UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 11 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017-2018

Môn: Toán
Thời gian: 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 22/4/2018

Câu 1. (6,0 điểm)

a.Giải phương trình: $\sin x\left(\sin x+\cos x\right)=1$.

b.Tìm số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết $C_{n+3}^2=7\left(n+3\right)$.

Câu 2. (4,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Biết $AB=a, BC=a\sqrt{3}$ và $SD=a\sqrt{5}$.Đường thẳng qua A vuông góc với AC cắt các đường thẳng CB, CD lần lượt tại I, J. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC.Gọi K, L là giao điểm của SB, SD với $\left(HIJ\right)$

a.Chứng minh rằng $AK\perp\left(SBC\right)$.

b.Tính khoảng cách từ điểm B đến (HIJ)

Câu 3. (4,0 điểm)

Giải phương trình sau:$\sqrt{5x^2+14x+9}-\sqrt{x^2-x-20}=5\sqrt{x+1}$

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho dãy số $\left(u_n\right)$ xác định bởi $u_n>1$ và $u_n^{2n+1}=u_n+1$ với $n=1,2,3,...$

Tính giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Trên một đường thẳng có *n* điểm màu xanh và *n* điểm màu đỏ. Chứng minh rằng tổng tất cả các khoảng cách giữa các cặp điểm cùng màu bé hơn hoặc bằng tổng tất cả các khoảng cách giữa các cặp điểm khác màu.

--- Hết---

UBND TỈNH LAI CHÂU SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 11 CẤP TỈNH NĂM HỌC 2017-2018

ĐÁP ÁN THANG ĐIỂM

Môn: Toán

A. Hướng dẫn chung:

- Bài thi chấm theo thang điểm 20; lấy đến 0,25; không quy tròn điểm
- HS trình bày theo phương pháp khác mà chính xác cho điểm tuyệt đối

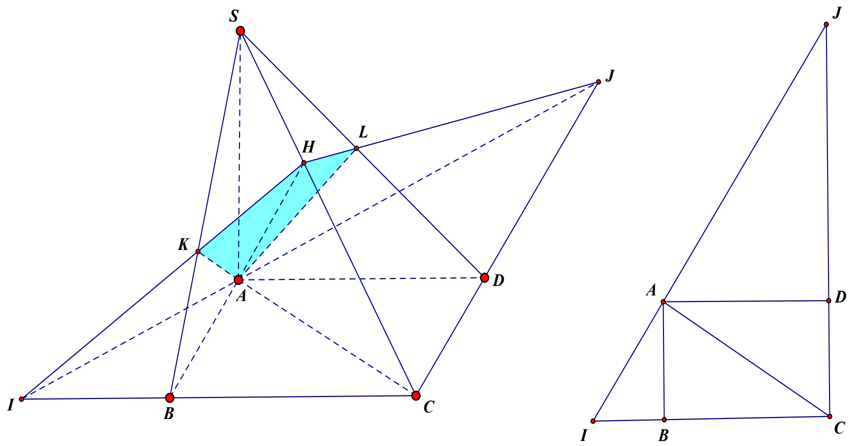
B. Hướng dẫn cụ thể :

Áp dụng theo đáp án biểu điểm cho từng câu

Câu 1.(6 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm
a)	Ta có $\sin x(\sin x+\cos x)=1 \Leftrightarrow \sin^2 x+\sin x\cos x-1=0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \sin x\cos x-\cos^2 x=0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \cos x(\sin x-\cos x)=0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x-\cos x=0\end{array}\right.$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$	**1,0**
b)	Theo đề bài ta có . $C_{n+3}^2=\dfrac{(n+3)(n+2)}{2}$	**0,5**
	Vậy $\dfrac{(n+3)(n+2)}{2}=7(n+3)\Rightarrow n=12$	**0,5**
	Số hạng tổng quát $C_{12}^k.x^{-3(12-k)}.x^{\frac{5k}{2}}$ suy ra	**0,5**
	$x^{-3(12-k)+\frac{5k}{2}}=x^8\Rightarrow k=8$	**0,5**
	Số hạng chứa x^8 trong khai triển $C_{12}^8=495$	**1,0**

Câu 2.(4 điểm)

Câu 2	Đáp án	Điểm
4 điểm		0,5
	Trong (SBC) gọi: $K = SB \cap IH \Rightarrow K = SB \cap (HIJ)$ Trong (SCD) gọi $L = SD \cap JH \Rightarrow K = SD \cap (HIJ)$	0,5
	Ta có : $\begin{cases} IJ \perp AC \\ IJ \perp SA \end{cases} \Rightarrow IJ \perp (SAC) \Rightarrow IJ \perp SC$, Mà $AH \perp SC \Rightarrow SC \perp (IJH)$	0,5
	Suy ra : $AK \perp SC$ Lại có : $BC \perp (SAB) \Rightarrow AK \perp BC$ Vậy $AK \perp (SBC)$	0,5
	Ta có $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a\sqrt{2}$; $AH = \dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$; $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a; HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$	1,0
	Trong (ABCD) : $\tan \widehat{ACB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^0 \Rightarrow \widehat{AIB} = 60^0$ $\Rightarrow IB = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$	0,5
	$\dfrac{IB}{IC} = \dfrac{d(B;(IJH))}{d(C;(IJH))} \Rightarrow d(B;(IJH) = CH.\dfrac{IB}{IC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$	0,5
	Tổng điểm	**4,0**

Câu 3.(4 điểm)

Câu 4	Đáp án	Điểm
4 điểm	PT $\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 14x + 9} = \sqrt{x^2 - x - 20} + 5\sqrt{x + 1}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \\ 5x^2 + 14x + 9 = x^2 - x - 20 + 25x + 25 + 10\sqrt{(x^2 - x - 20)(x + 1)} \end{cases}$	1,0

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 2x^2 - 5x + 2 = 5\sqrt{(x+4)(x^2-4x-5)} \end{cases}$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 2(x^2 - 4x - 5) + 3(x+4) = 5\sqrt{(x+4)(x^2-4x-5)} \ (1) \end{cases}$	**0,5**
	Xét PT (1): Đặt u = $\sqrt{x^2-4x-5}$ và $v = \sqrt{x+4}$, u, v ≥ 0 PT (1) có dạng: $2u^2 + 3v^2 = 5uv \Leftrightarrow 2u^2 + 3v^2 - 5uv = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v \\ 2u = 3v \end{array}\right.$	**1,0**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 4x - 5 = x + 4 \\ 4(x^2 - 4x - 5) = 9(x+4) \end{array}\right.$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5 \pm \sqrt{61}}{2} \\ x = \dfrac{25 \pm \sqrt{1521}}{8} \end{array}\right.$	**0,25**
	KL: PT đã cho có hai nghiệm = $\frac{5+\sqrt{61}}{2}$ và $x = \frac{25+\sqrt{1521}}{8}$	**0,25**
	Tổng điểm	**4,0**

Câu 4.(4 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm
	Ta có $u_n^{2n+1} = u_n + 1 \Rightarrow u_n = \sqrt[2n+1]{u_n + 1}$	**0,5**
	Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có: $u_n = \sqrt[2n+1]{u_n + 1} < \dfrac{(u_n + 1) + \underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{2n}}{2n+1}$	**0,5**
	Hay $u_n < \dfrac{u_n + 2n + 1}{2n+1}$	**0,5**
	$\Leftrightarrow u_n < \dfrac{2n+1}{2n}$	**0,5**
	Vậy $1 < u_n < \dfrac{2n+1}{2n}$	**0,5**
	và $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2n+1}{2n} = 1$.	**0,5**
	Nên theo định lí “kẹp” suy ra $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$.	**1,0**

Câu 5 .(2 điểm)

Câu 5	Đáp án	Thang điểm
	Ta sẽ chứng minh quy nạp theo *n*. Gọi $x_1; x_2; \dots; x_n$ là các tọa độ *n* điểm màu đỏ trên trục số. Tương tự, ta gọi $y_1; y_2; \dots; y_n$ là các tọa độ điểm của *n* điểm màu xanh trên trục số (đường thẳng thực)	**0,25**
	Đặt A_n tổng các khoảng cách của những điểm cùng màu, B_n tổng các khoảng cách của những điểm khác màu.	**0,25**
	Nếu *n=1* thì $A_1 = 0$; $B_1 = \lvert x_1 - y_1 \rvert$. Rõ ràng : $B_1 > A_1$	**0,25**
	Giả sử: $B_{n-1} > A_{n-1}$. Ta có: $A_n - A_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} [(x_n - x_i) + (y_n - y_i)]$ $= \sum_{i=1}^{n} [(x_n - y_i) + (y_n - x_i)]$	**0,5**
	$B_n - B_{n-1} = \lvert x_n - y_n \rvert + \sum_{i=1}^{n} (\lvert x_n - y_i \rvert + \lvert y_n - x_i \rvert)$	**0,5**
2 điểm	Suy ra: $B_n - B_{n-1} \geq A_n - A_{n-1}$. Ta có đpcm	**0,25**
	Tổng điểm	**2,0**

A. UBND TỈNH LAI CHÂU
B. SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 11 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017-2018

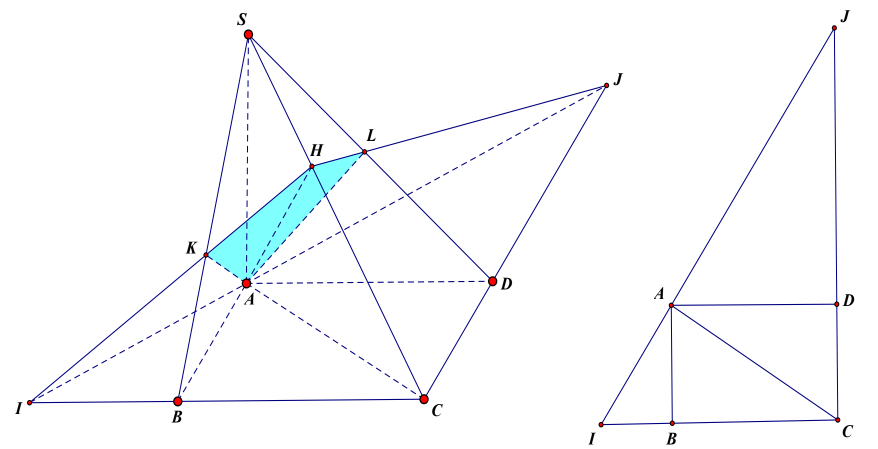
PHIẾU CHẤM VÒNG 1

Môn: Toán **Mã túi**.............................**Số phách**..

Câu 1.(6 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm	Điểm chấm
a)	Ta có $\sin x\left(\sin x+\cos x\right)=1 \Leftrightarrow \sin^2 x+\sin x\cos x-1=0$	0,5	
	$\Leftrightarrow \sin x\cos x-\cos^2 x=0$	0,5	
	$\Leftrightarrow \cos x\left(\sin x-\cos x\right)=0$	0,5	
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x-\cos x=0\end{array}\right.$	0,5	
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right. \quad \left(k\in\mathbb{Z}\right)$	1,0	
b)	Theo đề bài ta có . $C_{n+3}^2=\dfrac{\left(n+3\right)\left(n+2\right)}{2}$	0,5	
	Vậy $\dfrac{\left(n+3\right)\left(n+2\right)}{2}=7\left(n+3\right)\Rightarrow n=12$	0,5	
	Số hạng tổng quát $C_{12}^k.x^{-3(12-k)}.x^{\frac{5k}{2}}$ suy ra	0,5	
	$x^{-3(12-k)+\frac{5k}{2}}=x^8\Rightarrow k=8$	0,5	
	Số hạng chứa x^8 trong khai triển $C_{12}^8=495$	1,0	
	Tổng điểm câu 1	**4,0**	

Câu 2.(4 điểm)

Nội dung	Điểm	Điểm chấm
	0,5	
Trong (SBC) gọi: $K=SB\cap IH\Rightarrow K=SB\cap(HIJ)$ Trong (SCD) gọi $L=SD\cap JH\Rightarrow K=SD\cap(HIJ)$	0,5	

Ta có : $\begin{cases} IJ \perp AC \\ IJ \perp SA \end{cases} \Rightarrow IJ \perp (SAC) \Rightarrow IJ \perp SC$, Mà $AH \perp SC \Rightarrow SC \perp (IJH)$	**0,5**	
Suy ra : $AK \perp SC$ Lại có : $BC \perp (SAB) \Rightarrow AK \perp BC$ Vậy $AK \perp (SBC)$	**0,5**	
Ta có $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a\sqrt{2}$; $AH = \frac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$; $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a; HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$	**1,0**	
Trong (ABCD) : $\tan\widehat{ACB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^0 \Rightarrow \widehat{AIB} = 60^0$ $\Rightarrow IB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	**0,5**	
$\frac{IB}{IC} = \frac{d(B;(IJH))}{d(C;(IJH))} \Rightarrow d(B;(IJH) = CH.\frac{IB}{IC} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$	**0,5**	
Tổng điểm	**4,0**	

Câu 3.(4 điểm)

Nội dung	Điểm	Điểm chấm
PT $\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 14x + 9} = \sqrt{x^2 - x - 20} + 5\sqrt{x+1}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \\ 5x^2 + 14x + 9 = x^2 - x - 20 + 25x + 25 + 10\sqrt{(x^2 - x - 20)(x+1)} \end{cases}$	**1,0**	
$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 2x^2 - 5x + 2 = 5\sqrt{(x+4)(x^2 - 4x - 5)} \end{cases}$	**0,5**	
$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 2(x^2 - 4x - 5) + 3(x+4) = 5\sqrt{(x+4)(x^2 - 4x - 5)} \ (1) \end{cases}$	**0,5**	
Xét PT (1): Đặt u = $\sqrt{x^2 - 4x - 5}$ và $v = \sqrt{x+4}$, u, v ≥ 0 PT (1) có dạng: $2u^2 + 3v^2 = 5uv \Leftrightarrow 2u^2 + 3v^2 - 5uv = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v \\ 2u = 3v \end{array}\right.$	**1,0**	
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 4x - 5 = x + 4 \\ 4(x^2 - 4x - 5) = 9(x+4) \end{array}\right.$	**0,5**	
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{2} \\ x = \frac{25 \pm \sqrt{1521}}{8} \end{array}\right.$	**0,25**	
KL: PT đã cho có hai nghiệm $= \frac{5+\sqrt{61}}{2}$ và $x = \frac{25+\sqrt{1521}}{8}$	**0,25**	
Tổng điểm	**4,0**	

Câu 4.(4 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm	Điểm chấm
	Ta có $u_n^{2n+1} = u_n + 1 \Rightarrow u_n = \sqrt[2n+1]{u_n + 1}$	**0,5**	

	Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có: $u_n = \sqrt[2n+1]{u_n + 1} < \dfrac{(u_n + 1) + \underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{2n}}{2n+1}$	**0,5**	
	Hay $u_n < \dfrac{u_n + 2n + 1}{2n+1}$	**0,5**	
	$\Leftrightarrow u_n < \dfrac{2n+1}{2n}$	**0,5**	
	Vậy $1 < u_n < \dfrac{2n+1}{2n}$	**0,5**	
	và $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2n+1}{2n} = 1$.	**0,5**	
	Nên theo định lí "kẹp" suy ra $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.	**1,0**	
Tổng điểm câu 4		**4,0**	

Câu 5 .(2 điểm)

Nội dung	**Điểm**	**Điểm chấm**
Ta sẽ chứng minh quy nạp theo *n*. Gọi $x_1; x_2; \ldots; x_n$ là các tọa độ *n* điểm màu đỏ trên trục số. Tương tự, ta gọi $y_1; y_2; \ldots; y_n$ là các tọa độ điểm của *n* điểm màu xanh trên trục số (đường thẳng thực)	**0,25**	
Đặt A_n tổng các khoảng cách của những điểm cùng màu, B_n tổng các khoảng cách của những điểm khác màu.	**0,25**	
Nếu *n=1* thì $A_1 = 0$; $B_1 = \|x_1 - y_1\|$. Rõ ràng : $B_1 > A_1$	**0,25**	
Giả sử: $B_{n-1} > A_{n-1}$. Ta có: $A_n - A_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} [(x_n - x_i) + (y_n - y_i)] = \sum_{i=1}^{n} [(x_n - y_i) + (y_n - x_i)]$	**0,5**	
$B_n - B_{n-1} = \|x_n - y_n\| + \sum_{i=1}^{n} (\|x_n - y_i\| + \|y_n - x_i\|)$	**0,5**	
Suy ra: $B_n - B_{n-1} \geq A_n - A_{n-1}$. Ta có đpcm	**0,25**	
Tổng điểm	**2,0**	

Tổng điểm toàn bài: ....điểm.

Bằng chữ: ....

Lai Châu, ngày……………. tháng ………….năm 2018

CÁN BỘ CHẤM THI LẦN 1

(Ký, ghi rõ họ tên)