

(Đề kiểm tra có 01 trang)

Họ và tên:; Lớp:

Câu 1 (2 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{-x^2 + 2x + 5} = 2x + 1.$

b) $\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}.$

Câu 2 (1 điểm). Với m là tham số của phương trình $mx - 2m + 2x - 1 = 0$. Tìm m để phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 3 (0,75 điểm). Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 2m + 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 5$.

Câu 4 (0,75 điểm). Cho hàm số $y = x^2 + 2mx + m^2 + m - 3$ với m là tham số. Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 18$ và $x_1x_2 < 0$.

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Với a, b là các số thực dương, chứng minh: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

b) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{1}{2a+b+c} + \frac{1}{a+2b+c} + \frac{1}{a+b+2c}.$$

Câu 6 (2 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh: $A(1;6), B(-1;3), C(6;0)$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và $\cos A$.

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , I là điểm đối xứng của C qua B . Chứng minh rằng $IG \perp AT$, với $T(-2; -4)$.

Câu 7 (1 điểm). Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 6, \hat{A} = 60^\circ$. Tính BC , diện tích S , bán kính đường tròn ngoại tiếp R và bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác ABC .

Câu 8 (1 điểm). Tính số đo góc \hat{A} trong tam giác ABC biết rằng $5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$ (với m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài đường trung tuyến xuất phát từ các đỉnh A, B, C).

--- HẾT ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Hướng dẫn chấm bài	Điểm
1a (1đ)	Giải phương trình $\sqrt{-x^2+2x+5} = 2x+1$	
	$pt \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ -x^2+2x+5 = (2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ -5x^2-2x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x = \frac{-1+\sqrt{21}}{5} (n) \\ x = \frac{-1-\sqrt{21}}{5} (l) \end{cases}$	0.25x3
	Vậy $S = \left\{ \frac{-1+\sqrt{21}}{5} \right\}$.	0.25
1b (1đ)	Giải hệ $\begin{cases} x^3 = 2x+y \\ y^3 = 2y+x \end{cases}$	
	$hpt \Rightarrow x^3 - y^3 = 2x+y - (2y+x)$	0.25
	$\Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2-1) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow x = y \vee x^2+xy+y^2-1 = 0$	
	Với $x = y$ ta có pt $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\sqrt{3} \end{cases}$	0.25
Với $x^2+xy+y^2-1 = 0$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+xy+y^2-1 = 0 \\ x^3+y^3-3(x+y) = 0 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} S = x+y \\ P = xy \end{cases}$ ($S^2 \geq 4P$) ta có hệ: $\begin{cases} S^2 - P - 1 = 0 \\ S^3 - 3SP - 3S = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 0 \\ P = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy hệ đã cho có 5 cặp nghiệm ...	0.25	
Câu 2 (1đ)	Với m là tham số của phương trình $mx - 2m + 2x - 1 = 0$. Tìm m để phương trình đã cho vô nghiệm.	
	$pt \Leftrightarrow (m+2)x = 2m+1$	0.5
	Để pt vô nghiệm thì: $\begin{cases} m+2 = 0 \\ 2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$	0.25x2
Câu 3 (0.75đ)	Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2m + 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 5$.	
	Pt có 2 nghiệm pb $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = -4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{4}$	0.25
	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2m + 1 \end{cases}$. Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 5 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 7 = 0$	0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + 2\sqrt{2} (l) \\ m = 1 - 2\sqrt{2} (n) \end{cases}$. Vậy $m = 1 - 2\sqrt{2}$.	0.25
Câu 4 (0.75đ)	Cho hàm số $y = x^2 + 2mx + m^2 + m - 3$ với m là tham số. Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 18$ và $x_1 x_2 < 0$	
	Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1 x_2 < 0$ thì $m^2 + m - 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < m < \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$.	0.25
	$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 3 \end{cases}$. $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 12 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 (l) \\ m = -2 (n) \end{cases}$. Vậy $m = -2$.	0.25
5a (1đ)	Với a, b là các số thực dương, chứng minh: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.	
	Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số dương ta có: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}} = \frac{2}{\sqrt{ab}}$.	0.25x2
	$\Rightarrow (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.	0.25
	$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.	0.25
5b (0.5đ)	Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{1}{2a+b+c} + \frac{1}{a+2b+c} + \frac{1}{a+b+2c}$.	
	Áp dụng câu a, ta có: $8A = 2\left(\frac{4}{(a+b)+(a+c)} + \frac{4}{(a+b)+(b+c)} + \frac{4}{(a+c)+(b+c)}\right)$	0.25
	$\leq 2\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c}\right)$ $= \frac{4}{a+b} + \frac{4}{a+c} + \frac{4}{b+c}$	
	$\leq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 2$ $\Rightarrow A \leq \frac{1}{4}$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 3$.	0.25
Câu 6	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh: $A(1;6)$, $B(-1;3)$, $C(6;0)$.	
6a (1đ)	Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và $\cos A$.	
	$\overrightarrow{AB} = (-2; -3)$; $\overrightarrow{AC} = (5; -6)$.	0.25
	$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$	0.25
	$AB = \sqrt{13}$; $AC = \sqrt{61}$	0.25
	$\Rightarrow \cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{8}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{61}} = \frac{8\sqrt{793}}{793}$	0.25
6b	Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , I là điểm đối xứng của C qua B . Chứng minh rằng	

(1đ)	$IG \perp AT$, với $T(-2; -4)$.	
	$G(2; 3); I(-8; 6)$.	0.25x2
	$\overline{IG} = (10; -3), \overline{AT} = (-3; -10)$	0.25
	$\Rightarrow \overline{IG} \cdot \overline{AT} = 0$. Vậy $IG \perp AT$	0.25
Câu 7 (1đ)	Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 6, \hat{A} = 60^\circ$. Tính BC , diện tích S , bán kính đường tròn ngoại tiếp R và bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác ABC .	
	$BC = \sqrt{31}; S = \frac{15\sqrt{3}}{2}; R = \frac{\sqrt{93}}{3}; r = \frac{-\sqrt{93} + 11\sqrt{3}}{6}$	0.25x4
Câu 8 (1đ)	Tam giác ABC là tam giác gì biết rằng $5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$ (với m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến xuất phát từ các đỉnh A, B, C).	
	$5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2 \Leftrightarrow 5 \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} + \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$	0.25
	$\Leftrightarrow 10b^2 + 10c^2 - 5a^2 = 2a^2 + 2c^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2$	0.25
	$\Leftrightarrow 9a^2 = 9b^2 + 9c^2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$	0.25
	Tam giác ABC vuông tại A nên $\hat{A} = 90^\circ$	0.25

- Trong phần giải phương trình, hệ phương trình nếu học sinh không kết luận tập nghiệm, hoặc không kết luận nghiệm của hệ thì trừ tối đa 0.25 cho toàn bài làm.

- HS làm tròn số thập phân thì trừ tối đa 0.25 cho toàn bài làm, nếu HS viết giá trị đúng, sau đó làm tròn thì không trừ.

- HS làm cách khác nếu đúng vẫn được trọn điểm.

PHẦN	Nội dung chi tiết	NB	TH	VDT	VDC	Tổng
ĐẠI SỐ	Phương trình (chứa căn, chứa trị tuyệt đối, chứa ẩn ở mẫu), hệ phương trình (pp thế, đối xứng loại 1, đối xứng loại 2)	1		1		6
	Phương trình bậc 1, bậc 2 chứa tham số (bao gồm định lý Vi-et)	1	0.75			
	Hàm số bậc hai		0.75			
	Bất đẳng thức		1		0.5	
HÌNH HỌC	Tích vô hướng (có bao gồm phân tích vô hướng trong hệ trục tọa độ)	1	1			4
	Hệ thức lượng trong tam giác	1		1		
Tổng		4	3.5	2	0.5	10