SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**ĐỀ THI OLYMPIC 27/4 - NĂM HỌC 2017- 2018**
TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU	**MÔN THI: TOÁN LỚP 10**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Ngày thi: 06/03/2018
	Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (6,0 điểm):

1) Giải phương trình $\sqrt{x-3}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x^2-3x-2}$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3-y^3+x^2+y^2+xy+1=y-x \\ \sqrt{2x+y}+\sqrt{3x+2y+2}=3x^2-y+4 \end{cases}$

Câu 2 (4,0điểm):

1) Cho tam giác ABC có diện tích S và bán kính của đường tròn ngoại tiếp R thỏa mãn hệ thức $S=\frac{2}{3}R^2\left(\sin^3 A+\sin^3 B+\sin^3 C\right)$. Chứng minh tam giác ABC là tam giác đều.

2) Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng 3. Trên các cạnh BC, CA, AB lần lượt lấy các điểm N, M, P sao cho $BN=1$, $CM=2$, $AP=x$ $(0<x<3)$.

a) Phân tích véc tơ $\overrightarrow{AN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

b) Tìm giá trị của x để AN vuông góc với PM.

Câu 3 (2,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A, D và $AD=CD=2AB$. Điểm I thuộc đoạn AC sao cho $AI=\frac{3}{4}AC$. Biết điểm $B(5;3)$, đường thẳng DI có phương trình $3x-y+8=0$ và điểm D có hoành độ dương. Tìm tọa độ điểm D.

Câu 4 (3,0 điểm): Cho phương trình $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0$ (m là tham số).

1) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3=18$.

2) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m nguyên sao cho phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Câu 5 (3,0 điểm): Cho 4 số thực dương a,b,c,d thỏa mãn $a+b+c+d=4$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{1+b^2c}+\frac{b}{1+c^2d}+\frac{c}{1+d^2a}+\frac{d}{1+a^2b}\geq 2$.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho 2018 số nguyên dương phân biệt và nhỏ hơn 4034. Chứng minh tồn tại 3 số phân biệt trong 2018 số đã cho mà một số bằng tổng hai số kia.

---------------- HẾT ----------------

Họ và tên thí sinh... Số báo danh ....

Chữ ký của giám thị 1 ....

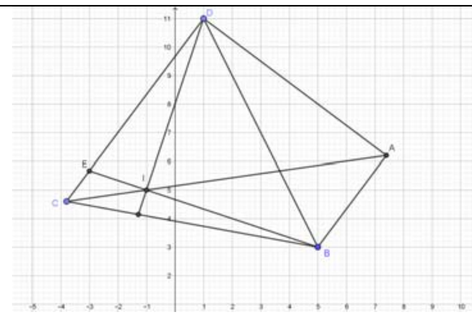
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**ĐỀ THI OLYMPIC 27/4 - NĂM HỌC 2017- 2018**

TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU | **MÔN THI: TOÁN LỚP 10**

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 **6,0 điểm**	**1**) Đk $x \ge 3$ $\sqrt{x-3}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x^2-3x-2} \Leftrightarrow x-3+x-2+2\sqrt{x^2-5x+6}=x^2-3x-2$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2-5x+3-2\sqrt{x^2-5x+6}=0 \Leftrightarrow x^2-5x+6-2\sqrt{x^2-5x+6}-3=0$	2x0,25
	Đặt $t=\sqrt{x^2-5x+6}$, t ≥ 0. Ta được pt : $t^2-2t-3=0$	2x0,25
	$\Leftrightarrow t^2-2t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1(l \\ t=3(n) \end{array}\right.$	2x0,25
	$t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-5x+6}=3 \Leftrightarrow x^2-5x-3=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5-\sqrt{37}}{2}(l) \\ x=\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}(n) \end{array}\right.$. KL pt có nghiệm là $x=\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}$	0,5 0,5
	$\begin{cases} x^3-y^3+x^2+y^2+xy+1=y-x & (1) \\ \sqrt{2x+y}+\sqrt{3x+2y+2}=3x^2-y+4 & (2) \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow (x+1)^3+3(x+1)=y^3+3y$ $\Leftrightarrow (x+1 - y)\left[x^2+xy+y^2+1\right]=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x+1 \\ x^2+xy+y^2+1=0 \end{array}\right.$ **Ta có** $x^2+xy+y^2+1=0$ **vô nghiệm** **Với y = x + 1** thay vào pt (2) ta được pt: $\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x+4}=3x^2-x+3$ $(\sqrt{3x+1} - (x+1)) + (\sqrt{3x+4} - (x+2)) = 3x^2-3x$ $\Leftrightarrow \dfrac{x-x^2}{\sqrt{3x+1}+x+1}+\dfrac{x-x^2}{\sqrt{5x+4}+x+2}=3x^2-3x$ $\Leftrightarrow (x^2-x)\left(\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}+x+1}+\dfrac{1}{\sqrt{5x+4}+x+2}+3\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x=0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}+x+1}+\dfrac{1}{\sqrt{5x+4}+x+2}+3=0 \ (vn\ vi:\ x \ge \dfrac{-1}{3}) \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$	 0,25 0,25 2x0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 2x0,25 0,25 0,25
	KL: Hpt có nghiệm là (0; 1), (1; 2).	
Cầu 2 **4điểm**	1) Theo định lí sin ta có : $\sin^3 A=\dfrac{a^3}{8R^3}$; $\sin^3 B=\dfrac{B^3}{8R^3}$;$\sin^3 C=\dfrac{c^3}{8R^3}$	2x0,25 2x0,25

	$VT = \dfrac{2}{3}R^2\left(\dfrac{a^3}{8R^3}+\dfrac{b^3}{8R^3}+\dfrac{c^3}{8R^3}\right)=\dfrac{1}{12}R(a^3+b^3+c^3)$ Áp dụng bất đẳng thức cô – si ta có: $a^3+b^3+c^3 \ge 3abc$ $\Rightarrow VT \ge \dfrac{abc}{4R}$ Mà $S=\dfrac{abc}{4R}$, dấu “ =” xảy ra khi và chỉ khi a = b = c $\Leftrightarrow\Delta$ ABC đều	2x0,25 2x0,25
	2) a) $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	0,25x2
	b) Ta có $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\dfrac{x}{3}\overrightarrow{AB}$ $AN\perp PM \Leftrightarrow \overrightarrow{AN}.\overrightarrow{PM}=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right).\left(\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\dfrac{x}{3}\overrightarrow{AB}\right)=0$ $\Leftrightarrow\dfrac{2}{9}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}-\dfrac{2x}{9}\overrightarrow{AB}^2-\dfrac{x}{9}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{9}\overrightarrow{AC}^2=0$ $\Leftrightarrow 1-2x-\dfrac{x}{2}+1=0$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{5}$	0,25 0,25 2x0,25 0,25 0,25
Câu 3 **2,0 điểm**	 Đặt AD = a $BD^2=\dfrac{5a^2}{4}$; $DI^2=\dfrac{5a^2}{8}$; $MI^2=\dfrac{5a^2}{8}$ Suy ra ΔBDI vuông cân tại I. Do đó $BI: x+3y-14=0$. Mà I là giao điểm của BI và DI $\Rightarrow$ I(-1; 5). Vì D $\in$ DI $\Rightarrow$ D(x; 3x + 8) mà DI = BI $\Leftrightarrow (x+1)^2+(3x+3)^2=40\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(n)\\x=-3(l)\end{array}\right.\Rightarrow D(1;11)$	0,5 0,5 0,25 0,25 0,25x2
	$\Delta=(4m-1)^2-4(3m^2-2m)=4m^2+1>0,\forall m\in R$. Suy ra phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2. Theo viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=4m-1\\x_1.x_2=3m^2-2m\end{cases}$	0,5
	$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]=(4m-1)\left[(4m-1)^2-3(3m^2-2m)\right]$ $=28m^3-15m^2+6m-1$	0,25
	$x_1^3+x_2^3=18\Leftrightarrow 28m^3-15m^2+6m-1=18$ $\Leftrightarrow(m-1)(28m^2+13m+19)=0\Leftrightarrow m=1$	0,25
	Phương trình có nghiệm nguyên suy ra Δ là bình phương của 1 số nguyên	0,5
	Nếu m = 0 thì ta có pt : $x^2+x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$ (thỏa)	0,5
	Nếu $m\ne 0$ thì $4m^2+1=(2k+1)^2$ $(k\in Z)$ do $4m^2+1$ là số lẻ $\Rightarrow m^2=k(k+1)$	0,5

	Mà $(k,k+1)=1\Rightarrow$ k,k+1 là hai số chính phương (vô lí). Vậy chỉ có m =0 thỏa	0,5
	Ta có $\dfrac{a}{1+b^2c}=a-\dfrac{ab^2c}{1+b^2c}\ge a-\dfrac{ab^2c}{2b\sqrt{c}}=a-\dfrac{ab\sqrt{c}}{2}$	0,5
	Lại có $a-\dfrac{ab\sqrt{c}}{2}=a-\dfrac{b\sqrt{a.ac}}{2}\ge a-\dfrac{1}{4}b(a+ac)=a-\dfrac{1}{4}(ab+abc)$ Vậy $\dfrac{a}{1+b^2c}\ge a-\dfrac{1}{4}(ab+abc)$	0,5
	Chứng minh tương tự ta có $\dfrac{b}{1+c^2d}\ge b-\dfrac{1}{4}(bc+bcd),\ \dfrac{c}{1+d^2a}\ge c-\dfrac{1}{4}(cd+cda),\ \dfrac{d}{1+a^2b}\ge d-\dfrac{1}{4}(da+dab)$ $\Rightarrow \dfrac{a}{1+b^2c}+\dfrac{b}{1+c^2d}+\dfrac{c}{1+d^2a}+\dfrac{d}{1+a^2b}\ge$ $\ge a+b+c+d-\dfrac{1}{4}(ab+bc+cd+da+abc+bcd+cda+dab)$	0,5
	Lại có $ab+bc+cd+da=(a+c)(b+d)\le\left(\dfrac{a+b+c+d}{2}\right)^2=4$	0,5
	$abc+bcd+cda+dab=abcd\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}\right)\le\left(\dfrac{a+b+c+d}{4}\right)^4.\dfrac{16}{a+b+c+d}$ $=\dfrac{1}{16}(a+b+c+d)^3=4$	0,5
	Do đó $\dfrac{a}{1+b^2c}+\dfrac{b}{1+c^2d}+\dfrac{c}{1+d^2a}+\dfrac{d}{1+a^2b}\ge a+b+c+d-2=2$ Dấu « = » xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=d=1$	0,5
	Cho 2018 số nguyên dương khác nhau và nhỏ hơn 4034. Chứng minh tồn tại ba số trong 2018 số đó mà một số bằng tổng hai số kia.	2,0đ
	Gọi 2018 số nguyên dương đã cho là $a_1,a_2,...,a_{2018}$. Không mất tính tổng quát giả sử $1\le a_1<a_2<...<a_{2017}<a_{2018}\le 4033$. Đặt $b_i=a_i-a_1\ (i=2,3,..,2018)$	0,25
	Suy ra $1\le b_2<b_3<...<b_{2018}\le 4032$	0,25
	Xét dãy gồm 4034 số $a_2,a_3,...,a_{2018},b_2,b_3,...,b_{2018}$. Các số này nhận 4033 giá trị khác nhau nên có ít nhất 2 số trong dãy số trên bằng nhau .	0,5
	Mặt khác ta có : $a_i\ne a_j;b_i\ne b_j,\forall i\ne j\ (2\le i,j\le 2018)$. Ngoài ra $a_i\ne b_i,\forall i=2,3,...,2018$ (do $a_1\ne 0$). Suy ra tồn tại $a_x=b_y\ (x\ne y,2\le x,y\le 2018)$	0,5
	Hay $a_x=a_y-a_1\Leftrightarrow a_1+a_x=a_y$ (đpcm)	0,5