SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO BẮC NINH
TRƯỜNG THPT LÝ THÁI TỔ

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)
Ngày thi: 25/11/2022

Mã đề thi 136

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:.. SBD: ....

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1;\ x=2.$ **B.** Vô nghiệm **C.** $x=1;\ x=2.$ **D.** $x=1;\ x=-2.$

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ chiều cao $h=4$ là

A. 24 **B.** 12 **C.** 96 **D.** 8

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

1) Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

3) Hàm số đã không có điểm cực trị.

4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Số các mệnh đề **đúng** là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3\sqrt{2}$ **B.** $12a^3\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $3\sqrt{2}a^3$

Câu 6: Thể tích V của khối trụ có chiều cao $h=4$ cm và bán kính đáy $r=3$ cm bằng

A. 48π cm^3. **B.** 12π cm^3. **C.** 7π cm^3. **D.** 36π cm^3.

Câu 7: Cho biểu thức $\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{8}}}=2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P=m^2+n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $P\in\left(425;430\right)$. **B.** $P\in\left(430;435\right)$. **C.** $P\in\left(415;420\right)$. **D.** $P\in\left(420;425\right)$.

Câu 8: Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2=\dfrac{n!}{\left(n-2\right)!}$. **B.** $A_n^2=\dfrac{\left(n-2\right)!}{n!}$. **C.** $A_n^2=\dfrac{n!}{2!\left(n-2\right)!}$. **D.** $A_n^2=\dfrac{2!\left(n-2\right)!}{n!}$.

Câu 9: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

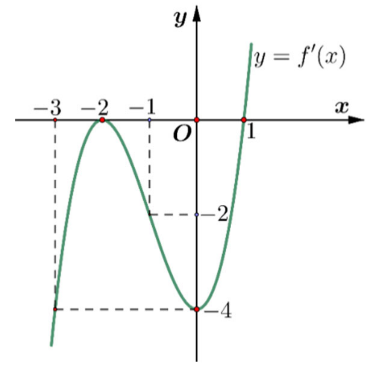
A. $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$. B. $S_{xq}=\pi rl$. C. $S_{xq}=\pi rh$. D. $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. B. $(-2;0)$.

C. $(1;+\infty)$. D. $(-1;+\infty)$.



Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\in[-2;2]$ B. $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ D. $m\in(-2;2)$

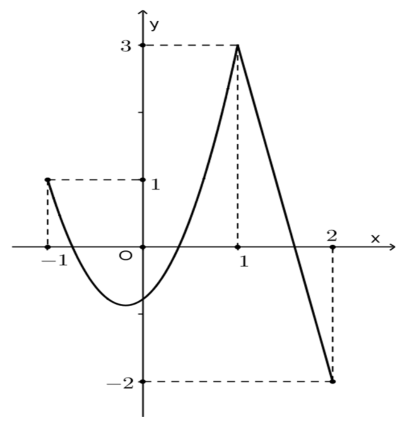
Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và công bội $q=-3$. Giá trị của u_2 bằng

A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. -6.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M+2m$ bằng:

A. 1. B. 4.

C. -1. D. 7.



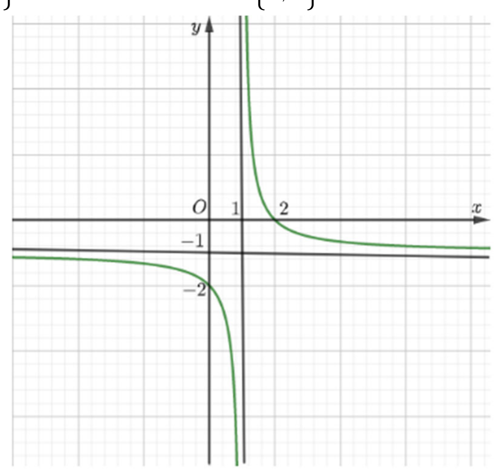
Câu 14: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{4;3\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;4\}$. D. $\{3;5\}$.

Câu 15: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của tổng $S=a+b+c$ bằng:

A. $S=0$. B. $S=2$.

C. $S=-2$. D. $S=4$.



Câu 16: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. -7. B. 9. C. 1. D. 2.

Câu 17: Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 18: Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Khi đó, thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{3V}{4}$. **B.** **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Câu 19: Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$, biểu thức $\log_3(a+b)$ bằng

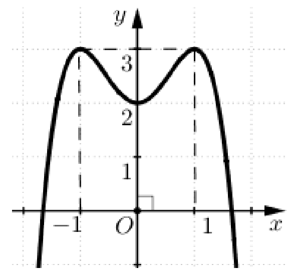
A. $\frac{1}{2}(1+\log_3 a+\log_3 b)$. **B.** $1+\frac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$.

C. $\frac{1}{2}(3+\log_3 a+\log_3 b)$ **D.** $2+\frac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$.

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

A. $y = x^3+2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+2x^2+2$.

C. $y=-x^4+2x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.



Câu 21: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T = 2M - m$.

A. $T = 16$. **B.** $T = 26$. **C.** $T = 20$. **D.** $T = 36$.

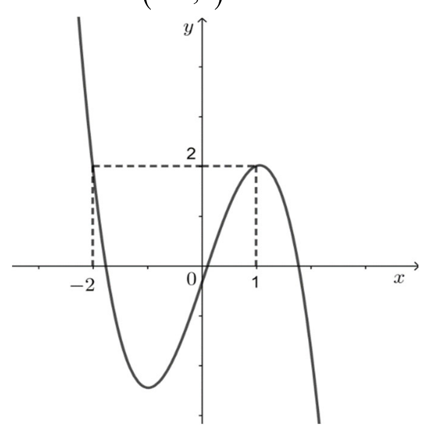
Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ .

Số nghiệm của phương trình $|2f(x)-3|=1$ là

A. 4. **B.** 5.
C. 2. **D.** 6.



Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. Hình chóp có đáy là hình thoi có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình chóp tứ giác đều có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là tam giác có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là hình chữ nhật có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y = -x^4 + 2$ **B.** $y = 3x - 4$ **C.** $y = x^3 - 3x$ **D.** $y = x^2 - 2x$

Câu 26: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức **sai** dưới đây.

A. $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ **B.** $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$ **C.** $x^\alpha.x^\beta = x^{\alpha+\beta}$ **D.** $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

A. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$. **B.** $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$. **D.** $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3} > 8$ là

A. $[6;+\infty)$.　　**B.** $(0;+\infty)$.　　**C.** $(6;+\infty)$.　　**D.** $(3;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:　　**A.** -2.　　**B.** 0.　　**C.** 3.　　**D.** 2.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3, AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{250\sqrt{3}}{3}\pi$.　　**B.** $V=\dfrac{125\sqrt{3}}{6}\pi$.　　**C.** $V=\dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$　　**D.** $V=\dfrac{50\sqrt{3}}{27}\pi$

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$ **không có** điểm cực đại ?

A. 4.　　**B.** 6 .　　**C.** 5.　　**D.** 3.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(2-x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của m để phương trình $3f^2(x^2-4x)-(m+2)f(x^2-4x)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 7.　　**B.** -6.　　**C.** 3.　　**D.** -13.

Câu 33: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O'). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy của hình trụ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.　　**B.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.　　**C.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$.　　**D.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{3}$.

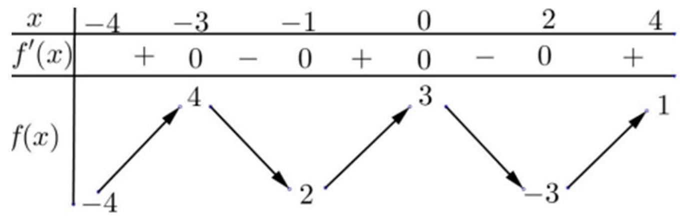
Câu 34: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=y\ (y>0)$. và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM=x(0<x<a)$. Tính thể tích lớn nhất V_{max} của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2+y^2=a^2$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$　　**B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$　　**C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$　　**D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$

Câu 35: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O bán kính $4\sqrt{3}$ thành hai hình tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khi diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất, khoảng cách h giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. $h=4\sqrt{6}$.　　**B.** $h=8\sqrt{3}$.　　**C.** $h=4\sqrt{3}$.　　**D.** $h=8$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f(x^3-3x+2)+2f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 5?



A. 9 . **B.** 8 . **C.** 10. **D.** 11.

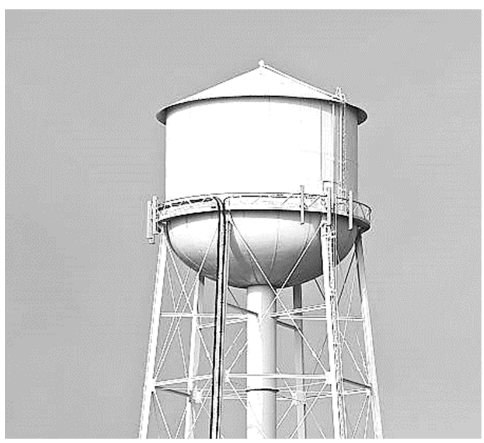
Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng **A.** $4+\sqrt{2}$. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $6+\sqrt{2}$.

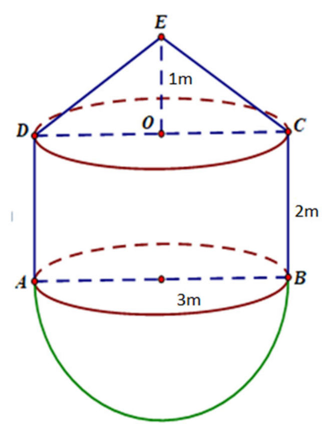
Câu 38: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ (C), với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **B.** $1<x_1<x_2<3<x_3<4$.

C. $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Câu 39: Cho tháp nước như hình dưới đây, tháp được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng 3m, chiều cao hình trụ là 2m, chiều cao của hình nón là 1m.





Thể tích của toán bộ không gian bên trong tháp nước gần nhất với giá trị nào sau đây?

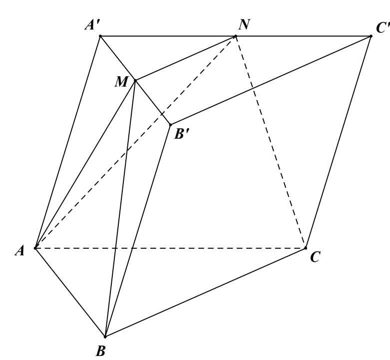
A. $V=\frac{15\pi}{2}(m^3)$. **B.** **C.** $V=7\pi(m^3)$. **D.** $V=\frac{33\pi}{4}(m^3)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\frac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$? **A.** 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20 .

Câu 41: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$, (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ là

A. $V=7a^3$. **B.** $V=8a^3$.

C. $V=6a^3$. **D.** $V=4a^3$.



Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa (ACD') và $(ABCD)$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng: **A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho đồ thị $(C): y=\frac{x+2}{x-1}$. Gọi A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc (C) sao cho trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $\Delta: y=-3x+10$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng

A. $OH=5$. **B.** $OH=2\sqrt{5}$. **C.** $OH=\sqrt{10}$. **D.** $OH=\sqrt{5}$.

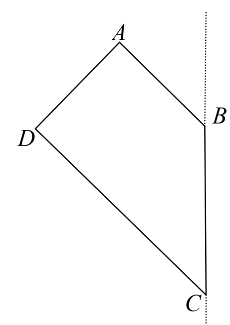
Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 4000$ và $5(25^y+2y)=x+\log_5(x+1)^5-4$?

A. 5. **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** 3.

Câu 45: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA'=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3\sqrt{3}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=2a^2\sqrt{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD=2AB=2AD=6$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang $ABCD$ khi quanh xung quanh đường thẳng BC.



A. $V=\frac{135\pi\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=36\pi\sqrt{2}$.

C. $V=\frac{63\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=\frac{45\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$? **A.** 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 48: Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 47 . **B.** 49 . **C.** Vô số. **D.** 48 .

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=4a, BC=3\sqrt{2}a, \widehat{ABC}=45°; \widehat{SAC}=\widehat{SBC}=90°$; Sin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{a\sqrt{183}}{12}$. **B.** $\frac{a\sqrt{183}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{5}}{12}$.

Câu 50: Một hộp có 6 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. $\frac{190}{1001}$. **B.** $\frac{310}{1001}$. **C.** $\frac{6}{143}$. **D.** $\frac{12}{143}$.

----------- HẾT -----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2A	3D	4B	5A	6D	7D	8A	9B	10A	11D	12D	13C	14C	15B
16B	17C	18D	19B	20C	21D	22C	23B	24A	25B	26B	27D	28C	29C	30C
31A	32B	33C	34A	35D	36B	37A	38C	39A	40A	41C	42A	43B	44D	45D
46C	47B	48A	49A	50A										

---------- TOANMATH.com ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.B	5.A	6.D	7.D	8.A	9.B	10.A
11.D	12.D	13.B	14.C	15.C	16.B	17.C	18.C	19.B	20.C
21.D	22.C	23.B	24.A	25.B	26.B	27.D	28.C	29.C	30.C
31.A	32.B	33.C	34.A	35.D	36.C	37.A	38.C	39.A	40.A
41.C	42.A	43.B	44.D	45.D	46.C	47.B	48.A	49.A	50.A

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=0;x=4$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1;x=2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương $5^{-x^2+2x+3}=5^{x+1}\Leftrightarrow -x^2+x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2.\end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1;x=2$.

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$ là

A. 24. **B.** 12. **C.** 96. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$V_{k.ch}=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.6.4=8.$

Câu 4: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

1) Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Số các mệnh đề **đúng** là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

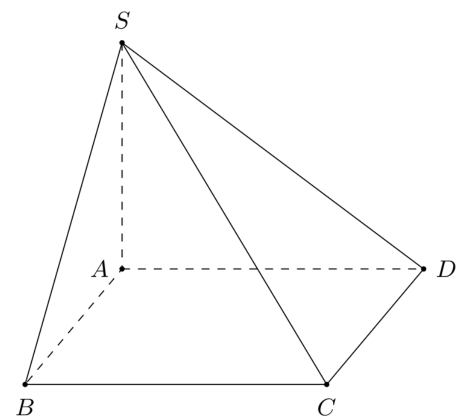
Ta có: $y=\dfrac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0;\forall x\ne 1$ nên hàm số đã cho không có điểm cực trị, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3\sqrt{2}$ **B.** $12a^3\sqrt{2}$ **C.** $a^3\sqrt{2}$ **D.** $3a^3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S=(2a)^2=4a^2$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SA.S=\dfrac{1}{3}.3a\sqrt{2}.4a^2=4a^3\sqrt{2}$.

Câu 6: Thể tích V của khối trụ có chiều cao $h=4\,\text{cm}$ và bán kính đáy $r=3\,\text{cm}$ bằng

A. $48\pi\,\text{cm}^3$ **B.** $12\pi\,\text{cm}^3$ **C.** $7\pi\,\text{cm}^3$ **D.** $36\pi\,\text{cm}^3$

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=\pi.3^2.4=36\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 7: Cho biểu thức $\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{8}}}=2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P=m^2+n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $P\in(425;430)$ **B.** $P\in(430;435)$ **C.** $P\in(415;420)$ **D.** $P\in(420;425)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{8}}}=\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{2^3}}}=\sqrt[3]{4\sqrt{2.2^{\frac{3}{5}}}}=\sqrt[3]{4\sqrt{2^{\frac{8}{5}}}}=\sqrt[3]{4.2^{\frac{4}{5}}}=\sqrt[3]{2^2.2^{\frac{4}{5}}}=\sqrt[3]{2^{\frac{14}{5}}}=2^{\frac{14}{15}}$

Từ đó suy ra $m=14$, $n=15$

Vậy $P=14^2+15^2=421\in(420;425)$.

Câu 8: Gọi n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2=\dfrac{n!}{(n-2)!}$ **B.** $A_n^2=\dfrac{(n-2)!}{n!}$ **C.** $A_n^2=\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$ **D.** $A_n^2=\dfrac{2!(n-2)!}{n!}$

Lời giải

Chọn A

Công thức đúng là $A_n^2=\dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Câu 9: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

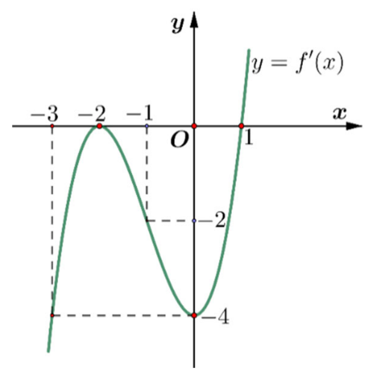
A. $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rh$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Hình nón có bán kính đáy r, đường sinh l nên diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f'(x)<0,\forall x<1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\in[-2;2]$. **B.** $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2mx+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ hay $m \in (-2;2)$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Giá trị của u_2 bằng

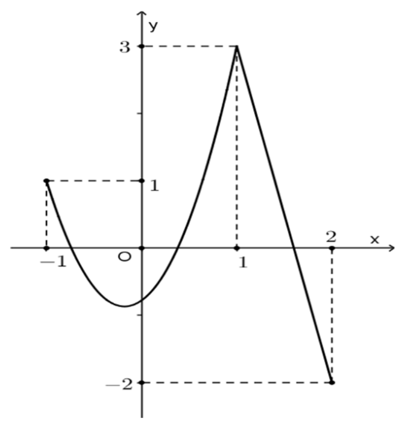
A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Số hạng thứ hai $u_2 = u_1.q = 2.(-3) = -6$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M + 2m$ bằng:



A. $1\cdot$ **B.** $-1\cdot$ **C.** $4\cdot$ **D.** $7\cdot$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} M = 3 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow M + 2m = -1$.

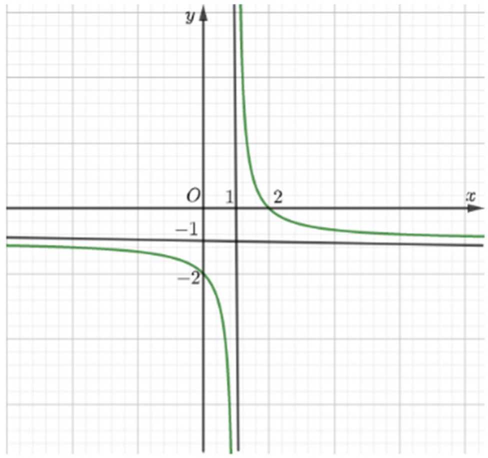
Câu 14: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây?

A. $\{4;3\}$ **B.** $\{3;3\}$ **C.** $\{3;4\}$ **D.** $\{3;5\}$

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng:



A. $S=0\cdot$ **B.** $S=-2\cdot$ **C.** $S=2\cdot$ **D.** $S=4\cdot$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Tiệm cận ngang: $y=\dfrac{a}{c}=-1$

Tiệm cận đứng: $x=\dfrac{1}{c}=1$

Từ đây suy ra: $\begin{cases} a=-1 \\ c=1 \end{cases}$.

Lại có đồ thị cắt trục hoành tại $x=2$ nên $2a+b=0$ hay $b=-2a=2$.

Vậy $S=a+b+c=-1+2+1=2$.

Câu 16: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. $-7\cdot$ **B.** $9\cdot$ **C.** $1\cdot$ **D.** $2\cdot$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

Khi đó: $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x_1=1+2\sqrt{2} \\ \log_3 x_2=1-2\sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=3^{1+2\sqrt{2}} \\ x_2=3^{1-2\sqrt{2}} \end{array}\right. \Rightarrow x_1.x_2=3^2=9.$

Câu 17: Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-1;0)\cup(0;1)$

$\Rightarrow$ Hàm số không có tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng

Câu 18: Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Khi đó, thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{3V}{4}$. **B.** V. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}d_{(A/(A'B'C'))}.S_{A'B'C'} = \frac{V}{3}$

Câu 19: Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$, biểu thức $\log_3(a+b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(1+\log_3 a+\log_3 b)$. **B.** $1+\frac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$.

C. $\frac{1}{2}(3+\log_3 a+\log_3 b)$ **D.** $2+\frac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$a^2 + b^2 = 7ab$

$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9ab$

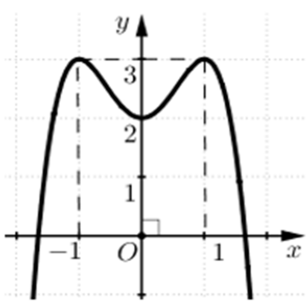
$\Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$

$\Leftrightarrow \log_3(a+b)^2 = \log_3 9ab$

$\Leftrightarrow 2.\log_3(a+b) = 2+\log_3 a+\log_3 b$

$\Leftrightarrow \log_3(a+b) = 1+\frac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 + 2x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 + 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm trùng phương có $\lim_{x\to+\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Câu 21: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T = 2M - m$.

A. $T = 16$. **B.** $T = 26$. **C.** $T = 20$. **D.** $T = 36$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ liên tục và xác định trên $[1;5]$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [1;5] \\ x = 3 \in [1;5] \end{array}\right.$

Ta có $y(1) = -12, y(3) = -28, y(5) = 4$.

Vậy $M = 4, m = -28, 2M - m = 36$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

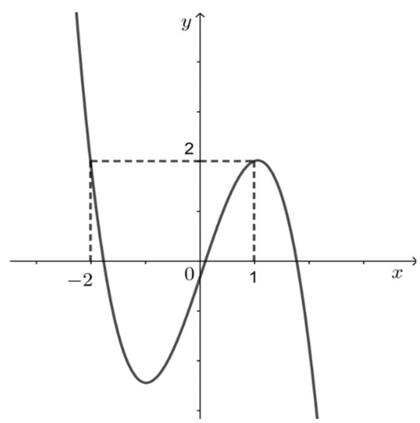
Lời giải

Chọn C

Vì số mũ nguyên âm nên hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|2f(x) - 3| = 1$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|2f(x) - 3| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2f(x) - 3 = 1 \\ 2f(x) - 3 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \\ f(x) = 1 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt. Các nghiệm khác nhau nên phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hình chóp có đáy là hình thoi có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp tứ giác đều có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là tam giác có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình chữ nhật có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn A

Hình thoi không nội tiếp được đường tròn, do đó hình chóp có đáy là hình thoi không có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25: Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y = x^4 + 2$. **B.** $y = 3x - 4$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $V = x^2 - 2x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = 3x - 4$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số này không có cực trị.

Câu 26: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức **sai** dưới đây.

A. $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$. **B.** $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$. **C.** $x^\alpha x^\beta = x^{\alpha+\beta}$. **D.** $\left(x^\alpha\right)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

A. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$.

D. $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Lời giải

Chọn D

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3} > 8$ là

A. $[6; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(6; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$2^{x-3} > 8 \Leftrightarrow 2^{x-3} > 2^3 \Leftrightarrow x - 3 > 3 \Leftrightarrow x > 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = (6; +\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

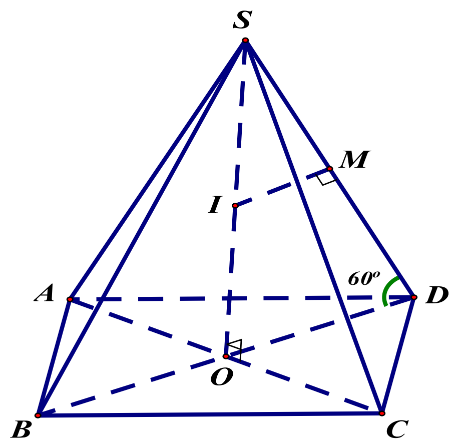
Chọn C

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3, AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. **C.** $V=\dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. **D.** $V=\dfrac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$. Khi đó, SO là trục của hình chóp $S.ABCD$.

Gọi M là trung điểm của của SD. Kẻ đường trung trực của cạnh SD cắt SO tại I. Khi đó, I là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $\Delta SMI \sim \Delta SOD$ suy ra $\dfrac{SM}{SO}=\dfrac{SI}{SD}=\dfrac{MI}{OD} \Rightarrow SI=\dfrac{SM.SD}{SO}=\dfrac{SD^2}{2SO}$.

Ta có: $OD=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}\sqrt{3^2+4^2}=\dfrac{5}{2}$. Xét tam giác SOD vuông tại O, ta có:

$SO=\tan 60°.OD=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$, $SD=\dfrac{OD}{\cos 60°}=5$.

Suy ra $SI=\dfrac{5^2}{2.\dfrac{5\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. Vậy $V=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3=\dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$ **không** có điểm cực đại?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Với $m=-1$, ta có: $f(x)=3x^2+x-1$ là một parabol với hệ số $a=3>0$ suy ra hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu thỏa yêu cầu đề bài.

Với $m\neq -1$, ta có: $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$.

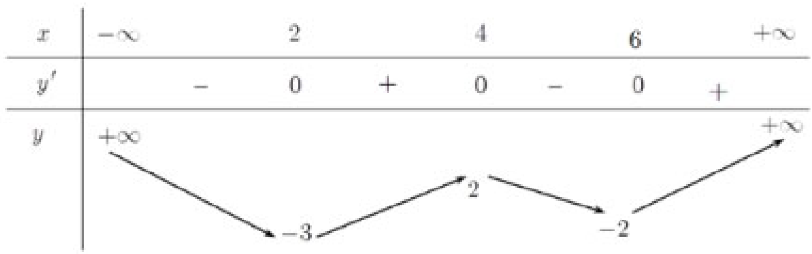
Suy ra $f'(x)=3(m+1)x^2-2(2m-1)x+1$. Khi đó, hàm số không có điểm cực đại $\Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x)=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'\leq 0$

$$\Leftrightarrow (2m-1)^2-3(m+1).1\leq 0 \Leftrightarrow 4m^2-7m-2\leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\leq m\leq 2.$$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0,1,2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(2-x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f^2(x^2-4x)-(m+2)f(x^2-4x)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 7. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -13.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=f(x^2-4x)$.

Có $g'(x)=(2x-4)f'(x^2-4x)$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ f'(x^2-4x)=0 \quad (1) \end{array}\right.$.

Ta có: $f'(x^2-4x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4x=-4 \\ x^2-4x=-2 \\ x^2-4x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2\pm\sqrt{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$0 \quad 2-\sqrt{2} \quad 2 \quad 2+\sqrt{2} \quad 4 \quad +\infty$
$g'(x)$	$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

$g(x)$	2 2 $+\infty$ -2 -3 -3

Lại có: $3f^2\left(x^2-4x\right)-(m+2)f\left(x^2-4x\right)+m-1=0 \Leftrightarrow 3g^2(x)-(m+2)g(x)+m-1=0\ (2)$.

Ta có: $\Delta=(m+2)^2-4.3.(m-1)0=m^2-8m+16=(m-4)^2>0,\forall m\neq 4$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $g(x)=h(m)$ có tối đa là 5 nghiệm phân biệt

Do đó, để phương trình $3f^2\left(x^2-4x\right)-(m+2)f\left(x^2-4x\right)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt thì

TH1. $\begin{cases} g(x)=2 \\ -2<g(x)<2 \end{cases}$. Thế $g(x)=2$ vào phương trình (2) ta được $m=7$. Khi $m=7$, phương trình (2) có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} g(x)=2 \\ g(x)=1 \end{array}\right.$ thỏa yêu cầu.

TH2. $\begin{cases} -3<g(x)<-2 \\ -2<g(x)<2 \end{cases}$. $\Leftrightarrow \begin{cases} -3<\dfrac{m+2-\sqrt{(m-4)^2}}{6}<-2 \\ -2<\dfrac{m+2+\sqrt{(m-4)^2}}{6}<2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -18<m+2-|m-4|<-12 \\ -12<m+2+|m-4|<12 \end{cases}$

Với $m\geq 4$, ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} -18<6<-12 \\ -12<2m-2<12 \end{cases}$ (vô lí).

Với $m<4$, ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} -18<2m-2<-12 \\ -12<6<12 \end{cases} \Leftrightarrow -8<m<-5$, $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-7,-6\}$.

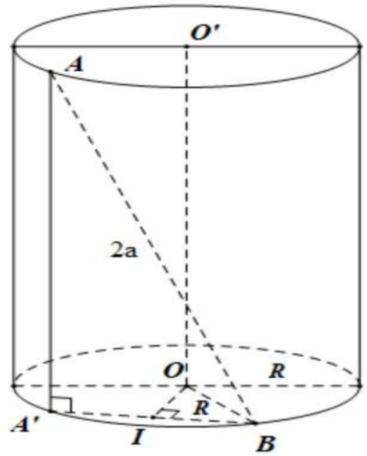
Vậy có tổng các giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài là $7+(-7)+(-6)=-6$.

Câu 33: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A và B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O') và (O). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa AB và OO' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng $AA'//OO'$ ($A' \in (O)$), gọi I là trung điểm $A'B$, R là bán kính đáy.

Suy ra: khoảng cách giữa AB và OO' là $OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Và: $IB = \sqrt{OB^2 - OI^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{3a^2}{4}} \Rightarrow A'B = 2IB = \sqrt{4R^2 - 3a^2}$.

Thiết diện qua trục là hình vuông nên $AA' = 2R$.

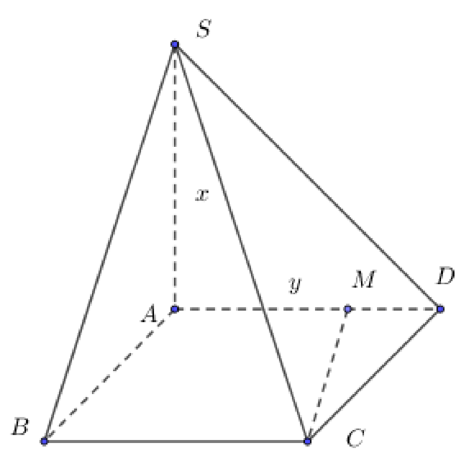
Ta có: $AA'^2 + A'B^2 = AB^2 \Leftrightarrow 4R^2 + 4R^2 - 3a^2 = 4a^2 \Leftrightarrow R = \dfrac{a\sqrt{14}}{4}$.

Câu 34: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = y$ $(y > 0)$. và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM = x (0 < x < a)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2 + y^2 = a^2$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$

Lời giải

Chọn A



Theo đề bài, ta có $0 < x < a$ và $y = \sqrt{a^2 - x^2}$.

Khi đó $V_{S.ABCM} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCM}.SA = \dfrac{1}{3}.\dfrac{(x+a)a}{2}.y = \dfrac{1}{6}a\sqrt{a^2 - x^2}(x+a)$

Ta xét hàm số $f(x) = (x+a)\sqrt{a^2 - x^2}$ với $0 < x < a$

$$f'(x)=\frac{-2x^2-ax+a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{a}{2}$$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$

x	0		$\frac{a}{2}$		a
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$	$\searrow$	

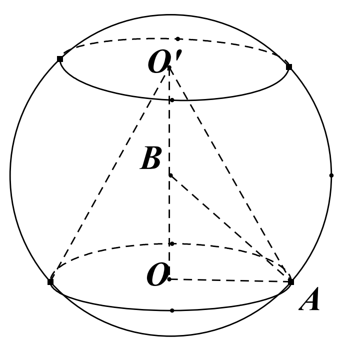
Vậy $\max\limits_{(0;a)} f(x)=f\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $\max\limits_{(0;a)} V_{S.ABCM}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ (đvtt).

Câu 35: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O bán kính $4\sqrt{3}$ thành hai hình tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khi diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất, khoảng cách h giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. $h=4\sqrt{6}$. **B.** $h=8\sqrt{3}$. **C.** $h=4\sqrt{3}$. **D.** $h=8$.

Lời giải

Chọn D



$d\left((P),(Q)\right)=OO'=h$; $AB=R$.

ΔOAB vuông tại O nên $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{R^2-\frac{h^2}{4}}$.

$\Delta OAO'$ vuông tại O nên $O'A=\sqrt{O'O^2+OA^2}=\sqrt{h^2+R^2-\frac{h^2}{4}}=\sqrt{R^2+\frac{3h^2}{4}}$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S=\pi.OA.O'A=\pi.\sqrt{\left(R^2-\frac{h^2}{4}\right).\left(R^2+\frac{3h^2}{4}\right)}$.

Đặt $x=\frac{h^2}{4}, x>0$.

Xét $f\left(x\right)=\pi.\sqrt{\left(R^2-x\right).\left(R^2+3x\right)}=\pi.\sqrt{R^4+2R^2x-3x^2}$ với $x\in\left(0;R^2\right]$.

$f'\left(x\right)=\pi.\dfrac{2R^2-6x}{2\sqrt{\left(R^2-x\right).\left(R^2+3x\right)}}$.

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2R^2-6x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{R^2}{3}$.

x	0		$\frac{R^2}{3}$		R^2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f\left(\frac{R^2}{3}\right)$	$\searrow$	

Diện tích xung quanh của hình nón đạt giá trị lớn nhất khi $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên $\left(0;R^2\right]$. Khi đó $x=\dfrac{R^2}{3}\Leftrightarrow\dfrac{h^2}{4}=\dfrac{R^2}{3}\Leftrightarrow h^2=\dfrac{4R^2}{3}\Rightarrow h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\left(4\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{3}=8$.

Câu 36: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-4;4\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $\left[-4;4\right]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x^3-3x+2\right)+2f\left(m\right)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng 5?

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

x	-1				1
$u=x^3-3x+2$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	0
$f(x^3-3x+2)$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3
$h(x)=f(x^3-3x+2)+2f(m)$	$1+2f(m)$	$\searrow$	$-3+2f(m)$	$\nearrow$	$3+2f(m)$

TH1: Giả sử giá trị lớn nhất của hàm $g\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng $\left|-3+2f(m)\right|$.

Theo giả thiết ta có $\left|-3+2f(\text{m})\right|=5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(\text{m})=4 \\ f(\text{m})=-1 \end{array}\right.$. Thử lại ta có $f(m)=4$ không thoả

Với $f(m)=-1$. Dựa vào BBT của hàm số $f(x)$ ta có 5 giá trị m thoả mãn.

TH2: Giả sử giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\left|3+2f(\text{m})\right|$.

Theo giả thiết ta có $\left|3+2f(\text{m})\right|=5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(\text{m})=1 \\ f(\text{m})=-4 \end{array}\right.$. Thử lại ta có $f(m)=-4$ không thoả

Với $f(m)=1$. Dựa vào BBT của hàm số $f(x)$ ta có 5 giá trị m thoả mãn.

Vậy có 10 giá trị m thoả mãn đề bài.

Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $4+\sqrt{2}$. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $6+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của phương trình là $\left\{\begin{array}{l} 2x-2>0 \\ (x-3)^2>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>1 \\ x\neq 3 \end{array}\right.$ (*)

Với điều kiện (*) phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$

$\Leftrightarrow \log_2(2x-2)^2+\log_2(x-3)^2=2$

$\Leftrightarrow \log_2\left[(2x-2)^2(x-3)^2\right]=2$

$\Leftrightarrow \left[(2x-2)(x-3)\right]^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (2x-2)(x-3)=2 \\ (2x-2)(x-3)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2-8x+4=0\ (1) \\ 2x^2-8x+8=0\ (2) \end{array}\right.$

Phương trình (1) có các nghiệm $x=2+\sqrt{2}\ (N);\ x=2-\sqrt{2}\ (L)$

Phương trình (2) có nghiệm $x=2\ (N)$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{2+\sqrt{2};\ 2\right\}$. Tổng các nghiệm bằng $4+\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m\ (C)$, với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **B.** $1<x_1<x_2<3<x_3<4$.

C. $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành

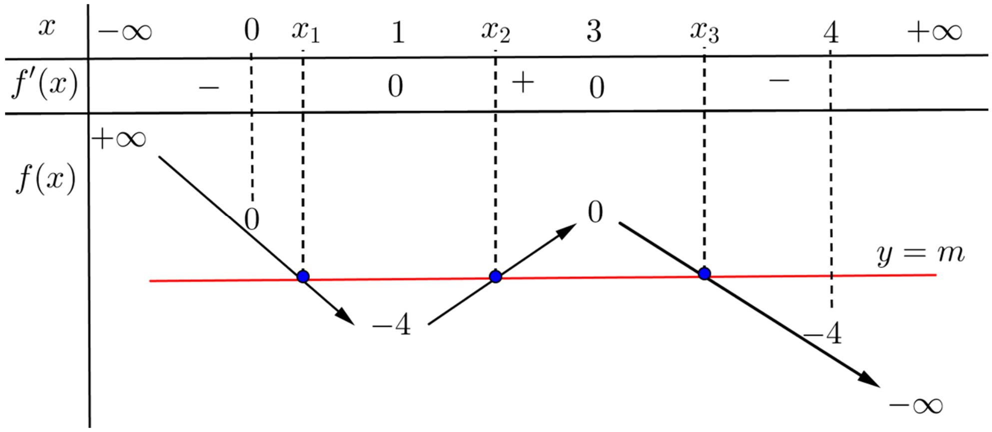
$x^3-6x^2+9x+m=0 \Leftrightarrow m=-x^3+6x^2-9x$ (1). Xét hàm số $f(x)=-x^3+6x^2-9x$ với $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+12x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow -x^3+6x^2-9x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$

và $f\left(x\right)=-4 \Leftrightarrow -x^3+6x^2-9x=-4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$

BBT của hàm số $f\left(x\right)$



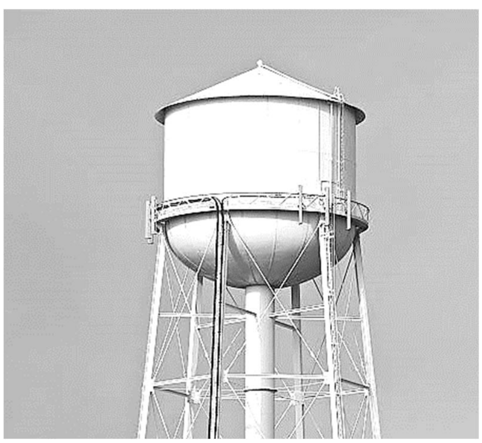
Đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thoả mãn $x_1<x_2<x_3$

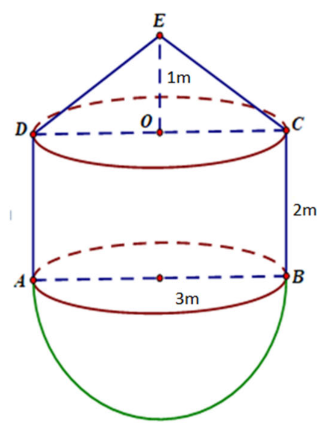
$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm $x_1<x_2<x_3$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tại 3 điểm có hoành độ $x_1<x_2<x_3$

Dựa vào BBT ta suy ra $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

Câu 39: Cho có tháp nước như hình dưới đây, tháp được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng 3m, chiều cao hình trụ là 2m, chiều cao của hình nón là 1m.





Thể tích của toàn bộ không gian bên trong tháp nước gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $V=\dfrac{15\pi}{2}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{48}$. **C.** $V=7\pi\left(m^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{33\pi}{4}\left(m^3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V_{nón}=\dfrac{1}{3}OE.\pi.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3\pi}{4}$, $V_{trụ}=AD.\pi.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=2.\dfrac{9\pi}{4}=\dfrac{9\pi}{2}$.

Thể tích phần còn lại $V_3=\dfrac{V_{cau}}{2}=\dfrac{\dfrac{4}{3}.\pi.\dfrac{27}{8}}{2}=\dfrac{9\pi}{4}$.

Vậy thể tích của toàn bộ không gian bên trong tháp nước bằng: $\frac{3\pi}{4}+\frac{9\pi}{2}+\frac{9\pi}{4}=\frac{30\pi}{4}=\frac{15\pi}{2}$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\frac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\cos x, \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$.

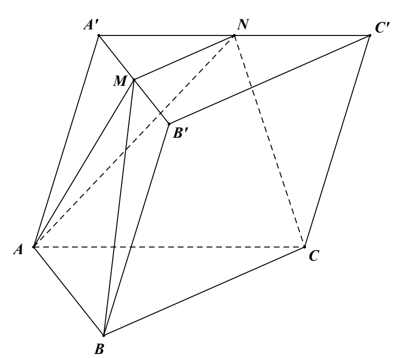
Ta thấy hàm số $t=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên để hàm số $y=\frac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y=\frac{t+1}{10t+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $f'(t)=\frac{m-10}{(10t+m)^2}<0, \forall t\in(0;1)\Leftrightarrow m<10$.

Lại có $10t+m\neq 0\Leftrightarrow \frac{-m}{10}\neq t\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{-m}{10}\le 0\\ \frac{-m}{10}\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -10\end{array}\right.$

Khi đó ta có: $\begin{cases} m<10\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -10\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<10\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{1;...;9\}$.

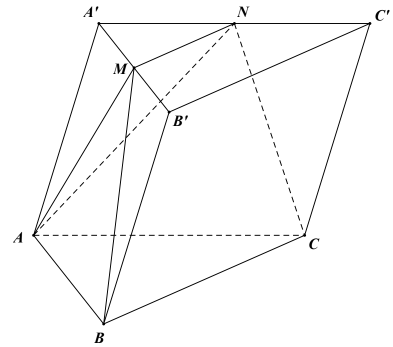
Câu 41: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$, (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ là



A. $V=7a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi V là thể tích khối lăng trụ.

Vì $BMCN$ là hình thang có hai đáy BC, MN và $BC = 2MN$ nên ta có

$$S_{\Delta BMN} = \frac{1}{2} d\left(B; MN\right).MN = \frac{1}{2} d\left(N; BC\right).\frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} S_{\Delta BCN}$$

Suy ra $V_{A.BCNM} = V_{A.BMN} + V_{A.BCN} = \frac{3}{2} V_{A.BCN} = \frac{3}{2} V_{N.ABC} = \frac{3}{2}.\frac{1}{3} V = \frac{1}{2} V$.

Ta có đáy là tam giác ABC vuông tại A nên: $S_{\Delta ABC} = 6a^2$.

Vì $B'C' // \left(ABC\right) \Rightarrow d\left(AB; B'C'\right) = d\left(B'C'\left(ABC\right)\right) = d\left(B'; \left(ABC\right)\right) = 2a = h$

Với h là chiều cao của khối lăng trụ.

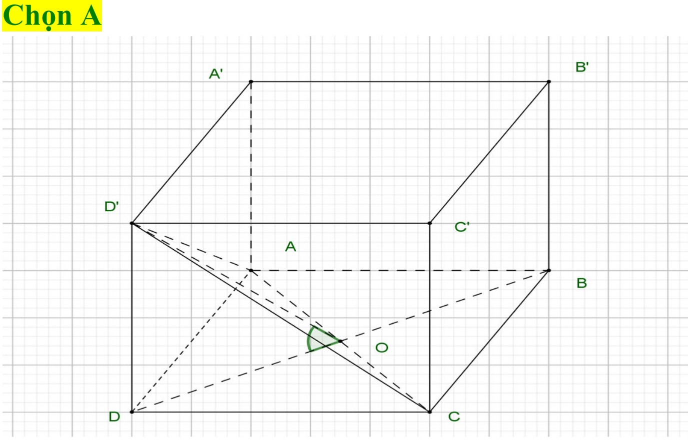
Suy ra $V = h.S_{\Delta ABC} = 2a.6a^2 = 12a^3 \Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{1}{2} V = 6a^3$

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa $\left(ACD'\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trung điểm của AC. Tam giác $D'AC$ cân tại $D' \Rightarrow DO \perp AC$. Do đó góc giữa $\left(ACD'\right)$ và $\left(ABCD\right)$ là $\widehat{D'OD} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{DD'}{DO} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$.

Câu 43: Cho đồ thị $\left(C\right): y = \frac{x+2}{x-1}$. Gọi A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc $\left(C\right)$ sao cho trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $\Delta: y = -3x + 10$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng

A. $OH = 5$. **B.** $OH = 2\sqrt{5}$. **C.** $OH = \sqrt{10}$. **D.** $OH = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Do $H \in \Delta \Rightarrow H(x;-3x+10)$.

Mà A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc (C) nên trực tâm H của tam giác ABC cũng thuộc (C) dó đó

$$-3x+10=\frac{x+2}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (-3x+10)(x-1)=x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2-4x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Vậy $H(2;4) \Rightarrow \overrightarrow{OH}=(2;4) \Rightarrow OH=2\sqrt{5}.$

Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 4000$ và $5\left(25^y+2y\right)=x+\log_5(x+1)^5-4$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5\left(25^y+2y\right)=x+\log_5(x+1)^5-4 \Leftrightarrow 5\log_5(x+1)+x+1=5^{2y+1}+5(2y+1)$. (1)

Đặt $\log_5(x+1)=t \Rightarrow x+1=5^t$.

Phương trình (1) trở thành: $5t+5^t=5(2y+1)+5^{2y+1}$ (2)

Xét hàm số $f(u)=5u+5^u$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(u)=5+5^u\ln 5>0, \forall u \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(2) \Leftrightarrow f(t)=f(2y+1) \Leftrightarrow t=2y+1$

$\Rightarrow \log_5(x+1)=2y+1 \Leftrightarrow x+1=5^{2y+1} \Leftrightarrow x=5.25^y-1$

Vì $0 \leq x \leq 4000 \Rightarrow 0 \leq 5.25^y-1 \leq 4000 \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq 25^y \leq \frac{4001}{5} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq y \leq \log_{25}\frac{4001}{5} \approx 2.08$

Do $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{0,1,2\}$, có 3 giá trị của y nên cũng có 3 giá trị của x

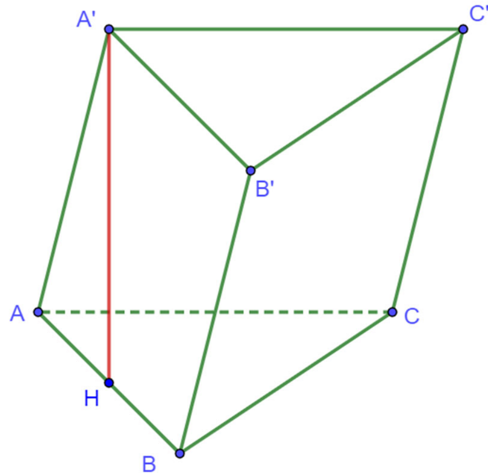
Vậy có 3 cặp số nguyên $(x;y)$.

Câu 45: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA'=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3\sqrt{3}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ **C.** $V=2a^2\sqrt{2}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

Chọn D

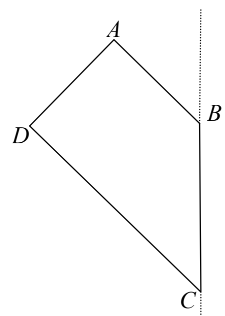


Do tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ nên $AB = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác $AA'H$ ta có: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'H = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$

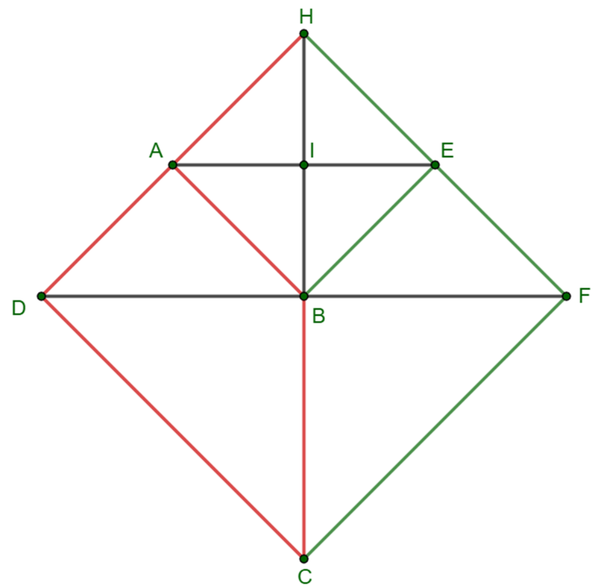
Câu 46: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD = 2AB = 2AD = 6$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang $ABCD$ khi quanh xung quanh đường thẳng BC.



A. $V = \dfrac{135\pi\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = 36\pi\sqrt{2}$. **C.** $V = \dfrac{63\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{45\pi\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối tròn xoay sinh ra sau khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh cạnh BC được tính như sau: $V = 2.\left(V_1 - V_2\right)$ với V_1 là thể tích khối nón có đỉnh là C có đáy là hình tròn tâm B, V_2 là khối nón đỉnh H có đáy là hình tròn tâm tâm I.

Tam giác BCD vuông cân tại B nên $BC = BD = AB\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Nên $V_1 = \frac{1}{3}\pi BC^2.BD = \frac{1}{3}\pi.\left(3\sqrt{2}\right)^2.3\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\pi$

Dễ dàng chứng minh được $BAHE$ là hình vuông nên $AE = HB = AB\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow HI = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Nên $V_2 = \frac{1}{3}\pi.IA^2.IH = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4}\pi$

Vậy $V = 2\left(V_1 - V_2\right) = \frac{63\sqrt{2}}{2}\pi$

Câu 47: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|3x^4 - mx^3 + 6x^2 + m - 3\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 7

Lời giải

Chọn B

Đặt $f\left(x\right) = 3x^4 - mx^3 + 6x^2 + m - 3$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x^4 - mx^3 + 6x^2 + m - 3\right) = +\infty > 0$.

Nên $y = \left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f\left(x\right) \geq 0 \\ f'\left(x\right) \geq 0 \end{cases}, \forall x \in \left(0;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(0\right) \geq 0 \\ f'\left(x\right) \geq 0 \end{cases}, \forall x \in \left(0;+\infty\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3\ge 0 \\ 12x^3-3mx^2+12x\ge 0 \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le 4x+\dfrac{4}{x} \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le \min\limits_{x\in(0;+\infty)}\left(4x+\dfrac{4}{x}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le 8 \end{cases} \Leftrightarrow 3\le m\le 8.$$

Vậy $3\le m\le 8$.

Câu 48: Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 47 **B.** 49 **C.** Vô số **D.** 48

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ m\le 7^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \log_7 m \\ x>0 \end{cases}$.

Phương trình tương đương $\left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0 \\ 7^x-m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2^{\frac{-5}{4}} \\ x=\log_7 m \end{array}\right.$.

Để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt:

TH1: $\log_7 m\le 0 \Leftrightarrow 0<m\le 1 \Rightarrow m=1$.

TH2: $2^{\frac{-5}{4}}\le \log_7 m<2 \Leftrightarrow 7^{2^{\frac{-5}{4}}}\le m<49 \Rightarrow m\in\{3;4;...;48\}$.

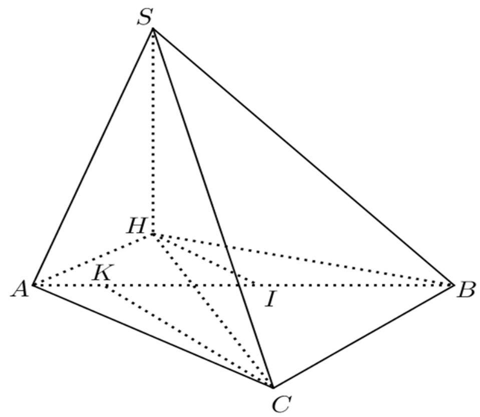
Vậy có tất cả 47 giá trị m thỏa mãn.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=4a, BC=3\sqrt{2}a$, $\widehat{ABC}=45^\circ; \widehat{SAC}=\widehat{SBC}=90^\circ$; Sin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{183}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{183}}{3}$. **C.** $\dfrac{5a\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Do $SA \perp AC, SB \perp BC$ nên S, A, B, C nằm trên mặt cầu đường kính SC,

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\sin 45^0 = 10a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{10}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC).

Ta có $CA \perp SA$ và $CA \perp SH$ nên $CA \perp HA$.

Tương tự: $CB \perp HB$.

Khi đó $ABCH$ nội tiếp đường tròn đường kính HC nên $HC = \dfrac{AC}{\sin 45^0} = 2\sqrt{5}a$.

Ta có: $HB = \sqrt{HC^2 - BC^2} = a\sqrt{2}$

Gọi K, I là hình chiếu vuông góc của C và của H lên AB. Khi đó ΔCKB và ΔHIB vuông cân nên $CK = \dfrac{3\sqrt{2}a}{\sqrt{2}} = 3a$ và $HI = \dfrac{HB}{\sqrt{2}} = a$.

Do đó $\dfrac{d(H,(SAB))}{d(C,(SAB))} = \dfrac{HI}{CK} = \dfrac{1}{3}$

Ta có $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \dfrac{d(C,(SAB))}{CB} = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow d(C,(SAB)) = CB.\dfrac{\sqrt{2}}{4} = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow d(H,(SAB)) = \dfrac{a}{2}$.

Khi đó $\dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{d^2(H,(SAB))} - \dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{4}{a^2} - \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{3}{a^2} \Rightarrow SH^2 = \dfrac{a^2}{3}$.

Vậy $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{3} + 20a^2} = \dfrac{a\sqrt{183}}{3}$, suy ra bán kính mặt cầu $R = \dfrac{a\sqrt{183}}{6}$.

Câu 50: Một hộp có 6 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. $\dfrac{190}{1001}$. **B.** $\dfrac{310}{1001}$. **C.** $\dfrac{6}{143}$. **D.** $\dfrac{12}{143}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^6$

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng"

* Số cách lấy được 2 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^2.C_4^2.C_5^1$

* Số cách lấy được 1 bi xanh, 3 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^1.C_4^3.C_5^1$

Khi đó $n(A) = C_6^2.C_4^2.C_5^1 + C_6^1.C_4^3.C_5^1 = 570$.

Vậy $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{570}{C_{15}^{5}}=\frac{190}{1001}$.