

Câu 1: (2 điểm) Định m để biểu thức sau luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = (2 - m)x^2 + 2(m - 3)x + 1 - m$$

Câu 2: (2 điểm) Giải các bất phương trình sau:

a) $|-x^2 + x - 1| \leq 2x + 5$

b) $x^3 + (4 + x^2)\sqrt{3 - x^2} > 8 - 2x\sqrt{3 - x^2}$

Câu 3: (2 điểm)

a) Cho $\sin x = \frac{1}{4}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $H = \cos(5\pi - x) + \tan\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$.

b) Chứng minh $\frac{\sin 2x}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)(1 + \sin 2x)} = \tan 2x$

Câu 4: (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự, tọa độ các đỉnh, độ dài các trục của elip

$$(E): 25x^2 + 64y^2 = 1600.$$

Câu 5: (2 điểm)

a) Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(1,5); B(3,0) và C(6,3). Tính độ dài chiều cao từ đỉnh A và tính diện tích tam giác ABC.

b) Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm C(2,-5), đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 4 = 0$. Tìm trên đường thẳng Δ hai điểm A, B đối xứng nhau qua điểm $I\left(2, \frac{5}{2}\right)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

Câu 6: (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp trong đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ và M(0,1). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết M là trung điểm cạnh AB và A có hoành độ dương.

HẾT

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1	$f(x) = (2-m)x^2 + 2(m-3)x + 1 - m$ <ul style="list-style-type: none"> • $m = 2$ $f(x) = -2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{-1}{2} \Rightarrow m = 2$ (loại) • $m \neq 2$ $f(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-3)^2 - (2-m)(1-m) < 0 \\ 2-m < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -3m+7 < 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{7}{3} \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{7}{3}$ <p>Vậy $m > \frac{7}{3}$ thì $f(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.</p>	
Câu 2. a) (1điểm)	<p>a) $-x^2 + x - 1 \leq 2x + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + x - 1 \leq 2x + 5 \\ -x^2 + x - 1 \geq -2x - 5 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 6 \geq 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$ <p>$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b) (1điểm)	<p>b) $x^3 + (4+x^2)\sqrt{3-x^2} > 8 - 2x\sqrt{3-x^2}$</p> $\Leftrightarrow (x^3 - 8) + (x^2 + 2x + 4)\sqrt{3-x^2} > 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 4)(\sqrt{3-x^2} + x - 2) > 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{3-x^2} + x - 2 > 0 \left(\text{do } \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta' = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \right)$ $\Leftrightarrow \sqrt{3-x^2} > 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2-x < 0 \\ 3-x^2 \geq 0 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 3-x^2 > 4-4x+x^2 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \frac{2-\sqrt{2}}{2} < x < \frac{2+\sqrt{2}}{2} \end{cases} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset \\ \frac{2-\sqrt{2}}{2} < x < \frac{2+\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2}}{2} < x < \frac{2+\sqrt{2}}{2}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
3a) (1đ)	<p>Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1-\sin^2 x} = -\sqrt{1-\frac{1}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.</p>	0,25
	$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = -\sqrt{15}$	0,25
	$H = \cos(5\pi - x) + \tan\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \cos(\pi - x) + \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x - \cot x$	0,25
	$= \frac{\sqrt{15}}{4} + \sqrt{15} = \frac{5\sqrt{15}}{4}$	0,25

b)	$\frac{\sin 2x}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)(1+\sin 2x)} = \frac{\sin 2x}{\frac{1-\tan x}{1+\tan x}(\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x)}$ $= \frac{\sin 2x}{\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}(\cos x + \sin x)^2} = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x$	
4	Ta có (E): $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$	0,25
	1) Tiêu cự = $2\sqrt{39}$	0,25
	2) Độ dài trục lớn = 16 ; trục bé = 10.	0,25
	3) Tọa độ các đỉnh là $A_1(-8;0)$; $A_2(8;0)$; $B_1(0; -5)$; $B_2(0; 5)$.	0,25
5a	Ta có $\overline{BC} = (3,3) \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$	0,25
	Viết được pt BC : $x - y - 3 = 0$	0,25
	Chiều cao đỉnh A là $h_A = d(A, BC) = \frac{ 1-5-3 }{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$	0,25
	Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{21}{2}$	0,25
5b	Ta có $d(C, \Delta) = \frac{ 3 \cdot 2 - 4(-5) + 4 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 6$	0,25
	$S_{ABC} = \frac{1}{2}d(C, \Delta) \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2S_{ABC}}{6} = 5 \Rightarrow AI = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2}$	0,25
	Gọi $A(4t ; 1 + 3t) \in \Delta$, khi đó $AI^2 = (4t - 2)^2 + (3t - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow 25t^2 - 25t = 0$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$. Vậy $A(0,1)$; $B(4,4)$ hoặc $A(4,4)$; $B(0,1)$.	0,25
6	(C) có tâm $I(-1,2)$, bán kính $R=2$	0,25
	Đường thẳng (AB) đi qua $M(0,1)$ và có VTPT $\vec{IM} = (1, -1)$ nên có pt (AB) : $x - y + 1 = 0$	0,25
	Tọa độ A,B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = 2 \\ x = -1; y = 0 \end{cases} \quad A(1,2); B(-1,0) \text{ (do } x_A > 0)$	0,25
	Ta có $\vec{IA} = (2,0)$ nên phương trình (AI) : $y - 2 = 0$ và (BC) : $x + 1 = 0$ Gọi N là giao điểm của AI và BC, tọa độ N là nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow N(-1,2) \Rightarrow C(-1,4)$.	0,25