

ĐỀ KHẢO SÁT

(Đề gồm 06 trang)

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi
486

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Câu 1: Cho biểu thức $P = \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{31}{10}}$. B. $P = x^{\frac{37}{15}}$. C. $P = x^{\frac{23}{30}}$. D. $P = x^{\frac{53}{30}}$.

Câu 2: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0, (z \in \mathbb{C})$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

- A. $P = 2\sqrt{2} + 2$. B. $P = \sqrt{2} + 4$. C. $P = 6$. D. $P = 3$.

Câu 3: Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

- A. $x = -1; y = \frac{1}{2}$. B. $x = -1; y = 2$. C. $x = 1; y = -2$. D. $x = \frac{1}{2}; y = -1$.

Câu 4: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị đi qua điểm $M(1;0)$?

- A. $y = (x-1)\sqrt{x-2}$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 3$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = \frac{2x-2}{x^2-1}$.

Câu 5: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}[\log_3|x-3|] \geq 0$.

- A. Vô số B. 7. C. 4. D. 6.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) , biết mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $(Q): x + 2y + 2z + 18 = 0$ hoặc $(Q): x + 2y + 2z - 36 = 0$.
B. $(Q): x + 2y + 2z - 18 = 0$.
C. $(Q): x + 2y + 2z - 18 = 0$ hoặc $(Q): x + 2y + 2z = 0$.
D. $(Q): x - 2y + 2z + 8 = 0$.

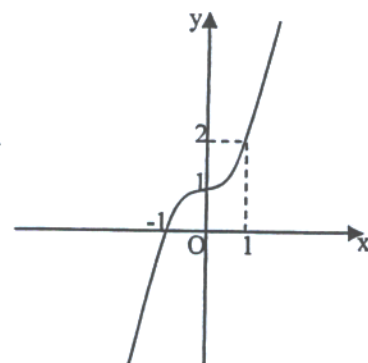
Câu 7: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Xét các mệnh đề sau:

- (I) $a = -1$ (II) $ad > 0$
(III) $d = -1$ (IV) $a + c = b + 1$

Tìm số mệnh đề sai.

- A. 1. B. 3.
C. 2. D. 4.



Câu 8: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log(x+2y) = \log x + \log y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} \cdot e^{\frac{y^2}{1+x}}}$.

- A. $\min P = e^{\frac{8}{5}}$. B. $\min P = e^{\frac{1}{2}}$. C. $\min P = e^{\frac{5}{8}}$. D. $\min P = e$.

Câu 9: Bác An mua nhà trị giá 500 triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất bác An trả 10 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5%/ tháng. Hỏi ít nhất bao nhiêu tháng bác An có thể trả hết số tiền trên?

- A. 58. B. 55. C. 56. D. 57.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $0 \leq m < 2$. B. $-2 < m < 2$. C. $0 \leq m \leq 2$. D. $0 < m < 2$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Gọi I là giao điểm của d và (P) , M là điểm trên đường thẳng d sao cho $IM=9$, tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

- A. $d(M, (P)) = 3\sqrt{2}$. B. $d(M, (P)) = 4$. C. $d(M, (P)) = 8$. D. $d(M, (P)) = 2\sqrt{2}$.

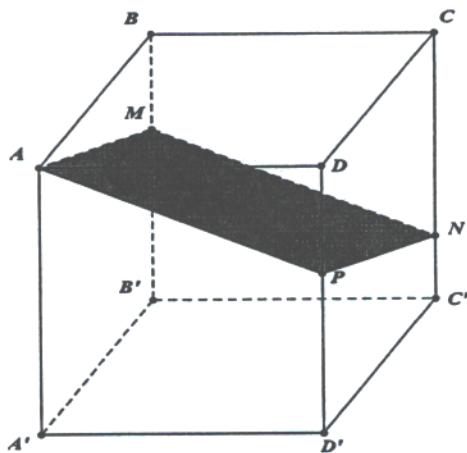
Câu 12: Biết rằng $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx = a\pi + b + c \ln 2, (a, b, c \in \mathbb{Q})$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = \frac{23}{24}$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{13}{24}$. D. $S = \frac{7}{24}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+18=0$, M là điểm di chuyển trên mặt phẳng (P) ; N là điểm nằm trên tia OM sao cho $\overline{OM} \cdot \overline{ON} = 24$. Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (P) .

- A. $\min d(N, (P)) = 6$. B. $\min d(N, (P)) = 4$. C. $\min d(N, (P)) = 2$. D. $\min d(N, (P)) = 0$.

Câu 14: Người ta cần cắt một khối lập phương thành hai khối đa diện bởi một mặt phẳng đi qua A (như hình vẽ) sao cho phần thể tích của khối đa diện chứa điểm B bằng một nửa thể tích của khối đa diện còn lại.



Tính tỉ số $k = \frac{CN}{CC'}$.

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = \frac{2}{3}$. C. $k = \frac{3}{4}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

- A. $S = 60\pi$. B. $S = 15\pi$. C. $S = 20\pi$. D. $S = 25\pi$.

Câu 16: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|, y = x^2 - 2$.

- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{20}{3}$. C. $S = \frac{13}{3}$. D. $S = 3$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;5;0), B(2;7;7)$. Tìm tọa độ của vector \overline{AB} .

- A. $\overline{AB} = (0;2;7)$. B. $\overline{AB} = (4;12;7)$. C. $\overline{AB} = (0;-2;-7)$. D. $\overline{AB} = \left(0;1;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 18: Một sợi dây kim loại dài 1m được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất có độ dài l_1 uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai có độ dài l_2 uốn thành đường tròn. Tính tỷ số $k = \frac{l_1}{l_2}$ để tổng diện tích hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

- A. $k = \frac{\pi}{4}$. B. $k = \frac{1}{2\pi}$. C. $k = \frac{1}{2(4+\pi)}$. D. $k = \frac{4}{\pi}$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	0	-
			0	0	+

Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

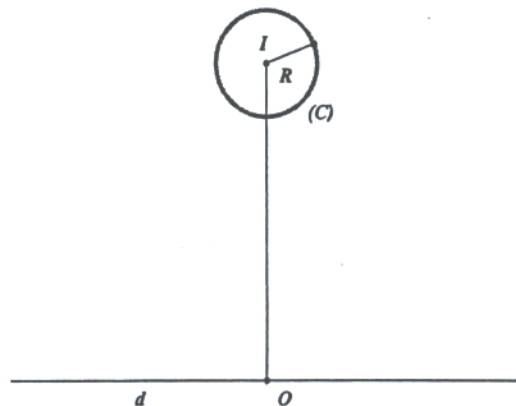
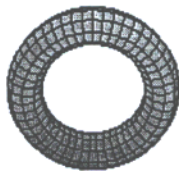
Câu 20: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 + 3i$.

- A. Phần thực là -4 , phần ảo là 3. B. Phần thực là -4 , phần ảo là $3i$.
C. Phần thực là 4, phần ảo là $3i$. D. Phần thực là 3, phần ảo là -4 .

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 3, AC = 2; ABC$ là tam giác vuông cân tại B . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{7}}{3}$. B. $V = 2\sqrt{7}$. C. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $V = 2\sqrt{2}$.

Câu 22: Người ta làm một chiếc phao bơi như hình vẽ (với bề mặt có được bằng cách quay đường tròn (C) quanh trục d). Biết rằng $OI = 30$ cm, $R = 5$ cm. Tính thể tích V của chiếc phao.



- A. $V = 1500\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 1500\pi^2 \text{ cm}^3$. C. $V = 9000\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 9000\pi^2 \text{ cm}^3$.

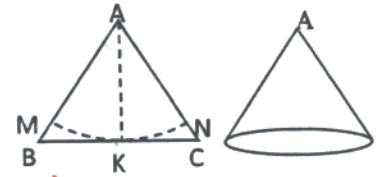
Câu 23: Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3(x-1) + \log_{\frac{1}{3}} 6 = 0$.

- A. $S = 5$. B. $S = 1$. C. $S = -1$. D. $S = 3$.

Câu 24: Cho khối tứ diện đều có cạnh bằng a . Tính tổng diện tích S của các mặt của khối tứ diện đó.

- A. $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $S = a^2$. C. $S = 2a^2\sqrt{3}$. D. $S = a^2\sqrt{3}$.

Câu 25: Có một miếng tôn hình tam giác ABC đều cạnh 3dm (như hình vẽ). Gọi K là trung điểm của BC . Người ta dùng compa có tâm là A và bán kính AK vạch cung tròn MN (M, N thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A . Tính thể tích V của cái phễu.



- A. $V = \frac{\sqrt{141}\pi}{64}$ (dm³). B. $V = \frac{\sqrt{105}\pi}{64}$ (dm³). C. $V = \frac{3\sqrt{3}\pi}{32}$ (dm³). D. $V = \frac{3\pi}{32}$ (dm³).

Câu 26: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 27: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		+	+	+
y	-2	$+\infty$	$+\infty$	2

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2)$. C. $m \in [-2; 2]$. D. $m \in (-2; 2)$.

Câu 28: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên $SA = a\frac{\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 29: Tìm điểm M biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 2i$.

- A. $M(3; 2)$. B. $M(-3; -2)$. C. $M(-3; 2)$. D. $M(2; -3)$.

Câu 30: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$?

- A. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$. B. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$.
C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. D. $\int 2^x dx = 2^x + C$.

Câu 31: Gọi A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $S = 1$. C. $S = 3\sqrt{3}$. D. $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 32: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{-1\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{4\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 33: Trong các mệnh đề sau, hãy xác định mệnh đề đúng.

- A. $(z + \bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}$. B. $(z + 2\bar{z}) \in \mathbb{Q}, \forall z \in \mathbb{C}$.
C. $(z - \bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}$. D. $(z - 2\bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}$.

Câu 34: Gọi M, m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = -\frac{13}{3}$. B. $P = -5$. C. $P = -3$. D. $P = 1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Hãy chọn mệnh đề đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Câu 36: Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$. B. $\log_a x^2 = 2 \log_a x, \forall x \neq 0$.
C. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$. D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Câu 37: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |iz - i + 1| = 2 \\ |z - 1| = |z + 2i| \end{cases}$?

- A. Có 1 số. B. Có 2 số.
C. Có vô số số. D. Không có số phức nào thỏa mãn điều kiện.

Câu 38: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S) .

- A. $\sqrt{6}\pi$. B. $8\sqrt{6}\pi$. C. 24π . D. $6\sqrt{3}\pi$.

Câu 39: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Xác định mệnh đề đúng.

- A. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx$. B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.
C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx$. D. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1; 2; 1)$.

- A. $(P): 2x - y = 0$. B. $(P): x - 2y = 0$. C. $(P): x - z = 0$. D. $(P): y - 2z = 0$.

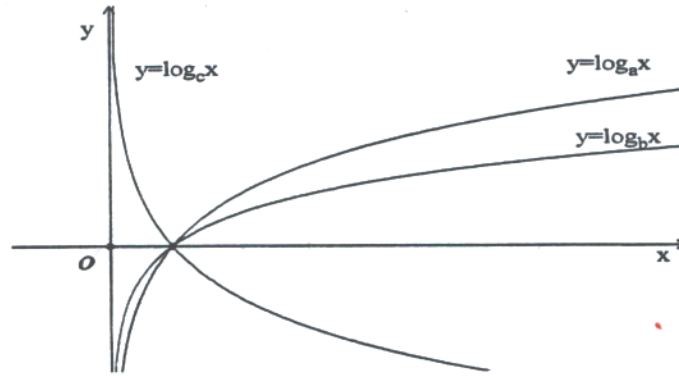
Câu 41: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và $\int_0^1 g(x) \cdot f'(x) dx = 1, \int_0^1 g'(x) \cdot f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [f(x) \cdot g(x)]' dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $I = -1$.

Câu 42: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$?

- A. $y' = 2017^x \ln 2017$. B. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$.
C. $y' = x \cdot 2017^{x-1} \cdot \ln 2017$. D. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$.

Câu 43: Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b < c < a$.

B. $a < c < b$.

C. $c < a < b$.

D. $c < b < a$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên đường thẳng d ?

A. $P(5; 2; 4)$.

B. $Q(1; 0; 0)$.

C. $M(3; 2; 2)$.

D. $N(1; -1; 2)$.

Câu 45: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 1) + \ln x$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = [1; +\infty)$.

C. $D = (-\infty - 1] \cup [1; +\infty)$.

D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 46: Cho (C_m) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3mx + 1$ (với $m \in (-\infty; 0)$ là tham số thực). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C_m) . Tìm số các giá trị của m để đường thẳng d cắt đường tròn tâm $I(-1; 0)$ bán kính $R = 3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt mặt phẳng (P) ?

A. $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 \end{cases}$

B. $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $d_3: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $d_4: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ .

A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$.

B. $\vec{u} = (1; 0; 1)$.

C. $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

D. $\vec{u} = (2; 2; 3)$.

Câu 49: Trong không gian cho đường thẳng d . Tìm tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách d một khoảng không đổi R .

A. Hình nón có trục là đường thẳng d và bán kính đáy R .

B. Mặt trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .

C. Khối trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .

D. Hình trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .

Câu 50: Tìm hàm số $F(x)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $F(1) = 1$.

A. $F(x) = x\sqrt{x}$.

B. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} - \frac{1}{2}$.

D. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT:
THẦY HỨA LÂM PHONG – THẦY TRẦN HOÀNG ĐĂNG

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt mặt phẳng (P) ?

A. $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

B. $d_3: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$.

C. $d_4: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 \end{cases}$.

D. $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Nhận xét } \begin{cases} \vec{n}_P \cdot \vec{u}_{d_4} = 0 \\ \vec{n}_P \cdot \vec{u}_{d_3} = 0 \\ \vec{n}_P \cdot \vec{u}_{d_2} \end{cases} \xrightarrow[\substack{A(1;2;3) \notin (P) \\ B(1;-1;-2) \notin (P)}}{\rightarrow} \begin{cases} d_3 // (P) \\ d_4 // (P) \text{ (loại A, B, C)} \\ d_2 // (P) \end{cases}$$

Chọn D

Câu 2. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $\int_0^1 g(x) \cdot f'(x) dx = 1$, $\int_0^1 g'(x) \cdot f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [f(x) \cdot g(x)]' dx$.

A. $I = 3$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = -1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $I = \int_0^1 [f(x) \cdot g(x)]' dx = \int_0^1 [f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)] dx = 2 + 1 = 3$

Chọn A

Câu 3. Biết rằng $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx = a \cdot \pi + b + c \cdot \ln 2, (a, b, c \in \mathbb{Q})$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.

B. $S = \frac{13}{24}$.

C. $S = \frac{23}{24}$.

D. $S = \frac{7}{24}$.

Hướng dẫn giải

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{(1 - \sin^2 x) \cos x}{\sin x} + 1 \right] dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) d(\sin x) + \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow I = \left(\ln |\sin x| - \frac{\sin^2 x}{2} \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \ln \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - \frac{3}{8} + \ln 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = 1, c = -\frac{3}{8}$$

Do đó $S = a + b + c = \frac{23}{24}$

Chọn C

Câu 4. Gọi M, m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$.

Tính $P = M + m$.

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{13}{3}$. C. $P = -5$. D. $P = -3$.

Hướng dẫn giải

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \xrightarrow{y'=0} \begin{cases} x = -1 \in [-2; 0] \\ x = 3 \notin [-2; 0] \end{cases} . \text{ Xét } \begin{cases} f(-2) = \frac{-7}{3} \\ f(-1) = -2 \\ f(0) = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = -2 \\ m = -3 \end{cases} \Rightarrow P = -5$$

Chọn C

Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên $SA = a\frac{\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Vẽ hình (xin dành cho bạn đọc). Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC (khi đó $SG \perp (ABC)$)

$$\text{Ta có: } SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{12}$$

Chọn B

Câu 6. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |iz - i + 1| = 2 \\ |z - 1| = |z + 2i| \end{cases} ?$

- A. Có 2 số. B. Không có số phức nào thỏa mãn điều kiện. C. Có vô số số. D. Có 1 số.

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi số phức } z = x + yi, \text{ YCBT } \Leftrightarrow \begin{cases} |(1-y) + (x-1)i| = 2 \\ |x-1+yi| = |x+(y+2)i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-1)^2 + (x-1)^2 = 4 \\ (x-1)^2 + y^2 = x^2 + (y+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-1)^2 + (x-1)^2 = 4 \\ x = \frac{-4y-3}{2} \end{cases} \Rightarrow y^2 - 2y + 1 + \left(2y + \frac{5}{2}\right)^2 = 4 \text{ (ptvn) .}$$

Chọn B

Câu 7. Bác An mua nhà trị giá 500 triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất bác An trả 10 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5%/ tháng. Hỏi ít nhất bao nhiêu tháng bác An có thể trả hết số tiền trên?

- A. 57. B. 56. C. 55. D. 58.

Hướng dẫn giải

Số tiền vay của người đó là N (đồng), lãi suất $m(\%)$ trên tháng, số tháng vay là n , số tiền phải đều đặn trả vào ngân hàng tháng là a (đồng). Khi đó $a = \frac{N \cdot y^n (y - 1)}{y^n - 1}$, ($y = 1 + m\%$)

Áp dụng ta có $10 = \frac{500(1 + 0,5\%)^n \cdot 0,5\%}{(1 + 0,5\%)^n - 1} \Rightarrow n \approx 57,68 \Rightarrow$ ít nhất 58 tháng.

Chọn D

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

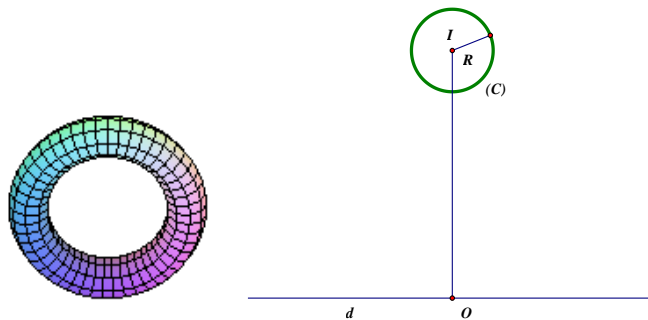
- A. $S = \{1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{4\}$. D. $S = \{2\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = \{2\}$

Chọn D

Câu 9. Người ta làm một chiếc phao bơi như hình vẽ (với bề mặt có được bằng cách quay đường tròn (C) quanh trục d). Biết rằng $OI = 30$ cm, $R = 5$ cm. Tính thể tích V của chiếc phao.



- A. $V = 1500\pi^2 \text{ cm}^3$. B. $V = 9000\pi^2 \text{ cm}^3$. C. $V = 1500\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 9000\pi \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Đựng hệ trục Oxy thỏa $d \subset Ox$. Khi đó ta có $(C): x^2 + (y - 30)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} y = 30 + \sqrt{25 - x^2} \\ y = 30 - \sqrt{25 - x^2} \end{cases}$

Khi đó ta có: $V = \pi \left[\int_{-5}^5 \left(30 + \sqrt{25 - x^2} \right)^2 - \left(30 - \sqrt{25 - x^2} \right)^2 \right] = 1500\pi^2$.

Cách khác: áp dụng công thức cái phao: $V = 2\pi^2 \left(\frac{R+r}{2} \right) \left(\frac{R-r}{2} \right)^2 \xrightarrow{R=35, r=25} 1500\pi^2$

Chọn A

Câu 10. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3 (x - 1) + \log_{\frac{1}{3}} 6 = 0$.

- A. $S = 5$. B. $S = 3$. C. $S = 1$. D. $S = -1$.

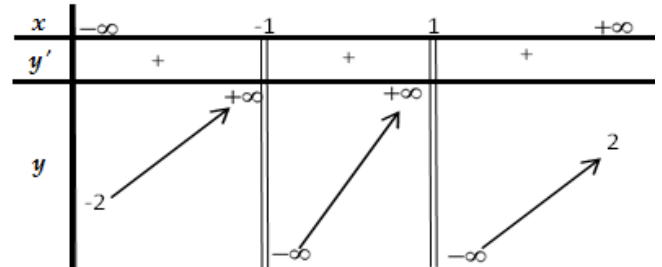
Hướng dẫn giải

Điều kiện $x > 1$. $\log_3 x + \log_3(x-1) + \log_{\frac{1}{3}} 6 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 - x) = \log_3 6 \Leftrightarrow x^2 - x = 6$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 > 1 \\ x = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow S = 3.$

Chọn B

Câu 11. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.



- A. $m \in (-2; 2)$.
- B. $m \in (-\infty; -2)$.
- C. $m \in [-2; 2]$.
- D. $m \in (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn $m \in (-2; 2)$.

Chọn A

Câu 12. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}[\log_3|x-3|] \geq 0$.

- A. 7.
- B. 6.
- C. Vô số
- D. 4.

Hướng dẫn giải

Điều kiện $\begin{cases} |x-3| > 1 \Leftrightarrow -1 < x-3 < 1 \Leftrightarrow -2 < x < 4 \\ |x-3| > 0 \Rightarrow x \neq 3 \end{cases}$. Ta có: $bpt \Leftrightarrow \log_3|x-3| \geq 1 \Leftrightarrow |x-3| \geq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 6$

So điều kiện ta có $x \in \{0; 1; 2; 4\}$.

Chọn D

Câu 13. Một sợi dây kim loại dài 1m được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất có độ dài l_1 uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai có độ dài l_2 uốn thành đường tròn. Tính tỷ số $k = \frac{l_1}{l_2}$ để tổng diện tích hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

- A. $k = \frac{1}{2(4+\pi)}$.
- B. $k = \frac{1}{2\pi}$.
- C. $k = \frac{4}{\pi}$.
- D. $k = \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} l_1 + l_2 = 1 \\ \text{Vuông: } a = \frac{l_1}{4} \Rightarrow S = S_1 + S_2 = \frac{l_1^2}{16} + \frac{l_2^2}{4\pi} \geq \frac{(l_1 + l_2)^2}{16 + 4\pi} = \frac{1}{16 + 4\pi} \xrightarrow{\text{"=" xảy ra}} \frac{l_1}{16} = \frac{l_2}{4\pi} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{\pi} \\ \text{Tron: } R = \frac{l_2}{2\pi} \end{cases}$

Chọn C

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên đường thẳng d ?

- A. $Q(1;0;0)$. B. $N(1;-1;2)$. C. $M(3;2;2)$. D. $P(5;2;4)$.

Hướng dẫn giải

Để dàng thấy $\frac{3-1}{2} = \frac{2+1}{3} = \frac{2}{2}$.

Chọn C

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 1) + \ln x$.

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = [1; +\infty)$.
C. $D = (-\infty - 1] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow D = (1; +\infty)$. (có thể dùng MTCT để kiểm tra sự xác định của HS)

Chọn A

Câu 16. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 20\pi$. C. $S = 15\pi$. D. $S = 60\pi$.

Hướng dẫn giải

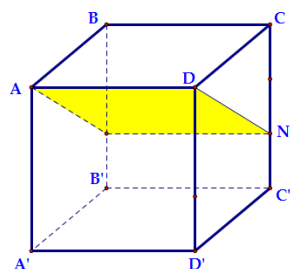
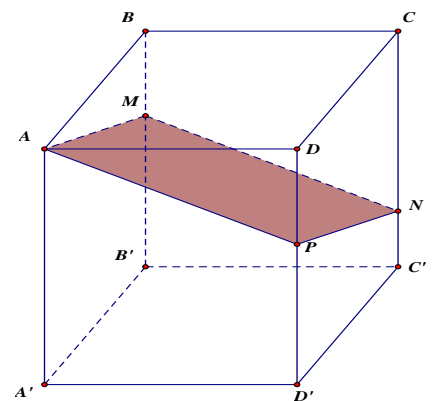
$S_{xq} = \pi rl = \pi 3\sqrt{3^2 + 4^2} = 15\pi$.

Chọn C.

Câu 17. Người ta cần cắt một khối lập phương thành hai khối đa diện bởi một mặt phẳng đi qua A (như hình vẽ) sao cho phần thể tích của khối đa diện chứa điểm B bằng một nửa thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $k = \frac{CN}{CC'}$.

lại. Tính tỉ số $k = \frac{CN}{CC'}$.

- A. $k = \frac{2}{3}$. B. $k = \frac{1}{3}$.
C. $k = \frac{3}{4}$. D. $k = \frac{1}{2}$.



Hướng dẫn giải

Xem mặt phẳng đã cho là “mặt nước” (V chứa B là không khí, phần V chứa A' là nước)

Khi đó ta có thể “chuẩn hóa” lại như sau:

Khi đó ta có $V_B = \frac{1}{2} V_{B'} \Rightarrow \frac{CN}{CC'} = \frac{2}{3}$

Chọn A

Câu 18. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$?

A. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

B. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C.$

C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C.$

D. $\int 2^x dx = 2^x + C.$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\int 2^x dx = \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^x + C.$

Chọn A.

Câu 19. Trong không gian cho đường thẳng d . Tìm tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách d một khoảng không đổi R .

A. Hình trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .

B. Hình nón có trục là đường thẳng d và bán kính đáy R .

C. **Mặt trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .**

D. Khối trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 20. Tìm điểm M biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 2i$.

A. $M(-3; -2).$

B. $M(-3; 2).$

C. $M(2; -3).$

D. $M(3; 2).$

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = -3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 2i \Rightarrow M(-3; -2)$

Chọn A.

Câu 21. Trong các mệnh đề sau, hãy xác định mệnh đề đúng.

A. $(z - 2\bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}.$

B. $(z - \bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}.$

C. $(z + 2\bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}.$

D. **$(z + \bar{z}) \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{C}.$**

Hướng dẫn giải

$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \Rightarrow z + \bar{z} = 2a \in \mathbb{R}.$

Chọn D.

Câu 22. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|, y = x^2 - 2$.

A. $S = \frac{13}{3}.$

B. $S = 3.$

C. $S = \frac{11}{2}.$

D. **$S = \frac{20}{3}.$**

Hướng dẫn giải

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2 = |x| \Leftrightarrow x^2 - |x| - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2.$

$$S = \int_{-2}^2 |x^2 - |x| - 2| dx = \int_{-2}^0 |x^2 + x - 2| dx + \int_0^2 |x^2 - x - 2| dx = \int_{-2}^0 -(x^2 + x - 2) dx + \int_0^2 -(x^2 - x - 2) dx = \frac{20}{3}$$

Cách 2: (vẽ hình)

Chọn D.

Câu 23. Cho biểu thức $P = \sqrt[5]{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P = x^{\frac{31}{10}}$.

B. $P = x^{\frac{23}{30}}$.

C. $P = x^{\frac{53}{30}}$.

D. $P = x^{\frac{37}{15}}$.

Hướng dẫn giải

$$P = \sqrt[5]{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}} = \sqrt[5]{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}}} = x^{\frac{23}{30}}.$$

Chọn B.

Câu 24. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 + 3i$.

A. Phần thực là -4 , phần ảo là $3i$.

B. Phần thực là -4 , phần ảo là 3 .

C. Phần thực là 3 , phần ảo là -4 .

D. Phần thực là 4 , phần ảo là $3i$.

Hướng dẫn giải

Xem lại lý thuyết SGK

Chọn B.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 3$, $AC = 2$; ABC là tam giác vuông cân tại B . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

B. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = 2\sqrt{7}$.

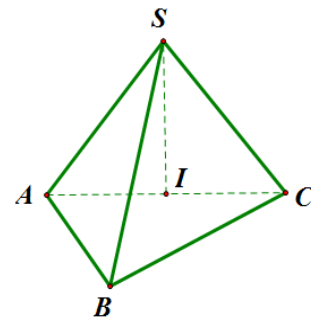
D. $V = 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi I là hình chiếu của S lên (ABC) , suy ra I là trung điểm AC .

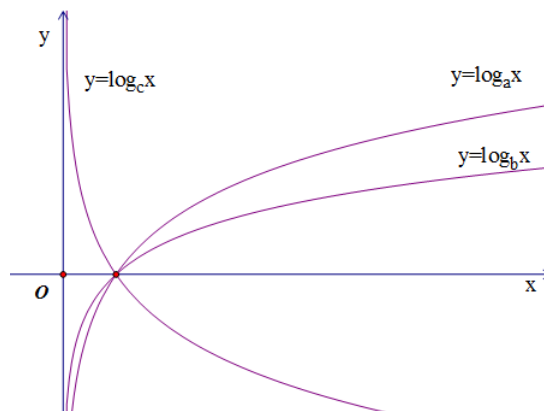
$$SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = 2\sqrt{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SI \cdot \frac{1}{2} AB^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn B.

Câu 26. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b < c < a$.

B. $c < b < a$.

C. $a < c < b$.

D. $c < a < b$.

Hướng dẫn giải

Nhận xét: Hàm $y = \log_c x$ nghịch biến, hàm $\log_a x; \log_b x$ đồng biến suy ra $c < 1 < a; c < 1 < b$.

Lấy $x_0 > 1$, theo hình vẽ ta có $\log_a x_0 > \log_b x_0 \Leftrightarrow \log_{x_0} b > \log_{x_0} a \Leftrightarrow b > a$.

Chọn D.

Câu 27. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$. B. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.
- C. $\log_a x^2 = 2 \log_a x, \forall x \neq 0$. D. $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

Hướng dẫn giải

$\log_a x^2 = 2 \log_a |x|, \forall x \neq 0$. Nên C sai.

Chọn C.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Gọi I là giao điểm của d và (P) , M là điểm trên đường thẳng d sao cho $IM = 9$,

tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

- A. $d(M, (P)) = 2\sqrt{2}$. B. $d(M, (P)) = 8$. C. $d(M, (P)) = 3\sqrt{2}$. D. $d(M, (P)) = 4$.

Hướng dẫn giải

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1} \Leftrightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases} \xrightarrow{I \in d} I(1 + 2t; 1 + 2t; t)$$

$$I \in (P): x + 2y + 2z + 1 = 0 \Rightarrow 1 + 2t + 2(1 + 2t) + 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow I\left(0; 0; -\frac{1}{2}\right)$$

$$M(1 + 2m; 1 + 2m; m) \Rightarrow MI = \sqrt{(2m+1)^2 + (2m+1)^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}|2m+1| = 9$$

$$\text{Suy ra } m = \frac{5}{2} \vee m = -\frac{7}{2} \Rightarrow M\left(6; 6; \frac{5}{2}\right) \vee M\left(-6; -6; -\frac{7}{2}\right) \Rightarrow d(M, (P)) = 8.$$

Chọn B.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $0 \leq m \leq 2$. B. $0 \leq m < 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $0 < m < 2$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ycbt suy ra } y' < 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2} < 0 \\ -m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Chọn B.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ .

- A. $\vec{u} = (0;2;1)$. B. $\vec{u} = (1;-2;0)$. C. $\vec{u} = (1;0;1)$. D. $\vec{u} = (2;2;3)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } M(m;0;0) = \Delta \cap Ox, \overline{AM} = (m-1; -2; -3)$$

$$\Delta \perp d \Rightarrow (m-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-3) = 0 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow \overline{AM} = (-2; -2; -3) \Rightarrow \vec{u} = (2; 2; 3)$$

Chọn D

Câu 31. Gọi A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = 3\sqrt{3}$. B. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ba nghiệm của phương trình là } z = 1; z = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow A(1;0), B\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), C\left(\frac{5}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Để thấy ΔABC cân tại A . $I\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ là trung điểm BC .

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AI \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Chọn D.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1;2;1)$.

- A. $(P): y - 2z = 0$. B. $(P): 2x - y = 0$. C. $(P): x - z = 0$. D. $(P): x - 2y = 0$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Lấy } A(0;0;1) \in Oz \Rightarrow \overline{AM} = (1;2;0); \left[\vec{k}; \overline{AM} \right] = (-2; 1; 0) \Rightarrow (P): 2x - y = 0$$

Chọn B.

Câu 33. Cho (C_m) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3mx + 1$ (với $m \in (-\infty; 0)$ là tham số thực). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C_m) . Tìm số các giá trị của m để đường thẳng d cắt đường tròn tâm $I(-1;0)$ bán kính $R = 3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Hướng dẫn giải

$$\text{Đường thẳng qua hai cực trị là } d: y = 2mx + 1 \Leftrightarrow 2mx - y + 1 = 0$$

Nhận xét $A(0;1) \in d \Rightarrow IA = \sqrt{2} < 3$. Gọi H là trung điểm AB .

$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = IH \sqrt{9 - IH^2} \Rightarrow S^2 = \underbrace{IH^2 (9 - IH^2)}_{f(t)} \xrightarrow{t=IH \leq \sqrt{2}} f'(t) = 18t - 4t^3 \xrightarrow{f'(t)=0} t = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$IH = d(I; d) = IA \Leftrightarrow \sqrt{2} = \frac{|-2m+1|}{\sqrt{4m^2+1}} \Leftrightarrow 2(4m^2+1) = (4m^2-4m+1) \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Chọn C

Câu 34. Tìm hàm số $F(x)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $F(1) = 1$.

- A. $F(x) = x\sqrt{x}$. B. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3}$. C. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}$. D. $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} - \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$F(x) = \int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C; F(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{3} \Rightarrow F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{3}.$$

Chọn B.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0, (z \in \mathbb{C})$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|.$$

- A. $P = 3$. B. $P = 2\sqrt{2} + 2$. C. $P = \sqrt{2} + 4$. D. $P = 6$.

Hướng dẫn giải

$$z_1 = 1 + i; z_2 = 1 - i \Rightarrow P = 6.$$

Chọn D.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Hãy chọn mệnh đề **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
C. **Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.** D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 37. Cho khối tứ diện đều có cạnh bằng a . Tính tổng diện tích S của các mặt của khối tứ diện đó.

- A. $S = a^2\sqrt{3}$. B. $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. C. $S = a^2$. D. $S = 2a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Diện tích một mặt là } \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn A.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	\parallel	$-$	0	$+$

Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 3. B. 0. C. **2.** D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) , biết mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $(Q): x - 2y + 2z + 8 = 0$.
- B. $(Q): x + 2y + 2z - 18 = 0$ hoặc $(Q): x + 2y + 2z = 0$.
- C. $(Q): x + 2y + 2z - 18 = 0$.
- D. $(Q): x + 2y + 2z + 18 = 0$ hoặc $(Q): x + 2y + 2z - 36 = 0$.

Hướng dẫn giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 2), R = 3$. $(Q): x + 2y + 2z + D = 0, D \neq 0$

Giả thiết suy ra $D = 0$ (loại), $D = -18$ (nhận)

Chọn C.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 18 = 0$, M là điểm di chuyển trên mặt phẳng (P) ; N là điểm nằm trên tia OM sao cho $\overline{OM} \cdot \overline{ON} = 24$. Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (P) .

- A. $\min d(N, (P)) = 0$.
- B. $\min d(N, (P)) = 6$.
- C. $\min d(N, (P)) = 4$.
- D. $\min d(N, (P)) = 2$.

Hướng dẫn giải

N nằm trên tia OM nghĩa là N nằm "trong" OM . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của O, N lên (P) .

Ta có: $\frac{NK}{OH} = \frac{MN}{OM} \Rightarrow NK = OH \cdot \frac{OM - ON}{OM} = 6 \left(1 - \frac{ON}{OM} \right) = 6 \left(1 - \frac{24}{OM^2} \right)$

NK sẽ nhỏ nhất khi $\frac{24}{OM^2}$ lớn nhất, nghĩa là OM nhỏ nhất. Suy ra $M \equiv H \Rightarrow OM = OH = 6$

Vậy $\min NK = 6 \cdot \left(1 - \frac{24}{36} \right) = 2$.

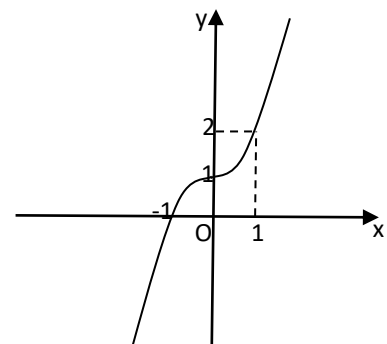
Chọn D.

Câu 41. Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Xét các mệnh đề sau:

- (I) $a = -1$ (II) $ad > 0$
- (III) $d = -1$ (IV) $a + c = b + 1$

Tìm số mệnh đề sai.



- A. 2.
- B. 1.
- C. 4.
- D. 3.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta có:
$$\begin{cases} f(-1) = -a + b - c + d = 0 \\ f(0) = d = 1 \\ f(1) = a + b + c + d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a + c = b + 1 . \text{ Đồng thời } a > 0 \text{ (đồ thị)}$$

Do đó (I) và (III) sai.

Chọn A

Câu 42. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị đi qua điểm $M(1;0)$?

A. $y = x^4 - 3x^2 + 2.$ B. $y = (x-1)\sqrt{x-2}.$ C. $y = x^3 + 3x^2 - 3.$ D. $y = \frac{2x-2}{x^2-1}.$

Hướng dẫn giải

Chú ý điều kiện của câu B và D. Ta có $y(1) = 1^4 - 3 \cdot 1^2 + 2 = 0.$

Chọn A

Câu 43. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$ B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$
C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx.$ D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx.$

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$

Do đó ta có: $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

Chọn A

Câu 44. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}.$

A. $x = -1; y = \frac{1}{2}.$ B. $x = 1; y = -2.$ C. $x = \frac{1}{2}; y = -1.$ D. $x = -1; y = 2.$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng.

Chọn D

Câu 45. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x + 2.$

A. $(-1; 1).$ B. $(-\infty; 1).$
C. $(-1; +\infty).$ D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty).$

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 \xrightarrow{y'=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \xrightarrow[\text{BBT}]{a>0} HS$ đồng biến $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty).$

Chọn D

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;5;0), B(2;7;7)$. Tìm tọa độ của vectơ \overline{AB} .

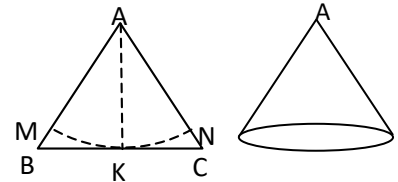
- A. $\overline{AB} = \left(0;1;\frac{7}{2}\right)$. B. $\overline{AB} = (0;2;7)$. C. $\overline{AB} = (4;12;7)$. D. $\overline{AB} = (0;-2;-7)$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính vectơ: $\overline{AB} = (0;2;7)$

Chọn B

Câu 47. Có một miếng tôn hình tam giác ABC đều cạnh 3dm (như hình vẽ). Gọi K là trung điểm của BC . Người ta dùng compa có tâm là A và bán kính AK vạch cung tròn MN (M, N thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A . Tính thể tích V của cái phễu.



- A. $V = \frac{\sqrt{105} \cdot \pi}{64} \text{ (dm}^3\text{)}$. B. $V = \frac{3\pi}{32} \text{ (dm}^3\text{)}$. C. $V = \frac{3\sqrt{3} \cdot \pi}{32} \text{ (dm}^3\text{)}$. D. $V = \frac{\sqrt{141} \cdot \pi}{64} \text{ (dm}^3\text{)}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} AK = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MN = \frac{\pi}{3} \cdot AK = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{p=MN=2\pi R} R = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ h = \sqrt{AK^2 - R^2} = \frac{\sqrt{105}}{4} \end{cases}$. Do đó $V = \frac{1}{3} h \pi R^2 = \frac{\pi\sqrt{105}}{64} \text{ (dm}^3\text{)}$

Chọn A

Câu 48. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$?

- A. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$. B. $y' = 2017^x \ln 2017$.
C. $y' = x \cdot 2017^{x-1} \cdot \ln 2017$. D. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 2017^x \ln 2017$.

Chọn B

Câu 49. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S) .

- A. $6\sqrt{3}\pi$. B. $8\sqrt{6}\pi$. C. $\sqrt{6}\pi$. D. 24π .

Hướng dẫn giải

Mặt cầu đi qua 2 đường tròn đáy của hình trụ suy ra khối trụ nội tiếp khối cầu.

Ta có $\begin{cases} d = 2R_{trụ} = 2\sqrt{3} \\ h = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow d = h \Rightarrow R_{cầu} = \sqrt{6} \Rightarrow S_{xq} = 4\pi R^2 = 24\pi$.

Chọn D

Câu 50. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log(x+2y) = \log x + \log y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} \cdot e^{\frac{y^2}{1+x}}}$.

A. $\min P = e^{\frac{5}{8}}$.

B. $\min P = e$.

C. $\min P = e^{\frac{8}{5}}$.

D. $\min P = e^{\frac{1}{2}}$.

Hướng dẫn giải

$$\log(x+2y) = \log(xy) \Leftrightarrow x+2y = xy > 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + y = \frac{x}{2}y \leq \frac{\left(\frac{x}{2} + y\right)^2}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} + y \geq 4$$

$$P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} \cdot e^{\frac{y^2}{1+x}}} \Rightarrow \ln P = \frac{x^2}{4(1+2y)} + \frac{y^2}{1+x} = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1+2y} + \frac{y^2}{1+2 \cdot \frac{x}{2}} \geq \frac{\left(\frac{x}{2} + y\right)^2}{2\left(1+y+\frac{x}{2}\right)}$$

$$\xrightarrow{\frac{x}{2} + y \geq 4} \ln P \geq \underbrace{\frac{t^2}{2(t+1)}}_{f(t)} \xrightarrow{\text{khảo sát } f(t)} \ln P \geq f(t) \geq f(4) = \frac{8}{5} \Leftrightarrow P \geq e^{\frac{8}{5}}$$

Chọn C

..... **Hết**.....