

Câu 1: (2,0 điểm). Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \sqrt{2x^2 - 3x + 1}$

b. $y = \sqrt{\frac{x^2 + 3x + 2}{1 - 2x}}$

Câu 2: (5,0 điểm). Giải các bất phương trình sau:

a. $\frac{x^2 + x - 3}{x^2 - 4} \leq 1$

b. $|x^2 + 3x - 4| > x - 8$

c. $\sqrt{x^2 + x - 6} < x - 1$

Câu 3: (2,0 điểm). Cho tam giác ABC có $AC = 13, BC = 12, AM = 8$:

a. Tính cạnh AB

b. Tính góc B.

Câu 4: (1,0 điểm). Tam giác ABC có đặc điểm gì nếu thỏa mãn: $\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \frac{2c + b}{\sqrt{4c^2 - b^2}}$

-----Hết-----

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM - ĐỀ SỐ 1

Câu	Nội dung	Điểm											
1a	Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 > 0$	0,25											
	$\Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$	0,5											
	TXĐ: $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$	0,25											
1b	Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - 2x} \geq 0(1) \\ 1 - 2x \neq 0 \end{cases}$	0,25											
	Giải (1): Cho $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$ $1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$	0,25											
	Bảng xét dấu VT(1)	0,25											
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>VT(1)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	VT(1)	+	0	-	0
	x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$							
VT(1)	+	0	-	0	+								
Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -2] \cup \left[-1; \frac{1}{2}\right)$	0,25												
2a	Điều kiện $x \neq \pm 2$ Biến đổi bất phương trình về dạng: $\frac{x + 1}{x^2 - 4} \leq 0$	0,5											
	Cho $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$	0,25											

	Bảng xét dấu về trái							
	x	$-\infty$	-2	-1	2	$+\infty$		0,75
	VT	-		+	-		+	
	Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup [-1; 2)$							0,5
2b	+ Nếu $x^2 + 3x - 4 \geq 0$ ta có hệ $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 \geq 0 \\ x^2 + 3x - 4 > x - 8 \end{cases}$							0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \text{ hoặc } x \geq 1 \\ x^2 + 2x + 4 > 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases}$							0,25
	$\Leftrightarrow x \leq -4 \text{ hoặc } x \geq 1$							0,25
	+ Nếu $x - 8 < 0$ ta có hệ $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ -x^2 - 3x + 4 > x - 8 \end{cases}$							0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 1 \\ -6 < x < 2 \end{cases}$							0,25
	$\Leftrightarrow -4 < x < 1$							0,25
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R}$							0,5
2c	$\sqrt{x^2 + x - 6} < x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ x^2 + x - 6 < (x - 1)^2 \end{cases}$							0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \text{ hoặc } x \geq 2 \\ x - 1 \geq 0 \\ x < \frac{7}{3} \end{cases}$							0,25
	$\Leftrightarrow x \in \left[2; \frac{7}{3}\right)$							0,25
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[2; \frac{7}{3}\right)$							0,25
3a	Vì $AM^2 = \frac{2(AC^2 + AB^2) - BC^2}{4} \Leftrightarrow 8^2 = \frac{2(12^2 + AB^2) - 13^2}{4}$							0,5
	$\Rightarrow AB^2 = \frac{137}{2} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{274}}{2}$							0,5
3b	$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{\frac{137}{2} + 12^2 - 13^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{274}}{2} \cdot 12} = \frac{\frac{87}{2}}{12\sqrt{274}} \approx 0,22$							0,5
	$\Rightarrow \hat{B} \approx 77^\circ 17' 27,48''$							0,5
4.	$\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \frac{2c + b}{\sqrt{4c^2 - b^2}} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos A)^2}{\sin^2 A} = \frac{(2c + b)^2}{4c^2 - b^2}$							0,25
	$\Leftrightarrow \frac{(1 + \cos A)^2}{1 - \cos^2 A} = \frac{2c + b}{2c - b} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos A}{1 - \cos A} = \frac{2c + b}{2c - b}$							0,25
	$\Leftrightarrow 2c + 2c \cos A - b - b \cos A = 2c - 2c \cos A + b - b \cos A$							0,25

$\Leftrightarrow 2c \cos A = b \Leftrightarrow 2c \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = b \Leftrightarrow c = a$ <p>Vậy tam giác ABC cân tại B</p>	0,25
--	------

Bình luận: Nếu trong bài trên ta giải theo hướng:

➤ Thay $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ và $\sin A = \frac{a}{2R}$ thì ta được:

$$\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \frac{2c + b}{\sqrt{4c^2 - b^2}} \Leftrightarrow \frac{1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{\frac{a}{2R}} = \frac{2c + b}{\sqrt{4c^2 - b^2}}. \text{ Như vậy lời giải sẽ rất cồng kềnh}$$

vì trong đẳng thức chứa nhiều phân số và căn bậc hai. Ta nghĩ đến hướng bình phương hai vế.

➤ Nếu bình phương đưa đẳng thức về dạng:

$$\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \frac{2c + b}{\sqrt{4c^2 - b^2}} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos A)^2}{\sin^2 A} = \frac{(2c + b)^2}{4c^2 - b^2},$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1 + \cos A)^2}{1 - \cos^2 A} = \frac{2c + b}{2c - b} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos A}{1 - \cos A} = \frac{2c + b}{2c - b} \text{ và thay } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \text{ thì ta được}$$

$$\frac{1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}} = \frac{2c + b}{2c - b} \dots \text{Sau đó quy đồng thì cũng khá cồng kềnh và phức tạp.}$$

Vì vậy trong lời giải trên ta đi theo hướng: Bình phương hai vế \rightarrow thay $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$
 \rightarrow Rút gọn \rightarrow Quy đồng, rút gọn thêm một lần nữa \rightarrow cuối cùng mới thay

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \rightarrow c = a$$

Câu 1: (2,0 điểm). Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \sqrt{-2x^2 - 3x - 1}$

b. $y = \sqrt{\frac{2x^2 + 3x - 5}{2 - 2x}}$

Câu 2: (5,0 điểm). Giải các bất phương trình sau:

a. $\frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 1} \leq 2$

b. $|x^2 + x - 2| > 3 - 3x^2$

c. $\sqrt{x^2 + 5x + 4} < 3x + 2$

Câu 3: (2,0 điểm). Cho tam giác ABC có $AB = 13, BC = 12$, trung tuyến $BK = 8$:

a. Tính cạnh AC

b. Tính góc A.

Câu 4: (1,0 điểm). Chứng minh rằng trong tam giác ABC cân nếu: $\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$

-----Hết-----

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM - ĐỀ SỐ 2

Câu	Nội dung	Điểm									
1a	Hàm số xác định $\Leftrightarrow -2x^2 - 3x - 1 \geq 0$	0,25									
	$\Leftrightarrow x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right]$	0,5									
	TXĐ: $D = \left[-1; -\frac{1}{2}\right]$	0,25									
1b	Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{2 - 2x} \geq 0(1) \\ 2 - 2x \neq 0 \end{cases}$	0,25									
	Giải (1): Cho $2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ x = 1 \end{cases}$ $2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0,25									
	Bảng xét dấu VT(1)	0,25									
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{5}{2}$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>VT(1)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	1	$+\infty$	VT(1)	+	0	-
	x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	1	$+\infty$						
VT(1)	+	0	-	-							
Tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right]$	0,25										
2a	Điều kiện $x \neq \pm 1$	0,5									
	Biến đổi bất phương trình về dạng: $\frac{x-1}{x^2-1} \leq 0$										
	Cho $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$	0,25									

	Bảng xét dấu về trái				
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
	VT	-		+	
	Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1)$				1,0
2b	+ Nếu $x^2 + x - 2 \geq 0$ ta có hệ $\begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 + x - 2 > 3 - 3x^2 \end{cases}$				0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ hoặc } x \geq 1 \\ 4x^2 + x - 5 > 0 \end{cases}$				0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ hoặc } x \geq 1 \\ x < -\frac{5}{4} \text{ hoặc } x > 1 \end{cases}$				
	$\Leftrightarrow x \leq -2 \text{ hoặc } x > 1$				0,25
	+ Nếu $x^2 + x - 2 < 0$ ta có hệ $\begin{cases} x^2 + x - 2 < 0 \\ -x^2 - x + 2 > 3 - 3x^2 \end{cases}$				0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 1 \\ 2x^2 - x - 1 > 0 \end{cases}$				0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 1 \\ x < -\frac{1}{2} \text{ hoặc } x > 1 \end{cases}$					
$\Leftrightarrow -2 < x < -\frac{1}{2}$				0,25	
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2] \cup (1; +\infty) \cup \left(-2; -\frac{1}{2}\right)$				0,5	
Hay $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$					
2c	$\sqrt{x^2 + 5x + 4} < 3x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 \geq 0 \\ 3x + 2 \geq 0 \\ x^2 + 5x + 4 < (3x + 2)^2 \end{cases}$				0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 \geq 0 \\ 3x + 2 \geq 0 \\ 8x^2 + 7x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \text{ hoặc } x \geq -1 \\ x \geq -\frac{2}{3} \\ x < -\frac{7}{8} \text{ hoặc } x > 0 \end{cases}$				0,25
	$\Leftrightarrow x > 0$				0,25
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; +\infty)$				0,25
3a	Vì $BK^2 = \frac{2(BC^2 + AB^2) - AC^2}{4} \Leftrightarrow 8^2 = \frac{2(12^2 + 13^2) - AC^2}{4}$				0,5
	$\Rightarrow AC^2 = 370 \Rightarrow AC = \sqrt{370}$				0,5
3b	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{370 + 13^2 - 12^2}{2 \cdot \sqrt{370} \cdot 13} = \frac{1}{4\sqrt{31}} \approx 0,79$				0,5
	$\Rightarrow \hat{A} \approx 37^{\circ}51'$				0,5
4.	$\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{\sin^2 B} = \frac{(2a + c)^2}{4a^2 - c^2}$				0,25

$\Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{1 - \cos^2 B} = \frac{2a + c}{2a - c} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} = \frac{2a + c}{2a - c}$	0,25
$\Leftrightarrow 2a + 2a \cos B - c - c \cos B = 2a - 2a \cos B + c - c \cos B$	0,25
$\Leftrightarrow 2a \cos B = c \Leftrightarrow 2a \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} = c \Leftrightarrow a = b \text{ hay } BC = AC$	0,25
Vậy tam giác ABC cân tại C	

Bình luận: Nếu trong bài trên ta giải theo hướng:

➤ Thay $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ và $\sin B = \frac{b}{2R}$ thì ta được:

$$\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \frac{1 + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}}{\frac{b}{2R}} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} . \text{ Như vậy lời giải sẽ rất cồng kềnh vì}$$

trong đẳng thức chứa nhiều phân số và căn bậc hai. Ta nghĩ đến hướng bình phương hai vế.

➤ Nếu bình phương đưa đẳng thức về dạng: $\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{\sin^2 B} = \frac{(2a + c)^2}{4a^2 - c^2}$,

$$\Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{1 - \cos^2 B} = \frac{2a + c}{2a - c} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} = \frac{2a + c}{2a - c} \text{ và thay } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \text{ thì ta được}$$

$$\frac{1 + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}}{1 - \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}} = \frac{2a + c}{2a - c} \dots \text{Sau đó quy đồng thì cũng khá cồng kềnh và phức tạp.}$$

Vì vậy trong lời giải trên ta đi theo hướng: Bình phương hai vế \rightarrow thay $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$

\rightarrow Rút gọn \rightarrow Quy đồng, rút gọn thêm một lần nữa \rightarrow cuối cùng mới thay

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \rightarrow a = b .$$