

Câu 1: (2 điểm) Tìm các giới hạn sau.

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 - 2x^2 + 3}{x^3 + 3x + 2}$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+1}}{x-1}$ c. $\lim \frac{4.5^n + 2}{3.2^n - 2.5^n}$
d. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x+2}{x-1}$ e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} \cdot \sqrt[n]{1+\beta x} - 1}{x}$

Câu 2: (1 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 7x + 2, & \text{khi } x \neq -2 \\ -mx^2 + 1, & \text{khi } x = -2 \end{cases}$

Tìm m để hàm số liên tục tại $x = -2$

Câu 3: (2 điểm) Tính đạo hàm của các hàm số sau.

a. $y = \left(\frac{1}{4}x^4 + 4\sqrt{x} - \frac{3}{x} - 51 \right)^{1000}$ b. $y = \cos\left(\frac{2x+5}{x-1}\right)$ c. $y = \sqrt{5x^4 - 2x^3 + \cos 2x}$ d. $y = \sin^{10} \frac{2}{x^2}$

Câu 4: (1 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$ có đồ thị (C)

- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp điểm có hoành độ bằng -2
- Giải phương trình $f'(x) = 0$

Câu 5: (0,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ có đồ thị (C)

Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -x + 1$

Câu 6: (2,5 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$

- Chứng minh: $BD \perp (SAC)$, $(SAB) \perp (SAD)$
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh $BC \perp AH$
- Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông. Tính góc giữa SO và (ABCD)
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD
- Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBD)

Câu 7: (0,5 điểm) Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng (0;2).

-----**HẾT**-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu
- Giám thị không giải thích gì thêm

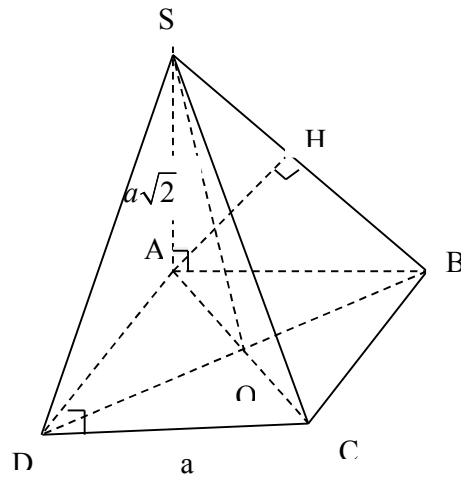
Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2

Câu	Nội dung	Điểm
<p>Câu 1: 2,5 điểm</p>	<p>a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 - 2x^2 + 3}{x^3 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3(6 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^3})}{x^3(1 + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3})} = 6$</p> <p>KL:</p> <p>b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - \sqrt{3x+1})(2x + \sqrt{3x+1})}{(x-1)(2x + \sqrt{3x+1})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(4x+1)}{(x-1)(2x + \sqrt{3x+1})} = \frac{5}{4}$</p> <p>KL:</p> <p>c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4.5^n + 2}{3.2^n - 2.5^n} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4.(\frac{5}{5})^n + \frac{2}{5^n}}{3.(\frac{2}{5})^n - 2.(\frac{5}{5})^n} = -2$</p> <p>KL:</p> <p>d. Ta có : $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} (-x+2) = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0 \\ x-1 > 0, \forall x > 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x+2}{x-1} = +\infty$</p> <p>e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+\alpha x} \cdot \sqrt[m]{1+\beta x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\sqrt[n]{1+\beta x} \cdot (\sqrt[n]{1+\alpha x} - 1)}{x} + \frac{\sqrt[m]{1+\beta x} - 1}{x})$ $= \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\sqrt[n]{1+\beta x} \cdot (\sqrt[n]{1+\alpha x} - 1)) \cdot (\sqrt[n]{1+\alpha x}^{n-1} + \sqrt[n]{1+\alpha x}^{n-2} + \dots + \sqrt[n]{1+\alpha x} + 1)}{x \cdot (\sqrt[n]{1+\alpha x}^{n-1} + \sqrt[n]{1+\alpha x}^{n-2} + \dots + \sqrt[n]{1+\alpha x} + 1)}$ $+ \frac{(\sqrt[m]{1+\beta x} - 1) \cdot (\sqrt[m]{1+\beta x}^{m-1} + \dots + 1)}{x \cdot (\sqrt[m]{1+\beta x}^{m-1} + \dots + 1)} = \frac{\alpha}{n} + \frac{\beta}{m}$</p> <p>KL:</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>Câu 2: 1 điểm</p>	<p>Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 7x + 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(3x+1)(x+2)}{x+2} = -5$</p> <p>Mặt khác : $f(-2) = -4m + 1$</p> <p>Hàm số liên tục thì : $-4m + 1 = -5 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$</p> <p>KL:</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

<p>Câu 3: 2 điểm</p>	<p>a. $y' = \left[\left(\frac{1}{4}x^4 + 4\sqrt{x} - \frac{3}{x} - 51 \right)^{1000} \right]'$ $= 1000 \left(\frac{1}{4}x^4 + 4\sqrt{x} - \frac{3}{x} - 51 \right)^{999} \cdot \left(x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} \right)$ KL:</p> <p>b. $y' = \left[\cos\left(\frac{2x+5}{x-1}\right) \right]' = \frac{7}{(x-1)^2} \sin\left(\frac{2x+5}{x-1}\right)$ KL:</p> <p>c. $y' = \sqrt{5x^4 - 2x^3 + \cos 2x}' = \frac{10x^3 - 3x - \sin 2x}{\sqrt{5x^4 - 2x^3 + \cos 2x}}$ KL:</p> <p>d. $y' = \left(\sin^{10} \frac{2}{x^2} \right)' = 10 \cdot \sin^9 \frac{2}{x^2} \left(\sin \frac{2}{x^2} \right)'$ $= \frac{-40}{x^3} \cdot \sin^9 \frac{2}{x^2} \cdot \sin \frac{4}{x^2}$ KL</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>Câu 4: 1 điểm</p>	<p>a. Gọi PTTT có dạng : $y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y(x_0)$ Ta có: $y' = -3x^2 + 12x - 9$ Hoành độ tiếp điểm bằng -2 $\Leftrightarrow x_0 = -2$ $y(-2) = 50$ $y'(-2) = -45$ PTTT: $y = -45(x + 2) + 50 = -45x - 40$ KL:</p> <p>b. $f'(\cos x) = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x + 12 \cos x - 9 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 3(PTVN) \\ \cos x = 1 \end{cases}$ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ KL</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>Câu 5: 0,5 điểm</p>	<p>Gọi PTTT có dạng : $y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y(x_0)$ Ta có : $y' = \left(\frac{2x-2}{x+1} \right)' = \frac{4}{(x+1)^2}$ Vì PTTT vuông góc với $y = -x + 1$ nên ta có: $y'(x_0) \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow \frac{4}{(x_0+1)^2} = 1 (x_0 \neq -1)$ $(x_0+1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$ Tại $x_0 = 1$: $y'(1) = 1; y(1) = 0$ PTTT: $y = x - 1$ Tại $x_0 = -3$: $y'(-3) = 1; y(-3) = 4$ PTTT: $y = x + 7$ KL:</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 6:</p>		

2,5 điểm



a.+) Cm: $BD \perp (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases}$ (ABCD là hình vuông, SA là đường cao)

$\Rightarrow BD \perp (SAC)$

+) cm : $(SAB) \perp (SAD) \Rightarrow cm : AD \perp (SAB)$

Ta có: $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases}$ (ABCD là hình vuông, SA là đường cao)

$\Rightarrow AD \perp (SAB)$ mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SAB)$

b.cm : $BC \perp AH \Rightarrow cm : BC \perp (SAB)$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

c. Góc giữa SO và (ABCD)

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow A$ là hình chiếu của S lên (ABCD)

$\Rightarrow AO$ là hình chiếu của SO lên (ABCD)

Góc giữa SO và (ABCD) chính là góc giữa SO và AO $\Rightarrow \widehat{SOA}$

$$AO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad \tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = 2 \Rightarrow \widehat{SOA} = 63^\circ$$

d.d(SB,AD)

Ta có: $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$

$\Rightarrow d(SB, AD) = d(AD, SBC) = d(A, SBC) = AH$

Cm: $AH \perp (SBC)$ (cmb)

Xét tam giác vuông SAB ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

e.d(O,SBD)

$O \in BD$

$BD \subset (SBD)$

$\Rightarrow d(O, SBD) = O = 0a$

0,25

0,25

0,5

0,5

0,5

0,5

<p><u>Câu 7:</u> <u>0,5 điểm</u></p>	<p>Đặt $f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x - 2$ thì $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} $f(0) = -2$ Ta có: $f(1) = 1$ $f(2) = -8$ $f(0).f(1) = -2 < 0$ do đó có ít nhất một nghiệm thuộc $(0;1)$ $f(1).f(2) = -8 < 0$ do đó có ít nhất một nghiệm thuộc $(1,2)$ Mà $(0;1)$ và $(1;2)$ là hai khoảng riêng biệt do đó phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thuộc $(0,2)$</p>	<p>0,5</p>

--- HẾT ---