

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề đã được tổ biên tập **TOÁN HỌC BẮC-TRUNG-NAM** sắp xếp lại theo mức độ dễ đến khó.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C) .

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\max_{[2;4]} y = 7$. B. $\max_{[2;4]} y = 6$. C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}$. D. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 4: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x-1}{x+2}$. B. $y = x^3 + 4x^2 + 3x - 1$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$.

Câu 5: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3e^{-x} + 2017e^{\cos x}$.

- A. $y' = -3e^{-x} + 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$. B. $y' = -3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.
C. $y' = 3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$. D. $y' = 3e^{-x} + 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| y' | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| y | $+\infty$ | | | | 5 | | | | $+\infty$ |

Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt

- A. $m < -1$ hoặc $m > -\frac{1}{3}$. B. $-1 < m < -\frac{1}{3}$.
C. $m = -\frac{1}{3}$. D. $m \leq -1$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

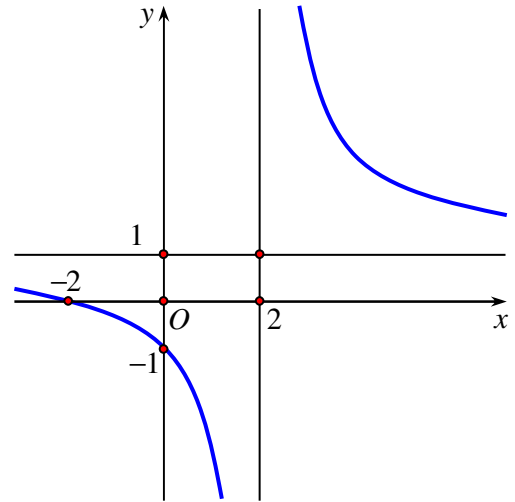
- A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $[-3; 1]$. C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $(-3; 1)$.

- Câu 8:** Khối lập phương là khối đa diện đều loại:
A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.
- Câu 9:** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+3}$ có đồ thị là (C) . Gọi M là giao điểm của (C) với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) bằng
A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 2.
- Câu 10:** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
- Câu 11:** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 ?
A. $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. **B.** $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. **C.** $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. **D.** $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.
- Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.
A. $A'(-3;3;1)$. **B.** $A'(-3;-3;3)$. **C.** $A'(-3;-3;-3)$. **D.** $A'(-3;3;3)$.
- Câu 13:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. d vuông góc với (P) . **B.** d nằm trong (P) .
C. d cắt và không vuông góc với (P) . **D.** d song song với (P) .
- Câu 14:** Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và đạo hàm $f'(x) = 2(x-1)^2(2x+6)$. Khi đó hàm số $f(x)$.
A. Đạt cực đại tại điểm $x = 1$. **B.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = -3$.
C. Đạt cực đại tại điểm $x = -3$. **D.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- Câu 15:** Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, 0 < x \neq 1$ và các đẳng thức sau:
(I): $\log_{a^b} x^b = \log_a x$.
(II): $\log_a \frac{ab}{x} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$.
(III): $\log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = 1$.
Tìm đẳng thức đúng.
A. (I); (II). **B.** (I); (II); (III). **C.** (I); (III). **D.** (II); (III).
- Câu 16:** Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$, với $OO' = R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k = \frac{S_1}{S_2}$.
A. $k = \frac{1}{3}$. **B.** $k = \sqrt{2}$. **C.** $k = \sqrt{3}$. **D.** $k = \frac{1}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

- A. $A'(4;-1;2)$. B. $A'(-4;-1;2)$.
 C. $A'(4;-1;-2)$. D. $A'(4;1;2)$.

Câu 18: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên:



- A. $a=2; b=-2; c=-1$.
 B. $a=1; b=1; c=-1$.
 C. $a=1; b=2; c=1$.
 D. $a=1; b=-2; c=1$.

Câu 19: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0, (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm phức là $z_0 = 1 + 2i$. Tìm a, b

- A. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$.

Câu 20: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

- A. Nếu $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
 B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ (với C là hằng số).
 C. Nếu các hàm số $u(x), v(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} thì $\int u(x)v'(x) dx + \int v(x)u'(x) dx = u(x)v(x)$.
 D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x$.

Câu 21: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 2x$, biết rằng $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$

- A. $F(x) = \sin x + 2\pi$. B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{3\pi}{2}$.
 C. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 2\pi$. D. $F(x) = 2x + 2\pi$.

Câu 22: Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 3 - 2i, z_3 = -3 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. B và C đối xứng nhau qua trục tung.
 B. Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(1; \frac{2}{3}\right)$.
 C. A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
 D. A, B, C nằm trên đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{13}$.

Câu 23: Cho số phức $z = (m-1) + (m-2)i$ ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị nào của m để $|z| \leq \sqrt{5}$.

- A. $-3 \leq m \leq 0$. B. $0 \leq m \leq 3$. C. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -6 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 24: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$.

- A. $S = \frac{12}{37}$. B. $S = \frac{37}{12}$. C. $S = \frac{9}{4}$. D. $S = \frac{19}{6}$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_{2017}(x^2 - 5x + m)$ xác định trên \mathbb{R} .

- A. $m > \frac{25}{4}$. B. $m \geq \frac{25}{4}$. C. $m > \frac{4}{25}$. D. $m \geq \frac{4}{25}$.

Câu 26: Cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là

- A. $\frac{2\sqrt{74}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{73}}{3}$. D. $2\sqrt{30}$.

Câu 27: Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng

- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 28: Tìm nghiệm của phương trình $3 - \log_2(5^x + 2) = 2 \log_{(5^x+2)} 2$.

- A. $x = \log_2 5$. B. $x = 2$. C. $x = \log_5 2$. D. $x = 1; x = 2$.

Câu 29: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ và trục hoành. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay (H) xung quanh trục hoành

- A. $\pi \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$. B. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. C. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$. D. $\pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$.

Câu 30: Cho phương trình $\log_4 x \cdot \log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{x^3}{2} \right) = 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x$, ta được phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 + 14t - 4 = 0$. B. $t^2 + 11t - 3 = 0$.
C. $t^2 + 14t - 2 = 0$. D. $t^2 + 11t - 2 = 0$.

Câu 31: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 32: Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ thỏa mãn các điều kiện $\log_a \frac{1}{2016} < \log_a \frac{1}{2017}$ và $b^{\frac{1}{2016}} > b^{\frac{1}{2017}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $0 < \log_b a < 1$. B. $\log_a b < 0$. C. $\log_b a > 1$. D. $0 < \log_a b < 1$.

Câu 33: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 34: Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 9$.

B. $S = 11$.

C. $S = -3$.

D. $S = 5$.

Câu 35: Bất phương trình $\ln(2x+3) \geq \ln(2017-4x)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 169.

B. 168.

C. 170.

D. Vô số.

Câu 36: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 f(x) dx = -2$, $\int_1^3 f(2x) dx = 10$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$

A. $I = 8$.

B. $I = 6$.

C. $I = 4$.

D. $I = 2$.

Câu 37: Với m là tham số thực dương khác 1. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$. Biết $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

A. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$.

B. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right]$.

C. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$.

D. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 38: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 39: Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V = 6V_1$.

B. $V = 4V_1$.

C. $V = 3V_1$.

D. $V = 2V_1$.

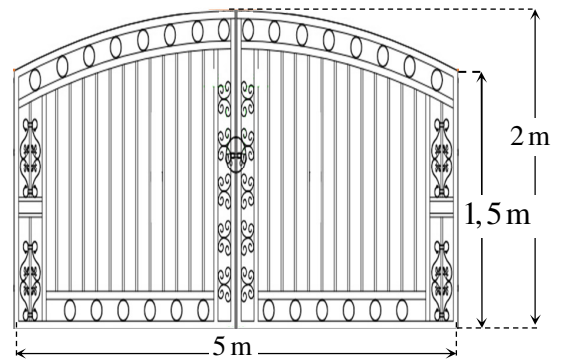
Câu 40: Ông Khang muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông Khang phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. 6.520.000 đồng.

B. 6.320.000 đồng.

C. 6.417.000 đồng.

D. 6.620.000 đồng.



Câu 41: Cho số phức $z = (1+i)^n$, biết $n \in \mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n-3) + \log_4(n+9) = 3$. Tìm phần thực của số phức z .

A. $a = 7$.

B. $a = 0$.

C. $a = 8$.

D. $a = -8$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+2| + |z-2| = 8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm M biểu diễn cho số phức z là?

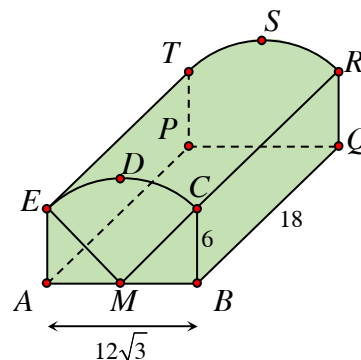
A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

B. $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $(C): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$.

D. $(C): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Câu 43: Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn có tâm là trung điểm M của đoạn thẳng AB . Biết $AB = 12\sqrt{3}$ cm, $BC = 6$ cm và $BQ = 18$ cm. Hãy tính thể tích của hộp nữ trang.



A. $216(3\sqrt{3} + 4\pi)$ cm³. B. $216(4\pi - 3\sqrt{3})$ cm³.

C. $261(3\sqrt{3} + 4\pi)$ cm³. D. $261(4\pi - 3\sqrt{3})$ cm³.

Câu 44: Một hình nón có diện tích đáy bằng 16π dm² và diện tích xung quanh bằng 20π dm². Thể tích khối nón là

A. 16π dm³.

B. $\frac{16}{3}\pi$ dm³.

C. 8π dm³.

D. 32π dm³.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc nhau.

B. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .

C. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

D. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

Câu 46: Biết đồ thị của hàm số $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$. Tính $a + 2b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Câu 47: Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32?

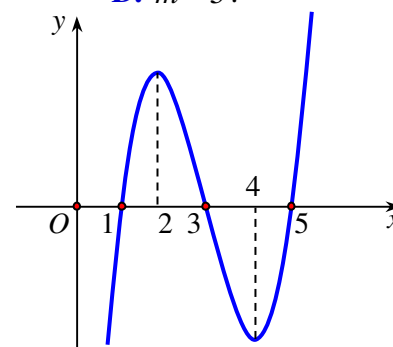
A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

D. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

Câu 49: Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 2z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó là

A. 64.

B. 34.

C. 32.

D. 16.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| C | D | A | D | B | B | C | C | D | A | B | D | C | B | B | C | C | D | D | C | C | B | B | B | A |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| B | A | C | D | A | B | B | B | D | A | B | A | D | A | C | C | A | A | A | C | A | D | B | A | A |

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Giải

Chọn C.

$$d(A; (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C) .

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Giải

Chọn D.

Ta có:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị } (C).$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{3}{2} \text{ nên } y = \frac{3}{2} \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị } (C).$$

Vậy $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C) .

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\max_{[2;4]} y = 7$. B. $\max_{[2;4]} y = 6$. C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}$. D. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Giải

Chọn A.

Ta có
$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (2; 4) \\ x = 3 \in (2; 4) \end{cases}.$$

Tính các giá trị: $y(2) = 7, y(3) = 6, y(4) = \frac{19}{3}$.

Vậy $\max_{[2;4]} y = f(2) = 7$.

Câu 4: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 + 4x^2 + 3x - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$.

Giải

Chọn D.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$ có $y' = x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 5: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3e^{-x} + 2017e^{\cos x}$.

A. $y' = -3e^{-x} + 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

B. $y' = -3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

C. $y' = 3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

D. $y' = 3e^{-x} + 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

Giải

Chọn B.

Ta có $y' = -3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|--|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| y' | | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $+\infty$ | | | | | 5 | | | $+\infty$ |

Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $m < -1$ hoặc $m > -\frac{1}{3}$.

B. $-1 < m < -\frac{1}{3}$.

C. $m = -\frac{1}{3}$.

D. $m \leq -1$.

Giải

Chọn B.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2 - 3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2 - 3m$.

Để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $3 < 2 - 3m < 5 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

B. $[-3; 1]$.

C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

D. $(-3; 1)$.

Giải

Chọn C.

Điều kiện $x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 8: Khối lập phương là khối đa diện đều loại:

A. $\{5; 3\}$.

B. $\{3; 4\}$.

C. $\{4; 3\}$.

D. $\{3; 5\}$.

Giải

Chọn C.

Khối lập phương là khối đa diện đều loại {4;3}.

- Câu 9:** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+3}$ có đồ thị là (C). Gọi M là giao điểm của (C) với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) bằng
- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

Giải

Chọn D.

Ta có tiệm cận đứng $x = \frac{-3}{2}$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Tọa độ giao điểm của (C) và trục Ox: Với $y = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{2x+3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Ta có khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng là $d_1 = 2$ và khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang là $d_2 = 1$.

Vậy tích hai khoảng cách là $d_1.d_2 = 2.1 = 2$.

- Câu 10:** Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp S.ABC
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Giải

Chọn A.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.AB.AC.\sin 60^\circ = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

- Câu 11:** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 ?
- A. $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. B. $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Giải

Chọn B.

Ta có $2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}$. Do đó $z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

- Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1), C(4; 2; 0), B'(-2; 1; 1), D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.
- A. $A'(-3; 3; 1)$. B. $A'(-3; -3; 3)$. C. $A'(-3; -3; -3)$. D. $A'(-3; 3; 3)$.

Giải

Chọn D.

$$(II): \log_a \frac{ab}{x} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}.$$

$$(III): \log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = 1.$$

Tìm đẳng thức đúng.

A. (I); (II).

B. (I); (II); (III).

C. (I); (III).

D. (II); (III).

Giải

Chọn B.

Với mệnh đề (I): $\log_a x^b = \frac{1}{b} \cdot b \cdot \log_a x = \log_a x$. Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (II): $\frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a} = \frac{\log_b \frac{a}{x} + 1}{\log_b a} = \frac{\log_b \frac{ab}{x}}{\log_b a} = \log_a \frac{ab}{x}$. Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (III): $\log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = \frac{\log_b b}{\log_b a} \cdot \log_b x \cdot \log_x a = \frac{\log_b x}{\log_b a} \cdot \log_x a = \log_a x \cdot \log_x a = 1$. Đây cũng là mệnh đề đúng.

Câu 16: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$, với $OO' = R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k = \frac{S_1}{S_2}$.

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = \sqrt{2}$.

C. $k = \sqrt{3}$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Giải

Chọn C.

Ta có $S_1 = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$.

$S_2 = \pi R \sqrt{3R^2 + R^2} = 2\pi R^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $A'(4;-1;2)$.

B. $A'(-4;-1;2)$.

C. $A'(4;-1;-2)$.

D. $A'(4;1;2)$.

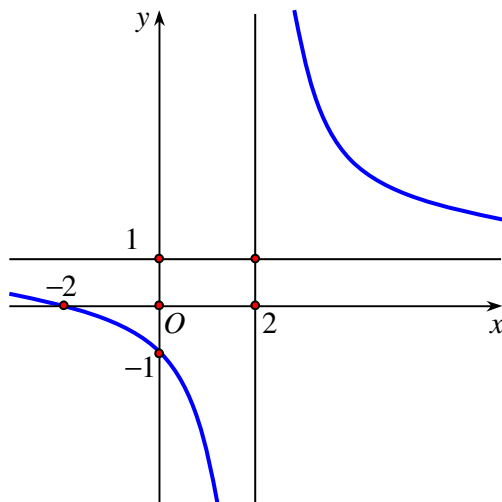
Giải

Chọn C.

Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $H(4;0;-2)$.

\Rightarrow tọa độ điểm đối xứng là $A'(4;-1;-2)$.

Câu 18: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



- A. $a=2; b=-2; c=-1$. B. $a=1; b=1; c=-1$. C. $a=1; b=2; c=1$. D. $a=1; b=-2; c=1$.

Giải

Chọn D.

Để đường tiệm cận đứng là $x=2$ thì $-\frac{b}{c}=2 \Leftrightarrow b=-2c$.

Để đường tiệm cận ngang là $y=1$ thì $\frac{a}{c}=1 \Leftrightarrow a=c$.

Khi đó $y = \frac{cx+2}{cx-2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$ thì $c=1$. Vậy ta có $a=1; b=-2; c=1$.

Câu 19: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z_0 = 1 + 2i$. Tìm a, b

- A. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$.

Giải

Chọn D.

$z_1 = 1 + 2i$ là nghiệm nên $z_2 = 1 - 2i$ cũng là nghiệm của phương trình:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow a + b = 3.$$

Câu 20: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A. Nếu $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
- B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ (với C là hằng số).
- C. Nếu các hàm số $u(x), v(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} thì $\int u(x)v'(x) dx + \int v(x)u'(x) dx = u(x)v(x)$.
- D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x$.

Giải

Chọn C.

Ta có

$$\int u(x)v'(x) dx + \int v(x)u'(x) dx = \int (u(x)v'(x) + v(x)u'(x)) dx = \int (u(x)v(x))' dx = u(x)v(x) + C..$$

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_{2017}(x^2 - 5x + m)$ xác định trên \mathbb{R} .

- A. $m > \frac{25}{4}$. B. $m \geq \frac{25}{4}$. C. $m > \frac{4}{25}$. D. $m \geq \frac{4}{25}$.

Giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 5x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = (-5)^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{25}{4}$.

Câu 26: Cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là

- A. $\frac{2\sqrt{74}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{73}}{3}$. D. $2\sqrt{30}$.

Giải

Chọn B.

Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh B .

$$\text{Ta có } \frac{BA}{BC} = \frac{AD}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AD} = -\frac{1}{2}\overline{CD} \Rightarrow \begin{cases} 2(a-1) = -a-4 \\ 2(b-2) = -b+7 \\ 2(c+1) = -c+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{11}{3} \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow BD = \frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 27: Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng

- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Giải

Chọn A.

Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi và chỉ khi

Hệ phương trình $\begin{cases} 6x + m = x^3 + 3x - 1 \\ 6 = 3x^2 + 3 \end{cases}$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 + m = 1 + 3 - 1 \\ x = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} -6 + m = -1 - 3 - 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = -3 \text{ hoặc } m = 1.$$

Câu 28: Tìm nghiệm của phương trình $3 - \log_2(5^x + 2) = 2 \log_{(5^x+2)} 2$.

- A. $x = \log_2 5$. B. $x = 2$. C. $x = \log_5 2$. D. $x = 1; x = 2$.

Giải

Chọn C.

Đặt $t = \log_2(5^x + 2), t > 1$ ta có PT trở thành: $3 - t = \frac{2}{t} \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases}$.

Vì $t > 1$ nên PT có nghiệm $t = 2 \Leftrightarrow \log_2(5^x + 2) = 2 \Leftrightarrow 5^x + 2 = 4 \Leftrightarrow 5^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_5 2$.

- Câu 29:** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ và trục hoành. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay (H) xung quanh trục hoành
- A. $\pi\left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$. B. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. C. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$. D. $\pi\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$.

Giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\tan x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

- Câu 30:** Cho phương trình $\log_4 x \cdot \log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) = 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2 + 14t - 4 = 0$. B. $t^2 + 11t - 3 = 0$. C. $t^2 + 14t - 2 = 0$. D. $t^2 + 11t - 2 = 0$.

Giải

Chọn A.

$$\text{Với điều kiện } x > 0 \text{ phương trình đã cho } \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x \cdot (\log_2 4 + \log_2 x) + 2 \log_2 \left(\frac{x^3}{2} \right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x \cdot (2 + \log_2 x) + 2(\log_2 x^3 - \log_2 2) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x \cdot (2 + \log_2 x) + 2(3 \log_2 x - 1) = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x, \text{ ta được phương trình: } \frac{1}{2} t \cdot (2 + t) + 2(3t - 1) = 0 \Leftrightarrow t^2 + 14t - 4 = 0.$$

- Câu 31:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$.

Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Giải

Chọn B.

Đặt cạnh hình vuông là $x \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$. Áp dụng định lý Pi-ta-go cho các tam giác vuông SAB và SAC ta có: $SA^2 = SB^2 - AB^2 = SC^2 - AC^2 \Leftrightarrow 2a^2 - x^2 = 3a^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x = a$.

$$\text{Khi đó thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

- Câu 32:** Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ thỏa mãn các điều kiện $\log_a \frac{1}{2016} < \log_a \frac{1}{2017}$ và $b^{\frac{1}{2016}} > b^{\frac{1}{2017}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $0 < \log_b a < 1$. B. $\log_a b < 0$. C. $\log_b a > 1$. D. $0 < \log_a b < 1$.

Giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{1}{2016} > \frac{1}{2017} \\ \log_a \frac{1}{2016} < \log_a \frac{1}{2017} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{1}{2016} > \frac{1}{2017} \\ b^{\frac{1}{2016}} > b^{\frac{1}{2017}} \end{cases} \Rightarrow b > 1.$$

Ta có $0 < a < 1, b > 1 \Rightarrow \log_b a < \log_b 1 = 0 \Rightarrow A$ sai và C sai.

Ta có $0 < a < 1, b > 1 \Rightarrow \log_a b < \log_a 1 = 0 \Rightarrow B$ đúng và D sai.

Câu 33: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Giải

Chọn B.

Đặt $t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a+b = 9^t \end{cases} \Rightarrow 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} (L)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4^t}{6^t} = \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 34: Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in Z$. Tính $S = a + b$

A. $S = 9$. B. $S = 11$. C. $S = -3$. D. $S = 5$.

Giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } |x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } I = \int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx.$$

$$= \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{5}{x} - 2\right) dx + \int_2^5 \left(2 - \frac{3}{x}\right) dx$$

$$= (5 \ln|x| - 2x) \Big|_1^2 + (2x - 3 \ln|x|) \Big|_2^5 = 4 + 8 \ln 2 - 3 \ln 5.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 5.$$

Câu 35: Bất phương trình $\ln(2x+3) \geq \ln(2017-4x)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 169. B. 168. C. 170. D. Vô số.

Giải

Chọn A.

$$BPT \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 > 0 \\ 2017-4x > 0 \\ 2x+3 \geq 2017-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} < x < \frac{2017}{4} \\ x \geq \frac{1007}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{1007}{3} \leq x < \frac{2017}{4}.$$

Mặt khác $z \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 336 \leq x \leq 504 \Rightarrow$ Bất phương trình có 169 nghiệm nguyên dương.

Câu 36: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 f(x) dx = -2, \int_1^3 f(2x) dx = 10$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$

- A. $I = 8$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = 2$.

Giải

Chọn B.

+) Xét $\int_1^3 (2x) dx$.

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow \begin{cases} x=1, t=2 \\ x=3, t=6 \end{cases} \Rightarrow \int_1^3 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_2^6 f(t) dt = 10 \Rightarrow \int_2^6 f(x) dx = 20.$$

+) Xét $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \begin{cases} x=0, t=0 \\ x=2, t=6 \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \left[\int_0^2 f(t) dt + \int_2^6 f(t) dt \right].$$

$$I = \frac{1}{3} \left[\int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx \right] = \frac{1}{3} (-2 + 20) = 6.$$

Câu 37: Với m là tham số thực dương khác 1. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$. Biết $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

- A. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. B. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right]$.
C. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. D. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.

Giải

Chọn A.

$$\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x).$$

Với $x=1$, bpt: $\log_m 6 \leq \log_m 2 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x^2 + x + 3 > 0 \\ 3x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 \geq 3x^2 - x \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 3].$$

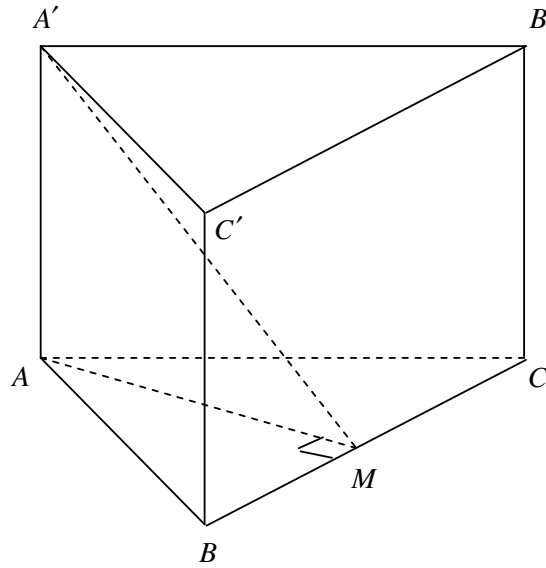
$$\text{Kết hợp với điều kiện } x \in [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right].$$

Câu 38: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Giải

Chọn D.



Gọi M là trung điểm của BC . Vì $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

$$S_{\Delta A'BC} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot 2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3.$$

$$AA' = \sqrt{AM^2 - A'M^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}.$$

Câu 39: Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

- A.** $V = 6V_1$. **B.** $V = 4V_1$. **C.** $V = 3V_1$. **D.** $V = 2V_1$.

Giải

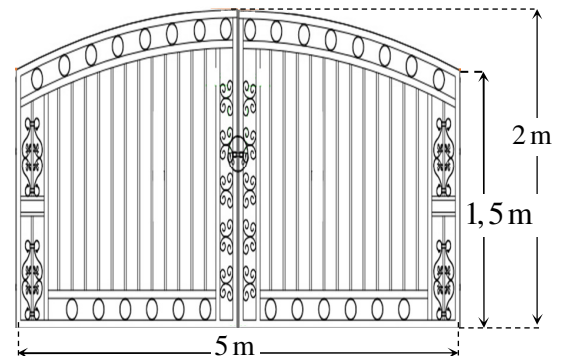
Chọn A.

Ta có $V = S_{ABCD} \cdot AA'$; $V_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot AA'$.

Mà $S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{2 \cdot S_{ABD} \cdot AA'}{\frac{1}{3} S_{ABD} \cdot AA'} = 6$.

Câu 40: Ông Khang muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông Khang phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A.** 6.520.000 đồng. **B.** 6.320.000 đồng.
C. 6.417.000 đồng. **D.** 6.620.000 đồng.



Giải

Chọn C.

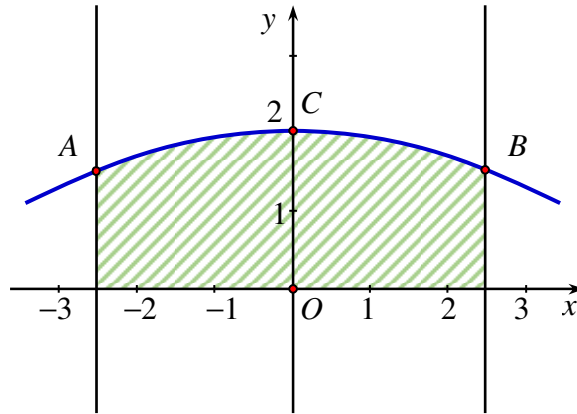
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Trong đó $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$.

Giả sử đường cong phá trên là một Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5; 1,5)$, $B(2,5; 1,5)$, $C(0; 2)$ nên ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} a(-2,5)^2 + b(-2,5) + c = 1,5 \\ a(2,5)^2 + b(2,5) + c = 1,5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}.$$



Khi đó phương trình Parabol là $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$.

Diện tích S của cửa rào sắt là diện tích phần hình phẳng giới bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2,5$, $x = 2,5$.

$$\text{Ta có } S = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2 \right) dx = \left(-\frac{2}{25} \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2,5}^{2,5} = \frac{55}{6}.$$

Vậy ông Khang phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là $S \cdot (700.000) = \frac{55}{6} \cdot 700000 \approx 6.417.000$ (đồng).

Câu 41: Cho số phức $z = (1+i)^n$, biết $n \in \mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n-3) + \log_4(n+9) = 3$. Tìm phần thực của số phức z .

- A.** $a = 7$. **B.** $a = 0$. **C.** $a = 8$. **D.** $a = -8$.

Giải

Chọn C.

$$\text{Đk: } n > 3 \text{ pt} \Leftrightarrow (n-3)(n+9) = 4^3 \Leftrightarrow n^2 + 6n - 91 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -13 \end{cases} \Rightarrow n = 7.$$

$z = (1+i)^7 = 8 - 8i$. Phần thực của z là 8.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+2| + |z-2| = 8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm M biểu diễn cho số phức z là?

- A.** (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. **B.** (E): $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.
C. (C): $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$. **D.** (C): $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Giải

Chọn A.

Gọi $M(x; y)$, $F_1(-2; 0)$, $F_2(2; 0)$.

Ta có $|z+2|+|z-2|=8 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+2)^2}+\sqrt{x^2+(y-2)^2}=8 \Leftrightarrow MF_1+MF_2=8$.

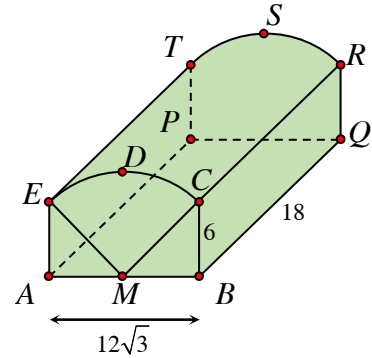
Do đó điểm $M(x; y)$ nằm trên elip (E) có $2a=8 \Leftrightarrow a=4$, ta có $F_1F_2=2c \Leftrightarrow 4=2c \Leftrightarrow c=2$.

Ta có $b^2=a^2-c^2=16-4=12$. Vậy tập hợp các điểm M là elip $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$.

Câu 43: Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn có tâm là trung điểm M của đoạn thẳng AB . Biết $AB=12\sqrt{3}$ cm, $BC=6$ cm và $BQ=18$ cm. Hãy tính thể tích của hộp nữ trang.

A. $216(3\sqrt{3}+4\pi)$ cm³. B. $216(4\pi-3\sqrt{3})$ cm³.

C. $261(3\sqrt{3}+4\pi)$ cm³. D. $261(4\pi-3\sqrt{3})$ cm³.



Giải

Chọn A.

Ta có $V=BQ.S_{ABCDE}$.

Trong đó $S_{ABCDE}=S_{ABCE}+S_{CDE}=S_{ABCE}+(S_{MCDE}-S_{\Delta MCE})$

$$=6.12\sqrt{3}+\left(\frac{\pi.12^2.120}{360}-\frac{1}{2}.6.12\sqrt{3}\right)=12(3\sqrt{3}+4\pi).$$

Thể tích hộp nữ trang là $V=18.12(3\sqrt{3}+4\pi)=216(3\sqrt{3}+4\pi)$ cm³.

Câu 44: Một hình nón có diện tích đáy bằng 16π dm² và diện tích xung quanh bằng 20π dm². Thể tích khối nón là

A. 16π dm³.

B. $\frac{16}{3}\pi$ dm³.

C. 8π dm³.

D. 32π dm³.

Giải

Chọn A.

Gọi r là bán kính mặt đáy.

$$S_{\text{đáy}}=16\pi \Leftrightarrow \pi r^2=16\pi \Leftrightarrow r=4.$$

$$S_{\text{xq}}=20\pi \Leftrightarrow \pi r l=20\pi \Leftrightarrow \pi.4.l=20\pi \Leftrightarrow l=5.$$

Suy ra đường cao h của hình nón: $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Vậy thể tích của khối nón: $V=\frac{1}{3}S_{\text{đáy}}.h=\frac{1}{3}16\pi.3=16\pi$ (dm³).

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x+4}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc nhau. B. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .
 C. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 . D. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

Giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình tham số của } \Delta_2 : \begin{cases} x = -4 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$$

Vectơ chỉ phương của Δ_1 và Δ_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$ và $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$.

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3t' \\ 1 - t = -2 + 2t' \\ -1 + 4t = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 3t' = -1 \\ t + 2t' = 3 \\ 4t + t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}$$

Vậy Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

- Câu 46:** Biết đồ thị của hàm số $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$. Tính $a + 2b$.
 A. 6. B. 7. C. 8. D. 10.

Giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Leftrightarrow a - 2b = 0$ và $\lim_{x \rightarrow 1} y = \pm\infty \Leftrightarrow b = 2, a = 4$. Vậy $a + 2b = 8$.

- Câu 47:** Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32 ?
 A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 5$.

Giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x(x^2 - m + 1), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ (*).

Khi đó tọa độ ba cực trị là:

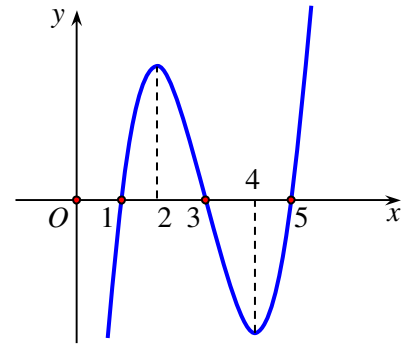
$$\begin{cases} A(0; m^4 - 3m^2 + 2017) \\ B(-\sqrt{m-1}; m^4 - 4m^2 + 2m + 2016) \\ C(\sqrt{m-1}; m^4 - 4m^2 + 2m + 2016) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC = \sqrt{m-1} + (m-1)^2 \\ BC = 2\sqrt{m-1} \end{cases}$$

Suy ra tam giác ABC cân tại A , gọi AH đường cao hạ từ đỉnh A ta có $AH = (m-1)^2$.

$$\text{Suy ra } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = (m-1)^2 \sqrt{m-1} = 32 \Leftrightarrow (m-1)^5 = 1024 \Leftrightarrow m-1 = 4 \Leftrightarrow m = 5.$$

Kết hợp điều kiện (*) $\Rightarrow m = 5$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Kết luận nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.
- D. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

Giải

Chọn B.

Vì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị. Do đó loại hai phương án A và D.

Vì trên $(-\infty;2)$ thì $f'(x)$ có thể nhận cả dấu âm và dương nên loại phương án C.

Vì trên $(1;3)$ thì $f'(x)$ chỉ mang dấu dương nên $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 49: Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 2z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- B. $\sqrt{3}$.
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của I trên (P) và A là giao điểm của IH với (S) . Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là đoạn AH . $AH = d(I, (P)) - R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó là

- A. 64.
- B. 34.
- C. 32.
- D. 16.

Giải

Chọn A.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ gắn với góc tường và các trục là các cạnh góc nhà. Do hai quả cầu đều tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên tương ứng tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ, vậy tâm cầu sẽ có tọa độ là $I(a; a; a)$ với $a > 0$ và có bán kính $R = a$.

Do tồn tại một điểm trên quả bóng có khoảng cách đến các bức tường và nền nhà lần lượt là 9, 10, 11 nên nói cách khác điểm $A(9;10;13)$ thuộc mặt cầu.

Từ đó ta có phương trình: $(9-a)^2 + (10-a)^2 + (13-a)^2 = a^2$.

Giải phương trình ta được nghiệm $a = 7$ hoặc $a = 25$.

Vậy có 2 mặt cầu thỏa mãn bài toán và tổng độ dài đường kính là $2(7+25) = 64$.

-----HẾT-----