cây đậu Hà Lan đó phát triển nhanh nhất thì cây đậu Hà Lan cao 53cm.

Câu 3: Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên, do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:

+ Tỷ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống là 5% (tức là 5% tổng số thuê bao là số lừa đảo).

+ Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo là 94%.

+ Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ (tức là số điện thoại không lừa đảo) là 3%.

Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.

a) Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0.94.

b) Xác suất để một số điện thoại bất kỳ bị chặn là $\dfrac{151}{2000}$.

c) Biết rằng một số điện thoại bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\dfrac{90}{151}$.

d) Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số hợp lệ bằng $\dfrac{1813}{1849}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "số điện thoại lừa đảo", B là biến cố "chặn một số điện thoại bất kỳ".

Theo đề bài, ta có: $P(A)=0,05;P(\overline{A})=0,95;P(B|A)=0,94;P(B|\overline{A})=0,03;P(\overline{B}|\overline{A})=0,97$

a) Đúng: $P(B|A)=0,94$.

b) Đúng: $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,05.0,94+0,95.0,03=\dfrac{151}{2000}$.

c) Sai: Công thức Bayes: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,05.0,94}{\dfrac{151}{2000}}=\dfrac{94}{151}$.

d) Sai: $P(\overline{A}|\overline{B})=\dfrac{P(\overline{A}\overline{B})}{P(\overline{B})}=\dfrac{P(\overline{A}).P(\overline{B}|\overline{A})}{P(\overline{B})}=\dfrac{0,95.0,97}{1-\dfrac{151}{2000}}=\dfrac{1843}{1849}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;1),B(1;0;-3),C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Mặt cầu (S) có bán kính $R=2$.

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $2x-2y+z-1=0$.

c) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

d) Điểm $D(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất. Khi đó $a+b+c=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$, bán kính $R=2$.

b) Sai: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-4),\overrightarrow{AC}=(-1;-3;-4)$ nên mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;8;-4)$. Suy ra mặt phẳng (ABC) có phương trình $2x-2y+z+1=0$.

c) Đúng: Ta có $d(I,(ABC))=\dfrac{|2.1-2.0-1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1}}=\dfrac{2}{3}$. Vậy bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S) là $r=\sqrt{R^2-\left[d(I,(ABC))\right]^2}=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

d) Đúng: Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}d(D,(ABC)).S_{ABC}$ nên V_{ABCD} lớn nhất khi và chỉ khi $d(D,(ABC))$ lớn nhất.

Gọi Δ là đường thẳng qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Suy ra $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Gọi $D_1;D_2$ là các giao điểm của Δ và mặt cầu (S). Tọa độ điểm $D_1;D_2$ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=1+2t\\y=-2t\\z=-1+t\\x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{2}{3}\\t=\dfrac{-2}{3}\end{array}\right.\Rightarrow D_1\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{-4}{3};\dfrac{-1}{3}\right);D_2\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{-5}{3}\right)$$

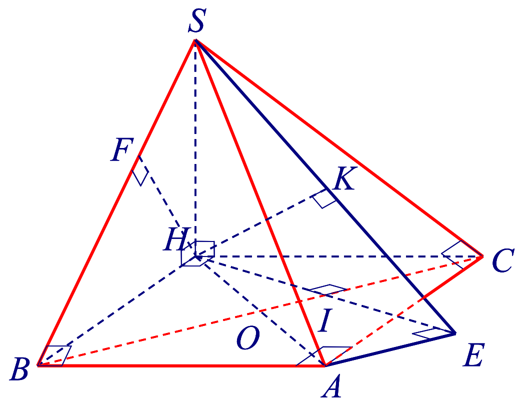
Ta thấy: $d\left(D_1,(ABC)\right) > d\left(D_2,(ABC)\right)$. Vậy điểm $D\left(\frac{7}{3};-\frac{4}{3};-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow a+b+c=\frac{2}{3}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1cm$, $AC=\sqrt{2}\,cm$; $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90°$, góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng $45°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC, với đơn vị là cm (centimet) và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Đáp số: 0,68



Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC).

Khi đó ta có $\begin{cases} SH \perp AB \\ SB \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHB) \Rightarrow AB \perp HB$ (1).

Tương tự $AC \perp HC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $ABHC$ là hình chữ nhật.

Như vậy ta có hình chóp quen thuộc $S.ABHC$ có đáy $ABHC$ là hình chữ nhật và cạnh bên SH vuông góc với đáy.

Gọi F là hình chiếu của H trên SB. Đặt $SH=x$, suy ra $HF=\frac{HB.SH}{\sqrt{HB^2+SH^2}}=\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+2}}$.

Lại có $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=a\sqrt{3}$

Do góc giữa BC và (SAB) bằng $45°$ nên

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin 45°=\frac{d\left(C,(SAB)\right)}{BC}=\frac{d\left(H,(SAB)\right)}{BC}=\frac{HF}{BC}=\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}\sqrt{x^2+2}}$$

$\Leftrightarrow 2x=\sqrt{3\left(x^2+2\right)} \Leftrightarrow x=\sqrt{6}$.

Qua A kẻ đường thẳng Δ song song với BC. Gọi E là hình chiếu của H trên Δ. Gọi K là hình chiếu của H trên SE. Suy ra $HK \perp (SAE)$.

Đường thẳng HE cắt BC tại I. Khi đó ta có $HI=\frac{HB.HC}{\sqrt{HB^2+HC^2}}=\frac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{1^2+\sqrt{2}^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $HA \cap BC = O \Rightarrow O$ là trung điểm của $HA \Rightarrow I$ là trung điểm của HE.

Suy ra $HE=2HI=\frac{2\sqrt{6}}{3}$. Từ đó suy ra $HK=\frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{\sqrt{6}.\frac{2\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{6+\frac{24}{9}}}=\frac{2\sqrt{78}}{13}$.

Vì $BC // AE \Rightarrow BC // (SAE)$

$$\Rightarrow d(BC,SA)=d\left(BC,(SAE)\right)=d\left(O,(SAE)\right)=\frac{1}{2}d\left(H,(SAE)\right)=\frac{1}{2}HK=\frac{\sqrt{78}}{13}\approx 0,68\ cm$$

Câu 2: Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu triệu đồng.

Lời giải

Đáp án: 260

Gọi diện tích bác Hai trồng bắp là $x.(x \geq 0)$. Số ngày công trồng bắp là $10x$

Gọi diện tích bác Hai trồng cà chua là $y.(y \geq 0)$. Số ngày công trồng cà chua là $20y$

Số tiền bác Hai thu được khi canh tác 6 ha đất trong 100 ngày là $30x + 50y$ (triệu đồng)

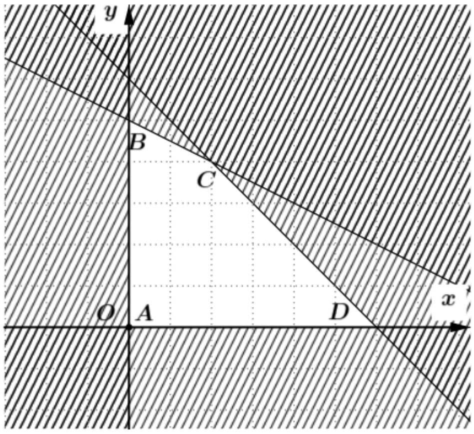
Dựa vào dữ kiện của đề bài ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 10x + 20y \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 (1) \\ y \geq 0 (2) \\ x + y - 6 \leq 0 (3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 (4) \end{cases}$

Ta vẽ các đường thẳng $(d_1): x = 0, (d_2): y = 0, (d_3): x + y - 6 = 0, (d_4): x + 2y - 10 = 0$ trên cùng hệ trục tọa độ

Lấy điểm $M(1;1)$ ta thấy $M(1;1) \in (1), M(1;1) \in (2), M(1;1) \in (3), M(1;1) \in (4)$. Ta gạch bỏ các phần không chứa điểm $M(1;1)$ của mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d(1), d(2), d(3), (d_4)$.

Ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong và viền của đa giác $ABCD$

$(d_1) \cap (d_2) = A(0;0), (d_1) \cap (d_3) = D(6;0), \quad (d_2) \cap (d_4) = B(0;5), (d_3) \cap (d_4) = C(2;4)$



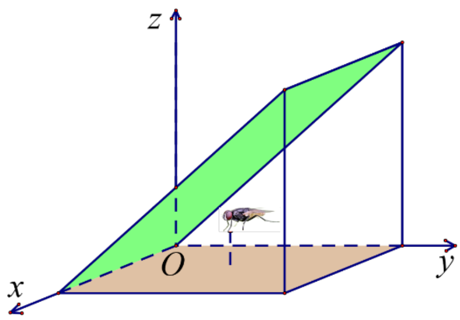
Với $A(0;0)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.0 + 50.0 = 0$ triệu

Với $B(0;5)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.0 + 50.5 = 250$ triệu

Với $C(2;4)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.2 + 50.4 = 260$ triệu

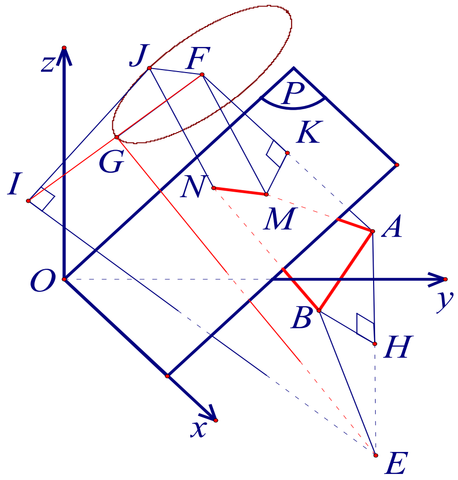
Với $D(6;0)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.6 + 50.0 = 180$ triệu

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị dài trên mỗi trục là $1cm$, một con ruồi xuất phát tại vị trí điểm $A(3;2;1)$ bay xuống mặt phẳng (Oxy) nó nghỉ tại chỗ một lát rồi sau đó bay đến mặt phẳng $(P): y - z = 0$. Tại mặt phẳng (P) con ruồi cẩn thận bò đi một đoạn đường thẳng có độ dài bằng $2cm$, sau đó nó bay trở về vị trí xuất phát. Tính độ dài quãng đường ngắn nhất trong hành trình của con ruồi (Kết quả tính theo đơn vị cm và làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 4,89



Giả sử con ruồi bay từ A đến điểm B trên mặt phẳng (Oxy), sau đó bay đến điểm N trên mặt phẳng (P), bò một đoạn $NM = 2\,cm$, và từ M bay về A. Vì bài toán tìm độ dài ngắn nhất nên ta xem mỗi đoạn bay của con ruồi luôn là đoạn thẳng.

Yêu cầu bài toán là tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $AB + BN + NM + MA$.

Vì $MN = 2$ nên ta tìm giá trị nhỏ nhất của $S = AB + BN + MA$

Ta có mặt phẳng (P) $(P): y - z = 0$ là mặt phẳng phân giác của góc tạo bởi hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz). Dễ thấy $A(3;2;1)$ nằm trong miền góc nhị diện tạo bởi các nửa mặt phẳng (Oxy) (chứa tia Oy) và nửa mp(P)(nằm phía trên mặt phẳng (Oxy) với bờ là trục Ox.

Gọi E, F lần lượt là các điểm đối xứng với A qua các mặt phẳng (Oxy) và (P) suy ra $E(3;2;-1)$ và $F(3;1;2)$.

Gọi J là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{MN}$. Vì $MN \subset (P)$ nên $FJ \subset (Q)$ với (Q) là mặt phẳng đi qua F và song song với (P). Phương trình của (Q) là $y - z + 1 = 0$.

Do $FJ = MN = 2$ nên tập hợp điểm J là đường tròn (T) tâm F bán kính $r = 2$ nằm trên (Q).

Khi đó ta có $AB = EB,\ MA = MF = NJ$.

Suy ra $AB + BN + MA = EB + BN + NJ \ge EJ$ (1)

Ta có (1) xảy ra đẳng thức $\Leftrightarrow E, B, N, J$ thẳng hàng $\Leftrightarrow B, N$ là giao điểm của đường thẳng EJ với (Oxy) và (P).

Mặt khác, gọi I là hình chiếu của E lên (Q).

Vì $IE \perp (Q): y - z + 1 = 0$ nên phương trình đường thẳng EI là $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Vì $I = IE \cap (Q)$ nên $I(3;0;1)$. Suy ra $IE = 2\sqrt{2}$ và $IF = \sqrt{2}$.

Gọi G là giao điểm của IF với đường tròn (T) sao cho G gần I nhất.

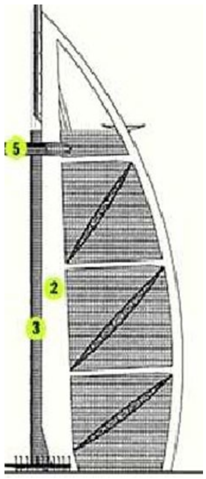
Khi đó $IJ \ge |IF - JF| = |IF - 2| = 2 - \sqrt{2} = IG$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow J \equiv G$.

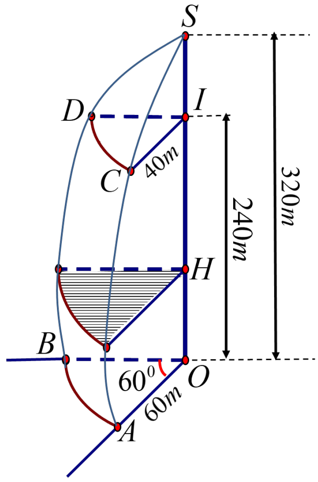
Suy ra $JE = \sqrt{EI^2 + IJ^2} \ge \sqrt{EI^2 + IG^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(2 - \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{14 - 4\sqrt{2}}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB + BN + MA \ge \sqrt{14 - 4\sqrt{2}}$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow J \equiv G$ và N, B là giao điểm của đường thẳng GE với (P) và (Oxy).

Do đó $\min\left(AB + BN + NM + MA\right) = 2 + \min JE = 2 + \sqrt{14 - 4\sqrt{2}} \approx 4,89\ \ cm$.

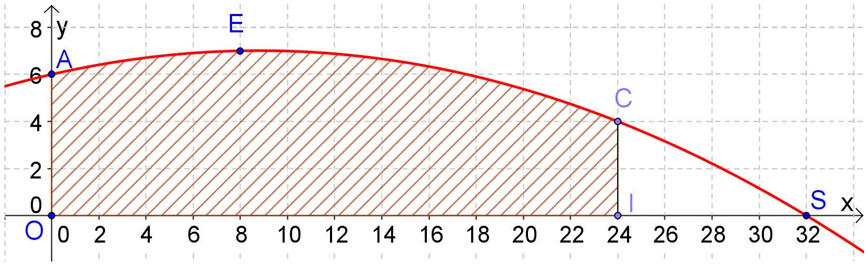
Câu 4: Một tòa nhà hình cánh buồm được minh họa bởi hình vẽ bên, tòa nhà có chiều cao $SO = 320\,m$ (m là ký hiệu của mét), gồm 56 tầng có tổng chiều cao là $OI = 240\,m$ và phần còn lại phía trên là không gian sân thượng. Mặt trước hình cánh buồm, được căng bởi hai cung parabol SCA và SDB giống hệt nhau có trục đối xứng vuông góc với đường thẳng SO, các parabol này nằm trong mỗi mặt bên của tòa nhà. Hai mặt bên SOA và SOB tạo với nhau một góc 60^0. Mặt sàn tầng một có dạng hình quạt tròn tâm O với bán kính $OA = 60\,m$, mái của tầng 56 có dạng hình quạt tròn tâm I với bán kính $IC = 40\,m$. Thiết diện ngang của tòa nhà đi qua một điểm H bất kỳ trên đoạn OI luôn là hình quạt có tâm là H. Tính thể tích của tòa nhà (chỉ tính phần chứa 56 tầng) với đơn vị là nghìn mét khối và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.





Lời giải

Đáp số: 499



Trong mặt phẳng (SOA), chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với đơn vị trên trục là $1\,m$.

Khi đó Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0,60)$, $C(240;40)$, $S(320;0)$.

Do đó ta có $\begin{cases} 0^2 a + 0b + c = 60 \\ 240^2 a + 240b + c = 40 \\ 320^2 a + 320b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left\{ a = -\dfrac{1}{768},\ b = \dfrac{11}{48}, c = 60 \right.$.

Suy ra $(P): y = -\dfrac{1}{768}x^2 + \dfrac{11}{48}x + 60$

Vì thiết diện ngang của tòa nhà là quạt tròn và hai mặt bên tòa nhà hợp với nhau một góc 60^0 nên thể tích toàn nhà (56 tầng) bằng $\dfrac{1}{6}$ thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang cong giới hạn bởi (P), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 240$ quanh trục hoành.

Vậy thể tích tòa nhà bằng $V = \dfrac{1}{6}\pi \displaystyle\int_0^{240} \left(-\dfrac{1}{768}x^2 + \dfrac{11}{48}x + 60\right)^2 dx = \dfrac{476500}{3}\pi \approx 498989{,}6331\ (m^3)$

≈ 499 nghìn mét khối.

Đáp số: 499

Câu 5: Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16\,000 + 500x - 1{,}6x^2 + 0{,}004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Lời giải

Đáp số: 100

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ 1700-7x>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x<\dfrac{1700}{7}$.

Doanh thu được khi công ty sản suất và tiêu thụ hết x sản phẩm là $R(x)=xp(x)=1700x-7x^2$

Do đó, lợi nhuận thu được là

$P(x)=xp(x)-C(x)=1700x-7x^2-\left(16\,000+500x-1,6x^2+0,004x^3\right)$

$P(x)=-0,004x^3-5,4x^2+1200x-16000,\ 0<x<\dfrac{1700}{7}$.

$P'(x)=-0,012x^2-10,8x+1200$; $P'(x)=0 \Leftrightarrow -0,012x^2+10,8x+1200=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1000 \\ x=100 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện ta có $x=100$.

Lập bảng biến thiên của hàm số, ta thu được kết quả là $\max\limits_{\left(0;\frac{1700}{7}\right)} P(x)=P(100)=46\,000$ (triệu).

Vậy công ty cần sản xuất 100 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 6: Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và một số quả bóng màu xanh, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu xanh, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp II. Xác suất lấy được ít nhất một quả bóng đỏ từ hộp II bằng $\dfrac{32}{35}$. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng đỏ, biết rằng hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả bóng đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,44.

Gọi n là số bóng xanh ở hộp I $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$.

Gọi A là biến cố "quả bóng lấy ra từ hộp I là bóng đỏ" suy ra $P(A)=\dfrac{6}{n+6}$.

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "quả bóng lấy ra từ hộp I là bóng xanh". Ta có $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n}{n+6}$.

B là biến cố "hai quả bóng lấy ra từ hộp II là có ít nhất một quả bóng đỏ".

Khi đó $\overline{B}$ là biến cố "hai quả bóng lấy ra từ hộp II đều là bóng xanh".

Ta có $P\left(\overline{B}\mid A\right)=\dfrac{C_3^2}{C_{11}^2}=\dfrac{3}{55}$, $P\left(\overline{B}\mid \overline{A}\right)=\dfrac{C_4^2}{C_{11}^2}=\dfrac{6}{55}$.

Suy ra $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=\dfrac{6}{n+6}.\left(1-\dfrac{3}{55}\right)+\dfrac{n}{n+6}.\left(1-\dfrac{6}{55}\right)=\dfrac{312+49n}{55(n+6)}$.

Vì $P(B)=\dfrac{32}{35}$ nên $\dfrac{312+49n}{55(n+6)}=\dfrac{32}{35}\Leftrightarrow n=8$.

Xác suất để " quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng đỏ " biết "hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả bóng đỏ" là

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{P(A).\left(1-P\left(\overline{B}\mid A\right)\right)}{P(B)}=\frac{\frac{6}{14}.\left(1-\frac{3}{55}\right)}{\frac{32}{35}}=\frac{39}{88}\approx 0,44$$