SỞ GD&ĐT HÀ NAM
THPT CHUYÊN BIÊN HÒA

(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN TOÁN – Khối: 12
Thời gian làm bài : 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh :.. Số báo danh : .... **Mã đề 101**

Câu 1: Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4;-2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng:

A. $\overline{z}=-4-2i$. **B.** $\overline{z}=4-2i$. **C.** $\overline{z}=4+2i$. **D.** $\overline{z}=-4+2i$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\log x+\log(3-x)$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(0;3]$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$. **C.** $y'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$. **D.** $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{2}{3}}$.

Câu 4: Nghiệm của bất phương trình $3^x<5$ là:

A. $x>\log_3 5$. **B.** $x>\log_5 3$. **C.** $x<\log_3 5$. **D.** $x<\log_5 3$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=5;u_4=40$. Giá trị u_7 bằng:

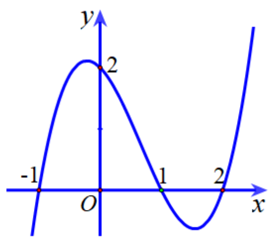
A. 210. **B.** 345 **C.** 260 **D.** 320

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau?

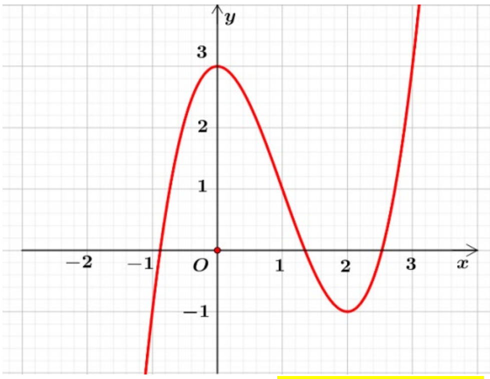


A. $(1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=9$, $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x$?

A. $I=14$. **B.** $I=1$. **C.** $I=11$. **D.** $I=7$.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+3$. **D.** $y=x^3+2x^2+3$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu.

A. $1<m<2$. **B.** $m<1$ hoặc $m>2$. **C.** $-2\le m\le 1$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>1$.

Câu 11: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):\frac{x-2}{3}+\frac{y-1}{2}+\frac{z-4}{-6}=1$ và $(Q):x+2y+3z+7=0$. Tính tang góc tạo bởi hai mặt phẳng đã cho.

A. $\frac{3}{\sqrt{19}}$. **B.** $\frac{3}{5\sqrt{19}}$. **C.** $\frac{5}{3\sqrt{19}}$. **D.** $\frac{3\sqrt{19}}{5}$.

Câu12:Tìm nghiệm phương trình trong tập số phức: $z^2-2z+2=0$

A. $z_1=1+i, z_2=1-i$. **B.** $z_1=2+4i, z_2=2-4i$. **C** $z_1=1+4i, z_2=1-4i$. **D.** $z_1=3+5i, z_2=3-5i$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ?

A. $V=3a^3\sqrt{2}$ **B.** $V=a^3\sqrt{2}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 15: Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$.

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

Câu 16: Cho $z_1=-7-2i$ và $z_2=3-5i$. Gọi $w=z_1+z_2$, khi đó phần thực và phần ảo của w lần lượt là:

A. $-4;-7$. **B.** $-4;3$. **C.** $-10;-7$. **D.** $4;-7$.

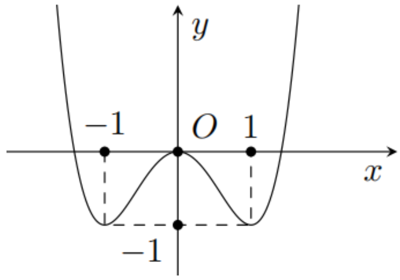
Câu 17: Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh $l=6$ và bán kính đáy $r=2$ là:

A. 24π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $P(4;2;1)$. **B.** Điểm $Q(-2;-7;10)$. **C.** Điểm $N(0;-4;7)$. **D.** Điểm $M(0;-4;-7)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm:

A. $M(-1;-1)$. **B.** $M(-1;0)$. **C.** $M(0;-1)$. **D.** $M(1;1)$.

Câu 20:Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang là:

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=-1,\ y=-2$. **C.** $x=2,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-2$.

Câu 21:Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2)>\log_{0,8}(13x+8)$ là:

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22:Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?

A. $C_6^2.C_5^2.C_4^2$. **B.** $A_6^2.A_5^2.A_4^2$. **C.** $C_6^2+C_5^2+C_4^2$. **D.** $A_6^2+A_5^2+A_4^2$.

Câu 23: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2\left[2+f(x)\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\dfrac{13}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 24:Hàm số $F(x)=2x+\sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=2+3\cos 3x$. **B .** $f(x)=x^2-\dfrac{1}{3}\cos 3x$. **C.** $f(x)=2-3\cos 3x$. **D.** $f(x)=x^2+\dfrac{1}{3}\cos 3x$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0)=1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+x$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$. **D.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 27: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng:

A. 2 **B.** -23 **C.** -22 **D.** -7

Câu 28:Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng:

A. $2\log a-\frac{1}{2}\log b$. **B.** $2\log a+\frac{1}{2}\log b$. **C.** $\frac{2\ln a}{\ln\sqrt{b}}$. **D.** $2\ln a-\frac{1}{2}\ln b$.

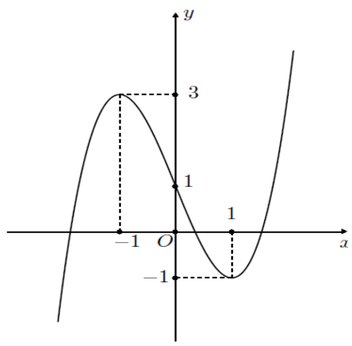
Câu 29: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3x+5$, $y=x+2$ quay quanh trục Ox là:

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{48}{5}$. **D.** $\frac{48\pi}{5}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC làm tam giác vuông tại B và $BC=4,\ AC=5$ và $AA'=3\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ và mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ bằng:

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f\left(x\right)+3m-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<\frac{5}{3}$ **B.** $-\frac{5}{3}<m<1$ **C.** $-\frac{5}{3}\le m\le 1$ **D.** $-1\le m\le\frac{5}{3}$

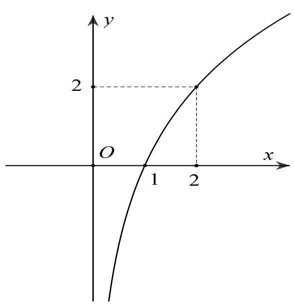
Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(x+5\right)\left(x+1\right)^2$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-4;-2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-5\right)$. **D.** $\left(3;4\right)$.

Câu 33:Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Câu 34:Tìm a để hàm số $y=\log_a x\left(0<a\ne 1\right)$; x>0 có đồ thị là hình bên dưới:



A. $a=\sqrt{2}$ B. $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C. $a=\dfrac{1}{2}$ D. $a=2$

Câu 35:Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1-i|=2$ là đường tròn có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$. B. $(x+1)^2+(y-1)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$. D. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

Câu 36: Cho mặt cầu có bán kính $R=6$. Diện tích S của mặt cầu đã cho bằng:

A. $S=144\pi$. B. $S=38\pi$. C. $S=36\pi$. D. $S=288\pi$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là:

A. $(2;5;4)$. B. $(2;-5;-4)$. C. $(2;5;-4)$. D. $(-2;-5;4)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60°$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC=2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $\dfrac{5a\sqrt{30}}{3}$.

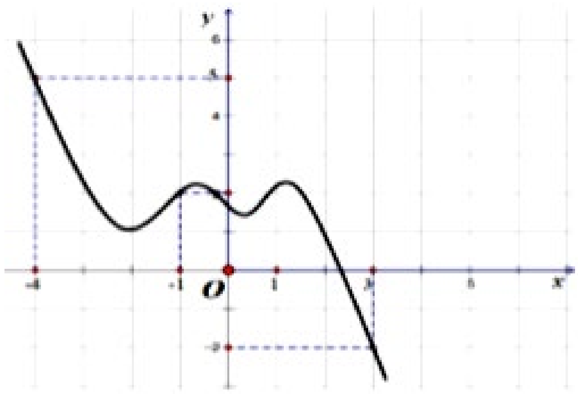
Câu 39:Tìm số giá trị nguyên của tham số $a\le 2$ để phương trình $e^{e^{2x}-a}-2x-a=0$ có nhiều nghiệm nhất ?

A.2 B.1 C.3 D. 0

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)+G(2)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int_0^{16} f\left(\dfrac{x}{8}\right)dx$ bằng:

A. -40. B. 5. C. 40. D. -5.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$, biết $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)+(x-1)^2$ trên đoạn $[-4;3]$ là m. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $m=g(-3)$ B. $m=g(-1)$ C. $m=g(-4)$ D. $m=g(3)$

Câu 42: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z+2|=\left|\frac{z+\overline{z}}{2}+4\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S=a+b^2$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=2x^3+mx^2+nx+2022$ với m, n là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2023}-12$ và $e-12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng:

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 45: Cho các số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-4+3i|=1$ và $|z_2-8-6i|=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5b+c=-12$. **B.** $5b+c=4$. **C.** $5b+c=-4$. **D.** $5b+c=12$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{1};d_2:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng:

A. 2 **B.** $\sqrt{6}$ **C.** 4 **D.** 3

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $0<x\le 2023$ và $3^x(x+1)=27^y y$.

A. 2020. **B.** 674. **C.** 672. **D.** 2019.

Câu 48: Cho khối nón đỉnh S, tâm mặt đáy O và có thể tích bằng $12\pi a^3$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=2a$ và góc $\widehat{AOB}=60^\circ$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng:

A. $\frac{9\sqrt{7}}{14}a$. **B.** $\frac{18\sqrt{85}}{85}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{14}a$. **D.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}a$.

Câu 49: Cho hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=36$ và $(S'):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=81$. Gọi d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm $M(4;-1;-7)$ một khoảng lớn nhất. Gọi $E(m;n;p)$ là giao điểm của d với mặt phẳng $(P):2x-y+z-17=0$. Biểu thức $T=m+n+p$ có giá trị bằng:

A. $T=81$. **B.** $T=92$. **C.** $T=79$. **D.** $T=88$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=|f(x-1)+2023|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	C	D	C	D	A	C	B	D	A	A	D	B	A	D	D	A	D	D	A	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	D	C	A	A	D	A	C	A	D	A	B	B	B	D	A	D	A	D	B	A	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4;-2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng

A. $\overline{z}=-4-2i$. **B.** $\overline{z}=4-2i$. **C.** $\overline{z}=4+2i$. **D.** $\overline{z}=-4+2i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4;-2)$ là $z=-4-2i$. Do đó số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=-4+2i$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\log x+\log(3-x)$ là

A. $(3;+\infty)$ **B.** $(0;3)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(0;3]$

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y'=\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\dfrac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

C. $y'=\dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$. **D.** $y'=\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}-1}(x^2+x+1)'=\dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $3^x<5$ là

A. $x>\log_3 5$. **B.** $x>\log_5 3$. **C.** $x<\log_3 5$. **D.** $x<\log_5 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^x<5 \Leftrightarrow x<\log_3 5$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=5; u_4=40$. Giá trị u_7 bằng

A. 210. **B.** 345. **C.** 260. **D.** 320.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_4=u_1.q^3 \Rightarrow 40=5.q^3 \Rightarrow q=2$

Vậy: $u_7=u_1.q^6=5.2^6=320$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

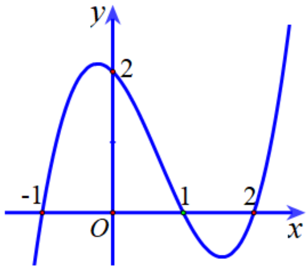
VTCP của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1)-2(y-0)-4(z-0)=0$ hay $5x-2y-4z-5=0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



A. $(1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

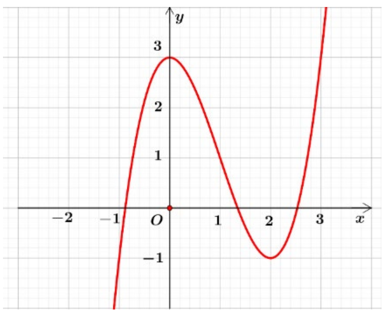
Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=9$, $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=14$. **B.** $I=1$. **C.** $I=11$. **D.** $I=7$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 9. Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+3$. **D.** $y=x^3+2x^2+3$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên loại A, B.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0; x=2$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu.

A. $1<m<2$. **B.** $m<1$ hoặc $m>2$. **C.** $-2\le m\le 1$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu là: $(m+2)^2+4m^2-19m+6>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>2$.

Câu 11. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):\frac{x-2}{3}+\frac{y-1}{2}+\frac{z-4}{-6}=1$ và $(Q):x+2y+3z+7=0$. Tính tang góc tạo bởi hai mặt phẳng đã cho.

A. $\frac{3}{\sqrt{19}}$ **B.** $\frac{3}{5\sqrt{19}}$. **C.** $\frac{5}{3\sqrt{19}}$. **D.** $\frac{3\sqrt{19}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$(P):\frac{x-2}{3}+\frac{y-1}{2}+\frac{z-4}{-6}=1 \Leftrightarrow (P): 2x+3y-z-9=0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_{(P)}=(2;3;-1)$

$(Q):x+2y+3z+7=0 \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}=(1;2;3)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

$\Rightarrow 0^0 \le \alpha \le 90^0$

Ta có: $\cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}_{(P)}\right|.\left|\vec{n}_{(Q)}\right|}=\frac{|2.1+3.2+(-1).3|}{\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\frac{5}{14}$

$\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\frac{171}{25} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{3\sqrt{19}}{5}$.

Câu 12. Tìm nghiệm phương trình trong tập số phức: $z^2-2z+2=0$.

A. $z_1=1+i, z_2=1-i$. **B.** $z_1=2+4i, z_2=2-4i$. **C.** $z_1=1+4i, z_2=1-4i$. **D.** $z_1=3+5i, z_2=3-5i$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

A. $V=3a^3\sqrt{2}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

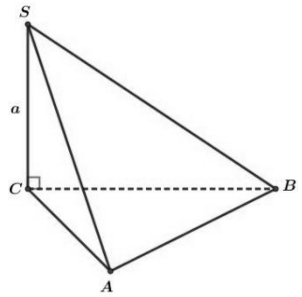
Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=a^2\sqrt{3}.a\sqrt{6}=3a^3\sqrt{2}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



$$S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 15. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$.

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là $R=d\left(I,(P)\right)=\frac{|1-2(-2)+2.0+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2$.

Vậy ta có phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

Câu 16. Cho $z_1=-7-2i$ và $z_2=3-5i$. Gọi $w=z_1+z_2$, khi đó phần thực và phần ảo của w lần lượt là:

A. $-4;-7$. **B.** $-4;3$. **C.** $-10;-7$. **D.** $4;-7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=z_1+z_2=-4-7i$

Do đó phần thực bằng -4 ; phần ảo bằng -7.

Câu 17. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh $l=6$ và bán kính đáy $r=2$ là

A. 24π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.2.6=12\pi$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

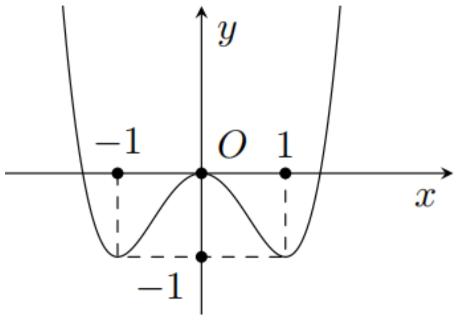
A. $P(4;2;1)$. **B.** $Q(-2;-7;10)$. **C.** $N(0;-4;7)$. **D.** $M(0;-4;-7)$.

Lời giải

Chọn D

Với $t=-1$, ta có $\begin{cases} x=0 \\ y=-4 \\ z=-7 \end{cases}$.Vậy đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=-4+3t \end{cases}$ đi qua điểm $M\left(0;-4;-7\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $M\left(-1;-1\right)$. **B.** $M\left(-1;0\right)$. **C.** $M\left(0;-1\right)$. **D.** $M\left(1;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $M\left(-1;-1\right)$.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang là

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=-1,\ y=-2$. **C.** $x=2,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1,\ y=-2$.

Câu 21. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}\left(15x+2\right)>\log_{0,8}\left(13x+8\right)$ là

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>-\dfrac{2}{15}$.

Khi đó, $\log_{0,8}\left(15x+2\right)>\log_{0,8}\left(13x+8\right)\Leftrightarrow 15x+2<13x+8\Leftrightarrow 2x<6\Leftrightarrow x<3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $T=\left(-\dfrac{2}{15};3\right)\Rightarrow x\in\left\{0;1;2\right\}$.

Câu 22. Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?

A. $C_6^2.C_5^2.C_4^2$. **B.** $A_6^2.A_5^2.A_4^2$. **C.** $C_6^2+C_5^2+C_4^2$. **D.** $A_6^2+A_5^2+A_4^2$.

Lời giải

Chọn A

❖ Chọn 2 học sinh khối 12 có C_6^2 cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 11 có C_5^2 cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 10 có C_4^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $C_6^2.C_5^2.C_4^2$ cách chọn thỏa yêu cầu.

Câu 23. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2\left[2+f(x)\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2\left[2+f(x)\right]dx=\left(2x+x^2\right)\Big|_1^2=8-3=5$.

Câu 24. Hàm số $F(x)=2x+\sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=2+3\cos 3x$. **B.** $f(x)=x^2-\frac{1}{3}\cos 3x$.

C. $f(x)=2-3\cos 3x$. **D.** $f(x)=x^2+\frac{1}{3}\cos 3x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=F'(x)=\left(2x+\sin 3x\right)'=2+3\cos 3x$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0)=1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}+\cos x+x$.

C. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2$. **D.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+2$.

Lời giải

Chọn C

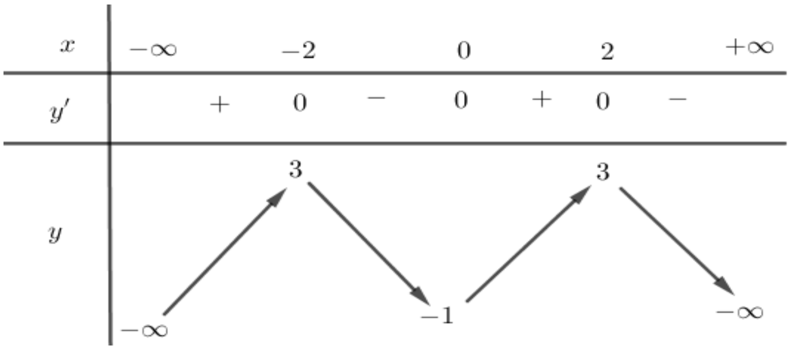
Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, ta có:

$$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2+\sin x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+C.$$

Mà $F(0)=1\Rightarrow C-1=1\Leftrightarrow C=2$.

Vậy $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Câu 28. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. $2\log a - \frac{1}{2}\log b$. **B.** $2\log a + \frac{1}{2}\log b$. **C.** $\frac{2\ln a}{\ln\sqrt{b}}$. **D.** $2\ln a - \frac{1}{2}\ln b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right) = \ln a^2 - \ln\sqrt{b} = 2\ln a - \frac{1}{2}\ln b$.

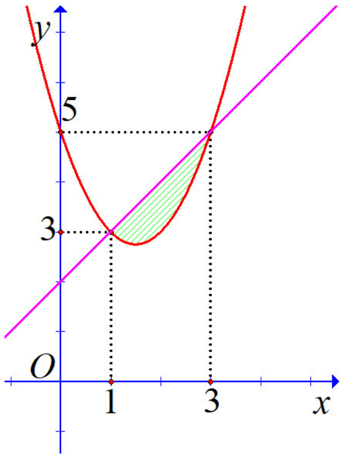
Câu 29. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x + 5$, $y = x + 2$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{48}{5}$. **D.** $\frac{48\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 5 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.



Nhìn vào đồ thị ta có thể tích tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x + 5$, $y = x + 2$ quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi\int_1^3 \left|\left(x^2 - 3x + 5\right)^2 - \left(x+2\right)^2\right| \mathrm{d}x = \pi\int_1^3 \left[\left(x+2\right)^2 - \left(x^2 - 3x + 5\right)^2\right] \mathrm{d}x$$

$$= \pi\int_1^3 \left[\left(x^2 + 4x + 4\right) - \left(x^4 + 9x^2 + 25 - 6x^3 + 10x^2 - 30x\right)\right] \mathrm{d}x = \pi\int_1^3 \left(-x^4 + 6x^3 - 18x^2 + 34x - 21\right) \mathrm{d}x$$

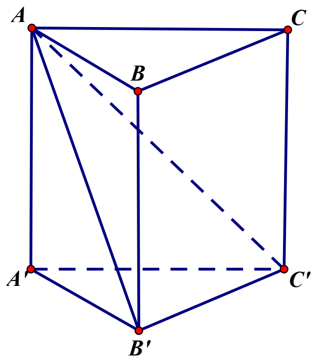
$$= \pi\left(\frac{-x^5}{5} + \frac{3x^4}{2} - 6x^3 + 17x^2 - 21x\right)\Bigg|_1^3 = \frac{48\pi}{5}.$$

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC làm tam giác vuông tại B và $BC = 4$, $AC = 5$ và $AA' = 3\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ và mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn C

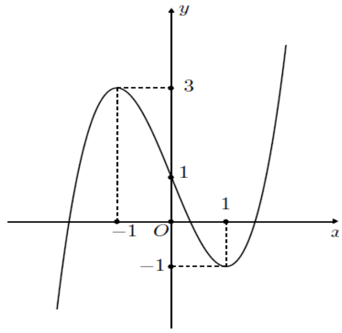


Ta có $\left(ABB'A'\right) \perp \left(A'B'C'\right)$, $B'C' \perp A'B' \Rightarrow B'C' \perp \left(ABB'A'\right)$. Do đó

góc $\left(\left(AB'C'\right), \left(A'B'C'\right)\right) = \widehat{AB'A'} = \alpha$.

Khi đó ta có $\tan\alpha = \dfrac{AA'}{A'B'} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{A'C'^2 - B'C'^2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như sau.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f\left(x\right)+3m-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{5}{3}<m<1$. **C.** $-\frac{5}{3}\le m\le 1$. **D.** $-1\le m\le \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f\left(x\right)+3m-3=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{-3m+3}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow -1<\frac{-3m+3}{2}<3 \Leftrightarrow -1<m<\frac{5}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(x+5\right)\left(x+1\right)^2$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-4;-2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-5\right)$. **D.** $\left(3;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(x+5\right)\left(x+1\right)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-5;2\right)$..

Câu 33. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Lời giải

Chọn D

$n(\Omega)=C_{11}^6=462$. Gọi A:"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

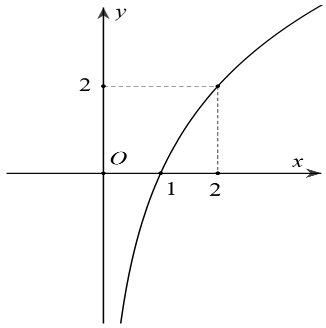
Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6.C_5^5=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^3=200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5.5=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$. Vậy $P(A)=\frac{236}{462}=\frac{118}{231}$.

Câu 34. Tìm a để hàm số $y=\log_a x\left(0<a\neq 1\right)$; x>0 có đồ thị là hình bên dưới:



A. $a=\sqrt{2}$. **B.** $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 35. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}+1-i\right|=2$ là đường tròn có phương trình

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2=4$. **B.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2=4$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y+1\right)^2=4$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$, khi đó $\left|\overline{z}+1-i\right|=2\Leftrightarrow\left|x-yi+1-i\right|=2\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2+\left(y+1\right)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có phương trình $\left(x+1\right)^2+\left(y+1\right)^2=4$
.

Câu 36. Cho mặt cầu có bán kính $R=6$. Diện tích S của mặt cầu đã cho bằng

A. $S=144\pi$. **B.** $S=38\pi$. **C.** $S=36\pi$. **D.** $S=288\pi$.

Lời giải

Chọn A

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-5;4\right)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là

A. $\left(2;5;4\right)$. **B.** $\left(2;-5;-4\right)$. **C.** $\left(2;5;-4\right)$. **D.** $\left(-2;-5;4\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của $M\left(2;-5;4\right)$ lên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$, ta có $H\left(0;-5;4\right)$.

Vì M' đối xứng với M qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ nên H là trung điểm MM'. Khi đó

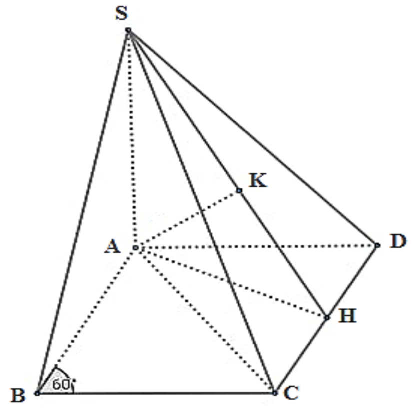
$$\begin{cases} x_{M'}=2x_H-x_M=-2 \\ y_{M'}=2y_H-y_M=-5 \\ z_{M'}=2z_H-z_M=4 \end{cases}\Rightarrow M'\left(-2;-5;4\right).$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC=2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$ là

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{5a\sqrt{30}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60°$ $\Rightarrow \Delta ABC,\ \Delta ACD$ là các tam giác đều cạnh a.

Xét ΔSAC vuông tại A có: $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}$ $=\sqrt{4a^2-a^2}$ $=a\sqrt{3}$.

Vì $AB\,//\,CD$ nên $AB\,//\left(SCD\right)$. Do đó $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=d\left(A,\left(SCD\right)\right)$.

Kẻ $AH\perp CD$ $\left(H\in CD\right)$. Suy ra H là trung điểm của cạnh CD, $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $AK\perp SH$ $\left(K\in SH\right)$ $\left(1\right)$.

Ta có: $\begin{cases}CD\perp AH\\ CD\perp SA\end{cases}$ $\Rightarrow CD\perp\left(SAH\right)$ $\Rightarrow CD\perp AK$ $\left(2\right)$.

Từ và suy ra: $AK\perp\left(SCD\right)$ $\Rightarrow d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AK$.

Xét ΔSAH vuông ở A: $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AH^2}+\dfrac{1}{SA^2}$ $=\dfrac{4}{3a^2}+\dfrac{1}{3a^2}$ $=\dfrac{5}{3a^2}$ $\Rightarrow AK=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 39. Tìm số giá trị nguyên của tham số $a\le 2$ để phương trình $e^{e^{2x}-a}-2x-a=0$ có nhiều nghiệm nhất.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Đặt $e^{2x}-a=2t$, phương trình đã cho trở thành: $e^{2t}=2x+a$ $\left(1\right)$.

Xét hệ $\begin{cases}e^{2x}=2t+a\\ e^{2t}=2x+a\end{cases}$ $\Rightarrow e^{2x}-e^{2t}=2t-2a \Leftrightarrow e^{2x}+2x=e^{2t}+2t$ $\left(2\right)$.

Xét hàm số $f(t)=e^t+t$ ta có $f'(t)=e^t+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow f(2x)=f(2t)\Leftrightarrow 2x=2t\Leftrightarrow x=t$

$\Rightarrow e^{2x} = 2x + a \Leftrightarrow a = e^{2x} - 2x \;(3)$

Xét hàm số $g(x) = \mathrm{e}^{2x} - 2x$.

Ta có $g'(x) = 2e^{2x} - 2 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

BBT:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (1) có nhiều nghiệm nhất khi và chỉ khi phương trình (3) có nhiều nghiệm nhất vậy a>1.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2) + G(2) = 8$ và $F(0) + G(0) = -2$. Khi đó $\int\limits_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -40. **B.** 40. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

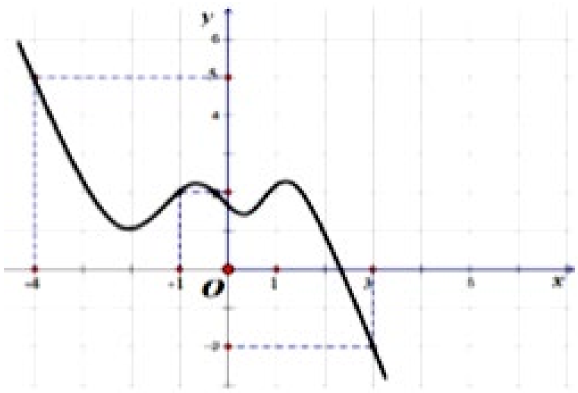
Chọn B

Ta có: $G(x) = F(x) + C \Rightarrow \begin{cases} G(2) = F(2) + C \\ G(0) = F(0) + C \end{cases}$

$\begin{cases} F(2) + G(2) = 8 \\ F(0) + G(0) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(2) + C = 8 \\ 2F(0) + C = -2 \end{cases} \Leftrightarrow F(2) - F(0) = 5.$

Vậy: $\int\limits_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right)\mathrm{d}x = 8\int\limits_0^{2} f(t)dt = 8\left(F(2) - F(0)\right) = 40$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$, biết $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4;3]$ là m. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $m = g(-3)$. **B.** $m = g(-1)$. **C.** $m = g(-4)$. **D.** $m = g(3)$.

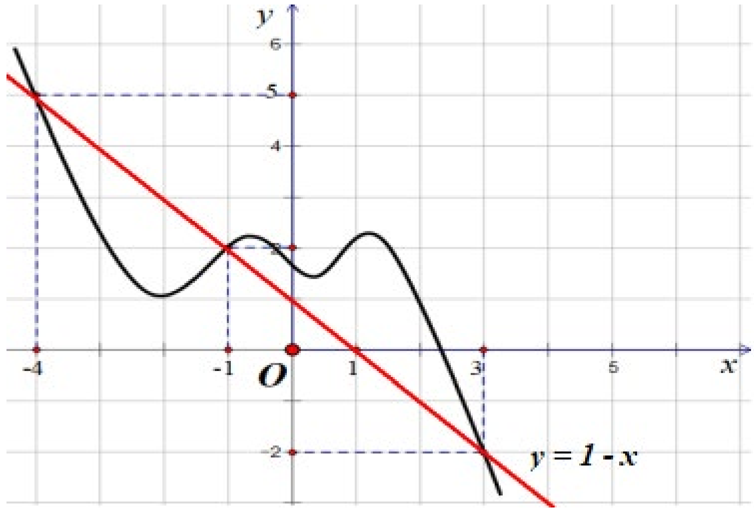
Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = 2f'(x) + 2(x-1)$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) + 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - x$.

Ta có đồ thị hàm số như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: $f'(x)=1-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào $BBT \Rightarrow \min_{[-4;3]} g(x)=g(-1)$.

Câu 42. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z+2|=\left|\dfrac{z+\overline{z}}{2}+4\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S=a+b^2$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$|z+2|=\left|\dfrac{z+\overline{z}}{2}+4\right| \Leftrightarrow |a+bi+2|=|a+4| \Leftrightarrow (a+2)^2+b^2=(a+4)^2 \Leftrightarrow b^2=4a+12$.

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+4a+12}=\sqrt{(a+2)^2+8}\geq\sqrt{8}$.

Dấu "=" xảy ra khi $(a+2)^2=0 \Leftrightarrow a=-2$.

Do đó $|z|$ nhỏ nhất khi $a=-2$.

$a=-2 \Rightarrow b^2=4$.

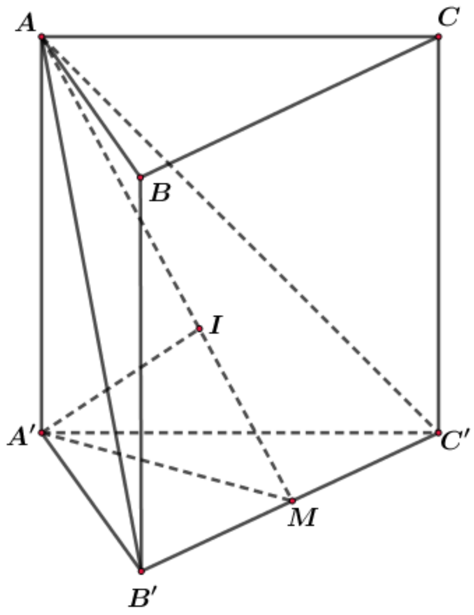
Vậy $S=a+b^2=-2+4=2$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của $B'C'$ và I là hình chiếu của A' lên AM. Khi đó ta có

$$\begin{cases} B'C' \perp A'M \\ B'C' \perp A'A \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (A'MA) \Rightarrow B'C' \perp A'I$$

Mà $AM \perp A'I$ (2)

Từ và suy ra $A'I \perp (AB'C')$ $\Rightarrow d(A',(AB'C')) = A'I = a$.

Xét tam giác vuông $AA'M: \dfrac{1}{A'I^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{A'M^2} \Rightarrow AA' = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 2022$ với m, n là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2023} - 12$ và $e - 12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y = 1$ bằng

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 2mx + n$, $f''(x) = 12x + 2m$, $f^{(3)}(x) = 12$.

Suy ra $g(x) = 2x^3 + (m+6)x^2 + (n+2m+12)x + 2022 + n + 2m$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2(m+6)x + n + 2m + 12 = 0$.

Vì hàm số $g(x)$ có hai giá trị cực trị nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g			$g(x_1)$				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$g(x_2)$	$\nearrow$	

Từ đây suy ra $g(x_1)=e^{2023}-12$ và $g(x_2)=e-12$.

Mặt khác $\begin{cases} g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x) \\ g'(x)=f'(x)+f''(x)+f^{(3)}(x)=f'(x)+f''(x)+12 \end{cases}$.

$\Rightarrow g(x)-g'(x)=f(x)-12 \Leftrightarrow g'(x)=g(x)-f(x)+12$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$1=\frac{f(x)}{g(x)+12} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)-f(x)+12=0 \\ g(x)\neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x)=0 \\ g(x)\neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right..$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|1-\frac{f(x)}{g(x)+12}\right|\mathrm{d}x =\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g(x)-f(x)+12}{g(x)+12}\right|\mathrm{d}x =\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+12}\mathrm{d}x\right| =\left|\ln\left|g(x)+12\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$
$$=\left|\ln\left|g(x_2)+12\right|-\ln\left|g(x_1)+12\right|\right| =\left|1-2023\right|=2022.$$

Câu 45. Cho các số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-4+3i|=1$ và $|z_2-8-6i|=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5b+c=-12$. **B.** $5b+c=4$. **C.** $5b+c=-4$. **D.** $5b+c=12$.

Lời giải

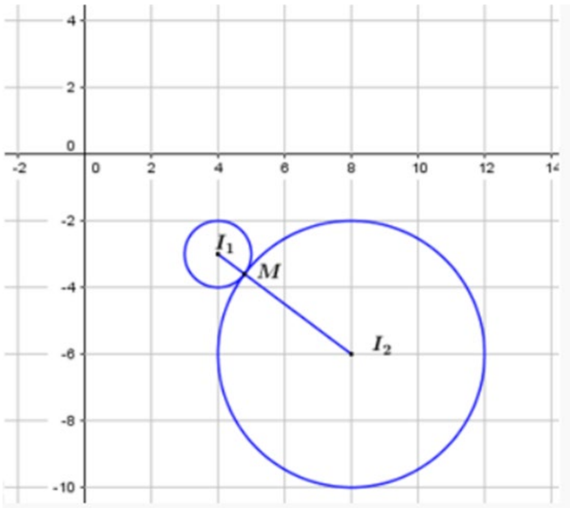
Chọn A

Vì z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+bz+c=0$ nên $z_2=\overline{z_1}$

Khi đó ta có $|z_2-8-6i|=4 \Leftrightarrow |\overline{z_1}-8-6i|=4 \Leftrightarrow |z_1-8+6i|=4$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1.

$\Rightarrow M$ vừa thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(4;-3)$, bán kính $R_1=1$ và đường tròn (C_2) tâm $I_1(8;-6)$, bán kính $R_1=4$ $\Rightarrow M\in(C_1)\cap(C_2)$.



Ta có $I_1I_2=\sqrt{4^2+3^2}=5=R_1+R_2\Rightarrow\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ tiếp xúc ngoài.

Do đó có duy nhất 1 điểm M thỏa mãn, tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases}x^2+y^2-8x+6y+24=0\\x^2+y^2-16x+12y+84=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{24}{5}\\y=-\dfrac{18}{5}\end{cases}\Rightarrow M\left(\dfrac{24}{5};-\dfrac{18}{5}\right)\Rightarrow z_1=\dfrac{24}{5}-\dfrac{18}{5}i$ là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$ $\Rightarrow z_2=\dfrac{24}{5}+\dfrac{18}{5}i$ cũng là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$.

Áp dụng định lí Vi ét ta có $z_1+z_2=-b=\dfrac{48}{5}\Rightarrow b=-\dfrac{48}{5}$; $z_1.z_2=c=36$

Vậy $5b+c=-48+36=-12$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Vì $A\in d_1\Rightarrow A(1+a;2+3a;a), B\in d_2\Rightarrow B(-1-b;1+2b;2+4b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(a-2;3a-1;a+2)$; $\overrightarrow{MB}=(-b-4;2b-2;4b+4)$.

Vì $M,A,B\in d$ nên chúng thẳng hàng, do đó tồn tại số thực $k\neq 0$ sao cho $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a-2=k(-4-b)\\3a-1=k(2b-2)\\a+2=k(4b+4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow A(-2;-1;2),B(-4;-2;4).$$

Vậy $AB=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+2^2}=3$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn $0<x\le 2023$ và $3^x\left(x+1\right)=27^y y$?

A. 2020. **B.** 674. **C.** 672 . **D.** 2019 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^x.(x+1)=27^y.y \Leftrightarrow \log_3\left[3^x.(x+1)\right]=\log_3\left(27^y.y\right)$

$\Leftrightarrow x+\log_3(x+1)=3y+\log_3 y \Leftrightarrow (x+1)+\log_3(x+1)=3y+\log_3 y+\log_3 3$

$\Leftrightarrow (x+1)+\log_3(x+1)=3y+\log_3(3y)$.

Xét hàm số $f(t)=t+\log_3 t$, với $t\in(1;2024]$.

$f'(t)=1+\dfrac{1}{t\ln 3}>0$, $\forall t\in(1;2024]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0;2023)$.

Mà $\Leftrightarrow f(x+1)=f(3y)\Leftrightarrow x+1=3y \Leftrightarrow x=3y-1$.

Vì $0<x\le 2023 \Leftrightarrow 0<3y-1\le 2023 \Leftrightarrow 1<3y\le 2024 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}<y\le\dfrac{2024}{3}$.

Do $y\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow y\in\{1;2;3;...;673;674\}$. Ứng với mỗi giá trị y cho ta một x nguyên dương.

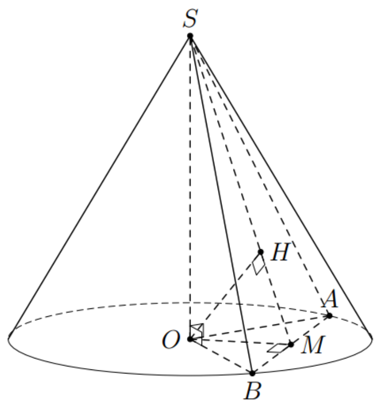
Vậy có 674 cặp $(x;y)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho khối nón đỉnh S, tâm mặt đáy O và có thể tích bằng $12\pi a^3$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=2a$ và góc $\widehat{AOB}=60°$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{7}}{14}a$. **B.** $\dfrac{18\sqrt{85}}{85}a$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{14}a$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}a$.

Lời giải

Chọn A



Vì tam giác OAB đều nên bán kính đường tròn đáy $r=AB=2a$.

$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=12\pi a^3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\pi(2a)^2 h=12a^3\pi \Leftrightarrow h=9a$.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $AB\perp(SOM)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên SM. Suy ra $OH\perp(SAB)$ hay $d(O,(SAB))=OH$.

Ta có $OM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2a.\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

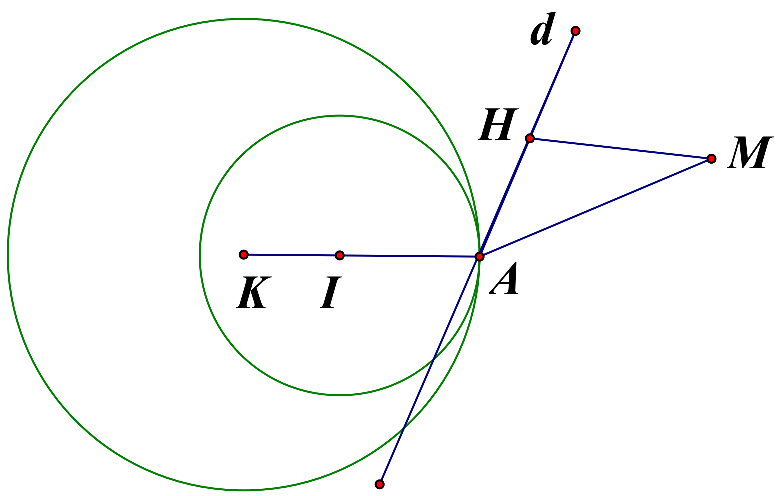
Suy ra $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{OS^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\dfrac{1}{(9a)^2}\Leftrightarrow OH=\dfrac{9\sqrt{7}}{14}a$.

Câu 49. Cho hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=36$ và $(S'):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=81$. Gọi d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm $M(4;-1;-7)$ một khoảng lớn nhất. Gọi $E(m;n;p)$ là giao điểm của d với mặt phẳng $(P):2x-y+z-17=0$. Biểu thức $T=m+n+p$ có giá trị bằng

A. $T=81$. **B.** $T=92$. **C.** $T=79$. **D.** $T=88$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;3)$ và có bán kính $R=6$.

Mặt cầu (S') có tâm $K(-1;1;1)$ và có bán kính $R'=9$.

Lại có $\overrightarrow{KI}=(2;-1;2)\Rightarrow KI=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=3\Rightarrow KI=R'-R$ suy ra hai mặt cầu tiếp xúc trong tại điểm $A(a;b;c)$, mà $KA=R'=9=3KI\Rightarrow\overrightarrow{KA}=3\overrightarrow{KI}\Rightarrow\begin{cases}a+1=6\\b-1=-3\\c-1=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=-2\\c=7\end{cases}$.

Do đó $A(5;-2;7)$. Vì d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên nên d đi qua A và vuông góc với KI. Kẻ $MH\perp d\Rightarrow MH\le MA$, nên MH lớn nhất khi và chỉ khi H trùng A.

Khi đó d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với KI và AM suy ra d có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{KI},\overrightarrow{AM}\right]$. Ta có $\overrightarrow{AM}=(-1;1;-14)\Rightarrow\vec{u}=(12;26;1)$.

Nên phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=5+12t\\y=-2+26t\\z=7+t\end{cases}$.

Vì $E=d\cap(P)$ suy ra $E(5+12t;-2+26t;7+t)$.

Vì $E\in(P)$ suy ra $2(5+12t)-(-2+26t)+(7+t)-17=0\Leftrightarrow t=2$ suy ra $E(29;50;9)$.

Mà $E(m;n;p)$ suy ra $\begin{cases}m=29\\n=50\\p=9\end{cases}$. Vậy $T=88$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|f(x-1)+2023\right|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=f(x-1)+2023$.

Ta có $y=\left|f(x-1)+2023\right|=\left|h(x)\right|=\sqrt{h(x)^2}$

$$y'=\frac{h(x).h'(x)}{\left|h(x)\right|}\le 0\,\forall x<2$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} h(x)<0 \\ h'(x)\ge 0 \end{cases}\forall x<2\, hoac \begin{cases} h(x)>0 \\ h'(x)\le 0 \end{cases}\forall x<2$$

★ **Trường hợp 1**

$\begin{cases} h(2)\le 0 \\ h'(x)\ge 0 \end{cases}\forall x\in(-\infty;2)$ tương đương $\Leftrightarrow \begin{cases} f(1)+2023\le 0\ (1) \\ f'(x-1)\ge 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\le \frac{10039}{5}\ (1) \\ (x-1)^4-2(x-1)+m-1\ge 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2) \end{cases}$$

Đặt $t=x-1,\ t\in(-\infty;1)$, khi đó ta có

$(2)\Leftrightarrow t^4-2t+m-1\ge 0\ \forall\ t\in(-\infty;1)$

$\Leftrightarrow -t^4+2t+1\le m\ \forall\ t\in(-\infty;1)$

Đặt $g(t)=-t^4+2t+1\ \Rightarrow g'(t)=-4t^3+2$.

Xét $g'(t)=0\Leftrightarrow -4t^3+2=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Nên $\Leftrightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\le m\Leftrightarrow m\ge \frac{3}{2\sqrt[3]{2}}+1$

Từ và suy ra $\frac{3}{2\sqrt[3]{2}}+1\le m\le \frac{10039}{5}$

★ **Trường hợp 2**

$\begin{cases} h(2)\ge 0 \\ h'(x)\le 0 \end{cases}\forall x\in(-\infty;2)$ tương đương $\Leftrightarrow \begin{cases} f(1)+2023\ge 0\ (1) \\ f'(x-1)\le 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \frac{10039}{5}\ (1) \\ (x-1)^4-2(x-1)+m-1\le 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2) \end{cases}$$

Đặt $t=x-1,\ t\in(-\infty;1)$, khi đó ta có

$\left(2\right) \Leftrightarrow t^4 - 2t + m - 1 \le 0\ \forall\ t \in \left(-\infty;1\right)$

$\Leftrightarrow -t^4 + 2t + 1 \ge m\ \forall\ t \in \left(-\infty;1\right)$

Đặt $g(t) = -t^4 + 2t + 1 \Rightarrow g^{'}(t) = -4t^3 + 2$.

Xét $g^{'}(t) = 0 \Leftrightarrow -4t^3 + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Vô nghiệm

Vậy: $\dfrac{3}{2\sqrt[3]{2}} + 1 \le m \le \dfrac{10039}{5}$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2005 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

------------ **HẾT** -----------