

BÀI KIỂM TRA ĐỘI DỰ TUYỂN NĂM 2022**TRƯỜNG CHUYÊN HV****Môn: Toán****Thời gian làm bài: 180 phút****Đề thi gồm có 01 trang****Ngày thi: 05/08/2022****Ngày thi thứ nhất**

BÀI 1 (5,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 + y - x + xy \\ 7xy + y - x = 7. \end{cases}$$

BÀI 2 (5,0 điểm).

① Tìm tất cả các bộ số nguyên tố $(p; q)$ thỏa mãn

$$p^3 - q^5 = (p + q)^2.$$

② Cho số nguyên tố p và số nguyên $n > 1$ thỏa mãn: $p - 1$ chia hết cho n và $n^3 - 1$ chia hết cho p . Chứng minh $4p - 3$ là số chính phương.

BÀI 3 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$, nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H ; EF cắt BC tại P . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên BC và I là giao điểm của HK và EF . Gọi J là điểm nằm trên tia OK sao cho $\overline{OK} \cdot \overline{OJ} = R^2$.

a) Chứng minh rằng $ID \perp OP$.

b) Chứng minh I, J, D thẳng hàng.

BÀI 4 (5,0 điểm). Hãy xác định tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện

$$f(f(x - y)) = f(x)f(y) - f(x) + f(y) - xy, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

—Hết.—

Học sinh không sử dụng tài liệu khi làm bài.

BÀI KIỂM TRA ĐỘI DỰ TUYỂN NĂM 2022

TRƯỜNG CHUYÊN HV

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 05/08/2022

Đề thi gồm có 01 trang

Ngày thi thứ hai

BÀI 1 (4,0 điểm). Cho dãy số (x_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} x_1 = 3, x_2 = 7 \\ x_{n+2} = x_{n+1}^2 - x_n^2 + x_n, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

Đặt $y_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k}$. Chứng minh dãy (y_n) có giới hạn và tìm giới hạn đó.

BÀI 2 (5,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng

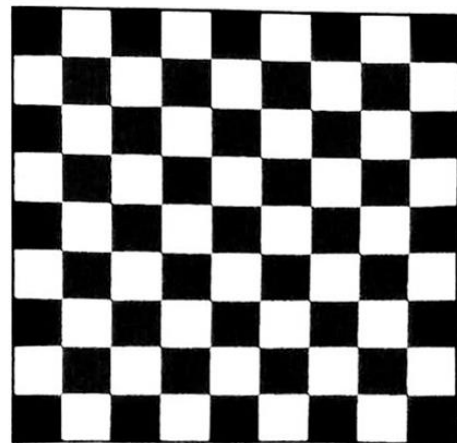
$$(a^2 + 2b^2 + 3)(b^2 + 2c^2 + 3)(c^2 + 2a^2 + 3) \geq 64.$$

BÀI 3 (7,0 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) ; B, C cố định và A di động trên đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- a) Gọi P là giao điểm của FD và BE ; Q là giao điểm của FC và DE ; K là hình chiếu của D lên PQ . Chứng minh rằng $\widehat{BKD} = \widehat{DKC}$.
- b) Kẻ đường kính AL của đường tròn (O) ; tia LH cắt đường tròn (O) tại T . Gọi M là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác TEB và EF ($M \neq E$); N là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác TFC và EF ($N \neq F$). Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác TMN luôn đi qua một điểm cố định.

BÀI 4 (4,0 điểm).

Cho bàn cờ 9×9 như hình vẽ bên. Có bao nhiêu cách xếp 8 quân xe vào bàn cờ sao cho cả 8 quân xe đều nằm trên các ô cùng màu và không có hai quân xe nào nằm cùng hàng hoặc cùng cột.



—Hết.—

Học sinh không sử dụng tài liệu khi làm bài.