

**Câu 1:**

Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không được tạo thành từ 8 điểm phân biệt cho trước?

- A.  $8!$   
 B.  $C_8^2$   
 C.  $A_8^2$   
 D.  $2!$

**Câu 2:**

Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và  $u_2 = 1$ . Công sai của cấp số cộng bằng

- A. 4  
 B. -4  
 C. 6  
 D. -6

**Câu 3:**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

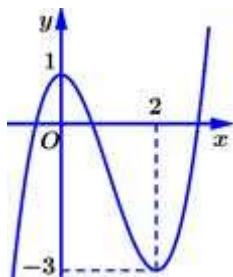
$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$		+	0	-
$y$				
		2		5
	0		$-\infty$	3

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng?

- A.  $(1; +\infty)$   
 B.  $(0; +\infty)$   
 C.  $(0; 2)$   
 D.  $(-\infty; 1)$

**Câu 4:**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



- A.  $(2; -3)$
- B.  $(-3; 2)$
- C.  $(1; 0)$
- D.  $(0; 1)$

**Câu 5:**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	
				$-$	$0$
					$+$

Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

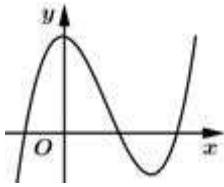
**Câu 6:**

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{-1}{3x+1}$  là đường thẳng

- A.  $x = 0$
- B.  $y = 0$
- C.  $y = -\frac{1}{3}$
- D.  $x = -\frac{1}{3}$

**Câu 7:**

Đường cong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$
- B.  $y = x^3 + 3x^2 + 2$
- C.  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$
- D.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$

**Câu 8:**

Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  và trục tung là:

- A. 3
- B. 4
- C. 2
- D. 1

**Câu 9:**

Cho các số thực dương a, b. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + 3\log_2 b$
- B.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b$
- C.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - 3\log_2 b$
- D.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \frac{1}{3}\log_2 b$

**Câu 10:**

Đạo hàm của hàm số  $y = e^{2x+1}$  là

- A.  $y' = 2e^{2x+1}$
- B.  $y' = e^{2x+1}$
- C.  $y' = 2xe^{2x+1}$
- D.  $y' = \frac{1}{2}e^{2x+1}$

**Câu 11:**

Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[5]{x}$ . (với  $x > 0$ )?

- A.  $x^{\frac{13}{2}}$
- B.  $x^{\frac{4}{7}}$
- C.  $x^{\frac{3}{10}}$
- D.  $x^{\frac{17}{10}}$

**Câu 12:**

Phương trình:  $3^{2x} = \frac{1}{9}$  có nghiệm là

- A. 2
- B. -2
- C. -1
- D. 1

**Câu 13:**

Nghiệm của phương trình  $\log_3(2x - 1) = 2$  là

- A.  $x = 5$
- B.  $x = 4$
- C.  $x = \frac{9}{2}$
- D.  $x = \frac{7}{2}$

**Câu 14:**

Nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

- A.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$
- B.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$
- C.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$
- D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$

**Câu 15:**

Nguyên hàm  $\int \sin 2x dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2} \cos 2x + C$

- B.  $-\cos 2x + C$
- C.  $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$
- D.  $\cos 2x + C$

**Câu 16:**

Cho  $\int_0^1 f(x)dx = 2$  và  $\int_1^2 f(x)dx = 3$ . Khi đó  $\int_0^2 2f(x)dx$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}$
- B.  $5$
- C.  $10$
- D.  $6$

**Câu 17:**

Tích phân  $I = \int_0^{2018} 2^x dx$  bằng

- A.  $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$
- B.  $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$
- C.  $2^{2018}$
- D.  $2^{2018} - 1$

**Câu 18:**

Cho hai số phức  $z_1 = 2 + 3i$  và  $z_2 = 1 - 2i$ . Số phức liên hợp của số phức

$\omega = z_1 + z_2$  là

- A.  $\bar{\omega} = 3 - 2i$
- B.  $\bar{\omega} = 1 - 4i$
- C.  $\bar{\omega} = 3 - i$
- D.  $\bar{\omega} = 3 + i$

**Câu 19:**

Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i$  và  $z_2 = 2 - 4i$ . Số phức  $\omega = z_1 - z_2$  bằng

- A.  $\omega = 3i$
- B.  $\omega = -3i$
- C.  $\omega = 4 - 3i$

D.  $\omega = 4 - 5i$

**Câu 20:**

Điểm biểu diễn số phức  $z = 2021i$  là

- A.  $P(0; 2021)$   
 B.  $Q(2021; 0)$   
 C.  $M(2021; 2021)$   
 D.  $N(0; 0)$

**Câu 21:**

Cho hình chóp  $S.ABCD$ . có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ , góc

$\widehat{BCA} = 30^\circ$ ,  $SO \perp (ABCD)$  và  $SO = \frac{3a}{4}$ . Khi đó thể tích của khối chóp là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$   
 B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$   
 C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$   
 D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

**Câu 22:**

Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên  $ABC$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ , góc giữa  $A'A$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng:

- A.  $a^3\sqrt{3}$   
 B.  $2a^3\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$   
 D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

**Câu 23:**

Cho hình chóp  $S.ABCD$ . có đáy  $ABCD$  là hình thang với  $AD \parallel BC$  và  $AD = 2BC$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.  $V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}$   
 B.  $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$

c.  $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABC}$

d.  $V_{S.ABCD} = 6V_{S.ABC}$

**Câu 24:**

Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng  $4\pi$ . Tính thể tích của khối trụ?

A.  $40\pi$

B.  $18\pi$

C.  $10\pi$

D.  $12\pi$

**Câu 25:**

Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 4)$ ,  $B(8; -5; 6)$ .

Hình chiếu vuông góc của trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  là điểm nào dưới đây.

A.  $N(3; -1; 5)$

B.  $Q(3; 0; 5)$

C.  $P(3; 0; 0)$

D.  $M(0; -1; 5)$

**Câu 26:**

Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S) : (x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 25$  có bán kính bằng

A. 25

B. 5

C. 625

D. 10

**Câu 27:**

Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(-1; 3; 1)$ ?

A.  $(P_1) : 2x + y + z = 0$

B.  $(P_2) : 2x + y + z - 2 = 0$

C.  $(P_3) : x - 2y + z + 5 = 0$

D.  $(P_4) : x - y - 2z = 0$

**Câu 28:**

Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(1; -1; 2)$  và  $N(1; 2; -1)$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$
- B.  $\vec{u}_2 = (0; -3; 1)$
- C.  $\vec{u}_3 = (0; 1; -1)$
- D.  $\vec{u}_4 = (0; -3; -3)$

Câu 29:

Chọn ngẫu nhiên một số trong 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

- A.  $\frac{12}{23}$
- B.  $\frac{11}{23}$
- C.  $\frac{10}{23}$
- D.  $\frac{1}{2}$

Câu 30:

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$
- B.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$
- C.  $y = -x^3 + x^2 - x$
- D.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 31:

Gọi  $M, m$ , lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$f(x) = -x^4 + 2x^2 + 5$  trên đoạn  $[0; 3]$ . Tổng  $M + m$  bằng

- A. 11
- B. -53
- C. 52
- D. -52

Câu 32:

Tập nghiệm của bất phương trình  $4^{8-x^2} \geq 256$  là

- A.  $[-1; 1]$



- B.  $(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$
- C.  $[-2; 2]$
- D.  $[-2; +\infty)$

**Câu 33:**

Nếu  $\int_1^2 [3.f(x) - 1] dx = 10$  thì  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng?

- A. 3
- B.  $\frac{13}{3}$
- C.  $\frac{10}{3}$
- D.  $\frac{11}{3}$

**Câu 34:**

Cho số phức  $z = 1 - 3i$ . Số phức  $w = (1 - i)z + \bar{z}$  có môđun bằng

- A.  $5\sqrt{2}$
- B. 2
- C.  $\sqrt{10}$
- D.  $\sqrt{2}$

**Câu 35:**

Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có

$AB = 4\sqrt{2}cm, AD = 4cm, AA' = 4cm$ . Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABB'A')$  bằng

- A.  $30^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $90^\circ$
- D.  $45^\circ$

**Câu 36:**

Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ . Biết

$AB = a, AC = a\sqrt{3}, SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$

- B.  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$
- C.  $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$
- D.  $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$

**Câu 37:**

Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm là  $M(1; -2; 3)$  và đi qua điểm

$N(-1; 0; 2)$  có phương trình là:

- A.  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 3$
- B.  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$
- C.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$
- D.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 3$

**Câu 38:**

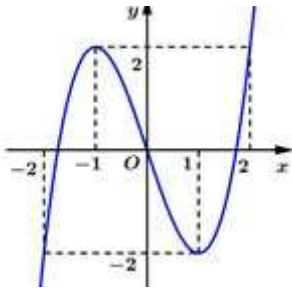
Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(-1; 3; 1)$  và  $B(2; 1; -1)$

có phương trình tham số là:

- A.  $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$
- B.  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$
- D.  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$

**Câu 39:**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$  trên  $(-1; \sqrt{3}]$  đạt được tại điểm nào sau đây?



- A.  $x = -1$
- B.  $x = 0$
- C.  $x = \sqrt{3}$
- D.  $x = 1$

**Câu 40:**

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để tập nghiệm của bất phương trình  $(\log_2(x+2) + 1)(3^x - m) < 0$  chứa không quá 9 số nguyên?

- A. 6560
- B. 6561
- C. 19683
- D. 19682

**Câu 41:**

Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 5 - 2x & \text{khi } x \leq 1 \\ 1 + 2x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ . Giá trị của tích phân

$$I = \int_{-2}^2 f(x^3 + 3x + 1)(x^2 + 1)dx \text{ bằng}$$

- A. 28
- B.  $\frac{11228}{9}$
- C.  $\frac{7504}{9}$
- D. 2021

**Câu 42:**

Xét các số phức  $z_1, z_2$  thoả mãn

$|z_1 - 1 + 2i| = 3; |z_2 + 2021 - 6i| = |z_2 + 2021 - 4i|$  và số phức  $z$  thoả mãn rằng biểu thức  $P = |z - z_1| + |z - z_2|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị lớn nhất của  $z$  là

- A.  $\sqrt{2021}$

- B. 5
- C.  $\sqrt{34}$
- D.  $\sqrt{26}$

Câu 43:

Cho hình chóp  $S.ABC$ . đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và

$AB = a, AC = a\sqrt{3}$ . Hai mặt phẳng  $SAB$  và  $SBC$  tạo với đáy 1 góc bằng nhau.

Hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  vuông góc với nhau và khoảng cách giữa hai đường

bằng  $\frac{a}{2}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
- B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$
- C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$
- D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 44:

Để chuẩn bị cổ vũ cho đội tuyển Việt Nam tham dự vòng loại thứ 3 World Cup 2022.

Một hội cổ động viên dự định sơn trang trí 1000 chiếc nón lá với cách sơn như sau.

Tính theo độ dài đường sinh của chiếc nón lá là 40(cm) kể từ đỉnh nón cứ 8(cm) thì

sơn màu đỏ, màu vàng xen kẽ nhau như hình minh họa, sau đó dán 20 ngôi sao

vàng vào mỗi chiếc nón. Biết rằng đường kính của đường tròn đáy nón 40(cm), mỗi

ngôi sao vàng giá 200 đồng, sơn màu vàng giá 5000 đồng/  $m^2$ , sơn màu đỏ giá 4000

đồng/  $m^2$ . Hỏi giá thành để trang trí 1000 chiếc nón lá đó gần với số tiền nào sau

đây?



- A. 5105840 đồng
- B. 5105841 đồng
- C. 5156106 đồng
- D. 5156107 đồng

Câu 45:

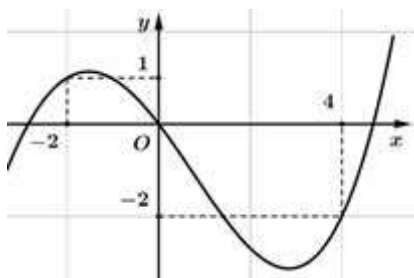
Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(P) : 2x + y - 2z + 1 = 0$  Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $O$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  và cắt  $(P)$  tại  $A$  sao cho  $OA$  nhỏ nhất có phương trình là

- A.  $\Delta : \frac{x}{10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$
- B.  $\Delta : \frac{x}{-10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$
- C.  $\Delta : \frac{x}{-10} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{2}$
- D.  $\Delta : \frac{x}{-10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{-2}$

Câu 46:

Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  sao cho  $f(0) = 2$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị trong hình vẽ bên. Xác định số điểm cực trị của hàm số

$$y = |4f(x - 2) + x^2 - 4x|$$

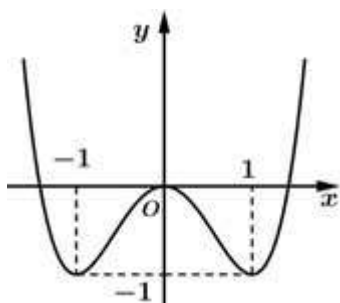


- A. 3
- B. 5
- C. 4
- D. 6

Câu 47:

Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm số chẵn trên tập số thực  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng tồn tại các giá trị của tham số  $m$  để phương trình

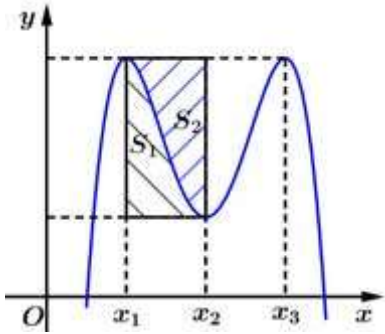
$3 \cdot 3^{2f^2(x)} - m(4|f(x)| + 3m + 3)3^{f^2(x)} + 3 = 0$  có đúng 7 nghiệm thực phân biệt. Tổng lập phương các giá trị đó của  $m$  là:



- A. -8
- B. 1
- C. -7
- D. 7

**Câu 48:**

Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2, x_3$ , thỏa mãn  $x_3 - x_1 = 2$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích của hai phần được gạch trong hình bên. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng



- A.  $\frac{3}{4}$
- B.  $\frac{5}{6}$
- C.  $\frac{7}{8}$
- D.  $\frac{9}{10}$

**Câu 49:**

Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $4z^2 + |z + 3i|z - 84 = 0$ ?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**Câu 50:**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x - z + 6 = 0$ , đường thẳng

$(d) : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{1}$ . Điểm  $J$  thay đổi trên mặt phẳng  $(P)$  sao cho mặt

cầu tâm  $J$  tiếp xúc với cả hai mặt cầu  $(S_1)$  tâm  $O(0; 0; 0)$  bán kính  $R_1 = 5$ , mặt

cầu ( $S_2$ ) tâm  $I(-2; 0; 2)$  bán kính  $R_2 = 1$ . Điểm  $M$  thay đổi trên đường thẳng  $d$ .

Giá trị nhỏ nhất của MJ bằng?

- A.  $\frac{6\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}$
- B.  $\frac{3\sqrt{6} - \sqrt{7}}{3}$
- C.  $\frac{6\sqrt{5} - \sqrt{7}}{3}$
- D.  $\frac{6\sqrt{5} - \sqrt{7}}{2}$

**ĐỀ THAM KHẢO SỐ 1**

(Đề thi có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

**Câu 1:** Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không được tạo thành từ 8 điểm phân biệt cho trước?

- A.  $8!$ .                      B.  $C_8^2$ .                      C.  $A_8^2$ .                      D.  $2!$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mỗi vectơ khác vectơ không được tạo thành bởi 2 điểm phân biệt nên đáp án cần chọn là  $C$ .

**Câu 2:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và  $u_2 = 1$ . Công sai của cấp số cộng bằng

- A. 4.                      B. -4.                      C. 6.                      D. -6.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = -4.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	+	
$y$		0	↗	↘	↗	
			2	$-\infty$	3	5

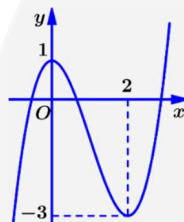
Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng?

- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $(0; 2)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

- A.  $(2; -3)$ .                      B.  $(-3; 2)$ .                      C.  $(1; 0)$ .                      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số.



**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	

Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 3.                      **B.** 2.                      **C.** 1.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng xét dấu của đạo hàm ta.

**Câu 6:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{-1}{3x+1}$  là đường thẳng

- A.**  $x = 0$ .                      **B.**  $y = 0$ .                      **C.**  $y = -\frac{1}{3}$ .                      **D.**  $x = -\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

+) Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$ .

+) Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{3x+1} = 0$ .

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = 0$ .

**Câu 7:** Đường cong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

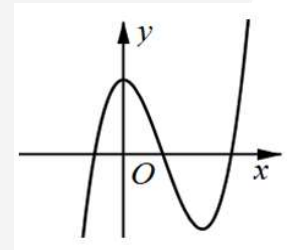
- A.**  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .                      **B.**  $y = x^3 + 3x^2 + 2$ .  
**C.**  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ .                      **D.**  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên loại **B**

Xét đáp án A: ta có  $y' = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ . Lúc đó  $y' < 0 \forall x \in (-2; 0)$ , điều này không phù hợp với đồ thị đã cho nên loại.



**Câu 8:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  và trục tung là:

- A. 3.                                      B. 4.                                      C. 2.                                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  và trục tung:  
 $x = 0 \Rightarrow y = 1$  nên đồ thị và trục tung có một giao điểm.

**Câu 9:** Cho các số thực dương  $a, b$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + 3\log_2 b$ .                                      B.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b$ .  
C.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - 3\log_2 b$ .                                      D.  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \frac{1}{3}\log_2 b$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\log_2 \frac{2\sqrt[3]{a}}{b^3} = \log_2 \frac{2a^{\frac{1}{3}}}{b^3} = \log_2 2 + \log_2 a^{\frac{1}{3}} - \log_2 b^3 = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - 3\log_2 b$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{2x+1}$  là

- A.  $y' = 2e^{2x+1}$ .                                      B.  $y' = e^{2x+1}$ .                                      C.  $y' = 2xe^{2x+1}$ .                                      D.  $y' = \frac{1}{2}e^{2x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y = e^{2x+1} \Rightarrow y' = (2x+1)' \cdot e^{2x+1} = 2 \cdot e^{2x+1}$ .

**Câu 11:** Rút gọn biểu thức  $P = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$  (với  $x > 0$ )?

- A.  $x^{\frac{13}{2}}$ .                                      B.  $x^{\frac{4}{7}}$ .                                      C.  $x^{\frac{3}{10}}$ .                                      D.  $x^{\frac{17}{10}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Với  $x > 0$  thì  $P = x^2 \cdot \sqrt[3]{x} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{2+\frac{1}{3}} = x^{\frac{17}{3}}$ .

**Câu 12:** Phương trình:  $3^{2x} = \frac{1}{9}$  có nghiệm là

- A. 2.                                      B. -2.                                      C. -1.                                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $3^{2x} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{2x} = 3^{-2} \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$ .

**Câu 13:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(2x - 1) = 2$  là

- A.**  $x = 5$ .                      **B.**  $x = 4$ .                      **C.**  $x = \frac{9}{2}$ .                      **D.**  $x = \frac{7}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định  $x > \frac{1}{2}$ .

$$\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 5.$$

**Câu 14:** Nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

- A.**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ .                      **B.**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ .  
**C.**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$ .                      **D.**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức nguyên hàm ta có  $\int \left( x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ .

**Câu 15:** Nguyên hàm  $\int \sin 2x dx$  bằng:

- A.**  $\frac{1}{2} \cos 2x + C$ .                      **B.**  $-\cos 2x + C$ .                      **C.**  $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$ .                      **D.**  $\cos 2x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d2x = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$ .

**Câu 16:** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^2 f(x) dx = 3$ . Khi đó  $\int_0^2 2f(x) dx$  bằng

- A.**  $\frac{5}{2}$ .                      **B.** 5.                      **C.** 10.                      **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\int_0^2 2f(x)dx = 2 \left[ \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx \right] = 2(2 + 3) = 10.$$

**Câu 17:** Tích phân  $I = \int_0^{2018} 2^x dx$  bằng

- A.**  $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$ .      **B.**  $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$ .      **C.**  $2^{2018}$ .      **D.**  $2^{2018} - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$w = 4 - 5iI = \int_0^{2018} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^{2018} = \frac{2^{2018} - 1}{\ln 2} z_1 = 2 + 3i$$

**Câu 18:** Cho hai số phức  $z_1 = 3 + i$  và  $z_2 = 1 - 2i$ . Số phức liên hợp của số phức  $w = z_1 + z_2$  là

- A.**  $\bar{w} = 3 - 2i$ .      **B.**  $\bar{w} = 1 - 4i$ .      **C.**  $\bar{w} = 3 - i$ .      **D.**  $\bar{w} = 3 + i$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } w = z_1 + z_2 = 3 + i \Rightarrow \bar{w} = 3 - i.$$

**Câu 19:** Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i$  và  $z_2 = 2 - 4i$ . Số phức  $w = z_1 - z_2$  bằng

- A.**  $w = 3i$ .      **B.**  $w = -3i$ .      **C.**  $w = 4 - 3i$ .      **D.**  $w = 4 + 3i$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } w = z_1 - z_2 = 2 - i - (2 - 4i) = 3i.$$

**Câu 20:** Điểm biểu diễn số phức  $z = 2021i$  là

- A.**  $P(0; 2021)$ .      **B.**  $Q(2021; 0)$ .      **C.**  $M(2021; 2021)$ .      **D.**  $N(0; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

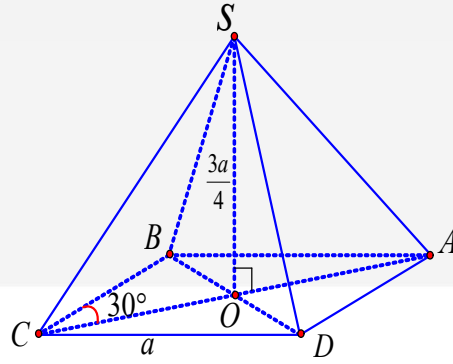
Theo lý thuyết ta có điểm biểu diễn số phức  $z = 2021i$  là  $P(0; 2021)$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ , góc  $\widehat{BCA} = 30^\circ$ ,

$SO \perp (ABCD)$  và  $SO = \frac{3a}{4}$ . Khi đó thể tích của khối chóp là

- A.**  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$ .      **B.**  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ .      **C.**  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{8}$ .      **D.**  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**



**Chọn B**

Theo giả thiết  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ , góc  $\widehat{BCA} = 30^\circ$  nên  $\widehat{BCD} = 60^\circ$ ;  $\triangle BCD$  đều suy ra  $BD = a$ ,  $CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $AC = 2CO = a\sqrt{3}$ .

Ta có  $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ ;  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$  với  $SO = \frac{3a}{4}$  suy ra

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

**Câu 22:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên  $(ABC)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ , góc giữa  $A'A$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng:

- A.  $a^3\sqrt{3}$ .                      B.  $2a^3\sqrt{3}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo bài ta có  $A'G \perp (ABC)$   
 $\Rightarrow (A'A; (ABC)) = (A'A; AG) = \widehat{A'AG} \Rightarrow \widehat{A'AG} = 60^\circ$ .

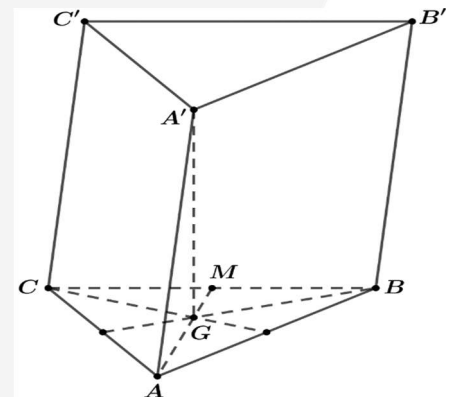
Xét tam giác  $A'AG$  vuông tại  $G$  ta có:

$$A'G = AG \cdot \tan \widehat{A'AG} = \frac{2}{3}AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = 2a.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{ABC} = (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:

$$V = A'G \cdot S_{ABC} = 2a \cdot a^2\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}.$$

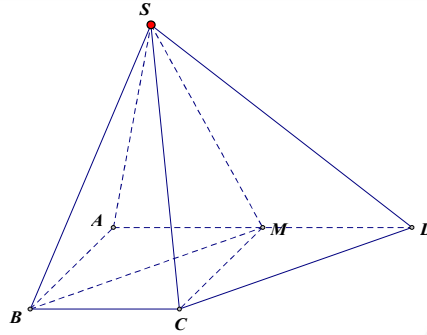


**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang với  $AD // BC$  và  $AD = 2BC$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.**  $V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}$ .    **B.**  $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$ .    **C.**  $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABC}$ .    **D.**  $V_{S.ABCD} = 6V_{S.ABC}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}.$$

**Câu 24:** Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng  $4\pi$ . Tính thể tích của khối trụ?

- A.**  $40\pi$ .                      **B.**  $18\pi$ .                      **C.**  $10\pi$ .                      **D.**  $12\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } 2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi.$$

**Câu 25:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 4)$ ,  $B(8; -5; 6)$ . Hình chiếu vuông góc của trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  là điểm nào dưới đây.

- A.**  $N(3; -1; 5)$ .              **B.**  $Q(3; 0; 5)$ .              **C.**  $P(3; 0; 0)$ .              **D.**  $M(0; -1; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Tọa độ trung điểm của } AB \text{ là } I(3; -1; 5).$$

$$\text{Vậy hình chiếu của } I \text{ trên mặt phẳng } (Oyz) \text{ là } M(3; 0; 5).$$

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + y^2 + z^2 = 25$  có bán kính bằng

- A.** 25.                          **B.** 5.                              **C.** 625.                          **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Phương trình mặt cầu là: } (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \text{ nên } R^2 = 25 \Rightarrow R = 5.$$

**Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(-1;3;1)$ ?

A.  $(P_1): 2x + y + z = 0.$

B.  $(P_2): 2x + y + z - 2 = 0.$

C.  $(P_3): x - 2y + z + 5 = 0.$

D.  $(P_4): x - y - 2z = 0.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Thay tọa độ của điểm  $M$  trực tiếp vào các phương trình để kiểm tra.

**Câu 28:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(1;-1;2)$  và  $N(1;2;-1)$ ?

A.  $\vec{u}_1 = (2;1;1).$

B.  $\vec{u}_2 = (0;-3;1).$

C.  $\vec{u}_3 = (0;1;-1).$

D.  $\vec{u}_4 = (0;-3;-3).$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (0;3;-3) = 3\vec{u}_3 \Rightarrow \vec{u}_3$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $MN$ .

**Câu 29:** Chọn ngẫu nhiên một số trong 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A.  $\frac{12}{23}.$

B.  $\frac{11}{23}.$

C.  $\frac{10}{23}.$

D.  $\frac{1}{2}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên  $1,2,3,\dots,23$ , ta đếm được có 12 số lẻ nên xác suất cần tìm là  $\frac{12}{23}$ .

**Câu 30:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \frac{2x+1}{x-1}.$

B.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1.$

C.  $y = -x^3 + x^2 - x.$

D.  $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  trước hết phải có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ , loại câu A, xét các câu khác.

Chỉ có  $(x^3 - 3x^2 + 3x + 1)' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , dấu bằng xảy ra khi  $x = 1$  (hữu hạn).

**Câu 31:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 5$  trên đoạn  $[0;3]$ . Tổng  $M + m$  bằng

- A. 11.                      B. -53.                      C. 52.                      D. -52.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $f'(x) = -4x^3 + 4x$  và  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$ . Trên  $[0;3]$ , ta xét các giá trị  $f(0) = 5, f(1) = 6, f(3) = -58$ .

Do đó  $M = 6, m = -58$  và  $M + m = -52$ .

**Câu 32:** Tập nghiệm của bất phương trình  $4^{8-x^2} \geq 256$  là

- A.  $[-1;1]$ .                      B.  $(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$ .                      C.  $[-2;2]$ .                      D.  $[2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $4^{8-x^2} \geq 256 \Leftrightarrow 8 - x^2 \geq \log_4 256 = 4 \Leftrightarrow x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$ .

**Câu 33:** Nếu  $\int_1^2 [3f(x) - 1]dx = 10$  thì  $\int_1^2 f(x)dx$  bằng?

- A. 3.                      B.  $\frac{13}{3}$ .                      C.  $\frac{10}{3}$ .                      D.  $\frac{11}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng tính chất tích phân  $10 = \int_1^2 [3f(x) - 1]dx = 3 \int_1^2 f(x)dx - 1 \Rightarrow \int_1^2 f(x)dx = \frac{11}{3}$ .

**Câu 34:** Cho số phức  $z = 1 - 3i$ . Số phức  $w = (1 - i)z + \bar{z}$  có môđun bằng

- A.  $5\sqrt{2}$ .                      B. 2.                      C.  $\sqrt{10}$ .                      D.  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $w = -1 - i \Rightarrow |w| = \sqrt{2}$ .



**Câu 35:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ ,  $AD = 4 \text{ cm}$ ,  $AA' = 4 \text{ cm}$ . Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABB'A')$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

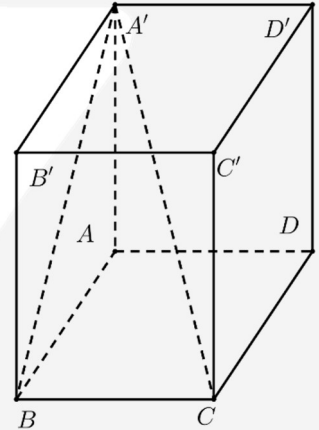
Ta có  $A'C \cap (AA'B'B) = A'$  và  $CB \perp (AA'B'B)$

$\Rightarrow A'B$  là hình chiếu vuông góc của  $A'C$

$\Rightarrow (\widehat{A'C, (AA'B'B)}) = (\widehat{A'C, A'B}) = \widehat{BA'C}$

$$\Rightarrow \tan \widehat{BA'C} = \frac{BC}{A'B} = \frac{4}{\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{BA'C} = 30^\circ$$



**Câu 36:** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ . Biết  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ .                      B.  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .                      C.  $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$ .                      D.  $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ  $A$  kẻ  $AD \perp BC$  mà  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SBC)$  mà  $(SAD) \cap (SBC) = SD$

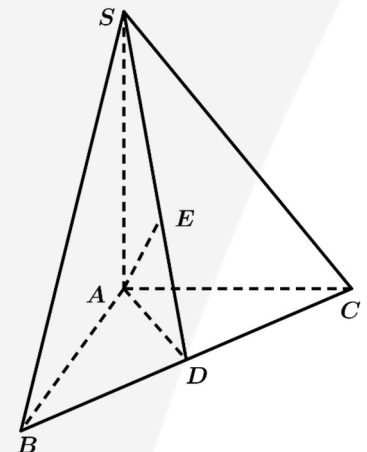
$\Rightarrow$  Từ  $A$  kẻ  $AE \perp SD \Rightarrow AE \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A; (SBC)) = AE$

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ta có:  $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{3a^2}$

Xét  $\triangle SAD$  vuông tại  $A$  ta có:  $\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{19}{12a^2}$

$$\Rightarrow AE = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$$



**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm là  $M(1; -2; 3)$  và đi qua điểm  $N(-1; 0; 2)$  có phương trình là:

- A.  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 3.$                       B.  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9.$   
 C.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$                       D.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 3.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Bán kính của mặt cầu là  $MN = 3$ , do có tâm là  $M(1; -2; 3)$  nên có phương trình là  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

**Câu 38:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(-1; 3; 1)$  và  $B(2; 1; -1)$  có phương trình tham số là:

- A.  $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$

**Lời giải**

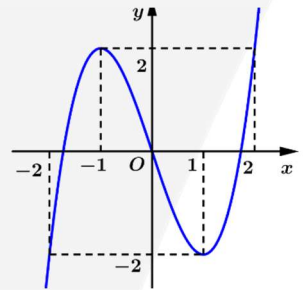
**Chọn B**

Ta có: Đường thẳng nhận  $\overrightarrow{AB} = (3; -2; -2)$  là vectơ chỉ phương và đi qua điểm  $B(2; 1; -1)$  nên

có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$  trên  $(-1; \sqrt{3}]$  đạt được tại điểm nào sau đây?

- A.  $x = -1.$                       B.  $x = 0.$   
 C.  $x = \sqrt{3}.$                       D.  $x = 1.$



**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $t = x^2 - 2 \Rightarrow t \in [-2; 1]$

Xét hàm số  $h(t) = f(t)$  trên đoạn  $[-2; 1]$ , từ đồ thị ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất

$$\Leftrightarrow t = -1 \Leftrightarrow x^2 - 2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (l)} \\ x = 1 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 1.$

**Câu 40:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để tập nghiệm của bất phương trình  $(\log_2(x+2)+1)(3^x-m) < 0$  chứa không quá 9 số nguyên?

- A. 6560.                      B. 6561.                      C. 19683.                      D. 19682.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$(\log_2(x+2)+1)(3^x-m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x+2)+1 > 0 \\ 3^x-m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ 3^x < m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x+2)+1 < 0 \\ 3^x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -\frac{3}{2} \\ 3^x > m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x < \log_3 m \\ -2 < x < -\frac{3}{2} \\ x > \log_3 m \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \log_3 m \text{ (loại } \begin{cases} -2 < x < -\frac{3}{2} \\ x > \log_3 m \end{cases} \text{, do } m \geq 1 \text{ nên } x > \log_3 m \geq 0).$$

Vì tập nghiệm của bất phương trình chứa không quá 9 số nguyên, mà  $x > -\frac{3}{2}$ , tức là có chứa các số nguyên  $-1; 0; 1; \dots; 7; 8; \dots$  nên  $x < \log_3 m \leq 8 \Leftrightarrow m \leq 3^8 = 6561$ .

Mà  $m \in \mathbb{Z}^+$  nên  $m \in \{1; 2; \dots; 6561\}$ . Vậy có 6561 giá trị  $m$  thỏa YCBT.

**Câu 41:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 5-2x & \text{khi } x \leq 1 \\ 1+2x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ . Giá trị của tích phân  $I = \int_{-2}^2 f(x^3+3x+1)(x^2+1)dx$

bằng

- A. 28.                      B.  $\frac{11228}{9}$ .                      C.  $\frac{7504}{9}$ .                      D. 2021.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dt = (3x^2 + 3)dx \Rightarrow (x^2 + 1)dx = \frac{1}{3}dt.$$

Đổi cận:  $x \rightarrow -2 : t \rightarrow -13$  và  $x \rightarrow 2 : t \rightarrow 15$

$$\text{Khi đó: } I = \frac{1}{3} \int_{-13}^{15} f(t)dt = \frac{1}{3} \left[ \int_{-13}^1 f(t)dt + \int_1^{15} f(t)dt \right] = \frac{1}{3} \left[ \int_{-13}^1 (5-2t)dt + \int_1^{15} (1+2t^2)dt \right]$$

$$= \frac{1}{3} \left[ \int_{-13}^1 (5-2t)dt + \int_1^{15} (1+2t^2)dt \right] = \frac{1}{3} \left( 238 + \frac{6790}{3} \right) = \frac{7504}{9}.$$

**Câu 42:** Xét các số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 1 + 2i| = 3$ ;  $|z_2 + 2021 - 6i| = |z_2 + 2021 - 4i|$  và số phức  $z$  thỏa mãn rằng biểu thức  $P = |z - z_1| + |z - z_2|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị lớn nhất của  $|z|$  là

- A.  $\sqrt{2021}$                       B. 5                      C.  $\sqrt{34}$                       D.  $\sqrt{26}$

**Lời giải**

Gọi  $M$  là điểm biểu diễn cho  $z_1$ , ta có tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I(1; -2)$ , bán kính  $R = 3$

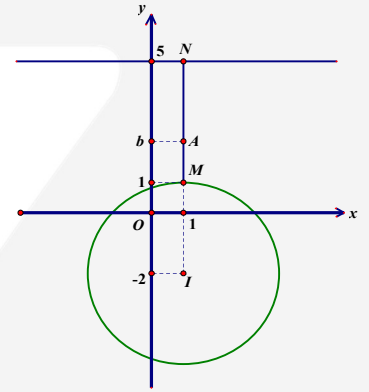
Gọi  $N$  là điểm biểu diễn cho  $z_2$ , ta có tập hợp điểm  $N$  là đường thẳng  $y = 5$

Gọi  $A$  là điểm biểu diễn cho số phức  $z$ , ta có:  $P = AM + AN$ .

Để  $P$  nhỏ nhất thì tọa độ các điểm phải là  $M(1;1), N(1;5)$  và điểm

$A$  phải thuộc đoạn thẳng  $MN$ , từ đó suy ra  $z = a + bi$

với  $a = 1; 1 \leq b \leq 5$ . Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  $|z|$  là  $\sqrt{26}$



**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABC$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ . Hai mặt phẳng  $SAB$  và  $SBC$  tạo với đáy 1 góc bằng nhau. Hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  vuông góc

với nhau và khoảng cách giữa hai đường bằng  $\frac{a}{2}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$                       B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$                       C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$                       D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

**Bài giải**

**Chọn A**

Vẽ  $AI \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Vẽ  $SH \perp AI \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Vì hai mặt phẳng  $SAB$  và  $SBC$  tạo với đáy 1 góc bằng nhau  $\Rightarrow H$  nằm trên đường phân giác góc  $B$

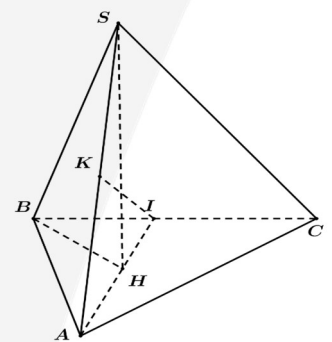
$$\Rightarrow \frac{AH}{HI} = \frac{AB}{BI} = 2 \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Từ  $I$  vẽ  $HK \perp SA \Rightarrow d(BC, SA) = IK = \frac{a}{2}$

Trong  $\Delta AIK$  vuông tại  $K \Rightarrow \sin \widehat{IAK} = \frac{IK}{AI} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan \widehat{IAK} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Trong  $\Delta SHA$  vuông tại  $H \Rightarrow \tan \widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} \Rightarrow SH = AH \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$



**Câu 44:** Để chuẩn bị cổ vũ cho đội tuyển Việt Nam tham dự vòng loại thứ 3 World Cup 2022. Một hội cổ động viên dự định sơn trang trí 1000 chiếc nón lá với cách sơn như sau. Tính theo độ dài đường sinh của chiếc nón lá là  $40(cm)$  kể từ đỉnh nón cứ  $8(cm)$  thì sơn màu đỏ, màu vàng xen kẽ nhau như hình minh họa, sau đó dán 20 ngôi sao vàng vào mỗi chiếc nón. Biết rằng đường kính của đường tròn đáy nón  $40(cm)$ , mỗi ngôi sao vàng giá 200 đồng, sơn màu vàng giá  $5000 \text{ đồng}/m^2$ , sơn màu đỏ giá  $4000 \text{ đồng}/m^2$ . Hỏi giá thành để trang trí 1000 chiếc nón lá đó gần với số tiền nào sau đây?



- A.** 5105840 đồng.    **B.** 5105841 đồng.    **C.** 5156106 đồng.    **D.** 5156107 đồng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $l_1 = 40; l_2 = 32; l_3 = 24; l_4 = 16; l_5 = 8$  khi đó bán kính và diện tích của các khối nón đỉnh S tương ứng với các đường sinh kể trên là

$$S_1 = \pi r_1 l_1; S_2 = \pi r_2 l_2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2 l_2}{r_1 l_1} = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow S_2 = \frac{16}{25} S_1.$$

$$\text{Tương tự } S_3 = \frac{9}{25} S_1; S_4 = \frac{4}{25} S_1; S_5 = \frac{1}{25} S_1$$

$$\text{Như vậy diện tích phần màu vàng là } (S_2 - S_3) + (S_4 - S_5) = \frac{2}{5} S_1 = \frac{2}{5} \cdot 40 \cdot 20\pi = 320\pi (cm^2)$$

$$\text{Diện tích sơn màu đỏ là } \frac{3}{5} S_1 = \frac{3}{5} \cdot 40 \cdot 20\pi = 480\pi (cm^2)$$

Giá tiền để trang trí 1000 một chiếc nón là

$$\left( \frac{320\pi}{10000} \cdot 5000 + \frac{480\pi}{10000} \cdot 4000 + 20 \cdot 200 \right) 1000 = 5105841 \text{ đồng.}$$

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $O$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  và cắt  $(P)$  tại  $A$  sao cho  $OA$  nhỏ nhất có phương trình là

A.  $\Delta: \frac{x}{10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ .

B.  $\Delta: \frac{x}{-10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ .

C.  $\Delta: \frac{x}{-10} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{2}$ .

D.  $\Delta: \frac{x}{-10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{-2}$ .

**Bài giải**

**Chọn B**

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9 \Rightarrow I(1;2;-2), R=3$  và  $O \in (S)$

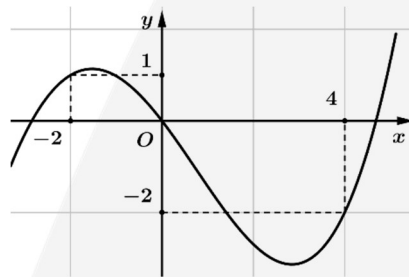
Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $O$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(\alpha): x + 2y - 2z = 0$

Gọi  $d = (\alpha) \cap (P) \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(\alpha)}] = (2; 2; 3)$ . Để  $OA$  nhỏ nhất thì  $OA \perp d$

Vậy  $OA \perp d; OA \perp OI \Rightarrow$  đường thẳng qua  $\Delta$  có 1 vectơ chỉ phương

$\vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{OI}] = (-10; 7; 2)$  Phương trình đường  $\Delta: \frac{x}{-10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ .

**Câu 46:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  sao cho  $f(0) = 2$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị trong hình vẽ bên. Xác định số điểm cực trị của hàm số  $y = |4f(x-2) + x^2 - 4x|$ .



A. 3.

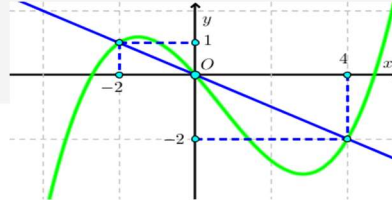
B. 5.

C. 4.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**



Nhận xét: Các điểm  $A(-2;1), O(0;0), B(4;-2)$  đều nằm trên đường thẳng  $d: y = -\frac{1}{2}x$ .

$$\text{Đặt } g(x) = 4f(x-2) + x^2 - 4x \Rightarrow g'(x) = 4f'(x-2) + 2(x-2)$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-2) = -\frac{x-2}{2} \Leftrightarrow x \in \{0;2;6\}$$

Bảng biến thiên hàm số  $g(x)$ :

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$6$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$g(x)$	$+\infty$		$g(0)$		$g(2)$		$g(6)$	$+\infty$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = +\infty$  và  $g(2) = 4f(0) - 4 = 4 > 0$ .

Mặt khác:

Ta có:  $S_1 = \int_{-2}^0 |f'(x)| dx < 2 \Rightarrow f(x) \Big|_{-2}^0 < 2 \Leftrightarrow f(0) - f(-2) < 2$  nên  $f(-2) > 0$  do đó:

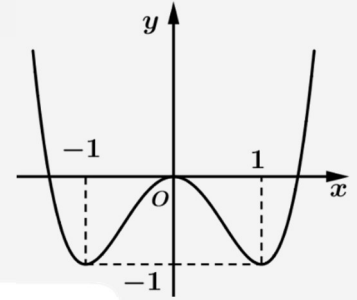
$$g(0) = 4f(-2) > 0.$$

Mà:  $S_2 = \int_0^4 |f'(x)| dx > 6 \Rightarrow -f(x) \Big|_0^4 > 6 \Leftrightarrow f(0) - f(4) > 6 \Leftrightarrow f(4) < 2 - 6 = -4$  do đó:

$$g(6) = 4f(4) + 12 < 0.$$

Suy ra hàm số  $y = g(x)$  có 3 cực trị và phương trình  $g(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt nên hàm số  $y = |4f(x-2) + x^2 - 4x|$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm số chẵn trên tập số thực  $R$  và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng tồn tại các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $3 \cdot 3^{2f^2(x)} - m(4|f(x)| + 3m + 3)3^{f^2(x)} + 3 = 0$  có đúng 7 nghiệm thực phân biệt. Tổng lập phương các giá trị đó của  $m$  là:



- A. - 8.                                      B. 1.  
C. - 7.                                      D. 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$3 \cdot 3^{2f^2(x)} - m(4|f(x)| + 3m + 3)3^{f^2(x)} + 3 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2f^2(x)} + 3 = m(4|f(x)| + 3m + 3)3^{f^2(x)}$$

$$\Leftrightarrow 3^{f^2(x)} + \frac{1}{3^{f^2(x)}} = \frac{1}{3}m(4|f(x)| + 3m + 3) \quad (*)$$

Nhận thấy, nếu  $x_0$  là một nghiệm của (\*) thì  $-x_0$  cũng là nghiệm của (\*).

Suy ra, điều kiện cần để phương trình (\*) có 7 nghiệm thực phân biệt là (\*) có nghiệm  $x = 0$ .

Mà theo đồ thị, ta thấy  $f(0) = 0 \Rightarrow 1 + 1 = \frac{1}{3}m \cdot (3m + 3) \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$ .

**Thử lại:**

• Với  $m = -2$  thì (\*) trở thành  $3^{f^2(x)} + \frac{1}{3^{f^2(x)}} = \frac{-2}{3}(4|f(x)| - 3) \quad (1)$ .

Nhận thấy,  $VT = 3^{f^2(x)} + \frac{1}{3^{f^2(x)}} \stackrel{Cauchy}{\geq} 2$ ,  $VP \leq \frac{-2}{3} \cdot (-3) = 2$  nên (1)  $\Leftrightarrow f(x) = 0$ , theo đồ thị, suy ra phương trình có 3 nghiệm x nên  $m = -2$  không thỏa mãn.

• Với  $m = 1$  thì (\*) trở thành  $3^{f^2(x)} + \frac{1}{3^{f^2(x)}} = \frac{1}{3}(4|f(x)| + 6)$

$$\Leftrightarrow 3^{f^2(x)} + \frac{1}{3^{f^2(x)}} - \frac{2}{3}(2|f(x)| + 3) = 0 (**)$$

Đặt  $f^2(x) = t; t \geq 0$

Xét hàm số  $g(t) = 3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{2}{3}(2\sqrt{t} + 3)$  với  $t \geq 0$ .

Ta có  $g'(t) = 3^t \cdot \ln 3 - \frac{\ln 3}{3^t} - \frac{2}{3\sqrt{t}}$ ,  $g''(t) = 3^t \ln^2 3 + \frac{\ln^2 3}{3^t} + \frac{1}{3\sqrt{t^3}} > 0$  với mọi  $t > 0$ .

$\Rightarrow g'(t)$  đồng biến trên  $(0; +\infty) \Rightarrow g'(t) = 0$  có nhiều nhất 1 nghiệm  $t > 0$ .

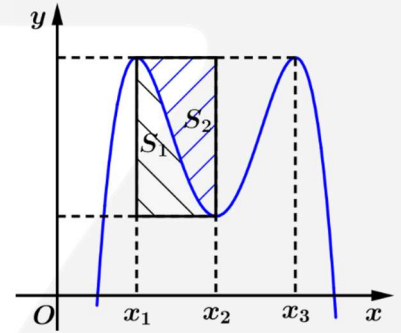


$\Rightarrow$  phương trình  $g(t) = 0$  có nhiều nhất 2 nghiệm  $t \geq 0$ .

Lại có,  $g(1) = 0$  và  $g(0) = 0 \Rightarrow$  Phương trình  $(**)$  có 3 nghiệm là  $\begin{cases} f^2(x) = 0 \\ f^2(x) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = \pm 1 \end{cases}$

hay phương trình ban đầu có đúng 7 nghiệm. Vậy  $m = 1$  thỏa mãn.

**Câu 48:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_3 - x_1 = 2$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích của hai phần được gạch trong hình bên. Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng



A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{5}{6}$ .

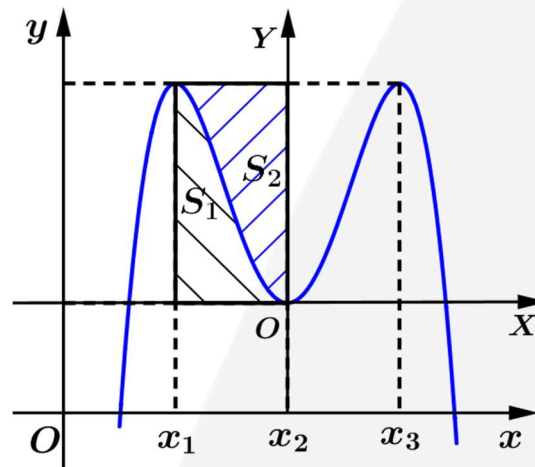
C.  $\frac{7}{8}$ .

D.  $\frac{9}{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Kết quả bài toán không đổi nếu ta đổi hệ trục tọa độ  $xOy$  thành  $XO'Y$ .



Khi đó trong hệ trục tọa độ mới, hàm số có dạng  $g(X) = AX^4 + BX^2$  và  $g(X) = AX^4 + BX^2$  có hai điểm cực trị tương ứng là  $-1$  và  $1$  là nghiệm của  $4AX^3 + 2BX = 0$ , do đó hàm số có dạng  $G(X) = k.(X^4 - 2X^2)$  với  $k < 0$ .

Diện tích hình chữ nhật bằng  $S_1 + S_2 = |1.G(-1)| = |k|$ .

Diện tích  $S_1 = \left| k \int_{-1}^0 (X^4 - 2X^2) dX \right| = \frac{7}{15} |k|$  do đó  $S_2 = |k| - \frac{7}{15} |k| = \frac{8}{15} |k|$  và  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{8}$ .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $4z^2 + |z + 3i|z - 84 = 0$ ?

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có phương trình bậc 2 theo  $z$  có  $a.c = 4.(-84) < 0$  nên phương trình luôn có nghiệm thực.

Do đó  $z \in \mathbb{R}$ , nên  $|z + 3i| = \sqrt{z^2 + 9}$

Vậy ta có  $4z^2 + z\sqrt{z^2 + 9} - 84 = 0 \Leftrightarrow z\sqrt{z^2 + 9} = 84 - 4z^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15z^4 - 681z^2 + 7056 = 0 \\ z(84 - 4z^2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 16 \\ z^2 = \frac{147}{5} \\ z(84 - 4z^2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 4 \\ z = -\sqrt{\frac{147}{5}} \end{cases}$$

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z + 6 = 0$ , đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{1}$ . Điểm  $J$  thay đổi trên mặt phẳng  $(P)$  sao mặt cầu tâm  $J$  tiếp xúc với cả hai mặt cầu  $(S_1)$  tâm  $O(0;0;0)$  bán kính  $R_1 = 5$ , mặt cầu  $(S_2)$  tâm  $I(-2;0;2)$  bán kính  $R_2 = 1$ . Điểm  $M$  thay đổi trên đường thẳng  $d$ . Giá trị nhỏ nhất của  $MJ$  bằng

- A.  $\frac{6\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}$ .                              B.  $\frac{3\sqrt{6} - \sqrt{7}}{3}$ .                              C.  $\frac{6\sqrt{5} - \sqrt{7}}{3}$ .                              D.  $\frac{6\sqrt{5} - \sqrt{7}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả thiết suy ra  $(S_2)$  nằm trong  $(S_1)$ . Gọi  $(J;R)$  là mặt cầu tiếp xúc với cả  $(S_1), (S_2)$ .

Suy ra  $JO = R_1 - R$ ,

$$\begin{cases} JI = R_2 + R \\ JI = R - R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} JO + JI = R_1 + R_2 \\ JO + JI = R_1 - R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} JO + JI = 6 \\ JO + JI = 4 \end{cases} (*)$$

Dễ thấy  $OI \perp (P)$  tại  $H(-3;0;3)$ . Đặt

$HJ = x \Rightarrow JO = \sqrt{x^2 + 18}; JI = \sqrt{x^2 + 2}$  thay vào  $(*)$  ta được

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 18} + \sqrt{x^2 + 2} = 6 \\ \sqrt{x^2 + 18} + \sqrt{x^2 + 2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{3}. \text{ Do } J \in (P) \text{ và } JH = \frac{\sqrt{7}}{3} \text{ nên tập hợp các điểm } J \text{ là đường}$$

tròn tâm  $H$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  và có bán kính  $r = \frac{\sqrt{7}}{3}$ .

Ta thấy  $d \subset (P)$  và không cắt  $(H, r)$  nên  $MJ_{\min} = d(H, d) - r = \frac{3\sqrt{6} - \sqrt{7}}{3}$ .

