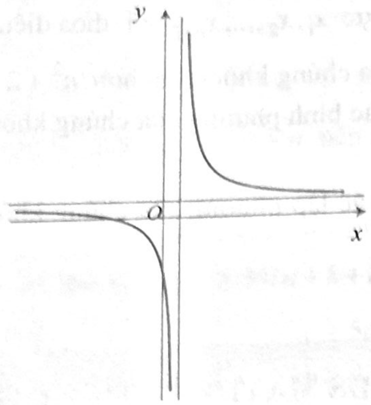
THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI 2019

ĐỀ SỐ 1

(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1.



Cho hàm số $y=\dfrac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d<0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a>1, b>0, c<1$. **B.** $a>1, b<0, c>1$.
C. $a<1, b>0, c<1$. **D.** $a>1, b>0, c>1$.

Câu 2. Cho hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10. Biết thể tích của khối trụ bằng 160π. Khi đó diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. 40π. **B.** 144π. **C.** 80π. **D.** 64π.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết điểm $M'(-4;0)$ là ảnh của điểm $M(1;-3)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ và $M''(3;4)$ là ảnh của điểm M' qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-5;3)$. **B.** $(2;7)$. **C.** $(7;4)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x(2^{-x}+5)$ là

A. $x+5\left(\dfrac{2^x}{\ln 2}\right)+C$. **B.** $x+5.2^x\ln 2+C$.
C. $\dfrac{2^x}{\ln 2}\left(-\dfrac{2^x}{\ln 2}+5x\right)+C$. **D.** $1+5\left(\dfrac{2^x}{\ln 2}\right)+C$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^4-4x^2-3$ và $y=1-x^2$. Số giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số trên là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 6. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-4;2), B(2;6)$ và điểm C nằm trên đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-2}$ sao cho $CA=CB$. Khi đó điểm C có tọa độ là

A. $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{8}{5}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{5};\dfrac{12}{5}\right)$.
C. $\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{11}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{5}\right)$.

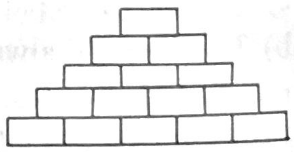
Câu 8. Đặt $M=\log_6 56$, $N=a+\dfrac{\log_3 7-b}{\log_3 2+c}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Bộ số a, b, c nào dưới đây để có $M=N$?

A. $a=3, b=3, c=1$. **B.** $a=3, b=\sqrt{2}, c=1$.
C. $a=1, b=2, c=3$. **D.** $a=1, b=-3, c=2$.

Câu 9. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$, $y=0$, $x=1$, $x=e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$. **B.** $S=\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$.
C. $S=\displaystyle\int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2}\right)^2 dx$. **D.** $S=\pi\displaystyle\int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2}\right)^2 dx$.

Câu 10. Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường bằng gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?



A. 25250. **B.** 250500. **C.** 12550. **D.** 125250.

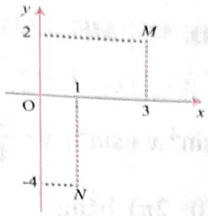
Câu 11. Gọi n là tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left|\sqrt{2}-x\right|}{x^2-5x+6}$. Tìm n.

A. $n=4$. **B.** $n=3$. **C.** $n=2$. **D.** $n=1$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0), B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2), D(-2;m;n)$. Trong các hệ thức liên hệ giữa m và n dưới đây, hệ thức nào để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng?

A. $2m+n=13$. **B.** $2m-n=13$.
C. $m+2n=13$. **D.** $2m-3n=10$.

Câu 13. Gọi z_1, z_2 lần lượt có điểm biểu diễn là M và N trên mặt phẳng phức (hình bên). Khi đó, phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là



A. $\frac{14}{17}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{5}{17}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Một khách hàng vào cửa hàng bách hóa mua một đồng hồ treo tường, một đôi giày và một máy tính bỏ túi. Đồng hồ và đôi giày giá 420.000đ; máy tính bỏ túi và đồng hồ giá 570.000đ; máy tính bỏ túi và đôi giày giá 750.000đ. Hỏi mỗi thứ giá bao nhiêu?

A. Đồng hồ giá 170000đ, máy tính bỏ túi giá 400.000đ và đôi giày giá 300.000đ.

B. Đồng hồ giá 120000đ, máy tính bỏ túi giá 400.000đ và đôi giày giá 350.000đ.

C. Đồng hồ giá 140000đ, máy tính bỏ túi giá 450.000đ và đôi giày giá 320.000đ.

D. Đồng hồ giá 120000đ, máy tính bỏ túi giá 450.000đ và đôi giày giá 300.000đ.

Câu 15. Cho hàm số

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a,b,c,d\in\mathbb{R})$$

Và $\begin{cases} a>0,\ d>2019 \\ a+b+c+d-2019<0 \end{cases}$. Số cực trị của hàm số $y=|g(x)|$ (với $g(x)=f(x)-2019$) bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $2SA=AC=2a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Số nghiệm nguyên của bất phương trình

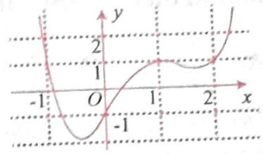
$$(17-12\sqrt{2})^x \ge (3+\sqrt{8})^{x^2} \text{ là}$$

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 18. Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC, CA, AB lần lượt là a,b,c và thỏa mãn hệ thức $b(b^2-a^2)=c(c^2-a^2)$ với $b\ne c$. Khi đó, góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. 45^o. **B.** 60^o. **C.** 90^o. **D.** 120^o.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều với cạnh a. Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. M là một điểm khác B và ở trên SB sao cho AM vuông góc MD. Khi đó, tỉ số $\frac{SM}{SB}$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 21. Cho số phức z thỏa $z(z-1)+i^2(z-7)=2$. Mô đun của số phức $\omega=\frac{z+i}{z-i}$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 22. Giá trị nào của m dưới đây làm cho phương trình $mx^2-2(m-1)x+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt dương?

A. $m<1$ và $m\ne 0$. **B.** $0<m<1$.

C. $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ 0<m<1 \end{array}\right.$. **D.** $m<0$.

Câu 23. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+4(m-2)x^2-7x+1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $|x_1|-|x_2|=-4$.

A. $m=5$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=\frac{7}{2}$.

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+(m-1)y+m=0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5;1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Câu 25. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=2a$, tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC}=60^0$ góc giữa cạnh bên BB' và mặt đáy (ABC) bằng 60^0. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối tứ diện $A'ABC$ theo a bằng

A. $\frac{9a^3}{208}$. **B.** $\frac{3a^3}{26}$. **C.** $\frac{9a^3}{26}$. **D.** $\frac{27a^3}{208}$.

Câu 26. Một tổ chuyên môn tiếng Anh của trường đại học X gồm 7 thầy và 5 cô giáo, trong đó thầy *Xuân* và cô *Hạ* là vợ chồng. Tổ chọn ngẫu nhiên 5 người để lập hội đồng chấm thi vấn đáp tiếng Anh B1 khung châu Âu. Xác suất để sao cho hội đồng có 3 thầy, 2 cô và nhất thiết phải có thầy *Xuân* hoặc cô *Hạ* nhưng không có cả hai là

A. $\frac{5}{44}$. **B.** $\frac{5}{88}$. **C.** $\frac{85}{792}$. **D.** $\frac{85}{396}$.

Câu 27. Cho một tấm bìa có hình dạng tam giác vuông, biết c và b là độ dài hai cạnh góc vuông của tấm bìa. Trên tấm bìa đó ta chọn cạnh huyền làm trục rồi quay chung quanh tấm bìa đó (kể cả điểm trong) với trục tạo thành một khối tròn xoay. Hỏi thể tích V khối tròn xoay sinh ra bởi tấm bìa trên bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{b^2c^2}{3\sqrt{b^2+c^2}}$. **B.** $V=\frac{\pi b^2c^2}{3\sqrt{b^2+c^2}}$.

C. $V=\frac{2\pi b^2c^2}{3\sqrt{b^2+c^2}}$. **D.** $V=\frac{\pi b^2c^2}{3\sqrt{2(b^2+c^2)}}$.

Câu 28. Hệ số x^5 trong khai triển của đa thức $f(x)=x(1-x)^5+x^2(1+2x)^{10}$ bằng

A. 965. **B.** 263. **C.** 632. **D.** 956.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;-3;4), B(a;b;c)$. Gọi M,N,P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng $(Oxy),(Oxz),(Oyz)$. Biết các điểm M,N,P đều nằm trên đoạn AB sao cho $AM=MN=NP=PB$. Giá trị $ab+bc+ca$ bằng

A. -17. **B.** 17. **C.** -9. **D.** 12.

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (với $a>b>0$) có F_1, F_2 là các tiêu điểm và M là một điểm di động trên (E). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $MF_1+MF_2=2b$.

B. $(MF_1-MF_2)^2=4(b^2-OM^2)$.

C. $OM^2-MF_1.MF_2=a^2-b^2$.

D. $MF_1.MF_2+OM^2=a^2+b^2$.

Câu 31. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^4 x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$ trong khoảng $(0;\ 2\pi)$ bằng

A. 2π. **B.** 4π. **C.** π. **D.** 3π.

Câu 32. Biết rằng $b>0, a+3b=9$ và

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2.$$

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $1<a<3$. **B.** $b>1$.

C. $a^2+b^2>12$. **D.** $b-a<0$.

Câu 33. Tìm a để biểu thức $F=xy+2(x+y)$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x+y=a\\ x^2+y^2=6-a^2\end{cases}$.

A. $a=0$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-2$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2: \frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2a+3b$ bằng

A. -42. **B.** -32. **C.** 11 **D.** 20.

Câu 35. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2-\frac{3}{x}\right)^n$ $(x\neq 0)$, biết rằng $\frac{2}{C_n^2}+\frac{14}{3C_n^3}=\frac{1}{n}$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. 326592. **B.** 3265922.

C. 3265592. **D.** 32692.

Câu 36. Cho $a,b,c>0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E=\left(1+\frac{a}{2b}\right)\left(1+\frac{b}{2c}\right)\left(1+\frac{c}{2a}\right)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\,2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(3;\,\frac{7}{2}\right)$ **C.** $(1;\,3)$. **D.** $\left(\frac{17}{5};\frac{7}{2}\right)$

Câu 37. Với điều kiện nào của a,b,c thì bất phương trình $\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ca}+\frac{x-c}{ab}\ge 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ (trong đó $abc>0$) có tập nghiệm $S=\mathbb{R}$?

A. $a+b+c<0$. **B.** $a+b+c>0$.
C. $a+b+c=0$. **D.** $a+b+c=1$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

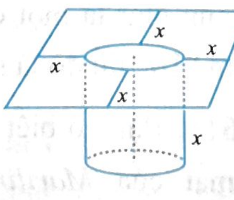
A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-5}{2}$. **B.** $\frac{x-2}{6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-5}{6}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-5}{2}$. **D.** $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=\frac{x}{1-x}$ cắt đường thẳng $y=x-m$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và OB bằng 60^0 (O là gốc tọa độ)?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 40. Ông *An* có một mảnh đất hình vuông diện tích là $81m^2$ và ông dự định đào một cái ao nuôi cá hình trụ như hình vẽ bên sao cho tâm của hình tròn (đáy của hình trụ) trùng với tâm của mảnh đất trên. Để có lối đi vào ao cá, ông chừa một khoảng đất trống ở giữa mép ao và mép mảnh đất. Biết rằng khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(m)$, ngoài ra chiều sâu của ao cũng là $x(m)$. Hỏi ông *An* dự định đào ao nuôi cá có thể tích lớn nhất V bằng bao nhiêu?



A. $V=19{,}5\pi\ (m^3)$. **B.** $V=13{,}5\pi\ (m^3)$.

C. $V=23{,}5\pi\ (m^3)$. **D.** $V=9\pi\ (m^3)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x-2y+z-5=0$ và mặt cầu

$$(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=15.$$

Mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 6π đi qua điểm nào sao đây?

A. $(0;\ -1;\ -5)$. **B.** $(1;\ -2;\ 0)$.
C. $(2;\ -2;\ 1)$. **D.** $(-2;\ 2;\ -1)$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên a nhỏ hơn 6 để bất phương trình $a(x+4)>3-x$ với mọi $x\in[-2;1]$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 2;\ 2), B(3;\ -1;\ -2), C(-4;\ 0;\ 3)$. Tọa độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $I\left(-\frac{19}{2};\ 0;\ \frac{15}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{19}{2};\ 0;\ -\frac{15}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{19}{4};\ 0;\ \frac{15}{4}\right)$. **D.** $I\left(\frac{19}{2};\ 0;\ -\frac{15}{2}\right)$.

Câu 44. Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\frac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ quanh trục hoành có thể tích $V=\pi[a+b\ln(e+1)]$, trong đó a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=5$. **B.** $a-2b=-3$.
C. $a+b=9$. **D.** $a-2b=13$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;\ 1]$ và $f(-x)+2019f(x)=2^x, \forall x\in[-1;1]$. Giá trị của $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{2019\ln 2}$. **B.** $\frac{3}{4040\ln 2}$.

C. 0. **D.** $\frac{5}{2018\ln 2}$.

Câu 46. Gọi A là điểm có hoành độ bằng 1 thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2mx^2+m$ (m là ...

(Xem tiếp trang 42)

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI ...

(*Tiếp theo trang* 39)

tham số thực). Ta luôn tìm được một giá trị $m=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản để tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A cắt đường tròn $(\gamma): x^2+y^2-2y-3=0$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất. Khi đó, tổng $a+b$ bằng

A. 12. **B.** 3. **C.** 29. **D.** 10.

Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $4^x+2^y=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=2(8x^2+y)(y^2+x)+18xy$$

bằng

A. 18. **B.** $\frac{27}{2}$. **C.** 27. **D.** 12.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết

$$\begin{cases} \int_1^{e^6} \frac{f(\ln\sqrt{x})}{x}dx=6 \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x)\sin 2x dx=2 \end{cases},$$

giá trị $\int_1^3 (f(x)+2)dx$ bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$(m-1)\log_{\frac{1}{3}}^2 (x-3)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{x-3}+4(m-1)=0$$

có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{10}{3}; 6\right]$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 50. Xét các số phức $z_1=x-2+(y+2)i$ và $z_2=x+yi$, với $x, y\in\mathbb{R}, |z_1|=1$. Phần ảo của số phức có z_2 có mô đun lớn nhất là

A. -5. **B.** $-\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **C.** $2-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

PHẠM TRỌNG THƯ

(*GV THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, Đồng Tháp*)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1

1D	2C	3B	4A	5D	6B	7C	8A	9B	10D
11B	12C	13A	14D	15B	16C	17A	18D	19B	20A
21C	22D	23B	24A	25C	26D	27B	28A	29C	30D
31B	32A	33C	34D	35A	36B	37C	38D	39A	40B
41D	42B	43A	44D	45B	46C	47A	48D	49C	50B

Câu 1. Chọn **D.**

Từ đồ thị, có $\frac{b}{d}=y(0)<0$ và $d<0$ suy ra $b>0$.

Lại có $y=0 \Leftrightarrow x=-\frac{b}{a-1}<0$. Suy ra $a>1$.

Đường tiệm cận ngang $y=\frac{a-1}{c-1}>0$, nên $c>1$.

Câu 2. Từ công thức

$$V=\pi r^2 h \Rightarrow 160\pi=\pi r^2.10 \Rightarrow r=4.$$

$$S_{xq}=2\pi rh=2\pi.4.10=80\pi.$$

Câu 3. Chọn **B.**

Ta có $\vec{u}=\overrightarrow{MM'}=(-5;3), \vec{v}=\overrightarrow{M'M''}=(7;4)$

Vậy $\vec{u}+\vec{v}=(2;7)$.

Câu 4. Chọn **A.**

Ta có $f(x)=2^x(2^{-x}+5)=1+5.2^x$.

Suy ra nguyên hàm của $f(x)$ là $x+5\left(\frac{2^x}{\ln 2}\right)+C$.

Câu 5. Chọn **D.**

Ta có PT hoành độ giao điểm

$$x^4-4x^2-3=1-x^2 \Leftrightarrow x^4-3x^2-4=0 \ (1).$$

Đặt $t=x^2$ ta được PT $t^2-3t-4=0$ (2)

Vì (2) có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên (1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy số giao điểm của hai đồ thị đã cho là 2.

Câu 6. Chọn **B.**

Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì MN là đoạn vuông góc chung của chúng.

$$d(AB,CD)=MN=\sqrt{AN^2-AM^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 7. Chọn **C.**

Vì $C\in d \Rightarrow C(5+3t;-1-2t)$.

Ta có: $CA^2=(9+3t)^2+(-3-2t)^2$

$$CB^2=(3+3t)^2+(-7-2t)^2.$$

Từ $CA=CB \Rightarrow t=-\frac{8}{5} \Rightarrow C\left(\frac{1}{5};\frac{11}{5}\right)$.

Câu 8. Chọn **A.**

Với $a=3,\ b=3,\ c=1$: Ta có

$$a+\frac{\log_3 7-b}{\log_3 2+c}=3+\frac{\log_3 7-3}{\log_3 2+1}=\frac{3\log_3 2+\log_3 7}{\log_3 2+1}$$

$$=\frac{\log_3 56}{\log_3 6}=\log_6 56.$$

Câu 9. Chọn **B.**

Câu 10. Chọn **D.**

Số gạch các hàng lần lượt từ trên xuống dưới tạo thành một cấp số cộng có $u_1=1$, công sai $d=1, u_{500}=500$.

Số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là

$$S_{500}=\frac{500}{2}(u_1+u_{500})=125250.$$

Câu 11. Chọn **B.**

Ta có $x=2$ và $x=3$ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho vì PT $x^2-5x+6=0$ có hai nghiệm $x=2$ và $x=3$ và hai nghiệm này không là nghiệm của tử thức. Ngoài ra bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 tiệm cận.

Câu 12. Chọn **C.**

Ta có

$\overrightarrow{AB}=(0;2;-1),\ \overrightarrow{AC}=(-1;1;2),\ \overrightarrow{AD}=(-3;m+2;n)$.

A, B, C, D đồng phẳng khi và chỉ khi

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0 \Leftrightarrow 5(-3)+1.(m+2)+2.n=0$$

$$\Leftrightarrow m+2n=13.$$

Câu 13. Chọn **A.**

Ta có $z_1=3+2i,\ z_2=1-4i$

$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2}=\frac{(3+2i)(1+4i)}{1^2+4^2}=-\frac{5}{17}+\frac{14}{17}i.$$

Vậy phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là $\frac{14}{17}$.

Câu 14. Chọn **D.**

Gọi x (đồng), y (đồng), z (đồng), theo thứ tự là giá tiền của đồng hồ, đôi giày và máy tính bỏ túi. Điều kiện: x, y, z dương. Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

$\begin{cases} x+y=420000 \\ x+z=570000 \\ y+z=750000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=870000 \\ x+y=420000 \\ x+z=570000 \\ y+z=750000 \end{cases}$

$\Rightarrow x=120000, y=300000,\ z=450000.$

Câu 15. Chọn **B.**

Hàm số $g(x)$ là hàm số bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do $a>0$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty.$

Ta thấy $g(0)>0$ và $g(1)<0$ nên PT $g(x)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}$. Khi đó đồ thị hàm số $g(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên hàm số $y=\left|f(x)-2019\right|$ có đúng 5 điểm cực trị.

Câu 16. Chọn **C.**

Kẻ $AH \perp SB$ $(H\in SB)$.

Vì $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp (SAB) \Rightarrow BC\perp AH.$

Mà $AH\perp SB$ nên $AH\perp (SBC)$.

Do đó $d(A;(SBC))=AH=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}$

$$=\frac{a.a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+(a\sqrt{2})^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 17. Chọn **A.**

BPT đã cho tương đương với

$(3+\sqrt{8})^{-2x}\ge(3+\sqrt{8})^{x^2} \Leftrightarrow -2x\ge x^2 \Leftrightarrow x^2+2x\le 0$

$\Leftrightarrow -2\le x\le 0.$ Vì $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 18. Chọn **D.**

Ta có: $b(b^2-a^2)=c(c^2-a^2)$

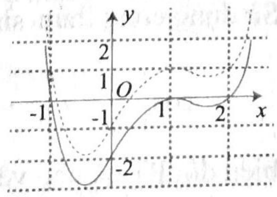
$\Leftrightarrow b^3-c^3=a^2(b-c)\Leftrightarrow b^2+bc+c^2=a^2$

$\Leftrightarrow b^2+bc+c^2=b^2+c^2-2bc\cos A\Rightarrow \cos A=-\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \widehat{A}=120^0.$

Câu 19. Chọn **B.**

Ta có $g'(x)=f'(x)-1$. Do đó đồ thị của hàm số $g'(x)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị của hàm số $f'(x)$ đi xuống 1 đơn vị.

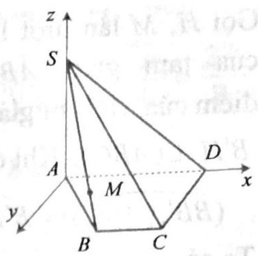


Quan sát đồ thị $g'(x)$, ta thấy $g'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=-1$.

Do đó $g(x)$ đạt cực đại tại $x=-1\in(-2;\ 0)$.

Câu 20. Chọn **A.**

Đặt hình chóp vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $A(0;0;0)\equiv O$, $D(2a;0;0)$, $S(0;0;a\sqrt{3}), B\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$.



Phương trình

$SB:\dfrac{2x}{a}=\dfrac{2y}{a\sqrt{3}}=\dfrac{z-a\sqrt{3}}{-a\sqrt{3}}.$

Gọi $M(x_0;y_0;z_0)\in SB\Rightarrow \begin{cases} y_0=\sqrt{3}x_0 \\ z_0=a\sqrt{3}-2\sqrt{3}x_0 \end{cases}.$

Mặt khác $AM\perp DM\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{DM}=0\Rightarrow x_0=\dfrac{3a}{8}$

(loại nghiệm $x_0=\dfrac{a}{2}$ vì khi đó $M\equiv B$ và $AB \not\perp BD$). Khi đó $M\left(\dfrac{3a}{8};\dfrac{3a\sqrt{3}}{8};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

Ta lại có $\overrightarrow{SM}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{SB}\Rightarrow \dfrac{SM}{SB}=\dfrac{3}{4}.$

Câu 21. Chọn **C.**

Ta có $z(z-1)+i^2(z-7)=2\Leftrightarrow z^2-2z+5=0$

$\Leftrightarrow z=1-2i$ hoặc $z=1+2i$.

• $z=1-2i\ \Rightarrow \omega=\dfrac{1-i}{1+i}=-i\Rightarrow|\omega|=1.$

• $z=1+2i\ \Rightarrow \omega=\dfrac{1+3i}{1-3i}=-\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}i\Rightarrow|\omega|=1.$

Vậy cả hai trường hợp thì $|\omega|=1$.

Câu 22. Chọn **D.**

Từ yêu cầu bài toán ta có

$\begin{cases} m\ne 0 \\ \Delta'=-m+1>0 \\ S=\dfrac{2(m-1)}{m}>0 \\ P=\dfrac{m-1}{m}>0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>1 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow m<0.$

Câu 23. Chọn **B.**

$y'=3x^2+8(m-2)x-7=0$ luôn có hai nghiệm x_1,x_2 trái dấu. Khi đó x_1,x_2 là hai điểm cực trị của hàm số.

$|x_1|-|x_2|=-4\Leftrightarrow -x_1-x_2=-4\Leftrightarrow\dfrac{-8(m-2)}{3}=4\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}.$

Câu 24. Chọn **A.**

Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm $P(-1;-1),\forall m.$

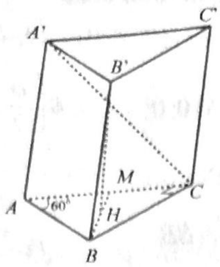
Hạ $AH\perp\Delta$ $(H\in\Delta)$. Khi đó $d(A;\Delta)=AH\le AP$

$\Rightarrow d_{\max}=AP=2\sqrt{10}$ và đường thẳng Δ trong trường hợp này có phương trình

$$3(x-5)+(y-1)=0\Leftrightarrow 3x+y-16=0.$$

Câu 25. Chọn **C.**

Gọi H, M lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và trung điểm của AC, từ giả thiết suy ra $B'H \perp (ABC)$. Khi đó



$$(\widehat{BB',(ABC)}) = \widehat{B'BH} = 60^0.$$

Ta có

$$BH = BB'\cos 60^0 = a, B'H = \sqrt{BB'^2 - BH^2} = a\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{3}{2}BH = \frac{3a}{2}.$$

Đặt $AC = x > 0$ thì $BC = AC\tan 60^0 = x\sqrt{3}$,

$AB = 2x, BM = \frac{x\sqrt{13}}{2}$. Từ đó có $x = \frac{3a}{\sqrt{13}}$.

$$V = \frac{1}{3}B'H.S_{ABC} = \frac{1}{6}B'H.AC.BC = \frac{9a^3}{26}.$$

Câu 26. Chọn **D.**

Không gian mẫu $C_{12}^5 = 792$.

Gọi A là biến cố cần tìm xác suất; B là biến cố chọn được hội đồng gồm 3 thầy, 2 cô trong đó có thầy *Xuân* nhưng không có cô *Hạ*; C là biến cố chọn được hội đồng gồm 3 thầy, 2 cô trong đó có cô *Hạ* nhưng không có thầy *Xuân*.

Xác suất để sao cho hội đồng có 3 thầy, 2 cô và nhất thiết phải có thầy *Xuân* hoặc cô *Hạ* nhưng không có cả hai là

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C)$$

$$= \frac{1.C_6^2.C_4^2}{C_{12}^5} + \frac{1.C_6^3.C_4^1}{C_{12}^5} = \frac{170}{792} = \frac{85}{396}.$$

Câu 27. Chọn **B.**

Đặt lên tấm bìa hình dạng tam giác vuông là ABC, $AB = c$ và $AC = b$. Khối sinh ra gồm hai khối nón:

• Khối nón 1 có đỉnh B, đường cao BH và bán kính đáy bằng AH.

• Khối nón 2 có đỉnh C, đường cao CH và bán kính đáy bằng AH.

Vậy thể tích của khối tròn xoay là:

$$V = \frac{1}{3}\pi AH^2(BH + CH) = \frac{1}{3}\pi AH^2.BC$$

$$= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{AB.AC}{BC}\right)^2.BC = \frac{1}{3}\pi\frac{AB^2.AC^2}{BC} = \frac{\pi b^2c^2}{3\sqrt{b^2+c^2}}.$$

Câu 28. Chọn **A.**

Ta có $f(x) = x\sum_{k=0}^{5} C_5^k.(-1)^k.x^k + x^2\sum_{i=0}^{10} C_{10}^i.(2x)^i$

hay $f(x) = \sum_{k=0}^{5} C_5^k.(-1)^k.x^{k+1} + \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i.2^i.x^{i+2}$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển ứng với $k = 4$ và $i = 3$ là $C_5^4 + 8C_{10}^3 = 965$.

Câu 29. Chọn **C.**

Gọi $M(x_M; y_M; 0), N(x_N; 0; z_N), P(0; y_P; z_P)$.

Vì M là trung điểm của AN nên

$M\left(\frac{9+x_N}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{4+z_N}{2}\right)$. Do $z_M = 0 \Rightarrow z_N = -4$.

Lại có N là trung điểm của MP nên

$N\left(\frac{x_M}{2}; \frac{2y_P - 3}{4}; \frac{z_P}{2}\right)$. Do $\begin{cases} y_N = 0 \\ z_N = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_P = \frac{3}{2} \\ z_P = -8 \end{cases}$.

Từ $\begin{cases} x_M = \frac{9+x_N}{2} \\ x_N = \frac{x_M}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 6 \\ x_N = 3 \end{cases}$. Khi đó $N(3; 0; -4)$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 9 = 2(3-9) \\ y_B + 3 = 2(0+3) \\ z_B - 4 = 2(-4-4) \end{cases}$

$$\Rightarrow B(-3; 3; -12) \Rightarrow ab + bc + ca = -9.$$

Câu 30. Chọn **D.**

Giả sử $M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Đặt $L = MF_1.MF_2 + OM^2$

$$= \left(a + \frac{c}{a}x\right)\left(a - \frac{c}{a}x\right) + x^2 + y^2$$

$$= a^2 - \frac{c^2}{a^2}x^2 + x^2 + y^2$$

$$= a^2 + \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2}\right)x^2 + y^2$$

$$= a^2 + b^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right) = a^2 + b^2.$$

Câu 31. Chọn **B.**

Sử dụng công thức $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$,

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a, \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$$

biến đổi PT đã cho về $\cos 2x(\cos 2x + 2) = 0$.

Giải PT trên ta được nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Các nghiệm $x \in (0; 2\pi)$ là $x \in \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$.

Vậy tổng các nghiệm của PT là $S = 4\pi$.

Câu 32. Chọn **A.**

Ta có:

$$A=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x}+\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-bx}}{x}=B+C$$

Mà $B=\lim_{x\to 0}\dfrac{ax}{x\left(\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{ax+1}+1\right)}=\dfrac{a}{3}$

và $C=\lim_{x\to 0}\dfrac{bx}{x(1+\sqrt{1-bx})}=\dfrac{b}{2}$.

Theo giả thiết có $\begin{cases}\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}=2\\ a+3b=9\end{cases}\Leftrightarrow a=3,b=2.$

Dựa vào các phương án A, B, C, D ta chọn A.

Câu 33. Chọn **C.**

HPT đã cho tương đương với $\begin{cases}x+y=a\\ xy=a^2-3\end{cases}$.

HPT có nghiệm khi $S^2\ge 4P\Leftrightarrow a^2\ge 4(a^2-3)$

$$\Leftrightarrow a^2\le 4\Leftrightarrow -2\le a\le 2.$$

Ta có $F=a^2+2a-3=(a+1)^2-4\ge -4$.

Vậy F đạt giá trị nhỏ nhất khi $a=-1$ hay $(x=1,y=-2)$ hoặc $(x=-2,y=1)$.

Câu 34. Chọn **D.**

d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $N(-3;1;-4)$; (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 khi mặt phẳng đó đi qua trung điểm $I(-1;-1;-1)$ của MN và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(-4;-5;-2)$.

PT $(P):-4(x+1)-5(y+1)-2(z+1)=0$

$$\Leftrightarrow 4x+5y+2z+11=0.$$

Suy ra $a+2b+3c=4+2.5+3.2=20$.

Câu 35. Chọn **A.**

ĐK: $n\ge 3, n\in\mathbb{N}^*$.

Từ $\dfrac{2}{C_n^2}+\dfrac{14}{3C_n^3}=\dfrac{1}{n}\Leftrightarrow\dfrac{2.2}{n(n-1)}+\dfrac{14.2}{n(n-1)(n-2)}=\dfrac{1}{n}$

$$\Leftrightarrow n^2-7n-18=0\Rightarrow n=9.$$

Với $n=9$ ta có:

$$\left(2x^2-\frac{3}{x}\right)^9=\sum_{k=0}^{9}C_9^k\,2^{9-k}.(-3)^k.x^{18-3k}.$$

Từ yêu cầu bài toán $\Rightarrow 18-3k=6\Leftrightarrow k=4$.

Vậy số hạng cần tìm là: $2^5.3^4.C_9^4=326592$.

Câu 36. Chọn **B.**

Biến đổi E và thu gọn lại ta được

$$E=\frac{9}{8}+\left(\frac{a}{2b}+\frac{b}{2c}+\frac{c}{2a}\right)+\left(\frac{b}{4a}+\frac{c}{4b}+\frac{a}{4c}\right)$$

Ta có: $E\ge\dfrac{9}{8}+3\sqrt[3]{\dfrac{a}{2b}\cdot\dfrac{b}{2c}\cdot\dfrac{c}{2a}}+3\sqrt[3]{\dfrac{b}{4a}\cdot\dfrac{c}{4b}\cdot\dfrac{a}{4c}}=\dfrac{27}{8}$.

Vậy $\min E=\dfrac{27}{8}\in\left(3;\dfrac{7}{2}\right)\Leftrightarrow a=b=c.$

Câu 37. Chọn **C.**

BPT đã cho tương đương với

$\left(\dfrac{a+b+c}{abc}\right)x\ge\dfrac{(a+b+c)^2}{abc}\Leftrightarrow(a+b+c)x\ge(a+b+c)^2$. (1)

Với $a+b+c>0$ thì (1) có nghiệm $\Leftrightarrow x\ge a+b+c$.

Với $a+b+c<0$ thì (1) có nghiệm $\Leftrightarrow x\le a+b+c$.

Với $a+b+c=0$ thì (1) có tập nghiệm $S=\mathbb{R}$.

Câu 38. Chọn **D.**

$M\in d\Rightarrow M(-1+2t;\ t;\ 2+t)$. Vì A là trung điểm của đoạn MN nên $N(5-2t;-2-t;4-t)$;

$N\in(P)\Rightarrow 5-2t-2-t-2(4-t)+8=0\Rightarrow t=3.$

$\Rightarrow M(5;3;5),N(-1;-5;1)$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-6;-8;-4).$

PT đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.

Câu 39. Chọn **A.**

PT hoành độ giao điểm $\dfrac{x}{1-x}=x-m$

$$\Leftrightarrow g(x)=x^2-mx+m=0\quad(x\ne 1).$$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 là $\left[\begin{array}{l}m<0\\ m>4\end{array}\right.$ (*)

Gọi $A(x_1;x_1-m),B(x_2;x_2-m)$ là các giao điểm của chúng. Từ giả thiết ta có:

$$\cos 60^0=\left|\cos(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})\right|=\frac{\left|x_1x_2+(x_1-m)(x_2-m)\right|}{\sqrt{x_1^2+(x_1-m)^2}\sqrt{x_2^2+(x_2-m)^2}}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{\left|2x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2\right|}{\sqrt{2g(x_1)+m^2-2m}\sqrt{2g(x_2)+m^2-2m}}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}=\frac{\left|2m-m^2+m^2\right|}{\sqrt{m^2-2m}\sqrt{m^2-2m}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=6\end{array}\right.\text{(do(*))}.$$

Câu 40. Chọn **B.**

Gọi a,R lần lượt là cạnh của hình vuông, bán kính đáy của hình trụ. Mảnh đất hình vuông có diện tích bằng $81m^2$ nên $a^2=81\Rightarrow a=9\ (m)$.

Khi đó $2x+2R=a\Leftrightarrow R=\dfrac{9-2x}{2}>0$.

Thể tích của khối trụ $V=\pi R^2 h=\pi\left(\frac{9-2x}{2}\right)^2 x$

$$=\frac{\pi}{4}(81x-36x^2+4x^3).$$

Xét hàm số $f(x)=81x-36x^2+4x^3$ trên $\left(0;\frac{9}{2}\right)$.

Ta có $f'(x)=81-72x+12x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{9}{2}\\ x=\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, có

$$\max_{x\in\left(0;\frac{9}{2}\right)} f(x)=f\left(\frac{3}{2}\right)=54.$$

Vậy thể tích lớn nhất V của ao mà ông *An* cần đào là

$$\frac{\pi}{4}.54=13,5\pi\ (m^3).$$

Câu 41. Chọn **D.**

$$(P)\,//\,(Q)\Rightarrow(P):x-2y+z+m=0\ (m\neq-5)$$

Mặt cầu có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=\sqrt{15}$.

Đường tròn giao tuyến có bán kính $r=3$.

$$d(I;(P))=\sqrt{15-9}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\frac{|1-2+m|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$$

$\Leftrightarrow m=7$ hoặc $m=-5$ (loại).

Câu 42. Chọn **B.**

BPT tương đương với $f(x)=(a+1)x+4a-3>0$.

Để $a(x+4)>3-x,\forall x\in[-2;1]\Leftrightarrow\begin{cases}f(-2)>0\\ f(1)>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-5>0\\ 5a-2>0\end{cases}\Leftrightarrow a>\frac{5}{2}.$$

Mà $a<6$ và $a\in\mathbb{Z}\Rightarrow a\in\{3;4;5\}$.

Câu 43. Chọn **A.**

Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

$\Rightarrow M\left(-\frac{19}{2};\ 2;\ \frac{15}{2}\right)$. Khi đó

$$\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|=\left|2\overrightarrow{IM}\right|=2\left|\overrightarrow{IM}\right|.$$

Biểu thức đã cho nhỏ nhất $\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{IM}\right|$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow I$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oxz)

$$\Leftrightarrow I\left(-\frac{19}{2};\ 0;\ \frac{15}{2}\right).$$

Câu 44. Chọn **D**

$$V=\pi\int_0^1\left(\frac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}\right)dx=\pi\int_0^1\left(5-\frac{4(x+1)e^x}{xe^x+1}\right)dx$$

$$=\pi\left(5x-4\ln(xe^x+1)\right)\Big|_0^1=\pi[5-4\ln(e+1)].$$

Do đó $a-2b=5-2(-4)=13.$

Câu 45. Chọn **B**

Ta có $\int_{-1}^{1} f(-x)dx+2019\int_{-1}^{1} f(x)dx=\int_{-1}^{1} 2^x dx.$

Đặt $t=-x\Rightarrow\int_{-1}^{1} f(-x)dx=\int_{-1}^{1} f(t)dt=\int_{-1}^{1} f(x)dx.$

Do đó ta có

$$2020\int_{-1}^{1} f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}\Big|_{-1}^{1}\Rightarrow\int_{-1}^{1} f(x)dx=\frac{3}{4040\ln 2}.$$

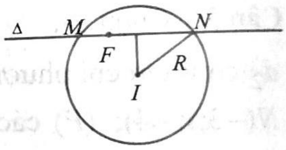
Câu 46. Chọn **C.**

Đường tròn (γ) có tâm $I(0;\ 1)$, bán kính $R=2$.

PT tiếp tuyến Δ là

$$y=y'(1)(x-1)+y(1)=(4-4m)(x-1)+1-m.$$

Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định $F\left(\frac{3}{4};0\right)$ và điểm F nằm trong đường tròn (γ).



Giả sử Δ cắt (γ) tại M và N. MN nhỏ nhất

$\Leftrightarrow d(I;\Delta)=IF$ lớn nhất

$$\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{IF}=0\Leftrightarrow m=\frac{13}{16}\Rightarrow a+b=13+16=29,$$

trong đó $\overrightarrow{IF}=\left(\frac{3}{4};-1\right)$ và $\vec{u}=(1;4-4m)$ là một VTCP của Δ.

Câu 47. Chọn **A.**

Ta có:

$4=4^x+2^y\geq 2\sqrt{2^{2x}.2^y}\Leftrightarrow 4\geq 2^{2x+y}\Leftrightarrow 2x+y\leq 2.$

$P=2\left[(2x)^3+y^3\right]+16x^2y^2+20xy$

$=2(2x+y)[(2x+y)^2-6xy]+16x^2y^2+20xy$

$\leq 4(4-6xy)+16x^2y^2+20xy$

$\Rightarrow P\leq 16+2(2xy)^2+4xy(2xy-1)$ (*).

Mà $2xy\leq\left(\frac{2x+y}{2}\right)^2\leq 1$ nên (*) $\Rightarrow P\leq 18.$

Đẳng thức xảy ra khi $x=\frac{1}{2}$ và $y=1.$

Vậy GTLN của P bằng 18.

Câu 48. Chọn **D.**

Ta có $6=\int\limits_1^{e^6}\frac{f(\ln\sqrt{x})}{x}dx=2\int\limits_1^{e^6}f(\ln\sqrt{x})d(\ln x)$

$$\Rightarrow 6=2\int\limits_0^3 f(x)dx\Rightarrow\int\limits_0^3 f(x)dx=3.$$

$$2=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos^2x)\sin 2xdx=-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos^2x)d(\cos^2x)\Rightarrow\int\limits_0^1 f(x)dx=2.$$

$$\int\limits_1^3(f(x)+2)dx=\int\limits_0^3 f(x)dx-\int\limits_0^1 f(x)dx+2x\Big|_1^3=3-2+4=5.$$

Câu 49. Chọn **C.**

Đặt $u=\log_3(x-3)$, PT đã cho trở thành

$$(m-1)u^2+(m-5)u+m-1=0.\quad (*)$$

PT đã cho có nghiệm trên $\left[\frac{10}{3};6\right]\Leftrightarrow$ PT (*) có nghiệm trên $[-1;\,1]$ $\Leftrightarrow m=\frac{u^2+5u+1}{u^2+u+1}$ có nghiệm trên $[-1;\,1]$.

Xét hàm số $f(u)=\frac{u^2+5u+1}{u^2+u+1}$ trên đoạn $[-1;\,1]$, từ đó tìm GTNN, GTLN của $f(u)$ trên đoạn $[-1;\,1]$ lần lượt là $-3,\ \frac{7}{3}\cdot$ Từ ycbt cho ta $-3\le m\le\frac{7}{3}$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow$ có 6 giá trị nguyên của m để PT có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{10}{3};6\right]$.

Câu 50. Chọn **B.**

Ta có $|z_1|=1\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+2)^2=1.$

Đặt $\begin{cases}x-2=\cos t\\ y+2=\sin t\end{cases}$ $(0\le t\le 2\pi)$. Khi đó

$$|z_2|=\sqrt{(2+\cos t)^2+(-2+\sin t)^2}$$
$$=\sqrt{9+4(\cos t-\sin t)}=\sqrt{9+4\sqrt{2}\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}$$
$$\le\sqrt{9+4\sqrt{2}}.$$

Do đó z_2 có mô đun lớn nhất khi

$$\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow t=\frac{7\pi}{4}\in[0;2\pi]$$

$$z_2=2+\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i.$$

Vậy phần ảo của số phức cần tìm là $-\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

PHẠM TRỌNG THƯ

(GV THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, Đồng Tháp)