

-----  
(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên: .....

Số báo danh: .....

**Mã đề TOÁN 10**

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 30. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

- A. 19.                                      B. 18.                                      C. 31.                                      D. 49.

**Câu 2.** Cho  $A \subset B$  và  $B \subset C$ . Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A.  $(A \cap C) \cup (B \cap C) = B$ .    B.  $A \cup (B \setminus C) = A$ .            C.  $A \setminus (B \cap C) = \emptyset$ .            D.  $(A \cap C) \cup B = C$ .

**Câu 3.** Cho hai tập hợp  $A = [-2; 3)$  và  $B = [m; m + 5)$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để  $A \cap B \neq \emptyset$ .

- A.  $-7 < m \leq -2$ .                      B.  $-2 < m \leq 3$ .                      C.  $-2 \leq m < 3$ .                      D.  $-7 < m < 3$ .

**Câu 4.** Cho biết  $\cot \alpha = 5$ . Tính giá trị của  $E = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$ ?

- A.  $\frac{10}{26}$ .                                      B.  $\frac{100}{26}$ .                                      C.  $\frac{50}{26}$ .                                      D.  $\frac{101}{26}$ .

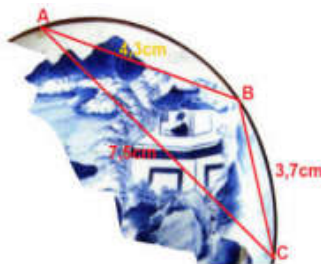
**Câu 5.** Cho  $\cos x + \sin x = \frac{1}{2}$  và  $0 < x < \pi$ , ta có  $\tan x = -\frac{p + \sqrt{q}}{3}$  với cặp số nguyên  $(p; q)$  là:

- A.  $(-4; 7)$                                   B.  $(4; 7)$                                   C.  $(8; 14)$                                   D.  $(8; 7)$

**Câu 6.** Tam giác ABC có  $AB = 5$ ,  $AC = 8$  và  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ . Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

- A.  $r = 1$ .                                      B.  $r = 2$ .                                      C.  $r = \sqrt{3}$ .                                      D.  $r = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 7.** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ( $AB = 4.3 \text{ cm}$ ;  $BC = 3.7 \text{ cm}$ ;  $CA = 7.5 \text{ cm}$ ). Bán kính của chiếc đĩa này bằng.



- A. 5,73 cm.                                  B. 6,01 cm.                                  C. 5,85 cm.                                  D. 4,57 cm.

**Câu 8.** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì nghiệm của hệ  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$  là nghiệm của bất phương trình

$$mx + (m + 1)y > 5?$$

- A.  $m < 1$ .                                      B.  $m = 1$ .                                      C.  $m > 1$ .                                      D.  $m \neq 1$ .

**Câu 9.** Miền biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \geq -2 \\ x \geq 2 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$  là một miền đa giác. Tính diện tích  $S$

của đa giác đó.

- A.  $S = 25$                       B.  $S = 4$                       C.  $S = 9$                       D.  $S = 18$

**Câu 10.** Cho tam giác  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ . Khi đó độ dài  $|\overline{BA} + \overline{BC}|$  là:

- A. 4                      B. 8                      C.  $2\sqrt{13}$                       D.  $\sqrt{13}$

**Câu 11.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $M(2;0)$ ,  $N(2;2)$ ,  $P(-1;3)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  của  $\triangle ABC$ . Tọa độ điểm  $B$  là:

- A.  $B(1;1)$                       B.  $B(-1;-1)$                       C.  $B(-1;1)$                       D.  $B(1;-1)$

**Câu 12.** Cho  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Xác định điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = \vec{0}$

- A. Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $AC$ .                      B. Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $GC$ .  
C. Điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số 4.                      D. Điểm  $M$  chia đoạn  $GC$  thỏa mãn  $\overline{GC} = 4\overline{GM}$ .

**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 90^\circ$ ,  $BC = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ ,  $AC = a(a > 0)$ . Khi đó  $\overline{AB} \cdot (\overline{AC} - 2\overline{BC})$  bằng:

- A.  $\frac{2a^2}{3}$ .                      B.  $\frac{a^2}{3}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$ .                      D.  $\frac{4a^2}{3}$ .

**Câu 14.** Tìm tập hợp điểm thỏa mãn hệ thức  $2\overline{MA} - (1+k)\overline{MB} - 3k\overline{MC} = \vec{0}$ , trong đó  $k$  là giá trị thay đổi trên  $\mathbb{R}$ .

- A. Tập hợp điểm  $M$  là một đoạn thẳng.                      B. Tập hợp điểm  $M$  là một đường tròn.  
C. Tập hợp điểm  $M$  là một đường thẳng.                      D. Tập hợp điểm  $M$  là một nửa đường tròn.

**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh bằng  $a$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức  $4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2}$  nằm trên một đường tròn  $(C)$  có bán kính  $R$ . Tính  $R$ .

- A.  $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $R = \frac{a}{4}$ .                      C.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $R = \frac{a}{\sqrt{6}}$ .

**Câu 16.** Cho elip  $(E): 16x^2 + 25y^2 = 100$  và điểm  $M$  thuộc  $(E)$  có hoành độ bằng 2. Tổng khoảng cách từ  $M$  đến 2 tiêu điểm của  $(E)$  bằng

- A. 5.                      B.  $2\sqrt{2}$ .                      C.  $4\sqrt{3}$ .                      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 17.** Cho elip  $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Tìm tọa độ điểm  $M \in (E)$  sao cho  $M$  nhìn  $F_1F_2$  dưới một góc vuông (trong đó  $F_1, F_2$  là hai tiêu điểm của  $(E)$ ):

- A.  $(-5; 0)$ .                      B.  $\left(4; -\frac{9}{5}\right)$ .                      C.  $(0; 4)$ .                      D.  $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right)$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  thỏa mãn  $f\left(\frac{3x-2}{x-1}\right) = x+2, \forall x \neq 1$ . Tính  $f(2) + f(4)$ .

- A.  $f(2) + f(4) = 6$                       B.  $f(2) + f(4) = 2$   
C.  $f(2) + f(4) = -6$                       D.  $f(2) + f(4) = -2$

**Câu 19.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 - 2(m+1)x - 3$  đồng biến trên khoảng  $(4; 2018)$ ?

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Câu 20.** Cho parabol  $(P)$  có phương trình  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(x-1) = x^2 - 5x + 5, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số giao điểm của  $(P)$  và trục hoành là:

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

**Câu 21.** Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$ . Tính tích các nghiệm của phương trình  $f(x) = M$ .

- A. 2                                      B. 0                                      C. -1                                      D. 1

**Câu 22.** Cho bất phương trình  $f(x) = 3x^2 + 2(2m-1)x + m + 4 \leq 0$ , trong đó  $m$  là tham số,  $m \in \mathbb{Z}$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị của  $m$  để bất phương trình vô nghiệm?

- A. Vô số                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**Câu 23.** Gọi  $m_0$  là giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số  $m$  để phương trình

$-2x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 5m + 6 = 0$  có hai nghiệm trái dấu. Khi đó số ước nguyên dương của  $m_0$  là:

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**Câu 24.** Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau và có  $BC = 3$ , góc  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ . Diện tích tam giác ABC là:

- A.  $S_{\Delta ABC} = 3\sqrt{3}$ .                      B.  $S_{\Delta ABC} = 6\sqrt{3}$ .                      C.  $S_{\Delta ABC} = 9\sqrt{3}$ .                      D.  $S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 25.** Tam giác nhọn ABC có  $AC = b, BC = a, BB'$  là đường cao kẻ từ B và  $\widehat{CBB'} = \alpha$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác ABC được tính theo  $a, b$  và  $\alpha$  là:

- A.  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}}{2 \sin \alpha}$ .                      B.  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}}{2 \sin \alpha}$ .  
 C.  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \sin \alpha}}{2 \cos \alpha}$ .                      D.  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \sin \alpha}}{2 \cos \alpha}$ .

**Câu 26.** Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được  $a$  lít nước cam và  $b$  lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số  $a - b$  là

- A. 1.                                      B. 3.                                      C. -1.                                      D. -6.

**Câu 27.** Trong mặt phẳng Oxy, cho  $\Delta ABC$  có  $A(-1; 2)$ . Đường trung tuyến BM và phân giác trong CI có phương trình lần lượt là  $d_1: x - y + 2 = 0$  và  $d_2: 2x + y - 3 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $B(a; -b)$ . Tính  $P = a + b$ .

- A.  $\frac{31}{6}$                                       B. -2                                      C.  $-\frac{31}{6}$                                       D. 2

**Câu 28.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $|x^2 - 6|x| + 5| = m$  có 8 nghiệm phân biệt?

- A. 3.                                      B. 2                                      C. 1                                      D. 4

**Câu 29.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d): y = mx$  cắt parabol  $(P): y = x^2 - x + 1$  tại hai điểm phân biệt A, B mà trung điểm I của AB thuộc đường thẳng  $(\Delta): y = 2x - 1$ ?

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. vô số

**Câu 30.** Giải phương trình:  $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$  trên  $\mathbb{R}$  ta được nghiệm  $x = a; x = \frac{b - c\sqrt{d}}{e}$

trong đó  $a; b; c; d; e$  là các số tự nhiên và  $\frac{b}{e}$  tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức

$$F = a + b - c + d - e.$$

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình  $(x-2)\sqrt{2x^2+4} = x^2-4$ .

- Phương trình xác định trên  $\mathbb{R}$ .
- Phương trình có 3 nghiệm.
- Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5.
- Các nghiệm của phương trình là các số chẵn.

**Câu 2:** Cho hai điểm  $A(1;2), B(3;4)$  và đường thẳng  $\Delta: 3x+y-3=0$ .

- Khoảng cách từ  $B$  tới  $\Delta$  bằng 5 lần khoảng cách từ  $A$  tới  $\Delta$ .
- Đường trung trực của  $AB$  có phương trình là  $x+y-5=0$ .
- Điểm  $I$  là tâm của đường tròn  $(C)$  đi qua hai điểm  $A(1;2), B(3;4)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x+y-3=0$ , ta có  $I(4;1)$  hoặc  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ .
- Có hai đường tròn  $(C)$  đi qua hai điểm  $A(1;2), B(3;4)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x+y-3=0$ . Tổng đường kính của các đường tròn  $(C)$  bằng  $2\sqrt{10}$ .

**Phần 3. Tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.**

**Câu 1: (3 điểm)**

a) Giải phương trình  $2(x+1)\sqrt{2(x^2+1)} = x^2+6x+1$ .

b) Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2+16} - m + 2 = 0$  có nghiệm?

**Câu 2: (2.25 điểm)**

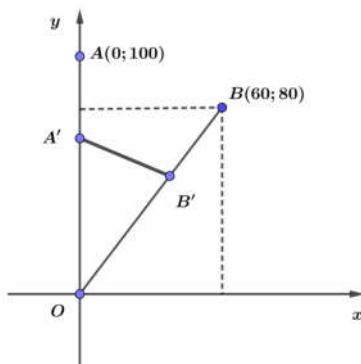
a) Cho tam giác  $ABC$  có  $AB=4, AC=8$  và  $\hat{A}=60^\circ$ . Lấy điểm  $E$  trên tia  $AC$  và đặt  $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AC}$ . Tìm  $k$  để  $BE$  vuông góc với trung tuyến  $AF$  của tam giác  $ABC$ .

b) Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $B(2;-1)$ , đường cao  $AA': 3x-4y+27=0$  và đường phân giác trong của góc  $C$  là  $CD: x+2y-5=0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

**Câu 3: (0.75 điểm)** Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm.

Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm  $A(0;100)$  đến điểm  $O(0;0)$  với vận tốc 5 m/s.

Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ  $B(60;80)$  đến điểm  $O(0;0)$  với vận tốc 10 m/s.



Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu? (Coi chuyển động của hai con chuồn chuồn là chuyển động thẳng đều)

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình  $(x-2)\sqrt{2x^2+4} = x^2 - 4$ . Khi đó:

- a) Phương trình xác định trên  $\mathbb{R}$
- b) Phương trình có 3 nghiệm
- c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5
- d) Các nghiệm của phương trình là các số chẵn

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

**Câu 2:** Cho hai điểm  $A(1;2), B(3;4)$  và đường thẳng  $\Delta: 3x + y - 3 = 0$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng cách từ  $B$  tới  $\Delta$  bằng 5 lần khoảng cách từ  $A$  tới  $\Delta$
- b) Đường trung trực của  $AB$  có phương trình là  $x + y - 5 = 0$
- c) Điểm  $I$  là tâm của đường tròn  $(C)$  đi qua hai điểm  $A(1;2), B(3;4)$  và tiếp xúc  $\Delta: 3x + y - 3 = 0$  có tọa độ là  $I(4;1)$  hoặc  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$
- d) Có hai đường tròn  $(C)$  đi qua hai điểm  $A(1;2), B(3;4)$  và tiếp xúc  $\Delta: 3x + y - 3 = 0$ . Tổng đường kính của các đường tròn  $(C)$  bằng  $2\sqrt{10}$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

**Phần 3. Tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.**

### TỰ LUẬN

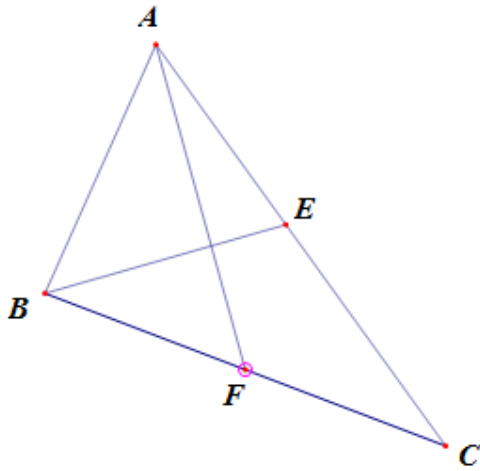
#### I. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1 (3 đ)	<b>Câu 1:</b> (3 điểm) a) Giải phương trình $2(x+1)\sqrt{2(x^2+1)} = x^2 + 6x + 1$ . b) Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2+16} - m + 2 = 0$ có nghiệm?	
	$x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình xác định $\forall x \in \mathbb{R}$	0.25
	$pt \Leftrightarrow 3(x+1)^2 - 2(x^2+1) - 2(x+1)\sqrt{2(x^2+1)} = 0$ $\Leftrightarrow 3\left(\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2 - 2\sqrt{2}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} - 2 = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \sqrt{2} \\ \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = -\frac{\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = \sqrt{2}\sqrt{x^2+1} \quad (1) \\ 3x+3 = -\sqrt{2}\sqrt{x^2+1} \quad (2) \end{cases}$	0.25
	Giải pt(1): $x+1 = \sqrt{2}\sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (x+1)^2 = 2x^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$	0.25

	<p>.....</p> <p>Giải pt(2) thu được nghiệm <math>x = \frac{-9 - 4\sqrt{7}}{2}</math>.</p> <p>Kết luận pt đã cho có hai nghiệm....</p>	0.25
	<p>b) Tìm các giá trị thực của tham số <math>m</math> để phương trình <math>\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2+16} - m + 2 = 0</math> (1) có nghiệm?</p> <p>- Điều kiện: <math>-4 \leq x \leq 4</math>.</p> <p>.....</p> <p>- Đặt <math>t = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} \Leftrightarrow t^2 = 8 + 2\sqrt{16-x^2}</math></p> <p>Xét hàm số <math>u(x) = 16 - x^2</math> trên <math>[-4; 4]</math>, ta được <math>0 \leq u(x) = 16 - x^2 \leq 16</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{16-x^2} \leq 4 \Leftrightarrow 8 \leq 8 + 2\sqrt{16-x^2} \leq 16 \Leftrightarrow 8 \leq t^2 \leq 16 \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \leq t \leq 4</math></p> <p>Do đó: với <math>x \in [-4; 4]</math> thì <math>t \in [2\sqrt{2}; 4]</math>.</p>	0.25
	<p>- Phương trình đã cho trở thành: <math>t^2 + t - 6 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = m</math>. (2)</p> <p>Phương trình (1) có nghiệm <math>x \in [-4; 4]</math> khi và chỉ khi pt(2) có nghiệm <math>t \in [2\sqrt{2}; 4]</math></p> <p><math>\Leftrightarrow</math> Đồ thị <math>f(t) = t^2 + t - 6</math> trên <math>[2\sqrt{2}; 4]</math> cắt đường thẳng <math>y = m</math>.</p> <p>.....</p> <p>Nhận thấy hàm số <math>f(t) = t^2 + t - 6</math> đồng biến trên đoạn <math>[2\sqrt{2}; 4]</math> nên</p> <p><math>f(2\sqrt{2}) \leq f(t) \leq f(4), \forall t \in [2\sqrt{2}; 4]</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{2} \leq f(t) \leq 14, \forall t \in [2\sqrt{2}; 4]</math>.</p> <p>Suy ra phương trình <math>f(t) = m</math> có nghiệm trên đoạn <math>[2\sqrt{2}; 4]</math> khi và chỉ khi <math>2 + 2\sqrt{2} \leq m \leq 14</math>.</p>	0.25
	<p>Nhận thấy hàm số <math>f(t) = t^2 + t - 6</math> đồng biến trên đoạn <math>[2\sqrt{2}; 4]</math> nên</p> <p><math>f(2\sqrt{2}) \leq f(t) \leq f(4), \forall t \in [2\sqrt{2}; 4]</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{2} \leq f(t) \leq 14, \forall t \in [2\sqrt{2}; 4]</math>.</p> <p>Suy ra phương trình <math>f(t) = m</math> có nghiệm trên đoạn <math>[2\sqrt{2}; 4]</math> khi và chỉ khi <math>2 + 2\sqrt{2} \leq m \leq 14</math>.</p>	0.5

Câu 2 (2.25 đ)	<p><b>Câu 2:</b> (2.25 điểm)</p> <p>a) Cho tam giác <math>ABC</math> có <math>AB = 4, AC = 8</math> và <math>\widehat{A} = 60^\circ</math>. Lấy điểm <math>E</math> trên tia <math>AC</math> và đặt <math>\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AC}</math>. Tìm <math>k</math> để <math>BE</math> vuông góc với trung tuyến <math>AF</math> của tam giác <math>ABC</math>.</p> <p>b) Cho tam giác <math>ABC</math> có đỉnh <math>B(2; -1)</math>, đường cao <math>AA' : 3x - 4y + 27 = 0</math> và đường phân giác trong của góc <math>C</math> là <math>CD : x + 2y - 5 = 0</math>. Viết phương trình đường thẳng <math>AB</math>.</p>	

a)



Ta có  $\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = k\vec{AC} - \vec{AB}$ ,  $\vec{AF} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AB})$

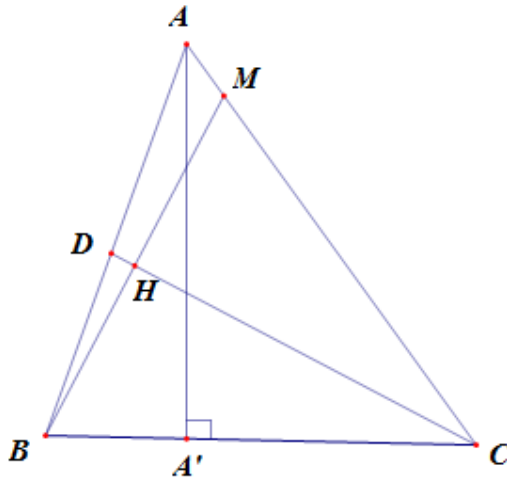
0.25

Suy ra  $BE \perp AF \Leftrightarrow \vec{BE} \cdot \vec{AF} = 0 \Leftrightarrow k = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AB}^2}{\vec{AC}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AC}} = \frac{2}{5}$

0.5

b) Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $B(2; -1)$ , đường cao  $AA' : 3x - 4y + 27 = 0$  và đường phân giác trong của góc  $C$  là  $CD : x + 2y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

.....



Phương trình đường thẳng  $BC$  đi qua  $B(2; -1)$  và vuông góc với  $AA'$  là  $4x + 3y - 5 = 0$ .

Gọi  $C(x; y) = CD \cap BC$ , tọa độ điểm  $C(x; y)$  thỏa mãn  $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 4x + 3y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

0.25

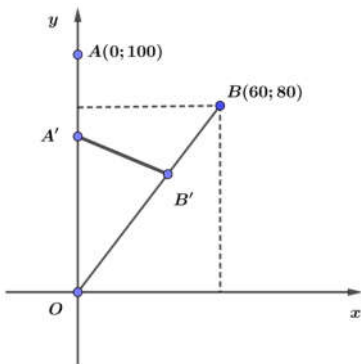
$\Rightarrow C(-1; 3)$

Gọi  $M$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $CD$ . Khẳng định  $M \in AC$  và tìm được  $M(4; 3)$ .

0.5

<p>Phương trình đường thẳng <math>AC</math> qua <math>M</math> và <math>C</math> là: <math>y = 3</math>.</p> <p>Vì <math>A = AA' \cap AC</math> nên tọa độ điểm <math>A(x; y)</math> thỏa mãn <math>\begin{cases} 3x - 4y + 27 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow A(-5; 3)</math>.</p>	<b>0.5</b>
<p>Phương trình đường thẳng <math>AB</math> là <math>\frac{x+5}{7} = \frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow 4x + 7y - 1 = 0</math>.</p>	0.25

**Câu 3:** (0.75 điểm) Hai con chồn chồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm  $A(0; 100)$  đến điểm  $O(0; 0)$  với vận tốc 5 m/s. Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ  $B(60; 80)$  đến điểm  $O(0; 0)$  với vận tốc 10 m/s.



Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu? (Coi chuyển động của hai con chồn chồn là chuyển động thẳng đều)

**Lời giải**

Xét tại thời điểm  $t$  (giây),  $t \in [0; 10]$ , con chồn chồn bay từ  $A$  về  $O$  có tọa độ là  $A'(0; 100 - 5t)$ .

Con chồn chồn bay từ  $B(60; 80)$  về  $O(0; 0)$  trên quỹ đạo là đường thẳng  $OB$  tạo với tia  $Ox$  góc  $\alpha$ , ta

có  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .

Do đó tại thời điểm  $t$ , nó có tọa độ là  $\begin{cases} x = 60 - 10t \cdot \cos \alpha \\ y = 80 - 10t \cdot \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - 6t \\ y = 80 - 8t \end{cases} \Rightarrow B'(60 - 6t; 80 - 8t)$

**(0,25 điểm)**

Ta có:  $\overline{A'B'} = (60 - 6t; -20 - 3t)$ .

Khi đó, khoảng cách giữa hai con chồn chồn là:

$d = A'B' = \sqrt{(60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{45t^2 - 600t + 4000}$

$d$  nhỏ nhất khi hàm số  $f(t) = 45t^2 - 600t + 4000$  đạt giá trị nhỏ nhất trên  $[0; 10]$ .

**(0,25 điểm)**

Ta có:  $f(t) = 5(3t - 20)^2 + 2000 \geq 2000, \forall t \in [0; 10]$

$\Rightarrow \min_{t \in [0; 10]} f(t) = f\left(\frac{20}{3}\right) = 2000$ .

Vậy khoảng cách ngắn nhất của hai con chồn chồn trong quá trình bay là  $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$  m.

**(0,25 điểm)**