KỲ THI THỬ TUYỂN SINH QUỐC GIA NĂM 2016

Môn: Toán (ĐỀ VIP 1)

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề thi được soạn theo cấu trúc mới nhất 2016!(Kèm đáp án)

Câu I ***(2 điểm)*** Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 \quad (C_m)$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Cho điểm I(1;3). Tìm m để đường thẳng d: y = x + 4 cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt A(0;4), B,C sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 4.

Câu II ***(1 điểm)***

Giải phương trình: 4sinx + cosx = 2 + sin2x

Câu III ***(1 điểm)*** Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{2x}dx$

Câu IV ***(1 điểm)***) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$,SC = $\frac{a\sqrt{26}}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm H của AB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

Câu V ***(1 điểm))*** **).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x+2y-z+5=0$ và mặt cầu (S):$(x+4)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=15$. Viết phương trình mặt phẳng(Q) đi qua A(1;0;-4), vuông góc với (P) đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 4π.

Câu VI ***(1 điểm)*** a) Tính mô đun của số phức sau: $z = (2-i)^2 - (1+2i)$.

b) Một tổ 11 người gồm 5 nam và 6 nữ,chọn ngẫu nhiên 5 người tham gia lao động. Tính xác suất để 5 người được chọn ra có đúng 3 nữ.

Câu VII ***(1 điểm)*** Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình BC: $x-2y+3=0$,trọng tâm G(4;1) và diện tích bằng 15. Điểm E(3;–2) là điểm thuộc đường cao của tam giác ABC hạ từ đỉnh A. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.

Câu VIII ***(1 điểm)*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+2x+5y+3=x^2-2y^2 \\ x\sqrt{2y+2}-y\sqrt{x-1}=\sqrt{x-1}+2x-2y-2 \end{cases}$

Câu IX ***(1 điểm)*** Cho x,y,z là 3 số thực dương .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{3}{2x+y+2\sqrt{2yz}} - \frac{8}{3+\sqrt{2(x+z)^2+2y^2}} - \frac{1}{x+y+z}.$$

CHÚC CÁC EM THÀNH CÔNG !

Hướng dẫn

Câu I:

a)Khi m= 0 ta có : $y = x^3 + 3x + 4$

*Tập xác định : D = R

*Sự biến thiên :

- Chiều biến thiên : $y' = 3x^2 + 3$; $y' > 0$, $\forall x \in R$

………………………………………………………………………………………

-Hàm số đồng biến trên R và hàm số không có cực trị.

- Giới hạn : $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$

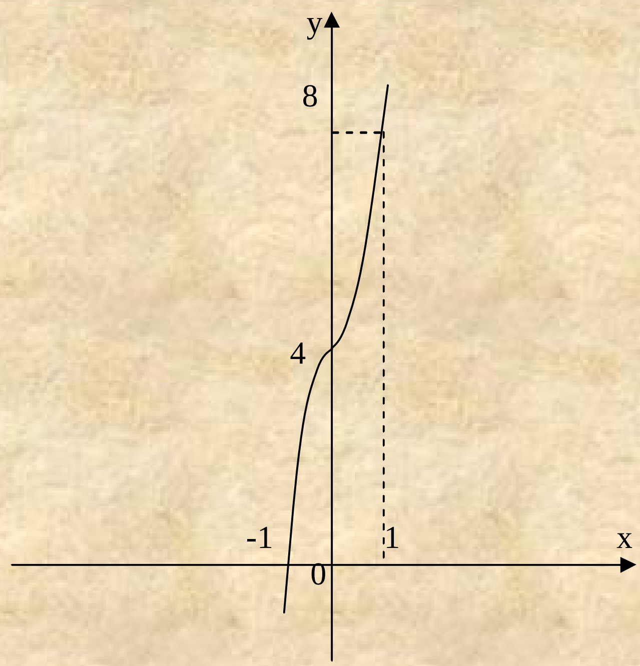
………………………………………………………………………………………..

- Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		$+\infty$
y’		+	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$

………………………………………………………………………………………

-Đồ thị :



b)Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d :$x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4$(1)

$\Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + m + 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

………………………………………………………………………………………

(1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right. \quad (*) \\ m \neq -2 \end{cases}$$

………………………………………………………………………………………

Khi đó x_B, x_c là các nghiệm của (2) $\Rightarrow$ $x_B + x_C = -2m$, $x_B.x_C = m + 2$

$S_{\Delta IBC} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(I;d).BC = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x_B - x_C)^2} = 4 \Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B.x_C - 16 = 0$

………………………………………………………………………………………

$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = 3 \end{array}\right.$ .Kết hợp ĐK (*) $\Rightarrow m = 3$.

Vậy với m = 3 thỏa yêu cầu của bài toán.

***Câu II*:**

a) $4\sin x + \cos x = 2 + \sin 2x$ (1)

$\Leftrightarrow 4\sin x + \cos x = 2 + 2\sin x.\cos x \Leftrightarrow 2\sin x(2 - \cos x) - (2 - \cos x) = 0$

$\Leftrightarrow (2 - \cos x)(2\sin x - 1) = 0$

……………………………………………………………………………………………………

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2 - Cosx = 0 & (VN) \\ Sinx = \frac{1}{2} & \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in z)$$

Câu III:

$I = \int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{2x}dx$. Đặt $t = \sqrt{3 + \ln x} \Rightarrow t^2 = 3 + \ln x$

$\Rightarrow 2tdt = \frac{dx}{x} \Rightarrow tdt = \frac{dx}{2x}$

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{3}$, $x = e \Rightarrow t = 2$

$$I = \int_{\sqrt{3}}^{2} t^2 dt = \left.\frac{t^3}{3}\right|_{\sqrt{3}}^{2} = \frac{8 - 3\sqrt{3}}{3}$$

Câu IV

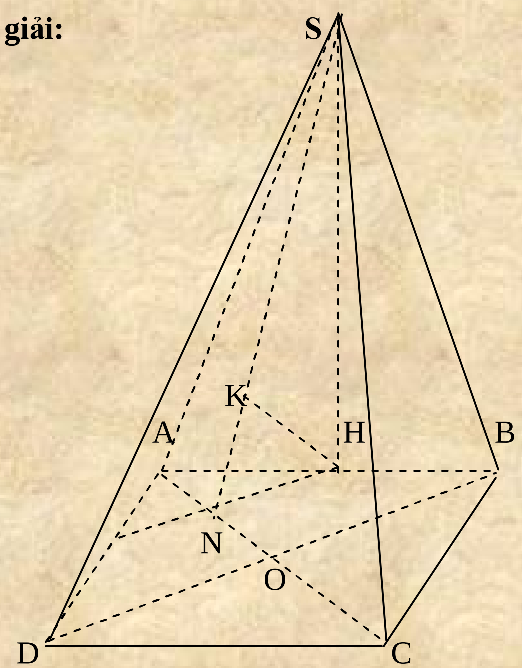
a) Tam giác BHC vuông tại B,suy ra HC = $\sqrt{BH^2 + BC^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

Tam giác SHC vuông tại H,suy ra SH = $\sqrt{SC^2 - HC^2}$ = 2a

....

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.\,S_{ABCD} = 2\dfrac{2a^3}{3}$

Vẽ hình sai không chấm bài giải:



b)Gọi O là giao điểm AC $\cap$ BD

Qua H dựng đt Δ // BD, Δ cắt AC tại N Suy ra HN = $\dfrac{1}{2}$ OB = $\dfrac{a}{2}$

và $\begin{cases} AC \perp HN \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHN)$

Trong ΔSHN dựng HK $\perp SN$,suy ra HK $\perp$ (SAC)

....

$\Rightarrow$ d(B,(SAC)) = 2HK=2.$\dfrac{HN^2.HS^2}{HN^2 + HS^2} = \dfrac{4a}{\sqrt{17}}$

Câu V

Mặt cầu (S) có tâm I(-4;1;1) và bán kính $R = \sqrt{15}$, $\vec{n}_P(1;2;-1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P).

Gọi phương trình mặt phẳng (Q) qua A có dạng: *A(x-1)+By+C(z+4)=0* với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ và $\vec{n}_Q(A;B;C)$ là vtpt của (Q).

$(Q) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{n}_Q.\vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow A + 2B - C = 0 \Leftrightarrow C = A + 2B \ (1)$

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến, ta có r = 2 Suy ra $d\left(I;(Q)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{15-4}=\sqrt{11}$ (2)

Mặt khác $d\left(I;(Q)\right)=\dfrac{|-5A+B+5C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta có $\dfrac{|11B|}{\sqrt{2A^2+5B^2+4AB}}=\sqrt{11}\Leftrightarrow A^2-3B^2+2AB=0$

A=0 không thỏa mãn, Chọn A=1 $\Rightarrow$ B=1 hoặc B=$-\dfrac{1}{3}$.

*Với A=1; B=1; C=3. Mặt phẳng (Q) có phương trình *(x-1)+y+3(z+4)=0* $\Leftrightarrow$ x+y+3z+11=0.

*Với A=1; B=$-\dfrac{1}{3}$; C=$\dfrac{1}{3}$. Mặt phẳng(Q) có phương trình $(x-1)-\dfrac{1}{3}y+\dfrac{1}{3}(z+4)=0\Leftrightarrow$ 3x-y+z+1=0.

Vây phương trình mặt phẳng cần tìm là x+y+3z+11=0 và 3x-y+z+1=0.

Câu VI

a)Không gian mẫu: $|\Omega|$ = C_{11}^5 = 462

Gọi A là biến cố 5 người được chọn ra có đúng 3 nữ, suy ra $|\Omega_A|$ = $C_6^3.C_5^2$ = 200.

Vậy xác suất P(A) = $\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{100}{231}$

....

b) z = $(2-i)^2-(1+2i) = 4-4i+i^2-1-2i = 2-6i$

Suy ra $|z|$ = $\sqrt{4+36}$ = $2\sqrt{10}$

Câu VII

Phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A: $2x+y-4=0$

Gọi $\mathrm{A}\left(a;4-2a\right)$

Trung điểmcủa đoạn BC: $\mathrm{M}\left(2m-3;m\right)$

Ta có: $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\left(4-a;2a-3\right),\overrightarrow{\mathrm{GM}}=\left(2m-7;m-1\right)$

Mà: $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=2\overrightarrow{\mathrm{GM}}\Leftrightarrow\begin{cases}a+4m=18\\2a-2m=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\m=\dfrac{7}{2}\end{cases}$

Vậy: $\mathrm{A}\left(4;-4\right),\mathrm{M}\left(4;\dfrac{7}{2}\right)$

Gọi $\mathrm{B}\left(2b-3;b\right)\Rightarrow\mathrm{C}\left(11-2b;7-b\right)\Rightarrow\mathrm{BC}=\sqrt{\left(14-4b\right)^2+\left(7-2b\right)^2}$

$\mathrm{d}\left(\mathrm{A},\mathrm{BC}\right)=3\sqrt{5}$

nên: $\mathrm{S}_{\Delta\,\mathrm{ABC}}=\dfrac{1}{2}.3\sqrt{5}.\sqrt{\left(14-4b\right)^2+\left(7-2b\right)^2}=15\Leftrightarrow 20b^2-140b-4225=0$

Với $b=\dfrac{9}{2}$, ta có: $\mathrm{B}\left(6;\dfrac{9}{2}\right),\mathrm{C}\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$

Với $b=\dfrac{5}{2}$, ta có: $B\left(2;\dfrac{5}{2}\right), C\left(6;\dfrac{9}{2}\right)$

Câu VIII

ĐK : $\begin{cases} y\ge -1 \\ x\ge 1\end{cases}$

Phương trình đầu của hệ tương đương:

$(x+y+1)(2y-x+3)=0 \Leftrightarrow 2y-x+3=0 \;(\text{do ĐK})$

Thay vào phương trình thứ hai, ta được:

$(2y+3)\sqrt{2y+2}-y\sqrt{2y+2}=\sqrt{2y+2}+2y+4 \Leftrightarrow (y+2)\left(\sqrt{2y+2}-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2y+2}-2=0 \Leftrightarrow y=1 \quad (\text{TMĐK})$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x=5 \\ y=1\end{cases}$

Câu IX

Áp dụng BĐT Cau-Chy : $2\sqrt{y.2z} \le y + 2z \Rightarrow \dfrac{3}{2x+y+2\sqrt{2yz}} \ge \dfrac{3}{2(x+y+z)}$

....

Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki : $[1.(x+z)+1.y]^2 \le (1^2+1^2)\left[(x+z)^2+y^2\right]$

$$\Rightarrow \sqrt{2(x+z)^2+2y^2} \ge (x+z)+y$$

$$\Rightarrow \frac{-8}{3+\sqrt{2(x+z)^2+2y^2}} \ge \frac{-8}{3+x+y+z}$$

Suy ra $P \ge \dfrac{3}{2(x+y+z)} - \dfrac{8}{3+z+y+z} - \dfrac{1}{x+y+z} = \dfrac{1}{2(x+y+z)} - \dfrac{8}{3+x+y+z}$

....

Đăt t = x + y + z, t > 0. Xét hàm số $f(t) = \dfrac{1}{2t} - \dfrac{8}{3+t}$, với t > 0.

$$f'(t) = -\frac{1}{2t^2} + \frac{8}{(t+3)^2} = \frac{-(t+3)^2+16t^2}{2t^2(t+3)^2} = \frac{15t^2-6t-9}{2t^2(t+3)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 15t^2-6t-9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=1 & (nhân) \\ t=-\dfrac{3}{5} & (loai)\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên :

x	0		1		$+\infty$
f '(x)		-	0	+	
f(x)		↘		↗	

$$\frac{-3}{2}$$

……………………………………………………………………………………………

Từ BBT suy ra f(t) $\geq$ f(1) = -$\frac{3}{2}$ với mọi t >0

P_{min} = - $\frac{3}{2}$ khi $\begin{cases} x+y+z=1 \\ y=2z \\ y=x+z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ z=\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$