

TRƯỜNG THPT AN DƯƠNG VƯƠNG

Môn: Toán – Khối: 10

## ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút

(Đề kiểm tra có 01 trang)

Họ và tên: .....; Lớp: .....

**Câu 1: (1 điểm)** Giải bất phương trình  $|4x+1| < 2x^2 + 8x - 15$ .**Câu 2: (1 điểm)** Tìm  $m$  để  $mx^2 + 2mx + m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .**Câu 3: (1 điểm)** Cho  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $\cos \alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\tan \alpha$  và  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .**Câu 4: (2 điểm)** Với giả thiết các biểu thức có nghĩa, chứng minh các đẳng thức sau

a)  $\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{\sin x}$ .

b)  $\sin 6x \cdot \sin 4x - \sin 15x \cdot \sin 13x + \sin 19x \cdot \sin 9x = 0$ .

**Câu 5: (2 điểm)** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  cho các điểm  $A(1;3)$  và  $B(-3;-5)$ .a) Viết phương trình đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $AB$ .b) Viết phương trình đường tròn  $(C)$  qua hai điểm  $A, B$  đồng thời có tâm thuộc đường thẳng  $\Delta: x - y - 6 = 0$ .**Câu 6: (2 điểm)** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1;-3)$ ,  $B(7;-1)$ ,  $C(1;3)$ .a) Viết phương trình đường cao  $CK$  của tam giác  $ABC$ .b) Tìm điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x - y + 1 = 0$  sao cho  $2MA^2 + 3MB^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.**Câu 7: (1 điểm)** Cho  $\frac{3\sin x - \sin 3x}{2\sin x \sin 2x} = -3$  với  $\sin x \neq 0$  và  $\cos x \neq 0$ . Tính  $A = \frac{1 + 3\sin 2x + \sin^3 x \cos x}{\cos^2 x + 3}$ .

--- HẾT ---

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.**

## ĐÁP ÁN

<b>Câu 1.</b> Giải $ 4x+1  < 2x^2 + 8x - 15$ .	<b>1 điểm</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 4x - 16 > 0 & (1) \\ 2x^2 + 12x - 14 > 0 & (2) \end{cases}$	0,25
$(1) \Leftrightarrow x < -4 \vee x > 2$ (a)	0,25
$(2) \Leftrightarrow x < -7 \vee x > 1$ (b)	0,25
(a) và (b) cho nghiệm $x < -7 \vee x > 2$	0,25
<b>Câu 2.</b> Tìm $m$ để $mx^2 + 2mx + m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1).	<b>1 điểm</b>
TH1: $m = 0$ . Khi đó $(1) \Leftrightarrow 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (luôn đúng). Nhận $m = 0$ .	0,25
TH2: $m \neq 0$ . Khi đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -2m \leq 0 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow m > 0$	0,25
Vậy $m \geq 0$ thỏa.	0,25
<b>Câu 3.</b> Cho $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính $\cos \alpha$ , $\sin 2\alpha$ , $\tan \alpha$ và $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$	<b>1 điểm</b>
$\cos^2 \alpha = \frac{1}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{5} & (\text{loại}) \\ \cos \alpha = -\frac{1}{5} & (\text{nhận}) \end{cases}$	0,25
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{-4\sqrt{6}}{25}$	0,25
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2\sqrt{6}$	0,25
$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-25 + 4\sqrt{6}}{23}$	0,25
<b>Câu 4.</b> Chứng minh:	<b>2 điểm</b>
a) $\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{\sin x}$ .	
b) $\sin 6x \cdot \sin 4x - \sin 15x \cdot \sin 13x + \sin 19x \cdot \sin 9x = 0$ .	
a) $\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{\sin x}$	0,25
$\Leftrightarrow \cos x(1 + \cos x) + \sin^2 x = 1 + \cos x$	0,25
$\Leftrightarrow \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x = 1 + \cos x$	0,25
$\Leftrightarrow \cos x + 1 = 1 + \cos x$	0,25

<b>b)</b> $\sin 6x \cdot \sin 4x = \frac{-1}{2}(\cos 10 - \cos 2x)$	0,25
$\sin 15x \cdot \sin 13x = \frac{-1}{2}(\cos 28x - \cos 2x)$	0,25
$\sin 19x \cdot \sin 9x = \frac{-1}{2}(\cos 28x - \cos 10x)$	0,25
Cộng vế theo vế ta có điều phải chứng minh	0,25
<b>Câu 5:</b> Trong hệ trục tọa độ $Oxy$ cho $A(1;3)$ và $B(-3;-5)$ . a) Viết phương trình đường tròn tâm $A$ , bán kính $AB$ . b) Viết phương trình đường tròn $(C)$ qua hai điểm $A, B$ đồng thời có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x - y - 6 = 0$ .	<b>2 điểm</b>
a) $\overrightarrow{AB} = (-4; -8)$	0,25
$R = AB = 4\sqrt{5}$	0,25
$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 80$	0,5
b) $I \in \Delta \Rightarrow I(t+6; t)$	0,25
$\overrightarrow{IA} = (t+5; t-3); \overrightarrow{IB} = (t+9; t+5)$	0,25
$IA = IB \Leftrightarrow t = -3 \Leftrightarrow I(3; -3)$	0,25
$R = IA = 2\sqrt{10} \Rightarrow (C): (x-3)^2 + (y+3)^2 = 40$	0,25
<b>Câu 6:</b> Cho $A(-1;-3), B(7;-1), C(1;3)$ . a) Viết phương trình đường cao $CK$ của tam giác $ABC$ . b) Tìm điểm $M$ thuộc đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ sao cho $2AM^2 + 3BM^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.	<b>2 điểm</b>
a) $\overrightarrow{AB} = (8; 2)$	0,25
Chọn VTPT của $CK$ là: $\vec{n}_{CK} = (4; 1)$	0,25
$CK: 4(x-1) + (y-3) = 0$	0,25
$CK: 4x + y - 7 = 0$ (HS không rút gọn <b>không</b> trừ điểm)	0,25
b) $M \in \Delta \Leftrightarrow M(t-1; t) \Rightarrow \begin{cases} AM = (t; t+3) \\ BM = (t-8; t+1) \end{cases}$	0,25
$2AM^2 + 3BM^2 = 10t^2 - 30t + 213$	0,25
$10t^2 - 30t + 213 = 10\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{381}{2} \geq \frac{381}{2}$	0,25
Dấu “=” xảy ra khi $t = \frac{3}{2} \Leftrightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$	0,25

<b>Câu 7:</b> $\frac{3\sin x - \sin 3x}{2\sin x \sin 2x} = -3$ ( $\sin x \neq 0$ và $\cos x \neq 0$ ). Tính $A = \frac{1 + 3\sin 2x + \sin^3 x \cos x}{\cos^2 x + 3}$ .	<b>1 điểm</b>
$\frac{3\sin x - \sin 3x}{2\sin x \sin 2x} = -3 \Leftrightarrow \tan x = -3$	0,25
$A = \frac{\frac{1}{\cos^4 x} + \frac{6\sin x \cos x}{\cos^4 x} + \frac{\sin^3 x \cos x}{\cos^4 x}}{\frac{\cos^2 x}{\cos^4 x} + \frac{3}{\cos^4 x}}$	0,25
$= \frac{(\tan^2 x + 1)^2 + 6\tan x(\tan^2 x + 1) + \tan^3 x}{(\tan^2 x + 1) + 3(\tan^2 x + 1)^2} = \frac{-107}{310}$	0,25x2