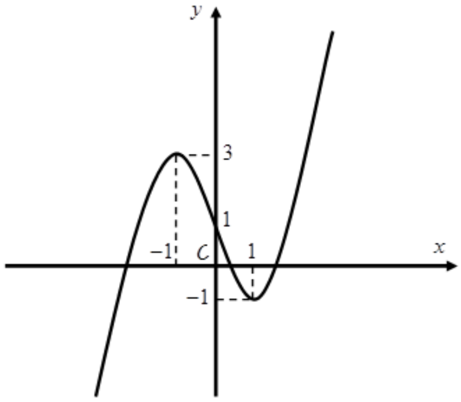
STRONG TEAM TOÁN VD-VDC
TỔ 03

ĐỀ CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN – BÀ RỊA – VŨNG TÀU

Họ và tên:.. **SBD:**.....................................

Câu 1: Đồ thị trong hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số bên dưới?



A. $y=x^4-3x+1$. **B.** $y=-x^4+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 2: Phương trình $x^4-2x^2+m=0$ (m là tham số thực) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $-1<m<1$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $m>1$. **D.** $0<m<1$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x+\sqrt{5x^2-10x+10}$ trên đoạn $[-2;1]$ là

A. $-4+5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $1+\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 4: Cho hình bát diện đều có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song của bát diện này bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. $y=x^4-x^3$. **B.** $y=x^3+x^2$. **C.** $y=x^3-x^2$. **D.** $y=x^4+x^3$.

Câu 6: Hàm số $y=x^3+x^2$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;0)$. **B.** $\left(0;\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{2}{3};0\right)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 7: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, biết rằng tứ diện $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết rằng $BC=2a$, $SB=a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'\left(x\right)=\left(x^2-2x-3\right)\left(x^2-1\right)\left(3x-1\right)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 10: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x=1$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 11: Cho hai số hữu tỉ m,n sao cho phương trình $\left|x^3-3x\right|=m\sqrt{3}+n$ có ba nghiệm dương phân biệt a,b,c thỏa mãn $a+b+c=2+\sqrt{3}$. Biểu thức $6m+4n$ có giá trị là:

A. 1 **B.** 3 **C.** $\dfrac{13}{4}$ **D.** $\dfrac{11}{4}$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SBC đều và tam giác SAD vuông. Góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(SBC\right),\left(ABCD\right)$ là

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 15^0.

Câu 13: Khối chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng a, mặt bên tạo với đáy một góc 60^0 thì thể tích bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm của các tam giác SBC,SCA,SAB. Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng

A. $\dfrac{4}{27}V$. **B.** $\dfrac{8}{27}V$. **C.** $\dfrac{2}{27}V$. **D.** $\dfrac{1}{27}V$.

Câu 15: Số cạnh của hình chóp tứ giác là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 16: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$ là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 17: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-9x^2+(3-m)x+m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\left(-\infty;-24\right)$. **B.** $\left(-\infty;-24\right]$. **C.** $\left(-24;+\infty\right)$. **D.** $\left[-24;+\infty\right)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

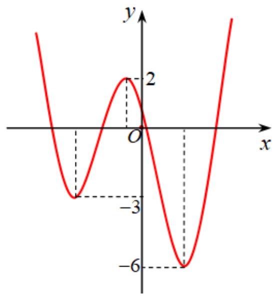
A. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $\left(-\infty;1\right);\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $\left(-\infty;1\right);\left(1;+\infty\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(-|x|) = m$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?



A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 20: Xét hai số thực dương thay đổi x, y sao cho $xy > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y + \dfrac{5x+5y}{xy-1}$ đạt được khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Giá trị của biểu thức $Q = \dfrac{x_0+1}{y_0}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 1.

Câu 21: Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$ là

A. $x = 0$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + (2-m)x + 2m - 2$ có điểm cực trị thuộc trục hoành?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2-1}{x^2+(2-m)x+2m+1}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ mà đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(1;3)$, $B(2;1)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cho biết $AD = CD = a$, $AB = 2a$,hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$ tạo với nhau góc 45^0. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng(SBC) bằng.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** a.

Câu 28: Gọi S là tập các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 4$ có ba điểm cực trị cách đều trục hoành. Tính tổng tất cả các phần tử của tập S là

A. 2. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 29: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng a và nằm trên hai mặt mặt phẳng vuông góc với nhau. Thể tích khối đa diện $EBCFAD$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** a^3.

Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác $A'BC$ là tam giác đều cạnh a và tam giác ABC vuông tại A. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{8}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 31: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 32: Cho lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và chiều cao là b. Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. ab^2. **B.** $3ab^2$. **C.** $3a^2b$. **D.** a^2b.

Câu 33: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{1+x}$ có phương trình là

A. $y = -3$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 3$.

Câu 34: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ cắt nhau tạo thành hình chữ nhật. Diện tích của hình chữ nhật đó là?

A. $S = 2$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 1$.. **D.** $S = 3$..

Câu 35: Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + 1}{\sin x + 2}$ là

A. $\frac{11}{6}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{3}{2}$

Câu 36: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2\cos x + m^2}{\cos x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[-1;0)$ **D.** $[1;2)$.

Câu 37: Số điểm chung của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2$ và $y = 2x - 3$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 38: Tổng diện tích các mặt của tứ diện đều cạnh a là

A. $2a^2$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** $4a^2$. **D.** $2a^2\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=x^2-x+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 40: Số điểm cực đại của hàm số $y=2x^4-3x^2+1$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

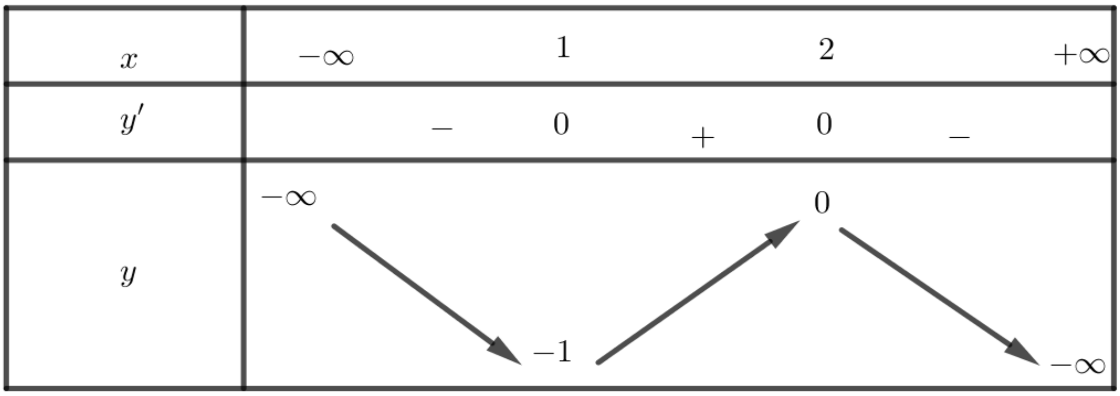
Câu 41: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^3-3x+2}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 42: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích $V=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$, tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng a. Khi đó, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}a$. **C.** $4a$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

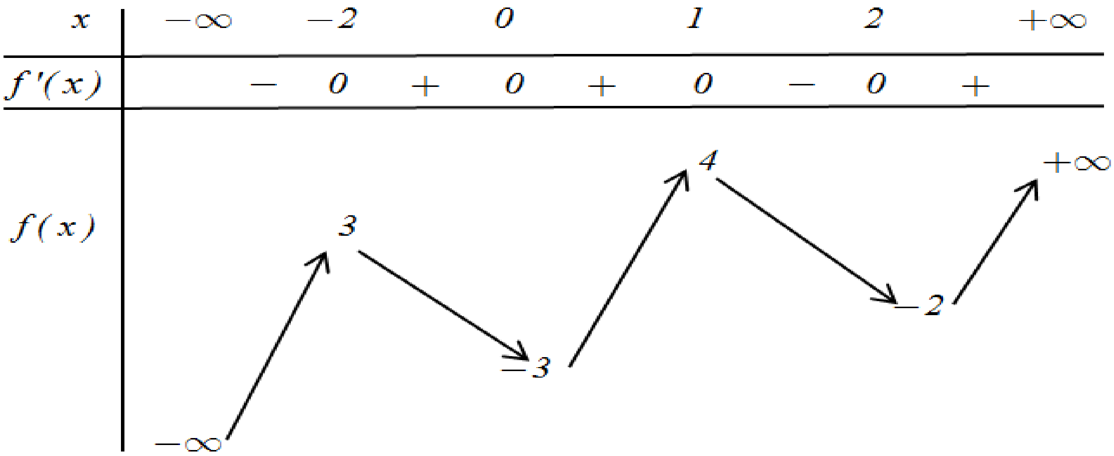
Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\sqrt{2};0)$. **B.** $(-\infty;-\sqrt{2})$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ là

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45: Số điểm cực trị của hàm số $y=(3x-1)^3(x+1)^4$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 46: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ lần lượt tại A, B. Tiếp tuyến của (C) tại hai điểm A, B tạo với nhau một góc φ. Giá trị của $\sin\varphi$ bằng

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Câu 47: Cho hình lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, thể tích khối lăng trụ bằng a^3 và độ dài các cạnh bên là $2a$. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy là:

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 48: Cho khối chóp $SABCD$ có thể tích V, đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của SB N là điểm trên cạnh SD. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại điểm P sao cho thể tích khối chóp $SAMPN$ bằng $\dfrac{V}{4}$. Tỉ số $\dfrac{SN}{SD}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 49: Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt bên của một tứ diện đều. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\varphi=2\sqrt{2}$. **B.** $\tan\varphi=\sqrt{2}$. **C.** $\tan\varphi=2$. **D.** $\tan\varphi=\sqrt{3}$.

Câu 50: Tập hợp giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-2)x^2+2m$ có điểm cực tiểu là

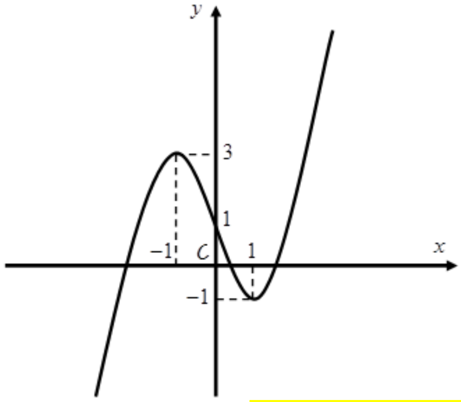
A. $(0;2]$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.D	4.C	5.B	6.C	7.B	8.C	9.B	10.C
11.C	12.B	13.D	14.C	15.A	16.A	17.B	18.A	19.D	20.B
21.D	22.A	23.A	24.B	25.B	26.B	27.A	28.D	29.C	30.C
31.C	32.C	33.C	34.A	35.C	36.D	37.B	38.B	39.B	40.D
41.A	42.C	43.D	44.B	45.B	46.A	47.B	48.B	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đồ thị trong hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số bên dưới?



A. $y = x^4 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^4 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị đi qua điểm $(-1;3)$ nên loại đáp án A, B và D. Chọn đáp án C.

Câu 2. Phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ (m là tham số thực) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $-1 < m < 1$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m > 1$. **D.** $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Đặt $t = x^2 \geq 0$ thì phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ (1) trở thành $t^2 - 2t + m = 0$ (2). Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt. Điều kiện là

$$\begin{cases} \Delta = 4 - 4m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

Cách 2. Ta có $x^4 - 2x^2 + m = 0\,(1) \Leftrightarrow m = -x^4 + 2x^2$. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có $y' = -4x^3 + 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$. Bảng biến thiên của hàm số này như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có 4 giao điểm phân biệt. Từ bảng biến thiên của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ suy ra đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có 4 giao điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x + \sqrt{5x^2 - 10x + 10}$ trên đoạn $[-2;1]$ là

A. $-4 + 5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $1 + \sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;1]$.

$$f'(x)=2+\frac{5x-5}{\sqrt{5x^2-10x+10}}=\frac{2\sqrt{5x^2-10x+10}+5x-5}{\sqrt{5x^2-10x+10}}.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 2\sqrt{5x^2-10x+10}=5-5x\Leftrightarrow 4(5x^2-10x+10)=25+25x^2-50x$$

$$\Leftrightarrow 5x^2-10x-15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-2;1]\\ x=3\notin[-2;1]\end{array}\right.$$

Ta có $f(1)=2+\sqrt{5}$; $f(-2)=-4+5\sqrt{2}$; $f(-1)=3$.

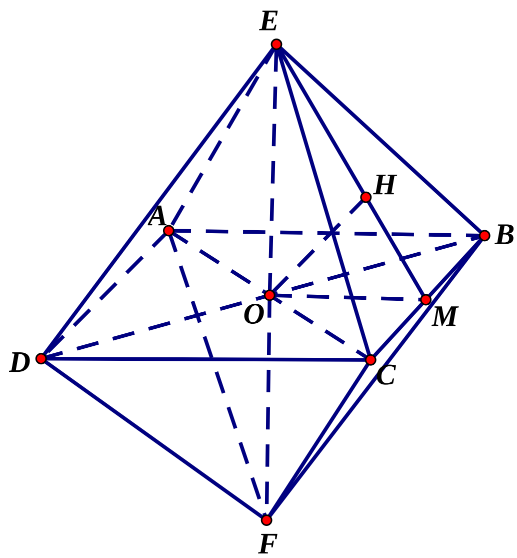
Vậy $\min\limits_{x\in[-2;1]} f(x)=3$.

Câu 4. Cho hình bát diện đều có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song của bát diện này bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Xét bát diện đều tâm O như hình vẽ.

Ta có: $(FDA)//(EBC)$ nên $d\left((FDA);(EBC)\right)=d\left(A;(EBC)\right)$.

Vì $AO\cap(EBC)=C$ nên $\dfrac{d\left(A;(EBC)\right)}{d\left(O;(EBC)\right)}=\dfrac{CA}{CO}=2$.

Gọi M, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng BC, EM. Ta chứng minh được $OH\perp(EBC)$ tại H nên $d\left(O;(EBC)\right)=OH$.

Ta có: $OM=\dfrac{a}{2}$, $OE=OB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ (vì bát diện đều cạnh bằng a)

Xét tam giác vuông EOM có OH là đường cao nên

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OE^2}+\frac{1}{OM^2}=\frac{2}{a^2}+\frac{4}{a^2}=\frac{6}{a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Do đó $d\left(A;(EBC)\right)=2OH=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chú ý :

a) Có thể tính $d\left(O;\left(EBC\right)\right)=d$ theo công thức $\frac{1}{d^2}=\frac{1}{OE^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ do OE,OB,OC đôi một vuông góc.

b) Có thể tính $d(A,(EBC))$ theo công thức $d(A,(EBC))=\frac{3V_{E.ABC}}{S_{EBC}}$ với $V_{E.ABC}=\frac{1}{2}V_{E.ABCD}$.

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. $y=x^4-x^3$. **B.** $y=x^3+x^2$. **C.** $y=x^3-x^2$. **D.** $y=x^4+x^3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^4-x^3$ có đạo hàm $y'=x^2(4x-3)$ không đổi dấu khi đi qua $x=0$ nên không đạt cực trị tại $x=0$.

Hàm số $y=x^4+x^3$ có đạo hàm $y'=x^2(4x+3)$ không đổi dấu khi đi qua $x=0$ nên không đạt cực trị tại $x=0$.

Hàm số $y=x^3-x^2$ có đạo hàm $y'=x\left(3x-2\right)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=0$ nên đạt cực đại tại $x=0$.

Hàm số $y=x^3+x^2$ có đạo hàm $y'=x\left(3x+2\right)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=0$ nên đạt cực tiểu tại $x=0$.

Vậy chọn đáp án B.

Câu 6. Hàm số $y=x^3+x^2$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3};0\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Tác giả :Chu Quốc Hùng, FB: Chu Quốc Hùng Edu

Chọn C

Hàm số $y=x^3+x^2$ có đạo hàm $y'=3x^2+2x$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{-2}{3}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		$\frac{-2}{3}$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta suy ra hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{2}{3};0\right)$.

Câu 7. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, biết rằng tứ diện $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

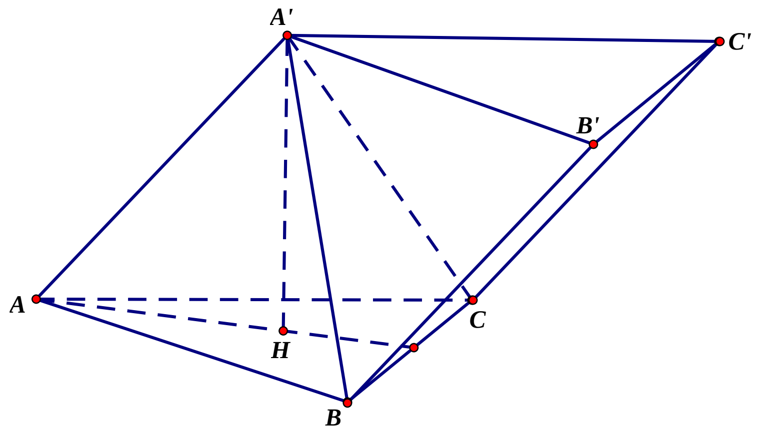
Lời giải

Tác giả :Trần Thị Phượng Uyên, FB: UyenTran

Chọn B

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow A'H\perp\left(ABC\right)$.

Tính được $A'H=\sqrt{(AA')^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.



Ta có $V_{A'ABC}=\frac{1}{3}A'H.S_{ABC}=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{6}}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

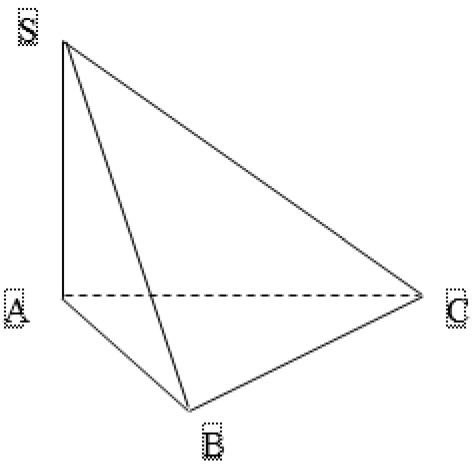
Vậy $V_{A'.BCB'C'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A'ABC}=\frac{2}{3}A'H.S_{ABC}=2V_{A'ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết rằng $BC=2a$, $SB=a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thủy; Fb: Thủy Trần



Chọn C

Do tam giác ABC vuông cân tại A nên $BC=AB\sqrt{2}\Rightarrow AB=\frac{BC}{\sqrt{2}}=\frac{2a}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{2}=a^2$.

Do $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AB$. Suy ra tam giác SAB vuông tại A.

$SA^2=SB^2-AB^2=5a^2-2a^2=3a^2\Rightarrow SA=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ (đvtt).

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=\left(x^2-2x-3\right)\left(x^2-1\right)(3x-1)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Tác giả và giải: Nguyễn Văn Bình ; Fb: Nguyễn Văn Bình

Chọn B

$f'(x)=(x^2-2x-3)(x^2-1)(3x-1)=(x+1)^2(x-3)(x-1)(3x-1)$

Ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua các nghiệm $x=\frac{1}{3};x=1;x=3$. Do đó $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 10. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x=1$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Xuân Sơn; Fb: Lê Xuân Sơn

Chọn C

Ta có: $y=\frac{3x+1}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{2}{(x+1)^2}$.

Ta có: $y'(1)=\frac{2}{(1+1)^2}=\frac{1}{2}$; $y(1)=2$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ là: $y=y'(1).(x-1)+y(1)$

$$\Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}.$$

Tiếp tuyến cắt trục hoành tại $A(-3;0)$, cắt trục tung tại $B\left(0;\frac{3}{2}\right)$, tiếp tuyến tạo với hai trục tọa độ tam giác OAB vuông tại O có $OA=3$, $OB=\frac{3}{2}$.

Diện tích tam giác OAB là $S=\frac{1}{2}.OA.OB=\frac{1}{2}.3.\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$.

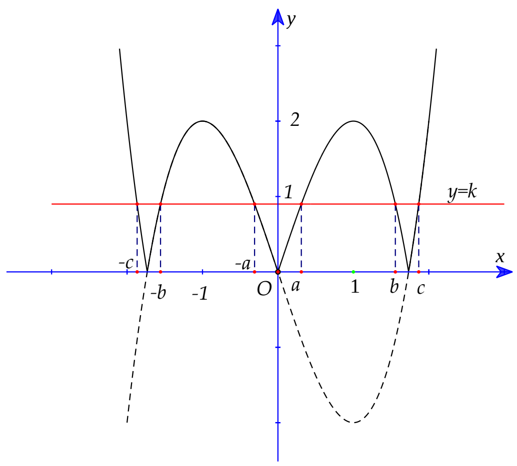
Câu 11. Cho hai số hữu tỉ m,n sao cho phương trình $\left|x^3-3x\right|=m\sqrt{3}+n$ có ba nghiệm dương phân biệt a,b,c thỏa mãn $a+b+c=2+\sqrt{3}$. Biểu thức $6m+4n$ có giá trị là:

A. 1 **B.** 3 **C.** $\frac{13}{4}$ **D.** $\frac{11}{4}$

Lời giải

Tác giả: Trần Văn Trưởng; FB: Trần Văn Trưởng

Chọn C



Đặt $k=m\sqrt{3}+n$, phương trình $\left|x^3-3x\right|=m\sqrt{3}+n \Leftrightarrow \left|x^3-3x\right|=k\ (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x=k \\ x^3-3x=-k \end{array}\right.$

Ta có đồ thị của hàm số $y=x^3-3x$ và $y=\left|x^3-3x\right|$ như hình vẽ.

Từ đồ thị ta thấy phương trình (*) có 3 nghiệm dương phân biệt a, b, c khi và chỉ khi $0<k<2$. (1)

Khi đó không mất tổng quát giả sử $a<b<c$. Chú ý rằng hàm số $y=\left|x^3-3x\right|$ là hàm chẵn nên dựa vào đồ thị trên suy ra phương trình $x^3-3x=k$ sẽ có 3 nghiệm phân biệt là $-b; -a; c$.

Theo định lý Viet của hàm bậc 3 thì $-b-a+c=0 \Rightarrow a+b=c$.

Theo đề bài $a+b+c=2+\sqrt{3} \Rightarrow c=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$.

Vì c là nghiệm của phương trình (1) nên $\left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}\right)^3-3.\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}-k=0$.

$\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{8}\sqrt{3}$ (thỏa mãn điều kiện (1)).

Từ đó ta có $m=\dfrac{3}{8};\ n=\dfrac{1}{4}$ nên $6m+4n=6.\dfrac{3}{8}+4.\dfrac{1}{4}=\dfrac{13}{4}$.

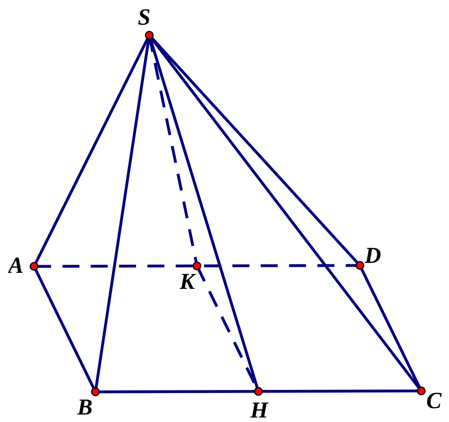
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SBC đều và tam giác SAD vuông. Góc tạo bởi hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$ là

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 15^0.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Phương; Fb: Plus kính gửi

Chọn B



Ta có $(SBC)\cap(ABCD)=BC$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC, AD.

Tam giác SBC đều nên $SH\perp BC$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $KH\perp BC$. Góc tạo bởi hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$ là góc tạo bởi hai đường thẳng SH, KH.

Gọi độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$ là a. Vì $BC\perp SH, BC\perp KH$ nên $BC\perp SK$, suy ra $AD\perp SK$. Do đó tam giác SAD cân tại S. Hơn nữa, tam giác SAD vuông nên nó vuông cân tại S. Suy ra $SK=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{a}{2}$.

Tam giác SHK có $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SK=\dfrac{a}{2}$, nên áp dụng định côsin ta có

$$\cos SHK=\frac{SH^2+HK^2-SK^2}{2.SK.SH}=\frac{a^2+\frac{3a^2}{4}-\frac{a^2}{4}}{2.a.\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $SHK=30^0$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$ bằng 30^0.

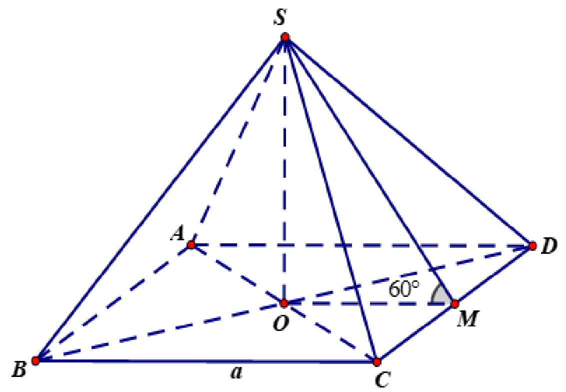
Câu 13. Khối chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng a, mặt bên tạo với đáy một góc 60^0 thì thể tích bằng:

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B** $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$

Lời giải

Tác giả:ThanhLoan ; Fb: ThanhLoan

Chọn D



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, O là tâm của đáy $\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của $CD\Rightarrow\big((SCD),(ABCD)\big)=SMO=60^0$

ΔSMO vuông tại $O\Rightarrow SO=OM.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

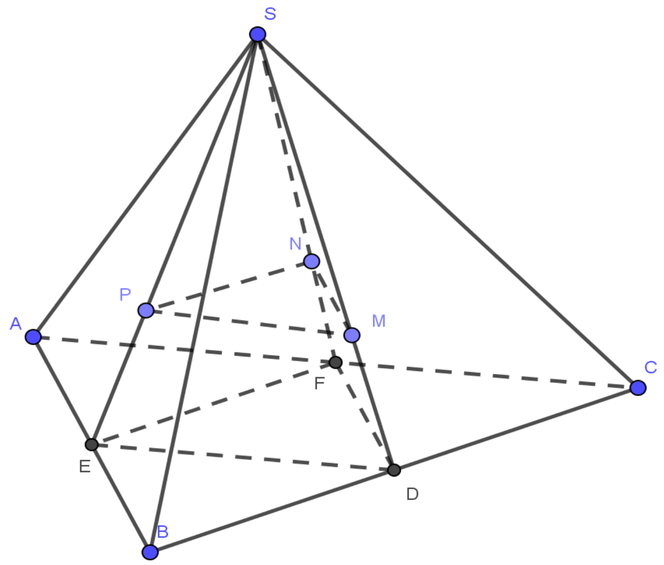
Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm của các tam giác SBC,SCA,SAB. Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng

A. $\frac{4}{27}V$. **B.** $\frac{8}{27}V$. **C.** $\frac{2}{27}V$. **D.** $\frac{1}{27}V$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Huệ ; Fb: Nguyễn Thị Huệ

Chọn C



Gọi E, D, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Vì M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác SBC, SCA, SAB nên M, N, P lần lượt thuộc các đoạn SD, SF, SE và $\frac{SM}{SD} = \frac{SN}{SF} = \frac{SP}{SE} = \frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.DFE}} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SN}{SF} \cdot \frac{SP}{SE} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8}{27} . V_{S.DFE}$

Vì E, D, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA nên $S_{\Delta DEF} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$. Mặt khác hai hình chóp $S.ABC$ và $S.DEF$ có cùng chiều cao nên $V_{S.DFE} = \frac{1}{4} V_{S.ABC}$.

Suy ra $V_{S.MNP} = \frac{8}{27} . V_{S.DFE} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4} . V_{S.ABC} = \frac{2}{27} . V_{S.ABC} = \frac{2}{27} V$.

Câu 15. Số cạnh của hình chóp tứ giác là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Tác giả:Huỳnh Hữu Hùng; Fb: Huuhung Huynh

Chọn A

Hình chóp tứ giác có 4 cạnh đáy và 4 cạnh bên nên có tất cả 8 cạnh.

Câu 16. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả:Huỳnh Hữu Hùng; Fb: Huuhung Huynh

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$; $y(0) = -1$; $y(2) = -5$.

y' đổi dấu qua các điểm $x = 0$ và $x = 2$.

Do đó, hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;-1)$ và $B(2;-5)$.

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-5+1)^2} = 2\sqrt{5}.$

Phamquynhanhbaby56@gmail.com

Câu 17. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 9x^2 + (3-m)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(-\infty; -24)$. **B.** $(-\infty; -24]$. **C.** $(-24; +\infty)$. **D.** $[-24; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thỏa; Fb: Nguyễn Thị Thỏa

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 18x + 3 - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 18x + 3 - m \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = 72 + 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -24$.

Vậy tập hợp các giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(-\infty; -24]$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Hà Minh Yên; Fb: Hà Minh Yên

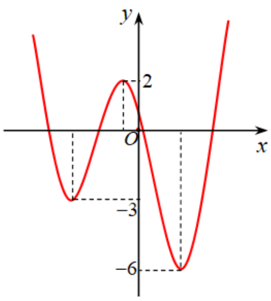
Chọn A

Hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0\ , \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(-|x|) = m$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?



A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Diệp, FB: Nguyễn Ngọc Diệp

Chọn D

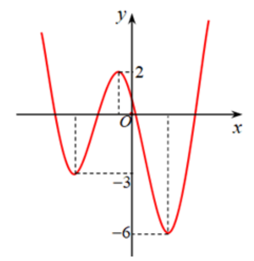
Nhận thấy hàm số $y = f(-|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị của hàm số $y = f(-|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = f(-|x|)$ gồm hai phần:

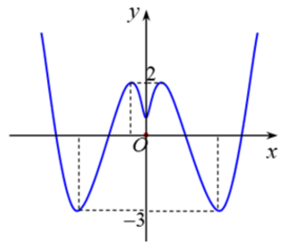
Phần 1: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ với $x \leq 0$.

Phần 2: lấy đối xứng đồ thị phần 1 qua trục Oy.

Từ đó ta có đồ thị hàm số $y = f(-|x|)$ như sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$



Đồ thị hàm số $y=f(-|x|)$

Từ đồ thị hàm số $y=f(-|x|)$ ta thấy phương trình $f(-|x|)=m$ có tối đa 6 nghiệm.

Câu 20. Xét hai số thực dương thay đổi x,y sao cho $xy>1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+2y+\dfrac{5x+5y}{xy-1}$ đạt được khi $x=x_0$ và $y=y_0$. Giá trị của biểu thức $Q=\dfrac{x_0+1}{y_0}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuân (lời giải: Thầy Nguyễn Duy Hiếu); Fb: mr.vtuan.

Chọn B

Ta có:

$$P=x+2y+\frac{5x+5y}{xy-1}=\frac{5(x+y)}{xy-1}+\frac{5(xy-1)}{x+y}+x+2y-\frac{5(xy-1)}{x+y}$$

$$\overset{AM-GM}{\geq} 10+\frac{x^2+3xy+2y^2-5xy+5}{x+y}$$

$$P\geq 10+\frac{x^2-2xy+2y^2+5}{x+y}=12+\frac{x^2-2xy+2y^2-2x-2y+5}{x+y}$$

$$P\geq 12+\frac{(2x-3y)^2+3(y-2)^2+2(x-3)^2}{6(x+y)}\geq 12.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}2x-3y=0\\x-3=0\\y-2=0\\\dfrac{x+y}{xy-1}=\dfrac{xy-1}{x+y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$.

Do đó $Q=\dfrac{x_0+1}{y_0}=2$.

Câu 21. Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+6x^2-9x+1$ là

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Tác giả: Trần Minh; Fb: Tran Minh

Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+12x-9$

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+12x-9=0 \Leftrightarrow x=1; x=3$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$ ↘		-3	↗	1	↘	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Tác giả: Lê Thanh Hùng; Fb: Hung Le Thanh

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases} f\left(x\right), & \text{neá } f\left(x\right)\geq 0 \\ -f\left(x\right), & \text{neá } f\left(x\right)<0 \end{cases}$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

x	$-\infty$		-1			1			$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0		$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	↗	4		↘	-1	↗		$+\infty$
$\lvert f(x)\rvert$	$+\infty$ ↘	0 ↗	4	↘ 0	↗	1	↘	0 ↗	$+\infty$

Do đó, số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là 5.

Cách 2: $y=\left|f\left(x\right)\right|\Rightarrow y'=\dfrac{f\left(x\right).f'\left(x\right)}{\left|f\left(x\right)\right|}$

Ta có: $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=x_1\left(x_1<-1\right) \\ x=x_2\left(-1<x_2<1\right) \\ x=x_3\left(x_3>1\right) \end{array}\right.$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x_4=-1 \\ x_5=1 \end{array}\right.$.

Do y' đổi dấu khi đi qua 5 nghiệm này nên hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Cách 3:

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt không trùng với 2 điểm cực trị, nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là 5.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-\left(m+1\right)x^2+\left(2-m\right)x+2m-2$ có điểm cực trị thuộc trục hoành?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Tác giả: Bùi Văn Khánh ; Fb:Khánh Bùi Văn

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

$x^3-(m+1)x^2+(2-m)x+2m-2=0 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-mx-2m+2\right)=0$ (1)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-mx-2m+2=0 \ \ (2) \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị thuộc trục hoành $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm kép khác 1 hoặc (2) có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

TH1: (2) có nghiệm kép khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=m^2+8m-8=0 \\ \dfrac{m}{2}\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=-4\pm 2\sqrt{6}$

TH2: (2) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+8m-8>0 \\ m=1 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$

Vậy có 3 giá trị của m để đồ thị hàm số có điểm cực trị thuộc trục hoành.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+(2-m)x+2m+1}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả: Minh Tuấn ; Fb: Mác Lênin

Chọn B.

Ta thấy rằng đồ thị của hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang $y=1$, do vậy đồ thị đó có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2+(2-m)x+2m+1=0(*)$ có nghiệm kép hoặc có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=1$.

- **Trường hợp 1:** Phương trình $(*)$ có nghiệm $x=1 \Leftrightarrow m=-4$.
- **Trường hợp 2:** Phương trình $(*)$ có nghiệm $x=-1 \Leftrightarrow m=0$.
- **Trường hợp 3:** Phương trình $(*)$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta=0 \Leftrightarrow (2-m)^2-4(2m+1)=0 \Leftrightarrow m^2-12m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=12 \end{array}\right.$

Như vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dongque84@gmail.com

Câu 25. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ mà đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(1;3)$, $B(2;1)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thu Huyền; Fb: HuyenVu

Chọn B.

Hàm số $y(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=y(x)\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $y=f(|x|)$ là hàm chẵn trên $\mathbb{R}$.

Do đó đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ nhận Oy trục đối xứng.

Vì vậy đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $A(1;3)$, $B(2;1)$, $A'(-1;3)$, $B'(-2;1)$ và điểm có hoành độ $x=0$.

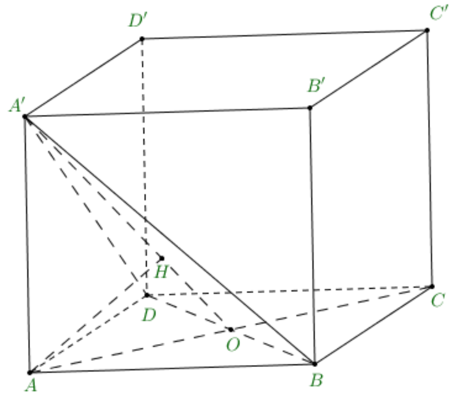
Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thanh Mai; Fb: Nguyen Thanh Mai

Chọn B



Kẻ $AH \perp A'O$. Ta dễ dàng chứng minh được $AH \perp (A'BD)$. Suy ra $d\left(A,(A'BD)\right) = AH$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy $d\left(A,(A'BD)\right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Linh19781978@gmail.com

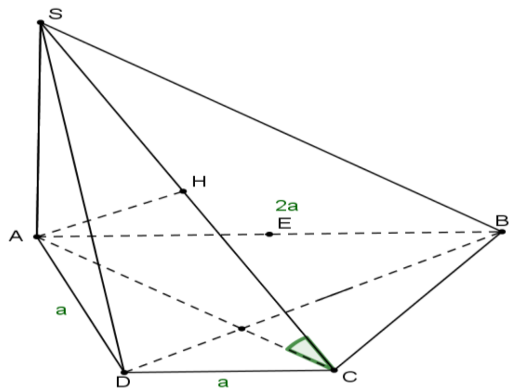
Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cho biết $AD = CD = a$, $AB = 2a$,hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$ tạo với nhau góc 45^0. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** a.

Lời giải

Tác giả:Đặng Thị Phương Huyền; Fb: Phuong Huyen Dang

Chọn A



Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D và $AD = CD = a$, $AB = 2a$ nên AC vuông góc với CB, lại có $CB \perp SA$ (do SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc SCA bằng 45^0 và $CB \perp (SAC)$ .Suy ra tam giác SAC vuông cân tại A .

Gọi E là trung điểm cạnh AB . Ta có : $d\left(D,(SBC)\right) = d\left(E,(SBC)\right) = \frac{1}{2} d\left(A,(SBC)\right)$.

Gọi H là trung điểm SC . Do tam giác SAC vuông cân tại A nên $AH \perp SC$, mà $AH \perp CB$ (do $CB \perp (SAC)$). Suy ra $AH \perp (SBC)$ và

$d\left(A,(SCD)\right) = AH = AC.\text{Sin}\,45^0 = a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = a$.

$$\text{Vậy} : d\left(D,(SBC)\right) = \frac{1}{2}d\left(A,(SBC)\right) = \frac{a}{2}.$$

Câu 28 . Gọi S là tập các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 4$ có ba điểm cực trị cách đều trục hoành. Tính tổng tất cả các phần tử của tập S là

A. 2. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả:Minh Trang ; Fb: Minh Trang

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 4$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Ta có $A(0;m+4), B\left(\sqrt{m};-m^2+m+4\right), C\left(-\sqrt{m};-m^2+m+4\right)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

A,B,C cách đều trục hoành $\Leftrightarrow |y_A| = |y_B| = |y_C| \Leftrightarrow |m+4| = |-m^2+m+4|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+4 = -m^2+m+4 \\ m+4 = m^2-m-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \quad (L) \\ \left[\begin{array}{l} m = -2 \ (L) \\ m = 4 \ (TM) \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy $m = 4$. Suy ra tổng tất cả các phần tử của tập S là 4.

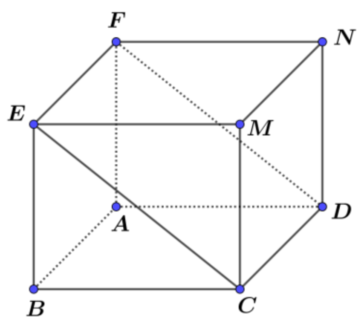
Câu 29: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng a và nằm trên hai mặt mặt phẳng vuông góc với nhau. Thể tích khối đa diện $EBCFAD$ bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** a^3.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thảo; Facebook: Trần Thảo

Chọn C



Dựng hình lập phương $ABCDEFMN$ cạnh a .

$V_{EBCFAD} = \dfrac{1}{2}V_{ABCDFEMN} = \dfrac{1}{2}a^3$. Chọn C.

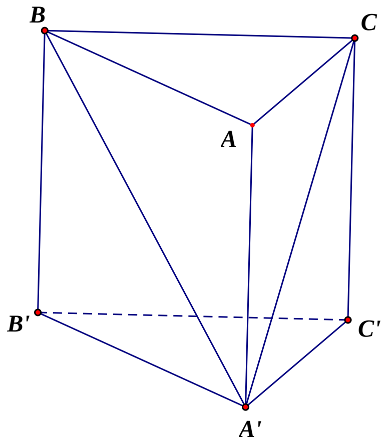
Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác $A'BC$ là tam giác đều cạnh a và tam giác ABC vuông tại A. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{8}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Lời giải

Tác giả: Trịnh Xuân Mạnh ; Fb:Trịnh Xuân Mạnh

Chọn C.



Ta có $D\, BB'A' = D\, CC'A'$ nên $A'B' = A'C'$. Từ đó $D\, A'B'C'$ vuông cân.

Suy ra: $A'B' = A'C' = B'C'.\sin A'B'C' = a.\sin 45^o = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $D\, BB'A'$ vuông tại B' theo định lí Pi–ta-go ta có

$$BB' = \sqrt{A'B^2 - B'A'^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S.h = \frac{1}{2}A'B'.A'C'.AA' = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 31. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Tác giả: Tạ Tiến Thanh ; Fb: Thanh Ta

Chọn C

Ta có $y = x^3 - 2x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số. Vì tiếp tuyến tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân tại O (vuông cân) tương đương $y'(x_0) = \pm 1$.

$$y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = \frac{2+\sqrt{7}}{3} \\ x_0 = \frac{2-\sqrt{7}}{3} \end{array}\right.;$$

$$y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 4x_0 = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{array}\right..$$

Vậy có 4 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và chiều cao là b. Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. ab^2. **B.** $3ab^2$. **C.** $3a^2b$. **D.** a^2b.

Lời giải

Tác giả: Ngô Thị Thơ ; Fb: Ngô Thị Thơ

Chọn C

$V=b.\left(a\sqrt{3}\right)^2=3a^2b$.

Câu 33. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{1+x}$ có phương trình là

A. $y=-3$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Tác giả: Ngô Thị Thơ ; Fb: Ngô Thị Thơ

Chọn C

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-2$, suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

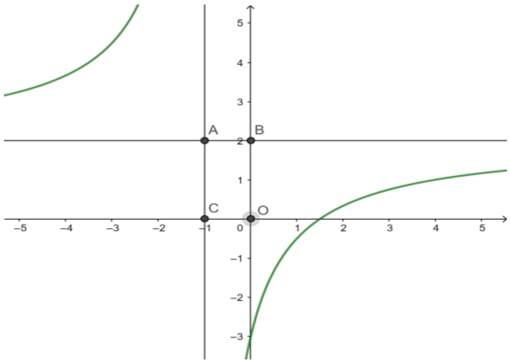
Câu 34: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ cắt nhau tạo thành hình chữ nhật. Diện tích của hình chữ nhật đó là?

A. $S=2.$ **B.** $S=4.$ **C.** $S=1.$. **D.** $S=3.$.

Lời giải

Tác giả: Trịnh Xuân Mạnh ; Fb:Trịnh Xuân Mạnh.

Chọn A



Ta có các tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là: $x=-1; y=2$

Gọi giao điểm của hai đường tiệm cận là $A(-1;2)$, giao điểm của TCN với trục tung là $B(0;2)$, giao điểm của TCĐ với trục hoành là $C(-1;0)$. Ta có hình chữ nhật $ABOC$.

Lại có $OB=|y_B|=|2|=2; OC=|x_c|=|-1|=1$.

Vậy diện tích hình chữ nhật $AOBC$: $S_{AOBC}=OB.OC=2.1=2$.

Câu 35. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3\sin x+1}{\sin x+2}$ là

A. $\dfrac{11}{6}$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$

Lời giải

Tác giả: Tạ Tiến Thanh ; Fb: Thanh Ta

Chọn C

Đặt $t=\sin x; t\in[-1;1]$, ta có $y=\dfrac{3t+1}{t+2}$, khi đó $y'=\dfrac{5}{(t+2)^2}>0\ \forall t\in[-1;1]$.

Hàm số đồng biến trên $[-1;1]$, suy ra $\max\limits_{t\in[-1;1]} y=\dfrac{3.1+1}{1+2}=\dfrac{4}{3}$; $\min\limits_{t\in[-1;1]} y=\dfrac{3.(-1)+1}{(-1)+2}=-2.$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $\dfrac{4}{3}+(-2)=-\dfrac{2}{3}.$

Câu 36 . Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\cos x+m^2}{\cos x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[-1;0)$ **D.** $[1;2)$.

Lời giải

Tác giả:Minh Trang ; Fb: Minh Trang

Chọn D

Ta có $y=\dfrac{2\cos x+m^2}{\cos x+m}\Rightarrow y'=\dfrac{-2\sin x.(\cos x+m)+\sin x.(2\cos x+m^2)}{(\cos x+m)^2}=\dfrac{(m^2-2m)\sin x.}{(\cos x+m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{2\cos x+m^2}{\cos x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)\Leftrightarrow y'<0\ \forall\ x\in(0;\pi)$ và $\cos x\neq -m\forall\ x\in(0;\pi)$. Mà $\sin x>0,\ \cos x\in(-1;1)\ \forall x\in(0;\pi)$.

Suy ra ycbt $\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2m<0\\ \left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m<2$.

Câu 37: Số điểm chung của hai đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2$ và $y=2x-3$ là

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 0 . **D.** 1 .

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thảo; Facebook: Trần Thảo

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$x^3-2x^2=2x-3\Leftrightarrow x^3-2x^2-2x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\\ x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\end{array}\right..$$

Vậy hai đồ thị hàm số có 3 điểm chung.

Câu 38: Tổng diện tích các mặt của tứ diện đều cạnh a là

A. $2a^2$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** $4a^2$. **D.** $2a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả: Mai Quỳnh Vân ; Fb: Vân Mai

Chọn B

Mỗi mặt của tứ diện đều cạnh a, là một tam giác đều cạnh bằng a nên diện tích mỗi mặt là:

$$S_1=\frac{1}{2}.a.a.\sin 60^\circ=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Diện tích 4 mặt của tứ diện đều là: $S=4.S_1=4.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=x^2-x+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Tác giả: Mai Quỳnh Vân ; Fb: Vân Mai

Chọn B

Loại A do tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}\neq\mathbb{R}$.

Loại C do $y'=0\Leftrightarrow 2x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ do đó y' đổi dấu qua $x=\frac{1}{2}$.

Loại D do $y'=0\Leftrightarrow 4x^3+4x=0\Leftrightarrow x=0$ do đó y' đổi dấu qua $x=0$.

Xét B ta có $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Do đó chọn phương án B.

Câu 40: Số điểm cực đại của hàm số $y=2x^4-3x^2+1$ là

A. 0 . **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Xuyến; Fb: Nguyen Xuyen

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=8x^3-6x$; $y'=0\Leftrightarrow 8x^3-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{\pm\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 41: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-1}{x^3-3x+2}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Xuyến; Fb: Nguyen Xuyen

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{x^2-1}{x^3-3x+2}=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x-2)}=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{(x+1)}{(x^2+x-2)}=+\infty$.

$$\lim_{x\to1^+}y=\lim_{x\to1^+}\frac{x^2-1}{x^3-3x+2}=\lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x-2)}=\lim_{x\to1^+}\frac{(x+1)}{(x^2+x-2)}=+\infty.$$

$\Rightarrow$ Các đường thẳng $x=-2$ và $x=1$ là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 42: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích $V=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$, tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng a.

Khi đó, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}a$. **C.** $4a$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thanh Hà ; Fb: Hà Trần
Phản biện: Đồng Anh Tú; FB: Anh Tú

Chọn C

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}d\left(A,\left(SBC\right)\right).S_{\Delta SBC}\Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$.

Có: $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Vì ΔSBC là tam giác đều có cạnh bằng a nên $S_{\Delta SBC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(đvdt\right)$.

Vậy: Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$là: $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=\frac{3\frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=4a$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(-\sqrt{2};0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Tác giả:Trần kim Nhung ; Fb: Nhung trần thị Kim

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Với $y=f\left(x^2\right)$ ta có $y'=2x.f'\left(x^2\right)$.

Vậy $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=0\\f'\left(x^2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=1\\x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy $f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.$.

Vậy $f'\left(x^2\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2<1 \\ x^2>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<1 \\ x>\sqrt{2} \\ x<-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'(x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta chọn đáp án D.

Câu 44: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$ là

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả: Trần Quang Đạt; Fb: Quang Đạt

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=0$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Phương trình $f\left(x\right)=0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 45: Số điểm cực trị của hàm số $y=(3x-1)^3(x+1)^4$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Ngọc Hà ; Fb:Hangocnguyen

Chọn B

Tập các định $D=\mathbb{R}$

Ta có : $y'=9(3x-1)^2(x+1)^4+4(3x-1)^3(x+1)^3=(3x-1)^2(x+1)^3(21x+5)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{3} \\ x=-1 \\ x=\dfrac{-5}{21} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$-\frac{5}{21}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$y(-1)$	$\searrow$	$y(-\frac{5}{21})$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số có 2 cực trị.

Câu 46. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ lần lượt tại A, B. Tiếp tuyến của (C) tại hai điểm A, B tạo với nhau một góc φ. Giá trị của $\sin\varphi$ bằng

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hồng Hợp ; Fb: Nguyễn Thị Hồng Hợp

Chọn A

Giao điểm của đồ thị (C) với hai trục tọa độ lần lượt là $A(0;-2)$, $B(2;0)$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A là:

$$y=\frac{3}{(x_A+1)^2}\times(x-x_A)+y_A=3x-2 \Leftrightarrow 3x-y-2=0.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm B là:

$$y=\frac{3}{(x_B+1)^2}\times(x-x_B)+y_B=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3} \Leftrightarrow x-3y-2=0.$$

Từ giả thiết suy ra $\cos\varphi=\dfrac{|3.1+(-1).(-3)|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\dfrac{3}{5}\Rightarrow \sin\varphi=\sqrt{1-\cos^2\varphi}=\dfrac{4}{5}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, thể tích khối lăng trụ bằng a^3 và độ dài các cạnh bên là $2a$. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy là:

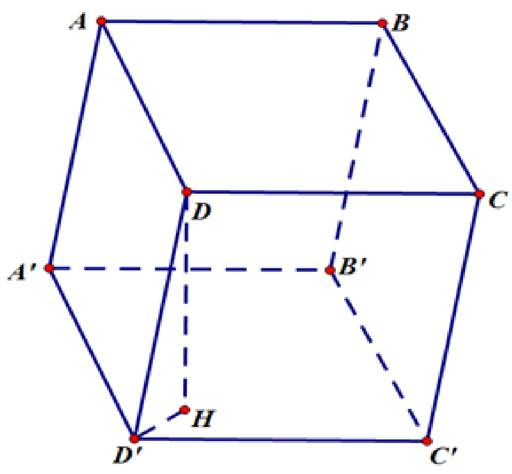
A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Tỉnh ; Fb: Ngọc Tỉnh

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng đáy $(A'B'C'D')$. Góc $DD'H$ chính là góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy.



Ta có $h = DH = \dfrac{V}{S_{ABCD}} = \dfrac{a^3}{a^2} = a$.

Xét tam giác vuông DHD' ta có $\sin DD'H = \dfrac{DH}{DD'} = \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow DD'H = 30^o$.

Câu 48. Cho khối chóp $SABCD$ có thể tích V, đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của SB N là điểm trên cạnh SD. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại điểm P sao cho thể tích khối chóp $SAMPN$ bằng $\dfrac{V}{4}$. Tỉ số $\dfrac{SN}{SD}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Thân Thế Luân ; Fb: Luan Vu
Phản biện: Trần Hà

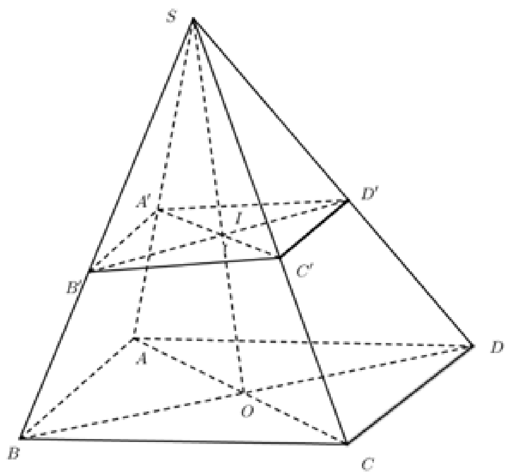
Chọn B

Bổ đề: Cho khối chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Một mặt phẳng không qua S cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D'.

Đặt $\dfrac{SA}{SA'} = a; \dfrac{SB}{SB'} = b; \dfrac{SC}{SC'} = c; \dfrac{SD}{SD'} = d$. Khi đó ta có kết luận sau

1. $a + c = b + d$
2. $\dfrac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}} = \dfrac{a+b+c+d}{4abcd}$

Chứng minh



Gọi $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = I$ $\Rightarrow S, I, O$ thẳng hàng (cùng nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD)).

Chứng minh 1: Đặt $\frac{SO}{SI}=x$

Ta có $\frac{S_{\Delta SA'I}}{S_{\Delta SAO}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SI}{SO}=\frac{1}{ax}\Rightarrow\frac{2S_{\Delta SA'I}}{S_{\Delta SAC}}=\frac{1}{ax}\ (1)$

Và $\frac{S_{\Delta SC'I}}{S_{\Delta SCO}}=\frac{SC'}{SC}.\frac{SI}{SO}=\frac{1}{cx}\Rightarrow\frac{2S_{\Delta SC'I}}{S_{\Delta SAC}}=\frac{1}{cx}\ (2)$

Suy ra $\frac{2S_{\Delta SA'I}}{S_{\Delta SAC}}+\frac{2S_{\Delta SC'I}}{S_{\Delta SAC}}=\frac{1}{ax}+\frac{1}{cx}\Rightarrow\frac{2S_{\Delta SA'C'}}{S_{\Delta SAC}}=\frac{1}{ax}+\frac{1}{cx}$

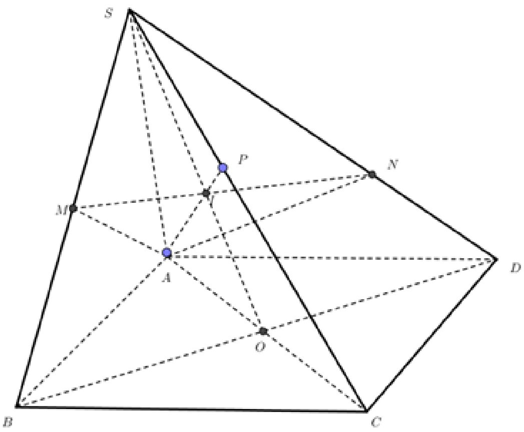
Hay $\frac{2SA'}{SA}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{ax}+\frac{1}{cx}\Rightarrow\frac{2}{ac}=\frac{1}{ax}+\frac{1}{cx}\Rightarrow a+c=2x$

Tương tự cũng có $b+d=2x$. Vậy $a+c=b+d$.

Chứng minh 2: Ta có $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{abc}$ Và $\frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{acd}$

Mà $V_{SABC}=V_{SACD}=\frac{V_{ABCD}}{2}$ nên $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}+\frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}}=\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABC}}=\frac{1}{abc}+\frac{1}{acd}=\frac{b+d}{abcd}$

Hay $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}=\frac{2(b+d)}{4abcd}=\frac{a+b+c+d}{4abcd}$



Trở lại bài toán:

Đặt $\frac{SC}{SP}=x;\ \frac{SD}{SN}=y$

Áp dụng bổ đề trên ta có: $x+1=y+2\Leftrightarrow x=y+1$

$\frac{V_{AMNP}}{V_{SABCD}}=\frac{x+1+2+y}{4xy.2}=\frac{x+y+3}{8xy}=\frac{1}{4}$

Suy ra $\frac{y+2}{4y(y+1)}=\frac{1}{4}\Rightarrow y^2=2\Rightarrow y=\sqrt{2}$

Vậy $\frac{SN}{SD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

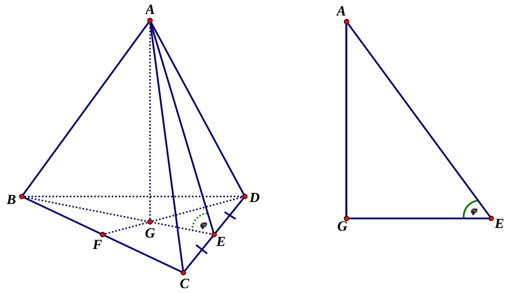
Câu 49: Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt bên của một tứ diện đều. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\varphi=2\sqrt{2}$. **B.** $\tan\varphi=\sqrt{2}$. **C.** $\tan\varphi=2$. **D.** $\tan\varphi=\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Ngọc Hà ; Fb:Hangocnguyen

Chọn A



Xét tứ diện đều $ABCD$ cạnh có độ dài a. Vì các mặt của tứ diện đều đều tạo với nhau những góc bằng nhau nên ta đi tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (ACD) và (BCD)

Gọi E là trung điểm của CD.

Do các tam giác ACD và BCD là các tam giác đều nên $BE \perp CD; AE \perp CD$ (1)

mà $CD = (ABD) \cap (BCD)$ (2). Từ (1) & (2) $\Rightarrow \varphi = AEB$ (AEB là góc nhọn)

Gọi G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$; B, G, E thẳng hàng ;

$GE = \dfrac{1}{3}GB \Rightarrow \varphi = AEG$

Tam giác BCD đều cạnh a nên $BE = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EG = \dfrac{1}{3}BE = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$;

Tam giác ACD đều nên $AE = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.Do $AG \perp (BCD) \Rightarrow \mathrm{AG} \perp \mathrm{GE} \Rightarrow \Delta\,\mathrm{AGE}$ là vuông tại G.

Xét tam giác vuông AGE có $AG = \sqrt{AE^2 - GE^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{AG}{GE} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 50. Tập hợp giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-2)x^2 + 2m$ có điểm cực tiểu là

A. $(0;2]$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Tác giả: Đồng Anh Tú; Fb: Anh tu

Chọn C

Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m-2)x \Leftrightarrow y' = 2x(2mx^2 + m - 2)$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = 2 - m \;\;(1) \end{array}\right.$.

TH1: $m \le 0$ thì $2mx^2 + m - 2 < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	

Ta có $x = 0$ là điểm cực đại, nên $m \le 0$ không thỏa mãn.

TH2: $m \ge 2$ thì $2mx^2 + m - 2 \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Ta có $x = 0$ là điểm cực tiểu, nên $m \ge 2$ thỏa mãn.

TH3: $0 < m < 2$, khi đó $(1) \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{2-m}{2m} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{2-m}{2m}}$ nên phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số $y = mx^4 + (m-2)x^2 + 2m$ có 3 cực trị và nó luôn có ít nhất một cực tiểu, nên $0 < m < 2$ thỏa mãn.

Vậy ta có $m \in (0; +\infty)$ thì hàm số đã cho có điểm cực tiểu.