TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

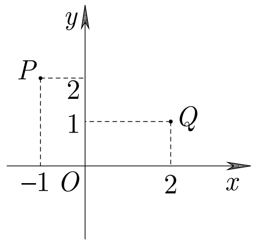
(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019 – LẦN 2
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(50 câu hỏi trắc nghiệm)

Mã đề thi 132

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

Câu 1: Trong hình vẽ bên, điểm P biểu diễn số phức z_1, điểm Q biểu diễn số phức z_2. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.



A. $1+3i$. **B.** $-3+i$.
C. $-1+2i$. **D.** $2+i$.

Câu 2: Giả sử $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số bất kỳ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx + \int_c^a f(x)dx = 0$. **B.** $\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$.

C. $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$. **D.** $\int_a^b \big(f(x)-g(x)\big)dx + \int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty;\, 2]$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		2
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	1

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đã cho ?
A. Giá trị cực đại bằng 2.
B. Hàm số có 2 điểm cực tiểu.
C. Giá trị cực tiểu bằng -1.
D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n), có $u_1 = -2$, $u_4 = 4$. Số hạng u_6 là

A. 8. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2z + 3 = 0$. Một véctơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{b}(2;\,-1;\,0)$. **B.** $\vec{v}(1;\,2;\,3)$. **C.** $\vec{a}(1;\,0;\,2)$. **D.** $\vec{u}(2;\,0;\,-1)$.

Câu 6: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng

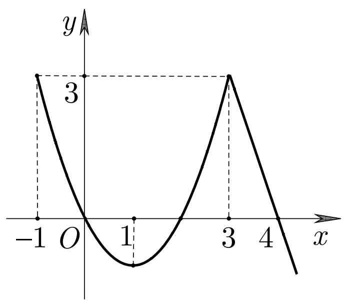
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Câu 7: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x$ là

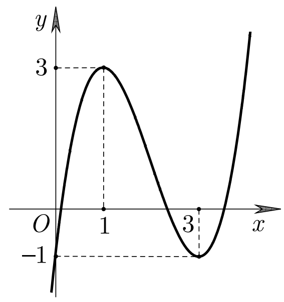
A. $\frac{1}{5}\cos 5x + C$. **B.** $\cos 5x + C$. **C.** $-\cos 5x + C$. **D.** $-\frac{1}{5}\cos 5x + C$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.
Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(2;\,4)$. **B.** $(0;\,3)$.
C. $(2;\,3)$. **D.** $(-1;\,4)$.



Câu 9: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1.$

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1.$

D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1.$

Câu 10: Giả sử a, b là các số thực dương tuỳ ý thoả mãn $a^2b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 8.$ **B.** $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8.$

C. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4.$ **D.** $2\log_2 a - 3\log_2 b = 4.$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

A. $(\alpha): z = 0.$ **B.** $(P): x + y = 0.$

C. $(Q): x + 11y + 1 = 0.$ **D.** $(\beta): z = 1.$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = \dfrac{1}{2}$ là

A. $0.$ **B.** $2.$ **C.** $-1.$ **D.** $1.$

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4.

B. Số cách xếp 4 quyển sách vào 4 trong 6 vị trí ở trên giá là A_6^4.

C. Số cách chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là C_6^4.

D. Số cách xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí trên giá là A_6^4.

Câu 14: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$ thoả mãn $F(2) = 4$. Giá trị $F(-1)$ bằng

A. $\sqrt{3}.$ **B.** $1.$ **C.** $2\sqrt{3}.$ **D.** $2.$

Câu 15: Biết tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^x < 3 - \dfrac{2}{2^x}$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị $a + b$ bằng

A. $3.$ **B.** $2.$ **C.** $0.$ **D.** $1.$

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. $3.$ **B.** $0.$ **C.** $2.$ **D.** $1.$

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $BC = 1$, $AA' = 1$. Tính góc giữa AB' và $(BCC'B')$.

A. $45^0.$ **B.** $90^0.$ **C.** $30^0.$ **D.** $60^0.$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x\left(x+1\right)(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. $f(-1).$ **B.** $f(0).$ **C.** $f(3).$ **D.** $f(2).$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

A. $30^0.$ **B.** $60^0.$ **C.** $150^0.$ **D.** $120^0.$

Câu 20: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tuỳ ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0<x<4)$ thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R=x\sqrt{4-x}$.

A. $V=\dfrac{64}{3}$. **B.** $V=\dfrac{32}{3}$. **C.** $V=\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{3}$.

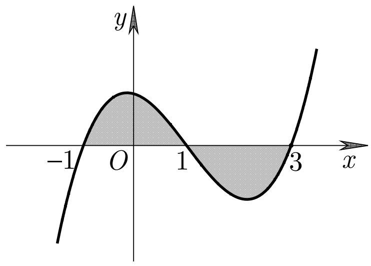
Câu 21: Cho số thực $a>2$ và gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+a=0$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. z_1+z_2 là số thực. **B.** z_1-z_2 là số ảo. **C.** $\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$ là số ảo. **D.** $\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$ là số thực.

Câu 22: Cho các số thực a, b thoả mãn $1<a<b$ và $\log_a b+\log_b a^2=3$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_{ab}\dfrac{a^2+b}{2}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 23: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-\dfrac{1}{3}x+1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?



A. $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)dx-\int\limits_{1}^{3}f(x)dx$. **B.** $S=2\int\limits_{1}^{3}f(x)dx$.

C. $S=2\int\limits_{-1}^{1}f(x)dx$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^{3}\left|f(x)\right|dx$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;\,2;\,-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 25: Cho hình nón đỉnh S có đường sinh bằng 2, đường cao bằng 1. Tìm đường kính của mặt cầu chứa điểm S và chứa đường tròn đáy hình nón đã cho.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 26: Cắt mặt xung quanh của một hình trụ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình vuông có chu vi bằng 8π. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $2\pi^2$. **B.** $2\pi^3$. **C.** 4π. **D.** $4\pi^2$.

Câu 27: Cho các số phức z_1, z_2 thoả mãn $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=\sqrt{3}$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$. Môđun $\left|z_1+z_2\right|$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ và có véctơ chỉ phương là $\vec{u}(2;\ 4;\ 6)$. Phương trình nào sau đây **không** phải là của đường thẳng Δ ?

A. $\begin{cases} x=-5-2t \\ y=-10-4t \\ z=-15-6t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+2t \\ z=6+3t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+4t \\ z=3+6t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=6+4t \\ z=12+6t. \end{cases}$

Câu 30: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\log_2 x}{x}$ là

A. $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2\ln 2}$. **C.** $f'(x)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f(x)-x$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 3. **B.** 2.
C. 0. **D.** 1.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=\log_2\left(f(2x)\right)$ đồng biến trên khoảng

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(1;\ 2)$. **B.** $(-\infty;\ -1)$. **C.** $(-1;\ 0)$. **D.** $(-1;\ 1)$.

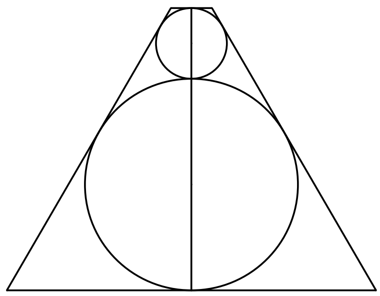
Câu 33: Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại 2 số phức phân biệt z_1, z_2 thoả mãn đồng thời các phương trình $|z-1|=|z-i|$ và $|z+2m|=m+1$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD.

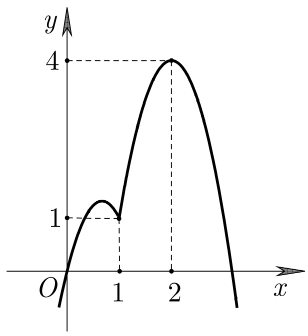
A. $\dfrac{\sqrt{6}a}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 35: Người ta sản xuất một vật lưu niệm (N) bằng thủy tinh trong suốt có dạng khối tròn xoay mà thiết diện qua trục của nó là một hình thang cân (xem hình vẽ). Bên trong (N) có hai khối cầu ngũ sắc với bán kính lần lượt là $R=3$ cm, $r=1$ cm tiếp xúc với nhau và cùng tiếp xúc với mặt xung quanh của (N), đồng thời hai khối cầu lần lượt tiếp xúc với hai mặt đáy của (N). Tính thể tích của vật lưu niệm đó.



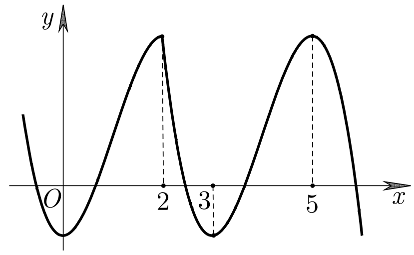
A. $\dfrac{485\pi}{6}\ (\text{cm}^3)$. **B.** $81\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $72\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $\dfrac{728\pi}{9}\ (\text{cm}^3)$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|3f(x)-x^3\right|$ đồng biến trên khoảng



A. $(2;\ +\infty)$. **B.** $(-\infty;\ 2)$.
C. $(0;\ 2)$. **D.** $(1;\ 3)$.

Câu 37: Cho số thực m và hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f\left(2^x + 2^{-x}\right) = m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;\ 2]$?



A. 2. **B.** 3.
C. 4. **D.** 5.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;\ 0;\ 1)$, $B(-3;\ 2;\ 0)$, $C(2;\ -2;\ 3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau ?

A. $P(-1;\ 2;\ -2)$. **B.** $M(-1;\ 3;\ 4)$. **C.** $N(0;\ 3;\ -2)$. **D.** $Q(-5;\ 3;\ 3)$.

Câu 39: Trong Lễ tổng kết Tháng thanh niên, có 10 đoàn viên xuất sắc gồm 5 nam và 5 nữ được tuyên dương khen thưởng. Các đoàn viên này được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang trên sân khấu để nhận giấy khen. Tính xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kỳ 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $\dfrac{1}{42}$. **C.** $\dfrac{5}{252}$. **D.** $\dfrac{25}{252}$.

Câu 40: Giả sử m là số thực thoả mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 31^x + 3^x + mx$ trên $\mathbb{R}$ là 2. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

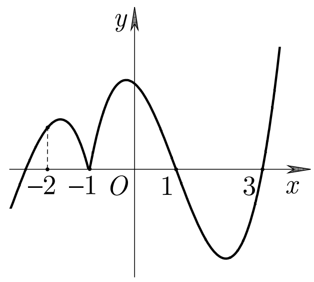
A. $m \in (-10;\ -5)$. **B.** $m \in (-5;\ 0)$. **C.** $m \in (0;\ 5)$. **D.** $m \in (5;\ 10)$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1;\ 1]$ là

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		↗	0	↗		↘	0	↘		↗	0	↗	

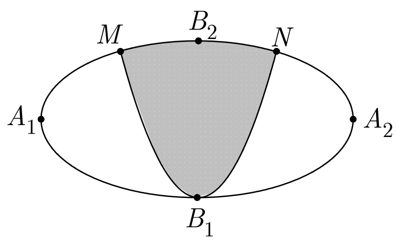
A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$.
C. $f(2)$. **D.** $f(1)$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\left(mx + m^2\sqrt{5 - x^2} + 2m + 1\right)f(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2;\ 2]$?



A. 1. **B.** 3.
C. 0. **D.** 2.

Câu 43: Một biển quảng cáo có dạng hình elíp với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Người ta chia elíp bởi parabol có đỉnh B_1, trục đối xứng B_1B_2 và đi qua các điểm M, N. Sau đó sơn phần tô đậm với giá 200.000 đồng/m^2 và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500.000 đồng/m^2. Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây ? Biết rằng $A_1A_2 = 4\,\text{m}$, $B_1B_2 = 2\,\text{m}$, $MN = 2\,\text{m}$.



A. $2.341.000$ đồng. **B.** $2.057.000$ đồng. **C.** $2.760.000$ đồng. **D.** $1.664.000$ đồng.

Câu 44: Sau khi tốt nghiệp đại học, anh Nam thực hiện một dự án khởi nghiệp. Anh vay vốn từ ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất $0,6\%$ một tháng. Phương án trả nợ của anh Nam là: sau đúng một tháng kể từ thời điểm vay anh bắt đầu trả nợ, hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả của mỗi lần là như nhau và hoàn thành sau đúng 5 năm kể từ khi vay. Tuy nhiên, sau khi dự án có hiệu quả và đã trả nợ được 12 tháng theo phương án cũ anh Nam muốn rút ngắn thời gian trả nợ nên từ tháng tiếp theo, mỗi tháng anh trả nợ cho ngân hàng 9 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng từ thời điểm vay anh Nam trả hết nợ ?

A. 32 tháng. **B.** 31 tháng. **C.** 29 tháng. **D.** 30 tháng.

Câu 45: Giả sử hàm f có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(1)=f'(1)=1$ và $f(1-x)+x^2f''(x)=2x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 xf'(x)dx$.

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{1}{3}$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết rằng đỉnh C có cao độ âm. Tìm hoành độ của đỉnh A.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=24$ và điểm $A(-2;\,0;\,-2)$. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω). Từ điểm M di động nằm ngoài (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (ω) kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω'). Biết rằng khi hai đường tròn (ω), (ω') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=6\sqrt{2}$. **B.** $r=3\sqrt{10}$. **C.** $r=3\sqrt{5}$. **D.** $r=3\sqrt{2}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $AC=\sqrt{3}a$, SAB là tam giác đều, $\widehat{SAD}=120^0$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $9.3^{2x}-m\left(4\sqrt[4]{x^2+2x+1}+3m+3\right)3^x+1=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt ?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 50: Cho các số phức z và w thoả mãn $(2+i)\left|z\right|=\frac{z}{w}+1-i$. Tìm giá trị lớn nhất của $T=\left|w+1-i\right|$.

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

----------------------- **HẾT** -----------------------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019 - LẦN 2
MÔN TOÁN

Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
132	1	**A**	209	1	**B**	357	1	**D**	485	1	**C**
132	2	**C**	209	2	**D**	357	2	**B**	485	2	**B**
132	3	**B**	209	3	**C**	357	3	**D**	485	3	**B**
132	4	**A**	209	4	**C**	357	4	**B**	485	4	**B**
132	5	**C**	209	5	**B**	357	5	**C**	485	5	**D**
132	6	**B**	209	6	**D**	357	6	**A**	485	6	**A**
132	7	**D**	209	7	**B**	357	7	**D**	485	7	**C**
132	8	**C**	209	8	**D**	357	8	**D**	485	8	**D**
132	9	**D**	209	9	**B**	357	9	**D**	485	9	**C**
132	10	**B**	209	10	**D**	357	10	**C**	485	10	**D**
132	11	**C**	209	11	**C**	357	11	**B**	485	11	**C**
132	12	**B**	209	12	**A**	357	12	**D**	485	12	**C**
132	13	**C**	209	13	**D**	357	13	**A**	485	13	**D**
132	14	**D**	209	14	**D**	357	14	**C**	485	14	**A**
132	15	**D**	209	15	**A**	357	15	**B**	485	15	**D**
132	16	**C**	209	16	**A**	357	16	**D**	485	16	**D**
132	17	**D**	209	17	**C**	357	17	**B**	485	17	**B**
132	18	**B**	209	18	**B**	357	18	**C**	485	18	**C**
132	19	**A**	209	19	**C**	357	19	**B**	485	19	**B**
132	20	**D**	209	20	**A**	357	20	**C**	485	20	**D**
132	21	**C**	209	21	**B**	357	21	**D**	485	21	**B**
132	22	**D**	209	22	**D**	357	22	**A**	485	22	**A**
132	23	**B**	209	23	**B**	357	23	**A**	485	23	**C**
132	24	**A**	209	24	**A**	357	24	**D**	485	24	**D**
132	25	**A**	209	25	**A**	357	25	**B**	485	25	**A**
132	26	**A**	209	26	**D**	357	26	**A**	485	26	**C**
132	27	**D**	209	27	**D**	357	27	**C**	485	27	**D**
132	28	**A**	209	28	**D**	357	28	**A**	485	28	**B**
132	29	**D**	209	29	**A**	357	29	**B**	485	29	**C**
132	30	**B**	209	30	**B**	357	30	**B**	485	30	**B**
132	31	**D**	209	31	**D**	357	31	**D**	485	31	**B**
132	32	**A**	209	32	**A**	357	32	**B**	485	32	**C**
132	33	**D**	209	33	**C**	357	33	**C**	485	33	**B**
132	34	**C**	209	34	**C**	357	34	**C**	485	34	**A**
132	35	**D**	209	35	**C**	357	35	**B**	485	35	**B**
132	36	**C**	209	36	**C**	357	36	**B**	485	36	**B**
132	37	**B**	209	37	**B**	357	37	**B**	485	37	**A**
132	38	**A**	209	38	**B**	357	38	**B**	485	38	**D**
132	39	**B**	209	39	**A**	357	39	**A**	485	39	**A**
132	40	**B**	209	40	**B**	357	40	**D**	485	40	**C**
132	41	**B**	209	41	**A**	357	41	**C**	485	41	**B**
132	42	**A**	209	42	**D**	357	42	**D**	485	42	**D**
132	43	**A**	209	43	**D**	357	43	**A**	485	43	**A**
132	44	**A**	209	44	**C**	357	44	**C**	485	44	**D**
132	45	**C**	209	45	**C**	357	45	**C**	485	45	**A**
132	46	**C**	209	46	**B**	357	46	**A**	485	46	**A**
132	47	**B**	209	47	**C**	357	47	**A**	485	47	**A**
132	48	**A**	209	48	**D**	357	48	**C**	485	48	**B**
132	49	**C**	209	49	**A**	357	49	**A**	485	49	**C**
132	50	**A**	209	50	**A**	357	50	**A**	485	50	**A**

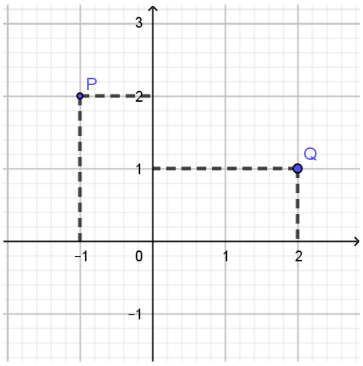
STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 2 - 2019
MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Trong hình vẽ bên, điểm P biểu diễn số phức z_1, điểm Q biểu diễn số phức z_2. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $1+3i$.
B. $-3+i$.
C. $-1+2i$.
D. $2+i$.



Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Chí ; Fb: Nguyễn Văn Chí

Chọn A

Theo hình vẽ ta có $z_1 = -1+2i,\ z_2 = 2+i$ nên $z_1 + z_2 = 1+3i$.

Câu 2. Giả sử $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số bất kỳ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^a f(x)\,\mathrm{d}x = 0$.
B. $\int_a^b cf(x)\,\mathrm{d}x = c\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
C. $\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$
D. $\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$
.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tuyết Lê ; Fb:Nguyen Tuyet Le.

Chọn C

Theo tính chất tích phân ta có:

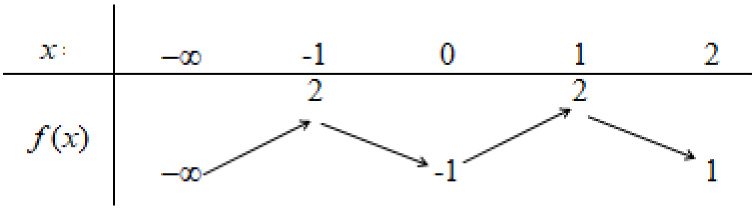
+ $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^a f(x)\mathrm{d}x = \int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$. Đáp án A đúng.

+ $\int_a^b c\,f(x)\,\mathrm{d}x = c\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$, với $c \in \mathbb{R}$. Đáp án B đúng.

+ $\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. Đáp án D đúng.

Đáp án C **sai.**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 2]$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đã cho?



A. Giá trị cực đại bằng 2. **B.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.
C. Giá trị cực tiểu bằng -1. **D.** Hàm số có 2 điểm cực đại.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan nguyen

Chọn B

Dựa vào tập xác định và bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x = 0$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n), có $u_1 = -2,\ u_4 = 4$. Số hạng u_6 là

A. 8. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan nguyen

Chọn A

Áp dụng công thức của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$ ta có: $u_4 = u_1 + 3d \Leftrightarrow 4 = -2 + 3d$ $\Leftrightarrow d = 2$.

Vậy: $u_6 = u_1 + 5d = -2 + 5(2) = 8$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2z + 3 = 0$. Một véctơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{b}(2;-1;0)$. **B.** $\vec{v}(1;2;3)$. **C.** $\vec{a}(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}(2;0;-1)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Việt Huy, FB:Huy Nguyễn

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;0;2)$.

Δ vuông góc với (α) nên có véctơ chỉ phương là $\vec{a} = \vec{n} = (1;0;2)$.

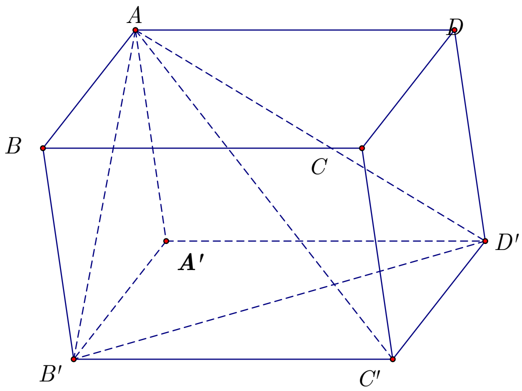
Câu 6. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Việt Huy, FB:Huy Nguyễn

Chọn B



Gọi h là chiều cao của hình hộp.

Ta có $S_{B'C'D'} = \frac{1}{2} S_{A'B'C'D'}$.

Do đó $V_{AB'C'D'} = \frac{1}{3} h.S_{B'C'D'} = \frac{1}{3}.h.\frac{1}{2} S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6} h.S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6}$.

Câu 7. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x$ là

A. $\frac{1}{5}\cos 5x + C$. **B.** $\cos 5x + C$. **C.** $-\cos 5x + C$. **D.** $-\frac{1}{5}\cos 5x + C$.

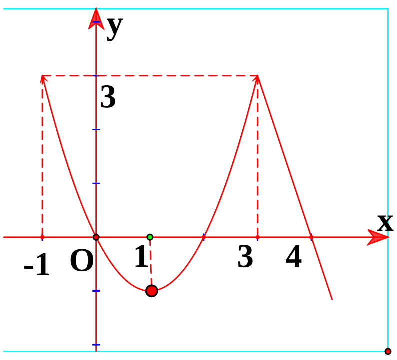
Lời giải

Tác giả: Võ Tự Lực; Fb:Võ Tự Lực

Chọn D

Ta có $\int \sin 5x dx = \frac{1}{5}\int \sin 5x d(5x) = -\frac{1}{5}\cos 5x + C$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

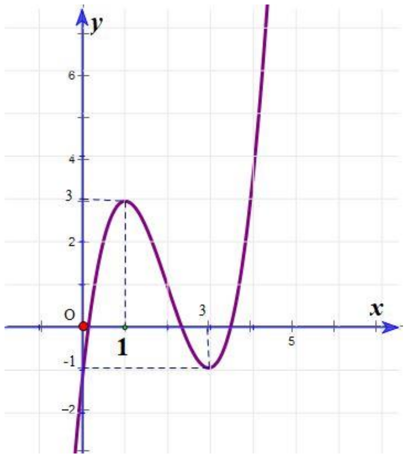
Tác giả: Võ Tự Lực ; Fb: Võ Tự Lực

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(1;3)$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(2;3)$.

Câu 9. Đường cong dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$. **B.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$. **D.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Thắng; Fb: Nguyễn Thắng.

Chọn D

Vì đồ thị đã cho đi qua điểm $(0;-1)$ nên loại các phương án B, C.

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy đạo hàm của hàm số có 2 nghiệm là 1 và 3.

Xét A.: $y' = 3x^2 - 10x + 8$ vô nghiệm nên loại. Vậy chọn D.

Câu 10. Giả sử a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 8$. **B.** $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

C. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4$. **D.** $2\log_2 a - 3\log_2 b = 4$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thanh Sơn; Fb: Trần Thanh Sơn

Chọn B

Vì a,b là các số thực dương nên $a^2b^3 = 4^4 \Leftrightarrow \log_2\left(a^2b^3\right) = \log_2 4^4$

$\Leftrightarrow \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 4\log_2 4 \Leftrightarrow 2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz?

A. (α): $z = 0$. **B.** (P): $x + y = 0$. **C.** (Q): $x + 11y + 1 = 0$. **D.** (β): $z = 1$.

Lời giải

Tácgiả:Lê Thị Phương; Fb: Lê Thị Phương

Chọn C

Ta có trục Oz có véctơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Gọi $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (0;0;1)$, $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;1;0)$, $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (1;11;0)$, $\overrightarrow{n_{(\beta)}} = (0;0;1)$ lần lượt là véctơ pháp tuyến của các mặt phẳng (α), (P), (Q), (β).

Nhận thấy $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}.\vec{k} = 0.0 + 0.0 + 1.1 = 1 \neq 0$ và $\overrightarrow{n_{(\beta)}}.\vec{k} = 0.0 + 0.0 + 1.1 = 1 \neq 0$ nên ta loại A và D.

Nhận thấy $\overrightarrow{n_{(P)}}.\vec{k} = 1.0 + 1.0 + 0.1 = 0$ và $O \in Oz \cap (P) \Rightarrow Oz \subset (P)$ nên ta loại B.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{x-3}=\dfrac{1}{2}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Thom Tran

Chọn B

Ta có: $2^{x-3}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2^{x-3}=2^{-1}\Leftrightarrow x-3=-1\Leftrightarrow x=2$.

Câu 13. Mệnh đề nào sau đây **sai ?**

A. Số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4.

B. Số cách xếp 4 quyển sách vào 4 trong 6 vị trí trên giá là A_6^4.

C. Số cách chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là C_6^4.

D. Số cách xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí trên giá là A_6^4.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Mạnh Hùng ; Fb: Gia sư Alpha

Chọn C

A đúng. Lấy ngẫu nhiên 4 phần tử từ tập 6 phần tử ta được một tập con của 6 phần tử. Vậy Số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4.

B đúng. Mỗi cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách là một chỉnh hợp chập 4 của 6 quyển sách. Vậy số cách sắp xếp 4 quyển sách vào 4 vị trí trong 6 vị trí trên giá là A_6^4.

C sai. Mỗi cách lựa chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là một chỉnh chập 4 của 6 học sinh. Vậy số cách lựa chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là A_6^4.

D đúng. Mỗi cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí là một chỉnh hợp chập 4 của 6 quyển sách. Vậy số cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 vào 4 vị trí trên giá là A_6^4.

Câu 14. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$ thỏa mãn $F(2)=4$. Giá trị $F(-1)$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Tác giả: Trần Luật ; Fb: Trần Luật

Chọn D

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}\mathrm{d}x=2\sqrt{x+2}+C$.

Theo đề bài $F(2)=4$ nên $2\sqrt{2+2}+C=4\Leftrightarrow C=0\Rightarrow F(-1)=2\sqrt{-1+2}=2$.

Vậy $F(-1)=2$.

tatienthanh7895@gmail.com

Câu 15. Biết tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^x<3-\dfrac{2}{2^x}$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị $a+b$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Tác giả: Tạ Tiến Thanh ; Fb: Thanh Ta

Chọn D

Ta có:

$2^x < 3 - \dfrac{2}{2^x} \Leftrightarrow (2^x)^2 < 3.2^x - 2 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3.2^x + 2 < 0 \Leftrightarrow (2^x - 1)(2^x - 2) < 0$

$\Leftrightarrow 1 < 2^x < 2 \Leftrightarrow \log_2 1 < x < \log_2 2 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Vậy tập hợp nghiệm của bất phương trình là khoảng $(0;1)$. Suy ra $a + b = 0 + 1 = 1$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Tác giả: Trần Vũ Thái ; Fb: Trần Vũ Thái

Chọn C

Tập xác định: $D = (-\infty;0] \cup [2;+\infty)$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{1 - \dfrac{2}{x}} + 1}{1 - \dfrac{1}{x}} = 2$ và

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-2x}{(x-1)\left(\sqrt{x^2 - 2x} - x\right)} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-\dfrac{2}{x}}{\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1 - \dfrac{2}{x}} - 1\right)} = 0$.

Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là: $y = 2$ và $y = 0$.

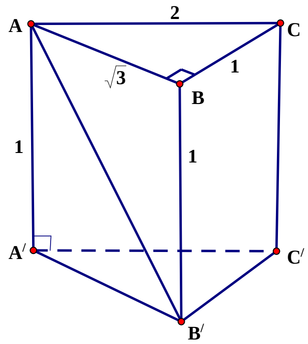
Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $BC = 1$, $AA' = 1$. Tính góc giữa AB' và $(BCC'B')$.

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đình Tâm; Fb: Tâm Nguyễn Đình

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AB \perp \left(BCC'B'\right)$

$\Rightarrow BB'$ là hình chiếu của AB' lên mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$.

Do đó: $\left(AB',\left(BCC'B'\right)\right)=\left(AB',BB'\right)=AB'B$.

Xét $\Delta ABB'$ vuông tại B có: $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{3}$, $BB'=1$.

$\tan AB'B=\dfrac{AB}{BB'}=\sqrt{3} \Rightarrow AB'B=60°$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ là

A. $f\left(-1\right)$. **B.** $f\left(0\right)$. **C.** $f\left(3\right)$. **D.** $f\left(2\right)$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Đức Hiếu; Fb: Vu Duc Hieu

Chọn B

Ta có: $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$, với $x=2$ là nghiệm kép.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$			$\nearrow$		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[-1;2\right]$ tại $x=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x-y+2z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $150°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Minh Cường, FB: yen nguyen

Chọn A

Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;\ 2;\ -1\right)$.

$\left(\alpha\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;\ -1;\ 2\right)$.

$$\sin\left(\Delta,\left(\alpha\right)\right)=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|1.1+2.\left(-1\right)+\left(-1\right).2\right|}{\sqrt{1^2+2^2+\left(-1\right)^2}.\sqrt{1^2+\left(-1\right)^2+2^2}}=\frac{1}{2}.$$

Vậy $\left(\Delta,(\alpha)\right)=30°$.

Câu 20. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0<x<4)$ thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R=x\sqrt{4-x}$.

A. $V=\dfrac{64}{3}$. **B.** $V=\dfrac{32}{3}$. **C.** $V=\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Tácgiả:Tô Thị Lan ; Fb: Lan Tô

Chọn D

Ta có diện tích thiết diện là $S(x)=\dfrac{1}{2}\pi R^2=\dfrac{1}{2}\pi x^2(4-x)=\dfrac{1}{2}\pi\left(4x^2-x^3\right)$.

Thể tích của vật thể cần tìm là $V=\int\limits_0^4 S(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\pi\int\limits_0^4\left(4x^2-x^3\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\pi\left(\dfrac{4}{3}x^3-\dfrac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^4=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 21 . Cho số thực $a>2$ và gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+a=0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. z_1+z_2 là số thực. **B.** z_1-z_2 là số ảo. **C.** $\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$ là số ảo. **D.** $\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$ là số thực.

Lời giải

Tác giả: Bùi Chí Thanh ; Fb: Thanh bui

Chọn C

Xét phương trình $z^2-2z+a=0$

Ta có: $\Delta'=1-a<0\ (\forall a>2)$

Nên phương trình có hai nghiệm phức là: $z_1=1+\sqrt{a-1}i$; $z_2=1-\sqrt{a-1}i$ (không làm mất tính tổng quát).

Ta có: $z_1+z_2=1+\sqrt{a-1}i+1-\sqrt{a-1}i=2$ là một số thực nên A đúng.

$z_1-z_2=\left(1+\sqrt{a-1}i\right)-\left(1-\sqrt{a-1}i\right)=2\sqrt{a-1}i$ là một số ảo (với $\forall a>2$) nên B đúng.

$\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}=\dfrac{1+\sqrt{a-1}i}{1-\sqrt{a-1}i}+\dfrac{1-\sqrt{a-1}i}{1+\sqrt{a-1}i}=\dfrac{4-2a}{a}$ là một số thực (với $\forall a>2$) nên C sai.

Câu 22: Cho các số thực a,b thỏa mãn $1<a<b$ và $\log_a b+\log_b a^2=3$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_{ab}\dfrac{a^2+b}{2}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tuấn ; Fb: Nguyễn Tuấn

Chọn D

Ta có $\log_a b+\log_b a^2=3\Leftrightarrow \log_a b+2\log_b a=3\ (1)$.

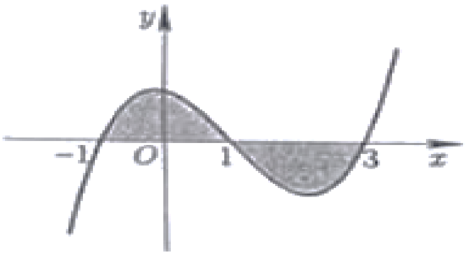
Đặt $t=\log_a b$. Do $1<a<b\Rightarrow t>\log_a a\Rightarrow t>1$. Khi đó (1) trở thành:

$$t+\frac{2}{t}=3\Leftrightarrow t^2-3t+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\ (\text{KTM}) \\ t=2\ (\text{TM}) \end{array}\right.$$.

Với $t=2$ ta có $\log_a b=2\Leftrightarrow b=a^2$.

Suy ra $T=\log_{ab}\dfrac{a^2+b}{2}=\log_{a^3}a^2=\dfrac{2}{3}\log_a a=\dfrac{2}{3}$.

Câu 23. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?



A. $S=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{3}f(x)dx$. **B.** $S=2\int_{1}^{3}f(x)dx$.

C. $S=2\int_{-1}^{1}f(x)dx$. **D.** $S=\int_{-1}^{3}\left|f(x)\right|dx$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Như Thành ; Fb: Nguyen Nhu Thanh.

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành:

$$\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$.

Từ hình vẽ ta thấy $f(x)>0,\forall x\in(-1;1)$ và $f(x)<0,\forall x\in(1;3)$

Do đó $S=\int_{-1}^{3}\left|f(x)\right|dx=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{3}f(x)dx=2\int_{-1}^{1}f(x)dx$.

Suy ra các phương án A,C,D đúng.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Hòa ; Fb: Nguyễn Văn Hòa Hòa

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1;2;-3)$ trên trục $Oy\Rightarrow H(0;2;0)\Rightarrow IH=\sqrt{10}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow R = IH = \sqrt{10}$.

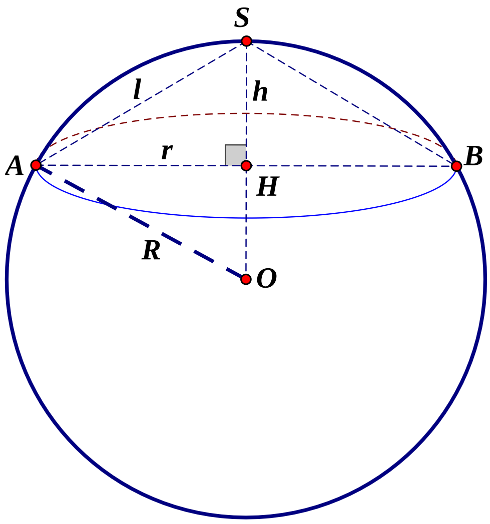
Câu 25. Cho hình nón đỉnh S có đường sinh bằng 2, đường cao bằng 1. Tìm đường kính của mặt cầu chứa điểm S và chứa đường tròn đáy hình nón đã cho.

A. 4.   **B.** 2.   **C.** 1.   **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả: Giáp Minh Đức; Fb: Giáp Minh Đức

Chọn A



Gọi O, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu.

Đường tròn đáy của hình nón có tâm H bán kính r.

Do H là hình chiếu của S và O trên mặt đáy của hình nón nên S, H, O thẳng hàng.

Hình nón có độ dài đường sinh $l = 2$, đường cao $h = 1$. Suy ra $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{3}$

Góc ở đỉnh của hình nón là $ASB = 2ASH = 120^0$ nên suy ra $H \in SO$ (như hình vẽ).

Trong tam giác OAH vuông tại H ta có:

$$OA^2 = OH^2 + HA^2 \Leftrightarrow R^2 = (R-h)^2 + r^2 \Leftrightarrow R = \frac{h^2 + r^2}{2h} = 2$$

Vậy đường kính mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy hình nón bằng 4.

Cách 2:

Gọi O, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu.

Đường tròn đáy của hình nón có tâm H bán kính r.

Do H là hình chiếu của S và O trên mặt đáy của hình nón nên S, H, O thẳng hàng.

Hình nón có độ dài đường sinh $l = 2$, đường cao $h = 1$. (như hình vẽ)

Trong tam giác SAH vuông tại H ta có $\cos ASH = \frac{SH}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow ASH = 60°$.

Xét tam giác SOA có $OS = OA = R$ và $OSA = 60°$.

Suy ra tam giác SOA đều. Do đó $R = OA = SA = 2$.

Vậy đường kính mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy hình nón bằng 4.

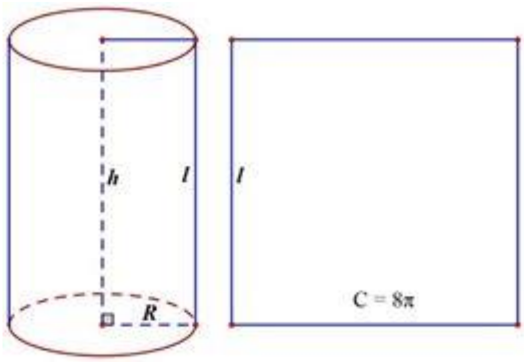
Câu 26. Cắt mặt xung quanh của một hình trụ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình vuông có chu vi bằng 8π. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $2\pi^2$.   **B.** $2\pi^3$.   **C.** 4π.   **D.** $4\pi^2$.

Lời giải

Tác giả: Quỳnh Thụy Trang; Fb: Xuka

Chọn A



Ta có chu vi hình vuông bằng $8\pi \Rightarrow$ cạnh hình vuông bằng 2π.

Do đó hình trụ có bán kính $R=1$, đường sinh $l=2\pi$ (cũng chính là đường cao).

Vậy thể tích hình trụ $V=\pi R^2 h = 2\pi^2$.

Câu 27 . Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=\sqrt{3}$ và $|z_1-z_2|=2$. Môđun $|z_1+z_2|$ bằng

A. 2 .   **B.** 3 .   **C.** $\sqrt{2}$.   **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Thu Hiền ; Fb:Hiền Tấm

Chọn D

Cách 1:

Gọi các số phức $z_1 = a_1 + b_1 i,\ z_2 = a_2 + b_2 i\ \ (a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R})$

$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i,$

$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$

Ta có: $|z_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a_1^2 + b_1^2 = 3$

$|z_2| = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a_2^2 + b_2^2 = 3$

$|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = 2 \Leftrightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = 4$

$\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2a_1a_2 - 2b_1b_2 = 4$

$\Leftrightarrow 2a_1a_2 + 2b_1b_2 = 2$

Do đó: $|z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2a_1a_2 + 2b_1b_2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$

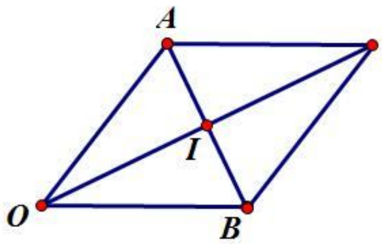
Cách 2:

$|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}) = 4$

$|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} = 8$

$\Rightarrow |z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$

Cách 3:



Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn 2 số phức z_1, z_2 . Khi đó tam giác OAB có $OA = OB = \sqrt{3}, \mathrm{AB} = 2$. Gọi I là trung điểm của AB .

$OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{2}$

$|z_1 + z_2| = 2|\overrightarrow{OI}| = 2\sqrt{2}$

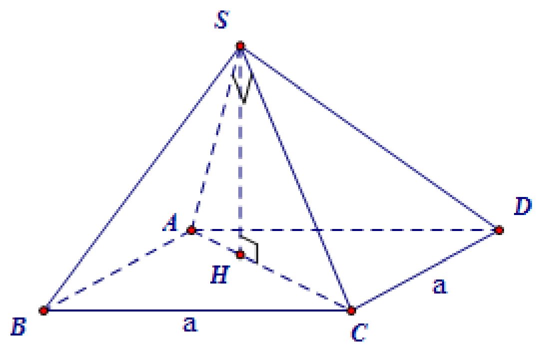
Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = \dfrac{\sqrt{2}a}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tấn Kiệt; Fb: Kiệt Nguyễn

Chọn A



Vẽ $SH \perp AC$ tại H .

Khi đó: $\begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ SH \subset (SAC) \\ SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow V = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABCD}$.

Theo đề ΔSAC vuông tại S nên ta có:

$SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = \dfrac{\sqrt{6}a}{2}$ và $SH = \dfrac{SA.SC}{AC} = \dfrac{\dfrac{\sqrt{2}a}{2}.\dfrac{\sqrt{6}a}{2}}{\sqrt{2}a} = \dfrac{\sqrt{6}a}{4}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(1;2;3\right)$ và có véctơ chỉ phương là $\vec{u}\left(2;4;6\right)$. Phương trình nào sau đây ***không*** phải là phương trình của đường thẳng Δ?

A. $\begin{cases} x=-5-2t \\ y=-10-4t \\ z=-15-6t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+2t \\ z=6+3t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+4t \\ z=3+6t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=6+4t \\ z=12+6t \end{cases}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thanh Thủy; Fb: Song tử mắt nâu

Chọn D

Thay tọa độ điểm $M\left(1;2;3\right)$ vào các phương trình, dễ thấy $M\left(1;2;3\right)$ không thỏa mãn phương trình $\begin{cases} x=3+2t \\ y=6+4t \\ z=12+6t \end{cases}$.

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{\log_2 x}{x}$ là

A. $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ **B.** $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2\ln 2}$ **C.** $f'(x)=\frac{1-\log_2 x}{x^2\ln 2}$ **D.** $f'(x)=\frac{1-\log_2 x}{x^2}$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Huệ; Fb: Nguyễn Thị Huệ

Chọn B

Đk: $x>0$

Ta có: $f'(x)=\frac{(\log_2 x)'.x-(\log_2 x).(x)'}{x^2}=\frac{\frac{1}{x\ln 2}.x-\log_2 x}{x^2}=\frac{\frac{1}{\ln 2}-\log_2 x}{x^2}$

$=\frac{1-\ln x}{x^2\ln 2}$

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.   **B.** 2.   **C.** 0.   **D.** 1.

Lời giải

Tác giả: Minh Anh Phuc; Fb: Minh Anh Phuc

Chọn D

$g'(x) = f'(x) - 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = x_0 > 1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$		-1		x_0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x) = f(x) - x$ có một điểm cực trị .

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên R và có bảng xét dấu đạo hàm như dưới đây

x	-∞		-1		0		1		2		+∞
$f'(x)$		$-$	0	+	0	+	0	$-$	0	+	

Hàm số $y = \log_2(f(2x))$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;2)$.   **B.** $(-\infty;-1)$.   **C.** $(-1;0)$.   **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Tác giả: Thu Trang ; Fb: Nguyễn Thị Thu Trang

Chọn A

Đặt $g(x) = \log_2(f(2x))$, ta có $g'(x) = \dfrac{2f'(2x)}{f(2x)\ln 2}$.

Theo giả thiết, ta có $f(2x) > 0, \forall x \in R$.

Do đó $g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(2x) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \leq 2x \leq 1 \\ 2x \geq 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2} \leq x \leq \dfrac{1}{2} \\ x \geq 1 \end{array}\right.$, (dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm). Suy ra hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$. Chọn A.

Câu 33. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại hai số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời các phương trình $|z-1| = |z-i|$ và $|z+2m| = m+1$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 1.   **B.** 4.   **C.** 2.   **D.** 3.

Lời giải

Tác giả:Trần Thanh Hà ; Fb: Hà Trần

Chọn D

Cách 1(cách hình học) Gọi $M(x;y)\ (x,y\in R)$ là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Có: $|z+2m|=m+1\geq 0$

TH1: $m+1=0\Leftrightarrow m=-1\Rightarrow z=2$ (loại) vì không thỏa mãn phương trình: $|z-1|=|z-i|$.

TH2: $m+1>0\Leftrightarrow m>-1$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases}|z-1|=|z-i|\\|z+2m|=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|(x-1)+yi|=|x+(y-1)i|\\|(x+2m)+yi|=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+y^2=x^2+(y-1)^2\\(x+2m)^2+y^2=(m+1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0 & (1)\\(x+2m)^2+y^2=(m+1)^2 & (2)\end{cases}(*)$$

Từ (1) suy ra: tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn của số phức z là đường thẳng: $(\Delta):x-y=0$.

Từ (2) suy ra: tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn của số phức z là đường tròn

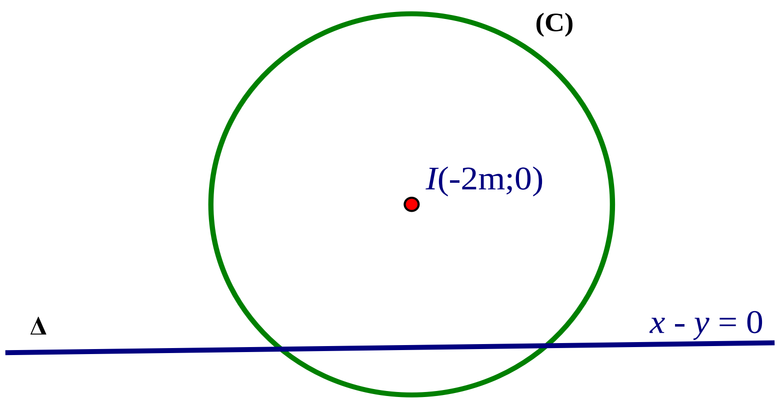
$$(C):\begin{cases}Tâm\ I(-2m;0)\\bk\ R=m+1\end{cases}$$

Khi đó: $M\in\Delta\cap(C)\Rightarrow$ số giao điểm M chính là số nghiệm của hệ phương trình $(*)$.

Để tồn tại hai số phức phân biệt $z_1,\ z_2$ thỏa mãn ycbt $\Leftrightarrow(C)$ cắt (Δ) tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow d(I;(\Delta))<R\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{|-2m|}{\sqrt{2}}<m+1\\m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-(m+1)<\sqrt{2}m<m+1\\m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-\sqrt{2}<m<1+\sqrt{2}\\m>-1\end{cases}$$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in S=\{0;1;2\}$. Vậy tổng các phần tử của S là $0+1+2=3$.



Cách 2(cách đại số)

Giả sử: $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$

Có: $|z+2m|=m+1\geq 0$

TH1: $m+1=0\Leftrightarrow m=-1\Rightarrow z=2$ (loại) vì không thỏa mãn phương trình: $|z-1|=|z-i|$.

TH2: $m+1>0\Leftrightarrow m>-1(1)$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases}|z-1|=|z-i|\\|z+2m|=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|(x-1)+yi|=|x+(y-1)i|\\|(x+2m)+yi|=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+y^2=x^2+(y-1)^2\\(x+2m)^2+y^2=(m+1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=x\\(x+2m)^2+x^2=(m+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x\\2x^2+4mx+3m^2-2m-1=0\,(*)\end{cases}$$

Để tồn tại hai số phức phân biệt $z_1,\ z_2$ thỏa mãn ycbt $PT\,(*)$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow\Delta'=4m^2-2\left(3m^2-2m-1\right)=2\left(-m^2+2m+1\right)>0\Leftrightarrow1-\sqrt{2}<m<1+\sqrt{2}\,(2)$$

Kết hợp điều kiện (1) và (2), $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in S=\{0;1;2\}$

Vậy tổng các phần tử của S là: $0+1+2=3$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD.

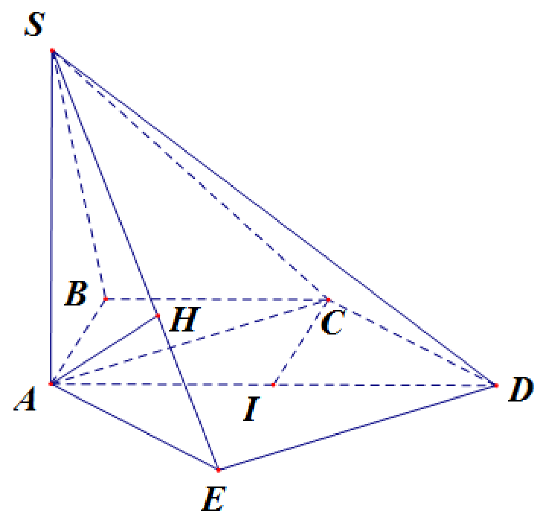
A. $\dfrac{\sqrt{6}a}{6}$.   **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{2}$.   **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.   **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; Fb: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn C

Cách 1



Gọi I là trung điểm của cạnh AD.

ΔABC vuông cân tại B, ΔICD vuông cân tại I và có $AB=IC=a$ nên $AC=CD=a\sqrt{2}$.

Khi đó $AC^2+CD^2=AD^2$ nên ΔACD vuông cân tại C.

Trong $(ABCD)$, dựng hình vuông $ACDE$. Trong ΔSAE, kẻ $AH\perp SE$ (1).

Ta có $\left.\begin{matrix}ED\perp SA\\ED\perp AE\end{matrix}\right\}\Rightarrow ED\perp(SAE)\Rightarrow ED\perp AH$ (2).

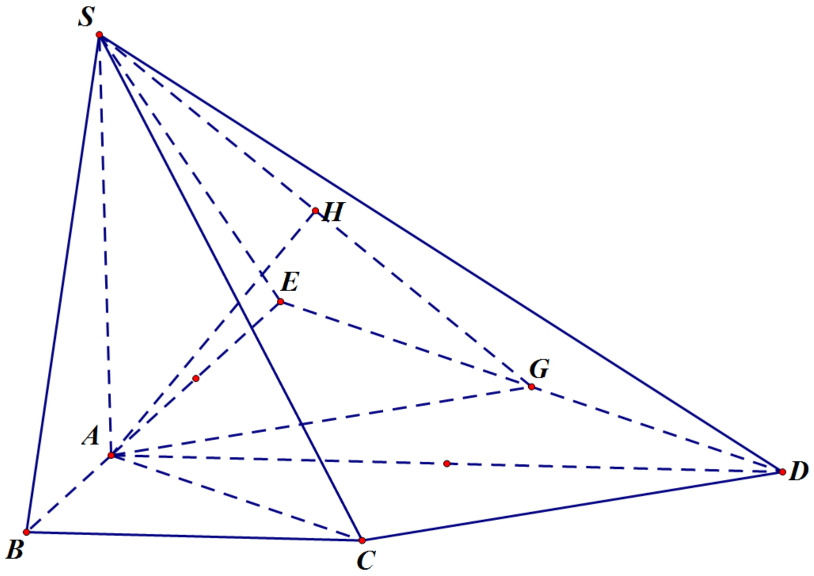
Từ (1) và (2) suy ra $AH\perp(SDE)$.

Vì $AC\,//\,ED$ nên $d(AC,SD)=d\left(AC;(SDE)\right)=d\left(A;(SDE)\right)=AH$.

Trong ΔSAE, $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AE^2}\Leftrightarrow AH=\dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2+AE^2}}\Leftrightarrow AH=\dfrac{a.a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Vậy $d\left(AC,SD\right)=\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Cách 2



Dễ thấy $DC\perp\left(SAC\right)$. Trên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, dựng: $AG//CD$, $DG//AC$, $DG\cap AB=\left\{E\right\}$. Dễ dàng chứng minh được: $S.AED$ là tam diện vuông (1)

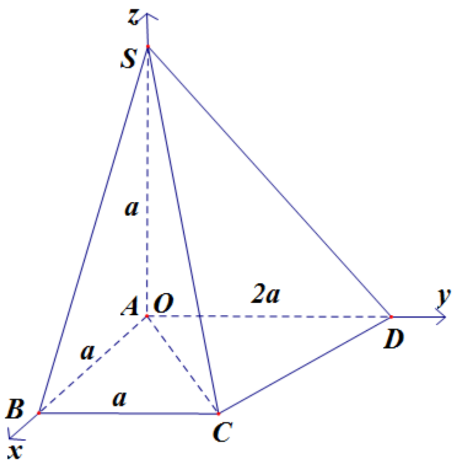
Tính được: $AE=AD=2a$. Mà $AC//\left(SDE\right)\Rightarrow d_{(AC;SD)}=d_{(AC;(SDE))}=d_{(A;(SDE))}=AH$

Với AH là đoạn thẳng dựng từ A vuông góc với mặt phẳng $\left(ADE\right)$

Ta có: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AE^2}+\dfrac{1}{AD^2}\Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Cách 3

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$.

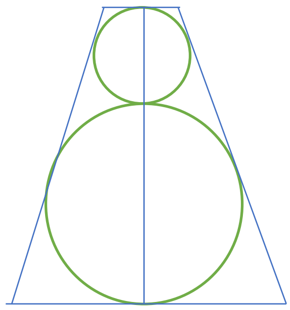


Khi đó $A(0;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;2a;0)$, $S(0;0;a)$.

Do đó $\overrightarrow{AC}=(a;a;0)$, $\overrightarrow{SD}=(0;2a;-a)$, $\overrightarrow{SA}=(0;0;-a)$ và $\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{SD}\right]=(-a;a;2a)$.

Ta có $d\left(AC,SD\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{SD}\right].\overrightarrow{SA}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{SD}\right]\right|}=\dfrac{\left|-a.0+a.0+2a.\left(-a\right)\right|}{\sqrt{\left(-a\right)^2+a^2+\left(2a\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Câu 35. Người ta sản xuất một vật lưu niệm (N) bằng thủy tinh trong suốt có dạng khối tròn xoay mà thiết diện qua trục của nó là một hình thang cân (xem hình vẽ). Bên trong (N) có hai khối cầu ngũ sắc với bán kính lần lượt là $R=3$ cm, $r=1$ cm tiếp xúc với nhau và cùng tiếp xúc với mặt xung quanh của (N), đồng thời hai khối cầu lần lượt tiếp xúc với hai mặt đáy của (N) . Tính thể tích vật lưu niệm đó

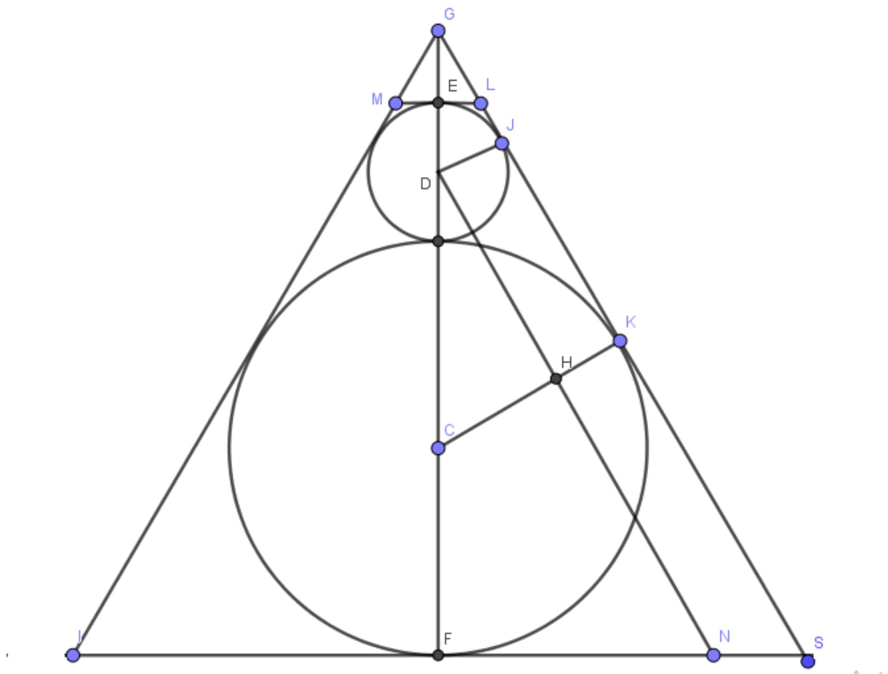


A. $\dfrac{485\pi}{6}\left(cm^3\right)$. **B.** $81\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $72\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $\dfrac{728\pi}{9}\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Tác giả: ; Fb: PhanKhanh

Chọn D



Gọi tâm của hai đường tròn trong (N) là C và D. Ta có GS là tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại K và J. Khi đó: $\begin{cases} DJ\perp GS \\ CK\perp GS \end{cases}$.

Kẻ $DN//GS$ $\left(N\in IS\right)$, khi đó $DHKJ$ là hình chữ nhật nên $HK=DJ=1$ cm, do đó ta có $CH=2$ cm.

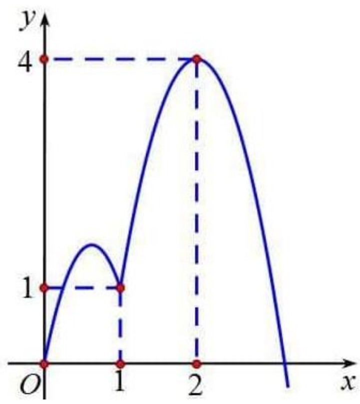
Ta có ΔDHC đồng dạng ΔGJD nên $\frac{DJ}{CH}=\frac{GD}{CD}\Rightarrow DG=\frac{DJ.CD}{CH}=\frac{1.4}{2}=2$ cm từ đó suy ra $GF=9$ cm.

Ta lại có ΔDHC đồng dạng ΔGFS $\Rightarrow\frac{GS}{DC}=\frac{GF}{DH}\Rightarrow GS=\frac{DC.GF}{DH}=\frac{DC.GF}{\sqrt{DC^2-CH^2}}=6\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow FS=\sqrt{GS^2-GF^2}=3\sqrt{3}$ cm.

Vì ΔGEL đồng dạng ΔGFS nên $\frac{EL}{FS}=\frac{GE}{GF}\Rightarrow EL=\frac{GE.FS}{GF}=\frac{1.3\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

Vì (N) là khối nón cụt nên: $V_N=\frac{1}{3}\left(EL^2+FS^2+EL.FS\right)EF=\frac{728\pi}{9}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y=\left|3f(x)-x^3\right|$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;3)$.

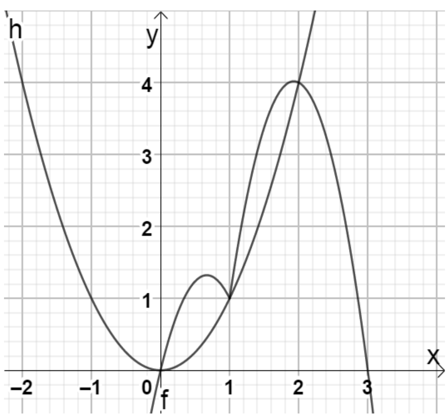
Lời giải

Tác giả: Trần Trung Chiến ; Fb: Trần Trung Chiến

Chọn C

Đặt $g(x)=3f(x)-x^3$. Hàm số ban đầu có dạng $y=\left|g(x)\right|$.

Ta có $g'(x)=3f'(x)-3x^2$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

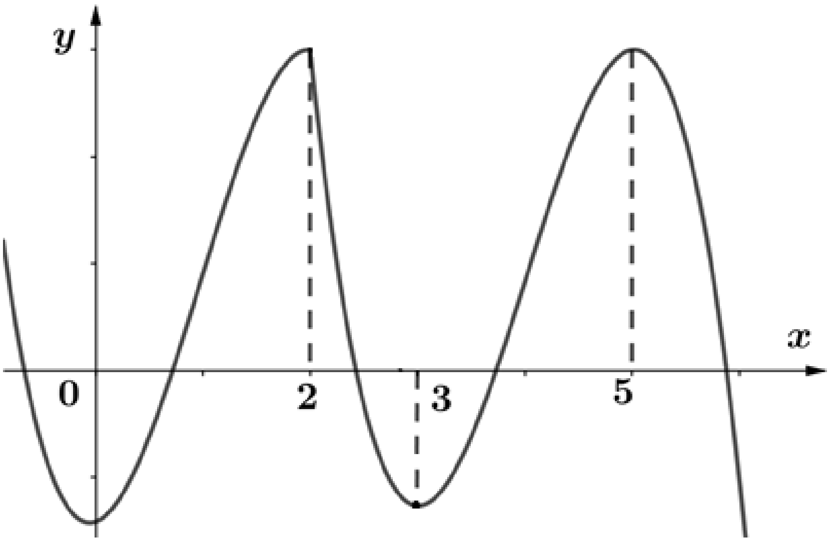


Dễ thấy $g(0)=0$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		a		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$			
$y=\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	0		$\nearrow$			$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
					$y=0$						$-\infty$

Dựa vào BBT suy ra hàm số $y=\lvert g(x)\rvert$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và $(a;+\infty)$ với $g(a)=0$.

Câu 37. Cho số thực m và hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình có $f\left(2^x+2^{-x}\right)=m$ nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Tác giả: Vũ Việt Tiến, FB: Vũ Việt Tiến

Chọn B

Đặt $t=t(x)=2^x+2^{-x}$ với $x\in[-1;2]$.

Hàm $t=t(x)$ liên tục trên $[-1;2]$ và $t'(x)=2^x\ln 2-2^{-x}\ln 2$, $t'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

x	-1		0		2
$t'(x)$		$-$	0	$+$	
$t(x)$	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{17}{4}$

Vậy $x\in[-1;2]\Rightarrow t\in\left[2;\frac{17}{4}\right]$.

Với mỗi $t\in\left(2;\frac{5}{2}\right]$ có 2 giá trị của x thỏa mãn $t=2^x+2^{-x}$.

Với mỗi $t\in\{2\}\cup\left(\frac{5}{2};\frac{17}{4}\right]$ có duy nhất 1 giá trị x thỏa mãn.

Xét phương trình $f(t)=m$ với $t\in\left[2;\frac{17}{4}\right]$.

Từ đồ thị, phương trình $f\left(2^x+2^{-x}\right)=m$ có số nghiệm nhiều nhất khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có 2 nghiệm t_1, t_2, trong đó có $t_1\in\left(2;\frac{5}{2}\right]$, $t_2\in\left(\frac{5}{2};\frac{17}{4}\right]$.

Khi đó, phương trình có $f\left(2^x+2^{-x}\right)=m$ có nhiều nhất 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;0;1)$, $B(-3;2;0)$, $C(2;-2;3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $P(-1;2;-2)$. **B.** $M(-1;3;4)$. **C.** $N(0;3;-2)$. **D.** $Q(-5;3;3)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thành Đô ; Fb: Thành Đô Nguyễn

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;2;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-2;2)$, $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$.

Một vecto chỉ phương của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC là $\vec{u}=\frac{1}{12}\left[\vec{n},\overrightarrow{AC}\right]=(1;0;-1)$.

Phương trình đường cao kẻ từ B là: $\begin{cases}x=-3+t\\y=2\\z=-t\end{cases}$.

Ta thấy điểm $P(-1;2;-2)$ thuộc đường thẳng trên.

Câu 39. Trong Lễ tổng kết Tháng thanh niên, có 10 đoàn viên xuất sắc gồm 5 nam và 5 nữ được tuyên dương khen thưởng. Các đoàn viên này được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang trên sân khấu để nhận giấy khen. Tính xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kì bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{252}$. **D.** $\frac{25}{252}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hiền ; Fb: Hien Nguyen

Chọn B

Cách 1

$n(\Omega)=10!$

Bước 1: Xếp 5 bạn nữ có: 5! cách

Bước 2: Xếp 5 bạn nam vào xen giữa 4 khoảng trống của 5 bạn nữ và hai vị trí đầu hàng. Có hai trường hợp sau

+) TH1: Xếp 4 bạn nam vào 4 khoảng trống giữa 5 bạn nữ, bạn nam còn lại có hai lựa chọn: xếp vào hai vị trí đầu hàng. Trường hợp này có $A_5^4.2$ cách

+) TH2:

- Chọn một khoảng trống trong 4 khoảng trống giữa hai bạn nữ để xếp hai bạn nam có C_4^1 cách

- Chọn hai bạn nam trong 5 bạn nam để xếp bào vị trí đó có A_5^2 cách

- Ba khoảng trống còn lại xếp còn lại ba bạn nam còn lại có $3!$ cách

Trường hợp này có $C_4^1.A_5^2.3!$ cách

Vậy có tất cả $5!\left(A_5^4.2+C_4^1.A_5^2.3!\right)$ cách

Vậy xác suất là: $P=\dfrac{5!\left(A_5^4.2+C_4^1.A_5^2.3!\right)}{10!}=\dfrac{1}{42}$.

Cách 2

$n(\Omega)=10!$

- Xếp 5 bạn nam có $5!$ cách

- Xếp 5 bạn nữ xen vào giữa 4 khoảng trống và 2 vị trí đầu hàng có A_6^5 cách

Vậy có $5!.A_6^5$ cách

Vậy $P=\dfrac{5!.A_6^5}{10!}=\dfrac{1}{42}$

Câu 40. Giả sử m là số thực thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=31^x+3^x+mx$ trên $\mathbb{R}$ là 2

A. $m\in(-10;-5)$. **B.** $m\in(-5;0)$. **C.** $m\in(0;5)$. **D.** $m\in(5;10)$.

Lời giải

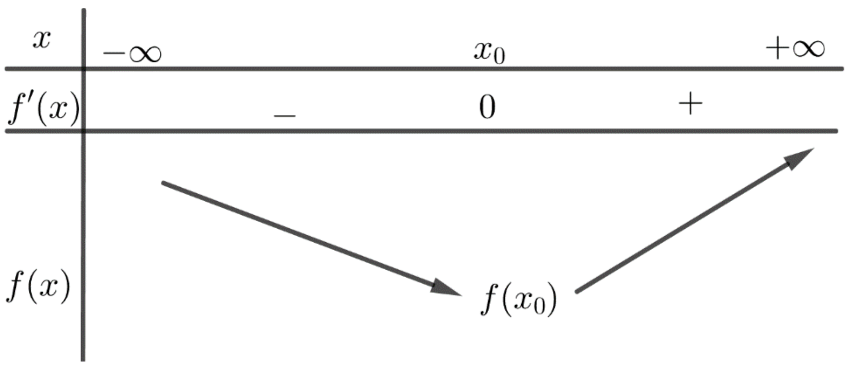
Tác giả: Đỗ Văn Dương ; Fb: Dương Đỗ Văn

Chọn B

Ta có : $f(x)=31^x+3^x+mx\Rightarrow f'(x)=31^x\ln 31+3^x\ln 3+m$. Xét 2 trường hợp sau:

TH1: $m\ge 0$, $f'(x)>0\Rightarrow$ hàm số $y=f(x)$ luôn đồng biến $\Rightarrow$ không tồn tại giá trị min.

TH2: $m<0\Rightarrow f''(x)=31^x\ln^2 31+3^x\ln^2 3>0\Rightarrow f'(x)$ có nhiều nhất 1 nghiệm x_0. Chọn trường hợp $f'(x)=0$ có nghiệm, khi đó



Khi đó: $\begin{cases} f(x_0)=2 \\ f'(x_0)=0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 31^{x_0}+3^{x_0}+mx_0=2 \\ 31^{x_0}\ln 31+3^{x_0}\ln 3+m=0 \end{cases}(*)$

Với $x_0=0\Rightarrow m=-\ln 31-\ln 3\in(-5;0)$

Với $x_0 \neq 0 (*) \Rightarrow \begin{cases} m = \dfrac{-31^{x_0} - 3^{x_0}}{x_0} \\ m = -31^{x_0}\ln 31 - 3^{x_0}\ln 3 \end{cases} \quad (**)$

Từ $(**)$ bấm máy tính ta thấy $m \in (-5;0)$ là thỏa mãn.

Câu 41 . Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		↗	0	↗		↘	0	↘		↗	0	↗	

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên $[-1\,;1]$

A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(1)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thành Trung ; Fb: Nguyễn Thành Trung

Chọn B

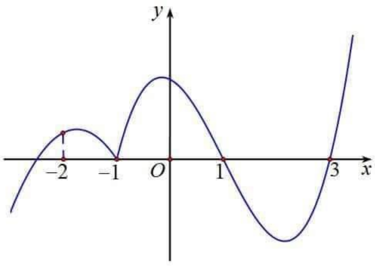
Ta có $g(x) = f(2x) - \sin^2 x \leq f(2x) \quad 2x \in [-2;2]$ suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào BBT suy ra $f(2x) \leq f(0) \Rightarrow g(x) \leq f(0) \quad \forall 2x \in [-2;2] \quad \Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} g(x) = f(0)$ đạt

được khi $\begin{cases} x = 0 \\ \sin^2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $(mx + m^2\sqrt{5 - x^2} + 2m + 1)f(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2;2]$?



A. 1. **B 3.** **C.** 0 **D.**2

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Đắc; Fb: Đắc Nguyễn

Chọn A

Đặt $g(x)=(mx+m^2\sqrt{5-x^2}+2m+1)f(x)$ thì g(x) là hàm số liên tục trên [-2;2]

Từ đồ thị $y=f(x)$ ta thấy có nghiệm đổi dấu là x=1

Do đó để bất phương trình $(mx+m^2\sqrt{5-x^2}+2m+1)f(x)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-2;2]$

Thì điều kiện cần là x=1 phải là nghiệm của $h(x)=mx+m^2\sqrt{5-x^2}+2m+1$

$h(1)=m+2m^2+2m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}m=-1\\ m=-0,5\end{matrix}\right.$

Do bài cần m nguyên nên ta thử lại với m=-1

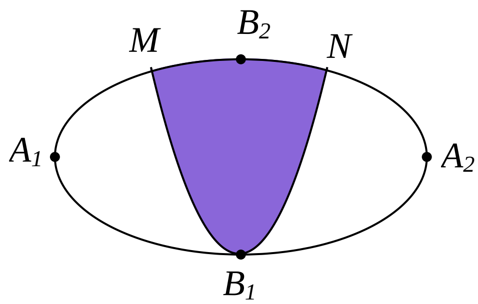
$h(x)=\sqrt{5-x^2}-x-1\ge 0,\forall x\in[-2;1]$ Và $h(x)=\sqrt{5-x^2}-x-1\le 0,\forall x\in[1;2]$

Dựa theo dấu $y=f(x)$ trên đồ thị ta suy ta

$$g(x)=(mx+m^2\sqrt{5-x^2}+2m+1)f(x)\ge 0,\forall x\in[-2;2]$$

Vậy m=-1 thỏa mãn điều kiện bài ra.

Câu 43. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1,A_2,B_1,B_2 như hình vẽ bên. Người ta chia elip bởi parabol có đỉnh B_1, trục đối xứng B_1B_2 và đi qua các điểm M,N. Sau đó sơn phần tô đậm với giá 200.000 đồng/ m^2 và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500.000 đồng/ m^2. Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây? Biết rằng $A_1A_2=4m,B_1B_2=2m,MN=2m$.

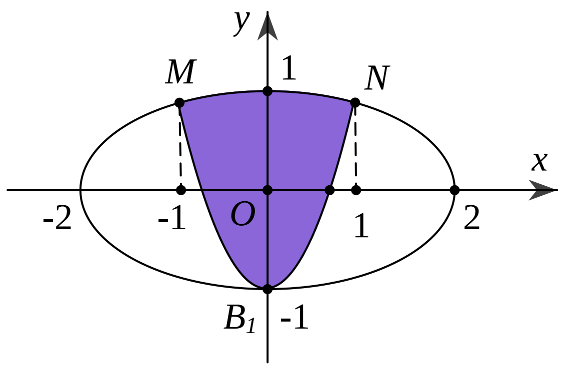


A. 2.341.000 đồng. **B.** 2.057.000 đồng. **C.** 2.760.000 đồng. **D.** 1.664.000 đồng.

Lời giải

Tác giả: Lưu Huệ Phương; Fb: Lưu Huệ Phương

Chọn A



Phương trình đường Elip là: $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Diện tích hình Elip là $S_{(E)}=\pi a.b=2\pi\left(m^2\right)$

Tọa độ giao điểm M, N là nghiệm hệ: $\begin{cases} x=\pm 1 \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Vậy $M\left(-1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right), \mathrm{N}\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Parabol (P) đối xứng qua Oy có dạng $y=ax^2+c\,(a\neq 0)$.

Vì $B_1(0;-1), N\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\in(P)\Rightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1 \end{cases} \Rightarrow (P): y=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)x^2-1$.

Diện tích phần tô đậm là: $S_1=2\int\limits_0^1\left[\sqrt{1-\dfrac{x^2}{4}}-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)x^2+1\right]dx$

• Tính $I_1=\int\limits_0^1\sqrt{1-\dfrac{x^2}{4}}dx$. Đặt $\dfrac{x}{2}=\sin t\Rightarrow \dfrac{dx}{2}=\cos t dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0\rightarrow t=0 \\ x=1\rightarrow t=\dfrac{\pi}{6} \end{cases}$.

Suy ra $I_1=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{1-\sin^2 t}.2\cos t dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}2\cos^2 t dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t)dt \;=\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}}=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

• Tính $I_2=\int\limits_0^1\left[-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)x^2+1\right]dx=\left[-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)\dfrac{x^3}{3}+x\right]\Bigg|_0^1=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}+\dfrac{2}{3}$.

Vậy $S_1=2\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{6}+\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{6}+\dfrac{4}{3}\ \mathrm{m}^2$.

Tổng số tiền sử dụng là: $S_1.200000+\left(S_{(E)}-S_1\right).500000\approx 2.341.000$ đồng

Câu 44. Sau khi tốt nghiệp đại học, anh Nam thực hiện một dự án khởi nghiệp. Anh vay vốn từ ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất $0,6\%$ một tháng. Phương án trả nợ của anh Nam là: sau đúng một tháng kể từ thời điểm vay, anh bắt đầu trả nợ, hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền phải trả mỗi tháng là như nhau và anh trả hết nợ sau đúng 5 năm từ thời điểm vay.Tuy nhiên, sau khi dự án có hiệu quả và đã trả được nợ trong 12 tháng theo phương án cũ, anh nam muốn rút ngắn thời gian trả nợ nên từ tháng tiếp theo, mỗi tháng anh trả nợ cho ngân hàng 9 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực té của tháng đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng từ thời điểm vay anh Nam trả hết nợ?

A. 32 tháng. **B.** 31 tháng. **C.** 29 tháng. **D.** 30 tháng.

Lời giải

Tác giả : Quang Pumaths, FB: Quang Pumaths

Chọn A

Gọi a là số tiền anh Nam trả hàng tháng.

$r=0,6\%$

Giả thiết suy ra sau 5 năm:

$200(1+r)^{60}-\dfrac{a}{r}\left[(1+r)^{60}-1\right]=0\Leftrightarrow a=3,979$ triệu đồng.

Số tiền anh Nam còn nợ sau 12 tháng:

$M=200(1+r)^{12}-\dfrac{a}{r}\left[(1+r)^{12}-1\right]=165,53$ triệu đồng.

Với số tiền góp 9 triêu đồng 1 tháng, giả sử anh Nam mất n tháng để trả hết nợ, ta có:

$M(1+r)^{n}-\dfrac{9}{r}\left[(1+r)^{n}-1\right]=0\Leftrightarrow n=19,5$.

Vậy sau $12+20=32$ tháng, anh Nam trả hết nợ.

Câu 45. Giả sử hàm f có đạo hàm cấp 2 trên R thỏa mãn $f(1)=f'(1)=1$ và $f(1-x)+x^2f''(x)=2x$ với mọi $x\in R$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 xf'(x)dx$.

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\dfrac{1}{3}$. **D.** $I=\dfrac{2}{3}$.

($f(1-x)+x^2f''(x)=2x$ (1)

Nhận xét: *Thay $x=0$ vào (1) ta được $f(1)=0$ (mâu thuẫn với giả thiết bài toán).*

Sửa đề: *Thầy* ***Nguyễn Việt Hải – Admin Strong Team Toán VD-VDC***

Giả sử hàm f có đạo hàm cấp n trên R, $\left(n\in N^*\right)$ và $f(1-x)+x^2f''(x)=2x$ với mọi $x\in R$.

Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 xf'(x)dx$.

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=\dfrac{1}{3}$. **D.** $I=-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Mai Đức Thu; Fb: Nam Việt

Chọn B

$f(1-x)+x^2f''(x)=2x$ (1)

Thay $x=0$ vào (1) ta được $f(1)=0$.

Đạo hàm hai vế của (1) ta có $-f'(1-x)+2xf''(x)+x^2f'''(x)=2$ (2)

Thay $x=0$ vào (2) ta được $f'(1)=-2$.

Mặt khác, lấy tích phân hai vế cận từ 0 đến 1 của (1) ta có:

$$\int\limits_0^1 f(1-x)dx+\int\limits_0^1 x^2f''(x)dx=\int\limits_0^1 2xdx$$

$$\Leftrightarrow -\int\limits_0^1 f(1-x)d(1-x)+f'(1)-2\int\limits_0^1 xf'(x)dx=1$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx-2\int\limits_0^1 xf'(x)dx=3.$$

Đặt $\int\limits_0^1 f(x)dx=I_1$. Vì $\int\limits_0^1 xf'(x)dx=f(1)-\int\limits_0^1 f(x)dx=-\int\limits_0^1 f(x)dx$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} I_1-2I=3 \\ I=-I_1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} I_1=1 \\ I=-1 \end{cases}.$$

Vậy $I=-1$.

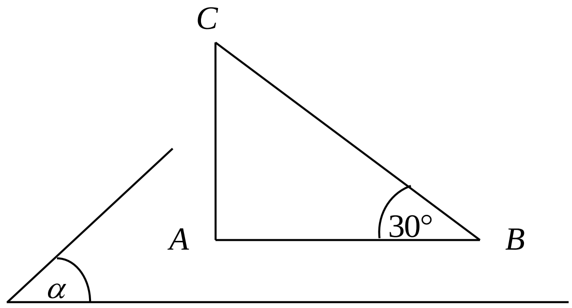
Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^\circ$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết rằng đỉnh C có cao độ âm. Tìm hoành độ của đỉnh A.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tân Tiến ; Fb: Nguyễn Tiến

Chọn C



+ Tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4} \\ x+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{B(2;3;1)}$.

+ Do $C\in BC$ nên $C(4+c;5+c;-7-4c)$.

Theo giả thiết $BC=3\sqrt{2} \Leftrightarrow 18(2+c)^2=18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-1\Rightarrow C(3;4;-3) \\ c=-3\Rightarrow C(1;2;5) \end{array}\right.$.

Mà đỉnh C có cao độ âm nên $\boxed{C(3;4;-3)}$.

+ Gọi $A(x;y;3-x)\in(\alpha)$.

Do $\widehat{ABC}=30^\circ$ nên $\begin{cases} AB=\dfrac{3\sqrt{6}}{2} \\ AC=\dfrac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2+(y-3)^2+(2-x)^2=\dfrac{27}{2} \\ (x-3)^2+(y-4)^2+(6-x)^2=\dfrac{9}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-8x+y^2-6y+\dfrac{7}{2}=0 \\ 2x^2-18x+y^2-8y+\dfrac{113}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x+2y-53=0 & (1) \\ 2x^2-8x+y^2-6y+\dfrac{7}{2}=0 & (2) \end{cases}$

Từ (1) có $y=\dfrac{53-10x}{2}$.

Thay vào (2) ta có $2x^2-8x+\left(\dfrac{53-10x}{2}\right)^2-6.\dfrac{53-10x}{2}+\dfrac{7}{2}=0$

$\Leftrightarrow 108x^2-972x+2187=0 \Leftrightarrow (2x-9)^2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{9}{2} \Rightarrow A\left(\dfrac{9}{2};4;-\dfrac{3}{2}\right)$.

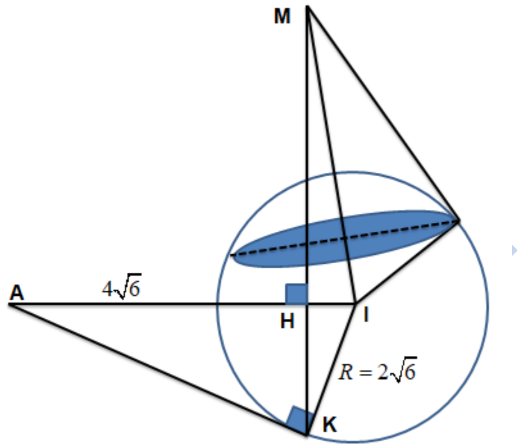
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=24$ và điểm $A(-2;0;-2)$. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω). Từ điểm M di động nằm ngoài (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (ω), kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω'). Biết rằng khi (ω) và (ω') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=6\sqrt{2}$. **B.** $r=3\sqrt{10}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả: Từ Văn Khanh, FB: Từ Văn Khanh.

Chọn B



Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn (ω).

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;6)$ và có bán kính $R=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$. Ta có:

$IA=\sqrt{4^2+4^2+8^2}=4\sqrt{6}$.

Do hai đường tròn (ω) và (ω') có cùng bán kính nên $IM=IA=4\sqrt{6}$.

Tam giác IAK vuông tại K nên ta có: $IK^2=IH.IA \Rightarrow IH=\dfrac{IK^2}{IA}=\dfrac{24}{4\sqrt{6}}=\sqrt{6}$.

Do H là tâm của đường tròn (ω) nên điểm H cố định.

Tam giác IHM vuông tại H nên ta có: $MH=\sqrt{IM^2-IH^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2}=3\sqrt{10}$.

Do H cố định thuộc mặt phẳng (P), M di động trên mặt phẳng (P) và $MH=3\sqrt{10}$ không đổi. Suy ra điểm M thuộc đường tròn có tâm là H và có bán kính $r=HM=3\sqrt{10}$.

Câu 48. [2H1-3.2-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $AC=\sqrt{3}a$, SAB là tam giác đều, $SAD=120^0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

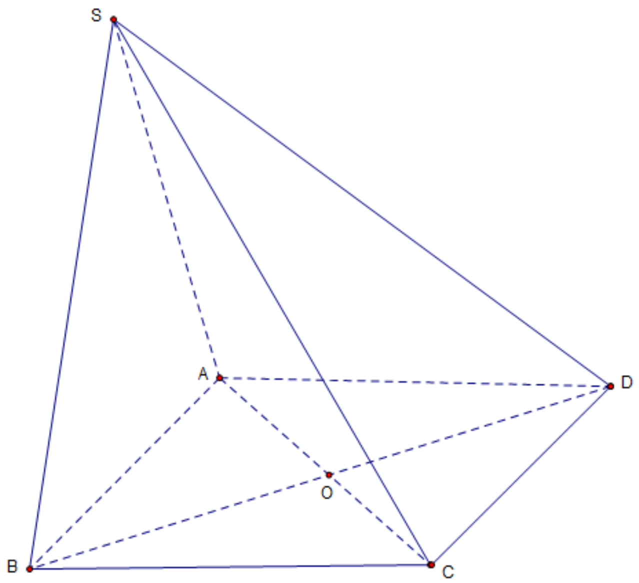
A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

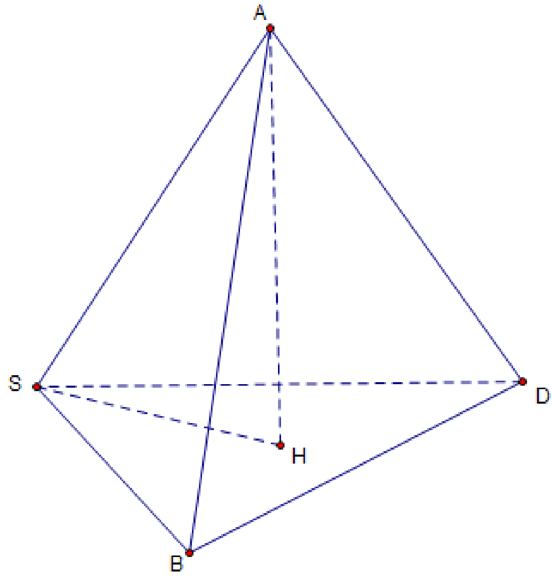
Lời giải

Tác giả : Vũ Thị Duyên, FB: Duyên Vũ

Chọn A

Cách 1





+ Tam giác SAB đều $\Rightarrow SA = SB = AB = 2a$.

+ Xét tam giác SAD có $SD^2 = SA^2 + AD^2 - 2SA.AD.\cos SAD = 12a^2 \Rightarrow SD = 2\sqrt{3}a$.

+ Gọi $AC \cap BD = O \Rightarrow AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \dfrac{\sqrt{13}a}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{13}a$

Áp dụng công thức Hêrông ta tính được diện tích của tam giác SBD là $S_{\Delta SBD} = \dfrac{\sqrt{183}a^2}{4}$.

+ Gọi H là hình chiếu của A trên (SBD). Vì $AB = AD = AS = 2a \Rightarrow H$ là tâm đường tròn

ngoại tiếp tam giác $SBD \Rightarrow SH = \dfrac{SB.SD.BD}{4S_{\Delta SBD}} = \dfrac{4\sqrt{39}a}{\sqrt{183}}$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{624a^2}{183}} = \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{183}}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABD} = V_{A.SBD} = \frac{1}{3}.AH.S_{\Delta SBD} = \frac{1}{3}.\frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{183}}.\frac{\sqrt{183}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABD} = \sqrt{3}a^3$$

.

Cách 2

Ta có $\cos BAC = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \dfrac{4a^2 + 3a^2 - 4a^2}{2.2a.\sqrt{3}a} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow \cos BAD = 2(\cos BAC)^2 - 1 = -\frac{5}{8}.$$

Áp dụng công thức tính nhanh cho khối chóp $A.SBD$ ta có

$$V_{A.SBD} = \frac{AS.AB.AD}{6}.\sqrt{1 + 2\cos SAB.\cos BAD.\cos DAS - \cos^2 SAB - \cos^2 BAD - \cos^2 DAS}$$

$$= \frac{2a.2a.2a}{6}.\sqrt{1 + 2.\frac{1}{2}.\left(-\frac{5}{8}\right).\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} - \frac{25}{64} - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=2V_{S.ABD}=2V_{A.SBD}=\sqrt{3}a^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9.3^{2x}-m\left(4\sqrt[4]{x^2+2x+1}+3m+3\right).3^x+1=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Tácgiả: Lê Cảnh Dương ; FB: Cảnh Dương Lê

Chọn C

Ta có

$$9.3^{2x}-m\left(4\sqrt[4]{x^2+2x+1}+3m+3\right).3^x+1=0\Leftrightarrow 3^{x+1}+\frac{1}{3^{x+1}}-\frac{m}{3}\left(4\sqrt{|x+1|}+3m+3\right)=0 \quad (1)$$

Đặt $t=x+1$, phương trình (1) thành $3^t+\dfrac{1}{3^t}-\dfrac{m}{3}\left(4\sqrt{|t|}+3m+3\right)=0 \quad (2)$.

Bài toán trở thành tìm số giá trị nguyên của m để phương trình (2) có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

Nhận xét: Nếu t_0 là một nghiệm của phương trình (2) thì $-t_0$ cũng là một nghiệm của phương trình (2). Do đó điều kiện cần để phương trình (2) có đúng 3 nghiệm thực phân biệt là phương trình (2) có nghiệm $t=0$.

Với $t=0$ thay vào phương trình (2) ta có $-m^2-m+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Thử lại:

+) Với $m=-2$ phương trình (2) thành $3^t+\dfrac{1}{3^t}+\dfrac{2}{3}\left(4\sqrt{|t|}-3\right)=0$

Ta có $3^t+\dfrac{1}{3^t}\geq 2$, $\forall t\in\mathbb{R}$ và $\dfrac{2}{3}\left(4\sqrt{|t|}-3\right)\geq -2, \forall t\in\mathbb{R}$ suy ra $3^t+\dfrac{1}{3^t}+\dfrac{2}{3}\left(4\sqrt{|t|}-3\right)\geq 0, \forall t\in\mathbb{R}$.

Dấu bằng xảy ra khi $t=0$, hay phương trình (2) có nghiệm duy nhất $t=0$ nên loại $m=-2$.

+) Với $m=1$ phương trình (2) thành $3^t+\dfrac{1}{3^t}-\dfrac{1}{3}\left(4\sqrt{|t|}+6\right)=0 \quad (3)$

Dễ thấy phương trình (3) có 3 nghiệm $t=-1, t=0, t=1$.

Ta chứng minh phương trình (3) chỉ có 3 nghiệm $t=-1, t=0, t=1$. Vì t là nghiệm thì $-t$ cũng là nghiệm phương trình (3) nên ta chỉ xét phương trình (3) trên $[0;+\infty)$.

Trên tập $[0;+\infty)$, $(3)\Leftrightarrow 3^t+\dfrac{1}{3^t}-\dfrac{1}{3}\left(4\sqrt{t}+6\right)=0$.

Xét hàm $f(t)=3^t+\dfrac{1}{3^t}-\dfrac{1}{3}\left(4\sqrt{t}+6\right)$ trên $[0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=3^t\ln 3-3^{-t}.\ln 3-\dfrac{2}{3\sqrt{t}}$, $\quad f''(t)=3^t\ln^2 3+3^{-t}.\ln^2 3+\dfrac{1}{3.\left(\sqrt{t}\right)^3}>0, \forall t>0$.

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)\Rightarrow f'(t)=0$ có tối đa 1 nghiệm $t>0\Rightarrow f(t)=0$ có tối đa 2 nghiệm $t\in[0;+\infty)$. Suy ra trên $[0;+\infty)$, phương trình (3) có 2 nghiệm $t=0, t=1$.

Do đó trên tập $\mathbb{R}$, phương trình (3) có đúng 3 nghiệm $t=-1, t=0, t=1$. Vậy chọn $m=1$.

Chú ý: Đối với bài toán trắc nghiệm này, sau khi loại được $m=-2$ ta có thể kết luận đáp án C do đề không có phương án nào là không tồn tại m.

Câu 50. Cho các số phức z và w thỏa mãn $(2+i)|z|=\dfrac{z}{w}+1-i$. Tìm giá trị lớn nhất của $T=|w+1-i|$.

A. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Văn Khánh, FB: Khánh Bùi Văn

Chọn A

Nhận xét $z=0$ không thỏa mãn giả thiết bài toán.

Đặt $|z|=R$, $R>0$.

Ta có: $(2+i)|z|=\dfrac{z}{w}+1-i \Leftrightarrow (2R-1)+(R+1)i=\dfrac{z}{w}$

$$\Rightarrow \frac{R}{|w|}=\sqrt{5R^2-2R+2} \Rightarrow \frac{1}{|w|}=\sqrt{\frac{5R^2-2R+2}{R^2}}$$

$$=\sqrt{5-\frac{2}{R}+\frac{2}{R^2}}=\sqrt{2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}}\geq\frac{3}{\sqrt{2}},\forall R>0.$$

Suy ra $|w|\leq\dfrac{\sqrt{2}}{3},\forall R>0$.

Ta có $T=|w+1-i|\leq|w|+|1-i|\leq\dfrac{\sqrt{2}}{3}+\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}|z|=2\\ w=k(1-i),k>0\\ (2+i)|z|=\dfrac{z}{w}+1-i\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z=2\\ w=\dfrac{1}{3}(1-i)\end{cases}$.

Vậy $\max T=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.