

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Cho parabol $(P): y = x^2 - (m+2)x - 2m - 1$ và đường thẳng $d: y = (m+1)x - m^2 - 5m - 3$ (với m là tham số). Biết đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm điều kiện của m để $AB = \sqrt{26}$.

2. Cho phương trình $x^2 - 2(b+1)x + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết phương trình có hai nghiệm dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 \geq 4$.

a) Chứng minh $2b^2 + 4b \geq c + 2$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = b(c - 6b^2) - 3b(b+1) + 2022$.

Câu 2. (6,0 điểm)

1. Giải phương trình: $(\sqrt{x+4} - \sqrt{x+1})(x^2 + \sqrt{(x+1)(x+4)}) = 3x$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 + 2x + 2} = \sqrt{y^2 + 1} - y - 1 \\ x^2(y^2 + 1) + 17 = 2x + 8(x+1)\sqrt{x^2 + 3} - 3y^2. \end{cases}$$

Câu 3. (5,0 điểm)

1. Cho ΔABC , các điểm E, M thỏa mãn $4\vec{AE} - \vec{AB} = \vec{0}; 3\vec{BM} - \vec{BC} = \vec{0}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM . Biết điểm N thỏa mãn $\vec{BN} = k \cdot \vec{BC}$ ($k \in \mathbb{R}$). Tìm k để ba điểm E, I, N thẳng hàng.

2. Cho ΔABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF . Gọi diện tích các tam giác ΔDEF và ΔABC lần lượt là S_{DEF}, S_{ABC} . Biết rằng $S_{DEF} = \frac{3}{10} S_{ABC}$.

Tính giá trị biểu thức: $T = \frac{2021(\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C) + 2022}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C}$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$ và có trọng tâm là G . Các đường thẳng AG, BG, CG theo thứ tự cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M, N, P . Biết $\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} = 2R$.

Chứng minh $\frac{1}{GM} + \frac{1}{GN} + \frac{1}{GP} \leq \sqrt{3}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $x + y - z = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x+z-1}{y+4}$.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Người coi thi số 1..... Người coi thi số 2.....