SỞ GD & ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT HẬU LỘC 2
(Đề thi gồm có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
MÔN TOÁN. NĂM HỌC 2018 – 2019
Ngày thi: 27/01/2019
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

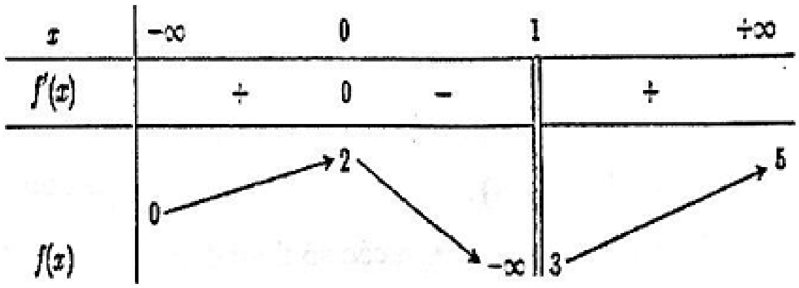
Câu 1. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** πR^3. **D.** $4\pi R^2$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0;2;0)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $Q(0;0;3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$ là

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 5. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $A_n^k=\frac{n!}{k!}$. **D.** $A_n^k=\frac{(n-k)!}{n!}$.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2}=4$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{0;3\}$. **D.** $\{0;-3\}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2;3;-1); R=25$. **B.** $I(-2;-3;1); R=25$.

C. $I(2;3;-1); R=5$. **D.** $I(-2;-3;1); R=5$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+3x$ là

A. x^4+3x^2+C. **B.** $\frac{x^4}{4}+3x^2+C$. **C.** $\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+C$. **D.** $3x^2+3+C$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24. **B.** 54. **C.** 48. **D.** 9.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

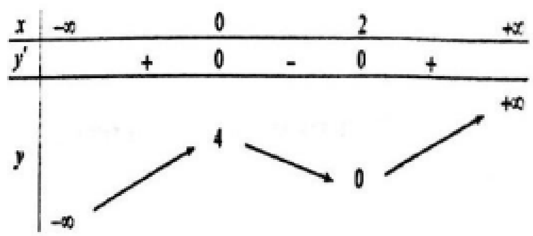
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
			3				3		

y	$-\infty$	-2	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



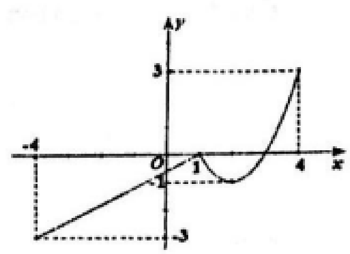
A. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

B. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;4\right)$.

C. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-4;4\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-4;4\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 4 **B.** 6. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=z-3$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\left(d\right)$?

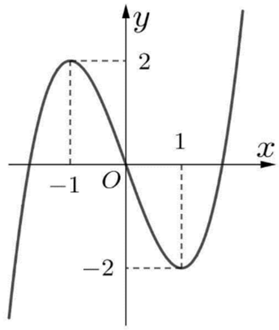
A. $\overrightarrow{u_1}=\left(3;2;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(3;2;0\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(3;2;3\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;2;3\right)$.

Câu 14. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log x+\log y=\log\left(xy\right)$. **B.** $\log\left(x+y\right)=\log x+\log y$.

C. $\log\sqrt{xy}=\dfrac{1}{2}\left(\log x+\log y\right)$. **D.** $\log\dfrac{x}{y}=\log x-\log y$.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 16. Cho số phức $z=2+3i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là

A. 2 và 3. **B.** -2 và -3. **C.** 2 và $-3i$. **D.** 2 và -3.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

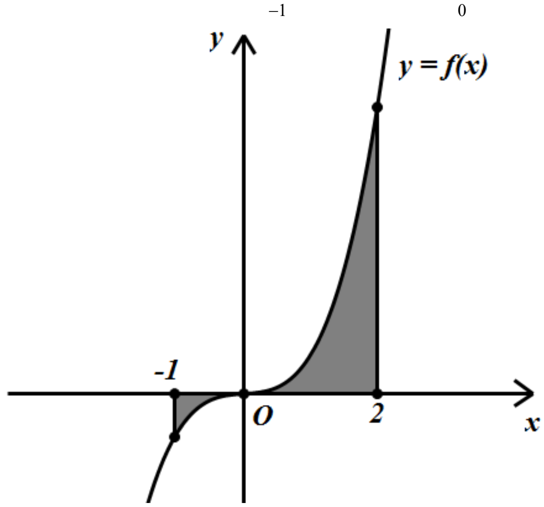
Câu 18. Biết rằng với mọi $a,\ b\in\mathbb{R}$ phương trình $\log_2^2 x-a.\log_2 x-3^b=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$. Khi đó tích x_1x_2 bằng

A. 3^a. **B.** a. **C.** $b\log_2 3$. **D.** 2^a.

Câu 19. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 20. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$; $x=2$ *(như hình vẽ)*. Đặt $a=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S=b-a$. **B.** $S=b+a$. **C.** $S=-b+a$. **D.** $S=-b-a$.

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC=2AA'=2a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 22: Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$. Số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là:

I. Mô đun của z là một số thực dương

II. $z^2 = |z|^2$

III. $|\overline{z}| = |iz| = |z|$

IV. Điểm $M(-a;b)$ là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln 3x < \ln(2x+6)$ là

A. $[0;6)$. **B.** $(0;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 24. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_2^0 g(x)\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int\limits_0^2 [f(x) - 3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 25. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4a và chiều cao 3a. Diện tích xung quanh của hình nón là

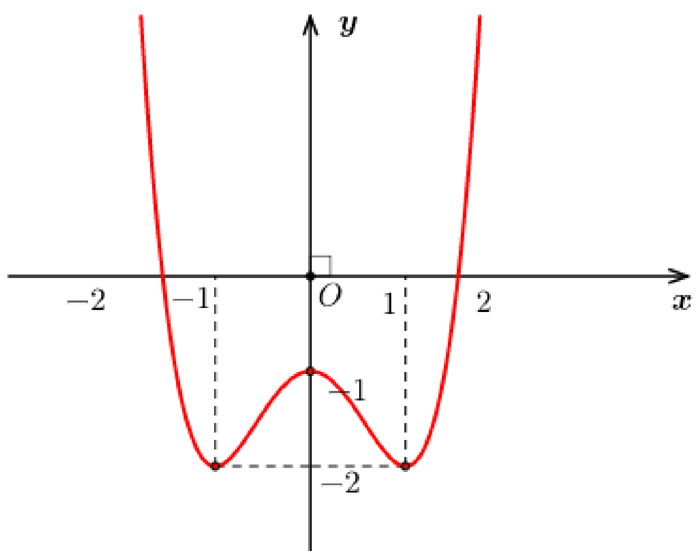
A. $12\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $40\pi a^2$. **D.** $20\pi a^2$.

Câu 26. Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;3;2)$, $B(3;5;-4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn *AB* là

A. $x + y - 3z - 9 = 0$. **B.** $x + y - 3z + 9 = 0$.

C. $x + y - 3z + 2 = 0$. **D.** $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-5}{1} = \dfrac{z+4}{-3}$.

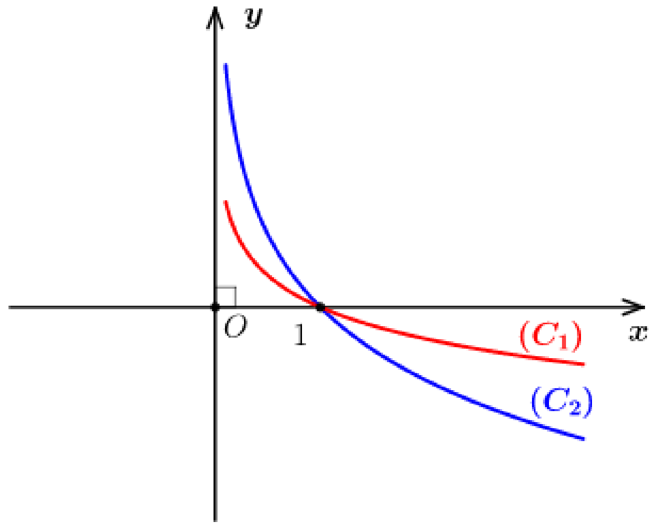
Câu 27. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c\,(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 28. Cho a, b là các số thực dương khác 1, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt là (C_1), (C_2) như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $b.e^a < a.e^b$. **B.** $b.e^a > a.e^b$. **C.** $b.e^a = a.e^b$. **D.** $a.e^a < b.e^b$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

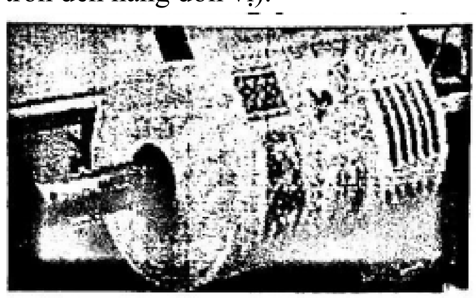
Câu 31. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10;+\infty)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 32. Cho $\int\limits_0^3 \dfrac{x}{4+2\sqrt{x+1}}dx = \dfrac{a}{3} + b\ln 2 + c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 33: Một cuộn đề can hình trụ có đường kính 44,9 cm. Trong thời gian diễn ra AFF cup 2018, người ta đã sử dụng để in các băng rôn, khẩu hiệu cổ vũ cho đội tuyển Việt Nam, do đó đường kính của cuộn đề can còn lại là 12,5 cm. Biết độ dày của tấm đề can là 0,06 cm, hãy tính chiều dài L của tấm đề can đã sử dụng?(Làm tròn đến hàng đơn vị).



A. $L = 24344cm$ **B.** $L = 97377cm$ **C.** $L = 848cm$ **D.** $L = 7749\,cm$

Câu 34. Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in R)$ thỏa mãn $z + 3 + i - |z|i = 0$. Tổng $S = a + b$ là

A. $S = 0$ **B.** $S = -1$ **C.** $S = -3$ **D.** $S = 1$

Câu 35. Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên đường vào trường. Sau một ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc có ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích trồng tăng lên 4% so với ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày $08/03$ là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.

A. $25/03$. **B.** $26/03$. **C.** $23/03$. **D.** $24/03$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một véc tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u} = (4;5;-13)$. **B.** $\vec{u} = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{u} = (-3;5;1)$. **D.** $\vec{u} = (2;3;2)$.

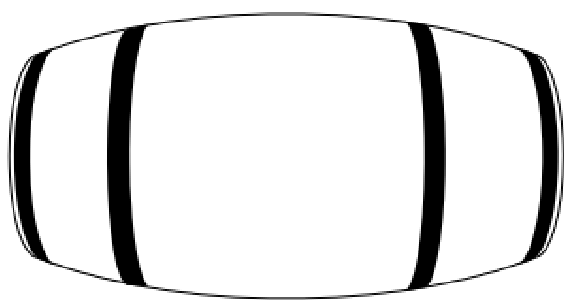
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$ và điểm $A(1;2;-3)$. Đường thẳng d đi qua A và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trên (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$. Độ dài đoạn MB lớn nhất bằng

A. $\dfrac{36}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A lên SB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{16}$.

Câu 39. Một thùng đựng rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay (tham khảo hình bên). Bán kính các đáy là 30 cm, khoảng cách giữa 2 đáy là 1 m, thiết diện qua trục vuông góc với trục và cách đều hai đáy có chu vi là 80π cm. Biết rằng mặt phẳng qua trục cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol. Thể tích của thùng gần với số nào sau đây?



A. 425,2 (lít). **B.** 284 (lít). **C.** 212,6 (lít). **D.** 142,2 (lít).

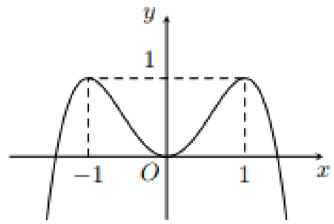
Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	0		1		2		3		5
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $mf(x) + \sqrt{3x} \le 2019f(x) - \sqrt{10-2x}$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;5]$.

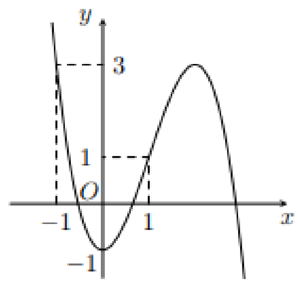
A. 2014. **B.** 2015. **C.** 2019. **D.** Vô số.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên đây, trong đó a,b,c,d,e là các hệ số thực. Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{f\left(x\right)}\right)+f\left(x\right)+2\sqrt{f\left(x\right)}-1=0$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(cosx\right)+\left(m-2018\right)f\left(cosx\right)+m-2019=0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43. Cho hàm số $f\left(x\right)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;1\right]$ sao cho $f\left(1\right)=1$ và $f\left(x\right).f\left(1-x\right)=e^{x^2-x}$, $\forall x\in\left[0;1\right]$. Tính $I=\int\limits_0^1\frac{\left(2x^3-3x^2\right)f'\left(x\right)}{f\left(x\right)}dx$.

A. $I=-\frac{1}{60}$. **B.** $I=\frac{1}{10}$. **C.** $I=-\frac{1}{10}$. **D.** $I=\frac{1}{10}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4-x^3\right)-m\left(x^3-x^2\right)-x+e^{x-1}\geq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số tập con của S là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=6f\left(x-1\right)-2x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 46. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $\left|z-3+\sqrt{3}i\right|=2$ và $\left|z_1-z_2\right|=4$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. 8. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 4. **D.** $2+2\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=AB=BC=CD=DA=1$. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. AC cắt BD tại O. Khi thể tích khối $S.ABCD$ lớn nhất thì thể tích khối chóp $O.G_1G_2G_3G_4$ bằng

A. $\frac{1}{81}$. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** $\frac{1}{54}$. **D.** $\frac{2}{81}$.

Câu 48. Hai bạn A và B mỗi bạn lên bảng viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau đồng thời tổng lập phương các chữ số đó chia hết cho 3 là

A. $\frac{41}{5823}$. **B.** $\frac{7}{1944}$. **C.** $\frac{53}{17496}$. **D.** $\frac{29}{23328}$.

Câu 49. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40)=1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S=\frac{y}{x}$. Tính $M+m$.

A. $M+m=2\sqrt{14}$. **B.** $M+m=\sqrt{10}$.

C. $M+m=\frac{7}{2}$. **D.** $M+m=\frac{11}{6}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $\sqrt{34}-1$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** 3.

--------------------------- Hết ---------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	B	A	C	C	C	A	C	D	B	A	B	C	D	D	D	D	A	A	B	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	A	A	B	D	A	D	A	D	D	D	A	A	B	C	C	B	D	A	C	C	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** πR^3. **D.** $4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối cầu có bán kính R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0;2;0)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $Q(0;0;3)$.

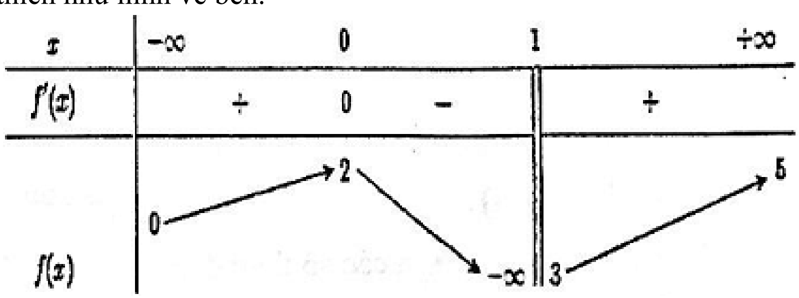
Lời giải

Chọn B

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $\frac{1}{1}+\frac{2}{2}+\frac{3}{3}=1$ (vô lí).

Vậy mặt phẳng $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ không đi qua điểm $N(1;2;3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ suy ra tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$

Ta có $\lim_{x\to+\infty} f(x)=5$ suy ra tiệm cận ngang là đường thẳng $y=5$

Ta có $\lim_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$

Vậy tổng số tiệm cận là 3

Câu 4. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$ là

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = B.h = a^2.3a = 3a^3$

Câu 5. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $A_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. **D.** $A_n^k = \dfrac{(n-k)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ nên đáp án đúng là A.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{0;3\}$. **D.** $\{0;-3\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{x^2-3x+2} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{0;3\}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2;3;-1); R = 25$. **B.** $I(-2;-3;1); R = 25$.

C. $I(2;3;-1); R = 5$. **D.** $I(-2;-3;1); R = 5$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ và bán kính $R = 5$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x$ là

A. $x^4 + 3x^2 + C$. **B.** $\dfrac{x^4}{4} + 3x^2 + C$. **C.** $\dfrac{x^4}{4} + \dfrac{3x^2}{2} + C$. **D.** $3x^2 + 3 + C$.

Lời giải

Chọn C

$$F(x) = \int (x^3 + 3x)dx = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + C.$$

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24. **B.** 54. **C.** 48. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có:

$u_n = u_1.q^{n-1} \Rightarrow u_4 = u_1.q^3 = 3.2^3 = 24$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$

y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

B. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;4\right)$.

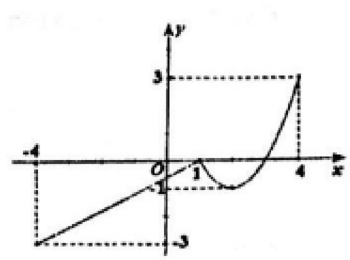
C. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-4;4\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-4;4\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 4 **B.** 6. **C.** 8. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Theo hình vẽ ta có: $M=\max\limits_{[-4;4]}f\left(x\right)=3$; $m=\min\limits_{[-4;4]}f\left(x\right)=-3$.

Vậy: $M-m=6$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = z-3$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng (d)?

A. $\overrightarrow{u_1} = (3;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (3;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (3;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = z-3$ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (3;2;1)$.

Câu 14. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log x + \log y = \log(xy)$. **B.** $\log(x+y) = \log x + \log y$.

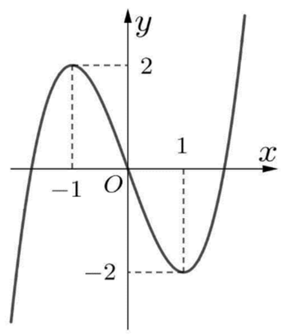
C. $\log\sqrt{xy} = \dfrac{1}{2}(\log x + \log y)$. **D.** $\log\dfrac{x}{y} = \log x - \log y$.

Lời giải

Chọn B

Với x, y là các số thực dương, ta có $\log x + \log y = \log(xy)$ nên $\log(x+y) = \log x + \log y$ sai.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đặc điểm đồ thị hàm số bậc 3, bậc 4.

Câu 16. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là

A. 2 và 3. **B.** -2 và -3. **C.** 2 và $-3i$. **D.** 2 và -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overline{z} = 2 - 3i$.

$\overline{z}$ có: Phần thực 2, phần ảo -3.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)=0$ và đổi dấu tại các điểm $x=\{-3;3;4\}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 18. Biết rằng với mọi $a,\ b\in\mathbb{R}$ phương trình $\log_2^2 x-a.\log_2 x-3^b=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$. Khi đó tích x_1x_2 bằng

A. 3^a. **B.** a. **C.** $b\log_2 3$. **D.** 2^a.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $\log_2^2 x-a.\log_2 x-3^b=0.\qquad (1)$

Điều kiện: $x>0.$

Đặt $t=\log_2 x.$

Phương trình trở thành: $t^2-a.t-3^b=0.\qquad (2)$

Theo giả thiết phương trình (1) luôn có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ nên phương trình (2) có hai nghiệm tương ứng t_1,t_2.

Ta có:

$\log_2 x_1=t_1\Leftrightarrow x_1=2^{t_1}.$

$\log_2 x_2=t_2\Leftrightarrow x_2=2^{t_2}.$

Vậy $x_1x_2=2^{t_1}.2^{t_2}=2^{t_1+t_2}=2^a$ (vì $t_1+t_2=a$).

Câu 19. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

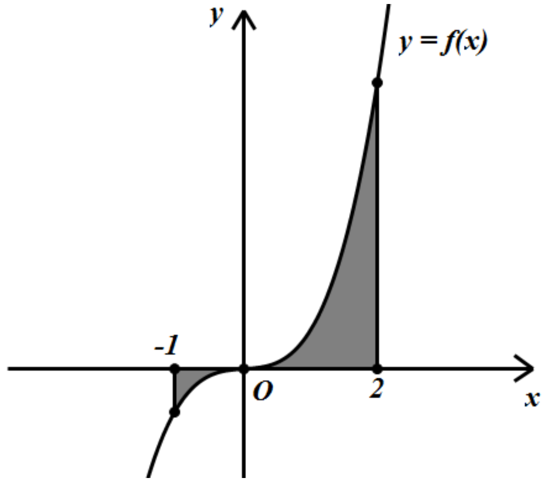
Xét phương trình: $z^2-4z+5=0$, ta có $\Delta'=(-2)^2-1.5=-1=i^2$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phức là $z_1=2+i$; $z_2=2-i$. Suy ra $M(2;1)$; $N(2;-1)$.

Ta có $MN=\sqrt{(2-2)^2+(-1-1)^2}=2$.

Vậy $MN=2$.

Câu 20. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$; $x=2$ *(như hình vẽ)*. Đặt $a=\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S=b-a$. **B.** $S=b+a$. **C.** $S=-b+a$. **D.** $S=-b-a$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)<0$ với mọi $x\in(-1;0)$; $f(x)>0$ với mọi $x\in(0;2)$.

Ta có $S=\int\limits_{-1}^{0}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left[-f(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x$

$=b-a$.

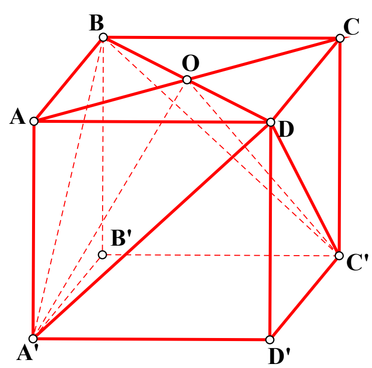
Vậy $S=b-a$.

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC=2AA'=2a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp A'A\end{cases}\to BD\perp(ACC'A')\to BD\perp OA', BD\perp OC'$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ là góc giữa hai đường thẳng OA' và OC'.

Theo giả thiết: $AC=2A'A=2a\sqrt{3}\Rightarrow AO=A'A=a\sqrt{3}\to OA'=OC'=a\sqrt{6}$

Trong tam giác $OA'C'$: $\cos O=\dfrac{OA'^2+OC'^2-A'C'^2}{2.OA'.OC'}=\dfrac{6a^2+6a^2-12a^2}{2.6a^2}=0$

Suy ra $\widehat{A'OC'}=90^0$.

Chú ý: có thể suy ra góc $\widehat{A'OC'}$ vuông bằng cách nhận xét 2 tam giác AOA', COC' vuông cân.

Câu 22: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là:

I. Mô đun của z là một số thực dương

II. $z^2 = |z|^2$

III. $|\overline{z}| = |iz| = |z|$

IV. Điểm $M(-a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy nhận xét I sai vì môđun có thể bằng 0 và nhận xét IV là sai, tọa độ của M là $(a; -b)$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln 3x < \ln(2x+6)$ là:

A. $[0; 6)$. **B.** $(0; 6)$. **C.** $(6; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\ln 3x < \ln(2x+6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 0 \\ 3x < 2x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 6$.

Câu 24. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_2^0 g(x)\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int\limits_0^2 [f(x) - 3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

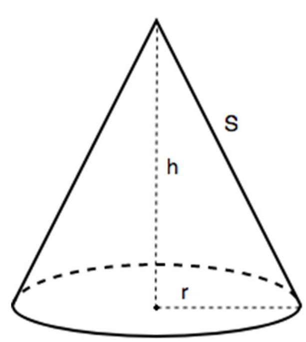
$$\int\limits_0^2 [f(x) - 3g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x - 3\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + 3\int\limits_2^0 g(x)\mathrm{d}x = 2 + 3 = 5.$$

Câu 25. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4a và chiều cao 3a. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $12\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $40\pi a^2$. **D.** $20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi *l, r, h* lần lượt là độ dài đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón.

Ta có: $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{16a^2 + 9a^2} = 5a$

Do đó: $S_{xq} = \pi r l = \pi.4a.5a = 20\pi a^2$.

Câu 26. Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(3; 5; -4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn *AB* là

A. $x+y-3z-9=0$.
B. $x+y-3z+9=0$.
C. $x+y-3z+2=0$.
D. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+4}{-3}$.

Lời giải

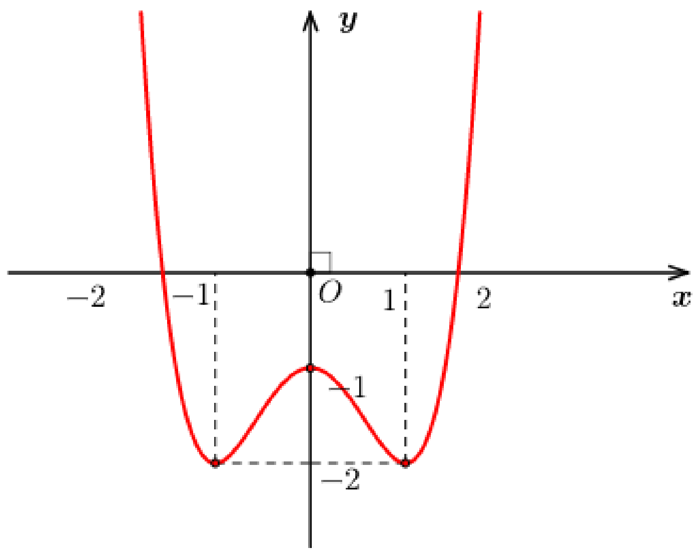
Chọn A

$A(1;3;2)$ và $B(3;5;-4)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;2;-6)$. Chọn $\overrightarrow{n_1}=(1;1;-3)$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

Gọi M là trung điểm của $AB\Rightarrow M(2;4;-1)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;1;-3)$ và đi qua $M(2;4;-1)$ nên có phương trình là $1.(x-2)+1.(y-4)-3.(z+1)=0\Leftrightarrow x+y-3z-9=0$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 3.
B. 0.
C. 4.
D. 2.

Lời giải

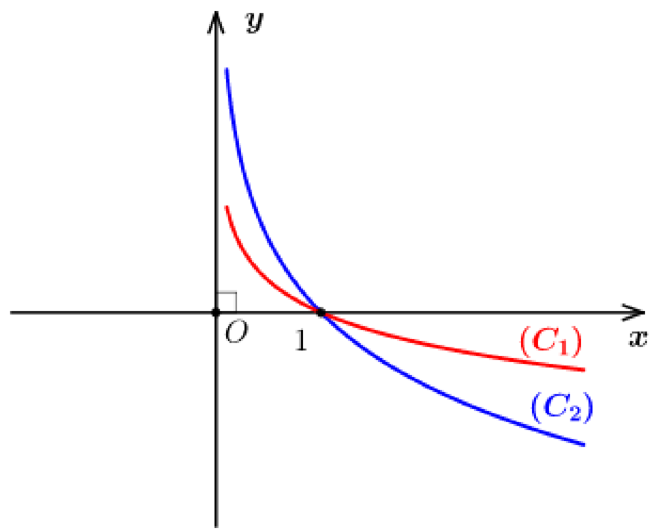
Chọn C

Ta có $2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đường: $\begin{cases}(C): y=ax^4+bx^2+c\\ d: y=-\dfrac{3}{2}.\end{cases}$

Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 28. Cho a, b là các số thực dương khác 1, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt là (C_1), (C_2) như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng

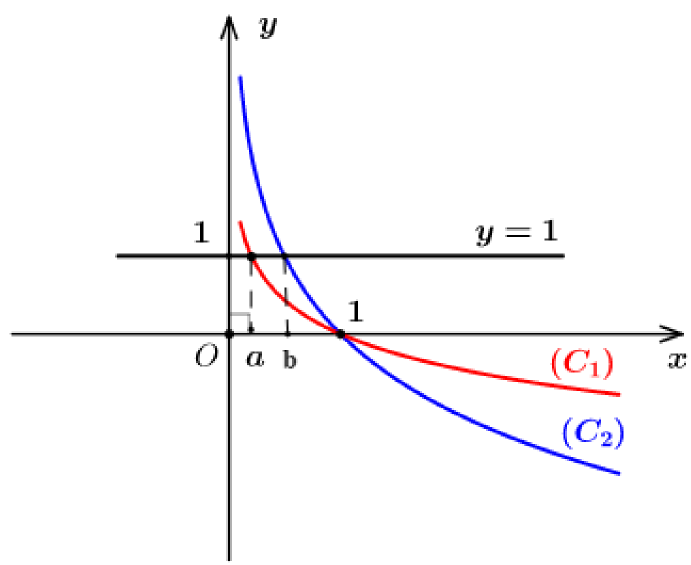
A. $b.e^a < a.e^b$. **B.** $b.e^a > a.e^b$. **C.** $b.e^a = a.e^b$. **D.** $a.e^a < b.e^b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a x = 1 \Leftrightarrow x = a$ và $\log_b x = 1 \Leftrightarrow x = b$.

Nên kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị (C_1), (C_2) lần lượt tại các điểm có tọa độ $(a;1)$ và $(b;1)$.



Nhìn vào đồ thị ta suy ra $a < b$.

Do a, b, e^a, e^b là các số dương và $e > 1$ nên từ $a < b$ ta suy ra

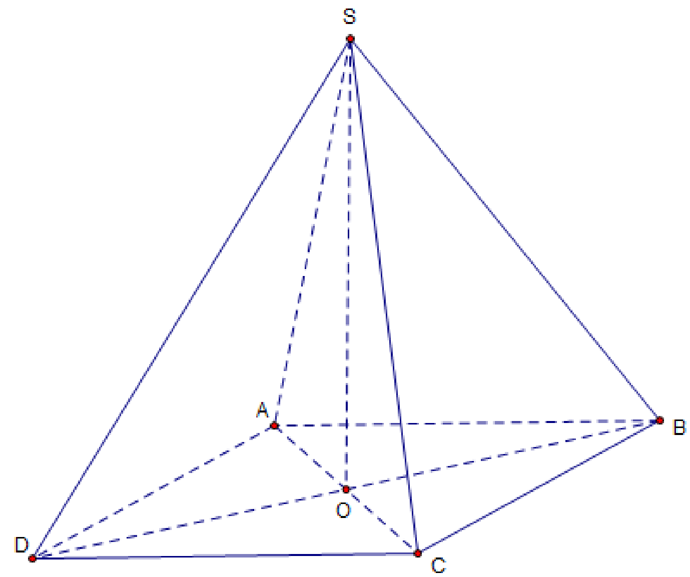
$$\begin{cases} e^a < e^b \\ a.e^b < b.e^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a.e^a < a.e^b \\ a.e^b < b.e^b \end{cases} \Rightarrow a.e^a < b.e^b$$

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của BD và AC.

Ta có $SO \perp (ABCD)$, $\widehat{SAO} = 60°$, $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $SO = AO.\tan\widehat{SAO} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1;2)$.

Đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{x-1}{-1}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;2;-1)$ và đi qua điểm $M = (1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}.\vec{u} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases}$ suy ra (Δ) song song với (P).

Khi đó $d((\Delta),(P)) = d(M,(P)) = \dfrac{|2+1+2-3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 31. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10;+\infty)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \dfrac{-m-6}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(10;+\infty) \Leftrightarrow y' > 0\ \forall x \in (10;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-6>0 \\ -m \notin (10;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-6 \\ -m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow -10 \leq m < -6$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-10;-9;-8;-7\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Câu 32. Cho $\int\limits_0^3 \dfrac{x}{4+2\sqrt{x+1}}dx = \dfrac{a}{3} + b\ln 2 + c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $I = \int\limits_0^3 \dfrac{x}{4+2\sqrt{x+1}}dx$.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=3 \Rightarrow t=2 \end{cases}$

Khi đó $I = \int\limits_1^2 \dfrac{t^2-1}{4+2t}2tdt = \int\limits_1^2 \dfrac{t^3-t}{2+t}dt = \int\limits_1^2 \left(t^2-2t+3-\dfrac{6}{t+2}\right)dt$

$= \left(\dfrac{1}{3}t^3 - t^2 + 3t - 6\ln|t+2|\right)\Big|_1^2$

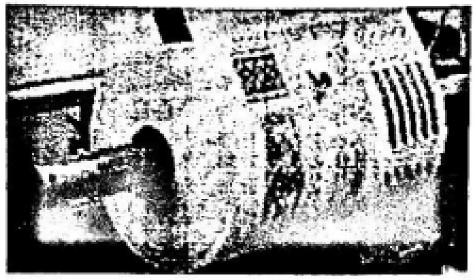
$= \left(\dfrac{8}{3} - 4 + 6 - 6\ln 4\right) - \left(\dfrac{1}{3} - 1 + 3 - 6\ln 3\right)$

$= \dfrac{7}{3} - 12\ln 2 + 6\ln 3$.

Suy ra $\begin{cases} a=7 \\ b=-12 \\ c=6 \end{cases}$

Vậy $a+b+c=1$.

Câu 33: Một cuộn đề can hình trụ có đường kính 44,9 cm. Trong thời gian diễn ra AFF cup 2018, người ta đã sử dụng để in các băng rôn, khẩu hiệu cổ vũ cho đội tuyển Việt Nam, do đó đường kính của cuộn đề can còn lại là 12,5 cm. Biết độ dày của tấm đề can là 0,06 cm, hãy tính chiều dài L của tấm đề can đã sử dụng?(Làm tròn đến hàng đơn vị).



A. $L = 24344cm$ B. $L = 97377cm$ C. $L = 848cm$ D. $L = 7749\,cm$

Lời giải

Chọn A

Ta có mỗi lần bán đi một vòng đề can thì bán kính của cuộn đề can giảm đi số cm là: $0,06cm$

Bán kính lúc đầu là 22,45 cm, bán kính lúc sau là 6,25 cm. Số vòng đề can đã bán đi là:

$(22,45-6,25);0,06=270$

Chu vi một vòng đề can bán kính r là chiều dài của vòng đề can đó. Nó bằng:

$L_r = 2\pi r$

Chiều dài L của tấm đề can đã bán bằng $L = L_1 + L_2 + ... + L_{270}$ với L_1 là độ dài vòng đầu tiên của cuộn đề can, bán kính là $r_1 = 22,45cm$. L_1 cũng chính là chu vi của đường tròn bán kính $r_1 = 22,45cm \Rightarrow L1 = 2\pi.r_1$. Vòng thứ 2, bán kính giảm đi 0,06cm do đó nó sẽ có bán kính bằng $r_2 = 22,45-0,06 = 22,39cm$, L_2 cũng chính là chu vi của đường tròn bán kính $r_2 = 22,39cm \Rightarrow L1 = 2\pi.r_1$

Suy ra $L = 2\pi r_1 + 2\pi r_2 + ... + 2\pi r_{270} = 2\pi\left(r_1 + r_2 + ... + r_{270}\right)$

Trong đó $r_1, r_2, ..., r_{270}$ là một cấp số cộng có $u_1 = 22,45; d = -0,06$, suy ra

$u_{270} = u_1 + 269d = 22,45 - 269.0,06 = 6,25 + 0,06 = 6,31cm$

Tổng $r_1 + r_2 + ... + r_{270} = \dfrac{(r_1 + r_{270}) \times 270}{2} = \dfrac{(22,45 + 6,31)270}{2} = 3882,6$ cm

Suy ra L= $2\pi.3882.6 \approx 24382cm$.

Câu 34. Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in R)$ thỏa mãn $z + 3 + i - |z|i = 0$. Tổng $S = a + b$ là

A. $S = 0$ B. $S = -1$ C. $S = -3$ D. $S = 1$

Lời giải

Chọn D

Từ $z + 3 + i - |z|i = 0$, ta có

$a + bi + 3 + i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Rightarrow (a+3) + \left(b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2}\right)i = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \end{cases}$

$Suy\,ra \quad S = 1$

Câu 35. Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên đường vào trường. Sau một ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc có ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích trồng tăng lên 4% so với ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày $08/03$ là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.

A. $25/03$. **B.** $26/03$. **C.** $23/03$. **D.** $24/03$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số lượng công việc đã hoàn thành trong ngày đầu là $a\left(a>0\right)$, khi đó số lượng công việc phải hoàn thành trong 23 ngày tiếp theo là $23a$

Đặt $r=4\%$

Số lượng công việc làm được trong ngày thứ 2, thứ 3, ... thứ n lần lượt là $a\left(1+r\right)$,

$a\left(1+r\right)^2,....,a\left(1+r\right)^{n-1}$

Công việc được hoàn thành khi và chỉ khi $a\left(1+r\right)+\ a\left(1+r\right)^2+...+a\left(1+r\right)^{n-1}=23a$

$$\Leftrightarrow\left(1+r\right)\times\frac{\left(1+r\right)^{n-1}-1}{r}=23\Leftrightarrow\left(1+r\right)^{n-1}=\frac{23r}{1+r}+1$$

$$\Leftrightarrow n-1=\log_{1+r}\left(\frac{23r}{1+r}+1\right)\Leftrightarrow n\approx17.157$$

Do đó, kể từ ngày 08/03 số ngày cần để hoàn thành công việc là 18 ngày

Vậy công việc được hoàn thành vào ngày 25/03

Câu 36. Trong không gian $\mathrm{O}xyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $\left(P\right):x+y-2z+5=0$ và $A\left(1;-1;2\right)$. Đường thẳng Δ cắt d và $\left(P\right)$ lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một véc tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=\left(4;5;-13\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(1;-1;2\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(-3;5;1\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(2;3;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Vì M thuộc đường thẳng d nên $M\left(-1+2m\ ;\ m\ ;\ 2+m\right)$

Gọi $N\left(x_N\ ;\ y_N\ ;\ z_N\right)$

A là trung điểm của MN khi và chỉ khi $\begin{cases}x_M+x_N=2x_A\\y_M+y_N=2y_A\\z_M+z_N=2z_A\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=3-2m\\y_N=-2-m\\z_N=2-m\end{cases}$

Mặt khác, N thuộc $mp\left(P\right)$ nên $\left(3-2m\right)+\left(-2-m\right)-2\left(2-m\right)+5=0\Leftrightarrow m=2\ \Rightarrow M\left(3;2;4\right)$

Vậy một véc tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AM}=\left(2;3;2\right)$

Câu 37. Trong không gian $\mathrm{O}xyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+2y-z+9=0$ và điểm $A\left(1;2;-3\right)$. Đường thẳng d đi qua A và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(3;4;-4\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại B. Điểm M thay đổi trên $\left(P\right)$ sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$. Độ dài đoạn MB lớn nhất bằng

A. $\dfrac{36}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$ nên tọa độ điểm B thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\\2x+2y-z+9=0\end{cases}\Rightarrow 2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(-2;-2;1).$$

Do M nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$ nên M thuộc mặt cầu (S) có đường kính $AB=\sqrt{41}$. Lại do $M\in(P)$ nên M thuộc đường tròn giao tuyến giữa mặt cầu (S) và mặt phẳng (P).

Do MB là một dây cung của đường tròn này nên MB lớn nhất khi nó là đường kính của đường tròn giao tuyến giữa mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Gọi $I\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$ là trung điểm AB thì I là tâm mặt cầu (S) và $d(I;(P))=3$. Khi đó bán kính đường tròn giao tuyến là

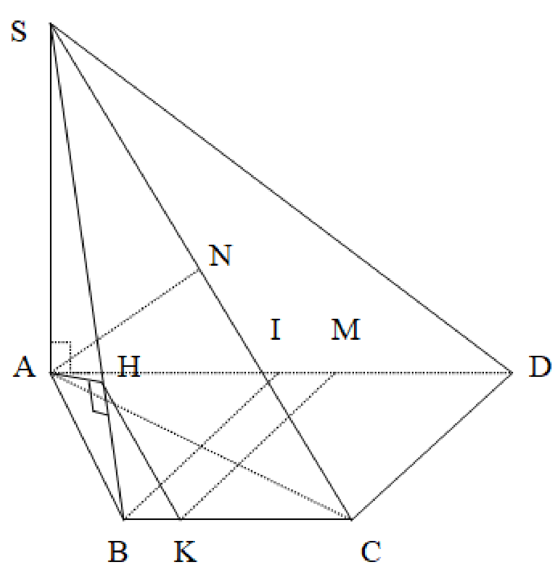
$$r=\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2-d^2(I;(P))}=\sqrt{\frac{41}{4}-9}=\frac{\sqrt{5}}{2}.\text{ Vậy } MB_{\max}=2r=\sqrt{5}.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD=2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A lên SB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AD nên tứ giác $ABCD$ cũng nội tiếp đường tròn đường kính AD. Gọi I là trung điểm AD thì các tam giác $\triangle IAB,\triangle IBC,\triangle ICD$ đều cạnh a và $AC\perp CD$ nên $AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=a\sqrt{3}$. Lấy $K\in BC;M\in AD$ sao cho $HK\parallel SC;\ KM\parallel CD\Rightarrow d(H;(SCD))=d(K;(SCD))=d(M;(SCD))$

$\triangle SAB$ vuông tại A có $SB=2a$ và $SH.SB=SA^2\Leftrightarrow SH=\frac{3a^2}{2a}=\frac{3a}{2}\Rightarrow\frac{SH}{SB}=\frac{3}{4}=\frac{KC}{CB}=\frac{MD}{DI}$.

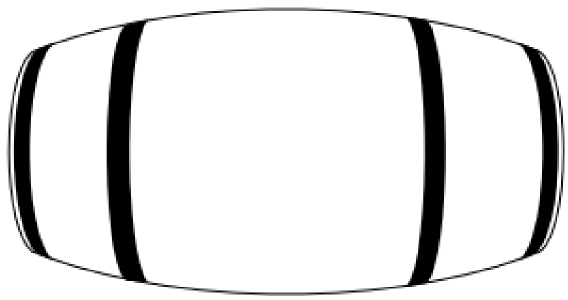
Vậy $\dfrac{MD}{AD}=\dfrac{MD}{2DI}=\dfrac{3}{8}\Rightarrow\dfrac{d\left(M;(SCD)\right)}{d\left(A;(SCD)\right)}=\dfrac{3}{8}$. Do $\begin{cases}AC\perp CD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAC)$.

Trong $mp(SAC)$ kẻ $AN\perp SC$ tại N thì $AN\perp(SCD)\Rightarrow d\left(A;(SCD)\right)=AN$.

$\triangle SAC$ vuông cân tại A (Do $SA=AC=a\sqrt{3}$) nên $AN=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $d\left(H;(SCD)\right)=d\left(M;(SCD)\right)=\dfrac{3}{8}.AN=\dfrac{3a\sqrt{6}}{16}$

Câu 39. Một thùng đựng rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay (tham khảo hình bên). Bán kính các đáy là 30 cm, khoảng cách giữa 2 đáy là 1 m, thiết diện qua trục vuông góc với trục và cách đều hai đáy có chu vi là 80π cm. Biết rằng mặt phẳng qua trục cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol. Thể tích của thùng gần với số nào sau đây?



A. 425,2 (lít). **B.** 284 (lít). **C.** 212,6 (lít). **D.** 142,2 (lít).

Lời giải

Chọn A

`

+ Bán kính đáy $30cm=3dm.$

+ Khoảng cách giữa 2 đáy là $1m=10dm.$

+ Thiết diện qua trục vuông góc với trục hoành và cách đều hai đáy có chu vi là $80\pi cm=8\pi dm$

$\Rightarrow$ Bán kính $r=4$ dm.

+ Mặt phẳng qua trục cắt cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol có đồ thị như trên

+ Phương trình parabol $y=4-\dfrac{1}{25}x^2$.

+ Thể tích của thùng $V=\pi\displaystyle\int_{-5}^{5}\left(4-\dfrac{1}{25}x^2\right)dx=\dfrac{406\pi}{3}\ dm^3\ \approx 425,2$ (lít).

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	0	1	2	3	5
$f(x)$	4 ↘	1 ↗	3 ↘	1 ↗	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $mf(x)+\sqrt{3x}\le 2019f(x)-\sqrt{10-2x}$ nghiệm đúng với mọi $x\in[0;5]$.

A. 2014. **B.** 2015. **C.** 2019. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Trên $[0;5]$, ta có: $mf(x)+\sqrt{3x}\le 2019f(x)-\sqrt{10-2x}\Leftrightarrow m\le 2019-\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{f(x)}$.

Xét hàm số $g(x)=\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên đoạn $[0;5]$.

$$g'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x}}-\frac{1}{\sqrt{10-2x}}=\frac{3\sqrt{10-2x}-2\sqrt{3x}}{2\sqrt{3x}.\sqrt{10-2x}}$$

Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow x=3\in[0;5]$.

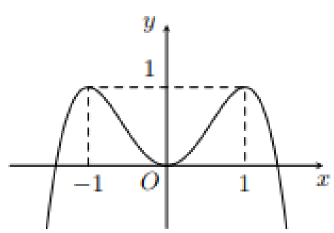
Do $g(0)=\sqrt{10}$, $g(3)=5$ và $g(5)=\sqrt{15}$ nên $\max\limits_{[0;5]} g(x)=g(3)=5$.

Mặt khác $\min\limits_{[0;5]} f(x)=f(3)=1$ nên

$$m\le 2019-\frac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{f(x)},\ \forall x\in[0;5]$$

$$\Leftrightarrow m\le \min_{[0;5]}\left(2019-\frac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{f(x)}\right)=2019-\frac{5}{1}=2014.$$

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên đây, trong đó a,b,c,d,e là các hệ số thực. Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta có dạng đồ thị của hàm trùng phương nên $b=d=0\Rightarrow f(x)=ax^4+cx^2+e$

Ta có $f'(x)=4ax^3+2cx$.

Từ đồ thị $\Rightarrow\begin{cases}f'(1)=0\\ f(0)=0\\ f(1)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2c=0\\ e=0\\ a+c+e=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ e=0\\ c=2\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^4+2x^2$.

$$\Rightarrow f\left(\sqrt{x}\right)=x^2+2x \text{ và } f\left(\sqrt{f(x)}\right)=f^2(x)+2f(x).$$

Như vậy phương trình $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$.

$$\Leftrightarrow f^2(x)+2f(x)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0 \text{ với } f(x)\ge 0.$$

Đặt $t=f(x)\,(t\ge 0)$ ta được phương trình $g(t)=0$ với $g(t)=t^2-3t-2\sqrt{t}+1$.

Nhận thấy: Hàm số $g(t)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $g(0).g(1)<0$

$$\Rightarrow g(t)=0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (0;1).$$

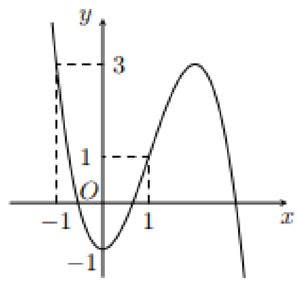
Hàm số $g(t)$ liên tục trên đoạn $[1;4]$ và $g(1).g(4)<0$

$$\Rightarrow g(t)=0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (1;4).$$

Mà $g(t)=0$ là phương trình bậc hai chỉ có tối hai nghiệm nên $g(t)=0$ có duy nhất một nghiệm thuộc $(0;1)$. Suy ra $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$ có duy nhất một nghiệm $f(x)\in(0;1)$.

Suy ra phương trình $f(x)=a$ với $a\in(0;1)$ luôn có 4 nghiệm x phân biệt.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(cosx)+(m-2018)f(cosx)+m-2019=0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f^2(cosx)+(m-2018)f(cosx)+m-2019=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(cosx)=-1 \\ f(cosx)=2019-m. \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có: $f(\cos x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos x=0 & (1) \\ \cos x=k>1 & (2) \end{array}\right.$

PT(1) có 2 nghiệm thỏa mãn, PT(2) vô nghiệm.

Yêu cầu: phương trình $f(cosx)=2019-m(2019-m\neq 1)$ có thêm 4 nghiệm thuộc $[0;2\pi]$.

Nhận xét:

+ Với mỗi $t\notin[-1;1]$, phương trình $cosx=t$ vô nghiệm.

+ Với mỗi $t\in(-1;1]$, phương trình $cosx=t$ có 2 nghiệm $x\in[0;2\pi]$.

+ Với $t=-1$, phương trình $cosx=t$ có đúng 1 nghiệm $x\in[0;2\pi]$.

Như vậy, $-1<2019-m\leq 1 \Leftrightarrow 2018\leq m\leq 2020$ (do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=2018\vee m=2019$).

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ sao cho $f(1)=1$ và $f(x).f(1-x)=e^{x^2-x}$, $\forall x\in[0;1]$. Tính $I=\int_0^1 \frac{(2x^3-3x^2)f'(x)}{f(x)}dx$.

A. $I=-\frac{1}{60}$. **B.** $I=\frac{1}{10}$. **C.** $I=-\frac{1}{10}$. **D.** $I=\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = 2x^3 - 3x^2 \\ dv = \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \left(6x^2 - 6x\right)dx \\ v = \ln f(x) \end{cases}$ (do $f(x)$ nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$)

Ta có $I = \left(2x^3 - 3x^2\right)\ln f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(x)\,dx$

$$= \ln 1 - \int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(x)\,dx = -\int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(x)\,dx.$$

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow dt = -dx.$

Ta có $I = \int_1^0 \left[6\left(1-t^2\right) - 6(1-t)\right]\ln f(1-t)\,dt = -\int_0^1 \left(6t^2 - 6t\right)\ln f(1-t)\,dt$

$$= -\int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(1-x)\,dx.$$

Suy ra, $2I = -\int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(x)\,dx - \int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(1-x)\,dx$

$$= -\int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\left[\ln f(x) + \ln f(1-x)\right]dx$$

$$= -\int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln f(x).f(1-x)\,dx = -\int_0^1 \left(6x^2 - 6x\right)\ln e^{x^2 - x}\,dx$$

$$= -6\int_0^1 \left(x^2 - x\right)^2 dx = -6\int_0^1 \left(x^4 - 2x^3 + x^2\right)dx = -\frac{1}{5}.$$

Như vậy, $2I = -\dfrac{1}{5} \Rightarrow I = -\dfrac{1}{10}$

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4 - x^3\right) - m\left(x^3 - x^2\right) - x + e^{x-1} \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số tập con của S là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = m^2\left(x^4 - x^3\right) - m\left(x^3 - x^2\right) - x + e^{x-1}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = m^2\left(4x^3 - 3x^2\right) - m\left(3x^2 - 2x\right) - 1 + e^{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do $f(1) = 0$ nên từ giả thiết ta có $f(x) \geq f(1)$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = f(1)$.

$$\Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow m^2 - m = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 0. \end{array}\right.$$

- Với $m = 0$ ta có $f(x) = e^{x-1} - x \Rightarrow f'(x) = e^{x-1} - 1$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

$f(x)$	$\searrow$ 0 $\nearrow$

Trường hợp $m=0$, yêu cầu bài toán được thỏa mãn.

- Với $m=1$ ta có $f(x)=x^4-x^3-x^3+x^2+e^{x-1}=(x-1)^2x^2+e^{x-1}-x\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Trường hợp $m=1$ yêu cầu bài toán cũng được thỏa mãn.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=6f(x-1)-2x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=6f(x-1)-2x^3+3x^2$ trên $\mathbb{R}$

Ta có $g'(x)=6f'(x-1)-6x^2+6x=6\left[f'(x-1)-x^2+x\right]$.

Xét dấu của $f'(x-1)$: ta có $f'(x-1)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le x-1\le 0\\ x-1=1\\ x-1\ge 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\le x\le 1\\ x=2\\ x\ge 3\end{array}\right.$.

(trong đó $f'(x-1)=0\Leftrightarrow x\in\{0;1;2;3\}$)

Dựa vào dấu của $f'(x-1)$ và $(-x^2+x)$, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$-x^2+x$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	| chưa xác định		

Như vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 46. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $\left|z-3+\sqrt{3}i\right|=2$ và $\left|z_1-z_2\right|=4$. Giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 8. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 4. **D.** $2+2\sqrt{3}$.

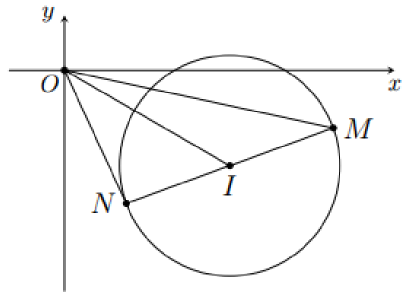
Lời giải

Chọn A

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1, z_2.

Do $\begin{cases}\left|z_1-3+\sqrt{3}i\right|=\left|z_2-3+\sqrt{3}i\right|=2\\ \left|z_1-z_2\right|=4\end{cases}$ nên $\begin{cases}M,N\in(C):(x-3)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2=2^2\\ MN=4=2.2\end{cases}$.

Như vậy MN là đường kính của đường tròn (C) với tâm $I\left(3;-\sqrt{3}\right)$, bán kính $R=2$, do đó I là trung điểm MN. $OI=\sqrt{12}$.



Ta có $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|=OM+ON\le\sqrt{(1+1)\left(OM^2+ON^2\right)}=\sqrt{2\left(2OI^2+\dfrac{MN^2}{2}\right)}=8$.

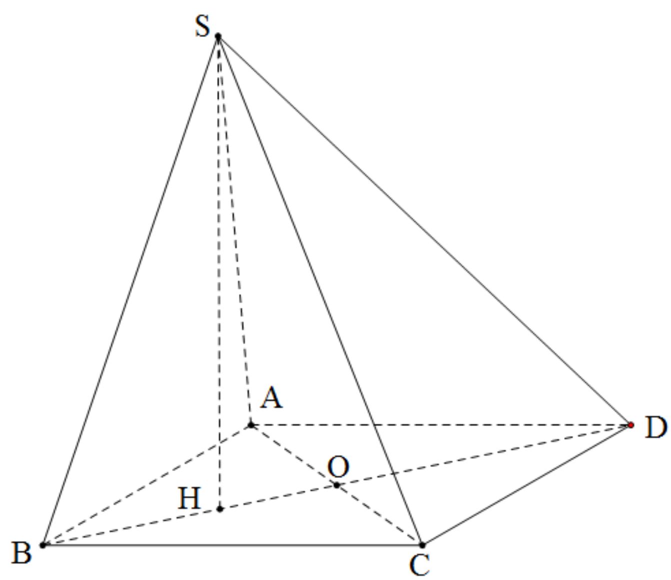
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $OM=ON\Leftrightarrow MN$ là đường kính của (C) vuông góc với OI.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=AB=BC=CD=DA=1$. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. AC cắt BD tại O. Khi thể tích khối $S.ABCD$ lớn nhất thì thể tích khối chóp $O.G_1G_2G_3G_4$ bằng

A. $\dfrac{1}{81}$. **B.** $\dfrac{1}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{54}$. **D.** $\dfrac{2}{81}$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết ta có: $\begin{cases}AC\perp BD\\AC\perp SO\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}CD^2=OC^2+OD^2\\SC^2=OC^2+SO^2\end{cases}$

$\Rightarrow SO=OD=\dfrac{1}{2}BD\Rightarrow\Delta SBD$ vuông tại S.

Lại có: $\begin{cases}AC\perp BD\\AC\perp SO\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}CD^2=OC^2+OD^2\\SC^2=OC^2+SO^2\end{cases}$

Dựng $SH\perp BD$ tại $H\Rightarrow AC\perp SH\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Đặt $SD = x\left(x>0\right)$.

Ta có $BD = \sqrt{SB^2+SD^2} = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow OD = \dfrac{\sqrt{1+x^2}}{2}$.

$\Rightarrow OC = \sqrt{1-\dfrac{1+x^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{3-x^2}}{2} \Rightarrow AC = \sqrt{3-x^2}, \left(0<x<\sqrt{3}\right)$

$\Leftrightarrow S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AC\cdot BD = \dfrac{1}{2}\sqrt{1+x^2}\cdot\sqrt{3-x^2}$.

Tam giác SBD vuông tại S có đường cao $SH = \dfrac{SB.SD}{BD} = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}\cdot SH\cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{6}x\cdot\sqrt{3-x^2} \le \dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{x^2+3-x^2}{2} = \dfrac{1}{4}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ hay $\max V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{4}$.

Khi $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{4}$ ta có: $S_{G_1G_2G_3G_4} = \dfrac{2}{9}S_{ABCD}, d\left(O,\left(G_1G_2G_3\right)\right) = \dfrac{1}{3}d\left(S,\left(ABCD\right)\right) = \dfrac{1}{3}SH$.

$$\Rightarrow V_{O.G_1G_2G_3G_4} = \dfrac{2}{27}V_{S.ABCD} = \dfrac{2}{27}\cdot\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{54}.$$

Vậy khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất thì $V_{O.G_1G_2G_3G_4} = \dfrac{1}{54}$.

Câu 48. Hai bạn A và B mỗi bạn lên bảng viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau đồng thời tổng lập phương các chữ số đó chia hết cho 3 là

A. $\dfrac{41}{5823}$. **B.** $\dfrac{7}{1944}$. **C.** $\dfrac{53}{17496}$. **D.** $\dfrac{29}{23328}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $M = \{3;6;9\}$, $N = \{1;4;7\}$ và $P = \{2;5;8\}$.

Xét số $\overline{abc}$, với $a\ne 0; a,b,c$ phân biệt và $\left(a^3+b^3+c^3\right) \vdots 3$.

Ta có $\left(a^3+b^3+c^3\right) = \left(a+b+c\right)^3 - 3\left(a+b\right)\left(b+c\right)\left(c+a\right)$.

Do đó $\left(a^3+b^3+c^3\right) \vdots 3 \Leftrightarrow \left(a+b+c\right)^3 \vdots 3 \Leftrightarrow \left(a+b+c\right) \vdots 3$.

Không gian mẫu đề bài cung cấp có số phần tử là: $n\left(\Omega\right) = \left(9\cdot9\cdot8\right)^2$.

Gọi X là biến cố "A và B viết được các số có 3 chữ số $\overline{abc}$, $\overline{def}$ sao cho $\{a;b;c\} = \{d;e;f\}$".

- Nếu $\{a;b;c\}$ có chứa chữ số 0 và 2 phần tử còn lại:
  - \+ cùng thuộc M thì số cách chọn là: $\left(C_3^2\right)\cdot 4^2$.
  - \+ có 1 phần tử thuộc N, 1 phần tử thuộc P thì số cách chọn là: $\left(C_3^1C_3^1\right)\cdot 4^2$.
- Nếu $\{a;b;c\}$ không chứa chữ số 0, có 2 khả năng xảy ra:
  - \+ a,b,c cùng thuộc M hoặc N hoặc P thì số cách chọn là: $\left(3!\right)^2 + \left(3!\right)^2 + \left(3!\right)^2$.

+ Mỗi số a, b, c thuộc 1 tập khác nhau trong M, N, P thì số cách chọn là: $\left(C_3^1C_3^1C_3^1\right)\cdot(3!)^2$.

Vậy $n(X)=\left(C_3^2\right)\cdot 4^2+\left(C_3^1C_3^1\right)\cdot 4^2+3(3!)^2+\left(C_3^1C_3^1C_3^1\right)\cdot(3!)^2=1272$

$\Rightarrow \mathrm{P}(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{53}{17496}$.

Câu 49. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40)=1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S=\dfrac{y}{x}$. Tính $M+m$.

A. $M+m=2\sqrt{14}$. **B.** $M+m=\sqrt{10}$.

C. $M+m=\dfrac{7}{2}$. **D.** $M+m=\dfrac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Do $S=\dfrac{y}{x}$ nên $y=Sx$.

Ta có

$$\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40)=1\Leftrightarrow 11x+20y-40=2x^2+xy+3y^2$$
$$\Leftrightarrow 11x+20Sx-40=2x^2+xSx+3S^2x^2$$
$$\Leftrightarrow \left(3S^2+S+2\right)x^2-(20S+11)x+40=0 \quad (1)$$

Biệt thức $\Delta=(20S+11)^2-4\cdot 40\cdot\left(3S^2+S+2\right)=-80S^2+280S-199.$

Để có các số thực dương x, y thỏa mãn giả thiết trước hết ta phải có:

$$\Delta\ge 0\Leftrightarrow -80S^2+280S-199\ge 0\Leftrightarrow \frac{35-\sqrt{230}}{20}=S_1\le S\le S_2=\frac{35+\sqrt{230}}{20}.$$

Từ đó ta suy ra $\mathrm{M}=\max\mathrm{S}=\dfrac{35+\sqrt{230}}{20}$ khi $\begin{cases}\mathrm{x}=\dfrac{20\mathrm{S}_1+11}{3\mathrm{S}_1{}^2+\mathrm{S}_1+2}>0\\ \mathrm{y}=\mathrm{S}_1\mathrm{x}>0\end{cases}$

$\mathrm{m}=\min\mathrm{S}=\dfrac{35-\sqrt{230}}{20}$ khi $\begin{cases}\mathrm{x}=\dfrac{20\mathrm{S}_2+11}{3\mathrm{S}_2{}^2+\mathrm{S}_2+2}>0\\ \mathrm{y}=\mathrm{S}_2\mathrm{x}>0\end{cases}$

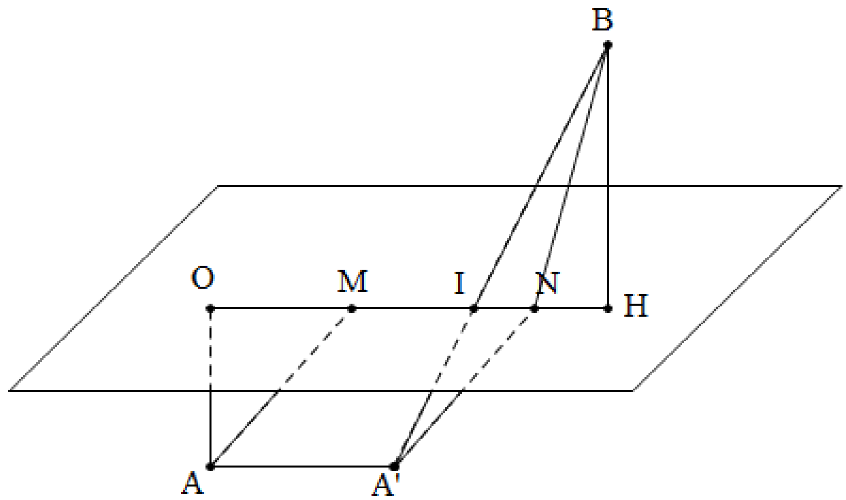
Vậy $\mathrm{M}+\mathrm{m}=\dfrac{7}{2}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $\mathrm{A}(0;0;2)$ và $\mathrm{B}(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $\sqrt{34}-1$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B



Từ $\begin{cases}(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25 \quad (1)\\ (S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0 \quad (2)\end{cases}$

Lấy (1) trừ (2) (vế theo vế), ta được $6z=0$ hay

$(P):z=0$ tức là $(P)\equiv(Oxy)$.

Dễ thấy A, B nằm khác phía đối với (P), hình chiếu của A trên (P) là O, hình chiếu của B trên (P) là $H(3;4;0)$.

Lấy A' sao cho $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$.

Khi đó $AM+BN=A'N+BN\geq A'B$ và cực trị chỉ xảy ra khi $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{OH}$.

Lấy $\overrightarrow{MN}=\dfrac{\overrightarrow{OH}}{\left|\overrightarrow{OH}\right|}=\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$.

Khi đó vì $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$ nên $A'\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$. Do đó $AM+BN=A'N+BN\geq A'B=5$.

---------------------------- Hết ----------------------------