TRƯỜNG THPT THẠCH THÀNH I ĐỀ THI MÔN TOÁN, KHỐI 12 (lần 3)

Năm học: 2015-2016

Thời gian làm bài 180 phút

Câu 1(1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 2(1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right) = -x^3 - 3x^2 + 9x - 3$ trên đoạn $\left[0;2\right]$

Câu 3(1 điểm)

a) Giải phương trình $\log_2 x + \log_2\left(x-1\right) = 1$

b) Giải bất phương trình $9^x - 8.3^x - 9 > 0$

Câu 4(1 điểm) Tính tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x-3\right)\sin x dx$

Câu 5 (1 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(2;-1;0\right), B\left(3;-3;-1\right)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1 điểm)

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{5}{2}\sin 2\alpha$$

b) Một lô hàng có 11 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm, lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm trong lô hàng đó. Tính xác suất để trong 5 sản phẩm đó có không quá 1 phế phẩm.

Câu 7 (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA \perp \left(ABCD\right), SA = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBM\right)$, với M là trung điểm của cạnh CD.

Câu 8 (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 2AB$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC. Trên đường thẳng MN lấy điểm K sao cho N là trung điểm của đoạn thẳng MK. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết $K\left(5;-1\right)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh AC là $2x + y - 3 = 0$ và điểm A có tung độ dương.

Câu 9 (1 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^{10} + 2x^6 = y^5 + 2x^4 y \\ \sqrt{x^2+5} + \sqrt{2y+1} = 6 \end{cases}$ $\left(x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\right)$

Câu 10 (1 điểm) Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

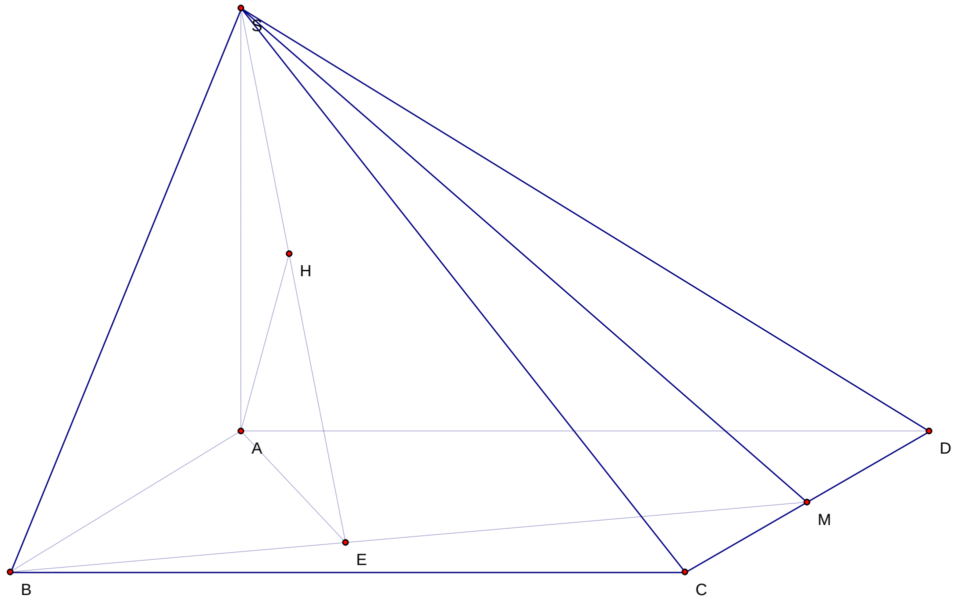
$$P = \frac{2}{a + \sqrt{ab} + \sqrt[3]{abc}} - \frac{3}{\sqrt{a+b+c}}$$

---------------------------------**Hết**---------------------------------

ĐÁP ÁN TOÁN_ KHỐI 12 (lần 3-2015-2016)

Câu	Nội dung	Điểm
1	HS tự giải	1,00
2	Ta có hàm số f(x) xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$; $f'(x)=-3x^2-6x+9$	0,25
	Với $x\in[0;2], f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$	0,25
	Ta có f(0)=-3, f(1)=2, f(2)=-5	0,25
	Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số f(x) trên đoạn $[0;2]$ lần lượt là 2 và -5.	0,25
3	a) Điều kiện $x>1$. Phương trình đã cho tương đương với $\log_2 x(x-1)=1\Leftrightarrow x^2-x-2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow x=-1(loai); x=2$. Vậy pt đã cho có nghiệm duy nhất x=2.	0,25
	b) Đặt $t=3^x\,(t>0)$. Bất pt trở thành $t^2-8t-9>0\Leftrightarrow t<-1(loai); t>9$	0,25
	$3^x>9\Leftrightarrow x>2$. Bất pt đã cho có nghiệm x>2	0,25
4	Đặt u=x-3, dv=sinx. Suy ra du=dx, v==cosx.	0,25
	Khi đó $I=(3-x)\cos x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$	0,25
	$=(3-x)\cos x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}+\sin x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}=-2$	0,50
5	Gọi I là trung điểm của đoạn AB. Suy ra $I\left(\frac{5}{2};-2;-\frac{1}{2}\right)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB}(1;-2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến, có pt $x-\frac{5}{2}-2(y+2)-\left(z+\frac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow x-2y-z-7=0$	0,50
	Đường thẳng AB có phương trình: $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{-1}$. Gọi M là giao điểm của AB và (P). Do M thuộc AB nên $M(2+t;-1-2t;-t)$. M thuộc (P) nên $2+t-1-2t-t-3=0\Leftrightarrow t=-1$. Do đó M(1; 1;1)	0,50
6	a) $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi\Rightarrow\cos\alpha<0$. $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{16}{25}}=-\frac{3}{5}$	0,25
	$P=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{5}{2}\sin 2\alpha=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}-5\sin\alpha\cos\alpha=$ $=\frac{21-4\sqrt{3}}{10}$	0,25
	b) Số cách chọn 5 sản phẩm bất kì trong 11 sản phẩm là: $C_{11}^5=462$ Số cách chọn 5 sản phẩm mà có 1 phế phẩm là: $C_2^1.C_9^4=252$ Số cách chọn 5 sản phẩm mà không có phế phẩm nào là: $C_9^5=126$	0,25
	Suy ra số cách chọn 5 sản phẩm mà có không quá 1 phế phẩm là: 252+126=378. Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{378}{462}=\frac{9}{11}$	0,25

<table>
<tr>
<td rowspan="2">7</td>
<td>



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.a.2a = \frac{2a^3}{3}$.

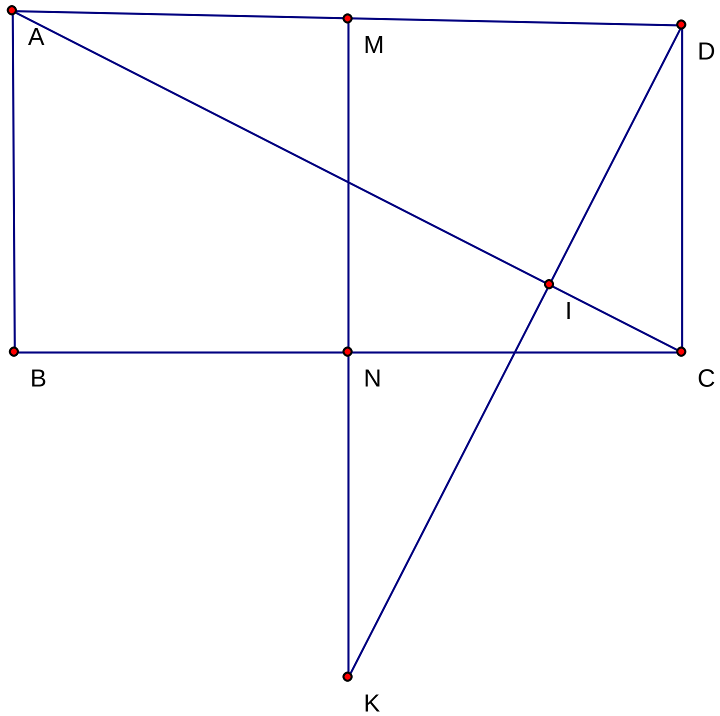
</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>

Kẻ $AE \perp BM, AH \perp SE$. Suy ra $AH \perp (SBM)$.

$AE = \frac{2.S_{ABM}}{BM} = \frac{2a^2}{\sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$;

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{17}{16a^2} = \frac{33}{16a^2} \Rightarrow d(A,(SBM)) = AH = \frac{4a}{\sqrt{33}}$

</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>8</td>
<td>



Ta có $\Delta CAD = \Delta DKM \Rightarrow CAD = DKM$. Mà

$DKM + KDM = 90^\circ \Rightarrow KDM + DAC = 90^\circ \Rightarrow AC \perp DK$.

Gọi $AC \cap DK = I$. Tọa độ điểm I thỏa mãn hệ

$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = -\frac{11}{5} \end{cases}$

</td>
<td>0,25</td>
</tr>
</table>

	Ta có $3\overrightarrow{KD}=5\overrightarrow{KI}\Rightarrow D(1;-3)$ Gọi vec tơ pháp tuyến của AD là $\vec{n}(a;b), a^2+b^2\neq 0$. $\cos DAC=\frac{2}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow \frac{\lvert 2a+b\rvert}{\sqrt{5}\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow (2a+b)^2=4(a^2+b^2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0\\ 3b=4a\end{array}\right.$	0,25
	Từ đó AD: x=1 hoặc 3x+4y+9=0 Với AD: x=1. Suy ra A(1;1) (thỏa mãn). Với AD: 3x+4y+9=0. Suy ra $y_A=-\frac{27}{5}$ (loại).	0,25
	DC: y=-3. Suy ra C(3;-3); CB: x=3. Suy ra B(3;1)	0,25
9	Điều kiện: $2y+1\geq 0\Rightarrow y\geq -\frac{1}{2}$ - Xét x=0, từ pt đầu suy ra y=0, thay x=y=0 vào pt thứ hai không thỏa mãn (loại)	0,25
	- Xét $x\neq 0$, chia 2 vế của pt đầu cho $x^5\neq 0$, ta được $x^5+2x=\left(\frac{y}{x}\right)^5+2\left(\frac{y}{x}\right)$ (1) Xét hàm số $f(t)=t^5+2t, \forall t\in\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=5t^4+2>0, \forall t\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số $f(t)=t^5+2t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (1) $\Leftrightarrow x=\frac{y}{x}\Leftrightarrow y=x^2$. Thay vào pt thứ 2 của hệ ta được: $\sqrt{y+5}+\sqrt{2y+1}=6$ (2) Xét hàm số $g(y)=\sqrt{y+5}+\sqrt{2y+1}, \forall y\geq -\frac{1}{2}$. Ta có $g'(y)=\frac{1}{2\sqrt{y+5}}+\frac{1}{\sqrt{2y+1}}>0, \forall y>-\frac{1}{2}$. Vậy g(y) đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. Mà g(4)=6 nên (2) $\Leftrightarrow y=4$	0,50
	- Suy ra $y=x^2=4\Rightarrow \begin{cases} x=2\\ y=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2\\ y=4\end{cases}$	0,25
10	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số, ba số ta được: $\frac{2}{a+\sqrt{ab}+\sqrt[3]{abc}}=\frac{2}{a+\sqrt{\frac{a}{2}}.\sqrt{2b}+\sqrt[3]{\frac{a}{4}}.\sqrt[3]{b}.\sqrt[3]{4c}}\geq \frac{2}{a+\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+2b\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{4}+b+c\right)}$ $=\frac{3}{2(a+b+c)}\Rightarrow P\geq \frac{3}{2(a+b+c)}-\frac{3}{\sqrt{a+b+c}}$	0,50
	Đặt $t=\frac{1}{\sqrt{a+b+c}}>0$ thì $P\geq f(t)$, với $f(t)=\frac{3t^2}{2}-3t$. Ta có $f(t)=\frac{3}{2}(t-1)^2-\frac{3}{2}\geq -\frac{3}{2}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t=1\Rightarrow P\geq -\frac{3}{2}$. Min P= $-\frac{3}{2}\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{2}=2b\\ b=4c\\ a+b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{16}{21}\\ b=\frac{4}{21}\\ c=\frac{1}{21}\end{cases}$	0,50