

Trường .....  
Tổ .....

Họ và tên giáo viên: .....

## CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (03 tiết)

#### I. MỤC TIÊU:

##### 1. Kiến thức:

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được các khái niệm cơ bản về góc lượng giác.
- Nhận biết được khái niệm giá trị lượng giác của một góc lượng giác.
- Mô tả được bằng giá trị lượng giác của một số góc lượng giác thường gặp; hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác, quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau  $\pi$ .
- Sử dụng được MTCT để tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác khi biết số đo của góc đó.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác.

##### 2. Năng lực

###### *Năng lực chung:*

- Rèn luyện được năng lực mô hình hóa toán học thông qua các bài toán thực tiễn về bài toán di chuyển của trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tình huống mở đầu), quãng đường đi của xe đạp, vận tốc (dài) và vận tốc của xe đạp (Bài tập 1.6)...; rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán về xác định góc lượng giác, số đo của góc lượng giác,...; rèn luyện năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán thông qua việc sử dụng MTCT để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác.

*Năng lực riêng:* tư duy và lập luận toán học; giao tiếp toán học; mô hình hóa toán học; giải quyết vấn đề toán học.

- Tư duy và lập luận toán học: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.

- Mô hình hóa toán học, giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác.
- Giao tiếp toán học: Trình bày, phát biểu được các khái niệm, các giá trị,... của góc lượng giác.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng máy tính cầm tay để tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác khi biết số đo của góc đó.

### 3. Phẩm chất

- Tích cực thực hiện nhiệm vụ khám phá, thực hành, vận dụng.
- Có tinh thần trách nhiệm trong việc thực hiện nhiệm vụ được giao.
- Khách quan, công bằng, đánh giá chính xác bài làm của nhóm mình và nhóm bạn.
- Tự tin trong việc tính toán; giải quyết bài tập chính xác.

## II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1 - GV: SGK, SGV, Tài liệu giảng dạy, giáo án PPT, PBT(ghi đề bài cho các hoạt động trên lớp), các hình ảnh liên quan đến nội dung bài học,...

2 - HS:

- SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

## III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

### Tiết 1

### GÓC LƯỢNG GIÁC, ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

#### A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú với nội dung bài học thông qua một tình huống liên quan đến góc lượng giác và giá trị lượng giác.

b) **Nội dung:** HS đọc bài toán mở đầu và thực hiện bài toán dưới sự dẫn dắt của GV (HS chưa cần giải bài toán ngay).

c) **Sản phẩm:** HS nắm được các thông tin trong bài toán và dự đoán câu trả lời cho câu hỏi mở đầu theo ý kiến cá nhân.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<p>- GV chiếu Slide dẫn dắt, đặt vấn đề qua bài toán mở đầu và yêu cầu HS thảo luận và nêu dự đoán (chưa cần HS giải):</p> <p>+ “Trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tên Tiếng Anh: International Space Station) nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400km (hình dưới). Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi đó</p>
--------------------	---

	<p>nằm trong góc <math>45^\circ</math> ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ăng-ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu Kilomet trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6 400 km. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị”.</p> 
<p><b>Thực hiện</b></p>	<p>HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm và thực hiện yêu cầu theo dẫn dắt của GV.</p>
<p><b>Báo cáo thảo luận</b></p>	<p>GV gọi đại diện một số thành viên nhóm HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.</p>
<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<p>GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học mới: “Bài học ngày hôm nay giúp chúng ta biết được thế nào là một góc lượng giác và giá trị lượng giác của góc lượng giác, từ đó ta có thể áp dụng để giải được bài toán trong phần mở đầu trên”.</p> <p>⇒<b>Bài 1: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.</b></p>

## B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### Hoạt động 1: Góc lượng giác.

#### a) Mục tiêu:

- Nắm được khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác.
- Trình bày được hệ thức Chasles; tính toán được một số bài tập cơ bản.

#### b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi trong SGK.

- c) Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác để thực hành làm các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng

**d) Tổ chức thực hiện:**

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p>- GV cho HS trao đổi theo bàn và thực hiện <b>HĐ1</b> để nhận biết khái niệm góc lượng giác.</p> <p>+ GV chỉ định một số HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi của HĐ1.</p> <p>+ GV nhận xét và chốt đáp án.</p> <p>- GV đặt câu hỏi dẫn dắt ra <b>Kết luận</b> trong khung kiến thức trọng tâm khái niệm góc lượng giác.</p> <p>- GV cho HS quan sát hình 1.3 và đọc – hiểu phần này.</p> <p>+ GV hướng dẫn, mô tả từng hình cho HS hiểu được <b>Quy ước</b> về chiều quay của góc lượng giác và số đo của góc lượng giác</p> <p>+ GV mời một số HS phát biểu ý kiến.</p> <p>+ GV viết phần <b>kết luận</b> lên bảng cho HS quan sát.</p> <p>- GV nêu phần <b>Chú ý</b> cho HS về sự sai khác nhau về số đo của các góc lượng giác.</p>	<p><b>1. Góc lượng giác</b></p> <p><b>a) Khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác.</b></p> <p><b><u>HĐ1:</u></b></p> <p>a) Phải quay kim phút một khoảng bằng <math>\frac{2}{12} = \frac{1}{6}</math> vòng tròn.</p> <p>b) Phải quay kim phút một khoảng bằng <math>\frac{10}{12} = \frac{5}{6}</math> vòng tròn.</p> <p>c) Có 2 cách quay kim phút theo một chiều xác định để kim phút từ vị trí chỉ đúng số 2 về vị trí chỉ đúng số 12, đó là quay ngược chiều kim đồng hồ và quay theo chiều quay của kim đồng hồ.</p> <p><b>Kết luận:</b></p> <p><b>Quy ước:</b></p> <p><i>Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou, tia cuối Ov và số đo góc của nó.</i></p> <p><b>Chú ý</b></p> <p>Cho hai tia Ou, Ov có vô số góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov. Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov).</p> <p>Số đo của các góc lượng giác này sai khác</p>

<p>- GV hướng dẫn HS thực hiện <b>Ví dụ 1</b></p> <p>- GV hướng dẫn cho HS làm phần <b>Luyện tập 1</b>.</p> <p>- GV cho HS tự thảo luận và thực hiện <b>HD2</b> để rút ra được kết luận về <b>hệ thức Chasles</b>.</p> <p>- GV nêu phần <b>Hệ thức Chasles</b> cho HS</p> <p>- GV đưa ra câu hỏi cho HS suy nghĩ:  + Nếu có 3 tia bất kì <math>Ox, Ou, Ov</math> và dựa vào hệ thức Chasles thì ta có thể tính toán được số đo của <math>(Ou, Ov)</math> hay không?  + GV chỉ định 1 HS trả lời câu hỏi.  + GV chốt đáp án và nhấn mạnh phần <b>Nhận xét</b> (SGK – tr.7).</p> <p>- GV hướng dẫn các bước làm <b>Ví dụ 2</b> cho HS hiểu được cách vận dụng hệ thức Chasles.</p> <p>- GV cho HS thực hiện thảo luận <b>Luyện tập</b></p>	<p>nhau một bội nguyên của <math>360^\circ</math>.</p> <p><b>Ví dụ 1:</b> (SGK – tr.7).  <i>Lời giải:</i> (SGK – tr.7).</p> <p><b>Luyện tập 1.</b>  <math>sđ(Ou, Ov) = 45^\circ</math>  <math>sđ(Ou, Ov) = -(360^\circ - 45^\circ)</math>  <math>= -315^\circ</math>.</p> <p><b>b) Hệ thức Chasles</b>  <b>HD2:</b>  a) Quan sát Hình 1.5 ta có:  <math>sđ(Ou, Ov) = 30^\circ</math>;  <math>sđ(Ov, Ow) = 45^\circ</math>;  <math>sđ(Ou, Ow) = - (360^\circ - 30^\circ - 45^\circ)</math>  <math>= - 285^\circ</math>.</p> <p>b) Ta có:  <math>sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ</math>.</p> <p>Lại có: <math>-285^\circ + 1.360^\circ = 75^\circ</math>.</p> <p>Vậy tồn tại một số nguyên <math>k = 1</math> để  <math>sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ</math></p> <p><b>Hệ thức Chasles:</b>  Với ba tia <math>Ou, Ov, Ow</math> bất kì, ta có:  <math>sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ</math></p> <p><b>Nhận xét:</b>  Từ hệ thức Chasles, ta suy ra: Với ba tia tùy ý <math>Ox, Ou, Ov</math> ta có:  <math>sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in Z)</math>.</p> <p><b>Ví dụ 2.</b>  <i>Hướng dẫn giải</i> (SGK – tr.8).</p> <p><b>Luyện tập 2</b>  Số đo của các góc lượng giác tia đầu <math>Ou</math>, tia</p>
--	---

<p><b>2</b> theo tổ trong lớp.</p> <p>+ Mỗi tổ thảo luận và cử 1 đại diện lên bảng viết câu trả lời.</p> <p>+ GV nhận xét, rút kinh nghiệm cho HS.</p> <p>+ GV chốt đáp án cho HS trình bày vào vở.</p> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <p>- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở.</p> <p>- HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.</p> <p>Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.</p> <p>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</p> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <p>- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.</p> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác.</p>	<p>cuối <math>Ov</math> là:</p> $\text{sđ}(Ou, Ov) = \text{sđ}(Ox, Ov) - \text{sđ}(Ox, Ou) + k360^\circ$ $= -270^\circ - 240^\circ + k360^\circ$ $= -510^\circ + k360^\circ$ $= 210^\circ - 720^\circ + k360^\circ$ $= 210^\circ + (k - 2)360^\circ$ $= 210^\circ + m360^\circ (m = k - 2, m \in \mathbb{Z}).$ <p>Vậy các góc lượng giác <math>(Ou, Ov)</math> có số đo là <math>210^\circ + m360^\circ (m \in \mathbb{Z})</math>.</p>
--	--

## Hoạt động 2: Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn.

### a) Mục tiêu:

- Nhận biết được các đơn vị đo góc và mối quan hệ giữa chúng.
- Nhận biết công thức tính độ dài cung tròn và áp dụng được công thức để giải quyết các bài toán liên quan.

### b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về đơn vị đo góc và độ dài cung tròn theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập trong SGK.

**c) Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về đơn vị đo góc và độ dài cung tròn để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 3, 4, Luyện tập 3 và Vận dụng 1.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p>- GV yêu cầu HS nhắc về đơn vị dùng để đo góc, và quy đổi từ độ sang phút.</p> <p>- GV giới thiệu về <b>Đơn vị radian</b> và biểu diễn hình học cho HS nắm được kiến thức mới.</p> <p>- GV dẫn dắt cho HS để hình thành kiến thức về <b>Quan hệ giữa độ và radian:</b></p> <p>- GV hướng dẫn HS làm <b>Ví dụ 3</b></p> <p>- GV cho HS làm phần <b>Luyện tập 3</b>, sau đó:</p> <p>+ GV chỉ định 2 HS lên bảng thực hiện.</p> <p>+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS.</p> <p>+ GV nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p><b>2. Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn</b></p> <p><b>a) Đơn vị đo góc và cung tròn</b></p> <p>- Đơn vị dùng để đo góc là: Độ.</p> <p>- Góc <math>1^\circ = \frac{1}{180}</math> góc bẹt.</p> <p>- Đơn vị độ được chia thành những đơn vị nhỏ hơn: <math>1^\circ = 60'; 1' = 60''</math></p> <p><b>Đơn vị radian:</b> Cho đường tròn (O) tâm O, bán kính R và một cung AB trên (O)  <i>Ta nói cung tròn AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R. Khi đó ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết: <math>\widehat{AOB} = 1rad</math>.</i></p> <p><b>Quan hệ giữa độ và radian:</b></p> <p><b>Công thức:</b></p> $1^\circ = \frac{\pi}{180} rad \text{ và } 1rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$ <p><b>Ví dụ 3:</b> (SGK – tr.9).  <i>Hướng dẫn giải</i> (SGK – tr.9).</p> <p><b>Luyện tập 3</b></p> <p>a) Đổi từ độ sang radian:</p> $360^\circ = 360 \cdot \frac{\pi}{180} = 2\pi$ $-450^\circ = -450 \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{5\pi}{2}$ <p>b) Đổi từ radian sang độ:</p>

- GV giới thiệu bảng chuyển đổi thông dụng từ độ sang radian trong phần **Chú ý** cho HS.

- GV cho HS thực hiện **HD3** để xây dựng được công thức tính độ dài của cung tròn.

- GV yêu cầu HS làm **Ví dụ 4**.

- GV cho HS thảo luận nhóm, tương ứng với mỗi nhóm là một tổ trong lớp phần **Vận dụng 1**.

+ Mỗi nhóm thực hiện thảo luận và cử một đại diện lên trình bày câu trả lời.

+ Những nhóm còn lại quan sát và nêu nhận xét, phân biện lại.

+ GV nhận xét, rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS.

+ GV chốt đáp án, HS làm bài vào vở.

### **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HD cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở.

- HD cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.

Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

$$3\pi = 3\pi \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 540^\circ$$

$$-\frac{11\pi}{5} = -\frac{11\pi}{5} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = -396$$

### **b) Độ dài cung tròn.**

#### **HD3:**

a) Độ dài cung tròn có số đo bằng 1 radian là  $R$ .

b) Độ dài của một cung tròn có số đo  $\alpha$  rad là  $\alpha R$ .

#### **Công thức:**

*Một cung của đường tròn bán kính  $R$  và có số đo  $\alpha$  rad thì có độ dài  $l = R\alpha$ .*

**Ví dụ 4:** (SGK – tr.9).

*Hướng dẫn giải:* (SGK – tr.9).

#### **Vận dụng 1**

Bán kính quỹ đạo của trạm vũ trụ quốc tế là

$$R = 6400 + 400 = 6800(\text{km})$$

$$\text{Đổi } 45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$$

Vậy trạm ISS đã di chuyển một quãng đường có độ dài là:

$$l = R \cdot \alpha = 6800 \cdot \frac{\pi}{4} \approx 5340,708$$

$$\approx 5341\text{km}.$$



**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại đơn vị và độ dài cung tròn.

**Tiết 2:****GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC****Hoạt động 3: Giá trị lượng giác của góc lượng giác****a) Mục tiêu:**

- Nhận biết thế nào là đường tròn lượng giác và các điểm trên đường tròn lượng giác.
- Nắm được các giá trị lượng giác của góc lượng giác và các góc lượng giác đặc biệt.

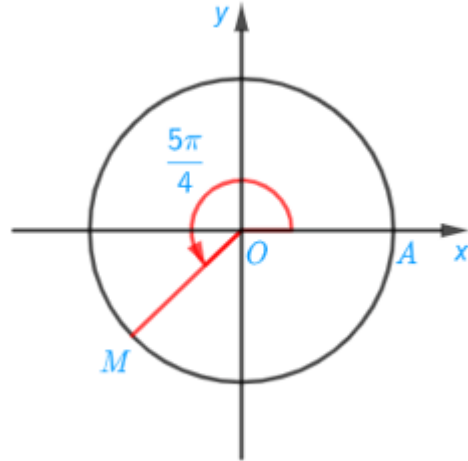
**b) Nội dung:**

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác thức theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng trong SGK.

**c) Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 5, 6, 7, Luyện tập 4, 5.

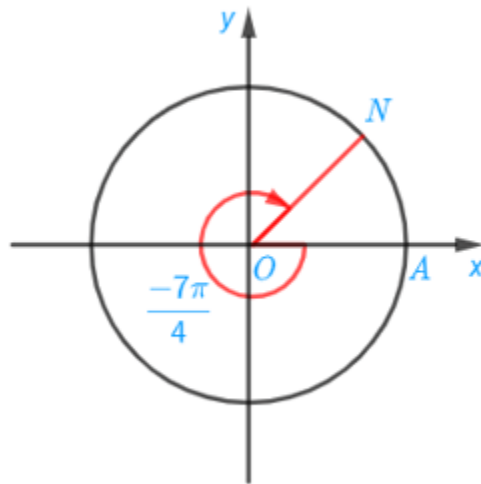
**d) Tổ chức thực hiện:**

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p>- GV cho HS làm <b>HD4</b> để HS nhận biết được khái niệm về đường tròn lượng giác.</p>	<p><b>3. Giá trị lượng giác của góc lượng giác</b></p> <p><b>a) Đường tròn lượng giác</b></p> <p><b><u>HD4:</u></b></p> <p>a) Ta có: <math>sđ(OA, OM) = \frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}</math></p> <p>Điểm M trên đường tròn sao cho <math>sđ(OA, OM) = \frac{5\pi}{4}</math> được xác định như trên hình vẽ dưới đây:</p>



b) Ta có:  $sđ(OA, ON) = -\frac{7\pi}{4}$   
 $= -\left(\frac{3\pi}{4} + \pi\right)$

Điểm N trên đường tròn sao cho  $sđ(OA, ON) = -\frac{7\pi}{4}$  được xác định như trên hình vẽ dưới đây:



**Kết luận**

- GV đi vào phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm cho HS nắm được thế nào là đường tròn lượng giác.

- Đường tròn lượng giác là đường có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm A(1;0) làm điểm gốc của đường tròn.
- Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn

- GV cho HS tự thực hiện **Ví dụ 5**, HS làm bài và đối chiếu đáp án với bạn cùng bàn.
- GV cho HS làm phần **Luyện tập 4**.

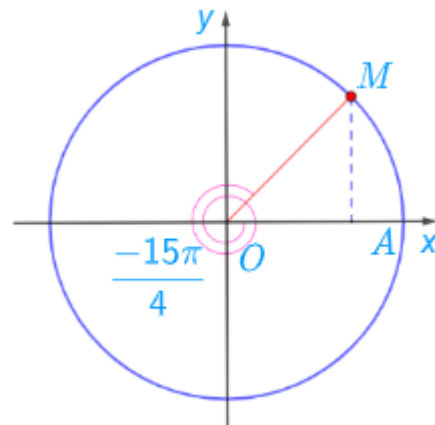
góc lượng giác có số đo  $\alpha$  (độ hoặc radian) là điểm  $M$  trên đường tròn lượng giác sao cho  $sđ(OA, OM) = \alpha$ .

**Ví dụ 5:** (SGK – tr.10).

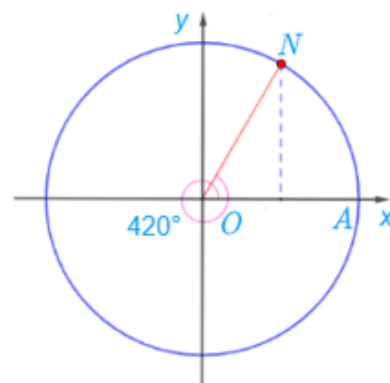
**Hướng dẫn giải:** (SGK – tr.10).

#### Luyện tập 4

Ta có:  $-\frac{15\pi}{4} = -\left(\frac{3\pi}{4} + 3\pi\right)$ , điểm  $M$  trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $-\frac{15\pi}{4}$  được xác định trong hình dưới đây:



Ta có:  $420^\circ = 60^\circ + 360^\circ$ , điểm  $N$  trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $420^\circ$  được xác định trong hình dưới đây:



- GV mời HS nhắc lại khái niệm các giá trị

#### b) Các giá trị lượng giác của góc lượng giác

lượng giác  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  
 $\cot \alpha$  của góc  $\alpha$  ( $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ) đã học ở  
 lớp 10 để thực hiện **HD5**.  
 - GV dẫn vào phần khung kiến thức trọng  
 tâm các giá trị lượng giác của góc lượng  
 giác.

- GV dẫn dắt: Từ định nghĩa lượng giác  
 của các góc lượng giác, và đường tròn  
 lượng giác. Các em hãy cho biết các giá trị  
 lượng giác được xác định khi nào?

**HD5:**

**Kết luận**

+ Hoành độ  $x$  của điểm  $M$  được gọi là *côsin*  
 của  $\alpha$ , kí hiệu là  $\cos \alpha$ .

$$\cos \alpha = x$$

+ Tung độ  $y$  của điểm  $M$  được gọi là *sin* của  
 $\alpha$ , kí hiệu là  $\sin \alpha$ .

$$\sin \alpha = y$$

+ Nếu  $\cos \alpha \neq 0$ , tỉ số  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  được gọi là *tang*  
 của  $\alpha$ , kí hiệu là  $\tan \alpha$ .

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} (x \neq 0)$$

+ Nếu  $\sin \alpha \neq 0$ , tỉ số  $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  được gọi là *côtang*  
 của  $\alpha$ , kí hiệu là  $\cot \alpha$ .

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (y \neq 0)$$

+ Các giá trị  $\cos \alpha$ ,  $\sin \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  $\cot \alpha$  được  
 gọi là các giá trị lượng giác của  $\alpha$ .

+  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  xác định với mọi giá trị của  $\alpha$   
 và ta có:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1; \quad -1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha ;$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha, (k \in Z).$$

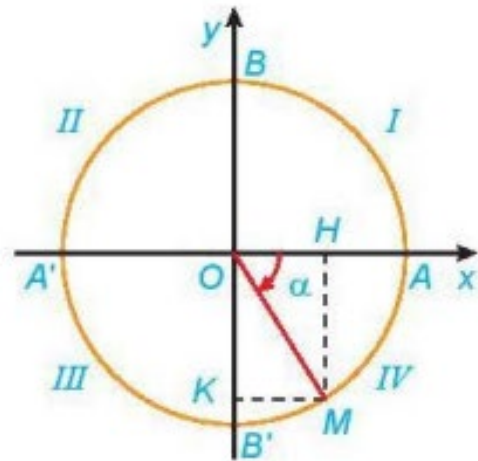
+  $\tan \alpha$  xác định khi  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in Z)$ .

+  $\cot \alpha$  xác định khi  $\alpha \neq k\pi (k \in Z)$ .

+ Dấu của các giá trị lượng giác của một góc  
 lượng giác phụ thuộc vào vị trí điểm biểu diễn  
 $M$  trên đường tròn lượng giác.

- GV hướng dẫn HS thực hiện **Ví dụ 6** để nắm được cách tính giá trị của một góc lượng giác.

- GV cho HS làm phần **luyện tập 5**



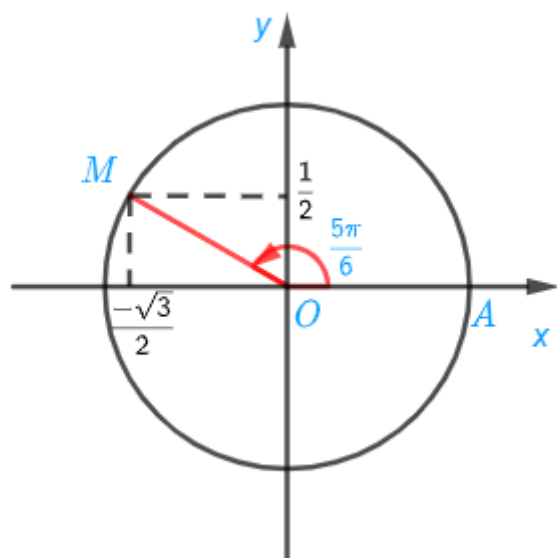
Góc phần tư \ Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

**Ví dụ 6:** (SGK – tr.12).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.12).

### Luyện tập 5

a) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $\frac{5\pi}{6}$  được xác định trong hình sau:



b) Ta có:

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{5\pi}{6} = \frac{\sin \frac{5\pi}{6}}{\cos \frac{5\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot \frac{5\pi}{6} = \frac{\cos \frac{5\pi}{6}}{\sin \frac{5\pi}{6}} = \sqrt{3}$$

- GV cho HS tự quan sát vào bảng giá trị của các góc đặc biệt trong SGK – tr.12.

### c) Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc $\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

- GV hướng dẫn HS sử dụng MTCT thông qua Ví dụ 7, Ví dụ 8.

### d) Sử dụng máy tính cầm tay để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác của góc

Ví dụ 7: (SGK – tr.13).

Tính	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\sin\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$	$\sin \left( -\frac{9\pi}{4} \right)$	-0.707106781	-0,7071
$\tan 63^\circ 52' 41''$	$\tan \left( 63 \frac{52}{60} \frac{41}{3600} \right)$	2.039276645	2,0393

Ví dụ 8: (SGK – tr.13).

Đổi số đo	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$33^\circ 45'$	$33 \frac{45}{60} \text{ (DRG)} \rightarrow \text{rad}$	0.589048622	0,5890 (rad)
$\frac{3}{4}$ (rad)	$\frac{3}{4} \text{ (rad)} \rightarrow \text{DRG}$	42°58'19"	42°58'19"

- GV cho HS tự thực hiện phần **luyện tập 6** để thành thạo kỹ năng sử dụng MTCT.

### Luyện tập 6

a)  $\cos \frac{3\pi}{7} \approx 0,222520934$ .

$\tan(-37^\circ 25') = -0,76501876$ .

b)

Vậy  $179^\circ 23' 30'' \approx 3,130975234$  (rad).

c) Vậy  $\frac{7}{9}$  rad =  $44^\circ 33' 48,18''$ .

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở.
  - HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.
- Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại giá trị lượng giác của một góc lượng giác.

### Tiết 3

## QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

**Hoạt động 4: Quan hệ giữa các giá trị lượng giác.****a) Mục tiêu:**

- Nhận biết và vận dụng được các công thức lượng giác cơ bản trong một số bài toán đơn giản.
- Nhận biết giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

**b) Nội dung:**

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về quan hệ giữa các giá trị lượng giác theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập trong SGK.

**c) Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về quan hệ giữa các giá trị lượng giác để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 8, 9, Luyện tập 6, 7 và Vận dụng 2.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS quan sát và thực hiện <b>HD5</b>.</li> <li>+ GV dẫn dắt HS: <i>Các em hãy quan sát đường tròn lượng giác tâm O với điểm A(1; 0) là tâm. Có điểm M(x, y) nằm trên đường tròn. Áp dụng định nghĩa để xử lí bài toán.</i></li> <li>+ GV yêu cầu HS suy nghĩ và nêu đáp án.</li> <li>+ GV chỉ định một số HS nêu đáp án.</li> <li>+ GV nhận xét và chốt đáp án cuối cùng.</li> </ul> <p style="margin-top: 20px;">- GV nêu ra phần <b>hệ thức cơ bản</b> (SGK – tr.14).</p> <p style="margin-top: 20px;">- GV hướng dẫn HS làm phần <b>Ví dụ 8</b>.</p> <p style="margin-top: 20px;">- GV yêu cầu HS tự suy nghĩ và làm phần <b>Luyện tập 6</b>.</p> <p>+ GV mời 1 HS lên bảng làm bài. Các HS</p>	<p><b>4. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác</b></p> <p><b>a) Các công thức lượng giác cơ bản</b></p> <p><b>HD5:</b></p> <p>a) Theo định nghĩa, ta có:</p> $\sin \alpha = y; \cos \alpha = x$ <p>Do đó,</p> $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = y^2 + x^2$ <p>Từ hình vẽ ta thấy <math>x^2 + y^2 = R^2 = 1</math> (theo định lý Pythagore và đường tròn đơn vị có bán kính <math>R=1</math>).</p> <p>Vậy <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>.</p> <p>b) Theo định nghĩa với:</p> $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in Z), \text{ ta có:}$ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \left( \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2$ $\text{Vậy } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right)$ <p><b>Hệ thức cơ bản:</b></p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right)$ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\alpha \neq k\pi, k \in Z)$ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left( \alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in Z \right)$ <p><b>Ví dụ 8:</b> (SGK – tr.14).</p> <p><i>Hướng dẫn giải:</i> (SGK – tr.14).</p> <p><b>Luyện tập 6</b></p> <p>Vì <math>\pi &lt; \alpha &lt; \frac{3\pi}{2}</math> nên <math>\sin \alpha &lt; 0</math>. Mặt khác:</p>



khác làm bài vào vở.

- GV hướng dẫn cho HS trao đổi phần **HD6** theo tổ trong lớp để đưa ra nhận xét về liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc đối nhau.
- + HS trao đổi, lập luận theo nhóm. Mỗi nhóm cử đại diện trình bày cách làm và kết quả.
- + Các nhóm khác quan sát, lắng nghe và đưa ra nhận xét, phân biện.
- + GV ghi nhận các ý kiến và ghi lời giải lên bảng cho HS hoàn thiện vào vở.

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  ta có:

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Do đó, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ và}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

**b) Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.**

**HD6:**

a) Giả sử  $M(x_M; y_M); N(x_N; y_N)$ .

Từ Hình 1.12a, ta thấy hai điểm  $M$  và  $N$  đối xứng với nhau qua trục hoành  $Ox$ , do đó ta có:  $x_M = x_N$  và  $y_M = -y_N$ .

Theo định nghĩa giá trị lượng giác của một góc, ta lại có:

$$\cos \alpha = x_M \text{ và } \cos(-\alpha) = x_N.$$

$$\text{Suy ra } \cos(-\alpha) = \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha = y_M \text{ và } \sin(-\alpha) = y_N.$$

$$\text{Suy ra } \sin \alpha = -\sin(-\alpha) \text{ hay}$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$$

b) Ta có:

$$\tan(-\alpha) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\tan \alpha;$$

$$\cot(-\alpha) = \frac{\cos(-\alpha)}{\sin(-\alpha)} = \frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha} = -\cot \alpha$$

$$\text{Vậy } \tan(-\alpha) = -\tan \alpha;$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

- GV nêu và ghi phần khung kiến thức trọng tâm lên bảng cho HS (SGK – tr.14, 15).

**Góc đối nhau ( $\alpha$  và  $-\alpha$ )**

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

**Góc bù nhau ( $\alpha$  và  $\pi - \alpha$ )**

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

**Góc phụ nhau ( $\alpha$  và  $\frac{\pi}{2} - \alpha$ )**

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

**Góc hơn kém  $\pi$  ( $\alpha$  và  $\pi + \alpha$ )**

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

**Chú ý** (SGK – tr.15)

**Ví dụ 9:** (SGK – tr.15).

**Hướng dẫn giải:** (SGK – tr.15).

- GV nêu phần **Chú ý** cho HS.

- GV cho HS đọc **Ví dụ 9** hướng dẫn và trình bày mẫu lên bảng cho HS hiểu được cách vận dụng các công thức tính toán.

- GV cho HS thảo luận và làm **Luyện tập 7** theo từng bàn.

- GV cho HS thảo luận nhóm phần **Vận dụng 2**.

+ Nhóm nào sau khi thảo luận, tìm ra đáp án nhanh nhất trong thời gian GV quy định sẽ được cộng điểm.

+ Mỗi nhóm cử 1 đại diện trình bày.

+ GV nhận xét, rút ra kết luận cho HS.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở.

- HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi,

**Luyện tập 7**

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin(-675^\circ) &= \sin(45^\circ - 2.360^\circ) \\ &= \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \tan\left(\frac{15\pi}{4}\right) &= \tan\left(-\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) \\ &= -\tan\frac{\pi}{4} = -1. \end{aligned}$$

**Vận dụng 2.**

a) Thời điểm 6 giờ sáng, tức  $t = 6$ , khi đó

$$B(6) = 80 + 7\sin\frac{6\pi}{12} = 87.$$

Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 6 giờ sáng là 87 mmHg.

b) Thời điểm 10 giờ 30 phút sáng, tức  $t = 10,5$ , khi đó:

$$B(10,5) = 80 + 7\sin\frac{10,5\pi}{12} \approx 82,68$$

Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 10 giờ 30 phút sáng xấp xỉ 82,68 mmHg.

c) Thời điểm 12 giờ trưa, tức  $t = 12$ , khi đó

$$B(12) = 80 + 7\sin\frac{12\pi}{12} = 80$$

Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 12 giờ trưa là 80 mmHg.

d) Thời điểm 8 giờ tối hay 20 giờ, tức  $t = 20$ , khi đó:

$$B(20) = 80 + 7\sin\frac{20\pi}{12} = \frac{160 - 7\sqrt{3}}{2}$$

Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 8 giờ tối là  $\frac{160 - 7\sqrt{3}}{2}$ .

<p>đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.</p> <p>Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.</p> <p>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</p> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <p>- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.</p> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại quan hệ giữa các giá trị lượng giác.</p>	
--	--

### C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác thông qua một số bài tập.

**b) Nội dung:** HS vận dụng tính chất góc lượng giác, hệ thức Chasles, các giá trị lượng giác của góc lượng giác, công thức lượng giác cơ bản, thảo luận nhóm hoàn thành bài tập vào phiếu bài tập nhóm/ bảng nhóm.

**c) Sản phẩm học tập:** HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

**d) Tổ chức thực hiện:**

<p><i>Chuyển giao</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS về giá trị lượng giác của góc lượng giác.</li> <li>- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài cá nhân <b>BT1.1; BT1.2; BT1.3; BT1.4</b> (SGK – tr16).</li> <li>- GV chiếu Slide cho HS củng cố kiến thức thông qua trò chơi trắc nghiệm.</li> </ul> <p><b>Câu 1.</b> Giá trị nào sau đây mang dấu dương? A. <math>\sin 290^\circ</math>; B. <math>\cos 290^\circ</math>; C. <math>\tan 290^\circ</math>; D. <math>\cot 290^\circ</math>.</p> <p><b>Câu 2.</b> Giá trị của <math>\sin\left(\frac{13\pi}{6}\right)</math> bằng</p> <p>A. <math>-\frac{1}{2}</math>;                      B. <math>\frac{1}{2}</math>;                      C. <math>-\frac{\sqrt{3}}{2}</math>;                      D. <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>
---------------------------	---

	<p><b>Câu 3.</b> Góc lượng giác nào mà hai giá trị sin và cosin của nó trái dấu? A. <math>100^\circ</math>; B. <math>80^\circ</math>; C. <math>-95^\circ</math>; D. <math>-300^\circ</math>.</p> <p><b>Câu 4.</b> Cot của góc lượng giác nào bằng <math>\frac{1}{\sqrt{3}}</math>? A. <math>-300^\circ</math>; B. <math>\frac{\pi}{6}</math>; C. <math>45^\circ</math>; D. <math>-\frac{\pi}{6}</math></p> <p><b>Câu 5.</b> Cho <math>\tan \alpha = m</math>. Khi đó: <math>\frac{a.\sin \alpha + b.\cos \alpha}{c.\sin \alpha + d.\cos \alpha}</math> bằng: A. <math>\frac{a+b}{c+d}.m</math>; B. <math>\frac{a+bm}{c+dm}</math>; C. <math>\frac{am+b}{cm+d}</math>; D. <math>\frac{a+b}{(a+d)m}</math></p>
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Mỗi bài tập GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác. - GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

### **Kết quả:**

#### **Bài 1.1:**

Để hoàn thành bảng đã cho, ta thực hiện chuyển đổi từ độ sang radian và từ radian sang độ.

$$\text{Ta có: } 15^\circ = 15 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{12}$$

$$0^\circ = 0 \cdot \frac{\pi}{180} = 0$$

$$900^\circ = 900 \cdot \frac{\pi}{180} = 5\pi$$

$$\frac{3\pi}{8} = \frac{3\pi}{8} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 67,5^\circ$$

$$-\frac{7\pi}{12} = -\frac{7\pi}{12} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = -105^\circ$$

$$-\frac{11\pi}{8} = -\frac{11\pi}{8} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = -247,5^\circ$$

Ta có bảng như sau :

Độ	$15^\circ$	$67,5^\circ$	$0^\circ$	$900^\circ$	$-105^\circ$	$-247,5^\circ$
Radian	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{8}$	0	$5\pi$	$-\frac{7\pi}{12}$	$-\frac{11\pi}{8}$

**Bài 1.2:**

a) Độ dài của cung tròn có số đo  $\frac{\pi}{12}$  trên đường tròn có bán kính  $R=20\text{ cm}$  là:

$$l_1 = 20 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{3} (\text{cm})$$

b) Độ dài của cung tròn có số đo 1,5 trên đường tròn có bán kính  $R = 20\text{ cm}$  là:

$$l_2 = 20 \cdot 1,5 = 30 (\text{cm})$$

c) Ta có :  $35^\circ = 35 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{36}$

Độ dài của cung tròn có số đo  $35^\circ$  trên đường tròn có bán kính  $R = 20\text{ cm}$  là:

$$l_3 = 20 \cdot \frac{7\pi}{36} = \frac{35\pi}{9} (\text{cm})$$

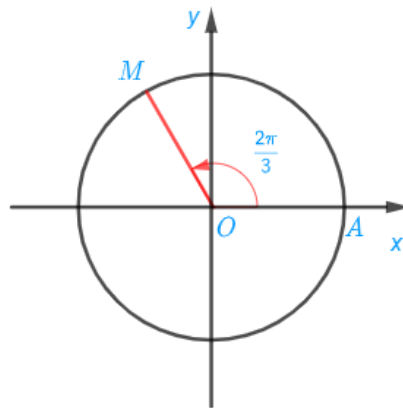
d) Ta có:  $315^\circ = 315 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{4}$

Độ dài của cung tròn có số đo  $315^\circ$  trên đường tròn có bán kính  $R = 20\text{ cm}$  là:

$$l_4 = 20 \cdot \frac{7\pi}{4} = 35\pi (\text{cm}).$$

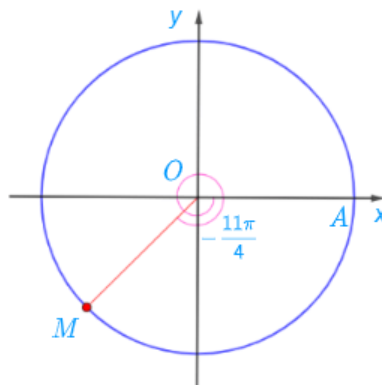
**Bài 1.3.**

a) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $\frac{2\pi}{3}$  được xác định trong hình sau:

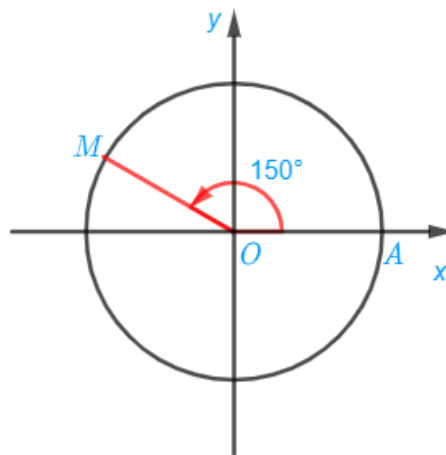


b) Ta có :  $-\frac{11\pi}{4} = -\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi\right)$

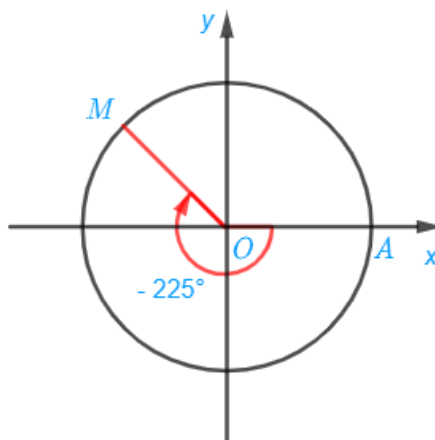
Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $-\frac{11\pi}{4}$  được xác định trong hình sau:



c) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $150^\circ$  được xác định trong hình sau:



d) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $-225^\circ$  được xác định trong hình sau:



**Bài 1.4.**

a) Vì  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  nên  $\sin \alpha > 0$ . Mặt khác, từ  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , suy ra :

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\text{Do đó, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{5}}{\frac{1}{5}} = 2\sqrt{6} \text{ và } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}.$$

b) Vì  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  nên  $\cos \alpha < 0$ . Mặt khác, từ  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , suy ra :

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Do đó, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ và } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{c) Ta có : } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Vì  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  nên  $\cos \alpha < 0$ . Mặt khác, từ  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{1 + (\sqrt{5})^2}} = -\frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Mà } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \sqrt{5} \cdot \left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right) = -\frac{\sqrt{30}}{6}.$$

$$\text{d) Ta có : } \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$$

Vì  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  nên  $\cos \alpha > 0$ . Mặt khác. Từ  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  suy ra :

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Mà } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

- Đáp án câu hỏi trắc nghiệm



Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
B	B	A	A	C

#### D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

##### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng thực tế để nắm vững kiến thức.
- HS thấy sự gần gũi toán học trong cuộc sống, vận dụng kiến thức vào thực tế, rèn luyện tư duy toán học qua việc giải quyết vấn đề toán học

**b) Nội dung:** HS vận dụng tính chất của giá trị lượng giác của góc lượng giác, trao đổi và thảo luận hoàn thành các bài toán theo yêu cầu của GV.

**c) Sản phẩm:** HS hoàn thành các bài tập được giao.

##### d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	- GV yêu cầu HS làm bài tập <b>1.5, 1.6</b> cho HS sử dụng kỹ thuật chia sẻ cặp đôi để trao đổi và kiểm tra chéo đáp án.
<i>Thực hiện</i>	HS thực hiện hoàn thành bài tập được giao và trao đổi cặp đôi đối chiếu đáp án.
<i>Báo cáo thảo luận</i>	GV mời đại diện một vài HS trình bày miệng.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	- GV nhận xét, đánh giá khả năng vận dụng làm bài tập, chuẩn kiến thức và lưu ý thái độ tích cực khi tham gia hoạt động và lưu ý lại một lần nữa các lỗi sai hay mắc phải cho lớp.

#### Kết quả:

##### Bài 1.5.

a) a) Áp dụng  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , suy ra  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ .

$$\text{Ta có: } VT = \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha)^2 - (\sin^2 \alpha)^2$$

$$= (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$= 1 \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$= \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1 = VP \text{ (đpcm).}$$

b) Áp dụng các hệ thức lượng giác cơ bản.

$$\text{Ta có: } VT = \frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$= \cot^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - (1 + \cot^2 \alpha) = \cot^2 \alpha + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 - \cot^2 \alpha$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = (1 + \tan^2 \alpha) - 1 = \tan^2 \alpha = VP \text{ (đpcm)}.$$

### **Bài 1.6.**

a) Trong 1 giây, bánh xe đạp quay được  $\frac{11}{5}$  vòng

Vì một vòng ứng với góc bằng  $360^\circ$  nên góc mà bánh quay xe quay được trong 1 giây là:

$$\frac{11}{5} \cdot 360 = 792^\circ.$$

Vì một vòng ứng với góc bằng  $2\pi$  nên góc mà bánh quay xe quay được trong 1 giây là:

$$\frac{11}{5} \cdot 2\pi = \frac{22\pi}{5} \text{ (rad)}.$$

b) Ta có: 1 *phút* = 60 *giây* .

Trong 1 phút bánh xe quay được:  $\frac{60 \cdot 11}{5} = 132$  vòng.

Chu vi của bánh xe đạp là:  $C = 680\pi$  (mm).

Quãng đường mà người đi xe đạp đã đi được trong một phút là

$$680\pi \cdot 132 = 89760\pi \text{ (mm)} = 89,76\pi \text{ (m)}.$$

### **\* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.

- Chuẩn bị bài sau “**Bài 2. Công thức lượng giác**”



## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

#### I. MỤC TIÊU

##### 1. Kiến thức

- Công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức biến đổi tổng thành tích, công thức biến đổi tích thành tổng.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác và các phép biến đổi lượng giác.

##### 2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra sai sót và khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp cận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập
- *Năng lực mô hình hoá toán học* (trong ví dụ và bài tập có nội dung thực tế).
- *Năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán*: học sinh sử dụng máy tính cầm tay tính toán.
- *Năng lực tư duy và lập luận* : Tư duy và lập luận logic.
- *Năng lực giao tiếp, hợp tác* : Tiếp thu kiến thức, trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.

##### 3. Phẩm chất

- Chăm chỉ hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, chiếm lĩnh tri thức mới, biết làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học.

#### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU.

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu

#### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

##### Tiết 1: CÔNG THỨC CỘNG, CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

##### 1. Hoạt động 1: Khởi động

**a) Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú với nội dung bài học thông qua một tình huống liên quan đến Công thức lượng giác.

**b) Nội dung:** HS đọc bài toán mở đầu và thực hiện bài toán dưới sự dẫn dắt của GV (HS chưa cần giải bài toán ngay).

**c) Sản phẩm:** HS nắm được các thông tin trong bài toán và dự đoán câu trả lời cho câu hỏi mở đầu theo ý kiến cá nhân.

##### **d) Tổ chức thực hiện:**

##### **Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV chiếu Slide dẫn dắt, đặt vấn đề qua bài toán mở đầu và yêu cầu HS thảo luận và nêu dự đoán (chưa cần HS giải):

+ “Một thiết bị trẻ kỹ thuật số lặp lại tín hiệu đầu vào bằng cách lặp lại tín hiệu đó trong một khoảng thời gian cố định sau khi nhận được tín hiệu. Nếu một thiết bị như vậy nhận được nốt thuần  $f_1(t) = 5\sin t$  và phát lại được nốt thuần  $f_2(t) = 5\cos t$  thì âm kết hợp là  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ , trong đó  $t$  là biến thời gian. Chứng tỏ rằng âm kết hợp viết được dưới dạng  $f(t) = k\sin(t + \varphi)$ , tức là âm kết hợp là một sóng âm hình sin. Hãy xác định biên độ âm  $k$  và pha ban đầu  $\varphi$  ( $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ ) của sóng âm.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm và thực hiện yêu cầu theo dẫn dắt của GV.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV gọi đại diện một số thành viên nhóm HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học mới: “Để giải quyết được bài toán mở đầu và biết được cách xử lý các bài toán tương tự cũng như mở rộng hơn, chúng ta cùng đi tìm hiểu phần nội dung ngày hôm nay, bài Công thức lượng giác”.

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. Công thức cộng.

#### Hoạt động 2.1. Nhận biết công thức cộng

##### a) Mục tiêu:

- Nhận biết được công thức cộng.

##### b) Nội dung:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

(giả thiết các biểu thức đều có nghĩa).

**c) Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức cộng để thực hành làm các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng.

##### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<p><b>Nhiệm vụ: Nhận biết công thức cộng.</b></p> <p>- GV hướng dẫn cho HS làm <b>HĐ1</b></p> <p>+ H1? Tính</p> <p style="text-align: center;"><math>a - b; \cos \frac{\pi}{4}; \cos \frac{\pi}{6}</math></p> <p>+ H2? chứng minh được ý a.</p> <p>Nhóm 1: làm ý b</p> <p>Nhóm 2: làm ý c theo hướng dẫn trong SGK – tr.17.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức cộng.</p> <p>- Chốt kiến thức và chuẩn hóa công thức.</p>

#### Hoạt động 2.2. Giải quyết VD1,2; Luyện tập 1 và bài toán vận dụng 1

##### a) Mục tiêu:

- Vận dụng được công thức cộng để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác, chứng minh đẳng thức lượng giác.

##### b) Nội dung:

**Ví dụ 1:** (SGK – tr.17). **Hướng dẫn giải** (SGK – tr.18).

**Ví dụ 2:** (SGK – tr.18). Hướng dẫn giải (SGK – tr.18).

**Luyện tập 1.**

a) Ta có:

$$\begin{aligned} VP &= \sqrt{2} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \left( \sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \sin x - \cos x = VT \text{ (đpcm)}. \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$VT = \tan \left( \frac{\pi}{4} - x \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan x} = VP$$

**Vận dụng 1**

Ta có:  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$   
 $= 5 \sin t + 5 \cos t = 5(\sin t + \cos t)$

Theo Ví dụ 2 trang 18 SGK Toán lớp 11 Tập 1, ta chứng minh được:

$$\sin t + \cos t = \sqrt{2} \sin \left( t + \frac{\pi}{4} \right)$$

Do đó,  $f(t) = 5\sqrt{2} \sin \left( t + \frac{\pi}{4} \right)$

Vậy âm kết hợp viết được dưới dạng  $f(t) = k \sin (t + \varphi)$ , trong đó biên độ âm  $k = 5\sqrt{2}$  và pha ban đầu của sóng âm là  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ .

<b>Chuyển giao</b>	<p><b>VD1</b></p> <p><b>H1?</b> <math>75^\circ; \frac{\pi}{12}</math> tách thành những góc đặc biệt nào?</p> <p><b>H2?</b> Sử dụng công thức cộng của cos và tan để tính toán.</p> <p><b>VD2</b></p> <p><b>H1?</b> Nghiên cứu lời giải SGK</p> <p><b>H2?</b> Sử dụng công thức nào</p> <p><b>Luyện tập 1</b></p> <p>Vận dụng VD1,2 vào giải quyết</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thực hiện cá nhân VD1;VD2</li> <li>- Nhóm 1: thực hiện Luyện tập 1a</li> <li>- Nhóm 2: Luyện tập 1b</li> <li>- Vận dụng 1: Gv phát vấn, học sinh trả lời</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ , hướng dẫn các nhóm</li> </ul>

<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân báo cáo * Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức cộng. - Chốt kiến thức và chuẩn hóa công thức.

### Hoạt động 2.3. Công thức nhân đôi

#### II. Công thức nhân đôi

##### a) Mục tiêu:

- Xây dựng được công thức nhân đôi từ công thức cộng.
- Vận dụng được công thức nhân đôi để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác, chứng minh đẳng thức lượng giác.

##### b) Nội dung:

###### \* Công thức nhân đôi:

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

###### \* Công thức hạ bậc:

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}; \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

c) **Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức nhân đôi để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 3, Luyện tập 2.

##### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<p>H1? Nêu công thức cộng. H2? Từ công thức cộng đối với sin và cos nếu thay <math>a = b</math> thì công thức thay đổi ra sao ?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\tan 2\alpha</math> cần điều kiện gì ?</li> <li>- Tính <math>\cos^2 \alpha</math>; <math>\sin^2 \alpha</math>; <math>\tan^2 \alpha</math>; Theo <math>\cos 2\alpha</math> ?</li> <li>- Thực hiện ví dụ 3</li> </ul> $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$ $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ <p>- Luyện tập 2</p> <p>Ta có: <math>\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} = \cos \left( 2 \cdot \frac{\pi}{8} \right)</math></p> $= 2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1$ <p>Suy ra <math>2 \cos^2 \frac{\pi}{8} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}</math>. Do đó:</p> $\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ <p>Vì <math>\cos \frac{\pi}{8} &gt; 0</math> nên suy ra <math>\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV phát vấn HS suy ra công thức hạ bậc</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở phần VD3

	- HĐ cặp đôi Luyện tập 2
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức nhân đôi. - Chốt kiến thức và chuẩn hóa công thức.

### 3. Hoạt động luyện tập

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức về công thức cộng, công thức nhân đôi thông qua một số bài tập.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các công thức cộng, công thức nhân đôi để thảo luận nhóm hoàn thành bài tập vào phiếu bài tập nhóm/ bảng nhóm.

c) **Sản phẩm học tập:** HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

d) **Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS về công thức lượng giác.

- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài theo nhóm từ **BT1.7 đến BT1.9** (SGK – tr21).

+ **Nhóm 1 +2: BT1.7**

+ **Nhóm 3+4: BT1.8**

+ **Nhóm 5+6: BT1.9**

- GV chiếu Slide cho HS củng cố kiến thức thông qua trò chơi trắc nghiệm. (HĐ Cá nhân)

**Câu 1.** Giá trị của biểu thức  $\cos \frac{\pi}{30} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{\pi}{5}$  là?

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Có bao nhiêu đẳng thức dưới đây là đồng nhất thức?

1)  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .    2)  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

3)  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .    4)  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ .

A. 1.                              B. 2.                              C. 3.                              D. 4.

**Câu 3.** Rút gọn  $M = \cos(a + b) \cos(a - b) - \sin(a + b) \sin(a - b)$ .

A.  $M = 1 - 2 \cos^2 a$ .                              B.  $M = 1 - 2 \sin^2 a$ .

C.  $M = \cos 4a$ .                                      D.  $M = \sin 4a$ .

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.

**Kết quả:**

**Bài 1.7.**

Ta có :

$$\begin{aligned} +) \sin 15^\circ &= \sin (45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +) \cos 15^\circ &= \cos (45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$+) \tan 15^\circ = \tan (45^\circ - 30^\circ) = \frac{(\tan 45^\circ - \tan 30^\circ)}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$+) \cot 15^\circ = \frac{1}{\tan 15^\circ} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

**Bài 1.8.**

a) Vì  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$  nên  $\cos a < 0$

Mặt khác, từ  $\sin a + \cos a = 1$  suy ra

$$\cos a = -\sqrt{1 - a} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



$$\text{Ta có : } \cos \left( a + \frac{\pi}{6} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{6}-1}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$$

$$\text{b) Vì } \pi < a < \frac{3\pi}{2} \text{ nên } \sin a < 0, \text{ do đó } \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} > 0$$

$$\text{Mặt khác từ } 1 + a = \frac{1}{a}$$

$$\text{Suy ra : } \tan a = \sqrt{\frac{1}{a} - 1} = \sqrt{\frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} - 1} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có : } \tan \left( a - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan a - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan a \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{1+2\sqrt{2} \cdot 1} = \frac{9-4\sqrt{2}}{7}$$

### Bài 1.9.

$$\text{a) Vì } \frac{\pi}{2} < a < \pi \text{ nên } \cos a < 0$$

mặt khác, từ  $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$  suy ra

$$\cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Ta có : } \sin 2a = 2 \sin a \cos a = \frac{2 \cdot 1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a = 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$$

$$\tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \frac{-\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{7}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\text{b) Ta có : } (\sin a + \cos a)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \sin^2 a + \cos^2 a + 2 \sin a \cos a = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2a = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < a < \frac{3\pi}{4} \text{ nên } \pi < 2a < \frac{3\pi}{2}, \text{ do đó } \cos 2a < 0.$$

Mặt khác từ  $\sin^2 2a + \cos^2 2a = 1$ . Ta có :

$$\cos 2a = -\sqrt{1 - \sin^2 2a} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{Do đó : } \tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \frac{-\frac{3}{4}}{-\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

### Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.
- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

## Tiết 2: CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG; TỔNG THÀNH TÍCH

### 1. Hoạt động 1. Khởi động

**a) Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú với nội dung bài học thông qua một tình huống liên quan đến Công thức lượng giác.

**b) Nội dung:** Viết công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức hạ bậc

**c) Sản phẩm:** HS nhớ được các công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức hạ bậc

**d) Tổ chức thực hiện:** GV gọi 2 HS lên bảng thi viết công thức nhanh, chính xác ( mỗi học sinh một công thức)

### 2. Hoạt động 2: Công thức biến đổi tích thành tổng

#### III. Công thức biến đổi tích thành tổng

##### a) Mục tiêu:

- Xây dựng được công thức biến đổi tích thành tổng.

- Vận dụng được công thức biến đổi tích thành tổng để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác

##### b) Nội dung:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$$

c) **Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức biến đổi tích thành tổng để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 4, Luyện tập 3.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<i>Chuyển giao</i>	<p>- GV hướng dẫn HS làm <b>HD3</b> để hình thành nên công thức biến đổi tích thành tổng.</p> <p><b>HD3:</b></p> <p><b>H1?</b> Nhắc lại công thức cộng lượng giác.  <math>\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b</math> (1);  <math>\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b</math> (2).</p> <p><b>H2?</b> Lấy (1) và (2) cộng vế theo vế ta được biểu thức như thế nào?          Từ đó suy ra : <math>\cos a \cos b</math></p> <p><b>H3?</b> Lấy (2) trừ vế theo vế cho (1), ta được biểu thức nào?          Từ đó suy ra: <math>\sin a \sin b</math></p> <p><b>H4?</b> Nhắc lại công thức cộng lượng giác.  <math>\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b</math> (3);  <math>\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b</math> (4).</p> <p><b>H5?</b> Lấy (3) và (4) cộng vế theo vế , ta được biểu thức nào :          Từ đó suy ra: <math>\sin a \cos b</math></p> <p><b>Ví dụ 4:</b> (SGK – tr.19).  <i>Hướng dẫn giải:</i> (SGK – tr.19).</p> <p><b>Luyện tập 3</b></p> <p>Ta có:</p> $A = \cos 75^\circ \cos 15^\circ$ $= \frac{1}{2} [\cos (75^\circ - 15^\circ) + \cos (75^\circ + 15^\circ)]$ $= \frac{1}{2} (\cos 60^\circ + \cos 90^\circ)$ $= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} + 0 \right) = \frac{1}{4}$ $B = \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}$ $= \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \frac{5\pi}{12} - \frac{7\pi}{12} \right) + \sin \left( \frac{5\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} \right) \right]$ $= \frac{1}{2} \left( \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) + \sin \pi \right)$ $= \frac{1}{2} \left( -\sin \frac{\pi}{6} + \sin \pi \right)$
--------------------	---

	$= \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} + 0 \right) = -\frac{1}{4}$ .
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HĐ cá nhân VD4</li> <li>- HĐ cặp đôi Luyện tập 3 : các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.</li> <li>Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.</li> <li>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng.

### 3. Hoạt động 3: Công thức biến đổi tổng thành tích.

#### IV. Công thức biến đổi tổng thành tích.

##### a) Mục tiêu:

- Xây dựng được công thức biến đổi tổng thành tích.
- Vận dụng được công thức biến đổi tổng thành tích để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác, những bài toán thực tế có liên quan.

##### b) Nội dung:

$$\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

**c) Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức biến đổi tích thành tổng để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 5, Luyện tập 4, Vận dụng 2.

##### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS thực hiện <b>HĐ4</b> làm theo hướng dẫn để xây dựng được công thức biến đổi tích thành tổng.</li> <li><b>H1.</b> Nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng?</li> <li><b>H2.</b> Từ các công thức biến đổi tích thành tổng ở trên .Nếu đặt <math>\begin{cases} a+b=u \\ a-b=v \end{cases}</math></li> <li><b>Ví dụ 5:</b> (SGK – tr.20).</li> <li><b>Hướng dẫn giải:</b> (SGK – tr.20).</li> <li><b>Câu hỏi</b></li> <li>a) <math>\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x</math></li> <li><math>= (\cos 4x + \cos x) + (\cos 3x + \cos 2x)</math></li> <li><math>= 2 \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + 2 \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}</math></li> </ul>
--------------------	--

$$= 2\cos \frac{5x}{2} \left( \cos \frac{3x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)$$

$$= 4\cos \frac{5x}{2} \cos x \cos \frac{x}{2}$$

$$= 4\cos x \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

b)  $\sin a + \sin b + \sin (a + b)$

$$= 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$= 2\sin \frac{a+b}{2} \left( \cos \frac{a-b}{2} + \cos \frac{a+b}{2} \right)$$

$$= 2\sin \frac{a+b}{2} \cdot 2\cos \frac{a}{2} \cos \left( -\frac{b}{2} \right)$$

$$= 4\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2}$$

#### Luyện tập 4

Ta có:  $B = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9}$

$$= \left( \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9} \right) + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2\cos \frac{\frac{\pi}{9} + \frac{11\pi}{9}}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{9} - \frac{11\pi}{9}}{2} + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2\cos \frac{2\pi}{3} \cos \left( -\frac{5\pi}{9} \right) + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2\cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2 \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= -\cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} = 0$$

#### Vận dụng 2



Hình 1.13

Quan sát Hình 1.13, ta nhận thấy khi nhấn phím 4, âm thanh được tạo ra có tần

số thấp  $f_1 = 770 \text{ Hz}$  và tần số cao  $f_2 = 1209 \text{ Hz}$ .

	<p>Khi đó, hàm số mô hình hóa âm thanh được tạo ra khi nhấn phím 4 là:</p> $y = \sin(2\pi \cdot 770t) + \sin(2\pi \cdot 1209t)$ <p>hay:</p> $y = \sin(1540\pi t) + \sin(2418\pi t).$ <p>Ta có:</p> $\begin{aligned} & \sin(1540\pi t) + \sin(2418\pi t) \\ &= 2\sin \frac{1540\pi t + 2418\pi t}{2} \cos \frac{1540\pi t - 2418\pi t}{2} \\ &= 2\sin(1979\pi t) \cos(-439\pi t) \\ &= 2\sin(1979\pi t) \cos(439\pi t) \end{aligned}$ <p>Vậy ta có hàm số:</p> $y = 2\sin(1979\pi t) \cos(439\pi t).$
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HĐ Cá nhân Ví dụ 5</li> <li>- HĐ cặp đôi Luyện tập 4 các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.</li> <li>- GV hướng dẫn Vận dụng 2</li> <li>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng.

### 3. Hoạt động luyện tập

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức về công thức biến đổi tổng thành tích, tích thành tổng

**b) Nội dung:** HS vận dụng các công thức biến đổi tổng thành tích, tích thành tổng để thảo luận nhóm hoàn thành bài tập vào phiếu bài tập nhóm/ bảng nhóm

**c) Sản phẩm học tập:** HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

**d) Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS về

- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài theo nhóm **bài BT1.10 và BT1.11** (SGK – tr 12).

+ Nhóm 1 +2: **BT1.10a**

+ Nhóm 3+4: **BT1.10b**

+ Nhóm 5+6: **BT1.11**

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.

**Kết quả:**

**Bài 1.10.**

$$a) A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cos \frac{\pi}{15} + \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{\sin \left( \frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{10} \right)}{\cos \left( \frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{5} \right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

b) Ta có :

$$\begin{aligned}
B &= \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32}\right) \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \\
&= \frac{1}{2} \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{32}\right) \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \\
&= \frac{1}{4} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{8} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \\
&= \frac{1}{8} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{16}
\end{aligned}$$

### Bài 1.11.

$$\begin{aligned}
\text{Ta có: } \sin(a+b) \sin(a-b) &= \frac{1}{2} [\cos(a+b-a+b) - \cos(a+b+a-b)] \\
&= \frac{1}{2} [\cos 2b - \cos 2a] = \frac{1}{2} [(2 \cos^2 b - 1) - (2 \cos^2 a - 1)] \\
&= \cos^2 b - \cos^2 a
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \sin(a+b) \sin(a-b) = \cos^2 b - \cos^2 a \quad (1)$$

Lại có :

$$\cos 2b - \cos 2a = (1 - 2 \sin^2 b) - (1 - 2 \sin^2 a) = 2(\sin^2 a - \sin^2 b)$$

$$\text{Do đó : } \frac{1}{2} [\cos 2b - \cos 2a] = \frac{1}{2} \cdot 2(\sin^2 a - \sin^2 b) = \sin^2 a - \sin^2 b$$

$$\text{Vậy } \sin(a+b) \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b \quad (2)$$

Từ (1)(2) suy ra :

$$\sin(a+b) \sin(b+a) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a \quad (\text{đpcm}).$$

### Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.
- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

### 4. Hoạt động vận dụng

#### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng thực tế để nắm vững kiến thức.
- HS thấy sự gần gũi toán học trong cuộc sống, vận dụng kiến thức vào thực tế, rèn luyện tư duy toán học qua việc giải quyết vấn đề toán học

**b) Nội dung:** HS vận dụng tính chất của công thức lượng giác, trao đổi và thảo luận hoàn thành các bài toán theo yêu cầu của GV.

**c) Sản phẩm:** HS hoàn thành các bài tập được giao.

#### d) Tổ chức thực hiện:

##### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS làm bài tập **1.12, 1.13** cho HS sử dụng kỹ thuật chia sẻ cặp đôi để trao đổi và kiểm tra chéo đáp án.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS thực hiện hoàn thành bài tập được giao và trao đổi cặp đôi đối chiếu đáp án.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV mời đại diện một vài HS trình bày miệng.

### Kết quả:

#### Bài 1.12.

a) Định lí sin trong tam giác ABC với  $BC = a, AC = b$  và  $AB = c$  là:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Từ đó suy ra  $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$

$$\text{Diện tích tam giác ABC là: } S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a \sin B}{\sin A} \cdot \sin C = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$\text{b) Ta có: } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C})$$

$$= 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

$$\text{Ta có: } S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A} = \frac{12^2 \sin 75^\circ \sin 45^\circ}{2 \sin 60^\circ}$$

$$= 144 \cdot \frac{\frac{1}{2} [\cos(75^\circ - 45^\circ) - \cos(75^\circ + 45^\circ)]}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{72(\cos 30^\circ - \cos 120^\circ)}{\sqrt{3}} = \frac{72\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)}{\sqrt{3}} = 36 + 12\sqrt{3}$$

Vậy diện tích  $\Delta ABC$  là  $36 + 12\sqrt{3}$

**Bài 1.13.**

Dao động tổng hợp  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$$\text{Suy ra } x(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 2 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \right]$$

$$= 2 \cdot 2 \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)}{2} \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) - \left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)}{2}$$

$$= 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) \cos \frac{\pi}{4} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right)$$

Vậy dao động tổng hợp có phương trình là  $x(t) = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right)$  với biên độ  $A = 2\sqrt{2}$  và pha ban đầu ;à  $\varphi = -\frac{\pi}{12}$ .

**Bước 4: Kết luận, nhận định:**

- GV nhận xét, đánh giá khả năng vận dụng làm bài tập, chuẩn kiến thức và lưu ý thái độ tích cực khi tham gia hoạt động và lưu ý lại một lần nữa các lỗi sai hay mắc phải cho học sinh.

**\* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài
- Ôn tập lại các bài tập đã chữa
- Chuẩn bị bài sau “**Bài 3. Hàm số lượng giác**”.

**Trường:**  
**Tổ :**

Họ và tên giáo viên :

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**  
Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11  
Thời gian thực hiện: (02 tiết)

## **I. MỤC TIÊU:**

### **1. Kiến thức, kĩ năng:**

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được các khái niệm về hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.
- Nhận biết được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.
- Nhận biết được định nghĩa các hàm số lượng giác (HSLG)  $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$  thông qua đường tròn lượng giác.
- Mô tả được bảng giá trị của bốn HSLG đó trên một chu kì.
- Vẽ được đồ thị của các hàm số  $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ .
- Giải thích được: tập xác định; tập giá trị; tính chất chẵn, lẻ; tính tuần hoàn, chu kì; khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số  $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$  dựa vào đồ thị.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với HSLG.

### **2. Năng lực**

#### **Năng lực chung:**

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

#### **Năng lực riêng:**

- Tư duy và lập luận toán học: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.
- Mô hình hóa toán học, giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn gắn với hàm số lượng giác.
- Giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

### **3. Phẩm chất**

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.



## II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. **Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

## III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

### A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

#### a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) **Nội dung:** HS đọc bài toán mở đầu và thực hiện bài toán dưới sự dẫn dắt của GV (HS chưa cần giải bài toán ngay).

c) **Sản phẩm:** HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: hàm số lượng giác.

#### d) Tổ chức thực hiện:

##### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

*Giả sử vận tốc  $v$  (tính bằng lít/giây) của luồng khí trong một chu kì hô hấp (tức là thời gian từ lúc bắt đầu của một nhịp thở đến khi bắt đầu của nhịp thở tiếp theo) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi được cho bởi công thức:  $v = 0,85 \frac{\pi t}{3}$  trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây). Hãy tìm thời gian của một chu kì hô hấp đầy đủ và số chu kì hô hấp trong một phút của người đó.*

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Bài mới: **Hàm số lượng giác.**

### B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

#### TIẾT 1

##### Hoạt động 1: Định nghĩa hàm số lượng giác.

#### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được khái niệm hàm số lượng giác;

- Nắm được tập xác định của các hàm số lượng giác.

#### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ 1; Ví dụ 1; Luyện tập 1.

c) **Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS trình bày được định nghĩa về các hàm số lượng giác và tìm được tập xác định của những hàm số đó.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN																				
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV chỉ định 1 HS nhắc lại <i>cách sử dụng MTCT để tính toán số đo của góc lượng giác?</i> Từ đó HS có thể làm được <b>HD1</b>.</li> <li>+ GV mời một số HS đọc kết quả tính được trong bảng ở HD1.</li> <li>+ GV nhận xét và chốt đáp án.</li> <li>- GV cho học sinh đọc ĐN sách giáo khoa.</li> <li>- GV ghi tóm tắt kiến thức trọng tâm lên bảng cho HS.</li> <li>- GV cho HS đọc – hiểu phần <b>Ví dụ 1</b> sau đó:</li> <li>+ GV mời 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách thực hiện.</li> <li>+ GV trình bày chi tiết và giảng lại cho HS nắm được cách tìm tập xác định của một hàm số.</li> <li>- GV cho HS tự thực hiện <b>Luyện tập 1</b> sau đó mời 1 HS lên bảng làm bài.</li> <li>+ GV mời 1 HS khác nhận xét bài làm của bạn.</li> <li>+ GV chốt đáp án cho HS.</li> </ul> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.</li> <li>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Định nghĩa các hàm số lượng giác.</li> <li>+ Tập xác định của hàm số lượng giác.</li> </ul>	<p><b>1. Định nghĩa hàm số lượng giác</b></p> <p><b>HD1:</b></p> <table border="1" data-bbox="770 389 1449 678"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>sin x</th> <th>cos x</th> <th>tan x</th> <th>cot x</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\frac{\pi}{6}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td><math>\sqrt{3}</math></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>KXD</td> </tr> <tr> <td><math>-\frac{\pi}{2}</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>KXD</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Định nghĩa: ( SGK)</b></p> <p><i>Ví dụ 1: (SGK – tr.23).</i></p> <p><i>Hướng dẫn giải (SGK – tr.23).</i></p> <p><b>Luyện tập 1</b></p> <p>Biểu thức <math>\frac{1}{\sin x}</math> có nghĩa khi <math>\sin x \neq 0</math>, tức là:</p> $x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ <p>Vậy tập xác định của hàm số <math>y = \frac{1}{\sin x}</math> là</p> $\mathbb{R} \setminus \{k\pi   k \in \mathbb{Z}\}.$	x	sin x	cos x	tan x	cot x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	0	0	1	0	KXD	$-\frac{\pi}{2}$	-1	0	KXD	0
x	sin x	cos x	tan x	cot x																	
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$																	
0	0	1	0	KXD																	
$-\frac{\pi}{2}$	-1	0	KXD	0																	

## Hoạt động 2: Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.

### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết định nghĩa hàm số chẵn và hàm số lẻ.
- HS phát biểu được tính chẵn lẻ của hàm số.
- HS nắm được thế nào là một hàm số tuần hoàn.
- Xử lý được một số bài toán có liên quan.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ2, 3; Ví dụ 3; Luyện tập 3.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ và hàm số tuần hoàn. HS làm được các HĐ, ví dụ và luyện tập trong phần này.

### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p><i>Nhiệm vụ 1: Hàm số chẵn, hàm số lẻ</i></p> <p>- GV cho HS thực hiện lần lượt các yêu cầu trong phần <b>HĐ2</b> để nhận biết mối quan hệ giữa tính chẵn lẻ của hàm số và tính đối xứng của đồ thị hàm số chẵn lẻ.</p> <p>+ GV gọi 3 HS đứng tại chỗ trình bày câu trả lời.</p> <p>+ GV nhận xét, trình bày lên bảng cho HS ghi bài.</p> <p>+ GV mời 1 HS đọc phần khung kiến thức trọng tâm.</p> <p>+ GV ghi bảng phần định nghĩa hàm số chẵn, lẻ cho HS ghi bài.</p> <p>+ GV chỉ định 1 HS nêu phỏng đoán, suy nghĩ của mình về cách vẽ.</p> <p>+ GV nêu phần <b>Nhận xét</b> cho HS.</p> <p>- GV cho HS đọc hiểu phần <b>Ví dụ 2</b> và trình bày, giải thích lại.</p> <p>- GV cho HS hoạt động nhóm đôi phần <b>Luyện tập 2</b> và yêu cầu 1 HS lên bảng trình bày lời giải.</p> <p>+ HS dưới lớp nhận xét bài làm và đối chiếu kết quả.</p> <p>+ GV chốt đáp án cho HS.</p>	<p><b>1. Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn</b></p> <p><b>a) Hàm số chẵn, hàm số lẻ</b></p> <p><b>HĐ2: ( SGK)</b></p> <p><b>Định nghĩa:</b></p> <p>Cho hàm số <math>y = f(x)</math> có tập xác định là <math>D</math>.</p> <p>+ Hàm số <math>f(x)</math> được gọi là hàm số chẵn nếu <math>\forall x \in D</math> thì <math>-x \in D</math> và <math>f(-x) = f(x)</math>.</p> <p>Đồ thị của một hàm số chẵn nhận trục tung là trục đối xứng.</p> <p>+ Hàm số <math>f(x)</math> được gọi là hàm số lẻ nếu <math>\forall x \in D</math> thì <math>-x \in D</math> và <math>f(-x) = -f(x)</math>.</p> <p>Đồ thị của một hàm số lẻ nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng.</p> <p><b>Nhận xét : SGK</b></p> <p><b>Ví dụ 2: (SGK – tr.24).</b></p> <p><i>Hướng dẫn giải (SGK – tr.24).</i></p> <p><b>Luyện tập 2.</b></p> <p>Biểu thức <math>\frac{1}{x}</math> có nghĩa khi <math>x \neq 0</math>.</p> <p>Suy ra tập xác định của hàm số <math>g(x) = \frac{1}{x}</math> là <math>D = \mathbb{R} \setminus \{0\}</math>.</p> <p>Do đó, nếu <math>x</math> thuộc tập xác định <math>D</math> thì <math>-x</math> cũng thuộc tập xác định <math>D</math>.</p> <p>Ta có: <math>g(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -g(x), \forall x \in D</math></p>

### Nhiệm vụ 2: Hàm số tuần hoàn

- GV yêu cầu một số HS nhắc lại *giá trị lượng giác của các góc lượng giác*? Đề thực hiện **HD3** theo 4 nhóm:

+ HS thực hiện phân tích và so sánh theo 4 nhóm.

+ GV mời đại diện 4 HS của 4 nhóm lên bảng trình bày đáp án.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

- GV viết **Định nghĩa** hàm số tuần hoàn trong khung kiến thức lên bảng và yêu cầu HS ghi cẩn thận vào vở.

- GV cho HS làm phần **Câu hỏi SGK** – tr.24

+ GV mời 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS còn lại lắng nghe và nhận xét.

+ GV chốt đáp án cho HS.

- GV giới thiệu cách vẽ đồ thị của hàm số tuần hoàn bằng cách phát biểu phần **Nhận xét**.

- GV hướng dẫn giải chi tiết cho HS phần **Ví dụ 3** để HS hiểu được cách làm bài.

- GV nêu và nhấn mạnh phần **Chú ý** cho HS.

- GV cho HS làm **Luyện tập 3**, sau đó chỉ định 1 HS lên bảng giải.

+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS làm bài.

+ GV mời 1 HS khác nhận xét bài làm của bạn.

+ GV chốt đáp án.

### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

### Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Tính chẵn lẻ của hàm số và hàm số tuần hoàn.

Vậy  $g(x) = \frac{1}{x}$  là hàm số lẻ.

### b) Hàm số tuần hoàn

#### HD3 ( SGK)

#### Định nghĩa

Hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định  $D$  được gọi là **hàm số tuần hoàn** nếu tồn tại số  $T \neq 0$  sao cho với mọi  $x \in D$  ta có:

i)  $x + T \in D$  và  $x - T \in D$

ii)  $f(x + T) = f(x)$

Số  $T$  dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kỳ** của hàm số tuần hoàn đó.

#### Nhận xét: (SGK)

**Ví dụ 3:** (SGK – tr.25).

**Hướng dẫn giải** (SGK – tr.25).

#### Chú ý

Tổng quát, người ta chứng minh được các hàm số  $y = A \cdot \sin \omega x$  và  $y = A \cdot \cos \omega x$  ( $\omega > 0$ ) là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

#### Luyện tập 3

Biểu thức  $\tan 2x$  có nghĩa khi:

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra hàm số  $y = \tan 2x$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Với mọi số thực  $x$ , ta có:

$$+) x - \frac{\pi}{2} \in D, x + \frac{\pi}{2} \in D$$

$$+) \tan 2 \left( x + \frac{\pi}{2} \right) = \tan(2x + \pi) = \tan 2x$$

Vậy  $y = \tan 2x$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{\pi}{2}$ .

Lưu ý đến: cách vẽ đồ thị các hàm số chẵn, lẻ và tuần hoàn.

### Hoạt động 3: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \sin x$ .

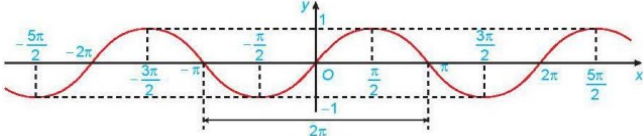
#### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y = \sin x$ .

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ4; Ví dụ 4; Luyện tập 4; Vận dụng 1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số  $y = \sin x$  và tính chất của nó.

#### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN																														
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS làm phần <b>HĐ4</b></li> <li>+ HĐ4 a: GV yêu cầu 1 HS nhắc lại <i>cách xác định tính chẵn, lẻ của hàm số?</i></li> <li>+ HĐ4 b: HS có thể sử dụng MTCT để tính toán các giá trị.</li> <li>+ HĐ4 c: GV hướng dẫn cho HS cách vẽ hình dựa trên các giá trị đặc biệt ở câu b.</li> <li>+ GV cho HS suy nghĩ làm bài và mời 1 HS lên bảng làm phần a, 1 HS đứng tại chỗ nêu đáp án.</li> <li>+ GV nhận xét và chốt đáp án.</li> <li>- GV hướng dẫn HS làm <b>Ví dụ 4</b> để cho HS biết cách sử dụng đồ thị hàm số để giải phương trình <math>\sin x = 0</math> và bất phương trình <math>\sin x &gt; 0</math>.</li> <li>- GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần <b>Luyện tập 4</b>.</li> <li>+ HS trao đổi, đưa ra đáp án và đối chiếu với nhau.</li> <li>+ GV mời 1 HS lên bảng làm bài.</li> </ul>	<p><b>1. Đồ thị và tính chất của hàm số <math>y = \sin x</math>.</b></p> <p><b>HĐ4.</b></p> <p>Ta hoàn thành được bảng như sau:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;"><math>-\pi</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{3\pi}{4}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\pi}{2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\pi}{4}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">sin x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\pi}{4}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\pi}{2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3\pi}{4}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">sin x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;"><math>\pi</math></td> <td colspan="3"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">sin x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td colspan="3"></td> </tr> </tbody> </table> <p>c) Bằng cách làm tương tự câu b cho các đoạn khác có độ dài bằng chu kỳ <math>T = 2\pi</math>, ta được đồ thị của hàm số <math>y = \sin x</math> như hình dưới đây.</p>  <p><b>Kết luận:</b></p> <p>Hàm số <math>y = \sin x</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Có tập xác định là <math>\mathbb{R}</math> và tập giá trị là <math>[-1; 1]</math>.</li> <li>+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ <math>2\pi</math>.</li> <li>+ Đồng biến trên mỗi khoảng:</li> </ul>	x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	sin x	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	sin x	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	x	$\pi$				sin x	0			
x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$																											
sin x	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$																											
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$																											
sin x	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$																											
x	$\pi$																														
sin x	0																														

+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS làm bài.

+ GV nhận xét bài làm và chuẩn hóa đáp án.

- GV cho HS làm phần **Vận dụng 1**

+ HS suy nghĩ và làm bài, GV yêu cầu 2 HS lên bảng làm bài.

+ GV nhận xét, chốt đáp án và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS.

### **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

### **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Đồ thị của hàm số  $y = \sin x$ , và các tính chất của hàm số  $y = \sin x$ .

$$\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$$

+ Nghịch biến trên mỗi khoảng:

$$\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$$

+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ và gọi là một đường hình *sin*.

*Ví dụ 4: (SGK – tr.26)*

*Hướng dẫn giải (SGK – tr.26).*

### **Luyện tập 4**

Ta có:  $-1 \leq \sin x \leq 1$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Suy ra  $2 \cdot (-1) \leq 2 \sin x \leq 2 \cdot 1$ ; hay:

$-2 \leq 2 \sin x \leq 2$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy hàm số  $y = 2 \sin x$  có tập giá trị là  $[-2; 2]$ .

### **Vận dụng 1**

a) Thời gian của một chu kì hô hấp đầy đủ chính là một chu kì tuần hoàn của hàm  $v(t)$  và là:  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$  (giây).

Ta có: 1 phút = 60 giây.

Do đó, số chu kì hô hấp trong một phút của người đó là  $\frac{60}{6} = 10$  (chu kì).

b) Ta có:  $v = 0,85 \sin \frac{\pi t}{3}$

+)  $v > 0$  khi  $0,85 \sin \frac{\pi t}{3} > 0 \Leftrightarrow \sin \frac{\pi t}{3} > 0$

Mà  $-1 \leq \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Do đó,

$0 < \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$ .

+)  $v < 0$  khi  $0,85 \sin \frac{\pi t}{3} < 0 \Leftrightarrow \sin \frac{\pi t}{3} < 0$

Mà  $-1 < \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Do đó,

$-1 \leq \sin \frac{\pi t}{3} < 0$ .

+) Với  $t \in (0; 3)$  ta có  $0 < \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$ .

+) Với  $y \in (3; 5]$  ta có  $-1 \leq \sin \frac{\pi t}{3} < 0$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây,

khoảng thời điểm sau 0 giây đến trước 3 giây thì người đó hít vào và khoảng thời điểm sau 3 giây đến 5 giây thì người đó thở ra.

## TIẾT 2:

### Hoạt động 4: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cos x$ .

#### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, tuần hoàn, khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y = \cos x$ .

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HD5; Ví dụ 5; Luyện tập 5; Vận dụng 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số  $y = \cos x$  và tính chất của nó.

#### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn, đặt câu hỏi cho HS làm HD5</li> <li>+ GV nhận xét bài làm và chuẩn hóa đáp án.</li> <li>- GV nêu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS.</li> <li>- GV hướng dẫn HS thực hiện Ví dụ 5</li> <li>+ HS suy nghĩ làm bài theo cặp.</li> <li>+ GV mời 1 cặp HS ngẫu nhiên lên bảng trình bày.</li> <li>+ GV đi kiểm tra một số HS làm bài.</li> <li>+ GV cho nhận xét và chốt đáp án bài làm.</li> <li>- GV cho HS tự thảo luận và làm bài Luyện tập 5</li> <li>+ GV chỉ định 1 HS đứng tại chỗ trình bày hướng giải bài toán này.</li> <li>+ GV mời 1 HS lên bảng trình bày bài giải.</li> <li>+ GV nhận xét và chốt đáp án.</li> <li>- GV cho HS thảo luận nhóm Vận dụng 2, với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp.</li> <li>+ Các nhóm trao đổi, suy nghĩ và thực hiện bài toán.</li> </ul>	<p><b>1. Đồ thị và tính chất của hàm số <math>y = \cos x</math></b></p> <p><b>HD5: (SGK)</b></p> <p><b>Kết luận</b></p> <p>Hàm số <math>y = \cos x</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Có tập xác định là <math>\mathbb{R}</math> và tập giá trị là <math>[-1; 1]</math>;</li> <li>+ Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kỳ <math>2\pi</math>.</li> <li>+ Đồng biến trên mỗi khoảng: <math>(-\pi + k2\pi; k2\pi)</math> và nghịch biến trên mỗi khoảng <math>(k2\pi; \pi + k2\pi)</math>, <math>k \in \mathbb{Z}</math>.</li> <li>+ Có đồ thị là một đường hình sin đối xứng qua trục tung.</li> </ul> <p><b>Ví dụ 5: (SGK – tr.27).</b></p> <p>Hướng dẫn giải (SGK – tr.27)</p> <p><b>Luyện tập 5</b></p> <p>Ta có: <math>-1 \leq \cos x \leq 1</math> với mọi <math>x \in \mathbb{R}</math></p> <p>Suy ra: <math>(-3) \cdot (-1) \geq -3 \cos x \geq (-3) \cdot 1</math></p> <p>Hay: <math>-3 \leq -3 \cos x \leq 3</math> với mọi <math>x \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>Vậy hàm số <math>y = -3 \cos x</math> có tập giá trị là <math>[-3; 3]</math>.</p> <p><b>Vận dụng:</b></p> <p>a) Phương trình tổng quát của vật dao động điều hòa là: <math>x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)</math></p>

<p>+ Mỗi nhóm cử 1 đại diện để phát biểu đáp án. GV nhận xét cho HS và chốt đáp án.</p> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <p>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.</p> <p>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</p> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <p>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</p> <p>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</p> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:</p> <p>+ Đồ thị của hàm số <math>y = \cos x</math>, và các tính chất của hàm số <math>y = \cos x</math>.</p>	<p>So sánh với phương trình đã cho:</p> $x(t) = -5\cos(4\pi t)$ <p>Ta có thể suy ra: <math>A = 5</math>; <math>\omega = 4\pi</math>; <math>\varphi = \pi</math>.</p> <p>Vậy, biên độ của dao động là 5 cm và pha ban đầu là <math>\pi</math> radian.</p> <p>b) Thay <math>t = 2</math> vào phương trình tổng quát của vật dao động điều hòa: <math>x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)</math></p> $x(2) = 5\cos(4\pi \cdot 2 + \pi)$ $= 5\cos(8\pi + \pi) = 5\cos(9\pi)$ <p>+ Để tính giá trị của <math>\cos(9\pi)</math>, ta biết rằng:</p> <p><math>\cos \pi = -1</math>, <math>\cos 2\pi = 1</math>. Vì chu kỳ của <math>\cos</math> là <math>2\pi</math>, nên <math>\cos 9\pi</math> sẽ có giá trị giống như <math>\cos \pi</math>, tức là <math>-1</math>.</p> <p>Vậy, <math>x(2) = -5</math>.</p> <p>+ Ta có:</p> $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ <p>Số lần vật thực hiện được dao động toàn phần trong 2 giây là <math>\frac{2}{\frac{1}{2}} = 4</math>.</p> <p>Vậy, vật thực hiện được 4 dao động toàn phần trong khoảng thời gian 2 giây.</p>
---	---

### Hoạt động 5: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \tan x$ .

#### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, tuần hoàn và khoảng đồng biến của hàm số  $y = \tan x$ .

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ6; Ví dụ 6; Luyện tập 6.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số  $y = \tan x$  và tính chất của nó.

#### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN					
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện HĐ6 và hướng dẫn HS vẽ đồ thị của hàm số <math>y = \tan x</math>.</p> <p>+ Các HĐ6a và b HS tự thực hiện. GV quan sát và trợ giúp học sinh nếu HS cần.</p> <p>+ GV yêu cầu 2 HS trình bày câu trả lời cho</p>	<p><b>1. Đồ thị và tính chất của hàm số <math>y = \tan x</math></b></p> <p><b>HĐ6</b></p> <p>ta hoàn thành được bảng như sau:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\pi}{3}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\pi}{4}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\frac{\pi}{6}</math></td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	x	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0
x	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0		



câu a và b.

+ GV hướng dẫn HS cách vẽ đồ thị hàm số  $y = \tan x$  chi tiết.

+ GV chỉ định một HS đứng tại chỗ trả lời các câu hỏi HĐ5c về các tính chất cơ bản của hàm  $y = \tan x$ .

+ GV chính xác hóa câu trả lời của HS bằng cách nêu phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS quan sát, đọc – hiểu **Ví dụ 6**, sau đó chỉ định 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách thực hiện.

Sau đó GV chính xác hóa câu trả lời.

- GV yêu cầu HS thảo luận với bạn cùng bàn về phần **Luyện tập 6**.

+ HS suy nghĩ, tranh luận và đưa ra đáp án.

+ GV nhận xét và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

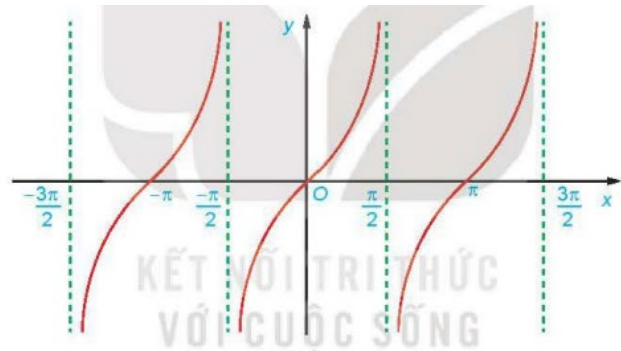
**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Đồ thị của hàm số  $y = \tan x$ , và các tính chất của hàm số  $y = \tan x$ .

$\tan x$	$-\sqrt{3}$	$-1$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$0$
$x$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	
$\tan x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$1$	$\sqrt{3}$	

c)

Đồ thị hàm số:



**Kết luận**

Hàm số  $y = \tan x$ :

+ Có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$  và tập giá trị là  $\mathbb{R}$ ;

+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì  $\pi$ ;

+ Đồng biến trên mỗi khoảng:

$$\left( -\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z};$$

+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

**Ví dụ 6:** (SGK – tr.29).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.9).

**Luyện tập 6**

Hàm số  $y = \tan x$  nhận giá trị âm ứng với phần đồ thị nằm dưới trục hoành. Từ đồ thị ở Hình 1.16 ta suy ra trên đoạn  $\left[ -\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$  thì  $y < 0$  khi  $x \in \left( -\frac{\pi}{2}; 0 \right) \cup \left( \frac{\pi}{2}; \pi \right)$ .

## Hoạt động 6: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cot x$ .

### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, tuần hoàn và khoảng đồng biến của hàm số  $y = \cot x$ .

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ7; Ví dụ 7; Luyện tập 7.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số  $y = \cot x$  và tính chất của nó.

### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện <b>HĐ7</b> tương tự như các HĐ trên.</p> <p>+ GV quan sát, kiểm tra và hỗ trợ những HS yếu, kém phần a và b.</p> <p>→ GV mời 2 HS trình bày câu trả lời của mình. GV nhận xét và chốt đáp án.</p> <p>+ GV vẽ đồ thị <math>y = \cot x</math> lên bảng và giảng giải lại phần HĐ7a, b cho HS.</p> <p>+ HS ghi vào vào vở.</p> <p>+ GV mời 1 HS quan sát hình ảnh và trả lời các câu hỏi về tính chất cơ bản của hàm số <math>y = \cot x</math>.</p> <p>→ GV chính xác hóa câu trả lời bằng phần <b>Kết luận</b> trong khung kiến thức trọng tâm.</p> <p>- GV cho HS quan sát đồ thị hình 1.17 và tự suy nghĩ và thực hiện <b>Ví dụ 7</b>.</p> <p>+ GV mời 2 HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.</p> <p>+ GV mời những HS khác để nhận xét câu trả lời của HS.</p> <p>+ GV chốt đáp án.</p> <p>- GV mời 1 HS lên bảng làm <b>Luyện tập 7</b>.</p> <p>+ GV nhận xét đáp án của HS và chốt đáp án.</p> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <p>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.</p> <p>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</p>	<p><b>1. Đồ thị và tính chất của hàm số <math>y = \cot x</math>.</b></p> <p><b>HĐ7</b></p> <p><b>Kết luận</b></p> <p>Hàm số <math>y = \cot x</math>:</p> <p>+ Có tập xác định là <math>\mathbb{R} \setminus \{k\pi   k \in \mathbb{Z}\}</math> và tập giá trị là <math>\mathbb{R}</math>;</p> <p>+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ <math>\pi</math>;</p> <p>+ Nghịch biến trên mỗi khoảng <math>(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}</math>;</p> <p>+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.</p> <p><b>Ví dụ 7:</b> (SGK – tr.30).</p> <p>Hướng dẫn giải (SGK – tr.30).</p> <p><b>Luyện tập 7</b></p> <p>Hàm số <math>y = \cot x</math> nhận giá trị dương ứng với phần đồ thị nằm trên trục hoành. Từ đồ thị ở Hình 1.17 ta suy ra trên đoạn <math>\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]</math> thì <math>y &gt; 0</math> khi <math>x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)</math>.</p>

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Đồ thị của hàm số  $y = \cot x$ , và các tính chất của hàm số  $y = \cot x$ .

**C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.15; 1.16; 1.17; 1.18.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về tìm tập xác định; tính chẵn, lẻ; tập giá trị của hàm số lượng giác.

d) **Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện nhóm đôi làm bài Bài 1.15; 1.16; 1.17; 1.18

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.
- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:**

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

**Kết quả:****Bài 1.15**

a) Biểu thức  $\frac{1-\cos x}{\sin x}$  có nghĩa khi  $\sin x \neq 0$ , tức là  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \frac{1-\cos x}{\sin x}$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

b) Biểu thức  $\sqrt{\frac{1+\cos x}{2-\cos x}}$  có nghĩa khi  $\begin{cases} \frac{1+\cos x}{2-\cos x} \geq 0 \\ 2-\cos x \neq 0 \end{cases}$

Vì  $-1 \leq \cos x \leq 1$ , nên  $1 + \cos x \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $2 - \cos x \geq 1 > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ,

Do đó,  $2 - \cos x \neq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $\frac{1+\cos x}{2-\cos x} \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2-\cos x}}$  là  $D = \mathbb{R}$ .

### Bài 1.16

a) Biểu thức  $\sin 2x + \tan 2x$  có nghĩa khi  $\cos 2x \neq 0$  (do  $\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ ), tức là :

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra tập xác định của hàm số  $y = f(x) = \sin 2x + \tan 2x$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Do đó, nếu  $x$  thuộc tập xác định  $D$  thì  $-x$  cũng thuộc tập xác định  $D$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(-x) &= \sin(-2x) + \tan(-2x) = -\sin 2x - \tan 2x \\ &= -(\sin 2x + \tan 2x) = -f(x), \forall x \in D. \end{aligned}$$

Vậy  $y = \sin 2x + \tan 2x$  là hàm số lẻ.

b) Tập xác định của hàm số  $y = f(x) = \cos x + \sin^2 x$  là  $D = \mathbb{R}$ .

Do đó, nếu  $x$  thuộc tập xác định  $D$  thì  $-x$  cũng thuộc tập xác định  $D$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(-x) &= \cos(-x) + \sin^2(-x) = \cos x + (-\sin x)^2 \\ &= \cos x + \sin^2 x = f(x), \forall x \in D. \end{aligned}$$

Vậy  $y = \cos x + \sin^2 x$  là hàm số chẵn.

c) Tập xác định của hàm số  $y = f(x) = \sin x \cos 2x$  là  $D = \mathbb{R}$ .

Do đó, nếu  $x$  thuộc tập xác định  $D$  thì  $-x$  cũng thuộc tập xác định  $D$ .

$$\text{Ta có: } f(-x) = \sin(-x) \cdot \cos(-2x) = -\sin x \cdot \cos 2x = -f(x), \forall x \in D.$$

Vậy  $y = \sin x \cos 2x$  là hàm số lẻ.

d) Tập xác định của hàm số  $y = f(x) = \sin x + \cos x$  là  $D = \mathbb{R}$ .

Do đó, nếu  $x$  thuộc tập xác định  $D$  thì  $-x$  cũng thuộc tập xác định  $D$ .

$$\text{Ta có: } f(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x \neq -f(x).$$

Vậy  $y = \sin x + \cos x$  là hàm số không chẵn, không lẻ.

### Bài 1.17

a) ta có:  $-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow -2 - 1 \leq 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 < 2 - 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leq 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$  là  $[-3; 1]$ .

b) Vì  $-1 \leq \cos x \leq 1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên  $0 \leq 1 + \cos x \leq 2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Do đó,  $0 \leq \sqrt{1 + \cos x} \leq \sqrt{2}$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

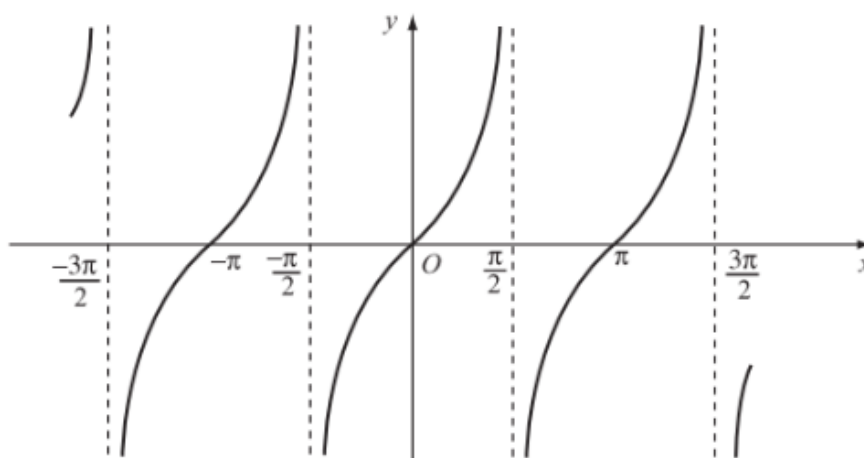
Suy ra  $-2 \leq \sqrt{1 + \cos x} - 2 \leq \sqrt{2} - 2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Hay  $-2 \leq y \leq \sqrt{2} - 2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos x} - 2$  là  $[-2; \sqrt{2} - 2]$ .

### Bài 1.18

Ta có đồ thị của hàm số  $y = \tan x$  như hình vẽ dưới đây.



Ta có  $\tan x = 0$  khi hàm số  $y = \tan x$  nhận giá trị bằng 0 ứng với các điểm  $x$  mà đồ thị giao với trục hoành. Từ đồ thị ở hình trên ta suy ra  $y = 0$  hay  $\tan x = 0$  khi  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

## D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 1.19 (SGK – tr.30) và Bài tập thêm.

**c) Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được tính chất của các hàm số lượng giác để giải và đưa ra đáp án cho các bài toán.

### d) Tổ chức thực hiện:

#### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 1.19 (SGK – tr.30) và Bài tập thêm.

#### Bài tập thêm :

**Bài 1:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

$$f(x) = 3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x - 4 \cos 2x - 2$$

**Bài 2:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

$$f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 2, \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

#### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

#### Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

#### **Bước 4: Kết luận, nhận định**

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

#### **Gợi ý đáp án:**

a) Chu kì của sóng là  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}} = 20$  (giây).

b) Chiều cao của sóng tức là chiều cao của nước đạt được trong một chu kì dao động.

Ta có:  $h(20) = 90 \cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot 20\right) = 90$  (cm).

Vậy chiều cao của sóng là 90 cm.

#### **\* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Phương trình lượng giác cơ bản**"



Trường .....  
Tổ .....

Họ và tên giáo viên: .....

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN (2 TIẾT)**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

**I. Mục tiêu**

**1. Về kiến thức:**

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản bằng cách vận dụng đồ thị hàm số lượng giác tương ứng.
- Tính được nghiệm gần đúng của phương trình lượng giác cơ bản bằng MTCT.
- Giải được phương trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp phương trình lượng giác cơ bản.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình lượng giác.

**2. Về năng lực:**

**Năng lực chung:**

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

**Năng lực riêng:**

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thể hiện qua việc nhận dạng được các dạng phương trình lượng giác và biến đổi chúng về phương trình lượng giác cơ bản tương ứng rồi viết công thức nghiệm.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn, chẳng hạn bài toán bắn đạn pháo ở đầu mục.
- Rèn luyện năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán học thể hiện qua việc sử dụng MTCT để tìm nghiệm của các phương trình lượng giác.

**3. Về phẩm chất:**

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

**1. Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

**2. Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1.**

**1. Hoạt động 1: Khởi động**

**a) Mục tiêu:**

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

**b) Nội dung:** HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

**c) Sản phẩm:** HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: Phương trình lượng giác.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu: Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu có độ lớn $v_0$ không đổi. Tìm góc bắn $\alpha$ để quả đạn pháo bay xa nhất, bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất.
<b>Thực hiện</b>	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.



<b>Báo cáo thảo luận</b>	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: "Hôm nay chúng ta sẽ bắt đầu một bài học mới về "Phương trình lượng giác" trong môn Toán học. Trong quá trình học về phương trình lượng giác, chúng ta sẽ tìm hiểu về các công thức, tính chất và phương pháp giải phương trình lượng giác. Chúng ta sẽ làm việc với các biểu đồ, bảng giá trị và áp dụng các quy tắc toán học để giải quyết các bài tập thực tế liên quan đến phương trình lượng giác và xử lý được bài toán trong phần mở đầu trên." Bài mới: <b>Phương trình lượng giác cơ bản.</b>

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### 1. Khái niệm phương trình tương đương

#### Hoạt động 1: Khái niệm phương trình tương đương.

##### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được khái niệm thế nào là hai phương trình tương đương; cách viết phương trình tương đương.
- Vận dụng để giải các bài toán đơn giản có liên quan.

##### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ 1; Ví dụ 1; Luyện tập 1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được phương trình tương đương; cách viết phương trình tương đương và giải được một số bài toán đơn giản.

##### d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	Cho học sinh đọc SGK HDD1, Ví dụ 1, và thực hiện luyện tập 1 theo nhóm cặp đôi và trả lời câu hỏi: - Thế nào là hai phương trình tương đương? - Hãy trình bày cách thực hiện <b>Ví dụ 1</b> . - Nêu cách làm <b>Luyện tập 1</b> : + <i>Ta có hai biểu thức bằng nhau :</i> $\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{x^2-x+2}{x+2}$ . <i>Nếu nhân cả hai vế với một biểu thức <math>(x + 3)</math> thì điều kiện có thay đổi hay không? Phương trình mới có tương đương với phương trình đã cho hay không ?</i> + <i>Các em có thể rút ra kết luận gì từ câu hỏi trên?</i>
<b>Thực hiện</b>	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, gọi đại diện nhóm theo yêu cầu, trả lời câu hỏi. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. - HS làm việc cặp đôi theo bàn, đọc SGK và trả lời câu hỏi của giáo viên. - GV gọi các đại diện 4 nhóm lên trình bày từng câu hỏi trên bảng
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 2.2. Phương trình $\sin x = m$ .

#### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình  $\sin x = m$ , và một số trường hợp đặc biệt của phương trình  $\sin x = m$ .
- Vận dụng để giải các bài toán đơn giản có liên quan.

**b) Nội dung:**

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ2; Ví dụ 2, 3, 4; Luyện tập 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được công thức nghiệm của phương trình  $\sin x = m$  và một số trường hợp đặc biệt của phương trình  $\sin x = m$ .

**d) Tổ chức thực hiện:** Học sinh hoạt động nhóm 6 lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<p>- GV đặt câu hỏi, hướng dẫn HS thực hiện <b>HĐ2, chú ý, ví dụ 2</b>  <b>Hãy thực hiện câu hỏi sau</b>  <b>Câu 1: (Nhóm 1)</b>            + Dựa vào đường tròn lượng giác hãy xác định các góc mà điểm <math>M</math> và <math>M'</math> biểu diễn? Sau đó tính <math>\sin</math> của các góc vừa tìm được.            + Nhắc lại chu kỳ tuần hoàn của hàm <math>\sin</math>? Từ đó sẽ viết được công thức nghiệm của phương trình <math>\sin x = \frac{1}{2}</math>?            - Hãy chỉ ra trên đường tròn lượng giác các nghiệm của phương trình <math>\sin x = m</math> trong đoạn <math>\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]</math>?            + Gợi ý: Các em cần xét 2 trường hợp với giá trị tuyệt đối của <math>m</math>, tức: <math> m  &gt; 1</math> và <math> m  \leq 1</math>.  <b>Câu 2: (Nhóm 2)</b>            → Các em hãy áp dụng công thức <math>\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha</math> và đường tròn lượng giác để giải phương trình đặc biệt sau:            + <math>\sin x = 0</math>            + <math>\sin x = 1</math>            + <math>\sin x = -1</math>  <b>Nêu cách giải Ví dụ 2 (Nhóm 3)</b>  <b>Giải Ví dụ 3 (Nhóm 4)</b>  <b>Giải Ví dụ 4. (Nhóm 5)</b>  <b>Giải Luyện tập 2 (Nhóm 6)</b>            Các nhóm trả lời câu hỏi trên bảng phụ</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm, đại diện nhóm lên trình bày nội dung nhóm thảo luận.            - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày            - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm            + Công thức nghiệm của phương trình <math>\sin x = m</math> và một số trường hợp đặc biệt của phương trình <math>\sin x = m</math>.</p>

**Hoạt động 2.3: Phương trình  $\cos x = m$ .****a) Mục tiêu:**

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình  $\cos x = m$ , và một số trường hợp đặc biệt của phương trình  $\cos x = m$ .

- Vận dụng để giải các bài toán đơn giản có liên quan.

**b) Nội dung:**

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ3; Ví dụ 5, 6; Luyện tập 3; Vận dụng.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được công thức nghiệm của phương trình  $\sin x = m$  và một số trường hợp đặc biệt của phương trình  $\sin x = m$ .

**d) Tổ chức thực hiện:** Nhóm 2 bàn

<i>Chuyển giao</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS thực hiện thảo luận <b>HD3</b> theo nhóm 4 người để nhận biết công thức nghiệm của phương trình <math>\cos x = -\frac{1}{2}</math>.</li> <li>- GV cho HS tự vận dụng công thức nghiệm để làm <b>Ví dụ 5</b>, sau đó mời 2 HS lên bảng để làm bài.</li> <li>- GV yêu cầu HS tiếp tục ứng dụng công thức nghiệm để làm phần <b>Ví dụ 6</b>.</li> </ul> <p>GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần <b>Luyện tập 3</b> để đưa ra cách làm và kết quả.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV chia nhóm cho HS thảo luận và thực hiện phần <b>Vận dụng</b>, ứng với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp.</li> </ul>
<i>Thực hiện</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS thực hiện thảo luận <b>HD3</b> theo nhóm 4 người để nhận biết công thức nghiệm của phương trình <math>\cos x = -\frac{1}{2}</math>.</li> <li>- GV cho HS tự vận dụng công thức nghiệm để làm <b>Ví dụ 5</b>, sau đó mời 2 HS lên bảng để làm bài.</li> <li>+ GV nhận xét và chữa chi tiết hai phần a, b đó cho HS quan sát.</li> <li>- GV viết công thức nghiệm lên bảng và yêu cầu tất cả HS phải học thuộc.</li> <li>- GV yêu cầu HS tiếp tục ứng dụng công thức nghiệm để làm phần <b>Ví dụ 6</b>.</li> <li>+ GV yêu cầu 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách làm cho cả lớp.</li> <li>+ Các HS còn lại nhận xét bài làm của bạn.</li> <li>- GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần <b>Luyện tập 3</b> để đưa ra cách làm và kết quả.</li> <li>+ HS làm bài và đối chiếu kết quả với nhau.</li> <li>+ GV mời 2 HS lên bảng làm bài.</li> <li>+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số bàn HS về bài làm, ghi chép bài.</li> <li>+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.</li> <li>- GV chia nhóm cho HS thảo luận và thực hiện phần <b>Vận dụng</b>, ứng với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp.</li> <li>+ Các nhóm tự vận dụng công thức nghiệm và kỹ năng suy luận giải quyết bài toán để tìm ra đáp án.</li> <li>+ Mỗi nhóm cử 1 đại diện trình bày 1 phần câu hỏi; Các nhóm khác lắng nghe và nhận xét.</li> <li>+ GV ghi nhận đáp án của HS và chữa chi tiết bài tập cho HS.</li> </ul>
<i>Báo cáo thảo luận</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul>
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm</li> <li>+ Công thức nghiệm của phương trình <math>\cos x = m</math> và một số trường hợp đặc biệt của phương trình <math>\cos x = m</math>.</li> </ul>

**Tiết 2.****Hoạt động 2.4: Phương trình  $\tan x = m$** **a) Mục tiêu:**

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình  $\tan x = m$ .
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan đến phương trình  $\tan x = m$ .

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HD4, Ví dụ 7, Luyện tập 4.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được, nắm được công thức nghiệm của phương trình  $\tan x = m$  và áp dụng giải được các bài tập.

## d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<p>+ GV có thể vẽ hình (trình chiếu) hình 1.24 lên bảng cho HS quan sát và trả lời câu hỏi.</p> <p>- GV chỉ định 1 HS nêu công thức nghiệm nếu <math>\alpha</math> có đơn vị là độ.</p> <p>- GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân vận dụng công thức nghiệm để làm <b>ví dụ 7, Luyện tập 4.</b></p>
<b>Thực hiện</b>	<p>+ GV có thể vẽ hình (trình chiếu) hình 1.24 lên bảng cho HS quan sát và trả lời câu hỏi.</p> <p>- GV chỉ định 1 HS nêu công thức nghiệm nếu <math>\alpha</math> có đơn vị là độ.</p> <p>- HS tự vận dụng công thức nghiệm để làm <b>ví dụ 7</b> sau đó GV gọi 1 HS đứng tại chỗ đọc công thức nghiệm và lời giải.</p> <p>- GV cho HS tự luyện phần <b>Luyện tập 4.</b></p> <p>+ GV mời 2 HS lên bảng giải bài tập.</p> <p>+ GV nhận xét và có thể chữa bài chi tiết cho HS ghi bài vào vở</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</p> <p>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức: + <i>Công thức nghiệm của phương trình <math>\tan x = m</math>.</i></p>

**Hoạt động 2.5: Phương trình  $\cot x = m$** **a) Mục tiêu:**

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình  $\cot x = m$ .
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan đến phương trình  $\cot x = m$ .

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ5, Ví dụ 8, Luyện tập 5.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được, nắm được công thức nghiệm của phương trình  $\cot x = m$  và áp dụng giải được các bài tập.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV vẽ (chiếu hình) lên bảng (máy chiếu) cho HS thực hiện lần lượt các phần của <b>HD5</b>. GV quan sát và giúp đỡ HS khi cần.</li> <li>GV cho HS hoạt động cá nhân <b>Ví dụ 8, luyện tập 5</b></li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.</li> <li>+ HS làm bài, rồi đối chiếu, tranh luận đáp án với bạn cùng bàn.</li> <li>+ GV mời 2 HS lên bảng giải bài toán.</li> <li>+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS nắm kiến thức chậm.</li> <li>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:</li> <li>+ <i>Công thức nghiệm của phương trình cot <math>x = m</math>.</i></li> </ul>

### Hoạt động 2.6: Sử dụng máy tính cầm tay tìm một góc khi biết giá trị lượng giác của nó.

#### a) Mục tiêu:

- Biết cách sử dụng máy tính cầm tay tìm một góc khi biết giá trị lượng giác của nó.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm Ví dụ 9, Luyện tập 6.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được cách sử dụng máy tính và hoàn thành được các câu hỏi trong bài.

#### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cần lưu ý cho HS rằng mỗi loại máy tính hiện nay sẽ có cách bấm khác nhau.</li> <li>- GV có thể tìm hiểu và hướng dẫn HS tùy vào từng loại máy tính.</li> <li>- GV cho HS quan sát phần khung kiến thức trọng tâm.</li> <li>- GV mời 1 HS nêu phần <b>Chú ý</b>.</li> <li>- GV cho HS thực hành theo <b>Ví dụ 9</b> để biết cách thao tác với MTCT.</li> <li>- GV hướng dẫn để HS làm phần <b>Luyện tập 6</b>.</li> </ul>
--------------------	---

<b>Thực hiện</b>	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + <i>Biết cách sử dụng máy tính cầm tay tìm một góc khi biết giá trị lượng giác của nó.</i>

### 3. Hoạt động: Luyện tập

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.20; 1.21 (SGK – tr.39), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về thực hiện giải các phương trình lượng giác mức cơ bản.

d) **Tổ chức thực hiện:** Thảo luận cặp đôi, cá nhân

<b>Chuyển giao</b>	- Phát phiếu học tập 1: Trắc nghiệm - Làm bài tập Bài 1.20; 1.21 (SGK)
<b>Thực hiện</b>	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu. - GV quan sát và hỗ trợ.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Câu hỏi trắc nghiệm : HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai. - Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Phiếu học tập 1

**Câu 1.** Tìm số nghiệm thuộc đoạn  $[2\pi; 4\pi]$  của phương trình  $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ .

- A. 6
- B. 5
- C. 4
- D. 3

**Câu 2.** Số nghiệm của phương trình lượng giác:  $2 \sin x - 1 = 0$  thỏa điều kiện  $-\pi < x < \pi$

- A. 4
- B. 3
- C. 2

D. 1

**Câu 3.** Phương trình  $m \cdot \sin x + 3 \cos x = 5$  có nghiệm khi và chỉ khi

A.  $|m| \leq 4$

B.  $|m| \geq 4$

C.  $m \leq -4$

D.  $m \geq 4$

**Câu 4.** Phương trình:  $\cos x - m = 0$  vô nghiệm khi

A.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

B.  $m > 1$

C.  $-1 \leq m \leq 1$

D.  $m < -1$

**Câu 5.** Gọi  $M, m$  lần lượt là nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0$ . Giá trị của  $M + m$  là:

A.  $-\frac{\pi}{6}$

B. 0

C.  $\frac{\pi}{6}$

D.  $-\frac{\pi}{3}$

Đáp án và lời giải vài tập

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

**Kết quả:****Kết quả trắc nghiệm**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
A	C	B	A	B

**Bài 1.20**

$$\text{a) } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in Z)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in Z).$$

$$\text{b) } 2 \cos x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, (k \in Z).$$

$$\text{c) } \sqrt{3} \tan \left( \frac{x}{2} + 15^\circ \right) = 1 \Leftrightarrow \tan \left( \frac{x}{2} + 15^\circ \right) = \tan 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = 30^\circ + k360^\circ, k \in Z.$$

$$d) \cot(2x - 1) = \cot \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow 2x - 1 = \frac{\pi}{5} + k\pi, k \in Z$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{10} + \frac{1}{2} + k \frac{\pi}{2}, k \in Z.$$

### Bài 1.21

$$a) \sin 2x + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = \sin(-2x) \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (-2x)\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in Z).$$

$$b) \cos 3x = -\cos 7x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(\pi + 7x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \end{cases} (k \in Z).$$

## 4. Hoạt động 4: Vận dụng

### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 1.22; 1.23 (SGK – tr.39).

**c) Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được công thức lượng giác vào các bài toán thực tế.

### d) Tổ chức thực hiện:

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 1.22, 1.23 (SGK – tr.39).
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Gợi ý đáp án:

#### Bài 1.22.

Vì  $v_0 = 50 \frac{m}{s}$ ,  $g = 9,8 m/s^2$  nên ta có phương trình quỹ đạo của quả đạn là

$$y = -\frac{9,8}{2 \cdot 50^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \tan \alpha \text{ hay } y = -\frac{49}{250000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

$$a) \text{ Quả đạn chạm đất khi } y = 0, \text{ khi đó } -\frac{49}{250000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left( -\frac{49}{250000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha \right) = 0$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2500000 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{49} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1250000 \sin 2\alpha}{49} \end{cases}$$

Loại  $x = 0$  (đạn pháo chưa được bắn).

Vậy tầm xa mà quả đạn đạt tới là  $x = \frac{1250000 \sin 2\alpha}{49}$  (m).

b) Để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22 000 m thì  $x = 22\,000$  m.

Khi đó:  $\frac{1250000 \sin 2\alpha}{49} = 22000 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{539}{625}$

Gọi  $\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là góc thỏa mãn  $\sin \beta = \frac{539}{625}$ . Khi đó ta có:  $\sin 2\alpha = \sin \beta$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{\beta}{2} + k\pi \\ \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

c) Hàm số  $y = -\frac{49}{2500000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$  là một hàm số bậc hai có đồ thị là một parabol có tọa độ đỉnh  $I(x_1; y_1)$  là:

$$\begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{\tan \alpha}{2 \cdot \frac{49}{2500000 \cos^2 \alpha}} = \frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \\ y_I = f(x_I) = -\frac{49}{2500000 \cos^2 \alpha} \cdot \left(\frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49}\right)^2 + \frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \tan \alpha \end{cases}$$

Do đó, độ cao lớn nhất của quả đạn là  $\max y = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49}$

Ta có:  $\max y = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49} \leq \frac{625000}{49}$ , dấu "=" xảy ra khi  $\sin^2 \alpha = 1$  hay  $\alpha = 90^\circ$

Như vậy góc bắn  $\alpha = 90^\circ$  thì quả đạn đạt độ cao lớn nhất.

### Bài 1.23.

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó  $x = 0$ , ta có

$$2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + k\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, tức là  $0 \leq t \leq 6$  hay  $0 \leq \frac{2\pi}{15} + k\frac{\pi}{5} \leq 6$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{90-2\pi}{3\pi}$$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

### \* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "Bài tập cuối chương I".

**Trường soạn: THPT số 1 Bát Xát**

**TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: 1 tiết

**I. MỤC TIÊU:**

**1. Kiến thức, kĩ năng:**

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Ôn tập, củng cố và hệ thống lại toàn bộ kiến thức trong chương I.
- HS nắm lại được toàn bộ kiến thức, áp dụng kiến thức để giải các bài tập SGK và của GV.

**2. Năng lực**

**Năng lực chung:**

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

**Năng lực riêng:**

- Tư duy và lập luận toán học: Các HS sẽ được khuyến khích sử dụng tư duy logic và lập luận toán học để phân tích và suy luận các vấn đề liên quan đến hàm số lượng giác và phương trình lượng giác: được yêu cầu đưa ra các luận điểm, chứng minh và lập luận logic dựa trên các quy tắc và định lý trong lĩnh vực này.
- Giao tiếp toán học: HS sẽ học cách diễn đạt ý tưởng, giải thích các phương pháp giải quyết vấn đề và trình bày các kết quả toán học một cách rõ ràng và logic.
- Mô hình hóa toán học: HS sẽ học cách biểu diễn các tình huống thực tế bằng các phương trình lượng giác và áp dụng các phương pháp giải quyết để tìm ra giải pháp.
- Giải quyết vấn đề toán học: Các HS sẽ được đặt vào các tình huống và bài tập thực tế liên quan đến hàm số lượng giác và phương trình lượng giác: sẽ phải sử dụng kiến thức đã học để phân tích vấn đề, xác định thông tin cần thiết và áp dụng các phương pháp giải quyết để tìm ra đáp án chính xác.

**3. Phẩm chất**

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

**II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

**1. Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

**2. Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

#### A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

##### a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

**b) Nội dung:** HS thực hiện làm và trả lời nhanh phần bài tập trắc nghiệm theo sự hướng dẫn của GV.

**c) Sản phẩm:** HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

##### d) Tổ chức thực hiện:

##### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – tr.40 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó.

+ Câu hỏi **1.24 đến 1.31.**

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học: “Để giúp các em tổng kết lại các kiến thức một cách cô đọng nhất và vận dụng được kiến thức một cách linh hoạt trong các bài toán chúng ta cùng thực hiện các bài tập của bài ngày hôm nay”.

#### Đáp án:

##### 1.24.

**A.** Ta biểu diễn các góc lượng giác  $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{17\pi}{6}$  trên cùng một đường tròn lượng giác, nhận thấy hai góc  $\beta$  và  $\gamma$  có điểm biểu diễn trùng nhau.

##### 1.25.

**B.** Vì  $\pi - \alpha$  và  $\alpha$  là hai góc bù nhau nên  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha; \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ . Do đó đáp án *A* đúng và đáp án *B* sai.

Ta có góc  $\pi + a$  và  $a$  là hai góc hơn kém nhau  $1\pi$  nên  $\sin(\pi + a) = -\sin a, \cos(\pi + a) = -\cos a$ . Do đó đáp án *C* và *D* đều đúng.

##### 1.26.

**A.** Ta có các công thức cộng:

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

1.27.

C. Ta có:  $M = \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b)$

$$= \cos[(a+b)+(a-b)] \quad (\text{áp dụng công thức cộng})$$

$$= \cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a \quad (\text{áp dụng công thức nhân đôi})$$

1.28.

C. Hàm số  $y = \cos x$

- Có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $[-1; 1]$ ;

- Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .

1.29.

C. Hàm số  $y = \cot x$  tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

1.30.

A Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \cos x$  là nghiệm của phương trình

$$\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \text{ do } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} )$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } -2\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{9\pi}{4} \leq k\pi \leq \frac{9\pi}{4} \Leftrightarrow -2,25 \leq k \leq 2,25$$

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ .

Vậy đồ thị của các hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \cos x$  cắt nhau tại 5 điểm có hoành độ thuộc đoạn

$$\left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right].$$

1.31.

B. Biểu thức  $\frac{\cos x}{\sin x - 1}$  có nghĩa khi  $\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI**

## Hoạt động 1: Ôn tập kiến thức đã học trong chương I.

### a) Mục tiêu:

- HS hệ thống hóa lại được kiến thức và nắm chắc chắn được kiến thức thông qua những câu hỏi để nhắc lại kiến thức của GV.
- Giải quyết được các bài tập vận dụng xung quanh chương I.

### b) Nội dung:

- HS hệ thống hóa kiến thức trong chương I theo yêu cầu, dẫn dắt của GV.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức trong chương I để thực hành làm các bài tập GSK và của GV.

### d) Tổ chức thực hiện:

#### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV thực hiện chia lớp thành 4 nhóm. Nhiệm vụ của mỗi nhóm như sau:

\* Nhóm 1:

+ Hệ thống kiến thức về Giá trị lượng giác của một góc lượng giác.

\* Nhóm 2:

+ Hệ thống hóa kiến thức về Công thức lượng giác.

\* Nhóm 3:

+ Hệ thống hóa kiến thức về Hàm số lượng giác.

\* Nhóm 4:

+ Hệ thống hóa kiến thức về Phương trình lượng giác.

- Các nhóm có thể hệ thống hóa bằng sơ đồ.

- Các nhóm sau khi hoàn thành, mỗi nhóm cử 2 đại diện lên bảng trình bày.

Các nhóm khác cho ý kiến nhận xét bài của nhóm bạn.

#### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

#### Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

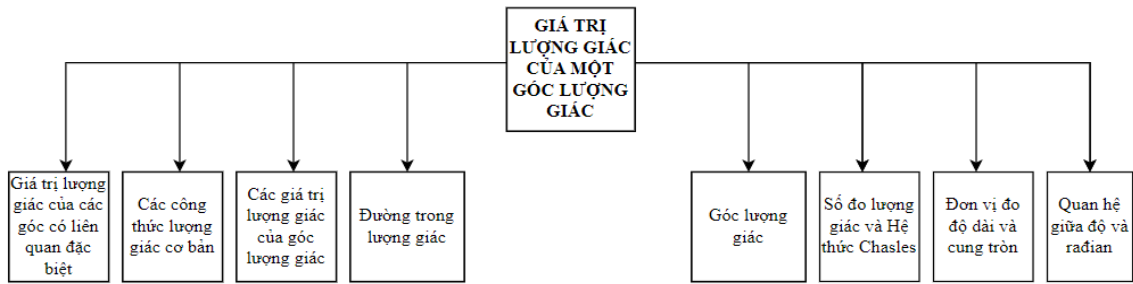
- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

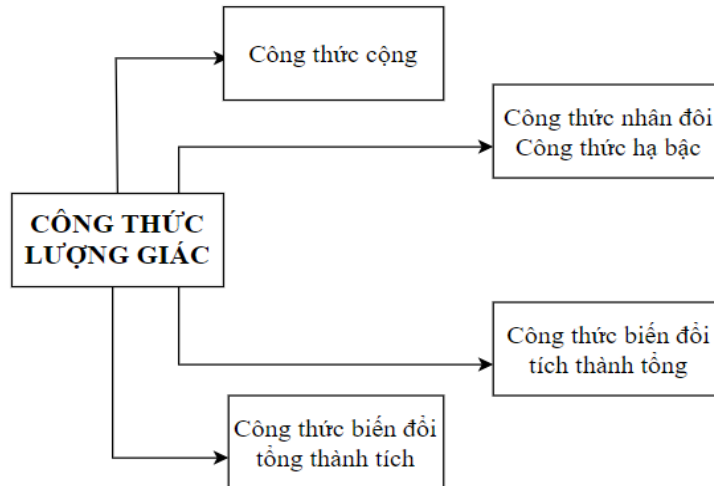
**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm trong chương I.

#### Ghi chú:

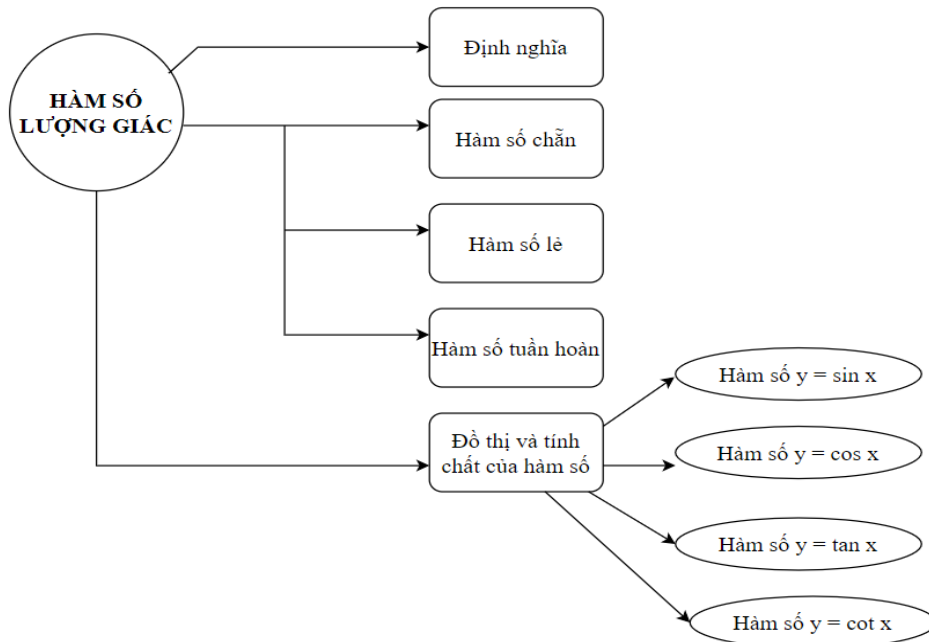
\* Nhóm 1:



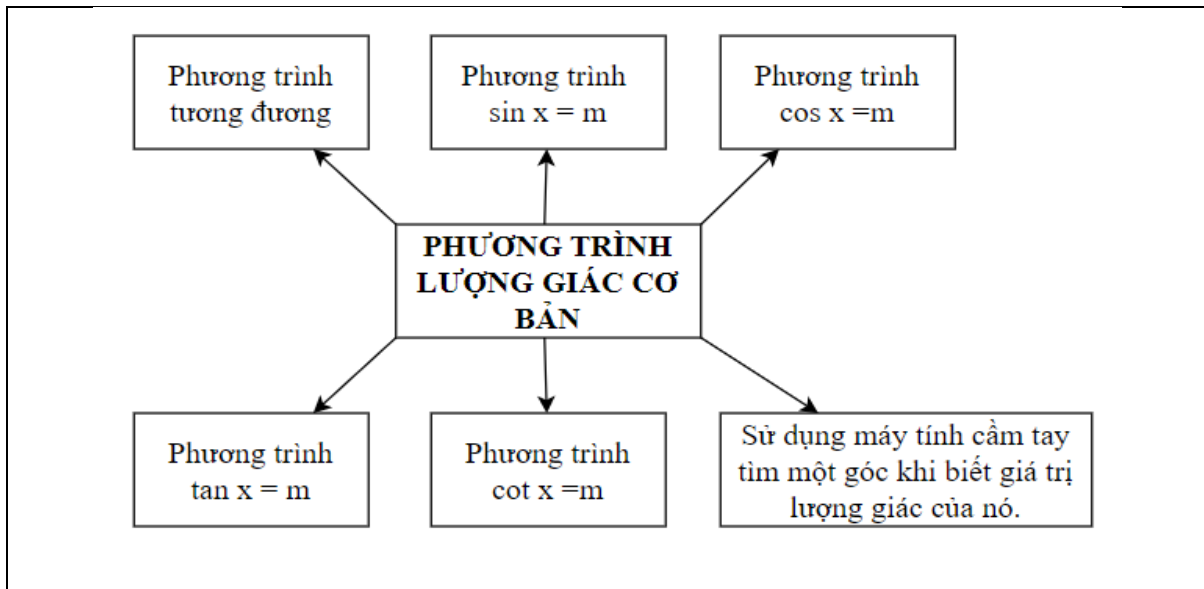
\* Nhóm 2:



\* Nhóm 3:



\* Nhóm 4:



### C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.32 đến 1.35 (SGK – tr.41), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

d) **Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:

**Câu 1.** Cho biết  $\tan a = \frac{1}{2}$ . Tính  $\cot a$ .

- A.  $\cot a = 2$       B.  $\cot a = \sqrt{2}$       C.  $\cot a = \frac{1}{4}$       D.  $\cot a = \frac{1}{2}$

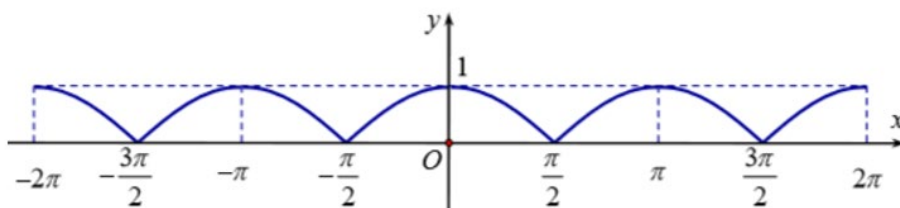
**Câu 2.** Biểu thức  $A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$  có giá trị đúng bằng:

- A. 1      B. -1      C. 2      D. -2

**Câu 3.** Cho  $\cot a = 15$ , giá trị của  $\sin 2a$  có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A.  $\frac{11}{113}$       B.  $\frac{13}{113}$       C.  $\frac{15}{113}$       D.  $\frac{17}{113}$

**Câu 4.** Đồ thị hàm số trên hình vẽ là đồ thị của hàm số nào



- A.  $y = |\tan x|$       B.  $y = |\cos 2x|$       C.  $y = |\cos x|$       D.  $y = |\sin x|$

**Câu 5.** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\sin x = m + 1$  có nghiệm

- A.  $m \in [-1; 1]$       B.  $m \in [-2; 2]$       C.  $m \in [-2; 0]$       D.  $m \in [0; 2]$

- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài cá nhân **BT1.3; BT1.4; BT1.5** (SGK – tr.41).

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:**

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

**Kết quả:**

**Kết quả trắc nghiệm**

1	2	3	4	5
A	A	C	B	C

**Bài 1.32**

Vì  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  nên  $\sin \alpha > 0$ . Mặt khác từ  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  suy ra

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$a) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}.$$

$$b) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{6} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3 - \sqrt{6}}{6}.$$

$$c) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} + 3}{6}.$$

$$d) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3 + \sqrt{6}}{6}$$

**Bài 1.33**

a) Áp dụng hệ thức lượng giác cơ bản:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  và công thức nhân đôi:  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ .

Ta có:  $VT = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 + \sin 2\alpha = VP$  (đpcm).

b) Áp dụng hệ thức lượng giác cơ bản:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  và công thức nhân đôi:  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ .



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } VT &= \cos^4 a - \sin^4 a = (\cos^2 a)^2 - (\sin^2 a)^2 \\ &= (\cos^2 a + \sin^2 a)(\cos^2 a - \sin^2 a) = 1 \cdot \cos 2a = \cos 2a = VP(\text{đpcm}). \end{aligned}$$

**Bài 1.34**

$$\text{a) Ta có: } -1 \leq \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow -2 - 1 \leq 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 2 - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$  là  $[-3; 1]$ .

$$\text{b) Ta có: } \sin x + \cos x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right)$$

$$= \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x \right)$$

$$= \sqrt{2} \left( \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$$

Khi đó ta có hàm số  $y = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$ .

Lại có:  $-1 \leq \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \leq \sqrt{2} \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2} \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .

**Bài 1.35**

$$\text{a) } \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \pi + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là  $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  và  $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .

b)  $2\sin^2 x - 1 + \cos 3x = 0$

$$\Leftrightarrow -(1 - 2\sin^2 x) + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow -\cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2x + k2\pi \\ 3x = -2x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ 5x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $x = k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$ .

c)  $\tan\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{5} = x - \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{11\pi}{30} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là  $x = -\frac{11\pi}{30} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

## D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 1.36, 1.37 (SGK – tr.41).

**c) Sản phẩm:** HS hoàn thành các bài tập được giao.

### d) Tổ chức thực hiện:

#### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành 1.36, 1.37 (SGK – tr.41).

#### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

#### Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

#### Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

### Gợi ý đáp án:

#### Bài 1.36.

a) Chu kì của hàm số  $p(t)$  là  $T = \frac{2\pi}{160\pi} = \frac{1}{80}$ .

b) Thời gian giữa hai lần tim đập là  $T = \frac{1}{80}$  (phút)

Số nhịp tim mỗi phút là  $1 : \frac{1}{80} = 80$  nhịp.

c) Ta có:  $-1 \leq \sin(160\pi t) \leq 1$  với mọi  $t \in \mathbb{R}$

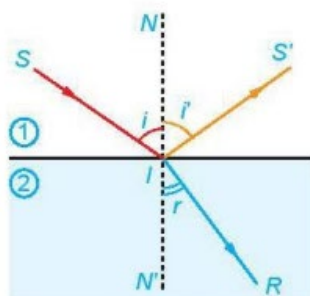
$$\Leftrightarrow -25 \leq 25\sin(160\pi t) \leq 25 \text{ với mọi } t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 115 + (-25) \leq 115 + 25\sin(160\pi t) \leq 115 + 25. \text{ với mọi } t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 90 \leq p(t) \leq 140 \text{ với mọi } t \in \mathbb{R}$$

Do đó, chỉ số huyết áp của người này là  $140/90$  và chỉ số huyết áp của người này cao hơn mức bình thường.

### Bài 1.37.



Hình 1.26

Theo bài ra ta có:  $i = 50^\circ$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,33$ , thay vào  $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$  ta được:

$$\frac{\sin 50^\circ}{\sin r} = \frac{1,33}{1} \text{ (đk } \sin r \neq 0 \text{)}$$

$$\Rightarrow \sin r = \frac{\sin 50^\circ}{1,33}$$

$$\Leftrightarrow \sin r \approx 0,57597 \text{ (thỏa mãn đk)}$$

$$\Leftrightarrow \sin r \approx \sin(35^\circ 10')$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r \approx 35^\circ 10' + k360^\circ \\ r \approx 180^\circ - 35^\circ 10' + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Mà  $0^\circ < r < 90^\circ$  nên  $r \approx 35^\circ 10'$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r \approx 35^\circ 10' + k360^\circ \\ r \approx 144^\circ 50' + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy góc khúc xạ  $r \approx 35^\circ 10'$ .

### \* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "Dãy số".

## CHƯƠNG II. DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

### BÀI 5: DÃY SỐ (2 TIẾT)

#### I. MỤC TIÊU

##### 1. Kiến thức

Học xong bài này, HS đạt các kiến thức:

- Nhận biết được dãy số hữu hạn, dãy số vô hạn.
- Thể hiện được các cách cho một dãy số: bằng liệt kê các số hạng (đối với dãy số hữu hạn và có ít số hạng); bằng công thức của số hạng tổng quát; bằng hệ thức truy hồi; bằng cách mô tả.
- Nhận biết được tính chất tăng, giảm, bị chặn của dãy số trong những trường hợp đơn giản.

##### 2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học*: thông qua việc học sinh thiết lập các dãy số liên quan đến thực tiễn ở trong bài học.
- *Năng lực giao tiếp*: Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác*: HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

##### 3. Phẩm chất:

- Chăm chỉ tích cực đọc sách giáo khoa, tìm tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân.
- Trung thực trong quá trình tiếp cận các kiến thức mới, ghi chép, làm bài tập.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

##### TIẾT 1: ĐỊNH NGHĨA DÃY SỐ. CÁC CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ

##### A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU) ()

###### a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: Học sinh đọc nội dung tình huống mở đầu.

Năm 2020, số dân của một thành phố trực thuộc tỉnh là khoảng 500 nghìn người. Người ta ước tính rằng số dân của thành phố đó sẽ tăng trưởng với tốc độ khoảng 2% mỗi năm. Khi đó số dân  $P_n$  (nghìn người) của thành phố đó sau  $n$  năm, kể từ năm 2020, được tính bằng công thức  $P_n = 500(1 + 0,02)^n$ . Hỏi nếu tăng trưởng theo quy luật như vậy thì vào năm 2030, số dân của thành phố đó là khoảng bao nhiêu nghìn người?

+ H1: Dân số tăng trưởng theo quy luật  $P_n = 500(1 + 0,02)^n$  thì từ năm 2020 đến năm 2023,  $n$  bằng bao nhiêu? Tính số dân?

+ H2: Tính số dân từ năm 2020 đến năm 2025?

+ H3: Tính số dân từ năm 2020 đến năm 2027?

+ H4: Tính số dân từ năm 2020 đến năm 2030?

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: dãy số.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cặp đôi.

<b>Chuyển giao nhiệm vụ</b>	+ GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu, yêu cầu HS hoạt động theo bàn để tìm câu trả lời. → GV dẫn dắt để học sinh thấy nhu cầu thực tế cần xét những bài toán như vậy.
<b>Thực hiện</b>	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu, viết 4 kết quả tìm được lên bảng.
<b>Báo cáo, thảo luận</b>	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở từ 4 kết quả số dân tìm được GV dẫn dắt HS vào bài học mới: “Hôm nay chúng ta sẽ bắt đầu học về một khái niệm quan trọng trong toán học, đó là dãy số”
-------------------------------------	---

## B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### Hoạt động 1: Định nghĩa dãy số.

#### a) Mục tiêu:

- Giúp HS nhận biết được các định nghĩa về dãy số vô hạn và hữu hạn: Biết được thế nào là dãy số vô hạn; số hạng đầu; số hạng tổng quát của dãy số.
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan.

#### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, 2; Ví dụ 1, 2; Luyện tập 1.

#### Nhiệm vụ 1: Nhận biết dãy số vô hạn

- GV cho HS làm phần **HĐ1** để nhận biết dãy số vô hạn.
- + GV yêu cầu 1 HS nhắc lại *thế nào là số chính phương?* và từ đó để hoàn thành HĐ1.
- + GV mời 1 HS thực hiện lần lượt các yêu cầu và GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
- GV nêu phần **Chú ý** cho HS.
- GV cho HS đọc và quan sát **Ví dụ 1** và giải thích chi tiết cho HS hiểu được Ví dụ 1.

#### Nhiệm vụ 2: Nhận biết dãy số hữu hạn

- GV cho 1 HS lên bảng làm phần **HĐ2a**, và 1 HS đứng tại chỗ trả lời phần b.
- GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
- GV yêu cầu HS đọc – hiểu **Ví dụ 2** trong SGK.
- GV hướng dẫn HS làm phần **Luyện tập 1**, cho học sinh hoạt động cặp đôi theo bàn.
- + GV: *Ta thấy, nếu a chia cho 5 mà dư 1 thì khi đó sẽ tồn tại một số tự nhiên q khác 0 để  $5 \cdot q + 1 = a$ .*
- + *HS có thể tự làm phần b.*
- + GV mời 1 HS lên bảng trình bày đáp án.
- + GV chốt đáp án cho HS.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS sử dụng được các định nghĩa của dãy số để tính toán các bài toán đơn giản trong SGK.

### 1. Dãy số vô hạn

#### HĐ1.

Năm số chính phương đầu theo thứ tự tăng dần là: 0; 1; 4; 9; 16.

Số chính phương thứ nhất là  $u_1 = 0^2 = 0$ ; Số chính phương thứ hai là  $u_2 = 1^2 = 1$

Số chính phương thứ ba là  $u_3 = 2^2 = 4$ ; Số chính phương thứ tư là  $u_4 = 3^2 = 9$

Số chính phương thứ năm là  $u_5 = 4^2 = 16$ ; Tiếp tục như trên, ta dự đoán được công thức tính số chính phương thứ n là  $u_n = (n - 1)^2$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

#### Kết luận:

+ *Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương  $\mathbb{N}^*$  được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số), kí hiệu là  $u = u(n)$ .*

+ *Ta thường viết  $u_n$  thay cho  $u(n)$  và ký hiệu dãy số  $u = u(n)$  bởi  $(u_n)$ , do đó dãy số  $(u_n)$  được viết dưới dạng khai triển  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ . Số  $u_1$  gọi là số hạng đầu,  $u_n$  là số hạng thứ n và gọi là số hạng tổng quát của dãy số.*

#### **Chú ý**

Nếu  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$  thì  $(u_n)$  được gọi là dãy số không đổi.

**Ví dụ 1:** (SGK – tr.43).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.43).

### 2. Dãy số hữu hạn

#### HĐ2.

a) Các số chính phương nhỏ hơn 50 được sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn là  
0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.

b) Ta có:  $u_n = (n - 1)^2$  với  $n \in \mathbb{N}^*$  và  $n \leq 8$ .

**Kết luận:**

+ Mỗi hàm số  $u$  xác định trên tập  $M = \{1; 2; 3; \dots; m\}$  với  $m \in \mathbb{N}^*$  được gọi là một dãy số hữu hạn.

+ Dạng khai triển của dãy số hữu hạn là  $u_1, u_2, \dots, u_m$ . Số  $u_1$  gọi là số hạng đầu, số  $u_m$  gọi là số hạng cuối.

**Ví dụ 2:** (SGK – tr.43).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.43).

**Luyện tập 1.**

a) Xét số tự nhiên  $a$  khác 0, ta có  $a$  chia cho 5 dư 1, khi đó tồn tại số tự nhiên  $q$  khác 0 để  $a = 5q + 1$ .

Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên chia cho 5 dư 1 theo thứ tự tăng dần. Khi đó, số hạng tổng quát của dãy số là  $u_n = 5n + 1$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

b) Dãy gồm năm số hạng đầu của dãy số trong câu a là: 6; 11; 16; 21; 26.

Số hạng đầu của dãy là  $u_1 = 6$ , số hạng cuối của dãy là  $u_5 = 26$ .

**d) Tổ chức thực hiện:** Hoạt động cá nhân, cặp đôi

<b>Chuyển giao nhiệm vụ</b>	- GV nêu lần lượt từng câu hỏi và tổ chức cho học sinh hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm để thảo luận trả lời các câu hỏi
<b>Thực hiện</b>	- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ. - Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
<b>Báo cáo, thảo luận</b>	- GV gọi hs đứng tại chỗ trả lời câu hỏi. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

**Hoạt động 2: Cách cho một dãy số.**

**a) Mục tiêu:**

- HS biết được cách cho một dãy số như: Liệt kê các số hạng; Công thức số hạng tổng quát; Phương pháp mô tả; Phương pháp truy hồi.

- Giải quyết được một số bài toán có liên quan.

**b) Nội dung:**

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ3; Ví dụ 3, 4, 5, 6; Luyện tập 2.

- GV cho HS tự suy nghĩ và thực hiện lần lượt các yêu cầu **HĐ3** để HS nhận biết được cách cho một dãy số.

+ GV mời 2 HS trả lời câu hỏi.

+ GV nhận xét câu trả lời của HS và chốt đáp án.

- GV cần lưu ý cho HS rằng ở đây cùng là một dãy số nhưng có thể cho bằng những cách khác nhau và dẫn đến khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS thực hiện **Ví dụ 3** theo bàn. HS thực hiện và đối chiếu đáp án với bạn cùng bàn.

- GV cho HS đọc phần **Ví dụ 4** và đưa ra câu hỏi cho HS: *Thế nào là số nguyên tố?*

- GV mời 1 HS đọc phần **Chú ý** cho cả lớp cùng nghe – hiểu.

- GV giới thiệu cho HS biết thế nào là hệ thức truy hồi và làm **Ví dụ 5**.

- GV hướng dẫn cho HS làm **Ví dụ 6** để giải quyết được bài toán mở đầu.

+ GV: *ta tính được  $n = 2030 - 2020 = 10$ . Thay 10 vào công thức ta tìm được số dân năm 2030.*

- GV cho HS thảo luận nhóm (6 – 7 học sinh) **Luyện tập 2**.

+ GV mời 2 HS đại diện 2 nhóm lên bảng làm bài, HS khác làm bài vào vở và đối chiếu đáp án.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

- GV nêu phần **Chú ý** cho HS hiểu được cách biểu diễn các số hạng trên trục số.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS sử dụng được các cách cho một dãy số để tính toán các bài toán đơn giản trong SGK.

**HD3:**

a) Số hạng tổng quát của dãy số là  $u_n = 5n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

b) Số hạng đầu của dãy số là  $u_1 = 5$ .

Công thức tính số hạng thứ  $n$  theo số hạng thứ  $n - 1$  là  $u_n = u_{n-1} + 5$  ( $n \in \mathbb{N}^*, n > 1$ ).

**Kết luận:**

Một dãy số có thể cho bằng:

+ Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng).

+ Công thức của số hạng tổng quát.

+ Phương pháp mô tả.

+ Phương pháp truy hồi.

**Ví dụ 3:** (SGK – tr.44)

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

**Ví dụ 4:** (SGK – tr.44).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

- Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 mà chỉ có hai ước số là 1 và chính nó.

**Chú ý:**

Dãy số gồm tất cả các số nguyên tố ở Ví dụ 4 được cho bởi phương pháp mô tả (số hạng thứ  $n$  là số nguyên tố thứ  $n$ ). Cho đến nay người ta vẫn chưa biết có hay không một công thức tính số nguyên tố thứ  $n$  theo  $n$  (với  $n$  bất kì), hoặc là một hệ thức tính số nguyên tố thứ  $n$  theo vào số nguyên tố đứng trước nó.

- Hệ thức truy hồi là hệ thức biểu thị số hạng thứ  $n$  của dãy số qua số hạng (hay vài số hạng) đứng trước nó.

**Ví dụ 5:** (SGK – tr.44).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

**Ví dụ 6:** (SGK – tr.44).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

**Luyện tập 2**

a) Năm số hạng đầu của dãy số ( $u_n$ ) với số hạng tổng quát  $u_n = n!$  là

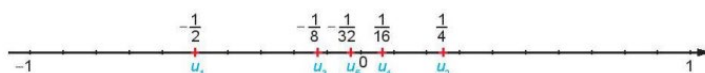
$$u_1 = 1! = 1 ; u_2 = 2! = 2 ; u_3 = 3! = 6 ; u_4 = 4! = 24 ; u_5 = 5! = 120$$

b) Năm số hạng đầu của dãy số Fibonacci ( $F_n$ ) là

$$F_1 = 1 ; F_2 = 1 ; F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2 ; F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3 ;$$

$$F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5.$$

**Chú ý**



Để có hình ảnh trực quan về dãy số, ta thường biểu diễn các số hạng của nó trên trục số. Chẳng hạn, xét dãy số ( $u_n$ ) với  $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ . Năm số hạng đầu tiên của dãy số này là:

$$u_1 = -\frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{4}, u_3 = -\frac{1}{8}, u_4 = \frac{1}{16}, u_5 = -\frac{1}{32} \text{ và được biểu diễn trên trục số như trên.}$$

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao nhiệm vụ</b>	GV nêu lần lượt từng câu hỏi và tổ chức cho học sinh hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm để thảo luận trả lời các câu hỏi
<b>Thực hiện</b>	- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời. - Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
<b>Báo cáo, thảo luận</b>	- GV gọi hs đứng tại chỗ trả lời câu hỏi. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

## TIẾT 2: DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM VÀ DÃY SỐ BỊ CHẶN

### Hoạt động 3: Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn

#### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được thế nào là dãy số tăng và dãy số giảm.
- HS nhận biết được dãy số bị chặn: Bị chặn trên, bị chặn dưới và bị chặn.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HD4, 5; Ví dụ 7, 8; Luyện tập 3, 4; Vận dụng.

- GV yêu cầu HS tự thực hiện **HD4** và nêu đáp án cho GV để nhận biết dãy số tăng, dãy số giảm. Từ đó GV ghi bảng hoặc trình chiếu phần kết luận trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV hướng dẫn cho HS làm **Ví dụ 7**, để xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$ .

+ GV: Các em cần tính được  $u_{(n+1)} - u_n$  nếu hiệu này nhỏ hơn 0 thì là dãy số giảm, còn nếu hiệu lớn hơn 0 thì là dãy số tăng.

- GV cho HS tự thực hiện **luyện tập 3** (HS hoạt động nhóm cặp đôi) và sau đó GV mời 1 HS đại diện lên bảng làm bài, và mời HS khác nhận xét bài làm của bạn.

+ GV chốt đáp án cho HS.

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và thực hiện **HD5** để nhận biết dãy số bị chặn. GV quan sát HS làm bài và hỗ trợ HS khi cần.

+ GV mời 2 HS nêu cách làm và đáp án.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

→ Từ đó dẫn ra phần kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS tự đọc - hiểu **Ví dụ 8** sau đó mời 1 HS trình bày lại cách thực hiện cho cả lớp nghe. GV cung cấp một **Câu hỏi phụ** tương tự để cho HS vận dụng kiến thức để làm (Học sinh hoạt động nhóm 6 – 7 học sinh):

Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$ . Xét tính bị chặn dãy số  $(u_n)$ .

+ GV cho HS thảo luận nhóm, chỉ định 1 HS đại diện 1 nhóm bắt kì lên bảng làm bài, các HS khác làm bài vào vở.

+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số nhóm HS làm bài.

+ GV nhận xét bài làm trên bảng và chốt đáp án.

- GV mời 1 HS nhận xét nhanh tính bị chặn của bài **Luyện tập 4** và mời chính HS đó lên bảng làm bài để chứng minh câu trả lời của mình.

+ GV mời 1 HS khác nhận xét và GV chốt đáp án cho HS.

- GV cho HS làm **Vận dụng** theo tổ trong lớp. Thi đua xem tổ nào làm nhanh và chính xác nhất.

+ Tổ nhanh nhất đơ tay phát biểu cách làm và đáp án cho các tổ còn lại lắng nghe và nhận xét bài làm.

+ GV ghi nhận kết quả và chốt đáp án cuối cùng.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được khái niệm dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn để hoàn thiện các bài tập.

#### HD4.

a) Ta có:

$$u_{n+1} = 3(n+1) - 1 = 3n + 3 - 1 = 3n + 2$$

Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n$  ta có:  $u_{n+1} - u_n = (3n + 2) - (3n - 1) = 3 > 0$ , tức là  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy  $u_{n+1} > u_n \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Ta có:  $v_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}$ .

Xét hiệu  $v_{n+1} - v_n$  ta có:

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \\ &= \frac{n^2 - (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{n^2 - (n^2 + 2n + 1)}{n^2(n+1)^2} \\ &= -\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Tức là  $v_{n+1} < v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $v_{n+1} < v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .



### **Kết luận:**

+ Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số tăng nếu ta có:  $u_{n+1} > u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

+ Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số giảm nếu ta có  $u_{n+1} < u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Ví dụ 7:** (SGK – tr.45).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.45).

### **Luyện tập 3**

Ta có:  $u_n = \frac{1}{n+1}, u_{n+1} = \frac{1}{(n+1)+1} = \frac{1}{n+2}$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{(n+1)-(n+2)}{(n+1)(n+2)}$$

$$= -\frac{1}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Tức là  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số giảm.

## **2. Nhận biết dãy số bị chặn**

### **HD5.**

a) Ta có:  $u_n = \frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Ta có:  $\frac{1}{n} \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

suy ra  $1 + \frac{1}{n} \leq 1 + 1 = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Do đó,  $u_n = 1 + \frac{1}{n} \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

### **Kết luận**

+ Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số  $M$  sao cho  $u_n \leq M$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

+ Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số  $m$  sao cho  $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

+ Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số  $m, M$  sao cho  $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Ví dụ 8:** (SGK – tr.45).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.46).

### **Câu hỏi phụ**

Ta có:  $u_n = \frac{4n+5}{n+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$$u_n = \frac{4n+5}{n+1} = \frac{4(n+1)+1}{n+1} = 4 + \frac{1}{n+1} \leq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Suy ra  $0 < u_n < \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn.

### **Luyện tập 4**

Ta có:  $u_n = 2n - 1 \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó, dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới.

Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn trên vì không có số  $M$  nào thỏa mãn:

$$u_n = 2n - 1 \leq M \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên nên không bị chặn.

### **Vận dụng**

a) Ta có:

$$s_2 = s_1 + 25 = 200 + 25 = 225$$

$$s_3 = s_2 + 25 = 225 + 25 = 250$$

$$s_4 = s_3 + 25 = 250 + 25 = 275$$

$$s_5 = s_4 + 25 = 275 + 25 = 300$$

Vậy lương của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty là 300 triệu đồng.

b)

Ta có:

$$s_n = s_{n-1} + 25 \Leftrightarrow s_n - s_{n-1} = 25 > 0 \text{ với mọi } n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$$

Tức là  $s_n > s_{n-1}$  với mọi  $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy  $(s_n)$  là dãy số tăng. Điều này có nghĩa là mức lương hàng năm của anh Thanh tăng dần theo thời gian làm việc.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyên giao nhiệm vụ</b>	GV nêu lần lượt từng câu hỏi và tổ chức cho học sinh hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm để thảo luận trả lời các câu hỏi.
<b>Thực hiện</b>	- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời. - Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
<b>Báo cáo, thảo luận</b>	- GV gọi hs đại diện nhóm đứng tại chỗ trả lời trả lời câu hỏi, lên bảng làm bài. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

**C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

**b) Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 2.1 ; 2.2 ; 2.3 ; 2.4 (SGK – tr.46), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

**c) Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về các bài tập của dãy số.

**Bài 2.1.**

a) Ta có:  $u_1 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$ ;

$$u_2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4;$$

$$u_3 = 3 \cdot 3 - 2 = 7;$$

$$u_4 = 3 \cdot 4 - 2 = 10;$$

$$u_5 = 3 \cdot 5 - 2 = 13;$$

$$u_{100} = 3 \cdot 100 - 2 = 298.$$

b) Ta có:  $u_1 = 3 \cdot 2^1 = 6$ ;

$$u_2 = 3 \cdot 2^2 = 12;$$

$$u_3 = 3 \cdot 2^3 = 24;$$

$$u_4 = 3 \cdot 2^4 = 48;$$

$$u_5 = 3 \cdot 2^5 = 96;$$

$$u_{100} = 3 \cdot 2^{100}.$$

c) Ta có:  $u_1 = \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = 2$

$$u_2 = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$u_3 = \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$$

$$u_4 = \left(1 + \frac{1}{4}\right)^4 = \frac{625}{256}$$

$$u_5 = \left(1 + \frac{1}{5}\right)^5 = \frac{7776}{3125}$$

$$u_{100} = \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} = \left(\frac{101}{100}\right)^{100}$$

**Bài 2.2.**

a) Năm số hạng đầu của dãy số là

$$u_1 = 1;$$

$$u_2 = 2u_1 = 2 \cdot 1 = 2;$$

$$u_3 = 3u_2 = 3 \cdot 2 = 6;$$

$$u_4 = 4u_3 = 4 \cdot 6 = 24;$$

$$u_5 = 5u_4 = 5 \cdot 24 = 120.$$

b) Nhận xét thấy  $u_1 = 1 = 1!$ ;

$$u_2 = 2 \cdot 1 = 2!;$$

$$u_3 = 3u_2 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!;$$

$$u_4 = 4u_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!;$$

$$u_5 = 5u_4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!;$$

...

Cứ tiếp tục làm như thế, ta dự đoán được công thức số hạng tổng quát của  $u_n$  là  $u_n = n!$ .

### Bài 2.3.

a) Ta có:  $u_{n+1} = 2(n + 1) - 1 = 2n + 2 - 1 = 2n + 1$

Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n = (2n + 1) - (2n - 1) = 2 > 0$ , tức là  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

b)

Ta có:  $u_{n+1} = -3(n + 1) + 2 = -3n - 3 + 2 = -3n - 1$

Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n = (-3n - 1) - (-3n + 2) = -3 < 0$ , tức là  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy  $(u_n)$  là dãy số giảm.

c)  $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$

Nhận xét thấy:  $u_1 = \frac{(-1)^{1-1}}{2^1} = \frac{1}{2} > 0; u_2 = \frac{(-1)^{2-1}}{2^2} = -\frac{1}{4} < 0;$

$u_3 = \frac{(-1)^{3-1}}{2^3} = \frac{1}{8} > 0; u_4 = \frac{(-1)^{4-1}}{2^4} = -\frac{1}{16} < 0; \dots$

Vậy dãy số  $(u_n)$  không tăng, cũng không giảm.

### Bài 2.4.

a) Ta có:  $u_n = n - 1 \geq 0$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó, dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn trên vì không có số  $M$  nào thỏa mãn:

$u_n = n - 1 \leq M$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên nên không bị chặn.

b) Ta có:  $u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{n+2-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}$ , với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Vì  $0 < \frac{1}{n+2} \leq \frac{1}{3}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $-\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{n+2} < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra  $1 - \frac{1}{3} < 1 - \frac{1}{n+2} < 1$  hay  $\frac{2}{3} \leq u_n < 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên, bị chặn dưới nên dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

c) Ta có:  $-1 \leq \sin n \leq 1$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó,  $-1 \leq u_n \leq 1$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên, bị chặn dưới nên dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

d)  $u_n = (-1)^{n-1} \cdot n^2$

Ta có:  $(-1)^{n-1} = 1$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  và  $n$  lẻ.

$(-1)^{n-1} = -1$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  và  $n$  chẵn.

$n^2 \geq 0$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$

Do đó,  $-1 \cdot n^2 \leq (-1)^{n-1} \cdot n^2 \leq 1 \cdot n^2$  hay  $-n^2 < u_n \leq n^2$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên, bị chặn dưới nên dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao nhiệm vụ</b>	GV yêu cầu học sinh - Giáo viên yêu học sinh làm bài tập 2.1; 2.2; 2.3; 2.4 trong sgk trang 56.
<b>Thực hiện</b>	HS hoạt động cá nhân.
<b>Báo cáo, thảo luận</b>	GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

## D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 2.5; 2.6; 2.7 (SGK – tr.46, 47).

**c) Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được các công thức dãy số vào các bài toán thực tế.

### Bài 2.5

a) Các số nguyên dương chia hết cho 3 là: 3; 6; 9; 12; ...

Các số này có dạng  $3n$  với  $n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy số hạng tổng quát của dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó đều chia hết cho 3 là  $u_n = 3n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Các số nguyên dương chia cho 4 dư 1 có dạng là  $4n + 1$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy số hạng tổng quát của dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó khi chia cho 4 dư là  $u_n = 4n + 1$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

### Bài 2.6

a) Số tiền ông An nhận được sau tháng thứ nhất là:

$$A_1 = 100. \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^1 = 100,5 \text{ (triệu đồng).}$$

Số tiền ông An nhận được sau tháng thứ hai là:

$$A_2 = 100. \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^2 = 101,0025 \text{ (triệu đồng).}$$

b) Số tiền ông An nhận được sau 1 năm (12 tháng) là:

$$A_{12} = 100. \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} \approx 106,17 \text{ (triệu đồng).}$$

### Bài 2.7

a) Ta có:  $A_0 = 100$  (triệu đồng)

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 1 tháng là:  $100 \cdot 0,8\% = 0,8$  (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 1 tháng là:  $2 - 0,8 = 1,2$  (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 1 tháng là:

$$A_1 = 100 - 1,2 = 98,8 \text{ (triệu đồng).}$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 2 tháng là:  $98,8 \cdot 0,8\% = 0,7904$  (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 2 tháng là:  $2 - 0,7904 = 1,2096$  (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 2 tháng là:

$$A_2 = 98,8 - 1,2096 = 97,5904 \text{ (triệu đồng).}$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 3 tháng là:  $97,5904 \cdot 0,8\% = 0,7807232$  (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 3 tháng là:  $2 - 0,7807232 = 1,2192768$  (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 3 tháng là:

$$A_3 = 97,5904 - 1,2192768 = 96,3711232 \text{ (triệu đồng).}$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 4 tháng là:  $96,3711232 \cdot 0,8\% \approx 0,77097$  (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 4 tháng là:  $2 - 0,77097 = 1,22903$  (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 4 tháng là:

$$A_4 = 96,3711232 - 1,22903 = 95,1420932 \text{ (triệu đồng).}$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 5 tháng là:  $95,1420932 \cdot 0,8\% \approx 0,76114$  (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 5 tháng là:  $2 - 0,76114 = 1,23886$  (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 5 tháng là:

$$A_5 = 95,1420932 - 1,23886 = 93,9032332 \text{ (triệu đồng).}$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 6 tháng là:  $93,9032332 \cdot 0,8\% \approx 0,75123$  (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 6 tháng là:  $2 - 0,75123 = 1,24877$  (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng là:

$$A_6 = 93,9032332 - 1,24877 = 92,6544632 \text{ (triệu đồng).}$$

b) Dự đoán hệ thức truy hồi đối với dãy số  $(A_n)$  là:

$$A_0 = 100; A_n = A_{n-1} - (2 - A_{n-1} - 1 \cdot 0,8\%) = 1,008A_{n-1} - 2.$$

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao nhiệm vụ</b>	- GV tổ chức HD HS hoạt động nhóm 6 – 7 học sinh thực hiện bài tập 2.5 và 2.6. - GV yêu cầu học sinh về nhà làm bài tập 2.7 trong sgk trang 46,47.
<b>Thực hiện</b>	- HS hoạt động nhóm 6 – 7 học sinh tìm đáp án. - HS hoạt động cá nhân ở nhà bài 2.7, thảo luận nhóm thống nhất đáp án khi đến lớp.
<b>Báo cáo, thảo luận</b>	- Học sinh đại diện các nhóm lên bảng chia sẻ bài 2.5 và 2.6. - Học sinh nộp ảnh bài tập về nhà 2.7 cho giáo viên.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kết quả.

### HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Cấp số cộng**".

# TÊN BÀI DẠY: CẤP SỐ CỘNG

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

## I. Mục tiêu

### 1. Về kiến thức:

- Định nghĩa cấp số cộng.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số cộng.

### 2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

## II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phấn, thước kẻ, máy chiếu

## III. Tiến trình dạy học

### Tiết 1.

#### Hoạt động 1: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) **Nội dung:** Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ 3 và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Tính tổng số ghế của nhà hát đó.

Câu 1: Với các kiến thức đã học, em có thể giải quyết được yêu cầu bài toán trên không?

Câu 2: Theo quy luật bài toán đưa ra, em hãy xác định số ghế ở hàng thứ 4, hàng thứ 5, hàng thứ 6, ...?

Câu 3: Số ghế ở mỗi hàng, tính từ hàng đầu tiên lập thành một dãy số, dãy số đó có gì đặc biệt?

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh, bước đầu có hình dung về nội dung bài học.

(TL1) Chưa thể giải quyết ngay bài toán.

(TL2) Số ghế ở hàng thứ 4 là: 22.

Số ghế ở hàng thứ 5 là: 24.

Số ghế ở hàng thứ 6 là: 26.

...

(TL3) Số ghế ở mỗi hàng, tính từ hàng đầu tiên lập thành một dãy số: 16, 18, 20, 22, 24, 26, ... Dãy số này có số sau hơn số trước 2 đơn vị.

d) **Tổ chức thực hiện:** Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	- GV : Trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	* HS quan sát và chú ý lắng nghe, suy nghĩ trả lời câu hỏi.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### 1. Định nghĩa

#### Hoạt động 2.1. Nhận biết cấp số cộng

##### a) Mục tiêu:

- Nhận biết được một dãy số là cấp số cộng.
- Biết được các khái niệm: công sai, số hạng đầu của cấp số cộng và xác định được chúng.

##### b) Nội dung: HĐ 1, ví dụ 1, ví dụ 2, Luyện tập 1

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS. HS hình thành được kiến thức bài học, nhận biết được dãy số là cấp số cộng, công sai và số hạng đầu của cấp số cộng.

#### Hoạt động 1:

a) Năm số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  là năm số tự nhiên lẻ đầu tiên và đó là: 1; 3; 5; 7; 9.

b) Nhận thấy trong dãy số  $(u_n)$ , số hạng sau hơn số hạng liền trước 2 đơn vị. Do đó, ta dự đoán công thức biểu diễn số hạng  $u_n$  theo số hạng  $u_{n-1}$  là  $u_n = u_{n-1} + 2$ .

**Kết luận:** Định nghĩa về cấp số cộng, công sai của cấp số cộng (**SGK - tr 48**).

**Ví dụ 1 (SGK -tr48).**

**Ví dụ 2 (SGK - tr49).**

- Để chứng minh  $(u_n)$  là một cấp số cộng, hãy chứng minh hiệu hai số hạng liên tiếp  $u_n - u_{n-1}$  không đổi.

#### Luyện tập 1:

Ta có:  $u_{n-1} = -2(n-1) + 3 = -2n + 2 + 3 = -2n + 5$

Do đó,

$u_n - u_{n-1} = (-2n + 3) - (-2n + 5) = -2$ , với mọi  $n \geq 2$ .

Vậy dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có số hạng đầu là  $u_1 = -2 \cdot 1 + 3 = 1$  và công sai  $d = -2$ .

#### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- GV cho HS làm HĐ1 theo hướng dẫn từng bước ở SGK.</li><li>- Từ HĐ1 trên GV yêu cầu một HS nêu định nghĩa “cấp số cộng” theo cách hiểu của bản thân?</li><li>Từ đó GV nhận xét và nêu định nghĩa “cấp số cộng”.</li><li>- GV nêu Câu hỏi trang 48, yêu cầu HS thảo luận theo nhóm và trình bày.</li><li>- HS đọc hiểu Ví dụ 1: Rèn luyện kỹ năng xác định các số hạng của cấp số cộng khi biết số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.</li><li>- GV cho HS đọc hiểu Ví dụ 2: Chứng minh một dãy số là cấp số cộng, rèn luyện cách xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng khi biết số hạng tổng quát của dãy số.</li><li>- Từ định nghĩa về cấp số cộng và Ví dụ, GV cho 1 HS nêu cách chứng minh một dãy số là một cấp số cộng theo ý hiểu của bản thân. Sau đó cho HS khác nhận xét. Cuối cùng, chốt cách chứng minh.</li><li>- GV cho HS làm Luyện tập 1, thảo luận nhóm đôi.</li></ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu.</li><li>- HS suy nghĩ trả lời câu hỏi, làm HĐ1, Câu hỏi, đọc hiểu các Ví dụ.</li><li>- HS thảo luận nhóm Luyện tập 1</li></ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- HS giơ tay phát biểu, trình bày bài.</li><li>- Đại diện nhóm trình bày các câu trả lời, các nhóm kiểm tra chéo.</li><li>- HS lắng nghe, nhận xét.</li></ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở, nhấn mạnh các ý chính của bài về: Định nghĩa cấp số cộng, số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

### 2. Số hạng tổng quát

#### Hoạt động 2.2: Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

**a) Mục tiêu:**

- Xác định và giải thích được công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng.

**b) Nội dung:** HĐ 2, ví dụ 3, ví dụ 4, luyện tập 2

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.HS hình thành được kiến thức bài học, xác định được công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

**Hoạt động 2:**

a) Ta có:  $u_2 = u_1 + d$ ;

$u_3 = u_2 + d = (u_1 + d) + d = u_1 + 2d$ ;

$u_4 = u_3 + d = (u_1 + 2d) + d = u_1 + 3d$ ;

$u_5 = u_4 + d = (u_1 + 3d) + d = u_1 + 4d$ .

b) Từ câu a, ta dự đoán công thức tính số hạng tổng quát  $u_n$  theo  $u_1$  và  $d$  là

$$u_n = u_1 + (n - 1)d.$$

**Kết luận: (SGK - tr 49).**

**Ví dụ 3 (SGK - tr49).**

**Ví dụ 4 (SGK - tr49).**

**Luyện tập 2:**

Ta có:  $u_n - u_{n-1} = (4n - 3) - [4(n - 1) - 3] = 4n - 3 - (4n - 4 - 3) = 4$ , với mọi  $n \geq 2$ .

Do đó, dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 4 - 3 = 1$  và công sai  $d = 4$ .

Số hạng tổng quát là:  $u_n = 1 + (n - 1) \cdot 4$ .

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS làm <b>HĐ2</b> theo hướng dẫn từng bước ở SGK.</li> <li>- Từ <b>HĐ2</b> nhận xét và suy ra công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.</li> <li>- HS đọc hiểu <b>Ví dụ 3</b>: Rèn luyện kỹ năng xác định các số hạng của cấp số cộng.</li> <li>- GV cho HS đọc hiểu <b>Ví dụ 4</b>: Rèn luyện cách xác định số hạng bất kì của cấp số cộng dựa vào công thức số hạng tổng quát.</li> <li>- GV cho HS làm <b>Luyện tập 2</b>, thảo luận nhóm đôi.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu.</li> <li>- HS suy nghĩ trả lời câu hỏi, làm HĐ2, đọc hiểu các Ví dụ.</li> <li>- HS thảo luận nhóm Luyện tập 2.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, trình bày bài.</li> <li>- Đại diện nhóm trình bày các câu trả lời, các nhóm kiểm tra chéo.</li> <li>- HS lắng nghe, nhận xét.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở, nhấn mạnh các ý chính của bài về: công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

**Tiết 2.**

**3. Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng**

**Hoạt động 2.3: Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng**

**a) Mục tiêu:**

- Nắm được công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.

- Vận dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng để giải quyết các bài toán thực tiễn liên quan.

- Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng n số hạng liên tiếp của một dãy số khi biết công thức số hạng tổng quát.

**b) Nội dung:** Hđ 3, ví dụ 5, ví dụ 6, vận dụng, góc công nghệ. ( Lưu ý: đối tượng yếu kém không tổ chức Hđ 3)

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh. HS hình thành được kiến thức bài học, xác định được công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.



### Hoạt động 3:

a) Ta có:  $u_2 = u_1 + d$ ; ...;

$$u_{n-1} = u_1 + (n-1-1)d = u_1 + (n-2)d;$$

$$u_n = u_1 + (n-1)d.$$

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$$

$$= u_1 + (u_1 + d) + \dots + [u_1 + (n-2)d] + [u_1 + (n-1)d]$$

$$b) S_n = u_n + u_{n-1} + \dots + u_2 + u_1$$

$$= [u_1 + (n-1)d] + [u_1 + (n-2)d] + \dots + (u_1 + d) + u_1$$

c) Ta có:

$$S_n + S_n = \{u_1 + (u_1 + d) + \dots + [u_1 + (n-2)d] + [u_1 + (n-1)d]\} + \{[u_1 + (n-1)d] + [u_1 + (n-2)d] + \dots + (u_1 + d) + u_1\}$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = \{u_1 + [u_1 + (n-1)d]\} + \{(u_1 + d) + [u_1 + (n-2)d]\} + \dots + \{[u_1 + (n-2)d] + (u_1 + d)\} + \{[u_1 + (n-1)d] + u_1\}$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = [2u_1 + (n-1)d] + [2u_1 + (n-1)d] + \dots + [2u_1 + (n-1)d] + [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = n \cdot [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d].$$

**Kết luận: (SGK – tr50).**

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d]$$

**Chú ý:**  $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ .

**Ví dụ 5 (SGK – tr50).**

**Ví dụ 6 (SGK – tr50).**

**Vận dụng:**

Số tiền lương anh Nam nhận được mỗi năm lập thành một cấp số cộng, gồm 10 số hạng, với số hạng đầu  $u_1 = 100$  và công sai  $d = 20$ .

Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng này là

$$S_{10} = u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$$

$$S = \frac{10}{2} [2u_1 + (10-1)d] = \frac{10}{2} [2 \cdot 100 + 9 \cdot 20] = 1900.$$

Vậy số tiền lương mà anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc ở công ty này là 1 900 triệu đồng hay 1 tỷ 900 triệu đồng.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- GV cho HS làm <b>HD3</b> theo hướng dẫn từng bước ở SGK để xây dựng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.</li><li>- Từ <b>HD3</b> chốt kiến thức và đưa ra công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.</li><li>- GV đặt câu hỏi để HS nắm được phần <b>Chú ý</b>: Nếu sử dụng công thức số hạng tổng quát <math>u_n = u_1 + (n-1)d</math> thì tổng <math>S_n</math> sẽ được tính như thế nào?</li><li>- HS đọc hiểu <b>Ví dụ 5</b>: Giải bài toán ở tình huống mở đầu.</li><li>- GV cho HS đọc hiểu <b>Ví dụ 6</b>: Vận dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng để giải quyết bài toán liên quan.</li><li>- GV cho HS làm <b>Vận dụng</b>, thảo luận nhóm đôi: Giải quyết bài toán thực tiễn liên quan đến cấp số cộng.</li><li>- Gv hướng dẫn học sinh cách sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng n số hạng liên tiếp của một dãy số khi biết công thức số hạng tổng quát.</li></ul>
--------------------	--

<b>Thực hiện</b>	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu. - HS suy nghĩ trả lời câu hỏi, làm HD3, đọc hiểu các Ví dụ. - HS thảo luận nhóm Vận dụng.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS giơ tay phát biểu, trình bày bài. - Đại diện nhóm trình bày các câu trả lời, các nhóm kiểm tra chéo. - HS lắng nghe, nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở, nhấn mạnh các ý chính của bài về: công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.

### Hoạt động 3 : Luyện tập

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học của bài.

**b) Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm Bài 2.8 a, 2.9b, 2.10

**c) Sản phẩm học tập:** Lời giải bài tập. HS nhận biết được khái niệm cơ bản về cấp số cộng, công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng, công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.

#### Bài 2.8:

a) Ta có: công sai của cấp số cộng đã cho là  $d = 9 - 4 = 5$ .

Số hạng đầu của cấp số cộng là  $u_1 = 4$ .

Số hạng thứ 5 của cấp số cộng là  $u_5 = u_1 + (5 - 1)d = 4 + 4 \cdot 5 = 24$ .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng là

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 4 + (n - 1) \cdot 5 = 4 + 5n - 5 = 5n - 1 \text{ hay } u_n = 5n - 1.$$

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là  $u_{100} = 5 \cdot 100 - 1 = 499$ .

#### Bài 2.9

b)  $u_n = 6n - 4$

+) Năm số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  là:

$$u_1 = 6 \cdot 1 - 4 = 2;$$

$$u_2 = 6 \cdot 2 - 4 = 8;$$

$$u_3 = 6 \cdot 3 - 4 = 14;$$

$$u_4 = 6 \cdot 4 - 4 = 20;$$

$$u_5 = 6 \cdot 5 - 4 = 26.$$

+) Ta có:  $u_n - u_{n-1} = (6n - 4) - [6(n - 1) - 4] = 6$ , với mọi  $n \geq 2$ .

Do đó dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 6$ .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng này là  $u_n = u_1 + (n - 1)d = 2 + (n - 1) \cdot 6$ .

#### Bài 2.10:

Ta biểu diễn số hạng thứ 5 và số hạng thứ 12 theo số hạng thứ nhất  $u_1$  và công sai  $d$ .

$$\text{Ta có: } u_5 = u_1 + (5 - 1)d \text{ hay } 18 = u_1 + 4d.$$

$$u_{12} = u_1 + (12 - 1)d \text{ hay } 32 = u_1 + 11d.$$

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ u_1 + 11d = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 10 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Số hạng thứ 50 của cấp số cộng là  $u_{50} = u_1 + (50 - 1)d = 10 + 49 \cdot 2 = 108$ .

#### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	.- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS. - GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi bài 2.8 a, 2.9b, 2.10.
<b>Thực hiện</b>	HS quan sát và chú ý lắng nghe. - HS tự phân công nhóm trưởng, thảo luận nhóm. - HS hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác. - GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải.

#### 4. Hoạt động 4 : Vận dụng

**a) Mục tiêu:**

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** Bài 2.12, 2.13, 2.14

**c) Sản phẩm:** HS vận dụng kiến thức đã học giải quyết được bài toán về cấp số cộng.

**Bài 2.12:**

Giá của chiếc xe ô tô sau một năm sử dụng là  $680 - 55 = 625$  (triệu đồng)

Giá của chiếc xe ô tô sau mỗi năm sử dụng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu là  $u_1 = 625$  và công sai  $d = -55$  (do giá xe giảm).

Do đó, giá của chiếc ô tô sau 5 năm sử dụng là

$$u_5 = u_1 + (5 - 1)d = 625 + 4 \cdot (-55) = -405 \text{ (triệu đồng).}$$

**Bài 2.13:**

Số ghế ở mỗi hàng của hội trường lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 15$  và công sai  $d = 3$ . Giả sử cần thiết kế tối thiểu  $n$  hàng ghế để hội trường có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi.

$$\text{Ta có: } S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d] = \frac{n}{2} [2 \cdot 15 + (n - 1) \cdot 3] \geq 870$$

$$\text{Do đó, } n(30 + 3n - 3) \geq 1740$$

$$\Leftrightarrow n(3n + 27) - 1740 \geq 0 \Leftrightarrow 3n^2 + 27n - 1740 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq -29 \\ n \geq 20 \end{cases}$$

Vậy cần thiết kế tối thiểu 20 hàng ghế để thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 2.14:**

Ta có: 1,2 triệu người = 1 200 nghìn người.

Dân số mỗi năm của thành phố từ năm 2020 đến năm 2030 lập thành một cấp số cộng, gồm 11 số hạng ( $2030 - 2020 + 1 = 11$ ), với số hạng đầu  $u_1 = 1 200$  và công sai  $d = 30$ .

$$\text{Ta có: } u_{11} = u_1 + (11 - 1)d = 1 200 + 10 \cdot 30 = 1 500.$$

Vậy dân số của thành phố này vào năm 2030 khoảng 1 500 nghìn người hay 1,5 triệu người.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	GV yêu cầu học sinh về nhà làm bài tập 2.12, 2.13, 2.14 trong sgk trang 51
<b>Thực hiện</b>	HS hoạt động cá nhân.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Học sinh nộp ảnh bài tập về nhà cho giáo viên.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

## BÀI 3: CẤP SỐ NHÂN

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - GT: 11

*Thời gian thực hiện: 02 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Kiến thức

- Định nghĩa cấp số nhân.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân.

#### 2. Năng lực

- *Năng lực tự học:* Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực giải quyết vấn đề:* Phân tích được tình huống trong học tập, trong cuộc sống; phát hiện và nêu được tình huống có vấn đề trong học tập và trong cuộc sống. Biết đặt nhiều câu hỏi có giá trị, nêu được nhiều ý tưởng mới trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý:* HS làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập, trong cuộc sống hàng ngày; hợp tác nhóm, trưởng nhóm phải biết phân công nhiệm vụ cho từng thành viên của nhóm, các thành viên của nhóm phải ý thức được nhiệm vụ và hoàn thành nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp:* Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác:* HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ:* Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

#### 3. Phẩm chất:

- *Trách nhiệm:* Không đổ lỗi cho người khác, có ý thức và tìm cách khắc phục thiếu sót của bản thân; quan tâm đến các công việc chung. Tìm hiểu và chấp hành những quy định chung của tập thể; tránh những hành vi vi phạm kỷ luật.
- *Chăm chỉ:* Tích cực học tập, rèn luyện để chuẩn bị cho nghề nghiệp tương lai. Luôn cố gắng vươn lên đạt kết quả tốt trong học tập. Ham học hỏi, thích đọc sách để mở rộng hiểu biết.
- *Trung thực:* Thật thà, thẳng thắn trong học tập, lao động và sinh hoạt hàng ngày; mạnh dạn nói lên ý kiến của mình. Luôn giữ lời hứa; mạnh dạn nhận lỗi, sửa lỗi và bảo vệ cái đúng, cái tốt.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về cấp số nhân
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:

#### TIẾT 1:

#### 1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

**a) Mục tiêu:** Giúp học sinh xác định được nhiệm vụ cụ thể cần giải quyết trong bài học.

**b) Nội dung:** GV hướng dẫn, tổ chức học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.

H1- Hãy tính số tiền lương thu được ở năm thứ 2, năm thứ 3, thứ 4, thứ 5

H2- Nếu xem số số tiền lương năm thứ 1, thứ 2, thứ 3, thứ 4, thứ 5 là các số hạng của một dãy số thì các số hạng của dãy số có quy tắc gì?

H3- Có thể khái quát quy tắc trên bằng phép nhân được hay không?

**c) Sản phẩm:**

Câu trả lời của HS

L1- Số tiền lương thu được ở năm thứ 2, năm thứ 3, thứ 4, thứ 5

L2- Quy tắc đó là: Từ số hạng thứ hai trở đi đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với 1 giá trị không đổi 0,05

L3- Có thể khái quát quy tắc trên bằng phép nhân với một số không đổi.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**\*) Chuyển giao nhiệm vụ:** Giới thiệu bài toán

Một công ty tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu là 240 triệu đồng và cam kết sẽ tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền trước đó. Tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm (làm tròn đến triệu đồng).

\*) **Thực hiện:** Học sinh tính số tiền lương của 5 năm đầu tiên và thấy được sự liên quan của số tiền thu được sau các năm liên tiếp nhau, hình thành phương pháp xác định số tiền lương và tìm hiểu nội dung bài học để trả lời được câu hỏi tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm

\*) **Báo cáo, thảo luận:**

- HS trả lời nhanh các câu hỏi của giáo viên.
- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- Học sinh tham gia tích cực và trình bày hướng để giải quyết vấn đề.
- Dẫn dắt vào bài mới.

## CẤP SỐ NHÂN

### 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

#### Hoạt động 2.1: Tìm hiểu định nghĩa

a) **Mục tiêu:** Học sinh biết được khái niệm cấp số nhân

b) **Nội dung:**

- Học sinh làm việc nhóm thực hiện các yêu cầu sau

Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3 \cdot 2^n$ .

a) Viết năm số hạng đầu của dãy số này.

b) Dự đoán hệ thức truy hồi liên hệ giữa  $u_n$  và  $u_{n-1}$ .

- Học sinh thực hiện yêu cầu

+ Viết 5 số hạng đầu

+ Dự đoán mối liên hệ giữa các số hạng từ đó dự đoán hệ thức truy hồi

- Học sinh trả lời câu hỏi:

Câu hỏi 1: Từ định nghĩa, nêu phương pháp chứng minh dãy số là cấp số nhân?

Câu hỏi 2: Từ định nghĩa, nêu phương pháp tìm công bội  $q$  của cấp số nhân.

c) **Sản phẩm:**

- Hình thành định nghĩa CSN
- Biết tìm công bội của CSN dựa vào số hạng đã biết
- Biết cách chứng minh 1 dãy số là CSN

#### I. Định nghĩa của cấp số nhân

**Cấp số nhân** là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi  $q$ . Số  $q$  được gọi là **công bội** của cấp số nhân.

Cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q$  được cho bởi hệ thức truy hồi  $u_n = u_{n-1} \cdot q$  với  $n \geq 2$

**Đặc biệt:**

Khi  $q = 0$ , cấp số nhân có dạng  $u_1; 0; 0; 0; \dots$

Khi  $q = 1$ , cấp số nhân có dạng  $u_1; u_1; u_1; u_1; \dots; u_1; \dots$

Khi  $u_1 = 0$  thì với mọi  $q$ , cấp số nhân có dạng  $0; 0; 0; 0; \dots$

- Xét  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q =$  hằng số thì  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q$ .

d) **Tổ chức thực hiện**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** Giao nhiệm vụ cho các nhóm thực hiện

\*) **Thực hiện:** Hoạt động nhóm thực hiện yêu cầu của giáo viên

\*) **Báo cáo thảo luận:**

- GV gọi lần lượt hs đại diện các nhóm đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận: Định nghĩa cấp số nhân

## Hoạt động 2.2: Tìm hiểu số hạng tổng quát của cấp số nhân

a) **Mục tiêu:** Học sinh biết công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

b) **Nội dung:**

- Yêu cầu học sinh thực hiện bài toán : Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ .

a) Tính các số hạng  $u_2, u_3, u_4, u_5$  theo  $u_1$  và  $q$ .

b) Dự đoán công thức tính số hạng thứ  $n$  theo  $u_1$  và  $q$ .

H1: Để tính được  $u_2, u_3, u_4, u_5$  theo  $u_1$  và  $q$ . Ta dựa vào điều gì?

H2: Tính các số hạng  $u_2, u_3, u_4, u_5$  theo  $u_1$  và  $q$ ?

H3: Hãy tính số tiền mà nhà tỉ phú phải trả cho nhà toán học ở ngày thứ 20?

H4: Dự đoán công thức tính số hạng thứ  $n$  theo  $u_1$  và  $q$ .

c) **Sản phẩm:**

- Đáp án các câu hỏi trong VD

$$u_2 = u_1 \cdot q; u_3 = u_1 \cdot q^2; u_4 = u_1 \cdot q^3$$

- Dự đoán công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$$

## II. Số hạng tổng quát

Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$  với  $n \geq 2$

d) **Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ**

- Giáo viên chiếu (hoặc dùng bảng phụ) cho học sinh quan sát và các câu hỏi. Cho học sinh 4 nhóm cùng trả lời các câu hỏi.

\*) **Thực hiện nhiệm vụ**

- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ.

- Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.

\*) **Báo cáo, thảo luận**

- Các nhóm nộp sản phẩm. Giáo viên treo bảng phụ và gọi một học sinh bất kì của nhóm đó giải thích câu trả lời.

- Học sinh giải thích câu trả lời. Các học sinh ở nhóm khác nhận xét, bổ sung.

\*) **Kết luận, nhận định**

Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân.

## Giao nhiệm vụ về nhà

- Biết định nghĩa cấp số nhân, các trường hợp đặc biệt

- Tính các số hạng  $u_2, u_3, u_4, u_5, \dots$  theo  $u_1$  và  $q$  theo công thức  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$  với  $n \geq 2$

- Đọc phần công thức tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân,

-----

## TIẾT 2:

### Hoạt động 2.3: Tìm hiểu tổng $n$ số hạng đầu của một cấp số nhân

a) **Mục tiêu:** Học sinh biết công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu của một cấp số nhân

b) **Nội dung:**

- Học sinh hoàn thành phiếu học tập

Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = a$  và công bội  $q \neq 1$ . Để tính tổng của  $n$  số hạng đầu

$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$  Thực hiện lần lượt các yêu cầu sau:

a) Biểu diễn mỗi số hạng trong tổng trên theo  $u_1$  và  $q$  để được biểu thức tính tổng  $S_n$  chỉ chứa  $u_1$  và  $q$ .

b) Từ kết quả phần a, nhân cả hai vế với  $q$  để được biểu thức tính tích  $q \cdot S_n$  chỉ chứa  $u_1$  và  $q$ .

c) Trừ từng vế hai đẳng thức nhận được ở a và b và giản ước các số hạng đồng dạng để tính  $(1-q)S_n$  theo  $u_1$  và  $q$ . Từ đó suy ra công thức tính  $S_n$ .

H1: Biểu diễn mỗi số hạng trong tổng trên theo  $u_1$  và  $q$ ?

H2: ) Từ kết quả phần a, nhân cả hai vế với  $q$  để được biểu thức tích  $q \cdot S_n$  chỉ chứa  $u_1$  và  $q$ ?

H3: Trừ từng vế hai đẳng thức nhận được ở a và b và giản ước các số hạng đồng dạng để tính  $(1-q)S_n$  theo  $u_1$  và  $q$ . Từ đó suy ra công thức tính  $S_n$ ?

**c) Sản phẩm:**

- Thực hiện theo yêu cầu của GV hoàn thiện phiếu học tập
- Hình thành công thức tính tổng n số hạng đầu của CSN

**III. Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân**

Cho cấp số nhân $(u_n)$ với công bội $q \neq 1$ . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Khi đó $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ .
---

**d) Tổ chức thực hiện:**

**\*)Chuyển giao nhiệm vụ**

- Giáo viên cho 4 nhóm hoàn thành phiếu học tập

**\*)Thực hiện nhiệm vụ**

- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ.
- Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
- Học sinh các nhóm thảo luận, tìm câu trả lời

**\*)Báo cáo, thảo luận**

- Các nhóm nộp sản phẩm. Giáo viên chọn sản phẩm của 1 nhóm để treo, và gọi thành viên nhóm khác nhận xét.
- Các học sinh đặt câu hỏi để hiểu bài hơn.
- Nhóm nào nhanh nhất, lên bảng trình bày

**\*)Kết luận, nhận định**

Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận

**3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP**

**Hoạt động 3.1:** Học sinh thực hành theo nhóm

**a) Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải các ví dụ

**b) Nội dung:** Giải quyết được các yêu cầu giáo viên đưa ra

**Ví dụ 1:** Cho cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân này.

**Ví dụ 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ . Chứng minh rằng dãy số này là một cấp số nhân. Xác định số hạng đầu và công bội của nó.

**Ví dụ 3:** Tìm năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của cấp số nhân:  $8, -4, \dots$

**Ví dụ 4:** Cho một cấp số nhân gồm các số hạng dương. Biết số hạng thứ 10 bằng 1536 và số hạng thứ 12 bằng 6144. Tìm số hạng thứ 20 của cấp số nhân đó.

**Ví dụ 5:** Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

**Ví dụ 6:** Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số nhân  $2, 6, 18, \dots$  để được kết quả bằng 728

**c) Sản phẩm:** Học sinh làm trình bày.

**TL1:**

Năm số hạng đầu của cấp số nhân này là:

$$u_1 = 5, u_2 = u_1 \cdot q = 5 \cdot (-2) = -10, u_3 = u_2 \cdot q = (-10) \cdot (-2) = 20$$

$$u_4 = u_3 \cdot q = 20 \cdot (-2) = -40, u_5 = u_4 \cdot q = (-40) \cdot (-2) = 80$$

**TL2:** Với mọi  $n \geq 2$ , ta có  $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{3^{n-1}} \cdot \frac{3^{n-2}}{1} = \frac{1}{3}$  tức là  $u_n = \frac{1}{3} \cdot u_{n-1}$  với mọi  $n \geq 2$ .

Vậy  $(u_n)$  là một cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{3^0} = 1$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ .

**TL3:**

Cấp số nhân này có số hạng đầu  $u_1 = 8$  và công bội  $q = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$ .

Do đó năm số hạng đầu là:  $8, -4, 2, -1, \frac{1}{2}$ .

Số hạng thứ 100 là:  $u_{100} = u_1 \cdot q^{99} = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{99} = -\frac{1}{2^{96}}$ .

**TL4:**

Giả sử  $u_1$  là số hạng đầu và  $q$  là công bội của cấp số nhân đã cho. Ta có: 
$$\begin{cases} u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 1536 \\ u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 6144. \end{cases}$$

Từ đây suy ra  $q^2 = 4$ , tức là  $q = 2$  hoặc  $q = -2$ .

Với  $q = 2$ , ta tính được  $u_1 = 3$ .

Với  $q = -2$  ta tính được  $u_1 = -3$  (trường hợp này loại vì  $u_1 > 0$  theo giả thiết).

Do đó  $u_1 = 3$  và  $q = 2$ .

Vậy số hạng thứ 20 của cấp số nhân đã cho là  $u_{20} = u_1 \cdot q^{19} = 3 \cdot 2^{19} = 1572864$ .

**TL5:**

Lương hằng năm (triệu đồng) của chuyên gia lập thành một cấp số nhân, với số hạng đầu  $u_1 = 240$  và công bội  $q = 1,05$ . Tổng số lương của chuyên gia đó sau 10 năm chính là tổng của 10 số hạng đầu của cấp

số nhân này và bằng  $S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{240[1-(1,05)^{10}]}{1-1,05} \approx 3019$ .

Vậy tổng số lương (làm tròn đến triệu đồng) của chuyên gia đó sau 10 năm là 3019 triệu đồng hay 3,019 tỉ đồng.

**TL6:**

Cấp số nhân này có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Gọi  $n$  là số các số hạng đầu cần lấy. Ta có

$$728 = S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{2(1-3^n)}{1-3} = 3^n - 1.$$

Từ đây ta được  $3^n = 729 = 3^6$ . Suy ra  $n = 6$ .

Vậy phải lấy 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho để được tổng bằng 728.

**d) Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV yêu cầu học sinh

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm các ví dụ theo sự phân công

\*) **Thực hiện**: HS hoạt động độc lập

\*) **Báo cáo, thảo luận**:

GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

**Hoạt động 3.2:** Học sinh thực hành cá nhân.

**a) Mục tiêu:** HS biết áp dụng các kiến thức về cấp số nhân. HS thực hiện được cơ bản các dạng bài tập về cấp số nhân.

**b) Nội dung:**

**Luyện tập 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2 \cdot 5^n$ . Chứng minh rằng dãy số này là một cấp số nhân. Xác định số hạng đầu và công bội của nó.

**Luyện tập 2:** Trong một lọ nuôi cấy vi khuẩn, ban đầu có 5000 con vi khuẩn và số lượng vi khuẩn tăng lên thêm 8% mỗi giờ. Hỏi sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

**c) Sản phẩm:** học sinh thể hiện trên phiếu học tập kết quả bài làm của mình.

**TL1:** Để chứng minh dãy số  $(u_n)$  gồm các số khác 0 là một cấp số nhân, ta cm tỉ số  $\frac{u_n}{u_{n-1}}$  không đổi.



**TL2:** chuyển đổi ngôn ngữ bài toán về CSN, Tính được số vi khuẩn dựa vào công thức số hạng tổng quát

**d) Tổ chức thực hiện**

**\*)Chuyển giao** HS: Nhận nhiệm vụ

**\*)Thực hiện** HS: Thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào phiếu học tập.

**\*)Báo cáo thảo luận**

- Từng học sinh trình bày kết quả các câu hỏi.

- Các học sinh khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề

**\*)Đánh giá, nhận xét, tổng hợp** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu đúng và nhanh nhất.

- Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

**4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG.**

**a) Mục tiêu:** Giải quyết một số bài toán ứng dụng cấp số nhân trong thực tế.

**b) Nội dung: GV đưa ra bài toán**

Một nhà máy tuyển thêm công nhân vào làm việc trong thời hạn ba năm và đưa ra hai phương án lựa chọn về lương như sau:

- Phương án 1: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý, lương tháng sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng.

- Phương án 2: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý, lương tháng sẽ tăng thêm 5%.

Với phương án nào thì tổng lương nhận được sau ba năm làm việc của người công nhân sẽ lớn hơn?

**c) Sản phẩm:** Sản phẩm trình bày của 4 nhóm học sinh.

**d) Tổ chức thực hiện**

**\*)Chuyển giao** GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 5 cuối tiết 2 của bài

HS: Nhận nhiệm vụ, làm câu hỏi theo số thứ tự nhóm.

**\*)Thực hiện** Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và thảo luận và ghi kết quả vào bảng trả lời của nhóm.

**\*)Báo cáo thảo luận**

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết sau.

Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

**\*)Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.

- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

**Giao nhiệm vụ về nhà**

- Biết công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân,

- Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ .

-----

## **ÔN TẬP CHƯƠNG II**

*Thời gian thực hiện: 01 tiết*

### **I. MỤC TIÊU**

#### **1. Kiến thức**

Học sinh ôn lại và củng cố về:

- Nhận biết được dãy số hữu hạn, dãy số vô hạn.
- Nhận biết các cách cho một dãy số: bằng liệt kê các số hạng (đối với dãy số hữu hạn và có ít số hạng); bằng công thức của số hạng tổng quát; bằng hệ thức truy hồi; bằng cách mô tả.
- Nhận biết được tính chất tăng, giảm, bị chặn của dãy số trong những trường hợp đơn giản.
- Định nghĩa cấp số cộng.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số cộng.
- Định nghĩa cấp số nhân.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.
- Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân.

#### **2. Năng lực**

- *Năng lực tự học*: Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học*: thông qua việc học sinh thiết lập các dãy số liên quan đến thực tiễn ở trong bài học. Trong các lời giải của các bài tập.
- *Năng lực giao tiếp*: Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác*: HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.
- *Năng lực tư duy và lập luận Toán học*: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.

#### **3. Phẩm chất:**

- Chăm chỉ tích cực đọc sách giáo khoa, tìm tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân.
- Có trách nhiệm trong hoạt động nhóm, chủ động thực hiện các nhiệm vụ.
- Trung thực trong quá trình tiếp cận các kiến thức mới, ghi chép, làm bài tập.

### **II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

- Giáo viên tổng hợp kiến thức bài dãy số; cấp số cộng; cấp số nhân
- Giáo viên giải các bài tập phần trắc nghiệm và bài tập phần tự luận trong sgk trang 56,57.
- Mỗi học sinh tự tổng hợp lại kiến thức bài Dãy số; Cấp số cộng; Cấp số nhân và làm các bài tập 2.22 đến 2.26; 2.27; 2.28; 2.30; 2.31 ra vở ghi.

### **III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :**

#### **1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU**

**a) Mục tiêu:** Nhớ lại tên các bài học và mục lục chính của từng bài học thuộc chương II.

**b) Nội dung:** Học sinh hoạt động cá nhân và nhắc lại các định nghĩa và các tính chất

H1- Nhắc lại tên các bài học của chương II?

H2- Nhắc lại các mục lục chính của bài dãy số?

H3- Nhắc lại các mục lục chính của bài cấp số cộng?

H4- Nhắc lại các mục lục chính của bài cấp số nhân?

**c) Sản phẩm:**

Học sinh trả lời các câu hỏi.

TL1: Bài 1: Dãy số; Bài 2: Cấp số cộng; Bài 3: Cấp số nhân.

TL2: Bài **Dãy số** gồm: (1. Định nghĩa; 2. Cách cho một dãy số; 3. Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn)

TL3: Bài **Cấp số cộng** gồm: (1. Định nghĩa; 2. Số hạng tổng quát; 3. Tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số

cộng)

TL4: Bài **Cấp số nhân** gồm: (1. Định nghĩa; 2. Số hạng tổng quát; 3. Tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân)

**d) Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV nêu lần lượt từng câu hỏi

- GV mời 4 học sinh lần lượt trả lời câu hỏi

\*) **Thực hiện**: HS hoạt động cá nhân.

\*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi lần lượt 4 hs đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

**2.HOẠT ĐỘNG 2: HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**

**a) Mục tiêu:** Nhớ lại định nghĩa dãy số, cách cho một dãy số, dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn; Nhớ lại định nghĩa Cấp số cộng, số hạng tổng quát và tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng; Nhớ lại định nghĩa Cấp số nhân, số hạng tổng quát và tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân.

**b) Nội dung:** Học sinh hoạt động cá nhân và nhắc lại

H1- Nhắc lại định nghĩa dãy số, cách cho một dãy số, dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn?

H2- Nhắc lại định nghĩa Cấp số cộng, số hạng tổng quát và tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng?

H3- Nhắc lại định nghĩa Cấp số nhân, số hạng tổng quát và tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân?

**c) Sản phẩm:**

Học sinh trả lời các câu hỏi.

**TL1**

**Định nghĩa**

Một hàm số  $u$  xác định trên tập hợp các số nguyên dương  $\mathbb{N}^*$  được gọi là một dãy số vô hạn (hay gọi tắt là dãy số). Kí hiệu dãy số là  $u(n)$ .

Dạng khai triển của dãy số  $u(n)$  là  $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

Mỗi giá trị của hàm số  $u$  được gọi là một số hạng của dãy số. Chẳng hạn:

$u_1 = u(1)$ : số hạng thứ nhất (hay còn gọi là số hạng đầu).

$u_2 = u(2)$ : số hạng thứ hai.

$u_n = u(n)$ : số hạng thứ  $n$  (hay còn gọi là số hạng tổng quát).

**Cách cho một dãy số**

Có 4 cách để cho một dãy số

**Cách 1:** Liệt kê tất cả các số hạng (thường dùng với dãy hữu hạn)

**Cách 2:** Công thức của số hạng tổng quát.

**Cách 3:** Phương pháp mô tả.

**Cách 4:** Phương pháp truy hồi, nghĩa là:

Cho số hạng thứ nhất  $u_1$  (hoặc một vài số hạng đầu tiên);

Cho một công thức tính  $u_n$  theo  $u_{n-1}$  (hoặc theo vài số hạng đứng ngay trước nó).

**Dãy số tăng, dãy số giảm**

Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng  $\Leftrightarrow n \in \mathbb{N}^*, u_n < u_{n+1}$ .

Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm  $\Leftrightarrow n \in \mathbb{N}^*, u_n > u_{n+1}$ .

**TL2.**

**Định nghĩa**

□ Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hay hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số  $d$  không đổi, nghĩa là:  $(u_n)$  là cấp số cộng  $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$

□ Số  $d$  được gọi là công sai của cấp số cộng.

### Tính chất

**Định lí 1.** Nếu  $(u_n)$  là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$$

**Hệ quả.** Ba số  $a, b, c$  (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng  $\Leftrightarrow a + c = 2b$ .

### Số hạng tổng quát

**Định lí 2.** Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức sau:  $u_n = u_1 + (n-1)d$

### Tổng của $n$ số hạng đầu tiên của một cấp số cộng

**Định lí 3.** Giả sử  $(u_n)$  là 1 cấp số cộng có công sai  $d$ . Gọi  $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

( $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng). Khi đó  $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

### TL3

#### Định nghĩa

□ Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó và một số  $q$  không đổi, nghĩa là:  $(u_n)$  là cấp số nhân  $u_n = u_{n-1} \cdot q, n \geq 2$

□ Số  $q$  được gọi là công bội của cấp số nhân, với  $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}; n \geq 1$

### Tính chất

**Định lí 1.** Nếu  $(u_n)$  là một cấp số nhân thì kể từ số hạng thứ hai, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số nhân hữu hạn) bằng tích của hai số hạng đứng kề nó trong dãy. Tức là:

$$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2.$$

**Hệ quả.** Nếu  $a, b, c$  là ba số khác 0, thì “ba số  $a, b, c$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân khi và chỉ khi  $b^2 = ac$ ”.

### Số hạng tổng quát

**Định lí 2.** Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q \neq 0$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được tính bởi công thức:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 2$ .

### Tổng của $n$ số hạng đầu tiên của một cấp số nhân

**Định lí 3.** Giả sử  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q$ . Gọi  $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

Nếu  $q = 1$  thì  $S_n = nu_1$ . Nếu  $q \neq 1$  thì  $S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$

#### d) Tổ chức thực hiện:

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** GV chia lớp ra làm ba nhóm, giao cho mỗi nhóm một câu hỏi và yêu cầu các nhóm thực hiện trên giấy A0.

\*) **Thực hiện:** HS làm theo nhóm

**\*) Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 3 hs, lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình
- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

**\*) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- GV Chốt lại một số kiến thức đã học.

**3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**a) Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải các bài tập phần trắc nghiệm và bài tập 2.27; 2.28; 2.31; 2.31 phần tự luận trong sgk trang 56,57.

**b) Nội dung:** Làm bài tập phần trắc nghiệm và bài tập 2.27; 2.28; 2.31; 2.31 phần tự luận trong sgk trang 56,57.

**c) Sản phẩm:** Học sinh làm trình bày .

- Bài tập phần trắc nghiệm, GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

2.22.C	2.23.D	2.24.A	2.25.B	2.26.C
--------	--------	--------	--------	--------

- Bài tập phần tự luận: 2.27, 2.28, 2.30, 2.31

**Bài 2.27:** Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, số tiếng chuông đồng hồ quả lắc báo giờ lập thành một cấp số cộng gồm 12 số hạng, với số hạng đầu là 1 và công sai là 1 .

Tổng của 12 số hạng này là  $S = 78$  .

**Bài 2.28:** Ta có: 24 giờ =  $24 \cdot 3 \cdot 20 = 72 \cdot 20$  (phút).

Như vậy, sau 24 giờ, tức là sau 72 chu kì phân chia, từ tế bào ban đầu sẽ phân chia thành  $2^{72}$  tế bào.

**Bài 2.30:** Giả sử ba số đã cho theo thứ tự lập thành cấp số cộng là  $x, y, 21 - (x + y)$  (vì tổng của ba số bằng 21). Do ba số này lập thành cấp số cộng nên

$$y - x = [21 - (x + y)] - y \Leftrightarrow 3y = 21 \Leftrightarrow y = 7.$$

Khi đó 3 số đã cho có dạng:  $x, 7, 14 - x$  .

Bởi vì nếu lần lượt thêm các số 2 ; 3 ; 9 vào ba số đó thì được ba số  $x + 2; 10; 23 - x$  lập thành một cấp số nhân nên

$$\frac{10}{x + 2} = \frac{23 - x}{10} \Leftrightarrow (x + 2)(23 - x) = 100 \Leftrightarrow x^2 - 21x + 54 = 0 \Leftrightarrow x \in \{3; 18\}.$$

Vậy ta có hai bộ số cần tìm là (3; 7; 11) và (18; 7; -4) .

**Bài 2.31:** a) Gọi  $u_n (1 \leq n \leq 25)$  là độ cao của bậc cầu thang thứ  $n$  so với sàn tầng một.

Nhận thấy  $u_n$  là cấp số cộng với  $u_1 = 16$  và công sai  $d = 16$  .

$$\text{Suy ra } u_n = u_1 + (n - 1)d = 16n .$$

Vậy độ cao của bậc cầu thang thứ  $n$  so với mặt sân là  $v_n = u_n + 50 = 16n + 50(\text{cm})$  .

b) Độ cao của sàn tầng thứ hai so với mặt sân chính là độ cao của bậc cầu thang thứ 25 so với mặt sân và bằng  $v_{25} = 16 \cdot 25 + 50 = 450(\text{cm})$  .

**d) Tổ chức thực hiện:**

**\*) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV yêu cầu học sinh

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập phần trắc nghiệm trang 56.

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập 2.27; 2.28; 2.31; 2.31 phần tự luận trong sgk trang 57.

**\*) Thực hiện:** HS hoạt động cá nhân.

**\*) Báo cáo, thảo luận:**

GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

**\*) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

#### **4. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG, TÌM TÒI, MỞ RỘNG**

**a) Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải các bài tập 2.23 trong sgk trang 57.

**b) Nội dung:** Làm bài tập 2.32

**c) Sản phẩm:** Học sinh làm trình bày .

**Bài 2.32.** Gọi  $S_n$  là tổng diện tích hình vuông được tô ở bước thứ  $n$ . Ta có  $S_1 = \frac{1}{9}$ .

Bước 2 nhiều hơn bước 1 là 8 hình vuông có diện tích  $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^2}$ .

Suy ra  $S_2 = S_1 + 8 \cdot \frac{1}{9^2}$ .

Bước 3 nhiều hơn bước 2 là  $8 \cdot 8 = 8^2$  hình vuông diện tích  $\frac{1}{9^2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^3}$ .

Suy ra  $S_3 = S_2 + 8^2 \cdot \frac{1}{9^3}$ .

Bước 4 nhiều hơn bước 3 là  $8^2 \cdot 8 = 8^3$  hình vuông diện tích  $\frac{1}{9^3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^4}$ .

Suy ra  $S_4 = S_3 + 8^3 \cdot \frac{1}{9^4}$ .

Bước 5 nhiều hơn bước 4 là  $8^3 \cdot 8 = 8^4$  hình vuông diện tích  $\frac{1}{9^4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^5}$ .

Suy ra  $S_5 = S_4 + 8^4 \cdot \frac{1}{9^5}$ . Vậy sau 5 bước thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh là

$$S_5 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8^2}{9^3} + \frac{8^3}{9^4} + \frac{8^4}{9^5} \approx 0,445 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

**Chú ý.** Tổng quát, nếu quá trình lặp lại  $n$  lần thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh

$$\text{sẽ là } S_n = \frac{1}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8^2}{9^3} + \dots + \frac{8^{n-1}}{9^n}.$$

Nhận thấy  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{9}$ , công bội  $q = \frac{8}{9}$ .

$$\text{Do đó } S_n = \frac{1}{9} \cdot \frac{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n}{1 - \frac{8}{9}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n}{\frac{1}{9}} = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n.$$

**d) Tổ chức thực hiện:**

**\*) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV yêu cầu học sinh về nhà làm bài tập 2.32 trong sgk trang 57.

**\*) Thực hiện:** HS hoạt động cá nhân.

**\*) Báo cáo, thảo luận:**

Học sinh nộp ảnh bài tập về nhà cho giáo viên.

**\*) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: Bài 8 - MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức, kỹ năng:

- Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm.
- Ghép nhóm mẫu số liệu.

##### 2. Về năng lực:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.
- Rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

##### 3. Về phẩm chất:

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Đối với GV: SGK, tài liệu giảng dạy, giáo án PPT.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### III. Tiến trình dạy học

##### 1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về vai trò và lợi ích của việc sử dụng các mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: Hãy quan sát bảng số liệu và trả lời câu hỏi: Biểu diễn dãy số liệu về tổng điểm ba môn của các thí sinh này thế nào để các trường thấy được bức tranh tổng thể về kết quả thi?

STT	Điểm Toán	Điểm Vật lí	Điểm Hoá học	Tổng điểm
1	8,00	7,25	7,75	23,00
2	6,00	7,75	6,50	20,25
...	...	...	...	...
344 752	4,50	5,75	6,25	16,50

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	GV đưa vấn đề: Biểu diễn dãy số liệu về tổng điểm ba môn của các thí sinh này thế nào để các trường thấy được bức tranh tổng thể về kết quả thi?
<b>Thực hiện</b>	HS chú ý lắng nghe, suy nghĩ câu trả lời.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: " <b>Mẫu số liệu ghép nhóm</b> "

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### Hoạt động 2.1. GIỚI THIỆU VỀ MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

a) Mục tiêu: Học sinh biết được thế nào là mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: - HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm HĐ1, thực hiện Ví dụ 1, củng cố bằng trả lời Luyện tập 1 SGK.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, HS hình thành được kiến thức bài học, nhận biết được mẫu số liệu ghép nhóm

Mẫu số liệu ghép nhóm là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số của các nhóm số liệu. Mỗi nhóm số liệu là tập hợp gồm các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định. Nhóm số liệu thường được cho dưới dạng  $[a, b]$ , trong đó  $a$  là đầu mút trái,  $b$  là đầu mút phải.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	- GV cho HS đọc <b>HĐ1</b> . Xét dữ liệu cho trong tình huống mở đầu.															
	a) Mẫu số liệu về tổng điểm, kí hiệu là ( $T$ )      43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56 53 50 42 có bao nhiêu giá trị?															
	b) Nếu lập bảng tần số cho mẫu số liệu ( $T$ ) thì có dễ hình dung được bức tranh tổng thể về kết quả thi không? Vì sao?															
	c) Mẫu số liệu ( $T$ ) được mô tả dưới dạng bảng thống kê sau:															
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Tổng điểm</td> <td>&lt; 6</td> <td>[6; 7)</td> <td>[7; 8)</td> <td>...</td> <td>[28; 29)</td> <td>[29; 30]</td> </tr> <tr> <td>Số thí sinh</td> <td>23</td> <td>69</td> <td>192</td> <td>...</td> <td>216</td> <td>12</td> </tr> </table>	Tổng điểm	< 6	[6; 7)	[7; 8)	...	[28; 29)	[29; 30]	Số thí sinh	23	69	192	...	216	12	
	Tổng điểm	< 6	[6; 7)	[7; 8)	...	[28; 29)	[29; 30]									
	Số thí sinh	23	69	192	...	216	12									
	Hãy đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trong bảng thống kê.															
	- GV hướng dẫn HS làm <b>Ví dụ 1</b> : Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019.															
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Độ tuổi</td> <td>Dưới 15</td> <td>Từ 15 đến dưới 65 tuổi</td> <td>Từ 65 tuổi trở lên</td> </tr> <tr> <td>Số người</td> <td>23 371 882</td> <td>65 420 451</td> <td>7 416 651</td> </tr> </table>	Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65 tuổi	Từ 65 tuổi trở lên	Số người	23 371 882	65 420 451	7 416 651							
Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65 tuổi	Từ 65 tuổi trở lên													
Số người	23 371 882	65 420 451	7 416 651													
a) Mẫu số liệu đã cho có là mẫu số liệu ghép nhóm hay không? Nêu các nhóm và tần số tương ứng. Dân số Việt Nam năm 2019 là bao nhiêu?																
- HS làm <b>Luyện tập 1</b> , theo nhóm đôi. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:																
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Thời gian</td> <td>[15; 20)</td> <td>[20; 25)</td> <td>[25; 30)</td> <td>[30; 35)</td> <td>[35; 40)</td> <td>[40; 45)</td> <td>[45; 50)</td> </tr> <tr> <td>Số nhân viên</td> <td>6</td> <td>14</td> <td>25</td> <td>37</td> <td>21</td> <td>13</td> <td>9</td> </tr> </table>	Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9
Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)									
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9									
Đọc và giải thích mẫu số liệu này.																
GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.																



<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức <b>Nhận xét:</b> • Mẫu số liệu ghép nhóm được dùng khi ta không thể thu thập được số liệu chính xác hoặc do yêu cầu của bài toán mà ta phải biểu diễn mẫu số liệu dưới dạng ghép nhóm để thuận lợi cho việc tổ chức, đọc và phân tích số liệu. • Trong một số trường hợp, nhóm số liệu cuối cùng có thể lấy đầu mút bên phải.

### Hoạt động 2.2. GHEP NHÓM MẪU SỐ LIỆU

a) Mục tiêu: Học sinh biết chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: - HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm HĐ2, thực hiện Ví dụ 2, củng cố bằng trả lời Luyện tập 2 SGK

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, HS hình thành được kiến thức bài học, biết chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<p>- GV cho HS đọc <b>HĐ2</b>. Chỉ số BMI (đo bằng <math>w/h^2</math>, trong đó <math>w</math> là cân nặng đơn vị là kilôgam, <math>h</math> là chiều cao đơn vị là mét) của các học sinh trong một tổ được cho như sau:</p> <p style="text-align: center;">19.2   21.1   16.8   23.5   20.6   25.2   18.7   19.1</p> <p>Một người có chỉ số BMI nhỏ hơn 18,5 được xem là thiếu cân; từ 18,5 đến dưới 23 là có cân nặng lí tưởng so với chiều cao; từ 23 trở lên là thừa cân. Hãy lập mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên để biểu diễn tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ.</p> <p>- GV hướng dẫn HS làm <b>Ví dụ 2</b>. Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Thời gian</td> <td>129</td> <td>130</td> <td>133</td> <td>134</td> <td>135</td> <td>136</td> <td>138</td> <td>141</td> <td>142</td> <td>143</td> <td>144</td> </tr> <tr> <td>Số VĐV</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3.</p> <p>- HS làm <b>Luyện tập 2</b>, theo nhóm đôi.</p> <p>Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:</p> <p style="text-align: center;">43   51   47   62   48   40   50   62   53   56   40   48   56   53   50   42   55</p> <p style="text-align: center;">52   48   46   45   54   52   50   47   44   54   55   60   63   58   55   60   58   53.</p> <p>Chuyển mẫu số liệu trên thành dạng ghép nhóm, các nhóm có độ dài bằng nhau, trong đó có nhóm [40;45).</p>												Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2
	Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144																								
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2																									
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK</p>																																			

	- GV hỗ trợ, quan sát.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức: Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau Bước 1. Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước Bước 2. Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

### 3. Hoạt động 3: Hoạt động Luyện tập

a) Mục tiêu: Học rèn luyện kỹ năng nhận biết mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung:

**BT 3.1.** Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 50)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)
Số ngày	7	15	12	6

c) Sản phẩm: lời giải của học sinh

Lời giải dự kiến BT 3.1

a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Mẫu số liệu này mô tả về số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng, gồm có 5 nhóm. Cụ thể:

- Nhóm thanh toán với số tiền từ 0 đến dưới 50 nghìn đồng, có 5 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 50 đến dưới 100 nghìn đồng, có 12 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng, có 23 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 150 đến dưới 200 nghìn đồng, có 17 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 200 đến dưới 250 nghìn đồng, có 3 sinh viên;

b) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Mẫu số liệu này mô tả về nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, gồm 4 nhóm nhiệt độ: từ 19 °C đến dưới 22 °C; từ 22 °C đến dưới 25 °C; từ 25 °C đến dưới 28 °C; từ 28 °C đến dưới 31 °C. Cụ thể:

- Có 7 ngày có nhiệt độ từ 19 °C đến dưới 22 °C;
- Có 15 ngày có nhiệt độ từ 22 °C đến dưới 25 °C;
- Có 12 ngày có nhiệt độ từ 25 °C đến dưới 28 °C;
- Có 6 ngày có nhiệt độ từ 28 °C đến dưới 31 °C.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi;

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS.</li> <li>- GV tổ chức cho HS làm bài tập <b>Bài 3.1</b></li> <li>- GV phân công HS thảo luận cặp đôi</li> <li>+ Tổ 1, 2 làm ý a</li> <li>+ Tổ 3, 4 làm ý b</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS suy nghĩ, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.</li> <li>- GV quan sát và hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Mỗi bài tập GV mời 1 đến 2 HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các HS trên bảng.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

#### 4. Hoạt động 4: Hoạt động Vận dụng

a) Mục tiêu: Học vận dụng kiến thức về mẫu số liệu ghép nhóm để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung:

**BT 3.2.** Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22

20 19 17 44 5 18 23 28 15 34 46 27 16.

a) Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

**BT 3.3.** Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505 504 504 503 499 496 492

(Theo: <https://www.premierleague.com/>)

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

c) Sản phẩm: Sản phẩm thảo luận của các nhóm

- Lời giải dự kiến BT 3.2

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 5, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 54, do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu là  $R = 54 - 5 = 49$ . Ta cần chia thành sáu nhóm với độ dài bằng nhau. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 3 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng bằng 57 và độ dài của mỗi nhóm bằng 9 ta được các nhóm là [3; 12), [12; 21), [21; 30), [30; 39), [39; 48), [48; 57). Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số sản phẩm	[3; 12)	[12; 21)	[21; 30)	[30; 39)	[39; 48)	[48; 57)
Số công nhân	2	8	8	2	4	1

- Lời giải dự kiến BT 3.3

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 492, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 653, do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu là  $R = 653 - 492 = 161$ . Ta cần chia thành bảy nhóm có độ dài bằng nhau. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 485 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng bằng 660 và độ dài của mỗi nhóm bằng 25 ta được các nhóm là [485; 510), [510; 535), [535; 560), [560; 585), [585; 610), [610; 635), [635; 660]. Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	[485; 510)	[510; 535)	[535; 560)	[560; 585)	[585; 610)	[610; 635)	[635; 660]
Số câu hỏi	8	2	1	2	1	1	1

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động thảo luận nhóm lớn.

<b><i>Chuyển giao</i></b>	- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS. - GV yêu cầu HS hoạt động nhóm hoàn thành bài 3.2, 3.3 + Tổ 1,2 làm bài 3.2 + Tổ 3,4 làm bài 3,3
<b><i>Thực hiện</i></b>	- HS hợp tác thảo luận đưa ra ý kiến. hoàn thành bài tập. - GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	- Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận, các nhóm khác theo dõi, đưa ý kiến.
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra một vài ý mà HS còn thiếu, chốt đáp án.

**\* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT.
- Chuẩn bị bài mới: Bài 9 - CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM.

Trường THPT số 2 Bắc Hà  
Tổ Toán – Lý – Hóa – Sinh – Tin  
Phản biện: Nội trú Bát Xát.

Họ và tên giáo viên: *Nhóm Toán*

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: Bài 9 - CÁC SỐ ĐẶC TRUNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức:

- Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm: số TB cộng, trung vị, tứ phân vị, một và cách tính.

- Hiểu ý nghĩa, vai trò của các số đặc trưng của mẫu số liệu thực tế.

##### 2. Về năng lực:

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.

- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.

- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong việc thảo luận nhóm làm bài tập.

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

##### 3. Về phẩm chất:

- Tiếp thu tích cực ý kiến thảo luận, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong hoạt động nhóm.

- Có tinh thần trách nhiệm, có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ được giao.

- Chăm thận trọng tính toán và trình bày vấn đề.

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, máy chiếu, phần mềm thống kê.

#### III. Tiến trình dạy học

##### **Tiết 1:** Số trung bình cộng, trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

##### 1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Cho HS thấy được yêu cầu cần có các số đặc trưng cho mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung:

Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng:  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  trong đó  $x_i$  là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ  $i$ . Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

*Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng*

Dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này, làm thế nào để ước lượng các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, một) cho mẫu số liệu gốc?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh các nhóm.

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm 2 người * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm giải quyết câu hỏi, ghi chép câu trả lời ra nháp. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện 3 đến 4 nhóm nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức.

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Số trung bình cộng, trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

### 2.1. Hoạt động 2.1: Số trung bình cộng

a) Mục tiêu: HS biết số TB cộng của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính, ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	...	$m_i$	...	$m_k$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là  $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}$$

Trong đó,  $n = m_1 + \dots + m_k$  là cỡ mẫu và  $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$

(với  $i = 1, \dots, k$ ) là giá trị đại diện của nhóm  $[a_i; a_{i+1})$

► **Ví dụ 1.** Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng 3.5

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

*Bảng 3.5. Cân nặng của học sinh lớp 11D*

**Giải**

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là  $n = 42$ . Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\bar{X} = \frac{10.43 + 7.48 + 16.53 + 4.58 + 2.63 + 3.68}{42} \approx 51,81 \text{ (kg)}$$

c) Sản phẩm: HS viết được công thức tính số TBC, HS tự trình bày lại được ví dụ minh họa.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (5-6 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức cho nhóm HS đọc sách giáo khoa, tìm hiểu công thức tính số TBC, tìm hiểu VD1, giải thích cách tính, kết quả. * GV cho đại diện 2 nhóm lên viết công thức, giải thích công thức, giải thích kết quả VD1.
<b>Thực hiện</b>	- HS đọc Sgk, thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ của GV đưa ra. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Các nhóm còn lại nhận xét, bổ sung (nếu có)
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có kết quả trình bày tốt nhất. - Chốt kiến thức.

## 2.2. Hoạt động 2.2: Luyện tập 1

a) Mục tiêu: Tính được số trung bình cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

► **Luyện tập 1.** Tìm giờ xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem tivi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

**Giải**

Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5
-----------------	-----	-----	------	------	------

Số học sinh	8	16	4	2	2
-------------	---	----	---	---	---

Tổng số học sinh là  $n = 32$ . Thời gian xem tivi trung bình của nhóm học sinh đó là

$$\bar{X} = \frac{8 \cdot 2,5 + 16 \cdot 7,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 2 \cdot 22,5}{32} \approx 8,43 \text{ (h)}$$

**Ý nghĩa:** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

- c) Sản phẩm: Lời giải bài tập của HS và lý giải kết quả đó.  
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (5-6 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	- GV phân nhóm hoạt động, mỗi nhóm 5-6 học sinh. - Phát phiếu BT Luyện tập 1. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS vận dụng công thức đã biết, và dựa vào VD1, trình bày lời giải ra giấy A4.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ, ý thức làm việc, của các nhóm. - Chốt kiến thức, lời giải, kết quả.

### 2.3. Hoạt động 2.3: Hình thành kiến thức mới: trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

- a) Mục tiêu: HS biết số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính, ý nghĩa của nó.  
b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	...	$m_i$	...	$m_k$

Để tính **trung vị** của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

*Bước 1.* Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ  $p$ :  $[a_p; a_{p+1})$ .

*Bước 2.* Trung vị là  $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$ , trong đó  $n$  là cỡ mẫu,  $m_p$  là tần số nhóm  $p$ .

Với  $p = 1$ , ta quy ước  $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$ .

**Ví dụ 2.** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này?

**Giải:**



Cỡ mẫu là  $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$ .

Gọi  $x_1, \dots, x_{56}$  là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là  $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$ . Do 2 giá trị  $x_{28}, x_{29}$  thuộc nhóm  $[15,5; 18,5)$  nên nhóm này chứa trung

vị. Do đó,  $p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$  và ta có  $M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1$ .

c) Sản phẩm: HS tự viết được công thức trung vị, giải thích được công thức đó.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu các nhóm thảo luận tìm hiểu công thức tính trung vị, đọc hiểu VD2, nêu ý nghĩa của trung vị. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS đọc SGK theo yêu cầu, hoạt động cá nhân sau đó trao đổi nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Nhận xét, bổ sung của các nhóm còn lại (nếu có)
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức.

#### 2.4. Hoạt động 2.4: Luyện tập 2.

a) Mục tiêu: Tính được số trung vị cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

► **Luyện tập 2.** Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ $v$ (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

**Giải:** Cỡ mẫu là  $n = 200$ .

Gọi  $x_1, \dots, x_{200}$  là vận tốc giao bóng trong 200 lần của vận động viên và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là  $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$ . Do 2 giá trị  $x_{100}, x_{101}$  thuộc nhóm  $[165; 170)$  nên nhóm này

chứa trung vị. Do đó,  $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 5$  và ta có

$$M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 \approx 167,2 \text{ (km/h)}.$$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện 1 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc và kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức

### \* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong tiết học
- Hoàn thành các bài tập trong 3.4 a),b); 3.5 b) SGK.
- Đọc, tìm hiểu nội dung tiếp theo của bài 9.

## **Tiết 2: Tứ phân vị, một của mẫu số liệu ghép nhóm**

### **1. Hoạt động 1: Mở đầu**

a) Mục tiêu: HS suy nghĩ cách tìm tứ phân vị, một của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống

<b>Chiều cao (cm)</b>	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
<b>Số cây</b>	3	8	7	3

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{21}$  là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó,  $x_1, \dots, x_3$  thuộc  $[0; 5), x_4, \dots, x_{11}$  thuộc  $[5; 10), \dots$

Cho biết tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  và thứ ba  $Q_3$  thuộc nhóm nào?

Cho biết có xác định được một của mẫu số liệu không, nếu có xác định như thế nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm 2 người, dựa vào cách tính tứ phân vị, một đã học ở lớp 10, với mẫu không ghép nhóm, suy
--------------------	--

	ngẫm cách làm với mẫu ghép nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm suy nghĩ thảo luận tìm câu trả lời.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét kết quả làm việc của các nhóm. - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Tứ phân vị, một của mẫu số liệu ghép nhóm

### 2.1. Hoạt động 2.1: Tứ phân vị

a) Mục tiêu: HS biết tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính, ý nghĩa của nó.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	...	$m_i$	...	$m_k$

Để tính **tứ phân vị thứ nhất**  $Q_1$  của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa  $Q_1$ , giả sử đó

là nhóm thứ  $p$ :  $[a_p; a_{p+1})$ . Khi đó  $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$ , trong đó  $n$  là cỡ mẫu,  $m_p$  là tần số nhóm  $p$ , với  $p=1$ , ta quy ước  $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$ .

Để tính **tứ phân vị thứ ba**  $Q_3$  của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa  $Q_3$ , giả sử đó

là nhóm thứ  $p$ :  $[a_p; a_{p+1})$ . Khi đó  $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$ , trong đó  $n$  là cỡ mẫu,  $m_p$  là tần số nhóm  $p$ , với  $p=1$ , ta quy ước  $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$ .

**Tứ phân vị thứ hai**  $Q_2$  chính là trung vị  $M_e$ .

**Ví dụ 3.** Tìm tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  và tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Ví dụ 2.

### Giải

Cỡ mẫu là  $n = 56$ .

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$ . Do  $x_{14}, x_{15}$  đều thuộc nhóm  $[12,5; 15,5)$  nên nhóm này chứa  $Q_1$ . Do

đó,  $p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 3$  và ta có  $Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25$ .

Với tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$ . Do  $x_{42}, x_{43}$  đều thuộc nhóm  $[18,5; 21,5)$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ .

Do đó,  $p = 4; a_4 = 18,5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$  và ta có

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3.56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20.$$

c) Sản phẩm: Công thức tính mà HS viết ra, HS trình bày lại được ví dụ đọc hiểu.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu các nhóm thảo luận tìm hiểu công thức tính tứ phân vị, đọc hiểu VD3, nêu ý nghĩa của tứ phân vị. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS đọc SGK, hoạt động cá nhân sau đó trao đổi nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Nhận xét, bổ sung của các nhóm còn lại (nếu có)
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức.

## 2.2. Hoạt động 2.2: Luyện tập 3

a) Mục tiêu: Tính được tứ phân vị cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

► **Luyện tập 3.** Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm ở L.Tập 2.

Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ $v$ (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

**Giải:** Cỡ mẫu là  $n = 200$ .

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ . Do  $x_{14}, x_{15}$  đều thuộc nhóm  $[160; 165)$  nên nhóm này chứa  $Q_1$ . Do đó,

$$p = 3; a_3 = 160; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 46; a_4 - a_3 = 5 \text{ và ta có } Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{35} - 30}{35} \cdot 5 = 162,85.$$

Với tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$ . Do  $x_{150}, x_{151}$  đều thuộc nhóm  $[170; 175)$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ .

Do đó,  $p = 5; a_5 = 170; m_5 = 41; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124; a_6 - a_5 = 5$  và ta có

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{41} - 124}{41} \cdot 5 = 173,17.$$

**Ý nghĩa.** Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức, lời giải.

### 2.3. Hoạt động 2.3: Một của mẫu số liệu ghép nhóm

a) Mục tiêu: HS biết tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính và ý nghĩa của nó.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	...	$m_i$	...	$m_k$

Để tìm **một** của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

**Bước 1.** Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm  $j: [a_j; a_{j+1})$ .

**Bước 2.** Một được xác định là  $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$ , trong đó  $m_j$  là tần số nhóm  $j$  (quy ước  $m_0 = m_{k+1} = 0$ ) và  $h$  là độ dài của nhóm.

**Lưu ý.** Người ta chỉ định nghĩa một của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có một hoặc có nhiều hơn một một.

**Ví dụ 4.** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị được?

**Giải**

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm [150;155).

Ta có  $j = 2; a_2 = 150; m_2 = 14; m_1 = 7; m_3 = 10; h = 5$ . Do đó  $M_0 = 150 + \frac{14-7}{(14-7)+(14-10)} \cdot 5 \approx 153,18$ .

Số học sinh có chiều cao khoảng 153,18 cm là nhiều nhất.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm 4,5 người

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu các nhóm thảo luận tìm hiểu công thức tính một, đọc hiểu VD3, nêu ý nghĩa của một trong mẫu số liệu ghép nhóm. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS đọc SGK, hoạt động cá nhân sau đó trao đổi nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Nhận xét, bổ sung của các nhóm còn lại (nếu có)
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức.

#### 2.4. Hoạt động 2.4: Luyện tập 4

a) Mục tiêu: Tính được một cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

➤ **Luyện tập 4.** Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này?

**Giải:** Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm [10,5;20,5).

Ta có  $j = 2; a_2 = 10,5; m_2 = 10; m_1 = 2; m_3 = 6; h = 10$ . Do đó  $M_0 = 10,5 + \frac{10-2}{(10-2)+(10-6)} \cdot 10 \approx 17,17$ .

Số học sinh có thời gian hoàn thành khoảng 17,17 phút là nhiều nhất.

**Ý nghĩa:** Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm 4,5 HS

<b>Chuyển giao</b>	* GV nêu yêu cầu của BT LT4, cho hs hoạt động nhóm 4,5 người để giải toán. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ cá nhân, * Thảo luận theo nhóm trình bày lời giải ra giấy.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức, lời giải.

### 3. Hoạt động 3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng các số đặc trưng đo xu thế trung tâm đã học vào một bài tập cụ thể và giải thích được ý nghĩa của các số đặc trưng đó.

b) Nội dung:

**Vận dụng.** Cho Bảng 3.1 ở phần mở đầu

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

*Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng*

Dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này, hãy tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt) và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được?

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm ở nhà của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tìm hiểu yêu cầu của phần vận dụng. - GV giao nhiệm vụ về nhà cho HS thực hiện.
<b>Thực hiện</b>	- HS đọc trên lớp, tìm hiểu yêu cầu của hoạt động, suy nghĩ cách tính. - HS thực hiện yêu cầu của hoạt động ở nhà.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Cá nhân HS báo cáo kết quả thực hiện ở tiết sau (BT cuối chương 3)
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- Gv kiểm tra bài tập ở nhà của HS, nhận xét kết quả làm bài ở nhà của HS - Chốt kết quả.

**\* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong cả bài.
- Hoàn thành các bài tập 3.6; 3.7 trong SGK.
- Chuẩn bị cho bài ôn cuối chương: ôn tập các kiến thức bài 8,9, làm các BT cuối chương III trong Sgk.



**Trường THPT số 2 Bắc Hà**

Họ và tên giáo viên: *Nhóm Toán*

**Tổ Toán – Lý – Hóa – Sinh – Tin**

**Phản biện: Nội trú Bát Xát.**

## **KẾ HOẠCH BÀI DẠY**

### **TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

#### **I. Mục tiêu**

##### **1. Về kiến thức:**

- Mẫu số liệu ghép nhóm.
- Các số liệu đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm: Giá trị đại diện, Số TB, trung vị, tứ phân vị, mốt.

##### **2. Về năng lực:**

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong việc thảo luận nhóm làm bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

##### **3. Về phẩm chất:**

- Tiếp thu tích cực ý kiến thảo luận, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong hoạt động nhóm.
- Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ, có tinh thần trách nhiệm, hợp tác, xây dựng cao.
- Trách nhiệm, cố gắng làm hoàn thành các nhiệm vụ được giao.

#### **II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, máy chiếu, phần mềm thống kê.

#### **III. Tiến trình dạy học**

##### **1. Hoạt động 1: Khởi động (Ôn tập kiến thức cơ bản của chương)**

- Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em có hứng thú với việc ôn lại KTCB của chương.
- Nội dung: HS quan sát ô chữ, chọn ô để lật, nêu khái niệm, ý nghĩa về từ ghi ở ô đó (với dãy số liệu ghép nhóm):
  - Giá trị đại diện?
  - Mốt ?

3. Số trung bình?
  4. Trung vị?
  5. Tứ phân vị?
- c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh
- d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh ô số
<b>Thực hiện</b>	- HS chọn ô số, click chuột để lật từ. - HS nêu câu trả lời (khái niệm, ý nghĩa). - Mong đợi: HS nêu được khái niệm và ý nghĩa.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Các cá nhân nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét việc chuẩn bị cho tiết ôn tập, đáp án của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức cơ bản trong chương. Nhấn mạnh rõ phân biệt các khái niệm, cách đọc mẫu số liệu ghép nhóm.

## 2. Hoạt động 2: Luyện tập củng cố kiến thức

- a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng nhận biết kiến thức cơ bản.
- b) Nội dung: HS thực hiện câu hỏi trắc nghiệm từ 3.8 đến 3.12

### A-TRẮC NGHIỆM

Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Bảng 3.6

**Bài 3.8.** Giá trị đại diện của nhóm [20; 40) là

- A. 10.                      B. 20.                      C. 30.                      D. 40.

**Bài 3.9.** Mẫu số liệu ghép nhóm này có số một là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Bài 3.10.** Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A. [20; 40).              B. [40; 60).              C. [60; 80).              D. [80; 100).

**Bài 3.11.** Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20).              B. [20; 40).              C. [40; 60).              D. [60; 80).

**Bài 3.12.** Nhóm chứa trung vị là

A. [0; 20).

B. [20; 40).

C. [40; 60).

D. [60; 80).

Đáp án: 3.8 - C; 3.9=>3.11 - B; 3.12 - C

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, có giải thích cách tính.

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu các câu trắc nghiệm
<b>Thực hiện</b>	- HS liên hệ KTCB nêu đáp án, giải thích CT sử dụng. - Mong đợi: HS nhận biết số đặc trưng của mẫu số liệu theo yêu cầu.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Các cá nhân nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét ý thức chuẩn bị của HS, ghi nhận và tuyên dương học sinh có nhiều câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức, phân biệt các khái niệm, cách đọc mẫu số liệu ghép nhóm.

## 2. Hoạt động 3: Luyện tập thực hành áp dụng vào giải bài toán thực tế

a) Mục tiêu: Luyện tập kỹ năng giải bài toán thực tế có số liệu ghép lớp.

b) Nội dung: HS thực hiện bài tập từ 3.13 đến 3.15

### B-TỰ LUẬN

**Bài 3.13.** Cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo độ tuổi được cho trong bảng sau:

Độ tuổi	Dưới 5 tuổi	5-14	25-14	25-64	Trên 65
Số người (triệu)	7,89	14,68	13,32	53,78	7,66

(Theo:

<http://ourworldindata.org>)

Chọn 80 là giá trị đại diện cho nhóm trên 65 tuổi. Tính tuổi trung bình của người Việt Nam năm 2020.

HD: **H1?** Hãy chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu? => Mẫu số liệu ?

**H2?** Tổng số người:  $n = 7,89 + \dots + 7,66 = 97,33$  triệu người.

**H3?** Tuổi TB = ?

LG: Bảng mẫu số liệu:

Tuổi	2,5	9,5	19,5	44,5	80
Số người (triệu)	7,89	14,68	13,32	53,78	7,66

+ Tổng số người:  $n = 7,89 + \dots + 7,66 = 97,33$  (triệu người)

+ Tuổi TB là:  $\bar{x} = \frac{7,89 \cdot 2,5 + \dots + 7,66 \cdot 80}{97,33} = 35,3$

**Bài 3.14.** Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Tìm một của mẫu số liệu. Giải thích ý nghĩa của giá trị nhận được.

HD: **H1?** Xác định cỡ mẫu số liệu? => Nhóm chứa một? Độ dài ?

**H2?** Tính một của mẫu số liệu ?

**H3?** Tuổi Thọ cao nhất = ?

LG:

+ Có  $n=100$

+ Nhóm chứa một [60; 80), độ dài  $h=20$

+ Một của mẫu số liệu là:  $M_0 = 60 + \frac{8}{8+2} \cdot 20 = 76$

⇒ Ong có tuổi thọ khoảng 76 ngày là nhiều nhất.

**Bài 3.15.** Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

Xác định điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam.

HD: **H1?** Xác định  $Q_3$ ?

**H2?** Điểm chuẩn theo yêu cầu DS 25% trường ?

LG:

$$+ Q_3 = 30 + \frac{3.35 - 23}{6} \cdot 10 = 35,42$$

⇒ Điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trường có điểm chuẩn lớn hơn hoặc bằng 35,42.

c) Sản phẩm: Bài làm của HS theo nhóm, phản biện.

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên giao nhiệm vụ cho 6 nhóm cùng giải quyết BT
<b>Thực hiện</b>	HS hiểu nhiệm vụ, thảo luận, trao đổi đưa ra phương án giải quyết, ghi vào bảng phụ. Trao đổi trong nhóm thống nhất bài làm. - Báo cáo sản phẩm. Các nhóm treo bài làm của mình vào vị trí quy định. - Mong đợi: HS xác định dc mẫu số liệu với giá trị đại diện, đúng số

	đặc trưng theo yêu cầu.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm lên báo cáo, các nhóm khác lắng nghe, nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét ý thức thực hiện nhiệm vụ của HS từng nhóm. - GV chốt kiến thức, đưa ra kết quả, lời giải đúng để học sinh chữa hoặc đối chiếu với bài làm ở nhà

### Hoạt động 3: Hướng dẫn về nhà

- Nhiệm vụ bắt buộc:

**BT 3.16.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thu nhập của các công nhân tại một doanh nghiệp lớn:

Mức thu nhập ( triệu đồng/ tháng)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số công nhân	7	18	35	57	28

- Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.
- Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?
- Xác định nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

**Trường: THPT Số 1 TP Lào Cai**

Họ và tên giáo viên:

**Tổ: Toán - Tin**

.....

## **BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán học ; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (03 tiết)

### **I. MỤC TIÊU:**

#### **1. Kiến thức, kĩ năng:**

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết các quan hệ liên thuộc cơ bản giữa điểm, đường thẳng với mặt phẳng trong không gian.
- Mô tả ba cách xác định mặt phẳng: Mặt phẳng được xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng đó, hoặc nếu biết một điểm và một đường thẳng (không đi qua điểm đó) nằm trong mặt phẳng đó, hoặc biết hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng đó.
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng và vận dụng vào giải bài tập.
- Nhận biết được hình chóp và hình tứ diện.
- Mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn có liên quan đến đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

#### **2. Năng lực**

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.
- Tư duy và lập luận toán học: HS cần áp dụng kiến thức để suy nghĩ, phân tích và đưa ra lập luận logic về tính chất, quy tắc và tương quan giữa chúng.
- Giao tiếp toán học: HS cần thể hiện khả năng diễn đạt ý kiến và ý tưởng toán học một cách rõ ràng và chính xác khi trao đổi và thảo luận với giáo viên và bạn bè.
- Mô hình hóa toán học: HS cần áp dụng kiến thức để mô hình hóa các vấn đề toán học, cần chuyển đổi các vấn đề và tình huống thực tế thành dạng toán học.

#### **3. Phẩm chất**

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

### **II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

**1. Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

**2. Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

#### A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

**a) Mục tiêu:**

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

**b) Nội dung:** HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

**c) Sản phẩm:** HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV chiếu hoặc dẫn dắt cho HS tình huống mở đầu:

“Hãy tưởng tượng rằng chúng ta là một nhóm kiến trúc sư và có nhiệm vụ thiết kế một căn nhà. Để bắt đầu, chúng ta cần xác định đường thẳng để xây móng và vẽ mặt phẳng để biểu diễn các phòng trong căn nhà. Sử dụng các khái niệm hình học trong toán học, chúng ta có thể tính toán và vẽ các đường thẳng và mặt phẳng này.

Nếu các em là một kiến trúc sư trong nhóm, cùng nhau áp dụng kiến thức hình học không gian giữa đường thẳng và mặt phẳng trong toán học để xác định và vẽ các đường thẳng và mặt phẳng này. Chúng ta sẽ tạo ra một bản thiết kế chính xác và hợp lý cho căn nhà của mình.

Vậy cách vẽ, cách xác định mặt phẳng và đường thẳng trong không gian như thế nào? Mối quan hệ giữa chúng là gì để ta có thể vẽ được bản thiết kế?”.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Bài học ngày hôm nay sẽ giúp các em biết được thế nào là đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, cách xác định một mặt phẳng. Những kiến thức về bài học này có tính ứng dụng rất cao trong thực tế.”

Bài mới: **Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.**

#### B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

##### TIẾT 1: KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU.

##### CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN (đến Vận dụng 1)

**Hoạt động 1: Khái niệm mở đầu.**

**a) Mục tiêu:**




- HS nhận biết được các khái niệm về điểm; đường thẳng; mặt phẳng trong không gian.
- Ứng dụng nhận biết từ lý thuyết đến thực tế.

**b) Nội dung:**

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm chắc các khái niệm về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- GV lưu ý cho HS rằng: <i>Cũng giống như điểm và đường thẳng, mặt phẳng là một đối tượng rất khó để định nghĩa.</i></li><li>- GV cần hướng dẫn cho HS hiểu được và nhận diện được mặt phẳng trong thực tế.</li><li>- GV nêu một số ví dụ như trong SGK và yêu cầu một số HS tìm thêm các hình ảnh khác.</li></ul> <p>→ GV gợi ý: <i>Những hình biểu diễn cho mặt phẳng trong thực tế thường có bề mặt nhẵn và phẳng.</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- GV lưu ý cho HS: <i>Trong toán học mặt phẳng là vô hạn, nên các hình ảnh biểu diễn cho mặt phẳng chỉ thể hiện được 1 phần của mặt phẳng.</i></li></ul>	<p><b>1. Khái niệm mở đầu</b></p>    <p><b>Chú ý</b></p>



- GV hướng dẫn HS cách biểu diễn một mặt phẳng trong không gian thông qua phần **Chú ý**.

- GV cho HS tự tìm hiểu phần **Câu hỏi** trong SGK – tr.70 và nêu đáp án cho cả lớp cùng nghe và nhận xét.

- GV triển khai **HD1** dựa theo SGK. GV có thể lấy thêm các hình ảnh khác về điểm thuộc mặt phẳng, và yêu cầu HS tìm thêm ví dụ từ đó GV đưa đến phần khung kiến thức trọng tâm trong SGK.

- Để biểu diễn mặt phẳng ta thường dùng một hình bình hành và viết tên của mặt phẳng vào một góc của hình. Ta cũng có thể sử dụng một góc và viết tên của mặt phẳng ở bên trong góc đó.



- Để kí hiệu mặt phẳng ta dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp đặt trong dấu ngoặc ( ). Trong hình 4.1 ta có mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α).

### Câu hỏi

Một số hình ảnh của mặt phẳng trong thực tế: mặt bàn, mặt gương phẳng, mặt sàn phẳng, trần nhà phẳng,...

### HD1



- Ví dụ thêm: Một chấm mực trên tờ giấy trắng.

### Kết luận

+ Điểm A thuộc mặt phẳng (P), kí hiệu  $A \in (P)$ .

+ Điểm B không thuộc mặt phẳng (P), kí hiệu  $A \notin (P)$ .

Nếu  $A \in (P)$  ta còn nói A nằm trên (P), hoặc (P) chứa A, hoặc (P) đi qua A.

### Chú ý:

- Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

- GV triển khai phần **Chú ý** cho HS nhận biết được những quy tắc biểu diễn hình học trong không gian.

+ GV cần lưu ý: Ở lớp dưới các Em đã được học cách biểu diễn hình trong không gian, tuy nhiên cách biểu diễn đó chưa được phát biểu một cách hệ thống. Chú ý này sẽ nhắc lại và làm rõ hơn cho các em.

+ GV có thể lấy ví dụ minh họa cho các quy tắc mà HS đã học ở lớp dưới: Hình lập phương, hình lăng trụ tam giác, hình chóp tam giác đều.

### **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

### **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày  
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm

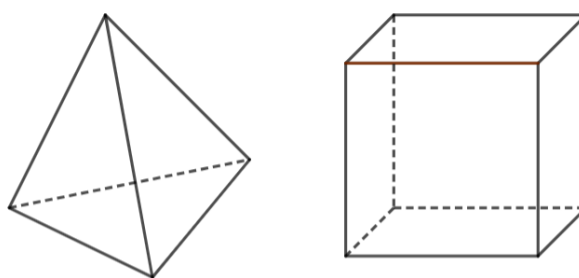
- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.

- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.

- Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ liên thuộc giữa điểm và đường thẳng.

- Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương.

+ Khái niệm về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian

## Hoạt động 2: Các tính chất thừa nhận.

### a) Mục tiêu:

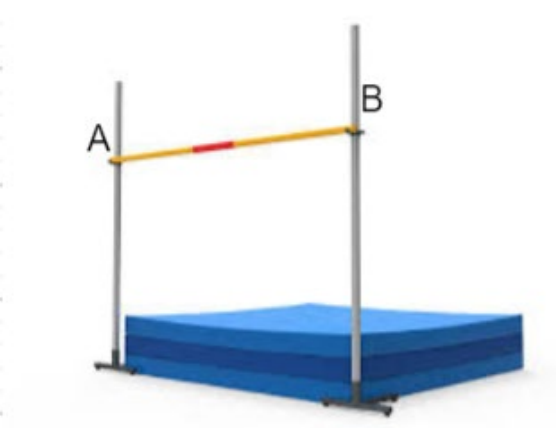
- HS nhận biết được các tính chất về điểm; đường thẳng; mặt phẳng trong không gian.
- Ứng dụng nhận biết để hoàn thành các bài tập đơn giản trong SGK.

### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ2, 3; Ví dụ 1; Luyện tập 1; Vận dụng 1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm chắc các tính chất về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian và đáp án chính xác cho các bài tập SGK.

### d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV triển khai <b>HĐ2</b> cho HS thực hiện. GV mời một số HS nêu câu trả lời của mình và chính hóa đáp án bằng phần <b>Kết luận</b> trong khung kiến thức trọng tâm trong SGK.</li> <li>- HS có thể thấy tính chất này quen thuộc vì tính chất tương tự như ở lớp dưới đã học trong hình học phẳng.</li> </ul> <p>→ GV cần nhấn mạnh: <i>Tính chất đã biết trong hình học phẳng cũng đúng trong hình học không gian.</i></p> <p>- GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần <b>Câu hỏi</b> trong SGK – tr.72. GV có thể gọi 3 điểm là <i>A, B, C</i> để tiện cho việc gọi tên các đường thẳng.</p>	<p><b>1. Các tính chất thừa nhận</b></p> <p><b>HĐ2</b></p>  <p>Không thể tìm được đường thẳng nào khác đi qua hai điểm <i>A, B</i> đã cho ngoài đường thẳng tạo bởi xà ngang.</p> <p><b>Kết luận</b></p> <p><i>Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.</i></p> <p><b>Câu hỏi</b></p> <p>Cho 3 điểm không thẳng hàng, để tạo được 1 đường thẳng từ 2 trong 3 điểm đó, ta lấy 2 điểm bất kì và xác</p>

+ GV lưu ý: Dù không đề cập tới nhưng chúng ta cần hiểu rằng 3 điểm không thẳng hàng trong không gian là ba điểm không cùng thuộc một đường thẳng.

+ GV chỉ định 1 HS đứng tại chỗ phát biểu đáp án.

- GV cho HS đọc và thảo luận phần **HD3**. GV mời 1 HS trình bày câu trả lời của mình về phần a.

+ GV nhận xét và khái quát lại đáp án để dẫn đến phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm: “*Có đúng một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng*”.

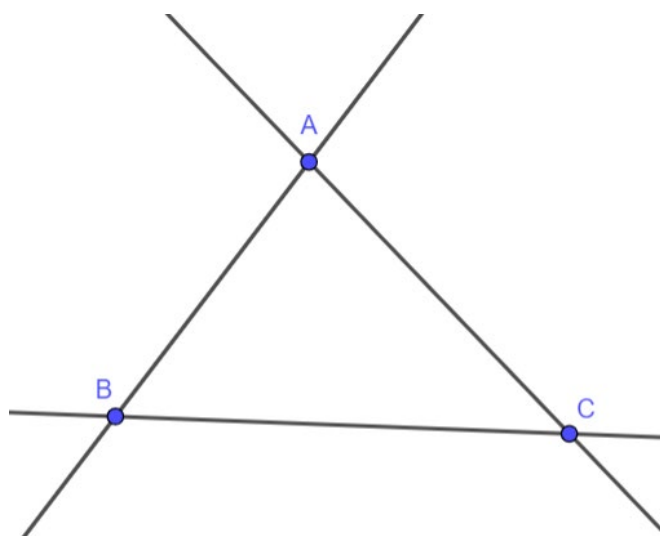
+ GV nhấn mạnh: *Nếu không có điều kiện “không thẳng hàng” thì tính chất này không còn đúng.*

- GV tiếp tục mời 1 HS trả lời câu hỏi b và nhận xét, từ đó dẫn ra phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm.

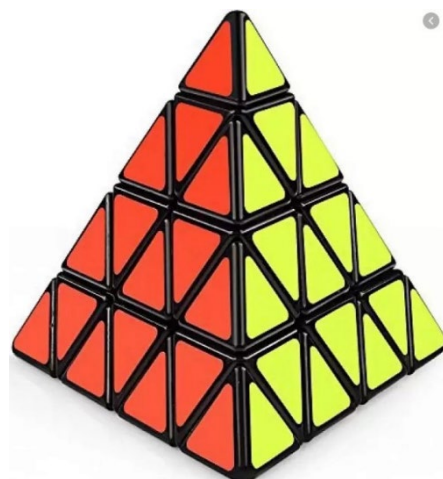
+ GV mời 1 HS đọc phần khung kiến thức trọng tâm trong SGK.

- GV trình bày cho HS hiểu thế nào là những điểm đồng phẳng hoặc không đồng phẳng thông qua phần **Nhận xét**.

định đường thẳng đi qua 2 điểm đó. Khi đó số đường thẳng tạo thành 3 đường thẳng.



### HD3



a) Khi đặt khối rubik sao cho ba đỉnh của mặt màu đỏ đều nằm trên mặt bàn, mặt màu đỏ của khối rubik nằm trên mặt bàn.

b) Không thể đặt khối rubik sao cho 4 đỉnh của nó đều nằm trên mặt bàn.

### Kết luận

- *Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.*

- *Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.*

### Nhận xét

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng đó. Ta kí hiệu mặt

- GV cho HS vận dụng kiến thức để trả lời **Câu hỏi** trong SGK – tr.72.

+ GV chỉ định một số HS nêu đáp án và tự lấy ví dụ minh họa cho đáp án của mình.

- GV cho HS nhắc lại kiến thức: *Qua ba điểm không thẳng hàng thì xác định được bao nhiêu mặt phẳng?* Từ đó áp dụng để hoàn thành **Ví dụ 1**.

+ GV mời 1 HS trình bày lại cách làm.

- GV cho HS thảo luận theo bàn về phần **Luyện tập 1**. Sau đó GV gọi một số HS trình bày câu trả lời và vẽ hình minh họa.

- GV có thể chuẩn bị sẵn một đồ vật 2 chân (compa,...) một đồ vật 3 chân và yêu cầu HS lên đặt hai đồ vật đó đứng trên sàn nhà để thực hiện phần **Vận dụng 1**.

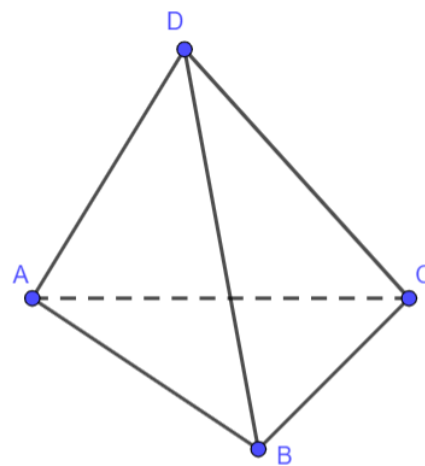
+ GV mời 1 HS nhận xét tình trạng của hai đồ vật đó sau khi đặt đứng trên sàn nhà.

phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng  $A, B, C$  là  $(ABC)$ . Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng. Nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói những điểm đó không đồng phẳng.

### Câu hỏi

Qua ba điểm thẳng hàng, ta xác định được duy nhất một đường thẳng. Có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng này nên có vô số mặt phẳng đi qua ba điểm thẳng hàng.

*Ví dụ 1: (SGK – tr.72).*



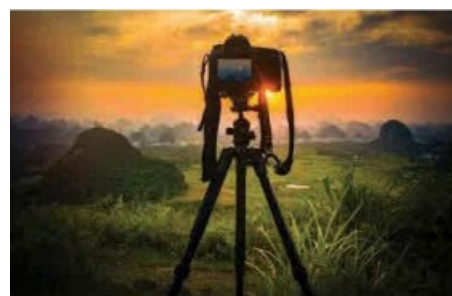
*Hướng dẫn giải (SGK – tr.72).*



### Luyện tập 1

Vì 4 điểm  $A, B, C, D$  tạo thành 1 tứ giác, khi đó 4 điểm  $A, B, C, D$  đã đồng phẳng và tạo thành 1 mặt phẳng duy nhất là mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Vậy có 1 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Vận dụng 1



<p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.</li> <li>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm</p> <p>+ Tính chất về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. Do đó, khi thiết kế các đồ vật gồm ba chân như chân đỡ máy ảnh, giá treo tranh, kiềng ba chân treo nôi,... ta thấy các đồ vật này có thể đứng thẳng mà không bị đổ trên các bề mặt bởi vì các ba chân của các đồ vật này giống như 3 điểm không thẳng hàng.</p>
--	--

**TIẾT 2: CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN (từ HĐ4).  
CÁCH XÁC ĐỊNH MỘT MẶT PHẪNG.**

**Hoạt động 3: Các tính chất thừa nhận.**

**a) Mục tiêu:**

- HS nhận biết được tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thẳng thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.
- Ứng dụng tính chất để trả lời được các câu hỏi có trong phần này.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ4, 5; Ví dụ 2, 3; Luyện tập 2, 3.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV chuẩn bị 1 cái dây và yêu cầu 1 HS đứng tại chỗ thực hiện HĐ4 cho cả lớp cùng quan sát. Từ đó nêu nhận xét.</li> </ul>	<p><b>1. Các tính chất thừa nhận (tiếp).</b></p> <p><b>HĐ4</b></p>

→ GV nhấn mạnh: *Khi căng sợi dây ta được một đường thẳng*, và dẫn đến khái niệm đường thẳng nằm trong mặt phẳng.

- GV trình bày và giảng phần **Chú ý** lên bảng cho HS quan sát và ghi bài vào vở.

- GV cho HS đọc – hiểu phần **Ví dụ 2** theo nhóm đôi và yêu cầu một số HS đứng tại chỗ trình bày lại cách thực hiện.

- GV gợi ý cho HS làm **Luyện tập 2**

+ GV: *Điểm  $N \in AB$  không?  $AB$  có nằm trong mặt phẳng  $(ABC)$  không? Vậy ta suy ra được mối liên hệ gì giữa điểm  $N$  và mặt phẳng  $(ABC)$ ?*

+ GV: *Đường thẳng  $MN$  chứa  $M$  và  $N \in mp(ABC)$ . Vậy đường thẳng  $MN$  có thuộc  $mp(ABC)$  không?*



Căng một sợi dây sao cho hai đầu của sợi dây nằm trên mặt bàn. Khi đó, sợi dây nằm trên mặt bàn.

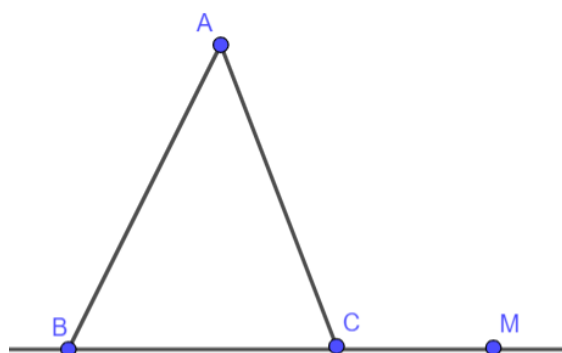
### **Kết luận**

*Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì tất cả các điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.*

### **Chú ý**

Nếu mọi điểm của đường thẳng  $d$  đều thuộc mặt phẳng  $(P)$  thì ta nói đường thẳng  $d$  nằm trong  $(P)$  hoặc  $(P)$  chứa  $d$ . Khi đó ta kí hiệu là  $d \subset (P)$  hoặc  $(P) \supset d$ .

**Ví dụ 2:** (SGK – tr73).



*Hướng dẫn giải (SGK – tr.73).*

### **Luyện tập 2**

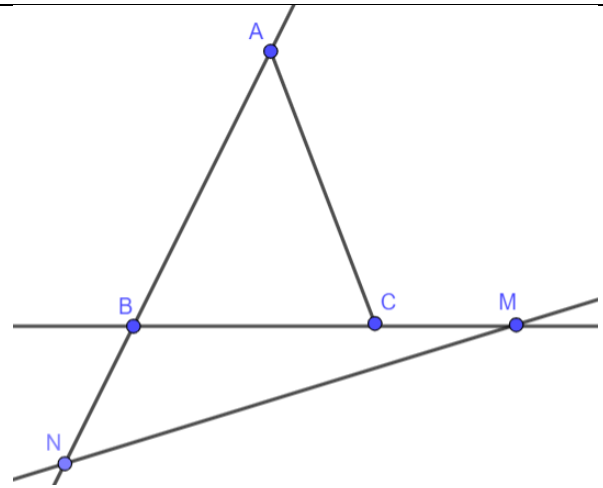
- GV cho HS quan sát **HD5** và thực hiện HĐ này như một thí nghiệm với một dụng cụ đựng nước hình hộp chữ nhật và nước màu.

+ GV thực hiện thí nghiệm này nhiều lần, mỗi lần đổ một lượng nước khác nhau hoặc đặt nghiêng dụng cụ chứa nước so với mặt bàn để HS quan sát đường mực nước.

+ GV nhấn mạnh rằng *mặt nước (lúc tĩnh lặng) và thành bể là hai mặt phẳng và phần giao của hai mặt phẳng này là đường mực nước trên thành bể*. Từ đó giới thiệu cho HS về **khái niệm** giao tuyến của hai mặt phẳng.

- GV cho HS thực hiện đọc – hiểu **Ví dụ 3a** và mời 1 HS trình bày lại cách thực hiện.

+ GV đặt câu hỏi gợi ý cho HS thực hiện **Ví dụ 3b**: *Muốn tìm giao tuyến của hai mặt*

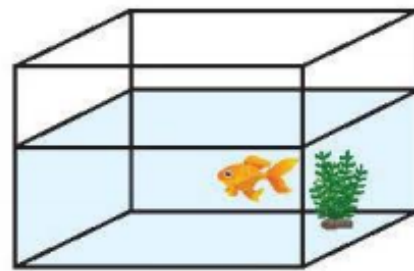


Đường thẳng  $AB$  có hai điểm phân biệt  $A, B \in mp(ABC) \Rightarrow AB \subset mp(ABC)$ .

Vì  $N \in AB \Rightarrow N \in mp(ABC)$ .

Ta có điểm  $M \in mp(ABC)$ . Khi đó đường thẳng  $MN$  có hai điểm phân biệt  $M, N \in mp(ABC) \Rightarrow MN \subset mp(ABC)$ .

#### HD5



Hình 4.7

Trong Hình 4.7, mặt nước và thành bể giao nhau theo đường thẳng.

#### Kết luận

*Nếu hai mặt phẳng phân biệt có điểm chung thì các điểm chung của hai mặt phẳng là một đường thẳng đi qua điểm chung đó.*

#### Chú ý

Đường thẳng chung  $d$  (nếu có) của hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  được gọi là **giao tuyến** của hai mặt phẳng đó và kí hiệu là:

$$d = (P) \cap (Q).$$



phẳng ta cần xác định những gì của hai mặt phẳng đó.

- GV nhấn mạnh với HS tính chất “hiển nhiên” trong phần **Nhận xét**.

- GV cho HS thực hiện trao đổi, thảo luận theo nhóm 4 HS để hoàn thành được **Luyện tập 3**.

+ GV quan sát HS và gợi ý nếu cần.

+ GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình và trình bày kết quả.

+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS trong lớp làm bài.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

### **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

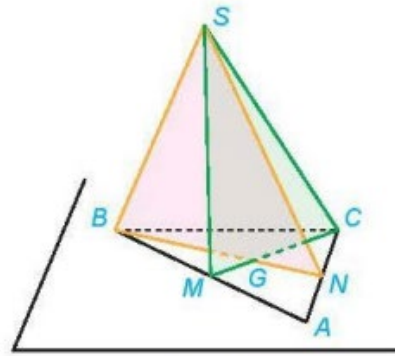
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

### **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Ví dụ 3:** (SGK – tr.74).



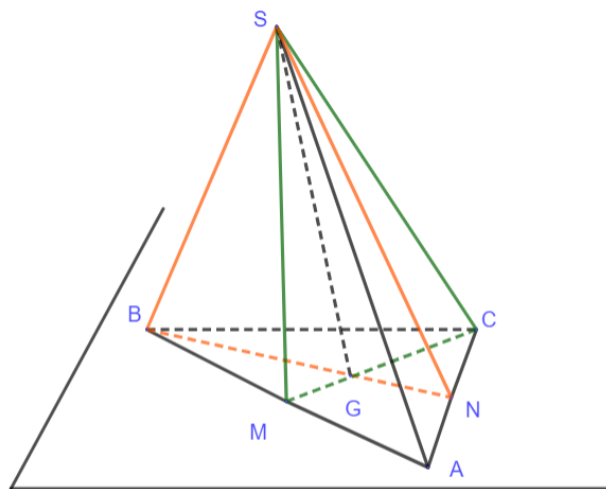
*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.74).

- Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta cần xác định hai điểm chung của hai mặt phẳng đó.

### **Nhận xét**

Trên mỗi mặt phẳng, tất cả các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

### **Luyện tập 3**



Ta có hai đường thẳng  $BM$  và  $CN$  cắt nhau tại điểm  $A$ .

Do đó, điểm  $A \in BM \Rightarrow A \in mp(SBM)$ , điểm  $A \in CN \Rightarrow A \in (SCN)$ . Vậy  $A$  là một điểm chung của  $mp(SBM)$  và  $mp(SCN)$ .

Vì  $S$  và  $A$  là hai điểm chung của  $mp(SBM)$  và  $mp(SCN)$  nên giao tuyến của hai

<p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:</p> <p>+ Tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.</p>	<p>mặt phẳng này là đường thẳng SA. Ta viết <math>SA = (SBM) \cap (SCN)</math>.</p>
---	---

**Hoạt động 4: Cách xác định một mặt phẳng.**

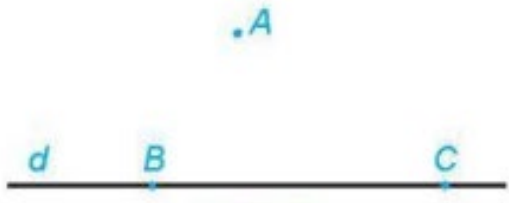
**a) Mục tiêu:**

- HS nắm được cách xác định một mặt phẳng trong không gian.
- Ứng dụng tính chất để trả lời được các câu hỏi có trong phần này.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HD 6; Ví dụ 4; Luyện tập 4; Vận dụng 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nêu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS. GV lưu ý cho HS rằng Kết quả này chỉ cần thừa nhận không cần chứng minh.</li> <li>- GV cho HS thực hiện <b>HD6</b></li> <li>+ GV mời 2 HS lên bảng trình bày lời giải cho hai câu hỏi trong phần HD này.</li> <li>+ GV có thể nhấn mạnh thêm rằng: <math>mp(ABC)</math> là mặt phẳng duy nhất chứa A và d, đồng thời cũng là mặt phẳng duy nhất chứa AB và BC.</li> </ul>	<p><b>1. Cách xác định một mặt phẳng</b></p> <p><b>Kết quả</b></p> <p><i>Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.</i></p> <p><b>HD6</b></p>  <p>Đường thẳng d đi qua hai điểm phân biệt B, C <math>\in mp(ABC) \Rightarrow</math> đường thẳng <math>d \subset mp(ABC)</math> hay <math>mp(ABC)</math> chứa đường thẳng d.</p> <p><math>A \in mp(ABC)</math> hay <math>mp(ABC)</math> chứa điểm A.</p> <p><math>mp(ABC)</math> chứa các điểm A, B, C nên <math>mp(ABC)</math> chứa hai đường thẳng AB và BC.</p>

- GV dẫn: “Thực hiện **HD6** chính là cách để xác định một mặt phẳng. Vậy một mặt phẳng được xác định khi nào?”.

+ GV chỉ định 1 HS nêu câu trả lời.

+ GV nhận xét và chính xác hóa bằng cách nêu phần Kết luận trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV nêu phần **Chú ý** cho HS biết được cách kí hiệu của mặt phẳng chứa điểm và đường thẳng.

- GV cho HS đọc – hiểu **Ví dụ 4** theo bản. Các HS thực hiện và trình bày lại cách làm.

- GV chia nhóm 4 HS cho HS thảo luận

**Luyện tập 4.** GV gợi ý:

+ Gọi  $L, K$  lần lượt là giao điểm của  $c$  với  $a, b$ . Khi đó giao tuyến của  $mp(S, a)$  và  $mp(S, c)$  là đường thẳng nào? Giao tuyến của  $mp(S, b)$  và  $mp(S, c)$  là đường thẳng nào?

+ GV cho HS thảo luận với mời 2 HS lên bảng trình bày.

+ Các HS khác trình bày vào vở và đối chiếu đáp án với trên bảng.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

### Kết luận

+ Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó.

+ Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

### Chú ý

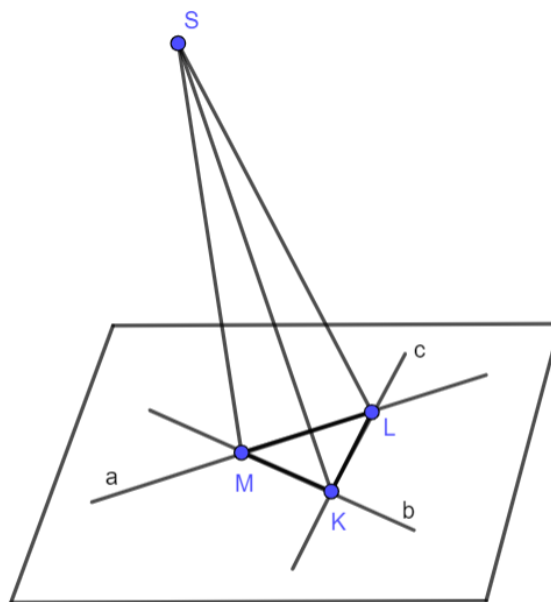
Mặt phẳng được xác định bởi điểm  $A$  và đường thẳng  $d$  không chứa  $A$  được kí hiệu là  $mp(A, d)$ .

Mặt phẳng được xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  được kí hiệu là  $mp(a, b)$ .

**Ví dụ 4:** (SGK – tr. 75).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr. 75).

### Luyện tập 4.



Gọi  $a \cap c = L; b \cap c = K$

$L \in a \Rightarrow L \in mp(S, a)$

$L \in c \Rightarrow L \in mp(S, c)$

- GV dẫn dắt, gợi ý bằng cách đặt câu hỏi cho HS làm phần **Vận dụng 2**.

*“Tại sao chỉ cần một miếng nam châm nhỏ là cửa có thể được giữ cố định?”*

+ GV mời 1 HS nêu câu trả lời.

- GV tiếp tục đặt câu hỏi: *“Vậy nếu cửa không được giữ bởi bản lề thì miếng nam châm có giữ cửa cố định được hay không?”*

+ GV cho HS suy nghĩ và trình bày câu trả lời cho cả lớp cùng nghe và nhận xét.

+ GV chốt đáp án cho HS.

### **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

### **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày.

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

Mà  $L, S \in mp(S, a)$  và  $mp(S, c)$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng đó là đường thẳng  $SL$ .

Vì  $K \in b$  nên  $K \in mp(S, b)$ .

Vì  $K \in c$  nên  $K \in mp(S, c)$ . Hai điểm  $S$  và  $K$  cùng thuộc  $mp(S, b)$  và  $mp(S, c)$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng đó là đường thẳng  $SK$ .

### **Vận dụng 2**



Phụ kiện hít cửa nam châm đại diện cho 1 điểm cố định, một cạnh của cánh cửa đại diện cho một đường thẳng không chứa điểm phụ kiện hít cửa nam châm. Chính vì vậy có một mặt phẳng được xác định khi phụ kiện hít cửa và một cạnh của cánh cửa, khi đó cánh cửa luôn được giữ cố định.

+ Cách xác định một mặt phẳng trong không gian.

### TIẾT 3: HÌNH CHÓP VÀ HÌNH TỨ DIỆN

#### Hoạt động 5: Hình chóp và hình tứ diện.



##### a) Mục tiêu:

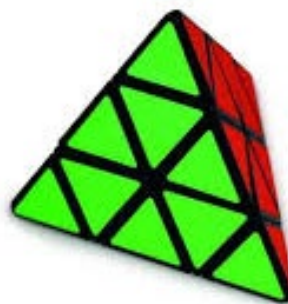
- HS nhận biết được thế nào là hình chóp và hình tứ diện, các mặt bên, mặt đáy và các cạnh của hình chóp và hình tứ diện.
- Ứng dụng tính chất để trả lời được các câu hỏi có trong phần này.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ 7, 8; Ví dụ 5, 6; Luyện tập 5, 6.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được thế nào là hình chóp và hình tứ diện, các mặt bên, mặt đáy và các cạnh của hình chóp và hình tứ diện.

##### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- GV mời 1 HS nhớ và nhắc lại thế nào là một hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều để hoàn thành được <b>HĐ7</b>. Từ đó GV tổng quát về hình chóp là gì cho HS.</li><li>- GV ghi bảng hoặc chiếu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS quan sát và ghi chép.</li></ul>	<p><b>1. Hình chóp và hình tứ diện.</b></p> <p><b>HĐ7</b></p>  



Các hình ảnh đã cho đều có các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.

### **Kết luận**

- Cho đa giác lồi  $A_1A_2 \dots A_n$  và một điểm  $S$  nằm ngoài mặt phẳng chứa đa giác đó. Nối  $S$  với các đỉnh  $A_1, A_2, \dots, A_n$  để được  $n$  tam giác  $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ . Hình gồm  $n$  tam giác  $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$  và đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$  được gọi là **hình chóp** và kí hiệu là  $S.A_1A_2 \dots A_n$ .

- Trong hình chóp  $S.A_1A_2 \dots A_n$ , điểm  $S$  được gọi là **đỉnh** và đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$  được gọi là **mặt đáy**, các tam giác  $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots,$

$SA_nA_1$  được gọi là các **mặt bên**; các cạnh  $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$  được gọi là các **cạnh bên**; các cạnh  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$  được gọi là các **cạnh đáy**.

### **Chú ý**

Tên của hình chóp được gọi dựa theo tên của đa giác đáy, ví dụ hình chóp có đáy là tứ giác được gọi là hình chóp tứ giác.

**Ví dụ 5:** (SGK – tr. 76).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr. 76).

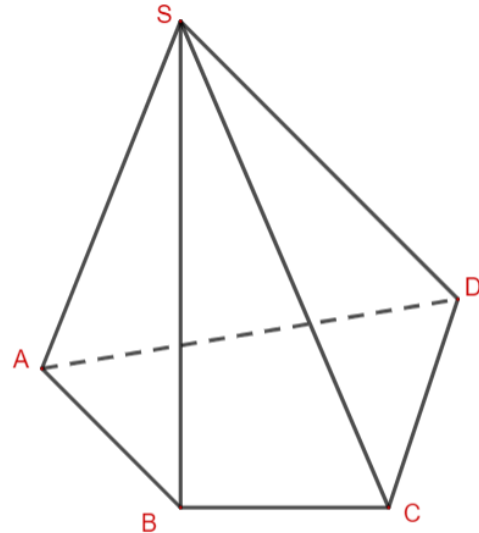
### **Luyện tập 5.**

- GV lưu ý cách gọi tên hình chóp cho HS.
- GV cho HS đọc – hiểu phần **Ví dụ 5** và yêu cầu một số HS đứng tại chỗ trả lời Ví dụ 5.
  
- GV yêu cầu cả lớp làm tập thể phần **Luyện tập 5.**
- + GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình.

- GV cho HS thực hiện **HD8** và mời một số HS đứng tại chỗ trả lời nhanh phần HD này.
- + GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

- GV trình chiếu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS đọc và nhận biết được các khái niệm về Hình tứ diện, và các khái niệm liên quan.

- GV đặt câu hỏi cho HS suy nghĩ:  
*Trong một hình tứ diện, ta có thể xác định được bao nhiêu mặt đáy.*

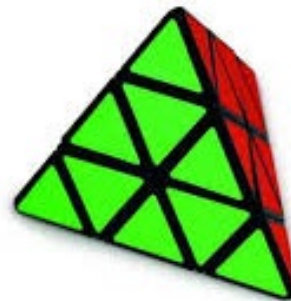


Hình chóp  $S.ABCD$  có

- + Bốn mặt bên là các tam giác  $SAB, SBC, SCD, SDA$ .
- + Một mặt đáy là tứ giác  $ABCD$ .

**HD8**

Trong các hình chóp ở HD7, hình chóp thứ ba tính từ trái sang (hình khối rubik) có ít mặt nhất.



Hình chóp này có 6 cạnh và 4 mặt.

**Kết luận**

- Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác  $ABC, ACD, ABD$  và  $BCD$  được gọi là hình tứ diện, kí hiệu là  $ABCD$ .
- Trong hình tứ diện  $ABCD$ :
  - + Các điểm  $A, B, C, D$  : các đỉnh của tứ diện,
  - + Các đoạn thẳng  $AB, BC, CD, DA, AC, BD$  : các cạnh của tứ diện,

+ GV mời 1 HS đứng tại chỗ nêu đáp án và 1 HS khác nhận xét đáp án của bạn.

- GV triển khai **Ví dụ 6** theo SGK, GV hướng dẫn chi tiết cho HS thực hiện được Ví dụ 6.

→ GV tóm tắt lại phương pháp xác định giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng.

- GV cho HS thảo luận nhóm 4 người và thực hiện **Luyện tập 6**. GV gợi ý:

$DE \cap BC = K$ . Trong mp(ADE):  $DF \cap AK = G \Rightarrow G$  là giao điểm cần tìm.

**GV triển khai phần Bài tập 4.1; 4.3; 4.5 cho HS thực hiện.**

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và gọi ngẫu nhiên 4 bạn trả lời cho 4 đáp án cho **bài tập 4.1**. Các HS khác còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

+ Các tam giác  $ABC, ACD, ABD, BCD$  : các mặt của tứ diện.

- Trong hình tứ diện, hai cạnh không có đỉnh chung được gọi là hai cạnh đối diện, đỉnh không nằm trên một mặt được gọi là đỉnh đối diện với mặt đó.

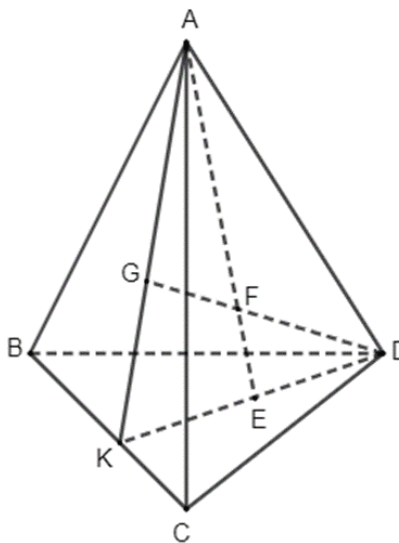
### Nhận xét

Hình tứ diện là một hình chóp tam giác mà mặt nào của hình tứ diện cũng có thể được coi là mặt đáy.

**Ví dụ 6:** (SGK – tr.76).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.76).

### Luyện tập 6



$E \in \Delta BCD \Rightarrow DE \cap BC = K$ .

$A, E \in mp(ADK) \Rightarrow AE \subset mp(ADK)$

$\Rightarrow F \in mp(ADK)$

$\Rightarrow A, D, E, F, K \in mp(ADK)$ .

Trong  $\Delta ADK$ :  $DF \cap AK = G$

Mà  $G \in AK$ ;  $A, K \in mp(ABC)$

$\Rightarrow G \in mp(ABC)$ .



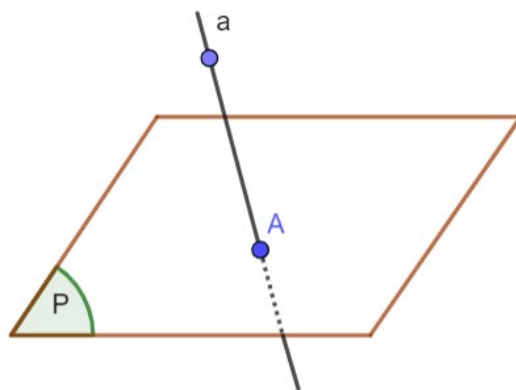
+ GV nhận xét và chốt đáp án và giải thích cho HS.

Vậy  $DF \cap mp(ABC) = G$

### Bài tập

#### Bài tập 4.1

a) Mệnh đề a) là mệnh đề sai vì đường thẳng  $a$  có thể cắt  $mp(P)$ .



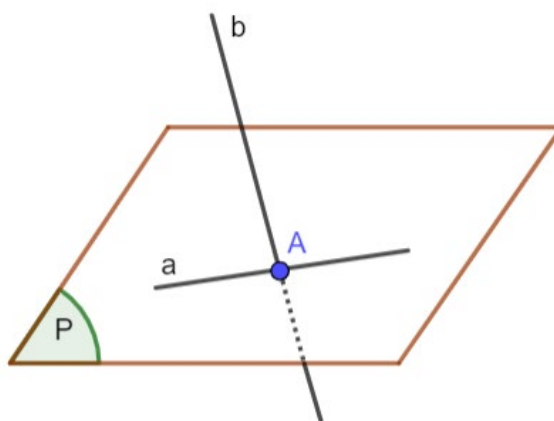
b) Mệnh đề b) là mệnh đề đúng (theo tính chất thừa nhận).

c) Mệnh đề c) là mệnh đề đúng.

Giả sử giao điểm của  $a$  và  $b$  là  $H$ , vì  $H$  thuộc  $a$  và  $a$  nằm trong  $(P)$  nên  $H$  thuộc  $(P)$ .

d) Mệnh đề d) là mệnh đề sai.

Chẳng hạn trường hợp như trong hình dưới đây có thể xảy ra: đường thẳng  $b$  cắt đường thẳng  $a$  tại giao điểm  $A$  nhưng đường thẳng  $b$  không nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .



- GV gợi ý cho HS thực hiện **bài tập 4.3** bằng cách đặt câu hỏi như sau: *Làm thế nào để chứng minh  $c$  nằm trong  $(P)$ ? Một cách cụ thể hơn là:  $c$  và  $(P)$  có điểm nào chung?*

+ HS suy nghĩ trả lời câu hỏi.

#### Bài tập 4.3.

+ GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình và trình bày bài giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

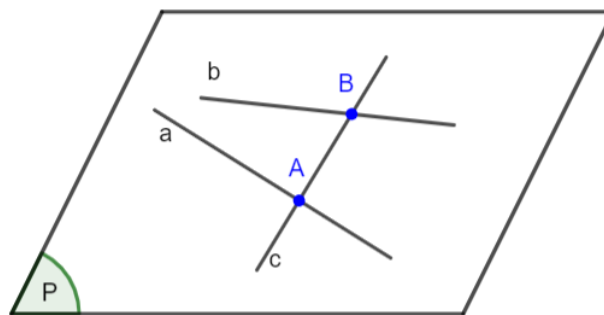
- GV cho HS suy nghĩ **bài tập 4.5** thảo luận tương ứng với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp.

+ GV đặt câu hỏi: *Nhắc lại phương pháp xác định giao tuyến của hai mặt phẳng?*

+ Các nhóm thảo luận và đưa ra phương pháp giải cho bài.

+ Mỗi nhóm cử 1 đại diện lên bảng trình bày.

+ GV nhận xét bài làm và chốt đáp án cho HS làm bài vào vở.



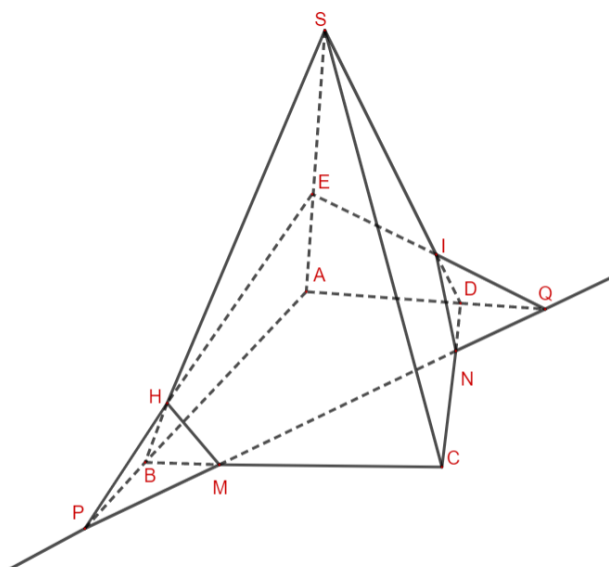
Giả sử  $c \cap a = A; c \cap b = B$

Vì  $A \in a; a \in (P) \Rightarrow A \in (P)$

Vì  $B \in b; b \in (P) \Rightarrow B \in (P)$

Đường thẳng  $c$  có hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  cùng thuộc mặt phẳng  $(P)$  nên tất cả các điểm của đường thẳng  $c$  đều thuộc  $(P)$  hay đường thẳng  $c$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Bài tập 4.5.**



a)

+) Vì  $E \in SA \Rightarrow E \in mp(SAB)$ .  $P \in AB \Rightarrow P \in mp(SAB)$

$\Rightarrow S, A, B, E, P \in mp(SAB)$ .

Trong  $\Delta SAB$ :  $EP \cap SB = H$ . Do  $P \in d$

$\Rightarrow EP \subset mp(E, d)$  và  $H \in EP$

$\Rightarrow H \in mp(E, d)$ .

Vậy  $SB \cap mp(E, d) = H$ .

<p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.</li> <li>- GV: quan sát và trợ giúp HS.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ HS nhận biết được thể nào là hình chóp và hình tứ diện, các mặt bên, mặt đáy và các cạnh của hình chóp và hình tứ diện.</li> </ul>	<p>+) Vì <math>E \in SA \Rightarrow E \in mp(SAD)</math>. <math>Q \in AD</math>  <math>\Rightarrow Q \in mp(SAD)</math>  <math>\Rightarrow S, A, D, E, Q \in mp(SAD)</math>  Trong <math>\Delta SAD: EQ \cap SD = I</math>. Do <math>Q \in d</math>  <math>\Rightarrow EQ \subset mp(E, d)</math>.  Vậy <math>SD \cap mp(E, d) = I</math>.</p> <p>b)</p> <p>+) <math>d \cap CB = M; d \cap CD = N \Rightarrow M, N \in d</math> mà <math>d \in mp(E, d) \Rightarrow MN \subset mp(E, d)</math>  Lại có: <math>M \in CB, CB \subset mp(ABCD)</math>  <math>\Rightarrow M \in mp(ABCD)</math>  <math>N \in CD, CD \subset mp(ABCD)</math>  <math>\Rightarrow N \in mp(ABCD)</math>  <math>\Rightarrow mp(ABCD) \cap mp(E, d) = MN</math>.</p> <p>+) Vì <math>H \in SB, SB \subset mp(SAB)</math>  <math>\Rightarrow H \in mp(SAB)</math>.</p> <p>Lại có: <math>E \in mp(SAB) \Rightarrow EH \subset mp(SAB)</math>  Vì <math>E \in mp(E, d); H \in mp(E, d) \Rightarrow EH \subset mp(E, d)</math>  Vậy <math>mp(SAB) \cap mp(E, d) = EH</math></p> <p>+) <math>I \in SD, SD \subset mp(SAD)</math>  <math>\Rightarrow I \in mp(SAD)</math></p> <p>Lại có: <math>E \in mp(SAD) \Rightarrow E \in mp(SAD) \Rightarrow EI \subset mp(SAD)</math>  Vì <math>E \in mp(E, d); I \in mp(E, d) \Rightarrow EI \subset mp(E, d)</math>  Vậy <math>mp(SAD) \cap mp(E, d) = EI</math></p> <p>+) <math>H \in SB \subset mp(SBC)</math>  Vì <math>M \in BC \rightarrow M \in mp(SBC) \Rightarrow MH \subset mp(SBC)</math>  Lại có: <math>M \in d \Rightarrow M \in mp(E, d)</math> và <math>H \in mp(E, d)</math>  <math>\Rightarrow HM \subset mp(E, d)</math>  Vậy <math>mp(SBC) \cap mp(E, d) = HM</math></p>
--	---

	$+) I \in SD \subset mp(SCD);$ $N \in CD \subset mp(SCD)$ $\text{Do đó } IN \subset mp(SCD)$ $\text{Lại có: } N \in d \rightarrow N \in mp(E, d)$ $\text{Vậy } mp(SCD) \cap mp(E, d) = IN$
--	--

### C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

**b) Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.2 và 4.4 (SGK – tr.77), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

**c) Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về các bài tập liên quan đến đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:

**Câu 1.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng
- B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng
- C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng
- D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng

**Câu 2.** Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6
- B. 4
- C. 3
- D. 2

**Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  là các điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AB, AC, BD$  sao cho  $EF$  cắt  $BC$  tại  $I, EG$  cắt  $AD$  tại  $H$ . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

- A.  $CD, EF, EG$
- B.  $CD, IG, HF$
- C.  $AB, IG, HF$
- D.  $AC, IG, BD$

**Câu 4.** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Hai đường thẳng cắt nhau
- B. Một điểm và một đường thẳng
- C. Ba điểm phân biệt

D. Bốn điểm phân biệt

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa

B. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

D. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện nhóm đôi làm bài Bài 4.2 và 4.4. HS thực hiện cá nhân hoàn thành Bài 4.2 và 4.4 (SGK – tr.77).

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:**

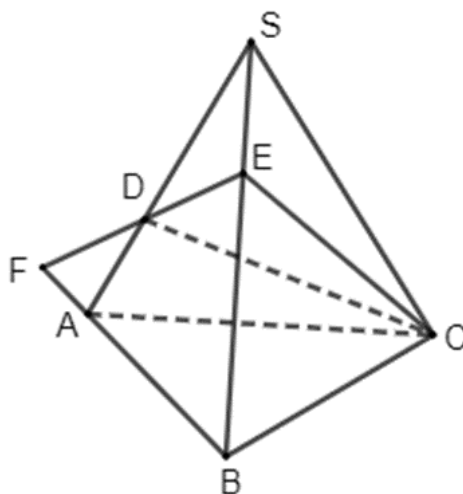
- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

**Kết quả:**

**Kết quả trắc nghiệm**

1	2	3	4	5
C	B	B	A	D

**Bài 4.2.**



a)  $D \in SA \Rightarrow D \in mp(SAB)$

$$E \in SB \Rightarrow E \in mp(SAB)$$

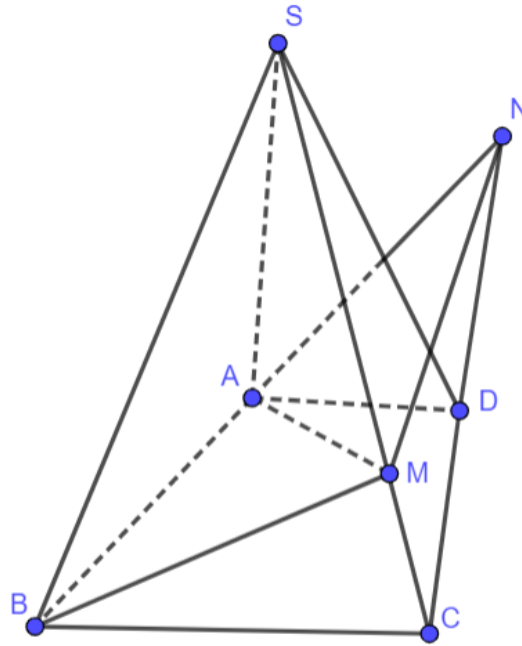
$$D, E \in mp(SAB) \Rightarrow DE \subset mp(SAB)$$

$$b) F \in DE \Rightarrow F \in mp(CDE)$$

$$F \in AB \Rightarrow F \in mp(SAB)$$

Vậy  $F$  là điểm chung của  $mp(SAB)$  và  $mp(CDE)$

#### Bài 4.4.



$$N \in AB \Rightarrow N \in (ABM)$$

$$M \in (ABM) \Rightarrow MN \subset mp(ABM) \quad (1)$$

$$\text{Lại có: } N \in CD \Rightarrow N \in mp(SCD)$$

$$M \in SC \Rightarrow M \in mp(SCD) \quad (2)$$

Từ (1)(2) suy ra:  $mp(ABM) \cap mp(SCD) = MN$ .

#### D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

##### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 4.6 đến 4.8 (SGK – tr.77).

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được các định nghĩa, tính chất của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian vào các bài toán thực tế.

##### d) Tổ chức thực hiện:

##### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4.6 đến 4.8 (SGK – tr.77).

##### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận**

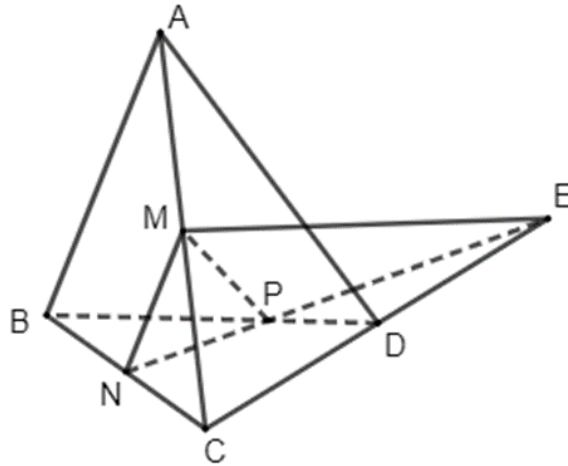
- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

**Bước 4: Kết luận, nhận định**

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

**Gợi ý đáp án:**

**Bài 4.6.**



a) Trong  $\Delta BCD$ :  $N \in BC$ ;  $BN = CN$  hay  $N$  là trung điểm  $BC$  và  $P \in BD$  sao cho:

$BP = 2DP$ . Khi đó:

$NP \cap CD = E$  mà  $E \in NP \subset mp(MNP) \Rightarrow E \in mp(MNP)$

Vậy  $CD \cap mp(MNP) = E$

b)  $M \in AC \Rightarrow M \in mp(ACD)$ . Vì  $E \in CD \Rightarrow E \in mp(ACD)$

$\Rightarrow ME \subset mp(ACD)$

Vì  $E \in mp(MNP)$  và  $M \in mp(MNP)$  nên  $ME \subset mp(MNP)$

Vậy  $mp(ACD) \cap mp(MNP) = ME$ .

**Bài 4.7.**



Ba đầu ngón tay minh họa cho 3 điểm phân biệt không thẳng hàng. Theo tính chất thừa nhận, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. Khi đó, mỗi khay, đĩa đồ ăn đại diện cho một mặt phẳng đi qua ba điểm ở đầu ngón tay làm cho khay, đĩa đồ ăn được giữ vững bằng phẳng.

#### **Bài 4.8.**



Phần dao cắt có một đầu được gắn cố định vào bàn, giấy cắt được đặt lên phần bàn hình chữ nhật, khi cắt mặt phẳng cắt giao với mặt phẳng giấy theo một giao tuyến là phần đường cắt nên nó luôn là một đường thẳng.

#### **\* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Hai đường thẳng song song**".



**BÀI 11:**

**HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - HH: 11

**Thời gian thực hiện: 03 tiết**

**I. MỤC TIÊU**

**1. Kiến thức, kĩ năng**

- Nhận biết vị trí của hai đường thẳng trong không gian: hai đường thẳng trùng nhau, cắt nhau, song song và chéo nhau
- Giải thích tính chất cơ bản của hai đường thẳng song song trong không gian: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho; định lí ba đường giao tuyến
- Nhận biết một vài tính chất của hai đường thẳng song song và biết áp dụng để giải một số bài tập đơn giản. Các tính chất thừa nhận bao gồm: hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau; hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó, hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó
- Mô tả và giải thích một số hình ảnh thực tiễn có liên quan đến vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

**2. Năng lực, phẩm chất**

- 1.1. Năng lực mô hình hóa toán học (thông qua việc thực hiện các Vận dụng 1, 2 về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian và về tính chất của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song)
  - 1.2. Năng lực giao tiếp toán học: Trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác.
  - 1.3. Năng lực tư duy và lập luận toán học : So sánh, tìm sự tương đồng để khái quát hóa thành quy tắc từ hoạt động trải nghiệm thực tế để tìm vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian, áp dụng giải quyết các bài toán thực tiễn.
  - 1.4. Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học
  - 1.5 Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực, yêu nước (chẳng hạn thông qua việc tìm hiểu nghề dệt vải bằng khung cửi, các em hiểu rõ hơn về đất nước Việt Nam và có cảm hứng học tập góp phần xây dựng Tổ quốc)
- Trách nhiệm: Biết chia sẻ, có trách nhiệm với bản thân, gia đình, cộng đồng.
  - Chăm chỉ: Người học chăm chỉ trong học tập.

**II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

- Phương tiện, học liệu:** Kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong mặt phẳng.
- **Giáo viên:** SGK, giáo án, hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học; file trình chiếu.
- **Học sinh:** Bút màu, bút chì, thước kẻ

**III. Thời lượng**

- + Tiết 1: vị trí tương đối của hai đường thẳng( hết mục 1)
- + Tiết 2: Tính chất của hai đường thẳng song song( hết mục 2)
- + Tiết 3: “ Em có biết”. Bài tập

**III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC**

**Tiết 1: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG**

**Hoạt động 1: Khởi động hoặc trải nghiệm**

**a) Mục tiêu:** Giới thiệu sơ lược về hình ảnh của các đường thẳng trong không gian, giúp HS bước đầu có cảm nhận về vị trí tương đối của các đường thẳng trong không gian

**b) Nội dung:**

Quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi

CH1. Quan sát bốn tuyến đường trong Hình 4.13 và trả lời các câu hỏi sau:

- Hai tuyến đường nào giao nhau?
- Hai tuyến đường nào không giao nhau?
- Hai tuyến đường nào song song?



Hình 4.13

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Nêu được một số thông tin về tuyến đường + Huy động các kiến thức đã học để xét vị trí tương đối của các tuyến đường
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### 1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.

a) Mục tiêu: HS quan sát được các vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian và chỉ ra được các đường thẳng song song, các đường thẳng cắt nhau

b) Nội dung:

**HD1.** Quan sát bốn tuyến đường trong Hình 4.13 và trả lời các câu hỏi sau:

- Hai tuyến đường nào giao nhau?
- Hai tuyến đường nào không giao nhau?
- Hai tuyến đường nào song song?

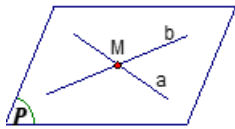
c) Sản phẩm: Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian.

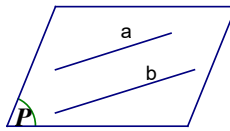
+ Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói  $a$  và  $b$  đồng phẳng. Khi đó,  $a$  và  $b$  có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.

+ Nếu  $a$  và  $b$  không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói  $a$  và  $b$  chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói  $a$  chéo với  $b$ , hoặc  $b$  chéo với  $a$

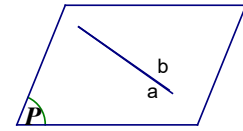
TH1: Có một mặt phẳng chứa  $a$  và  $b$ .



$$a \cap b = \{M\}$$

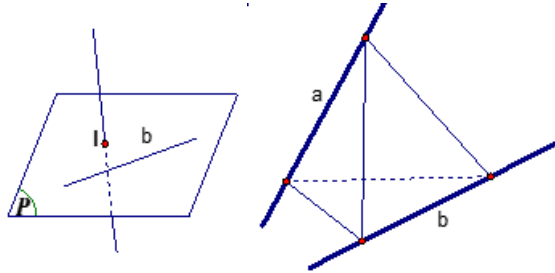


$$a // b$$



$$a \equiv b$$

TH2: Không có mặt phẳng nào chứa  $a$  và  $b$ .



#### d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<p>Cho hai đường thẳng <math>a</math> và <math>b</math> trong không gian.</p> <p>+ Nếu <math>a</math> và <math>b</math> cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói <math>a</math> và <math>b</math> đồng phẳng. Khi đó, <math>a</math> và <math>b</math> có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.</p> <p>+ Nếu <math>a</math> và <math>b</math> không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói <math>a</math> và <math>b</math> chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói <math>a</math> chéo với <math>b</math>, hoặc <math>b</math> chéo với <math>a</math></p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS quan sát.</p> <p>- HS tìm câu trả lời HD 1</p> <p>- Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :</p> <p>+ Phát hiện và đưa ra được khái niệm về vị trí tương đối của hai đường thẳng</p> <p>+ Huy động các kiến thức đã học để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức</p>

## 2. Hãy tìm một số hình ảnh về đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn

a) Mục tiêu: HS tìm được một số hình ảnh về hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn

Hãy tìm một số hình ảnh về đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn.



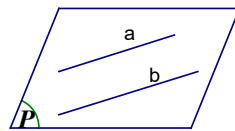
Dệt vải bằng khung cửi, một trong những nét đẹp văn hóa của một số dân tộc.

Hành lang với bộ cảm biến an ninh gồm các tia laze đôi một không cắt nhau.

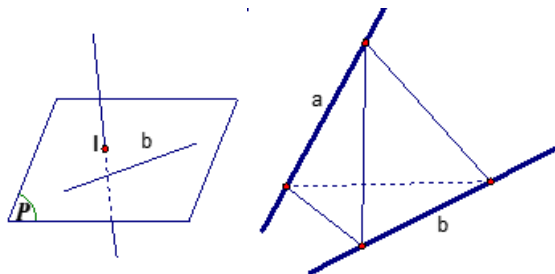
**b) Nội dung:** Gọi một vài học sinh trả lời. Có thể bắt đầu với hình ảnh có sẵn trong SGK

**c) Sản phẩm:**

Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  đồng phẳng và không có điểm chung.



Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  không đồng phẳng.



**Hình thành kiến thức:**

**ĐỊNH NGHĨA**

Hai đường thẳng gọi là **đồng phẳng** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.

Hai đường thẳng gọi là **chéo nhau** nếu chúng không đồng phẳng.

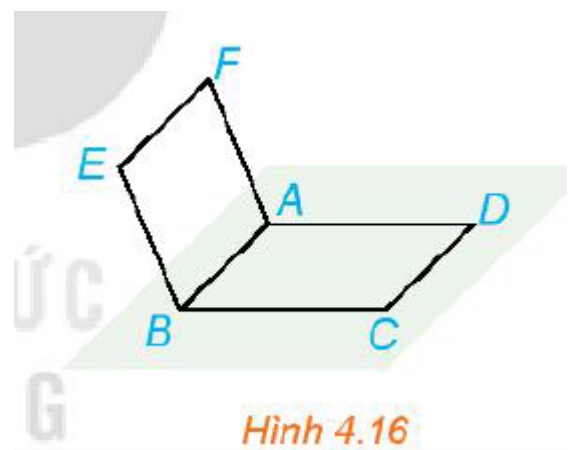
Hai đường thẳng gọi là **song song** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

**Ví dụ 1.** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  không cùng nằm trong một mặt phẳng (H.4.16).

a) Quan sát bốn đường thẳng  $AB, BC, CD, DA$ . Chỉ ra các cặp đường thẳng cắt nhau, ra các cặp đường thẳng song song.

b) Trong ba đường thẳng  $AB, AF, BE$  có hai đường thẳng nào chéo nhau không?

**Lời giải:**

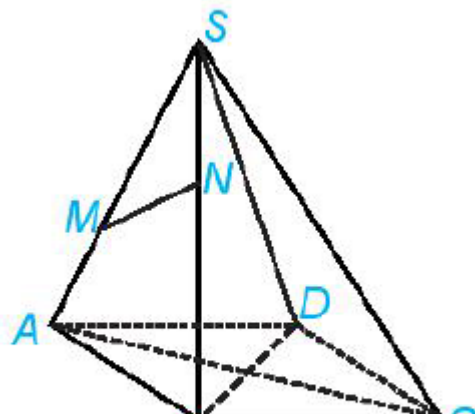


a) Các cặp đường thẳng cắt nhau là  $AB$  và  $BC$ ,  $AB$  và  $DA$ ,  $BC$  và  $CD$ ,  $CD$  và  $DA$ . Các cặp đường thẳng song song là  $AB$  và  $CD$ ,  $DA$  và  $BC$ .

b) Các đường thẳng  $AB$ ,  $AF$ ,  $BE$  cùng nằm trong mặt phẳng ( $ABEF$ ) nên trong ba đường thẳng đó không có hai đường nào chéo nhau.

**Luyện tập 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.(H.4.17)

- Trong các đường thẳng  $AB$ ,  $AC$ ,  $CD$ , hai đường thẳng nào song song, hai đường thẳng nào cắt nhau?
- Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh  $SA$ ,  $SB$ . Trong các đường thẳng  $SA$ ,  $MN$ ,  $AB$  có hai đường nào chéo nhau hay không?

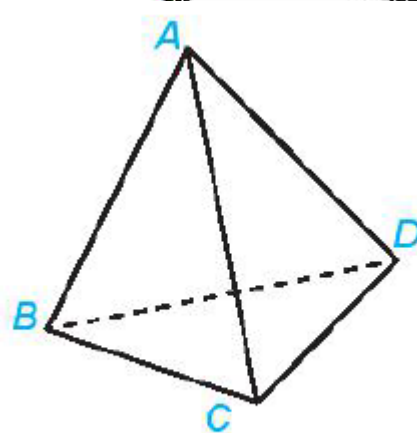


**Ví dụ 2.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  (H.4.18). Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  có chéo nhau hay không? Chỉ ra các cặp đường thẳng chéo nhau có trong hình tứ diện đó.

**Lời giải:**

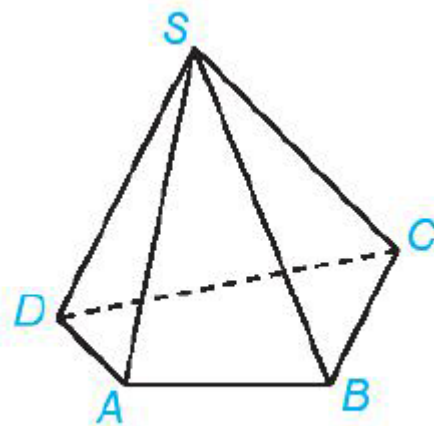
Nếu hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  không chéo nhau thì chúng cùng thuộc một mặt phẳng. Khi đó bốn điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  đồng phẳng, trái với giả thiết  $ABCD$  là hình tứ diện. Do đó, hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  chéo nhau.

Lập luận tương tự, ta thấy trong tứ diện  $ABCD$  còn có các cặp đường thẳng chéo nhau là  $AC$  và  $BD$ ,  $AD$  và  $BC$ .



**Luyện tập 2.** Trong hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  (H.4.19), chỉ ra những đường thẳng:

- Chéo với đường thẳng  $SA$ .
- Chéo với đường thẳng  $BC$ .



Hình 4.19

**Vận dụng 1.** Một chiếc gậy được đặt một đầu dựa vào tường và đầu kia trên mặt sàn (H.4.20). Hỏi có thể đặt chiếc gậy đó song song với một trong các mép tường hay không?

**Hướng dẫn:**



Hình 4.20

+ GV yêu cầu học sinh thử đặt gậy ở một vị trí để quan sát và nhận xét về vị trí tương đối của gậy và mép tường. Chú ý rằng gậy được đặt sao cho đầu gậy dựa vào tường, tức là phải có lực tương tự tường lên đầu gậy và ngược lại. Vì vậy không thể xảy ra trường hợp toàn bộ chiếc gậy “ nằm trên ” tường. Bài tập vận dụng này yêu cầu học sinh kết hợp kiến thức vật lí và kiến thức toán học để có được câu trả lời cuối cùng

#### d) Tổ chức thực hiện:

<p><b>Chuyển giao</b></p>	<p>Đệt vải bằng khung cửi, một trong những nét đẹp văn hóa của một số dân tộc. Hành lang với bộ cảm biến an ninh gồm các tia laze đôi một không cắt nhau. Học sinh trả lời các câu hỏi sau: + Hai đường thẳng không song song thì có cắt nhau không? + Hai đường thẳng không cắt nhau thì có song song không? + Hai đường thẳng không chéo nhau thì có song song không? Vận dụng lý thuyết vào giải quyết các ví dụ trong SGK</p>
<p><b>Thực hiện</b></p>	<p>- HS quan sát hình ảnh và tìm thêm các hình ảnh trong lớp học - HS tìm câu trả lời - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Phát hiện và đưa ra được khái niệm về của hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau + Huy động các kiến thức đã học để khắc sâu kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng</p>
<p><b>Báo cáo thảo luận</b></p>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</p>
<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức</p>

## Tiết 2: TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

### Hoạt động hình thành kiến thức

**Hoạt động 2 :** Tính chất hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau.

**a) Mục tiêu:** Học sinh giải thích được trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước chỉ có duy nhất một đường thẳng song song với đường thẳng cho trước. Việc chứng minh dựa trên kết quả tương tự trong mặt phẳng

#### b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về nhắc lại kiến thức, làm bài tập hai đường thẳng song song trong không gian theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng trong SGK.

#### c) Sản phẩm:

**HD2.** Trong không gian, cho một đường thẳng  $d$  và một điểm  $M$  không nằm trên  $d$  (H.4.21). Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $M$  và  $d$ .

a) Trên mặt phẳng  $(P)$  có bao nhiêu đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $d$ .



Hình 4.21

b) Nếu một đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $d$  thì đường thẳng đó có thuộc mặt phẳng ( $P$ ) hay không?

Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

**HD3.** Quan sát lớp học và tìm hai đường thẳng song song với mép trên của bảng. Hai đường thẳng đó có song song với nhau hay không?

Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**Hướng dẫn:** HS sử dụng được tính chất bắc cầu của quan hệ song song trong việc giải một số bài toán đơn giản

**Ví dụ 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, S$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AB, CD, AD, BC, AC, BD$  (H.4.22).

a) Chứng minh rằng tứ giác  $MPNQ$  là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng các đoạn thẳng  $MN, PQ, RS$  cùng đi qua trung điểm của mỗi đoạn.

**Hướng dẫn:**

+ Dấu hiệu nhận biết hình bình hành

+ Tính chất của hình bình hành

**Lời giải:**

a) Trong tam giác  $ABC$ , ta có  $MQ$  là đường trung bình nên  $MQ \parallel AC$  và  $MQ = \frac{1}{2}AC$ . Tương tự với tam giác  $ACD$ , ta có  $PN \parallel AC$  và  $PN = \frac{1}{2}AC$ . Do đó,  $MQ \parallel PN$  và  $MQ = PN$ . Suy ra tứ giác  $MPNQ$  là hình bình hành.

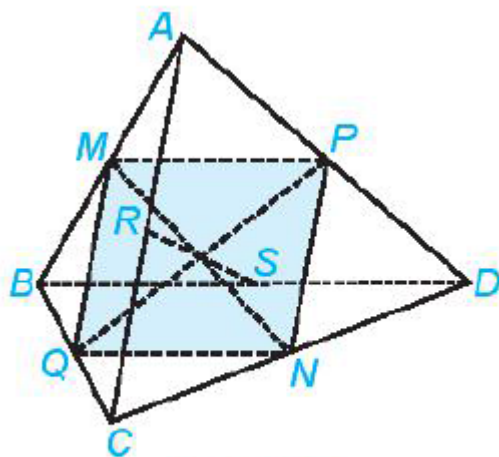
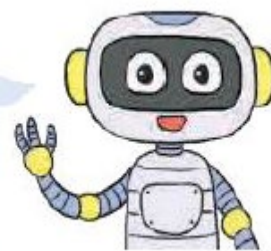
b) Từ câu a. suy ra hai đoạn thẳng  $MN$  và  $PQ$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Tương tự, hai đoạn thẳng  $MN$  và  $RS$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Do đó, các đoạn thẳng  $MN, PQ, RS$  cùng đi qua trung điểm của mỗi đoạn.

**Luyện tập 3.** Trong ví dụ 1, chứng minh rằng bốn điểm  $C, D, E, F$  đồng phẳng và tứ giác  $CDFE$  là hình bình hành.

**Hướng dẫn:**

+  $CD = EF$  ( vì cùng bằng  $AB$ ) và  $CD \parallel EF$  ( vì cùng song song với  $AB$ ), do đó bốn điểm  $C, D, E, F$  đồng phẳng và  $CDFE$  là hình bình hành

Các tia sáng Mặt Trời ở gần Trái Đất được coi như các đường thẳng đôi một song song với nhau.



Hình 4.22

Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác là hình bình hành.



**HD4.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau theo giao tuyến  $c$ . Một mặt phẳng  $(R)$  cắt  $(P)$  và  $(Q)$  lần lượt theo các giao tuyến  $a$  và  $b$  khác  $c$ .

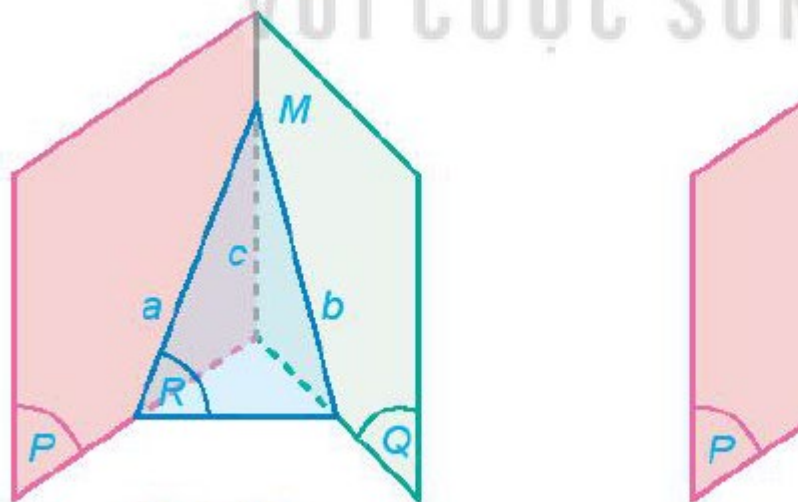
a) Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $c$  cắt nhau tại  $M$  thì đường  $b$  có đi qua  $M$  hay không(H.4.23)? Giải thích vì sao.

b) Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $c$  song song với nhau thì hai đường thẳng  $b$  và  $c$  có song song với nhau hay không(H.4.24)? Giải thích vì sao.

Kết quả sau đây còn được biết đến với tên gọi “Định lí về ba đường giao tuyến”.

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

Nếu hai đường thẳng  $b$  và  $c$  cắt nhau tại  $N$  thì ta có thể sử dụng lại kết quả ở câu a.



Hình 4.23

**Chú ý:** Từ kết quả trên có thể suy ra rằng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

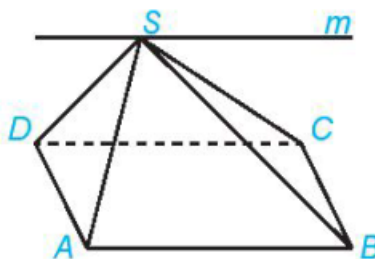
**Hướng dẫn:**

a) Vì  $M$  thuộc  $a$  nên  $M$  thuộc  $(R)$ . Vì  $M$  thuộc  $c$  nên  $M$  thuộc  $(Q)$  và  $(R)$  nên  $M$  thuộc  $b$ . Vậy  $a$ ,  $b$  và  $c$  đồng quy.

b) Nếu hai đường thẳng  $b$  và  $c$  cắt nhau thì theo câu a suy ra  $a$  và  $c$  cắt nhau. Điều này trái với giả sử ban đầu, suy ra  $b$  và  $c$  song song. Như vậy  $a$ ,  $b$  và  $c$  đôi một song song với nhau.

**Ví dụ 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành(H.4.25). Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .

**Hướng dẫn**



Hình 4.25



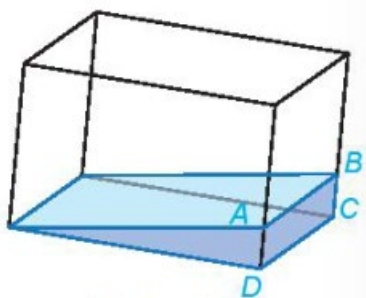
Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  có điểm chung là  $S$  và chứa hai đường thẳng song song là  $AB$  và  $CD$ . Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng  $m$  đi qua  $S$  và song song với  $AB, CD$ .

**Luyện tập 4.** Trong Ví dụ 4, hãy xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

**Hướng dẫn:**

Giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng đi qua  $S$  và song song với  $AD, BC$

**Vận dụng 2.** Một bể kính chứa đầy nước có đáy là hình chữ nhật được đặt nghiêng như Hình 4.26. Giải thích tại sao đường mép nước  $AB$  song song với cạnh  $CD$  của bể nước.



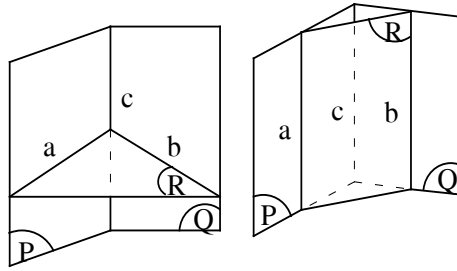
Hình 4.26

**Hướng dẫn:**

+ Xét mặt phẳng  $(ABCD)$  và mặt nước thì hai mặt phẳng này chứa hai đường thẳng song song là  $CD$  và cạnh đối diện với  $CD$  trên đáy bể. Do đó giao tuyến  $AB$  của hai mặt phẳng song song với  $CD$

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	Học sinh làm các hoạt động và ví dụ trong sách dưới sự dẫn dắt của GV
<b>Thực hiện</b>	- HS đọc kĩ đầu bài và trả lời câu hỏi dưới sự dẫn dắt của GV
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức</p> <p><b>Tính chất 1</b> Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.</p> <p><b>Tính chất 2</b> Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.</p> <p><b>ĐỊNH LÝ (về giao tuyến của ba mặt phẳng)</b> Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.</p>



### HỆ QUẢ

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).

### Tiết 3.

### 3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** HS biết áp dụng các kiến thức đã học vào các dạng bài tập cụ thể

b) **Nội dung:**

**Mục tiêu:**

+ HS nhận biết được các vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

+ HS xác định được cặp đường thẳng cắt nhau, song song, chéo nhau

+ HS sử dụng tính chất hai đường thẳng song song để chứng minh tứ giác là hình thang, hình bình hành

4.9. Trong không gian, cho ba đường thẳng  $a, b, c$ . Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Nếu  $a$  và  $b$  không cắt nhau thì  $a$  và  $b$  song song.

b) Nếu  $b$  và  $c$  chéo nhau thì  $b$  và  $c$  không cùng thuộc một mặt phẳng.

c) Nếu  $a$  và  $b$  cùng song song với  $c$  thì  $a$  song song với  $b$ .

d) Nếu  $a$  và  $b$  cắt nhau,  $b$  và  $c$  cắt nhau thì  $a$  và  $c$  cắt nhau.

4.10. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào cắt nhau, cặp đường thẳng nào song song, cặp đường thẳng nào chéo nhau?

a)  $AB$  và  $CD$ ;      b)  $AC$  và  $BD$ ;      c)  $SB$  và  $CD$ .

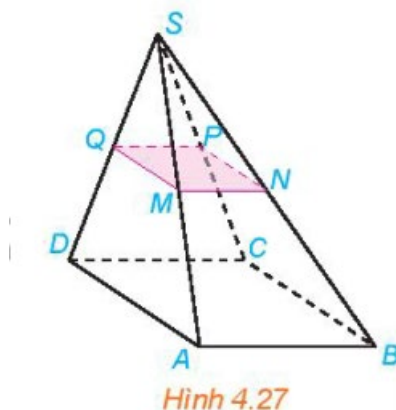
**Hướng dẫn:**

Cặp đường thẳng song song:  $AB$  và  $CD$

Cặp đường thẳng cắt nhau là  $AC$  và  $BD$

Cặp đường thẳng chéo nhau là  $SB$  và  $CD$

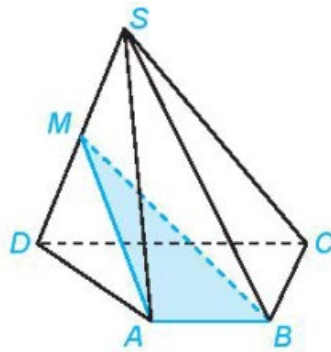
4.11. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh bên  $SA, SB, SC, SD$  (H 4.27). Chứng minh rằng tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.



Hình 4.27

**4.12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AB \parallel CD$ ). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB$ . Chứng minh rằng tứ giác  $MNCD$  là hình thang.

**4.13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AB \parallel CD$ ). Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $SD$  (H.4.28).



Hình 4.28

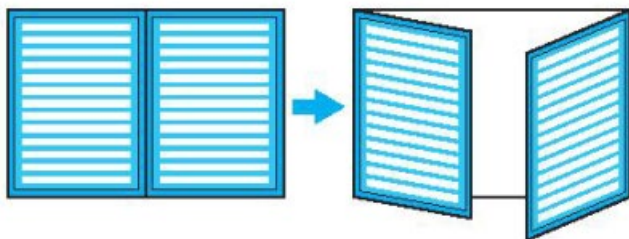
a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng  $(MAB)$  và  $(SCD)$ .

b) Gọi  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(MAB)$ . Chứng minh rằng  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SCD$ .

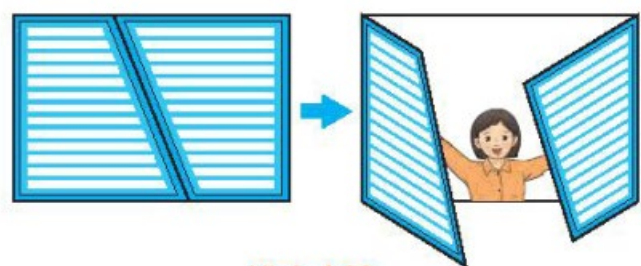
**4.14.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CB$  và  $P$  là một điểm thuộc cạnh  $AC$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(BPD)$  và chứng minh giao tuyến đó song song với  $BD$ .

**4.15.** (Đố vui) khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở ra, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau (H.4.29). Hãy giải thích tại sao.

Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang như Hình 4.30 thì có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau hai không?



Hình 4.29

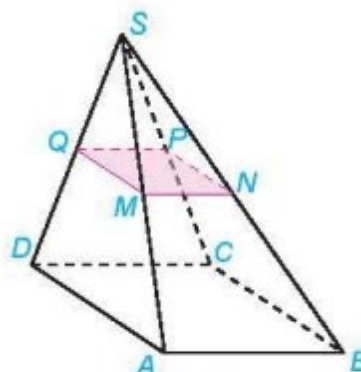


Hình 4.30

c) Sản phẩm: bản trình bày của học sinh

Hướng dẫn:

Bài 4.11:



Hình 4.27

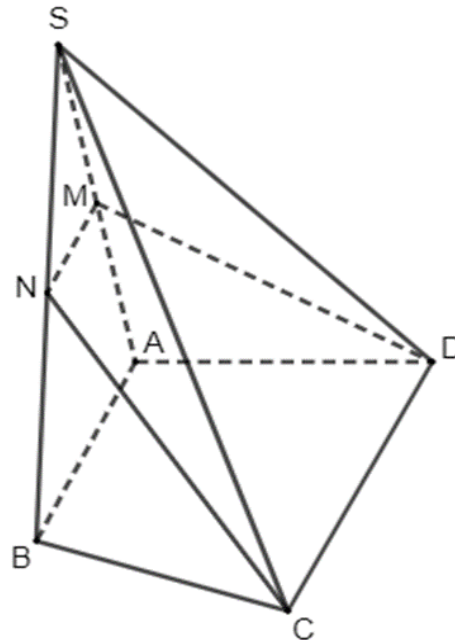
Xét  $\Delta SAB$  có  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SB$  nên  $MN$  là đường trung bình của  $\Delta SAB$ , suy ra  $MN \parallel AB$  và  $MN = \frac{1}{2} AB$ .

Tương tự ta có  $PQ$  là đường trung bình của  $\Delta SCD$  nên  $PQ \parallel CD$  và  $PQ = \frac{1}{2} CD$ .

Lại có đáy  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AB \parallel CD$  và  $AB = CD$ .

Khi đó,  $MN \parallel PQ$  và  $MN = PQ$ . Vậy tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

#### Bài 4.12

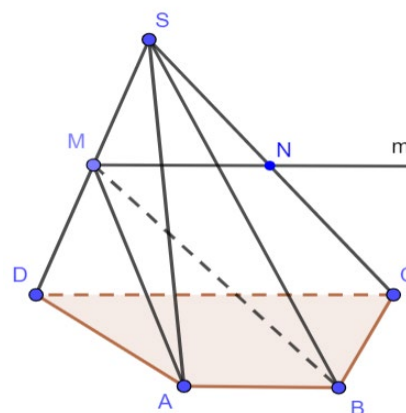


Xét  $\Delta SAB$  có  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SB$  nên  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SAB$ , suy ra  $MN \parallel AB$ .

Mà đáy  $ABCD$  là hình thang có  $AB \parallel CD$ .

Do đó,  $MN \parallel CD$ . Vậy tứ giác  $MNCD$  là hình thang.

#### 4.13.



a)  $M \in SD; SD \subset mp(SCD)$

$\Rightarrow M \in mp(SCD)$

Mà  $M \in mp(MAB) \Rightarrow M$  là điểm chung của  $mp(MAB)$  và  $mp(SCD)$ .

Lại có:  $mp(MAB)$  và  $mp(SCD) \supset AB \parallel CD$ .

$\Rightarrow mp(MAB) \cap mp(SCD) = m$  với  $m$  đi qua  $M$ ;  $m // AB, CD$ .

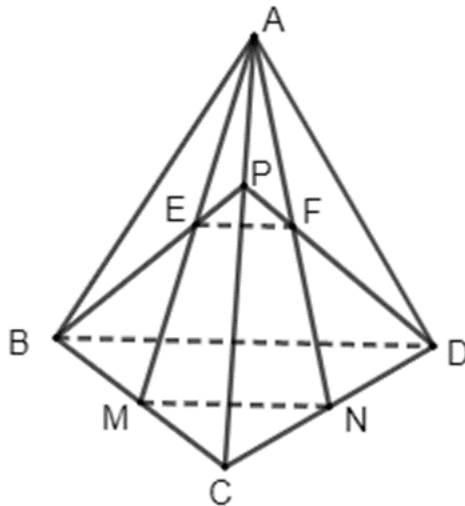
b) Trong  $\Delta SCD$ :  $\begin{cases} M \in m \\ m // CD \\ m \cap SC = N \end{cases}$

Vì  $N \in m$ ;  $m \in mp(MAB) \Rightarrow N \in mp(MAB)$

Vậy  $SC \cap mp(MAB) = N$

Xét  $\Delta SCD$  có  $M$  là trung điểm của  $SD$ ,  $MN // CD$  và  $N \in SC \Rightarrow MN$  là đường trung bình  $\Delta SCD$ .

**4.14.**



a) Trong  $\Delta ABC$ :  $BP \cap AM = E$

Trong  $\Delta ACD$ :  $DP \cap AN = F$

$E \in AM \Rightarrow E \in mp(AMN)$ ;  $F \in AN \Rightarrow F \in mp(AMN)$

$\Rightarrow EF \subset mp(AMN)$

$E \in BP \Rightarrow E \in mp(BPM)$ ;  $F \in DP \Rightarrow F \in mp(BPD)$

Do đó  $EF \subset mp(BPD)$

Vậy  $mp(AMN) \cap mp(BPD) = EF$  hay  $EF$  là đường thẳng  $d$  cần tìm.

b)  $\Delta BCD$  có  $M, N$  là trung điểm  $BC, CD \Rightarrow MN$  là đường trung bình  $\Delta BCD$

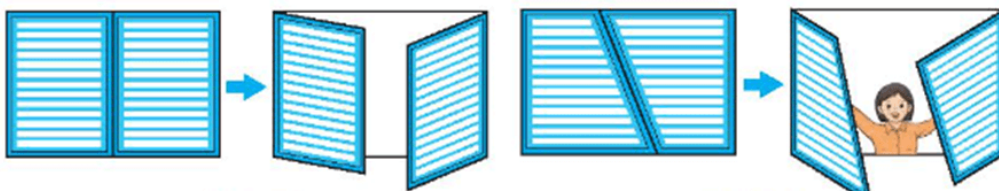
$\Rightarrow MN // BD$ .

$MN \subset mp(AMN)$  và  $BD \subset mp(BPD)$  mà  $MN // BD$

$\Rightarrow mp(AMN) \cap mp(BPD) = d$  với  $d // MN // BD$

Vậy  $d // BD$

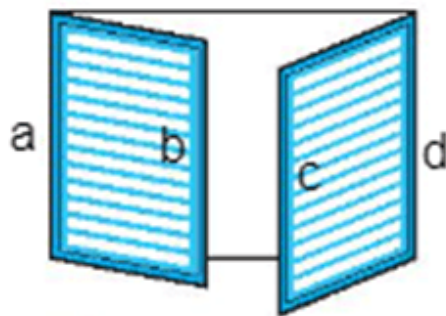
**Bài 4.15.**



Hình 4.29

Hình 4.30

+) Mỗi cánh cửa ở Hình 4.29 đều có dạng hình chữ nhật nên các cạnh đối diện của mỗi cánh cửa song song với nhau.



Khi đó ta có  $a // b$  và  $c // d$ .

Lại có các đường thẳng  $a$  và  $d$  là đường thẳng giao tuyến giữa khung cửa và cánh cửa nên  $a // d$ .

Do vậy, bốn đường thẳng  $a, b, c, d$  luôn đôi một song song với nhau.

Vậy khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau.

+) Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang như Hình 4.30 thì không có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau.

#### d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV: tổ chức, giao nhiệm vụ HS: Nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS chuẩn bị HS: Đọc, nghe, nhìn, làm ( cách thức thực hiện: cá nhân/cặp/nhóm)
<b>Báo cáo thảo luận</b>	HS báo cáo, theo dõi, nhận xét / hình thức báo cáo
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức toàn bài, Chú ý những lỗi sai mà học sinh thường gặp

### Bài tập về nhà

**Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế hoặc liên môn

#### Phiếu học tập số 1

**Bài 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q, R$  và  $S$  là bốn điểm lần lượt nằm trên bốn cạnh  $AB, BC, CD$  và  $DA$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $P, Q, R$  và  $S$  đồng phẳng thì

a) Ba đường thẳng  $PQ, SR$  và  $AC$  hoặc song song hoặc đồng quy.

b) Ba đường thẳng  $PS, RQ$  và  $BD$  hoặc song song hoặc đồng quy.

**Bài 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt nằm trên ba cạnh  $AB, CD, BC$ . Tìm giao điểm  $S$  của  $AD$  và mặt phẳng  $(PQR)$  trong hai trường hợp sau đây.

a)  $PR$  song song với  $AC$ .

b)  $PR$  cắt  $AC$ .

**Bài 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $MN$ .

a) Tìm giao điểm  $A'$  của đường thẳng  $AG$  và mặt phẳng  $(BCD)$ .

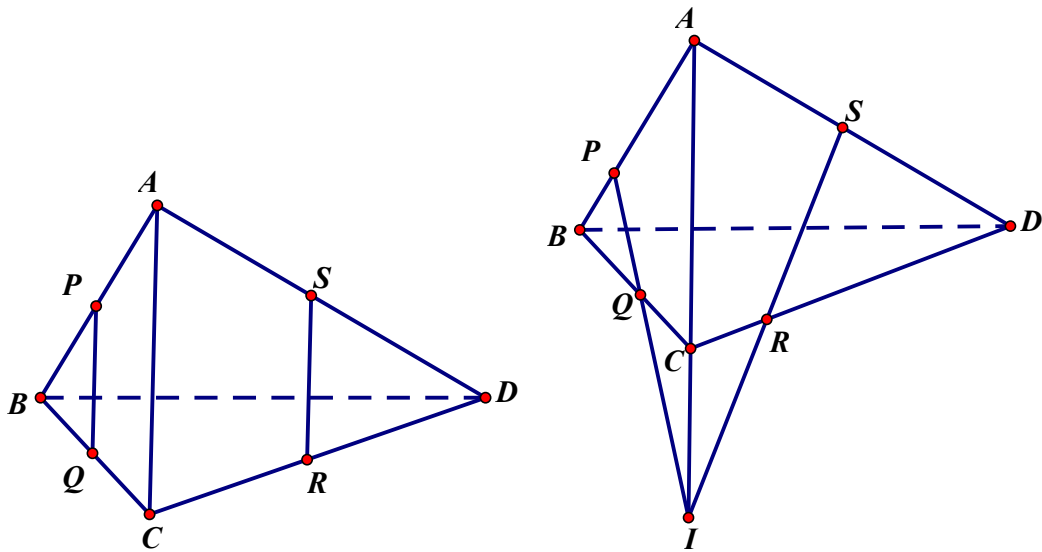
b) Qua  $M$  kẻ đường thẳng  $Mx$  song song với  $AA'$  và  $Mx$  cắt  $(BCD)$  tại  $M'$ . Chứng minh  $B, M', A'$  thẳng hàng và  $BM' = M'A' = A'N$ .

c) Chứng minh  $GA = 3GA'$ .

c) Sản phẩm:

Bài 1.

a) Xét ba mặt phẳng  $(PQRS), (ABC), (ACD)$ .



$$\left. \begin{array}{l} P \in AB \\ AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow P \in (ABC)$$

Mà  $P \in (PQRS)$  Suy ra  $P \in (PQRS) \cap (ABC)$

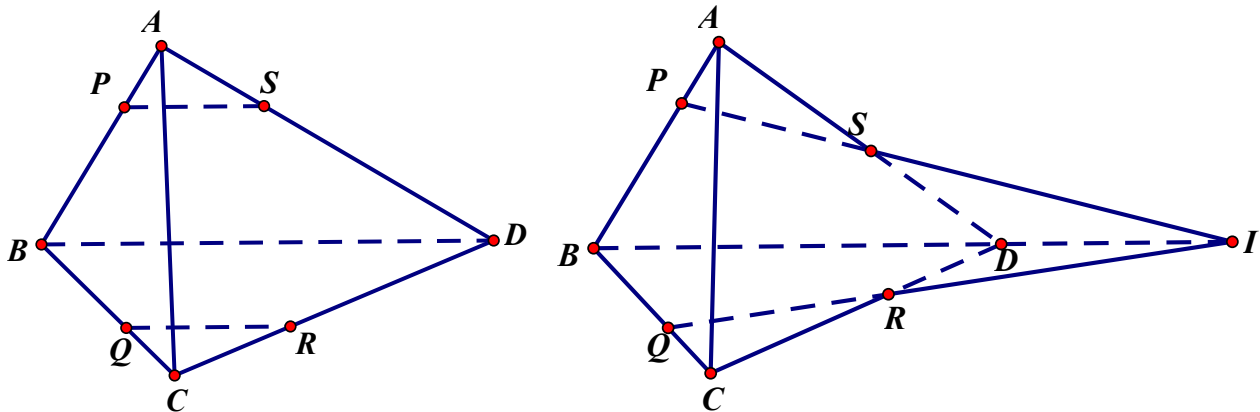
Tương tự  $Q \in (PQRS) \cap (ABC) \Rightarrow PQ = (PQRS) \cap (ABC)$ .

Chứng minh tương tự  $RS = (PQRS) \cap (ACD)$

Dễ thấy  $AC = (ABC) \cap (ACD)$

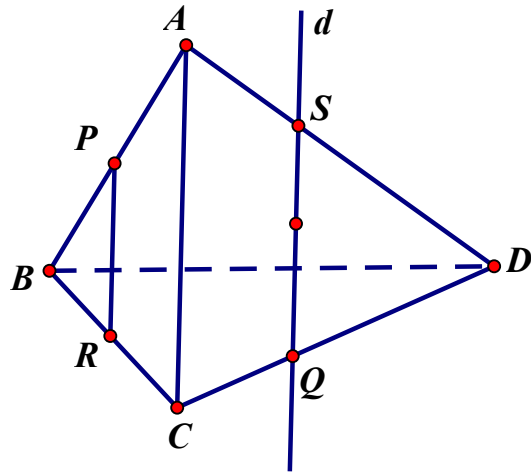
Suy ra ba đường thẳng  $PQ, SR$  và  $AC$  hoặc song song hoặc đồng quy.

b) Tương tự câu a) thì  $PS, RQ, BD$  là 3 giao tuyến phân biệt của các mặt phẳng  $(ABD), (BCD), (PQRS)$  nên ba đường thẳng  $PS, RQ$  và  $BD$  hoặc song song hoặc đồng quy.



Bài 2.

a) Khi  $PQ \parallel AC$



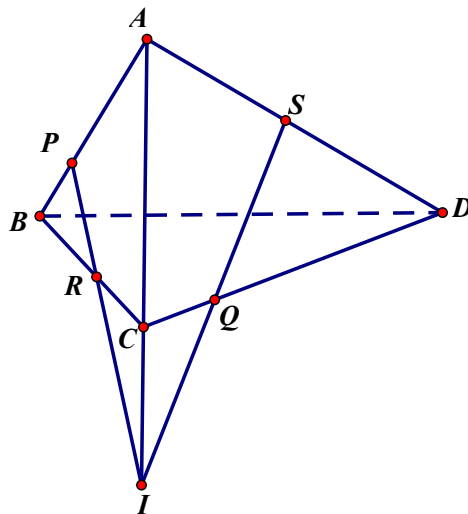
Xét hai mặt phẳng  $(PQR)$  và  $(ACD)$ , ta có

$$\left. \begin{array}{l} PR \parallel AC \\ AC \subset (ACD), PR \subset (PQR) \\ Q \in (PQR) \cap (ACD) \end{array} \right\} \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = d \text{ với } d \text{ đi qua } Q \text{ và } d \parallel AC.$$

Trong mặt phẳng  $(ACD)$ , gọi  $S = d \cap AD$ . Mà  $d \subset (PQR)$ .

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} S \in AD \\ S \in (PQR) \end{array} \right\} \Rightarrow S = AD \cap (PQR).$$

b)  $PR$  cắt  $AC$



Gọi  $I = PR \cap AC \Rightarrow I \in (PQR) \cap (ACD)$

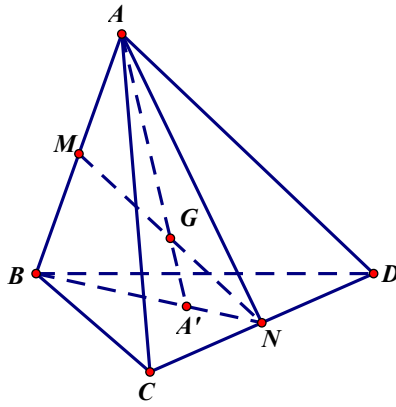
Lại có  $Q \in (PQR) \cap (ACD)$  Suy ra  $IQ = (PQR) \cap (ACD)$ .

$$\text{Trong mặt phẳng } (ACD), \text{ gọi } S = IQ \cap AD. \text{ Mà } IQ \subset (PQR) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S \in AD \\ S \in (PQR) \end{array} \right\} \Rightarrow S = AD \cap (PQR).$$

### Bài 3.

a) Xét mặt phẳng  $(ABM)$  và  $(BCD)$ .





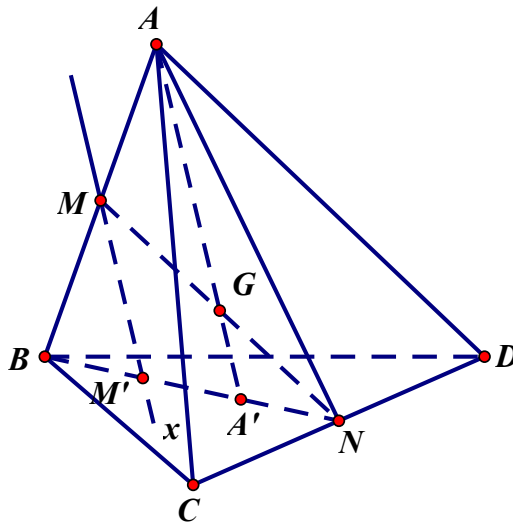
Ta có  $(ABN) \cap (ACD) = AN$ .

Trong mặt phẳng  $(ABN)$ , gọi  $A' = AG \cap BN \Rightarrow A' = AG \cap (BCD)$ .

b) Do  $MM' \parallel AA'$  nên 4 điểm  $M, M', A', A$  cùng nằm trên một mặt phẳng.

Mà các điểm  $A, A', M$  cùng nằm trên mặt phẳng  $(ABN)$ .

Suy ra  $M' \in (ABN)$



Mặt khác  $M' \in (BCD) \Rightarrow M' \in (ABN) \cap (BCD)$ .

Theo ý a) thì  $\Rightarrow BN = (ABN) \cap (BCD)$ ,  $A' \in BN$  nên  $M', A' \in BN$ .

Suy ra  $B, M, A'$  thẳng hàng.

c) Do  $MM' \parallel AA' \Rightarrow \frac{MM'}{AA'} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2}$ .

Lại có  $GA' \parallel MM' \Rightarrow \frac{GA'}{MM'} = \frac{NG}{NM} = \frac{1}{2}$  Suy ra  $AA' = 4GA' \Rightarrow GA = 3GA'$ .

#### d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 4 nhóm, tổ chức, giao nhiệm vụ HS: Nhận
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS: Đọc, nghe, nhìn, làm ( cách thức thực hiện: cá nhân/cặp/nhóm)
<b>Báo cáo thảo luận</b>	HS báo cáo, theo dõi, nhận xét /hình thức báo cáo

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo
---	---

**Phiếu bài tập số 2**

**Vấn đề 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT**

**Câu 1:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C.** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- D.** Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
- B.** Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
- C.** Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
- D.** Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

**Câu 3:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.
- C.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.
- D.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song.

**Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- B.** Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- C.** Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D.** Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

**Câu 5:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Lấy  $A, B$  thuộc  $a$  và  $C, D$  thuộc  $b$ . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ ?

- A.** Có thể song song hoặc cắt nhau.
- B.** Cắt nhau.
- C.** Song song với nhau.
- D.** Chéo nhau.

**Câu 6:** Cho ba mặt phẳng phân biệt  $(\alpha)$ ,  $(\beta)$ ,  $(\gamma)$  có  $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$ ;  $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$ ;  $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$ . Khi đó ba đường thẳng  $d_1, d_2, d_3$ :

- A.** Đôi một cắt nhau.
- B.** Đôi một song song.
- C.** Đồng quy.
- D.** Đôi một song song hoặc đồng quy.

**Câu 7:** Trong không gian, cho 3 đường thẳng  $a, b, c$ , biết  $a // b$ ,  $a$  và  $c$  chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng  $b$  và  $c$ :

- A.** Trùng nhau hoặc chéo nhau.
- B.** Cắt nhau hoặc chéo nhau.
- C.** Chéo nhau hoặc song song.
- D.** Song song hoặc trùng nhau.

**Câu 8:** Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$  trong đó  $a // b$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Nếu  $a // c$  thì  $b // c$ .
- B.** Nếu  $c$  cắt  $a$  thì  $c$  cắt  $b$ .
- C.** Nếu  $A \in a$  và  $B \in b$  thì ba đường thẳng  $a, b, AB$  cùng ở trên một mặt phẳng.
- D.** Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua  $a$  và  $b$ .

**Câu 9:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a, b$  và điểm  $M$  ở ngoài  $a$  và ngoài  $b$ . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng qua  $M$  cắt cả  $a$  và  $b$ ?

**A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.**

**Câu 10:** Trong không gian, cho 3 đường thẳng  $a, b, c$  chéo nhau từng đôi. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng ấy?

**A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.**

### Vấn đề 2. BÀI TẬP ỨNG DỤNG

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC$  và  $ABD$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.  $IJ$  song song với  $CD$ . B.  $IJ$  song song với  $AB$ .  
C.  $IJ$  chéo  $CD$ . D.  $IJ$  cắt  $AB$ .**

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AD$  không song song với  $BC$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, T$  lần lượt là trung điểm  $AC, BD, BC, CD, SA, SD$ . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

**A.  $MP$  và  $RT$ . B.  $MQ$  và  $RT$ . C.  $MN$  và  $RT$ . D.  $PQ$  và  $RT$ .**

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I, J, E, F$  lần lượt là trung điểm  $SA, SB, SC, SD$ . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với  $IJ$ ?

**A.  $EF$ . B.  $DC$ . C.  $AD$ . D.  $AB$ .**

**Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng  $AB$ ;  $P, Q$  là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng  $CD$ . Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng  $MP, NQ$ .

**A.  $MP \parallel NQ$ . B.  $MP \equiv NQ$ . C.  $MP$  cắt  $NQ$ . D.  $MP, NQ$  chéo nhau.**

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ . B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .  
C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ . D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .**

**Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:

**A. qua  $I$  và song song với  $AB$ . B. qua  $J$  và song song với  $BD$ .  
C. qua  $G$  và song song với  $CD$ . D. qua  $G$  và song song với  $BC$ .**

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang với các cạnh đáy là  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $(ACI)$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $S, SB = 8$ . là

**A.  $SC$ . B. đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$ .  
C. đường thẳng qua  $G$  và song song với  $DC$ . D. đường thẳng qua  $G$  và cắt  $BC$ .**

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I$  là trung điểm  $SA$ . Thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(IBC)$  là:

**A. Tam giác  $IBC$ . B. Hình thang  $IBCJ$  ( $J$  là trung điểm  $SD$ ).  
C. Hình thang  $IGBC$  ( $G$  là trung điểm  $SB$ ). D. Tứ giác  $IBCD$ .**

**Câu 19:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $AC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  cắt tứ diện  $ABCD$  theo thiết diện là đa giác  $(T)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.  $(T)$  là hình chữ nhật. B.  $(T)$  là tam giác.  
C.  $(T)$  là hình thoi. D.  $(T)$  là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.**

**Câu 20:** Cho hai hình vuông  $ABCD$  và  $CDIS$  không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác  $SAC$  cân tại  $S$ ,  $SB = 8$ . Thiết diện của mặt phẳng  $(ACI)$  và hình chóp  $S.ABCD$  có diện tích bằng:

A.  $6\sqrt{2}$ .

B.  $8\sqrt{2}$ .

C.  $10\sqrt{2}$ .

D.  $9\sqrt{2}$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang với đáy lớn  $AB$  đáy nhỏ  $CD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Gọi  $P$  là giao điểm của  $SC$  và  $(AND)$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $AN$  và  $DP$ . Hỏi tứ giác  $SABI$  là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình chữ nhật.

C. Hình vuông.

D. Hình thoi.

**Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Các điểm  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ; điểm  $R$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BR = 2RC$ . Gọi  $S$  là giao điểm của mặt phẳng  $(PQR)$  và cạnh  $AD$ . Tính tỉ số  $\frac{SA}{SD}$ .

A. 2.

B. 1.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 23:** Cho tứ diện  $ABCD$  và ba điểm  $P, Q, R$  lần lượt lấy trên ba cạnh  $AB, CD, BC$ . Cho  $PR \parallel AC$  và  $CQ = 2QD$ . Gọi giao điểm của  $AD$  và  $(PQR)$  là  $S$ . Chọn khẳng định đúng?

A.  $AD = 3DS$ .

B.  $AD = 2DS$ .

C.  $AS = 3DS$ .

D.  $AS = DS$ .

**Câu 24:** Gọi  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $A'$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Tính tỉ số  $\frac{GA}{GA'}$ .

A. 2.

B. 3.

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$  trong đó có tam giác  $BCD$  không cân. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Gọi  $A_1$  là giao điểm của  $AG$  và  $(BCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $A_1$  là tâm đường tròn tam giác  $BCD$ .B.  $A_1$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $BCD$ .C.  $A_1$  là trực tâm tam giác  $BCD$ .D.  $A_1$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ .

c) Sản phẩm: Sản phẩm trình bày của cá nhân/ nhóm học sinh

d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV: tổ chức, giao nhiệm vụ HS: Nhận
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS chuẩn bị HS: Đọc, nghe, nhìn, làm ( cách thức thực hiện: cá nhân/cặp/nhóm) <i>Có thể thực hiện tại lớp / ở nhà</i>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<i>HS báo cáo, theo dõi, nhận xét / hình thức báo cáo</i>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nx, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức toàn bài Hướng dẫn HS xây dựng sơ đồ tư duy các kiến thức trong bài học

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức:

- Nhận biết đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải thích điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải thích tính chất cơ bản về đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn có liên quan đến đường thẳng song song với mặt phẳng.

##### 2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Xuyên suốt bài học.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Thông qua việc thực hiện Vận dụng 1 và các tình huống tương tự.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Xuyên suốt bài học, trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Xuyên suốt bài học.

##### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học
- Trung thực, yêu nước

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, hình ảnh liên quan đến các nội dung trong bài...

#### III. Tiến trình dạy học

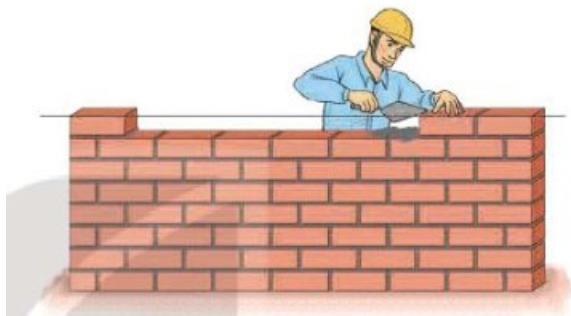
- Tiết 1: Từ đầu đến hết Luyện tập 2
- Tiết 2: Từ Ví dụ 3 đến hết, Bài tập

#### Tiết 1.

##### 1. Hoạt động 1: Khởi động

- Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.
- Nội dung: Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi

Khi xây tường gạch, người thợ thường bắt đầu với việc xây các viên gạch dẫn, sau đó căng dây nhợ dọc theo cạnh của các viên gạch dẫn đó để làm chuẩn rồi mới xây các viên gạch tiếp theo.



**Câu 1:** Việc sử dụng dây căng như vậy có tác dụng gì?

**Câu 2:** Toán học mô tả vị trí giữa dây căng, các mép gạch với mặt đất như thế nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Giáo viên trình chiếu hình ảnh</li> <li>* Yêu cầu HS trả lời câu 1, câu 2</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS quan sát.</li> <li>- HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2.</li> <li>- Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### Hoạt động 2.1: 1. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh quan sát và nhận biết được các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng
- HS tiếp cận kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng thông qua một số hình ảnh thực tế.

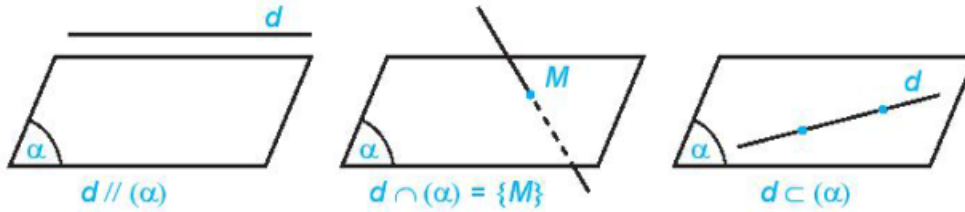
b) Nội dung:

\* Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Nếu  $d$  và  $(\alpha)$  không có điểm chung thì ta nói  $d$  song song với  $(\alpha)$  hay  $(\alpha)$  song song với  $d$  và kí hiệu  $d // (\alpha)$  hay  $(\alpha) // d$ .

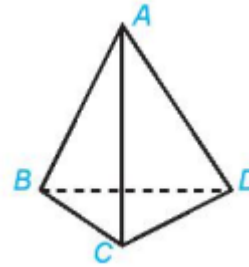
Ngoài ra:

- Nếu  $d$  và  $(\alpha)$  có một điểm chung duy nhất thì ta nói  $d$  và  $(\alpha)$  cắt nhau tại điểm  $M$  và kí hiệu  $d \cap (\alpha) = \{M\}$  hay  $d \cap (\alpha) = M$ .
- Nếu  $d$  và  $(\alpha)$  có nhiều hơn một điểm chung thì ta nói  $d$  nằm trong  $(\alpha)$  hay  $(\alpha)$  chứa  $d$  và kí hiệu  $d \subset (\alpha)$  hay  $(\alpha) \supset d$ .



\* **Ví dụ 1.** Cho hình tứ diện  $S.ABCD$  (H.4.35). Trong các mặt phẳng chứa các mặt của hình tứ diện, hãy cho biết:

- Đường thẳng  $AB$  cắt các mặt phẳng nào;
- Đường thẳng  $AB$  nằm trong các mặt phẳng nào.




### Lời giải

- Đường thẳng  $AB$  cắt các mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$ .
- Đường thẳng  $AB$  nằm trong các mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$ .

\* **Luyện tập 1.** Trong Ví dụ 1, đường thẳng  $AC$  cắt các mặt phẳng nào, nằm trong các mặt phẳng nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh về các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV nêu câu hỏi.</p> <p>HĐ1. Quan sát hình ảnh khung thành bóng đá .</p>  <p>H1? nhận xét vị trí của xà ngang, cột dọc, thanh chống và thanh bên của khung thành với mặt đất?</p>
--------------------	--

	<p>H2? Giáo viên có thể lấy ví dụ thực tế về cạnh tường và sàn nhà trong lớp học để yêu cầu học sinh nêu số điểm chung về đường thẳng và mặt phẳng ( trường hợp không có giao điểm, một giao điểm và vô số giao điểm).</p> <p>H3? Quan sát hình ảnh cầu Long Biên, hãy chỉ ra một hình ảnh đường thẳng song song với mặt phẳng trong bức ảnh (H.4.34).</p> <p><b>GV</b> nêu nội dung bài toán <b>Ví dụ 1 và Luyện tập 1:</b></p> <p><b>GV:</b> Học sinh thảo luận cặp đôi, sử dụng các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng tìm lời giải cho bài toán.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- Tìm câu trả lời</p> <p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</p> <p>TL1: Hình ảnh về đường thẳng và mặt phẳng song song...</p> <p>TL2: Số giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng (Giáo viên lấy ví dụ đủ cả 3 trường hợp).</p> <p>TL3:</p> <p>VD1:</p> <p>LT1:</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức :</p> <p>- Giáo viên có thể dẫn dắt học sinh sang kiến thức mới: Để chứng minh một đường thẳng song song với một mặt phẳng ngoài chứng minh chúng không có điểm chung ta còn có cách chứng minh nào không? Ta cùng tìm hiểu đk và tính chất của đt song song với mp.</p>

**Hoạt động 2.2. 2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG.**

a) Mục tiêu: Biết điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng. Biết phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.

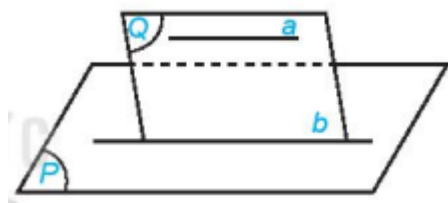
b) Nội dung:

**HD2:** Nếu đường thẳng  $a$  không nằm trong mặt phẳng  $(P)$  và song song với một đường thẳng  $b$  nằm trong  $(P)$  thì  $a$  song song với  $(P)$ .

$$\begin{cases} a \not\subset (P), b \subset (P) \\ a // b \end{cases} \Rightarrow a // (P)$$

Chứng minh: (Phản chứng)





Gọi  $(Q)$  là một mặt phẳng chứa hai mặt phẳng chứa  $a$  và  $b$  (H.4.36).

Giả sử nếu  $a$  và  $(P)$  cắt nhau tại điểm  $M$ , thì  $M$  có thuộc  $(Q)$  và  $M$  có thuộc  $b$  hay không?

Vậy  $M$  là điểm chung của  $a$  và  $b$

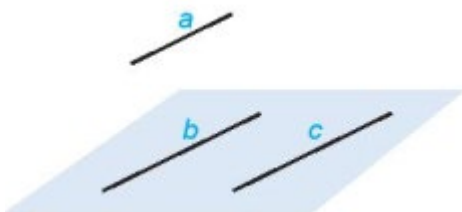
Mâu thuẫn gt  $a$  song song với  $b$ . Suy ra :  $a$  song song với  $(P)$ .

\* **Chú ý:** Phát biểu trên còn đúng không nếu bỏ điều kiện " $a$  không nằm trong mặt phẳng  $(P)$ "?

**TL:** Nếu  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  là trùng nhau. Do đó ko thể coi  $b$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$

**Ví dụ 2:** Cho ba đường thẳng  $a, b, c$  đôi một song song với nhau và không cùng nằm trong một mặt phẳng (H.4.37). Chứng minh rằng đường thẳng  $a$  song song với mp $(b, c)$ .

**Lời giải**



Ba đường thẳng  $a, b, c$  không cùng nằm trong một mặt phẳng nên đường thẳng  $a$  không nằm trong mp $(b, c)$ . Vì đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  nằm trong mp $(b, c)$  nên đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng mp $(b, c)$ .

**Luyện tập 2.** Trong Ví dụ 2, chứng minh rằng đường thẳng  $c$  song song với mp $(a, b)$ , đường thẳng  $b$  song song với mp $(a, c)$

c) Sản phẩm: Hình thành phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<p>* Giáo viên chia lớp làm 6 nhóm và yêu cầu thực hiện các H1 và H2</p> <p><b>H1:</b> Thực hiện hoạt động 2 trong sách giáo khoa?</p> <p>Tìm hiểu <b>HĐ2</b>? Nếu muốn chứng minh đường thẳng song song mặt phẳng ngoài việc chứng minh không có điểm chung ta có thể chứng minh như thế nào?</p> <p>H2?: Thực hiện VD 2 và luyện tập 2 trong sách giáo khoa?</p>
--------------------	--

	<p>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nêu phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng; chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Dựa vào phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng làm VD2 và LT2.</p> <p><b>Nhóm 1+2+3:</b> làm VD2.</p> <p><b>Nhóm 4+5+6:</b> làm LT2.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận và thực hiện nhiệm vụ</li> <li>- HS lên bảng trình bày</li> </ul> <p>Mong đợi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>H</b> : Phát biểu trên còn đúng không nếu bỏ điều kiện "a không nằm trong mặt phẳng (<math>P</math>)"?</li> <li>- <b>TL</b>: Nếu a nằm trong mặt phẳng (<math>P</math>) thì (<math>P</math>) và (<math>Q</math>) là trùng nhau. Do đó ko thể coi b là giao tuyến của (<math>P</math>) và (<math>Q</math>)</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

## Tiết 2.

### Tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

#### 1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Ôn tập lại KN đường thẳng song song với mặt phẳng, và điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.

b) Nội dung: GV đưa ra câu hỏi

**H**: Nhắc lại KN đường thẳng song song với mặt phẳng, và điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân

<b>Chuyển giao</b>	<p>* Giáo viên đưa ra câu hỏi: Nhắc lại KN đường thẳng song song với mặt phẳng, và điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.</p> <p>* GV tổ chức cho HS hoạt động cá nhân, và gọi HS trả lời.</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.</li> <li>- GV theo dõi</li> </ul>

<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân HS báo cáo, các bạn còn lại theo dõi, nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận, và dẫn dắt học sinh hình thành kiến thức mới tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

a) Mục tiêu:

- Biết tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Biết sử dụng tính chất để tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng.

b) Nội dung:

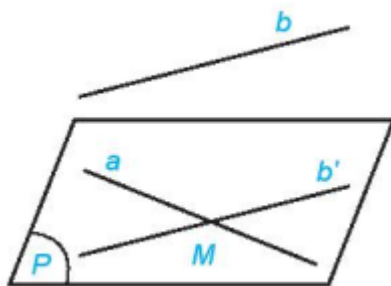
\* *Tính chất 1:*

**Ví dụ 3.** Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Chứng minh rằng có một mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ .

### Lời giải

Lấy điểm  $M$  bất kì thuộc  $a$ . Qua  $M$  kẻ đường thẳng  $b'$  song song với  $b$  và đặt  $(P) = mp(a, b')$ .

Vì  $a$  và  $b$  chéo nhau nên đường thẳng  $b$  không nằm trong mặt phẳng  $(P)$ . Vì  $b$  song song với  $b'$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  nên  $b$  song song với  $(P)$ . Vậy  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ .



Hình 4.38

**Chú ý.** Ta có thể chứng minh rằng mặt phẳng  $(P)$  trong Ví dụ 3 là mặt phẳng duy nhất chứa đường thẳng  $a$  và song song với đường thẳng  $b$ . **Như vậy, cho trước hai đường thẳng chéo nhau, có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.**

**Tính chất 1:** Cho trước hai đường thẳng chéo nhau, có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

**Luyện tập 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang ( $AB // CD$ ). Hai đường thẳng  $SD$  và  $AB$  có chéo nhau hay không? Chỉ ra mặt phẳng chứa đường thẳng  $SD$  và song song với  $AB$ .

### Lời giải

$SD$  và  $AB$  là 2 đt chéo nhau. Mặt phẳng cần tìm là  $(SCD)$

**Vận dụng.** Trong tình huống mở đầu, hãy giải thích tại sao dây nhợ khi căng thì song song với mặt đất. Tác dụng của việc đó là gì?

\* *Tính chất 2:*

**HD3.** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  là một mặt phẳng chứa  $a$ . Giả sử  $(Q)$  cắt  $(P)$  theo giao tuyến  $b$  (H.4.36).

- Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  có thể chéo nhau không?
- Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  có thể cắt nhau không?

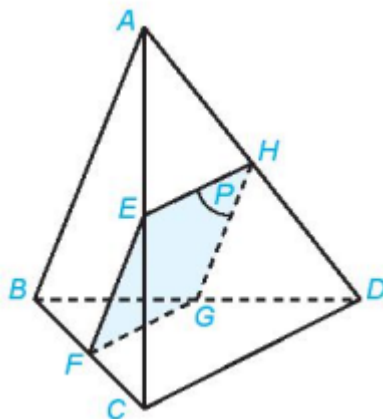
**Tính chất 2:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Nếu mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $a$  và cắt  $(P)$  theo giao tuyến  $b$  thì  $b$  song song với  $a$ .

$$\boxed{\begin{cases} a // (P) \\ (Q) \supset a, (Q) \cap (P) = b \end{cases} \Rightarrow b // a}$$

**Ví dụ 4.** (Tìm giao tuyến của 2 mp)

Cho tứ diện  $ABCD$ , điểm  $E$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $E$  và song song với hai đường thẳng  $AB, CD$  (H.4.39). Xác định các giao tuyến của  $(P)$  và các mặt của tứ diện. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

**Lời giải**



**Hình 4.39**

+ Mặt phẳng  $(ABC)$  chứa đường thẳng  $AB$  song song với mặt phẳng  $(P)$  nên mặt phẳng  $(ABC)$  cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến song song với  $AB$ . Vẽ  $EF // AB$  ( $F$  thuộc  $BC$ ) thì  $EF$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(ABC)$ .

+ Hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  cùng chứa đường thẳng  $CD$  song song với mặt phẳng  $(P)$  nên chúng cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến song song với  $CD$ . Vẽ  $EH, FG$  song song với  $CD$  ( $H$  thuộc  $AD$ ,  $G$  thuộc  $BD$ ) thì  $EH, FG$  lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng  $(P)$  với hai mặt phẳng  $(ACD), (BCD)$ . Khi đó  $GH$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(ABD)$ .

+ Mặt phẳng  $(ABD)$  chứa đường thẳng  $AB$  song song với mặt phẳng  $(P)$  nên giao tuyến  $GH$  của  $(ABD)$  và  $(P)$  song song với  $AB$ . Tứ giác  $EFGH$  có  $EF // GH$  (vì cùng song song với  $AB$ ) và  $EH // FG$  (vì cùng song song với  $CD$ ) nên nó là hình bình hành.

**Luyện tập 4.** Trong Ví dụ 4, gọi  $(Q)$  là mặt phẳng qua  $E$  và song song với hai đường thẳng  $AB, AD$ . Xác định giao tuyến của  $(Q)$  với các mặt của tứ diện.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	<p>Giáo viên chia lớp làm 6 nhóm và yêu cầu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Thực hiện các VD3, LT3, vận dụng giải quyết tình huống mở đầu</li> <li>* GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> <li>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất 1.</li> <li>* GV đề nghị hs <b>làm HĐ3</b>.</li> <li>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.</li> <li>* GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> <li>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất 2, và cách làm bài toán tìm giao tuyến của 2 mp..</li> <li>* GV đề nghị hs thực hiện VD4, và LT4</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</li> <li>- Học sinh quan sát chỉ ra mối liên hệ rút ra nội dung tính chất 1,2</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức đường thẳng và mặt phẳng song song để làm một số bài toán về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, xác định vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng, chứng minh hai đường thẳng song song.

b) Nội dung:

#### BÀI TẬP

**BT4.16.** Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ . Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

- a) Nếu  $a$  và  $(P)$  có điểm chung thì  $a$  không song song với  $(P)$ .
- b) Nếu  $a$  và  $(P)$  có điểm chung thì  $a$  và  $(P)$  cắt nhau.
- c) Nếu  $a$  song song với  $b$  và  $b$  nằm trong  $(P)$  thì  $a$  song song với  $(P)$ .
- d) Nếu  $a$  và  $b$  song song với  $(P)$  thì  $a$  song song với  $b$ .

Đáp số : a

**BT4.17.** Cho hai tam giác  $ABC$  và  $ABD$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AC, AD$ .

- a) Đường thẳng  $AM$  có song song với mặt phẳng  $(BCD)$  hay không? Hãy giải thích tại sao.  
 b) Đường thẳng  $MN$  có song song với mặt phẳng  $(BCD)$  hay không? Hãy giải thích tại sao.

Trả lời :

- a) Đường thẳng  $AM$  và mặt phẳng  $(BCD)$  có điểm chung  $C$ , nên đường thẳng  $AM$  không song song với mặt phẳng  $(BCD)$   
 b) Vì  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $ACD$  nên  $MN \parallel CD$ .  
 Vì  $MN \not\subset (BCD)$  nên  $MN \parallel (BCD)$

**BT4.18.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $MN$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $BC, CD$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $BD$  song song với mặt phẳng  $(AMN)$ .

Trả lời :

Ta có :

$$\begin{cases} BD \not\subset (AMN) \\ BD \parallel MN \Rightarrow BD \parallel (AMN) \\ MN \subset (AMN) \end{cases}$$

**BT4.19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $(AB \parallel CD)$ . Gọi  $E$  là một điểm nằm giữa  $S$  và  $A$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $E$  và song song với hai đường thẳng  $AB, AD$ . Xác định giao tuyến của  $(P)$  và các mặt bên của hình chóp. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

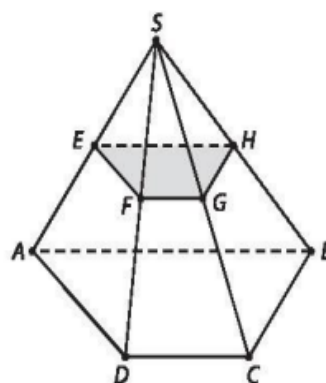
Trả lời :

4.19. (H.4.9). Vì mặt phẳng  $(SAD)$  chứa đường thẳng  $AD$  song song với mặt phẳng  $(P)$  nên mặt phẳng  $(SAD)$  cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến song song với  $AD$ . Vẽ  $EF \parallel AD$  ( $F$  thuộc  $SD$ ) thì  $EF$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(SAD)$ .

Lập luận tương tự, vẽ  $FG \parallel CD$  ( $G$  thuộc  $SC$ ) và  $EH \parallel AB$  ( $H$  thuộc  $SB$ ) thì  $FG$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(SCD)$ ,  $EH$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(SAB)$ . Ta cũng có  $GH$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(SBC)$ .

Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng  $(P)$  và các mặt bên của hình chóp là tứ giác  $EFGH$ .

Vì  $FG \parallel CD, EH \parallel AB$  và  $AB \parallel CD$  nên  $FG \parallel EH$ , suy ra tứ giác  $EFGH$  là hình thang.



Hình 4.9

- c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh  
 d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### 4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

**BT4.20.** Bạn Nam quan sát thấy dù cửa ra vào được mở ở vị trí nào thì mép trên của cửa luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy cho biết đó là mặt phẳng nào và giải thích tại sao.

Lời giải:

Mép trên của cửa ra vào luôn song song với mép dưới của cửa ra vào (vì cánh cửa là HCN).

Vì mép dưới của cửa nằm trong mp nền nhà, nên mép trên của cửa ra vào luôn song song với mp đó

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### \* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài. Hoàn thành các bài tập trong SBT

Trường .....

Họ và tên giáo viên: .....

Tổ .....

## **KẾ HOẠCH BÀI DẠY**

### **BÀI 13: HAI MẶT PHẪNG SONG SONG**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (04 tiết)

#### **I. MỤC TIÊU:**

##### **1. Về kiến thức:**

- Nhận biết được hai mặt phẳng song song trong không gian
- Nắm được điều kiện để hai mặt phẳng song song, tính chất của hai mặt phẳng song song.
- Nắm được định lý Thales trong không gian.
- Nắm được các khái niệm: hình lăng trụ và hình hộp.

##### **2. Về kĩ năng:**

- Giải thích điều kiện để hai mặt phẳng song song.
- Giải thích tính chất của hai mặt phẳng song song.
- Vẽ hình biểu diễn của hình hộp, hình lăng trụ và giải thích tính chất cơ bản của hình lăng trụ và hình hộp.
- Chứng minh được hai mặt phẳng song song.
- Giải thích và vận dụng được định lý Thales trong bài toán cụ thể.
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, chứng minh hai mặt phẳng song song với nhau.

##### **3. Về năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực mô hình hóa toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học.

#### **II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

**1. Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

**2. Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### **III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC**

##### **A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)**

###### **a) Mục tiêu:**

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

**b) Nội dung:** HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

**c) Sản phẩm:** HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: hai mặt phẳng song song.

###### **d) Tổ chức thực hiện:**

###### **Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Các đầu bếp chuyên nghiệp luôn có kĩ năng dùng dao điêu luyện để thái thức ăn như rau, củ, thịt, cá,... thành các miếng đều nhau và đẹp mắt. Các nhát cắt cần tuân thủ nguyên tắc gì để đạt được điều đó?





**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Để trả lời câu hỏi trong phần câu hỏi mở đầu trên chúng ta cùng tìm hiểu về bài học ngày hôm nay, bài học này sẽ cung cấp cho các em những hiểu biết về hai mặt phẳng song song và những kiến thức gắn liền với thực tế hằng ngày.”

Bài mới: **Hai mặt phẳng song song.**

## B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### TIẾT 1: HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.

#### ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

(đến Vận dụng 1)

#### Hoạt động 1: Hai mặt phẳng song song.

##### a) Mục tiêu:


- HS nhận biết được khái niệm về hai mặt phẳng song song với nhau.
- Nhận biết được những hình ảnh của hai mặt phẳng song song trong thực tế.


##### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, 2; Ví dụ 1; Luyện tập 1; Vận dụng 1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được khái niệm về hai mặt phẳng song song và nêu được các hình ảnh liên quan đến hai mặt phẳng song song.

##### d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV yêu cầu HS quan sát hình 4.40 làm <b>HĐ1</b> để giải thích rằng các bậc thang (khi được mở rộng vô hạn) có xu hướng không cắt nhau.</li> <li>- Lưu ý: Đây là nhận định mang tính chất cảm nhận của HS, từ đó mà GV có thể gợi ý cho HS thấy được một số hình ảnh hai mặt phẳng song song có trong thực tế, lớp học: hai mặt tường đối diện,.....</li> </ul>	<p><b>1. Hai mặt phẳng song song</b></p> <p><b>HĐ1</b></p> 

<p>- GV tổng quát bằng cách ghi và nêu phần <b>Khái niệm</b> trong khung kiến thức trọng tâm cho HS.</p> <p>- GV cho HS quan sát hình ảnh trong khung kiến thức trọng tâm và đặt câu hỏi: <i>Nếu đường thẳng <math>d</math> nằm trong mặt phẳng <math>(\alpha)</math> thì đường thẳng <math>d</math> và mặt phẳng <math>(\beta)</math> có điểm chung hay không?</i></p> <p>+ HS cần suy nghĩ trả lời và đưa ra kết luận.</p> <p>- GV cho HS đọc phần <b>Câu hỏi</b> (SGK – tr. 88) và mời 1 HS đưa ra câu trả lời nhanh.</p> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <p>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.</p> <p>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</p> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <p>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</p> <p>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</p> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm</p> <p>+ Khái niệm về hai mặt phẳng song song với nhau.</p>	<p>- Các mặt của từng tầng trong giá để dép gọi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.</p>  <p>- Mặt sàn và mặt trần nhà bằng gọi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.</p> <p>- Hai mặt đối diện của hộp diêm gọi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.</p> <p><b>Khái niệm</b></p> <p>Hai mặt phẳng <math>(\alpha)</math> và <math>(\beta)</math> được gọi là <b>song song</b> với nhau nếu chúng không có điểm chung, kí hiệu <math>(\alpha) // (\beta)</math> hay <math>(\beta) // (\alpha)</math>.</p> <p><b>Nhận xét</b></p> <p>Nhận xét. Nếu hai mặt phẳng <math>(\alpha)</math> và <math>(\beta)</math> song song với nhau và đường thẳng <math>d</math> nằm trong <math>(\alpha)</math> thì <math>d</math> và <math>(\beta)</math> không có điểm chung, tức là <math>d</math> song song với <math>(\beta)</math>. Như vậy, nếu một đường thẳng nằm trong một trong hai mặt phẳng song song thì đường thẳng đó song song với mặt phẳng còn lại.</p> <p><b>Câu hỏi</b></p> <p>Trong hình ảnh mở đầu, các nhát cắt nằm trong các mặt phẳng song song.</p>
--	---

## Hoạt động 2: Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song.

### a) Mục tiêu:

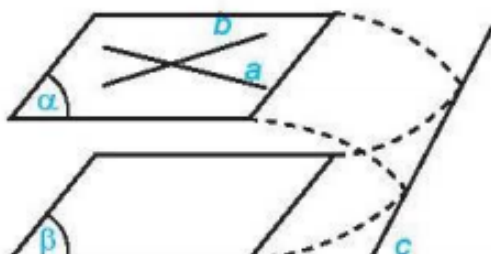
- HS nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau.
- HS sử dụng được điều kiện của hai mặt phẳng song song để thực hiện một số bài toán có liên quan.

**b) Nội dung:**

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, 2; Ví dụ 1; Luyện tập 1; Vận dụng 1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được điều kiện của hai mặt phẳng song song với nhau, câu trả lời của HS về các bài tập có trong phần này.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhắc lại cho HS nhớ về tính chất đã học ở bài 12 để HS vận dụng làm <b>HĐ2</b> này:</li> <li>+ <i>Tính chất:</i> Nếu mặt phẳng (<math>\alpha</math>) chứa đường thẳng <math>a</math> song song với mặt phẳng (<math>\beta</math>) thì hai mặt phẳng cắt nhau theo giao tuyến <math>c</math> song song với <math>a</math>.</li> <li>+ GV mời 1 HS đứng tại chỗ trình bày câu trả lời cho HĐ.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV mời 1 HS rút ra kết luận và GV chính xác hóa <b>Kết luận</b> bằng cách nêu nội dung trong khung kiến thức trọng tâm.</li> <li>- GV cho HS quan sát <b>Câu hỏi</b> trong SGK – tr.89 và cho HS thảo luận theo bàn.</li> <li>+ GV quan sát và hỗ trợ HS khi cần.</li> <li>+ GV mời một vài HS trình bày câu trả lời và các HS khác nêu nhận xét.</li> <li>+ GV chốt đáp án cho HS.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS đọc – hiểu phần <b>Ví dụ 1</b> và trình bày lại cách làm Ví dụ này.</li> <li>- GV cho 1 HS lên bảng vẽ hình phần <b>Luyện tập 1</b> và cho HS thực hiện thảo luận theo nhóm 4 người.</li> <li>+ GV có thể quan sát và gợi ý cho HS: <i>Vì <math>m // BC</math> mà <math>m</math> không thuộc mp(<math>BCD</math>) nên ta sẽ suy ra được điều gì? Tương tự như vậy, <math>n</math> có song song với mặt phẳng (<math>BCD</math>) không?</i></li> <li><i>Từ hai điều đó, ta có mp(<math>m, n</math>) chứa <math>m</math> và <math>n</math> song song với mặt phẳng (<math>BCD</math>) vậy mp(<math>m, n</math>) có song song với (<math>BCD</math>) không?</i></li> </ul>	<p><b>1. Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song.</b></p> <p><b>HĐ2</b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Hình 4.41</b></p> <p>Do <math>a</math> song song với mặt phẳng (<math>\beta</math>) và <math>a</math> nằm trong mặt phẳng (<math>\alpha</math>) nên (<math>\alpha</math>) và (<math>\beta</math>) cắt nhau theo giao tuyến <math>c</math> song song với <math>a</math>. Lí luận tương tự, ta thấy <math>c</math> song song với <math>b</math>. Từ đó suy ra <math>a</math> song song với <math>b</math> hoặc <math>a</math> trùng với <math>b</math> (mâu thuẫn giả thiết).</p> <p><b>Kết luận</b></p> <p><i>Nếu mặt phẳng (<math>\alpha</math>) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (<math>\beta</math>) thì (<math>\alpha</math>) và (<math>\beta</math>) song song với nhau.</i></p> <p><b>Câu hỏi</b></p> <p>Giả sử hai đường thẳng <math>a</math> và <math>b</math> trùng nhau thì khi đó có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng (<math>\alpha</math>) và (<math>\beta</math>) cắt nhau theo giao tuyến <math>c</math> song song với hai đường thẳng trùng nhau trên, do đó (<math>\alpha</math>) và (<math>\beta</math>) không song song với nhau. Do vậy, nếu không có điều kiện “hai đường thẳng cắt nhau” thì khẳng định trên không đúng.</p> <p><b>Ví dụ 1:</b> (SGK – tr.89).</p> <p><b>Hướng dẫn giải:</b> (SGK – tr.89).</p> <p><b>Luyện tập 1</b></p>

- GV gợi ý cho HS thực hiện **Vận dụng 1** bằng cách đặt câu hỏi như sau:

+ Mặt phẳng tạo bởi mặt bàn được xác định bởi hai đường thẳng nào?

+ Các đường thẳng đó có song song với mặt đất hay không?

+ GV cho HS suy nghĩ câu trả lời và mời 1 HS lên bảng trình bày bài giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

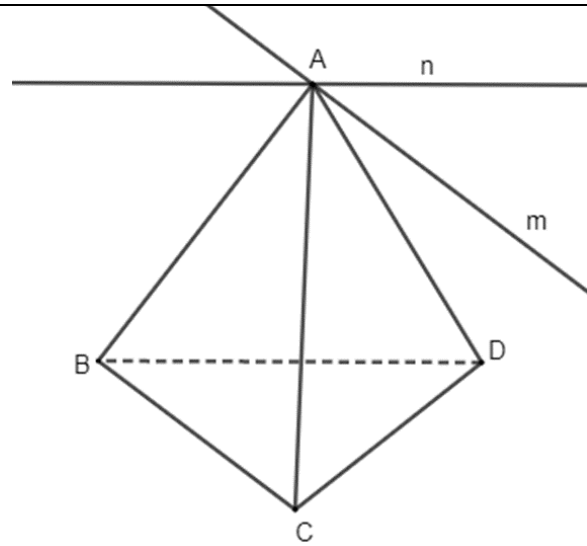
**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm

+ Điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau.



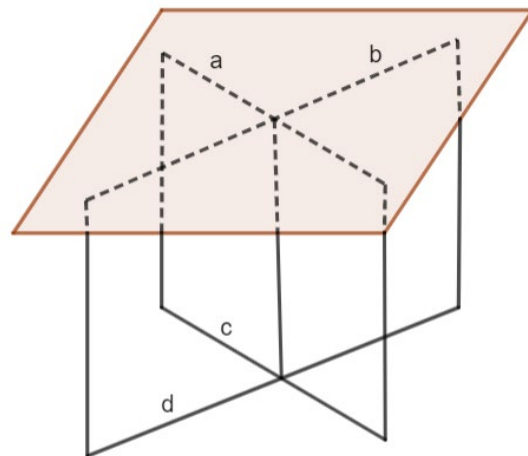
Vì  $m // BC$  nên  $m // (BCD)$ .

Vì  $n // BD$  nên  $n // (BCD)$ .

$m \subset mp(m, n)$ ;  $n \subset mp(m, n)$ ;  $m \cap n = A$   
 $m, n // mp(BCD)$

$\Rightarrow mp(m, n) // mp(BCD)$

**Vận dụng 1**



Vì các khung sắt có dạng hình chữ nhật nên các cạnh đối diện của khung sắt song song với nhau, do đó  $a // c$  và  $b // d$ .

Vì  $c$  và  $d$  là các đường thẳng của chân bàn nằm trên mặt đất, nên  $a // c$  thì đường thẳng  $a$  song song với mặt đất và  $b // d$  thì đường thẳng  $b$  song song với mặt đất.

Mặt phẳng bàn chứa hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  cùng song song với mặt đất nên mặt phẳng bàn song song với mặt đất.

## **DINH LÍ THALÈS TRONG KHÔNG GIAN**

**Hoạt động 3: Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song** (phần còn lại).

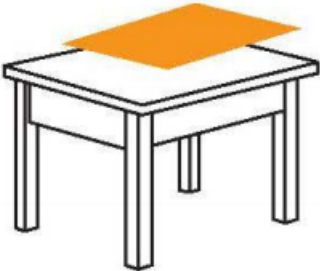
**a) Mục tiêu:**

- HS nhận biết được tính chất của hai mặt phẳng song song.
- Áp dụng được tính chất để thực hiện các bài toán cơ bản có liên quan.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ3, 4; Ví dụ 2, 3; Luyện tập 2, 3.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm chắc tính chất của hai mặt phẳng song song, câu trả lời của HS về các bài toán có liên quan trong phần này.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS</b>	<b>SẢN PHẨM DỰ KIẾN</b>
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- GV triển khai <b>HĐ3</b> cho HS thực hiện. GV có thể chuẩn bị một tấm bìa và cho HS đặt tấm bìa lên các góc.</li><li>+ Sau khi HS lựa chọn các vị trí khác nhau của tấm bìa (sao cho mặt bìa song song với mặt đất).</li><li>+ GV mời 1 HS nêu nhận xét về vị trí của mặt bìa và mặt bàn.</li><li>+ Từ đó GV rút ra một tính chất thừa nhận trong khung kiến thức trọng tâm.</li><li>- GV nêu phần kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm cho HS.</li></ul> <p>- GV cho HS suy nghĩ <b>Câu hỏi</b> trong SGK – tr.89 và mời 1 bạn đứng tại chỗ trình bày đáp án.</p>	<p><b>1. Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song</b> (phần còn lại).</p> <p><b>HĐ3</b></p>  <p>Mặt bàn nằm ngang thì song song với mặt đất. Khi tấm bìa cứng được đặt lên một góc của mặt bàn nằm ngang sao cho mặt bìa song song với mặt bàn thì mặt bìa trùng với mặt bàn.</p> <p><b>Tính chất:</b> <i>Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.</i></p> <p><b>Câu hỏi</b> Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì hai mặt phẳng đó song song với nhau. Chứng minh: Cho ba mặt phẳng <math>(P)</math>, <math>(Q)</math>, <math>(R)</math> phân biệt có <math>(P) // (Q)</math>, <math>(Q) // (R)</math>. Theo tính chất bắc cầu ta có <math>(P) // (R)</math>.</p>

- GV yêu cầu HS đọc – hiểu **Ví dụ 2**, sau đó chỉ định 1 HS trình bày lại cách thực hiện, và yêu cầu HS cho biết *trong ví dụ 2 có sử dụng tính chất gì trong tam giác?*

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi để thực hiện

### Luyện tập 2.

+ GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình và giải.

+ HS ở dưới phát biểu nhận xét.

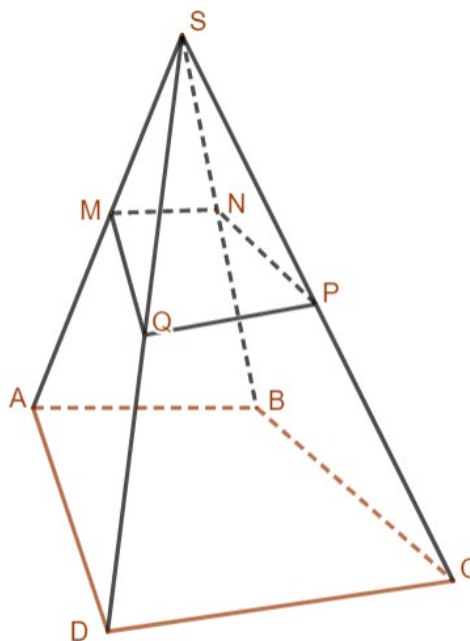
+ GV chốt đáp án cho HS ghi bài.



**Ví dụ 2:** (SGK – tr.90).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.90).

### Luyện tập 2



Xét  $\Delta SAB$  có  $\frac{MA}{MS} = \frac{NB}{NS} = \frac{1}{2}$  hay  $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$

Suy ra  $MN \parallel AB$  (theo định lí Thalès).

Do đó  $MN \parallel mp(ABCD)$ . Tương tự,  $NP \parallel BC$  nên  $NP \parallel mp(ABCD)$ .

Vậy  $mp(MNP)$  chứa hai đường thẳng cắt nhau  $MN$  và  $NP$  cùng song song với  $mp(ABCD)$

$\Rightarrow$  Nên  $mp(MNP) \parallel mp(ABCD)$ .

Lập lập tương tự ta có  $mp(MPQ) \parallel mp(ABCD)$ .

- GV hướng dẫn cho HS làm được và hiểu được **HĐ4**

+ GV hướng dẫn câu a: *Đối với câu a các em cần sử dụng tính chất bắc cầu của quan hệ song song giữa hai mặt phẳng: Nếu (R) song song với (Q) thì do (P) song song với (Q)*

nên  $(R)$  và  $(P)$  song song với nhau. Điều này là vô lí.

+ GV hướng dẫn câu b:  $a$  và  $b$  có chéo nhau không? Vì sao?

Nếu giả sử  $a$  và  $b$  cắt nhau thì chứng tỏ  $(P)$  và  $(Q)$  có điểm chung, điều này trái với giả thiết  $(P)$  và  $(Q)$  song song không?

+ GV cho HS suy nghĩ và sau đó chỉ định 2 HS đứng tại chỗ trình bày câu trả lời.

+ GV chốt đáp án cho HS.

- GV mời 1 HS đọc phần kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS tự thực hiện **Ví dụ 3** để vận dụng được tính chất một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song.

+ GV mời một HS trình bày lại cách thực hiện.

- GV cho HS thảo luận nhóm 3 và gợi ý cho HS thực hiện **Luyện tập 3** như sau:

Trong mặt phẳng  $(EMQ)$ , qua  $E$  vẽ đường thẳng song song với  $MQ$  cắt cạnh  $CD$  tại  $H$  thì  $EH$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(EMQ)$  và  $(ABCD)$ .

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

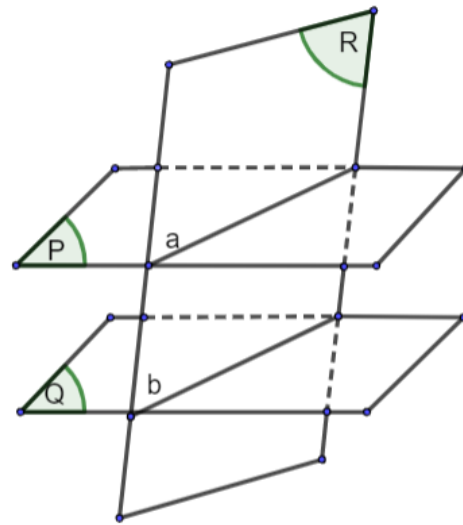
- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày  
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Tính chất của hai mặt phẳng song song.

$(MNP)$  và  $(MPQ)$  cùng đi qua điểm  $M$   $(MNP) // (ABCD)$  và  $(MPQ) // (ABCD)$  nên hai mặt phẳng đó trùng nhau, tức là bốn điểm  $M, N, P, Q$  đồng phẳng.

**HĐ4**



(hình 4.46)

a) Giả sử:

$mp(R)$  không cắt  $mp(Q) \Rightarrow (R) // (Q)$ . Mà  $mp(P) // mp(Q)$

$\Rightarrow mp(R) // mp(P)$ . Điều này mâu thuẫn với giả thiết  $mp(R) \cap mp(P) = a$

b) Vì  $a, b \subset mp(R) \Rightarrow a, b$  không thể chéo nhau.  $\Rightarrow a, b$  không có điểm chung.

Giả sử:  $a, b$  có điểm chung là  $A \Rightarrow$

$mp(P), mp(Q)$  cũng có điểm chung là  $A$ . Điều này mâu thuẫn với giả thiết  $mp(P) // mp(Q)$

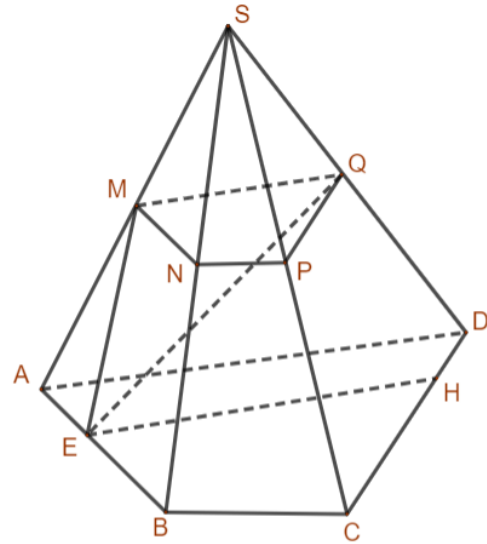
**Tính chất**

Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

**Ví dụ 3:** (SGK – tr.90).

**Hướng dẫn giải** (SGK – tr.90).

**Luyện tập 3**



Trong Ví dụ 2, ta đã chứng minh được  $(MNPQ) // (ABCD)$ .

Vì vậy hai giao tuyến của mặt phẳng  $(EMQ)$  với hai mặt phẳng  $(MNPQ)$  và  $(ABCD)$  song song với nhau. Ta có  $(EMQ) \cap (MNPQ) = MQ$ .

Trong mặt phẳng  $(MEQ)$ , qua  $E$  vẽ đường thẳng song song với  $MQ$  cắt  $CD$  tại  $H$  ( $EH // MQ // AD$ ) thì đường thẳng  $EH$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(EMQ)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

#### Hoạt động 4: Định lí Thalès trong không gian

##### a) Mục tiêu:

- Hiểu và nắm được kiến thức về định lí Thalès trong không gian.
- Phát biểu được định lí Thalès trong không gian.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ5, Ví dụ 4, Luyện tập 4.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS phát biểu được định lí Thalès trong không gian.

##### d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS đọc và quan sát <b>HĐ5</b>, GV gợi ý như sau:</li> <li>+ Phần a: <i>Ta có <math>BD</math> và <math>CC'</math> là giao tuyến của mặt phẳng <math>(ACC')</math> với hai mặt phẳng song song <math>(Q)</math> và <math>(R)</math>. Vậy <math>BD</math> có song song với <math>CC'</math> không?</i></li> <li><i>Tương tự với <math>B'D</math> và <math>AA'</math>.</i></li> <li>+ Phần b: <i>Áp dụng định lí Thalès trong mặt phẳng <math>(ACC')</math> và <math>(AA'C')</math> để suy ra các tỉ số bằng nhau.</i></li> </ul>	<p><b>1. Định lí Thalès trong không gian</b></p> <p><b>HĐ5</b></p>



+ GV cho HS suy nghĩ và mời 2 HS lên bảng trình bày đáp án.

- GV nêu **định lí Thalès trong không gian** trong phần khung kiến thức trọng tâm cho HS.

- GV hướng dẫn cho HS thực hiện **Ví dụ 4**.

+ GV: *Để áp dụng được định lí Thalès trong không gian HS cần xác định được ba mặt phẳng đôi một song song và hai cắt tuyến phù hợp.*

- GV cho HS tự thực hiện **Luyện tập 4**.

Sau đó GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình và trình bày lời giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

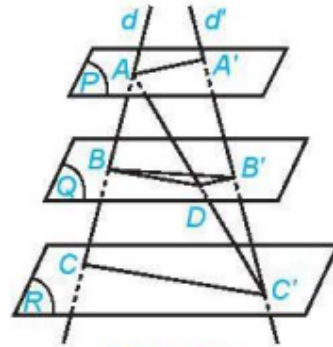
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày  
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Định lí Thalès trong không gian.



Hình 4.48

a) Mặt phẳng  $(ACC') \cap (Q)$  và  $(ACC') \cap (R)$  theo hai giao tuyến  $BD$  và  $CC'$ . Do đó,  $BD \parallel CC'$ .

Mặt phẳng  $(AC'A') \cap (P)$  và  $(AC'A') \cap (Q)$  theo hai giao tuyến  $AA'$  và  $B'D$ . Do đó,  $B'D \parallel AA'$ .

b) Xét  $\Delta ACC'$  có  $BD \parallel CC'$ , theo định lí Thalès trong tam giác ta suy ra  $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC'}$

Tương tự, xét  $\Delta AA'C'$  có  $B'D \parallel AA'$ , ta suy ra  $\frac{AD}{DC'} = \frac{A'B'}{B'C'}$ .

$$\text{Vậy } \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC'} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

**Định lí**

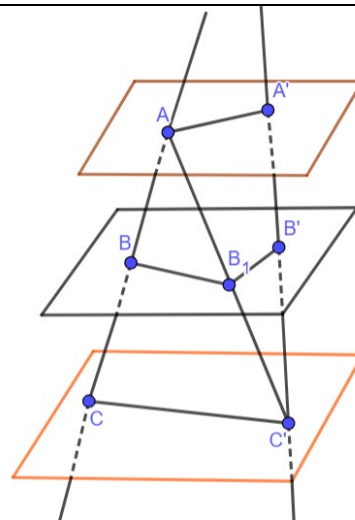
*Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến phân biệt bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.*

Trong hình 4.48 ta có:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$ .

**Ví dụ 4:** (SGK – tr.91).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.91).

**Luyện tập 4.**



Theo định lí Thalès trong không gian, ta có:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ .

Suy ra  $B'C' = \frac{A'B \cdot BC}{AB} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$  (cm).

### **TIẾT 3: HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP**

#### **Hoạt động 5: Hình lăng trụ và hình hộp.**



##### **a) Mục tiêu:**

- HS nắm được khái niệm hình lăng trụ và hình hộp.
- Giải thích được các câu hỏi, bài toán có liên quan đến hình lăng trụ và hình hộp.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ6, 7; Ví dụ 5, 6; Luyện tập 5, 6; Vận dụng 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được khái niệm hình lăng trụ và hình hộp.

##### **d) Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <p>- GV dẫn dắt cho HS thực hiện <b>HĐ6:</b></p> <p>+ Ở cấp 2 các em đã được làm quen với hình lăng trụ đứng tam giác, tứ giác và biết được các khái niệm mặt bên, cạnh bên, đỉnh và mặt đáy.</p> <p>+ Dựa vào đó các em hãy quan sát hình ảnh trong SGK – tr.91 và xác định những đặc điểm giống nhau của các hình, từ đó đưa ra định nghĩa tổng quát hình lăng trụ.</p> <p>- GV trình bày, trình chiếu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS có cái nhìn tổng quát về hình lăng trụ.</p>	<p><b>1. Hình lăng trụ và hình hộp.</b></p> <p><b>HĐ6:</b></p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"></div> </div> <p>Các hình ảnh đã cho trên đều có chứa hai mặt nằm trong hai mặt phẳng song song, các mặt còn lại chứa các cạnh đối diện song song với nhau.</p> <p><b>Định nghĩa</b></p>

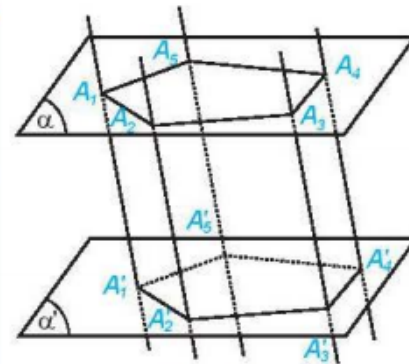
- Cho hai mặt phẳng song song  $(\alpha)$  và  $(\alpha')$ . Trên  $(\alpha)$  cho đa giác lồi  $A_1A_2 \dots A_n$ . Qua các đỉnh  $A_1, A_2, \dots, A_n$  vẽ các đường thẳng đôi một song song và cắt mặt phẳng  $(\alpha')$  tại  $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$ . Hình gồm hai đa giác  $A_1A_2 \dots A_n, A'_1A'_2 \dots A'_n$  và các tứ giác  $A_1A'_1A'_2A_2, A_2A'_2A'_3A_3, \dots, A_nA'_nA'_1A_1$  được gọi là hình lăng trụ và kí hiệu là  $A_1A_2 \dots A_nA'_1A'_2 \dots A'_n$

+ Các điểm  $A_1, A_2, \dots, A_n$  và  $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$  được gọi là các đỉnh, các đoạn thẳng  $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$  được gọi là các cạnh bên, các đoạn thẳng  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$  và  $A'_1A'_2, A'_2A'_3, \dots, A'_nA'_1$  được gọi là các cạnh đáy của hình lăng trụ.

+ Hai đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$  và  $A'_1A'_2 \dots A'_n$  được gọi là hai mặt đáy của hình lăng trụ.

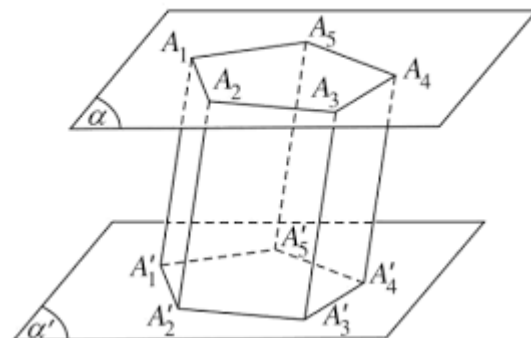
+ Các tứ giác

$A_1A'_1A'_2A_2, A_2A'_2A'_3A_3, \dots, A_nA'_nA'_1A_1$  được gọi là các mặt bên của hình lăng trụ.



Hình 4.50

### Câu hỏi



Xét mặt bên  $A_1A'_1A'_2A_2$ , theo lí thuyết, ta có  $A_1A'_1 \parallel A_2A'_2$ , lại có mặt phẳng  $(A_1A'_1A'_2A_2)$  lần lượt cắt hai mặt phẳng song song  $(\alpha)$  và  $(\alpha')$  theo hai giao tuyến  $A_1A_2$  và  $A'_1A'_2$  nên  $A_1A_2 \parallel A'_1A'_2$ . Do

- GV gợi ý cho HS làm phần **Câu hỏi** (SGK – tr.92): *Sử dụng tính chất một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song để suy ra các cặp cạnh tương ứng ở hai đáy của hình lăng trụ là song song, từ đó suy ra các mặt bên của hình lăng trụ là hình bình hành.*

+ GV cho HS suy nghĩ và mời 1 HS trình bày câu trả lời.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

- GV chỉ cho HS thấy cách gọi tên của hình lăng trụ.

- GV cho HS đọc phần **Ví dụ 5** và gợi ý rằng: *Cách để chứng minh hình lăng trụ ta đi chứng minh hai mặt đáy song song và các cạnh bên đôi một song song.*

- GV cho HS làm **Luyện tập 5** theo nhóm đôi.

+ GV quan sát HS trao đổi và làm bài. Có thể hướng dẫn những HS tiếp thu kiến thức chậm hơn như sau:

*Vì M và M' là trung điểm hai cạnh BC và B'C' của hình bình hành BCC'B' nên  $MM' // CC'$ , suy ra  $MM', CC'$  và  $AA'$  như thế nào với nhau?*

*Hai mặt phẳng (AMC) và (A'M'C') có song song với nhau không? Vậy từ hai điều trên ta suy ra được AMC. A'M'C' có là hình lăng trụ không?*

+ Gv mời 1 HS lên bảng vẽ hình và 1 HS lên bảng trình bày lời giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

- GV cho HS quan sát lại hình ảnh trong **HD6** và chỉ định 1 HS trả lời nhanh phần **HD7**.

- GV trình chiếu một hình ảnh về hình hộp và cho HS phỏng đoán về các đỉnh đối diện, các đường chéo, hai mặt đối diện của hình hộp. Từ đó dẫn ra kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm.

vậy, tứ giác  $A_1A_1'A_2A_2'$  là hình bình hành (các cặp cạnh đối diện song song).

Từ đó suy ra  $A_1A_1' // A_2A_2'$  và  $A_1A_1' = A_2A_2'$ .

Chứng minh tương tự, ta có các mặt bên khác của hình lăng trụ là hình bình hành, từ đó suy ra các cạnh bên đôi một song song và có độ dài bằng nhau.

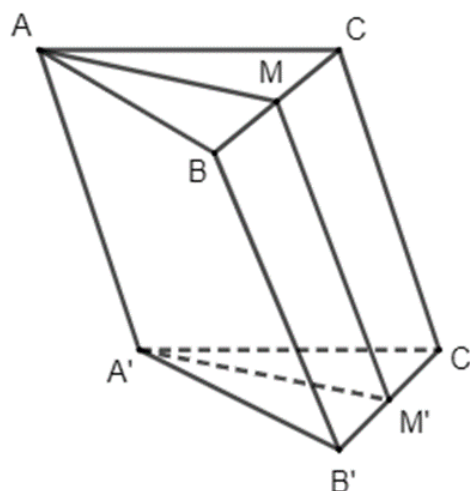
**Chú ý:**

Tên của hình lăng trụ được gọi dựa theo tên của đa giác đáy.

**Ví dụ 5:** (SGK – tr.92).

*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.92).

### Luyện tập 5



Vì các cạnh bên của hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  đôi một song song nên  $AA', BB', CC'$  đôi một song song (1).

Ta có  $BB' // CC'$  nên  $BCC'B'$  là hình thang.

Vì M và M' lần lượt là trung điểm của cạnh BC và B'C' nên  $MM'$  là đường trung bình của hình thang  $BCC'B'$ , suy ra  $MM', BB', CC'$  đôi một song song (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $MM' // AA' // CC'$

$mp(ABC) // mp(A'B'C')$

$\Rightarrow mp(AMC) // mp(A'M'C')$

Do vậy  $AMC.A'M'C'$  là hình lăng trụ.

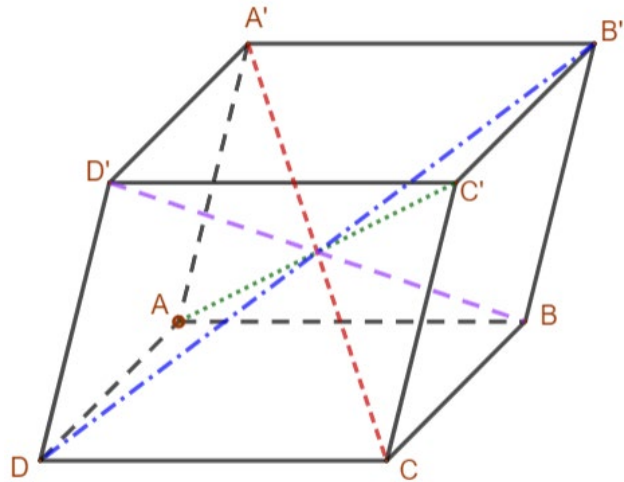
**HD7.**



- GV cho HS tự làm **Ví dụ 6** theo SGK và trình bày lại cách làm bài tập này.
- GV chỉ định 1 HS đứng tại chỗ cùng mình giải quyết **Luyện tập 6** cho cả lớp cùng nghe và quan sát.
- + GV vẽ hình lên bảng và yêu cầu HS vẽ hình vào vở.

- GV cho HS quan sát hình 4.52 của **Vận dụng 2**.
- + GV chia lớp thành các nhóm tương ứng với các tổ trong lớp.
- + Các tổ thực hiện trao đổi và thảo luận để đưa ra đáp án. Mỗi nhóm thực hiện xong cử 1 đại diện lên bảng trình bày, diễn giải cho cả lớp nghe và quan sát.
- + GV nhận xét khả năng truyền đạt thông tin, giao tiếp toán học của HS và hoàn thiện đáp án cho HS ghi chép.

Hình ảnh thứ hai từ trái sang phải trong HD6 gọi nên hình ảnh về hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

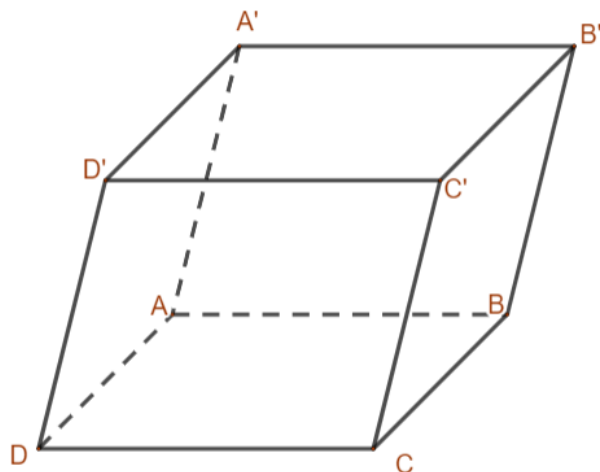


- Hình lăng trụ tứ giác  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có hai đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp.
- + Các cặp điểm  $A$  và  $C'$ ,  $B$  và  $D'$ ,  $C$  và  $A'$ ,  $D$  và  $B'$  được gọi là các đỉnh đối diện của hình hộp.
- + Các đoạn thẳng  $AC'$ ,  $BD'$ ,  $CA'$  và  $DB'$  được gọi là các đường chéo của hình hộp.
- + Các cặp tứ giác  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ ,  $ADD'A'$  và  $BCC'B'$ ,  $ABB'A'$  và  $CDD'C'$  được gọi là hai mặt đối diện của hình hộp.

**Ví dụ 6:** (SGK – tr. 93).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.93).

### Luyện tập 6



Hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có hai đáy  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$  là các hình bình hành.

Ta có:  $AD \parallel BC$  (do  $ABCD$  là hình bình hành), do đó  $AD \parallel (BCC'B')$ .

Lại có:  $AA' \parallel BB'$  (các cạnh bên của hình hộp), do đó  $AA' \parallel (BCC'B')$ .

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

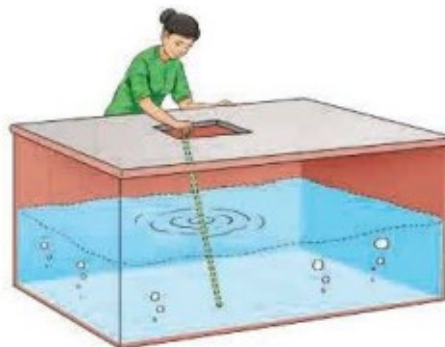
**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Khái niệm hình lăng trụ và hình hộp.

Trong  $mp(ADD'A')$  có:

$AD // mp(BCC'B')$  và  $AA' // mp(BCC'B')$

Vậy  $mp(ADD'A') // mp(BCC'B')$

**Vận dụng 2**

Vì bể nước có dạng hình hộp nên nắp bể và đáy bể nằm trong hai mặt phẳng song song. Khi mặt nước yên lặng thì mặt nước, nắp bể và đáy bể nằm trong ba mặt phẳng đôi một song song. Khi đó, thanh gỗ và chiều cao của bể đóng vai trò như hai đường thẳng phân biệt cắt ba mặt phẳng đôi một song song trên. Vậy áp dụng định lí Thalès trong không gian, ta khẳng định được tỉ lệ giữa mực nước và chiều cao của bể chính là tính tỉ lệ giữa độ dài của phần thanh gỗ bị ngâm trong nước và độ dài của cả thanh gỗ.

**TIẾT 4: BÀI TẬP****C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

**b) Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.21 đến 4.24 (SGK – tr.93, 94), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

**c) Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về chứng minh hai mặt phẳng song song.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:

**Câu 1.** Một mặt phẳng cắt hai mặt đối diện của hình hộp theo hai giao tuyến là  $a$  và  $b$ . Hãy Chọn Câu đúng:

A.  $a$  và  $b$  song song.

B.  $a$  và  $b$  chéo nhau.

C.  $a$  và  $b$  trùng nhau.

D.  $a$  và  $b$  cắt nhau.

**Câu 2.** Chọn Câu đúng :

A. Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  không cùng nằm trong mặt phẳng ( $P$ ) nên chúng chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng không song song và lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì chéo nhau.

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$  đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác
- B. Hình thang
- C. Hình bình hành
- D. Tứ giác

**Câu 4.** Chọn Câu đúng :

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

**Câu 5.** Cho một đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $(P)$ ?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. vô số.

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện nhóm đôi làm bài Bài 4.21 đến 4.24. HS thực hiện cá nhân hoàn thành Bài 4.21 đến 4.24 (SGK – tr.93, 94).

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.
- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:**

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

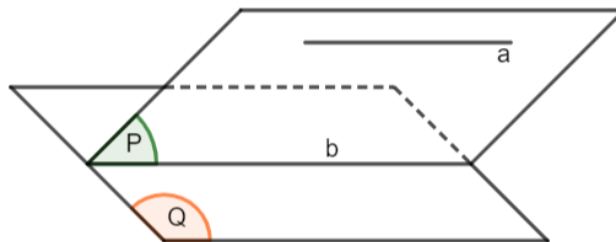
**Kết quả:**

**Kết quả trắc nghiệm**

1	2	3	4	5
A	D	B	A	C

**Bài 4.21.**

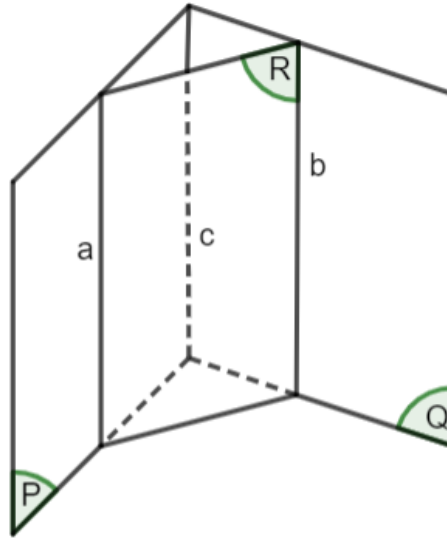
a) Mệnh đề a) là mệnh đề sai vì hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  có thể cắt nhau theo giao tuyến  $b$  song song với đường thẳng  $a$  nằm trong  $(P)$ .



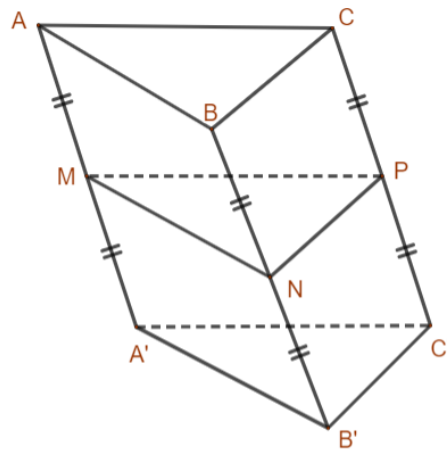
b) Mệnh đề b) là mệnh đề sai vì thiếu điều kiện hai đường thẳng đó phải cắt nhau.

c) Mệnh đề c) là mệnh đề đúng vì  $(P)$  và  $(Q)$  là hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba là mặt phẳng  $(R)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.

d) Mệnh đề d) là mệnh đề sai vì  $(P)$  và  $(Q)$  cắt  $(R)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  có thể cắt nhau.



#### Bài 4.22



Vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ tam giác nên  $ABB'A'$  và  $BCC'B'$  là các hình bình hành hay cũng là các hình thang.

Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AA', BB'$  nên  $MN$  là đường trung bình của hình thang  $ABB'A'$ , do đó  $MN // AB \Rightarrow MN // mp(ABC)$ .

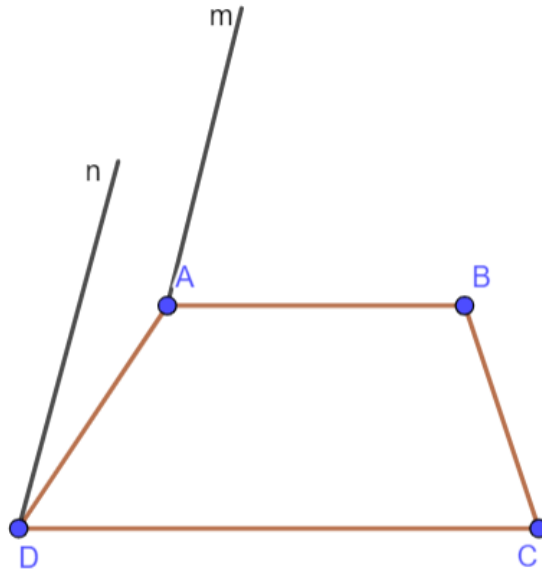
Tương tự,  $NP // BC \Rightarrow NP // mp(ABC)$ .

Trong  $mp(MNP)$ :  $MN \cap NP$ ;  $MN // mp(ABC)$ ;  $NP // mp(ABC)$

Vậy  $mp(MNP) // mp(ABC)$ .

#### Bài 4.23





Vì  $m // n \Rightarrow m // mp(C, n)$ .

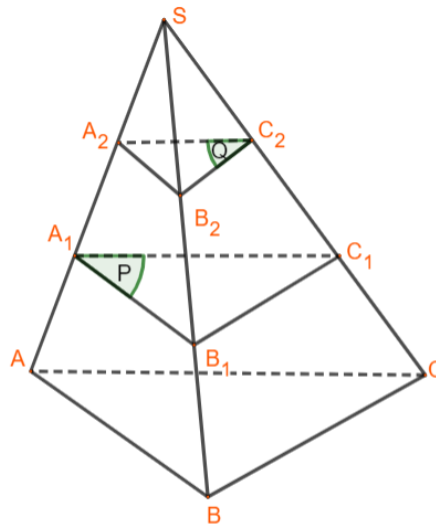
Vì ABCD là hình thang có hai đáy là AB và CD  $\Rightarrow AB // CD$

$\Rightarrow AB // mp(C, n)$ .

$mp(B, m)$  có  $m \cap AB$ ;  $m // mp(C, n)$ ;  $AB // mp(C, n)$

Vậy  $mp(B, m) // mp(C, n)$ .

**Bài tập 4.24.**



Vì  $mp(P) // mp(ABC)$  và  $mp(Q) // mp(ABC) \Rightarrow mp(P) // mp(Q)$

$\Rightarrow mp(ABC) // mp(P) // mp(Q)$ .

Theo định lí Thalés trong không gian, ta suy ra:  $\frac{A_2A_1}{AA_1} = \frac{B_2B_1}{BB_1} = \frac{C_2C_1}{CC_1}$ .

Mà  $AA_1 = A_1A_2$  nên  $\frac{A_2A_1}{AA_1} = 1$ , suy ra:

$$\frac{A_2A_1}{AA_1} = \frac{B_2B_1}{BB_1} = \frac{C_2C_1}{CC_1} = 1, \text{ do đó } BB_1 = B_1B_2; CC_1 = C_1C_2.$$

Sử dụng định lí Thalès ta cũng chứng minh được  $\frac{A_2S}{A_2A_1} = \frac{B_2S}{BB_1} = \frac{C_2S}{C_2C_1}$ .

Mà  $A_1A_2 = A_2S$  nên  $\frac{A_2S}{A_2A_1} = 1$ , suy ra

$$\frac{A_2S}{A_2A_1} = \frac{B_2S}{BB_1} = \frac{C_2S}{C_2C_1} = 1, \text{ do đó } B_1B_2 = B_2S \text{ và } C_1C_2 = C_2S.$$

Vậy,  $BB_1 = B_1B_2 = B_2S$  và  $CC_1 = C_1C_2 = C_2S$ .

## D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 4.25 đến 4.28 (SGK – tr.94).

**c) Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được hai mặt phẳng song song vào các bài toán vận dụng và thực tế.

### d) Tổ chức thực hiện:

#### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4.25 đến 4.28 (SGK – tr.94).

#### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

#### Bước 3: Báo cáo, thảo luận

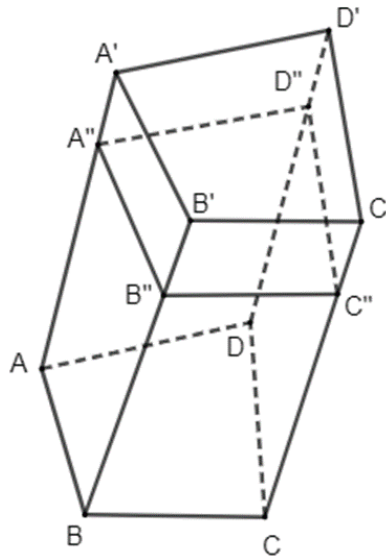
- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

#### Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

### Gợi ý đáp án:

#### Bài 4.25



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lăng trụ tứ giác.

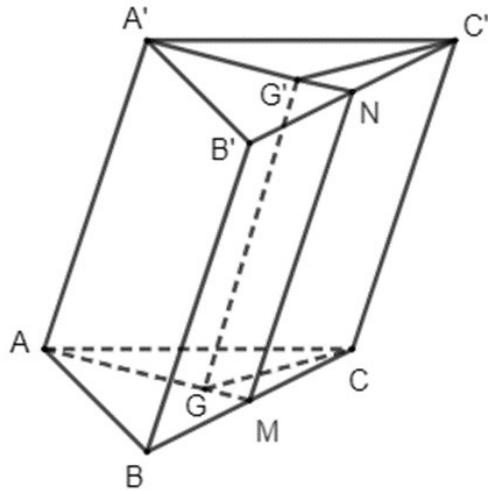
$\Rightarrow mp(ABCD) // mp(A'B'C'D')$ ; Mà  $mp(A''B''C''D'') // mp(A'B'C'D')$

$\Rightarrow mp(ABCD) // mp(A''B''C''D'')$  (1).

Ta có:  $AA'' // BB'' // CC''$  (Các cạnh bên của hình lăng trụ song song với nhau) (2)

Từ (1)(2)  $\Rightarrow ABCD.A''B''C''D''$  là hình lăng trụ tứ giác. Vậy hình tạo bởi các điểm  $A, B, C, D, A'', B'', C'', D''$  là hình lăng trụ tứ giác.

#### Bài 4.26



a) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ;  $N$  là trung điểm của  $B'C'$   $\Rightarrow MN$  là đường trung bình của hình bình hành  $BCC'B'$

$\Rightarrow MN // BB'$  và  $MN = \frac{1}{2}BB'$ .

Do  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ tam giác nên  $AA' // BB'$  và  $AA' = BB'$ .

$\Rightarrow MN // AA'$  và  $MN = \frac{1}{2}AA'$ . Do đó,  $AMNA'$  là hình bình hành.

Suy ra  $AM // A'N$  và  $AM = A'N$ .

Vì  $G$  và  $G'$  lần lượt là trọng tâm của  $\Delta ABC$  và  $\Delta A'B'C'$  nên  $\frac{A'G'}{A'N} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ .

Do đó,  $AG = A'G'$  và  $AG // A'G'$ .

Từ đó suy ra tứ giác  $AGG'A'$  là hình bình hành.

b) Vì tứ giác  $AGG'A'$  là hình bình hành  $\Rightarrow AA' // GG'$ .

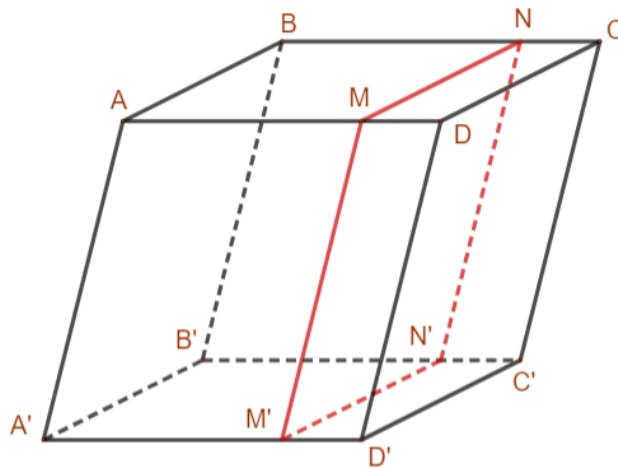
Tương tự: Tứ giác  $CGG'C'$  là hình bình hành  $\Rightarrow CC' // GG'$ .

$\Rightarrow AA' // GG' // CC'$

Lại có:  $mp(AGC) // mp(A'G'C')$

Vậy  $AGC.A'G'C'$  là hình lăng trụ tam giác.

**Bài 4.27.**



$ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp  $\Rightarrow AA' // BB' // CC' // DD'$  và  $mp(ABCD) // mp(A'B'C'D')$ .

$M \in AD$ ;  $N \in BC \Rightarrow MN \subset mp(ABCD)$

Tương tự  $M'N' \subset mp(A'B'C'D')$

$\Rightarrow (ABNM) // (A'B'N'M')$  (1).

Ta có:  $(ABB'A') // (MNN'M')$  và  $mp(ABCD) \cap mp(ABB'A') = AB$ ;  $mp(ABCD) \cap mp(MNN'M') = MN \Rightarrow AB // MN$

Tương tự:  $M'N' // A'B'$ ;  $NN' // BB'$ ;  $MM' // AA'$ .

Mà  $AA' // BB' \Rightarrow AA' // BB' // NN' // MM'$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $ABNM.A'B'N'M'$  là hình lăng trụ.

Tứ giác  $ABNM$  có  $AB // MN$  và  $AM // BN$  (do  $AD // BC$ ) nên  $ABNM$  là hình bình hành.

Tứ giác  $A'B'N'M'$  có  $A'B' // M'N'$  và  $A'M' // B'N'$  (do  $A'D' // B'C'$ ) nên  $A'B'N'M'$  là hình bình hành.

Hình lăng trụ  $ABNM.A'B'N'M'$  có đáy là hình bình hành nên nó là hình hộp.

#### Bài 4.28



Các bậc cầu thang là các mặt phẳng song song với nhau từng đôi một, mặt phẳng tường cắt mỗi mặt phẳng là các bậc của cầu thang theo các giao tuyến là phần mép của mỗi bậc cầu thang nằm trên tường nên các giao tuyến này song song với nhau.

#### \* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Phép chiếu song song**".

## CHƯƠNG IV. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

### Bài 14. Phép chiếu song song ( 2 tiết)

#### I. Mục tiêu:

##### 1. Về kiến thức:

- Học sinh hiểu được thế nào là phép chiếu song song.
- Biết được các tính chất của phép chiếu song song.

##### 2. Về năng lực:

###### - Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

###### - Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học.
- Mô hình hóa toán học: Mô tả được các dữ liệu liên quan đến yêu cầu trong thực tiễn để lựa chọn các đối tượng cần giải quyết liên quan đến kiến thức toán học đã được học, thiết lập mối liên hệ giữa các đối tượng đó.
- Giải quyết vấn đề toán học, giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng thước kẻ, bút chì,... để vẽ được hình biểu diễn của một số hình không gian qua phép chiếu song song.

##### 3. Về phẩm chất:

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

**1. Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học, thước thẳng có chia khoảng, phiếu học tập.

**2. Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

##### 1. Khởi động:

**a) Mục tiêu:** Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

**b) Nội dung:** HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

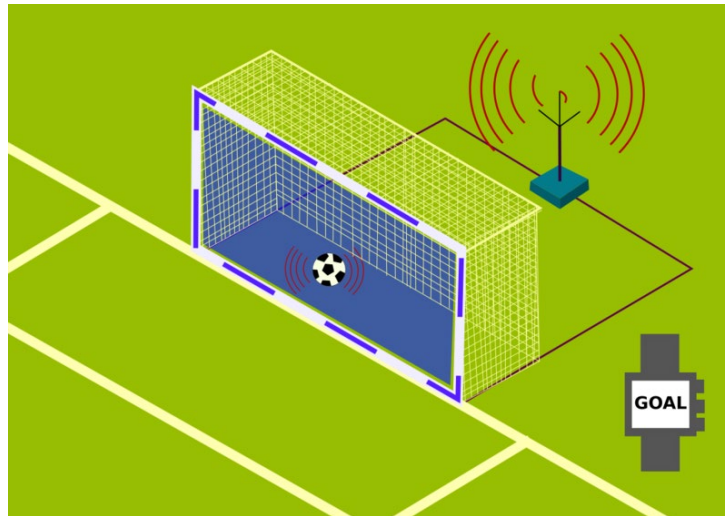
**c) Sản phẩm:** HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: phép chiếu song song.

##### d) Tổ chức thực hiện:

###### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Trong bóng đá, công nghệ Goal-line được sử dụng để xác định xem bóng đá hoàn toàn vượt qua vạch vôi hay chưa, từ đó giúp trọng tài đưa ra quyết định về một bàn thắng có được ghi hay không. Yếu tố hình học nào cho ta biết quả bóng đã vượt qua vạch vôi hay chưa?



**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Hôm nay chúng ta cùng tìm hiểu về một vấn đề mới trong hình học không gian, bài học này sẽ giúp các em có cái nhìn tổng quát về các phép chiếu, biến đổi hình học. Chúng có rất nhiều ứng dụng trong thực tế, đặc biệt là mảng thiết kế và đồ họa”

Bài mới: **Phép chiếu song song.**

## B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### TIẾT 1: PHÉP CHIẾU SONG SONG.

#### TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG (đến Ví dụ 2).

#### Hoạt động 1: Phép chiếu song song.

##### a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được khái niệm về phép chiếu song song, hình chiếu, phương chiếu.
- Xác định được, biểu diễn được một điểm qua phép chiếu song song.
- Ứng dụng xử lý được một số bài tập cơ bản.

##### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, Luyện tập 1, Vận dụng 1.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi có trong phần này, HS nắm được khái niệm về phép chiếu song song, phương chiếu và hình chiếu.

##### d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b> - GV triển khai <b>HD1</b> cho HS tìm hiểu về phép chiếu song song. + GV gọi 1 HS nêu câu trả lời cho phần a. GV có thể nhấn mạnh thêm rằng: <i>Các tia sáng từ mặt trời được coi là đôi một</i>	<b>1. Phép chiếu song song</b> <b>HD1</b>

song song do đó  $AA'; BB'; CC'$  đôi một song song.

+ GV đặt câu gợi ý phần b: *Ảnh của mỗi điểm trên khung cửa sổ thuộc mặt phẳng nào? Đường thẳng nối mỗi điểm trên khung cửa với ảnh của nó có song song với đường thẳng nào hay không?*

+ GV mời 1 HS trả lời câu hỏi b.

→ GV chiếu, hoặc ghi bảng và giảng giải phần nội dung trong khung kiến thức trọng tâm cho HS.

+ GV nhấn mạnh hai yếu tố quan trọng trong phép chiếu song song là phương chiếu và mặt phẳng chiếu.

- GV yêu cầu HS quan sát hình ảnh khung cửa sổ trong HĐ1 để thực hiện

**Câu hỏi SGK** – tr.96.

+ GV có thể lưu ý cho HS rằng: *Vì điểm A thuộc khung cửa nên ảnh A' của nó cũng thuộc ảnh của khung cửa.*

Từ đó HS có thể đưa ra được định nghĩa về ảnh của một hình bất kì qua phép chiếu song song.

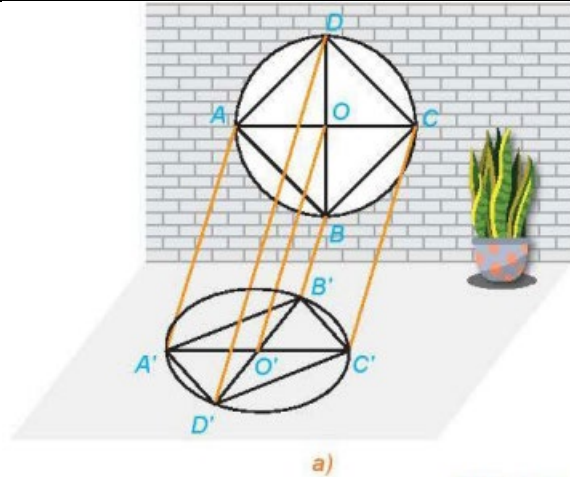
- GV viết bảng và giảng phần khung kiến thức trọng tâm cho HS.

- GV có thể sử dụng hình 4.56b để cho HS thấy rằng hình chiếu của đường thẳng  $MM'$  theo phương chiếu  $\Delta$  chỉ là một điểm  $M$ .

- GV cũng lưu ý với HS rằng trường hợp đặc biệt này sẽ không được xét đến trong phần còn lại của bài học, đặc biệt là khi học về các tính chất của phép chiếu song song.

- GV cho HS tìm hiểu phần **Ví dụ 1** sau đó GV yêu cầu HS trình bày lại cách làm và GV nhận xét.

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và thực hiện **Luyện tập 1**.



a) Các đường thẳng nối mỗi điểm  $A, B, C$  với bóng  $A', B', C'$  đôi một song song với nhau.

b) Để xác định được bóng đổ trên sàn nhà của mỗi điểm trên khung cửa sổ ta sử dụng phép chiếu song song.

**Định nghĩa:**

- Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(\alpha)$ . Với mỗi điểm  $M$  trong không gian ta xác định điểm  $M'$  như sau:

+ Nếu  $M$  thuộc  $\Delta$  thì  $M'$  là giao điểm của  $(\alpha)$  và  $\Delta$ .

+ Nếu  $M$  không thuộc  $\Delta$  thì  $M'$  là giao điểm của  $(\alpha)$  và đường thẳng qua  $M$  song song với  $\Delta$ . Điểm  $M'$  được gọi là hình chiếu song song của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$ . Phép đặt tương ứng mỗi điểm  $M$  với hình chiếu  $M'$  của nó được gọi là phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$ .

- Mặt phẳng  $(\alpha)$  được gọi là mặt phẳng chiếu, phương  $\Delta$  được gọi là phương chiếu.

**Câu hỏi**

Để xác định được bóng của toàn bộ song cửa  $CD$ , ta xác định bóng của từng điểm  $C$  và  $D$  trên sàn nhà là  $C'$  và  $D'$ . Khi đó  $C'D'$  chính là bóng của song cửa  $CD$ .

**Khái niệm**

Cho hình  $H$ . Tập hợp  $H'$  các hình chiếu  $M'$  của các điểm  $M$  thuộc  $H$  qua phép chiếu song song được gọi là hình chiếu của  $H$  qua phép chiếu song song đó.

**Chú ý**

- + GV mời 2 HS đứng tại chỗ trình bày đáp án.
- + GV nhận xét và chốt lại đáp án lên bảng cho HS ghi bài vào vở.

- GV cho HS thực hiện **Vận dụng 1**. GV có thể mời một số bạn nam trong lớp am hiểu về bóng đá để trình bày cho cả lớp biết *khi nào thì một bàn thắng được công nhận*.

+ Sau đó GV mời 1 HS khác diễn đạt lại bằng các thuật ngữ toán học liên quan đến phép chiếu song song vừa học.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

### Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

### Bước 4: Kết luận, nhận định: GV

tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm

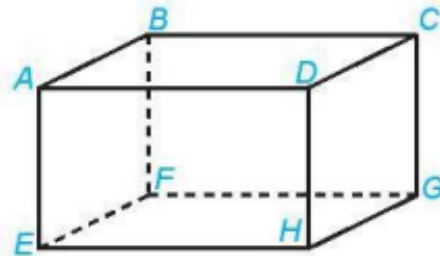
+ Khái niệm về phép chiếu song song, phương chiếu và hình chiếu.

Nếu một đường thẳng song song với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm.

*Ví dụ 1: (SGK – tr.96).*

*Hướng dẫn giải (SGK – tr.96).*

### Luyện tập 1



Hình 4.58

+)  $ABCD.EFGH$  là hình hộp  $\Rightarrow AD // BC$

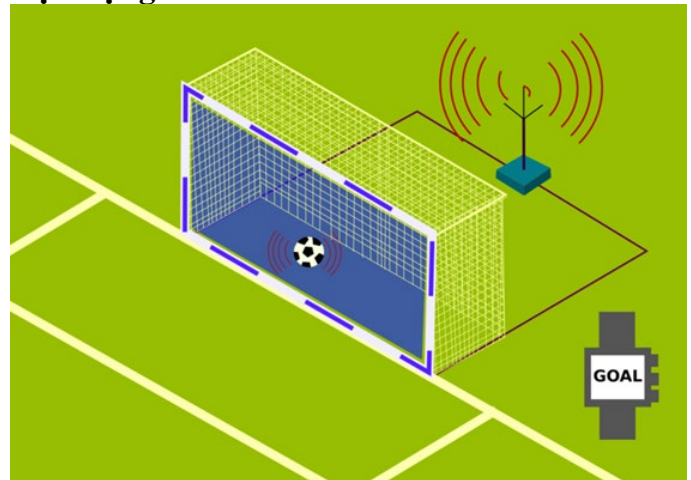
$D \in mp(CDHG) \Rightarrow D$  là hình chiếu của  $A$  trên  $mp(CDHG)$  theo phương  $BC$ .

+)  $ABCD.EFGH$  là hình hộp  $\Rightarrow ABCD; CDHG$  là hình bình hành

$\Rightarrow AB // CD, AB = CD$  và  $CD // HG, CD = HG$  nên  $AB // HG$  và  $AB = HG$ , suy ra  $ABGH$  là hình bình hành nên  $AH // BG$

Có:  $H \in mp(CDHG) \Rightarrow H$  là hình chiếu của điểm  $A$  trên  $mp(CDHG)$  theo phương  $BG$

### Vận dụng 1



Trong hình ảnh mở đầu, khi một bàn thắng được ghi thì hình chiếu của quả bóng trên mặt đất theo phương thẳng đứng nằm phía trong vạch vôi về phía bên trong khung thành.



## Hoạt động 2: Tính chất của phép chiếu song song.

### a) Mục tiêu:

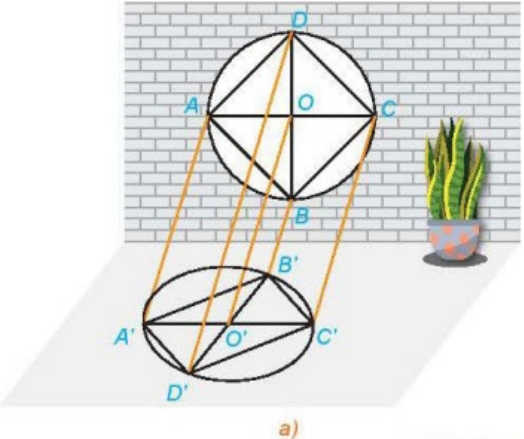
- HS nhận biết các tính chất của phép chiếu song song: Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng; đường thẳng thành đường thẳng; tia thành tia; đoạn thành đoạn thẳng; đoạn thẳng song song thành đoạn thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Vận dụng các tính chất để giải quyết các bài tập đơn giản đến thực tế.

### b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ2, Ví dụ 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi có trong phần này, HS nắm được các tính chất của phép chiếu song song: Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng; đường thẳng thành đường thẳng; tia thành tia; đoạn thành đoạn thẳng; đoạn thẳng song song thành đoạn thẳng song song hoặc trùng nhau.

### d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV triển khai phần HĐ2 cho HS thảo luận và thực hiện.</li> <li>+ Sau khi HS trả lời câu hỏi a, GV có thể kết luận rằng: <i>Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và giữ nguyên thứ tự các điểm. Phép chiếu song song cũng biến đổi đoạn thẳng thành đoạn thẳng.</i></li> <li>+ GV yêu cầu HS xác định ảnh của tia và đường thẳng AC trên hình?. Từ đó kết luận: <i>Phép chiếu song song biến tia thành tia, đường thẳng thành đường thẳng.</i></li> <li>+ GV mời 1 HS trả lời câu hỏi b và rút ra kết luận cho HS: <i>Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.</i></li> <li>→ GV có thể lấy Ví dụ hình 4.56a, đường thẳng AC và A'C' để cho HS thấy rõ về trường hợp trùng nhau.</li> <li>+ GV chỉ định 1 HS trả lời câu hỏi c, GV kết luận: <i>Phép chiếu song song bảo toàn tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.</i></li> <li>- GV chốt lại toàn bộ kiến thức trong phần HĐ2 bằng cách nêu phần khung kiến thức trọng tâm.</li> <li>- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và trả lời phần <b>Câu hỏi SGK</b> – tr.97.</li> <li>+ GV có thể yêu cầu HS chú ý đến giao điểm của hai đường thẳng cắt nhau và ảnh của điểm đó qua phép chiếu song song.</li> </ul>	<p><b>1. Tính chất của phép chiếu song song. HĐ2</b></p>  <p>Quan sát Hình 4.56a ta thấy:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Hình chiếu <math>O'</math> của điểm <math>O</math> nằm trên đoạn <math>A'C'</math>.</li> <li>Hình chiếu của hai song song của <math>AB</math> và <math>CD</math> lần lượt là <math>A'B'</math> và <math>C'D'</math>, chúng song song với nhau.</li> <li>Hình chiếu <math>O'</math> của điểm <math>O</math> là trung điểm của đoạn <math>A'C'</math>.</li> </ol> <p><b>Tính chất</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không</i></li> </ul>

<p>Hoặc GV có thể đặt câu hỏi: “<i>Ảnh của giao điểm có thuộc ảnh của hai đường thẳng không?</i>”</p> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.</li> <li>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm</p> <p>+ Tính chất của phép chiếu song song: Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng; đường thẳng thành đường thẳng; tia thành tia; đoạn thành đoạn thẳng; đoạn thẳng song song thành đoạn thẳng song song hoặc trùng nhau.</p>	<p><i>làm thay đổi thứ tự ba điểm đó. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.</i></li> <li>- <i>Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.</i></li> </ul> <p><b>Câu hỏi</b></p> <p>Hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.</p>
--	--

**TIẾT 2: TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG (phần còn lại).  
HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN.**

**Hoạt động 3: Tính chất của phép chiếu song song (phần còn lại).**

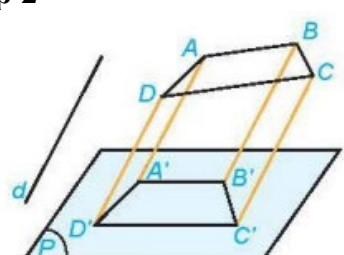
**a) Mục tiêu:**

- HS nắm chắc tính chất và vận dụng được các tính chất của phép chiếu song song các câu hỏi, bài tập có liên quan.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ3, Ví dụ 4, Luyện tập 4, Vận dụng 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được hình biểu diễn của một hình trong không gian và HS vẽ biểu diễn các hình trong không gian.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV yêu cầu 1 HS nhắc lại <i>các tính chất của phép chiếu song song</i> để thực hiện <b>Ví dụ 2</b></li> <li>+ HS tự thảo luận và đọc – hiểu, sau đó trình bày lại.</li> <li>- GV cho HS thảo luận nhóm 3 người phần <b>Luyện tập 2</b>.</li> <li>+ GV quan sát và hỗ trợ những nhóm HS còn chưa vững kiến thức: <i>Vì <math>AB // CD</math> nên hình chiếu của hai đường thẳng này song song với nhau, tức là <math>A'B' // C'D'</math>.</i></li> </ul>	<p><b>1. Tính chất của phép chiếu song song (phần còn lại).</b></p> <p><b>Ví dụ 2:</b> (SGK – tr.97). <i>Hướng dẫn giải (SGK – tr.97).</i></p> <p><b>Luyện tập 2</b></p>  <p style="text-align: center;">Hình 4.61</p>

- GV cho HS làm **Ví dụ 3** và mời 1 HS trình bày hướng làm Ví dụ 3 này.
- GV cho HS thực hiện thảo luận theo nhóm. Mỗi nhóm tương ứng với mỗi tổ.
- + Mỗi nhóm thảo luận, đưa ra đáp án cho nhóm mình, và đảm bảo rằng các thành viên trong nhóm đều hiểu được hướng làm.
- + GV chỉ định 1 HS lên bảng vẽ hình.
- + Các nhóm cử đại diện trình bày đáp án và tranh luận về đáp án.
- + GV ghi nhận và chỉnh sửa bài làm cho HS.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

- + Hình biểu diễn của một hình trong không gian

Hình thang  $ABCD$  có  $AB \parallel CD$ ,  $A'B'C'D'$  là hình chiếu song song của  $ABCD$  trên mặt phẳng  $(P)$  theo phương  $d$  (Hình 4.61).

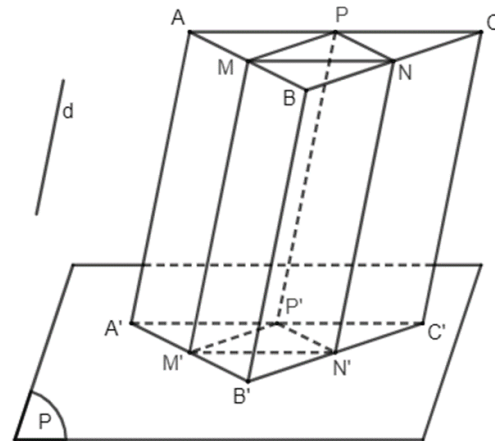
Vì  $ABCD$  là hình thang có  $AB \parallel CD$ , do đó hình chiếu của  $AB$  là  $A'B'$  song song với hình chiếu của  $CD$  là  $C'D'$ .

Tứ giác  $A'B'C'D'$  có  $A'B' \parallel C'D'$  nên nó là hình thang.

**Ví dụ 3:** (SGK – tr.98).

**Hướng dẫn giải** (SGK – tr.98).

**Luyện tập 3**



$\Delta A'B'C'$  là hình chiếu của  $\Delta ABC$  trên  $mp(P)$  theo phương  $d$ .

Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AC$ . Khi đó  $MN, NP, MP$  là các đường trung bình của  $\Delta ABC$ .

Gọi  $M', N', P'$  lần lượt là hình chiếu của  $M, N, P$  trên mặt phẳng  $(P)$  theo phương  $d$ .

Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $A, M, B$  thẳng hàng theo thứ tự đó và  $\frac{AM}{MB} = 1$ . Do vậy

$A', M', B'$  thẳng hàng theo thứ tự đó và  $\frac{A'M'}{M'B'} = 1$ , tức là  $M'$  là trung điểm của  $A'B'$ .

Chứng minh tương tự ta có  $N'$  là trung điểm của  $B'C'$  và  $P'$  là trung điểm của  $A'C'$ . Vậy  $M'N', N'P', M'P'$  là các đường trung bình của  $\Delta A'B'C'$ .

**Hoạt động 4: Hình biểu diễn của một hình không gian.**

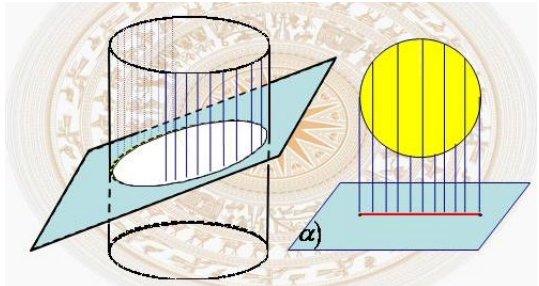
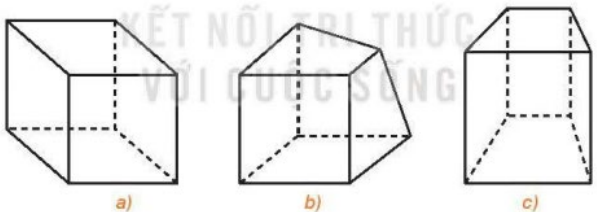
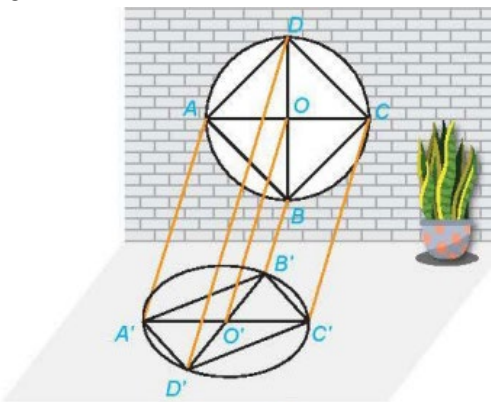
**a) Mục tiêu:**

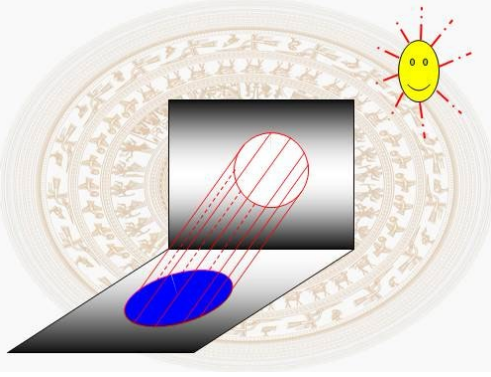
- HS nắm hình biểu diễn của một hình trong không gian là gì.
- HS biết cách vẽ hình để biểu diễn một hình trong không gian.

**b) Nội dung:** HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ3, Ví dụ 4, Luyện tập 4, Vận dụng 2.

**c) Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS hiểu được khái niệm hình biểu diễn của một hình trong không gian và cách vẽ hình để biểu diễn hình trong không gian.

**d) Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS quan sát và thực hiện <b>HD3</b> để HS nhận biết được hình thể hiện chính xác hình lập phương.</li> <li>+ GV cần giải thích: <i>Từ trước đến nay chúng ta luôn biểu diễn các hình không gian trên mặt phẳng (mặt bảng, mặt giấy...)</i> và các hình biểu diễn này không hề được vẽ một cách tùy ý mà chúng cần tuân theo một nguyên tắc nhất định nhằm đảm bảo đúng một số kích thước (hoặc tỉ lệ) và một số đặc trưng hình học của các hình được biểu diễn.</li> <li>- GV trình bày khung kiến thức trọng tâm cho HS hiểu và nắm rõ được khái niệm Hình biểu diễn của một hình trong không gian.</li> <li>- GV cho HS trả lời phần <b>Câu hỏi</b> trong SGK – tr.98</li> <li>+ GV cần lưu ý cho HS: <i>Các tính chất được nêu chỉ đúng khi mặt phẳng chứa hình phẳng không song song với phương chiếu.</i></li> <li>- GV cho 1 HS đọc phần kiến thức trọng tâm sau phần Câu hỏi.</li> </ul> <p>GV có thể giới thiệu thêm hình ảnh sau</p> 	<p><b>1. Hình biểu diễn của một hình không gian HD3</b></p>  <p style="text-align: center;">Hình 4.63</p> <p>Trong ba hình đã cho, Hình 4.63a thể hiện hình lập phương chính xác nhất.</p> <p><b>Khái niệm</b>  <i>Hình biểu diễn của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.</i></p> <p><b>Câu hỏi</b></p>  <p>Quan sát hình ảnh khung cửa sổ trong Hình 4.56a, ta thấy:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Hình biểu diễn của hình tam giác là hình tam giác;</li> <li>- Hình biểu diễn của hình vuông là hình bình hành;</li> <li>- Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.</li> <li>- Hình biểu diễn của một số hình phẳng (nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu)</li> </ul>



- GV cho HS tự thực hiện **Ví dụ 4** theo SGK đã trình bày.
- HS áp dụng kiến thức của Ví dụ 4 để thực hiện phần **Luyện tập 4**.
- + HS tự thực hiện, GV kiểm tra bài tập của một số HS.
- + GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình.

- GV tổ chức hoạt động tập thể cho lớp cùng thực hiện phần **Vận dụng 2**.
- + HS tự suy nghĩ, HS dơ tay phát biểu nhanh và chính xác nhất sẽ được GV đánh giá điểm tùy vào nhận xét của GV.

**Phần bài tập:**

+ Hình biểu diễn của Tam giác (tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông,...) là một tam giác.

+ Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi là một hình bình hành.

+ Hình biểu diễn của hình thang  $ABCD$  với  $AB // CD$  là một hình thang  $A'B'C'D'$  với  $A'B' // C'D'$  thỏa mãn  $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ .

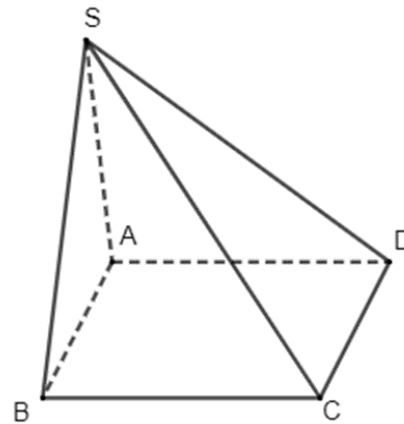
+ Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.

**Ví dụ 4:** (SGK – tr.99).

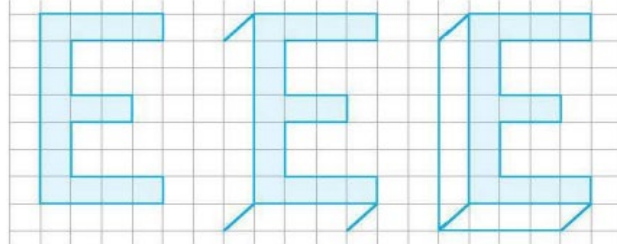
*Hướng dẫn giải* (SGK – tr.99).

**Luyện tập 4**

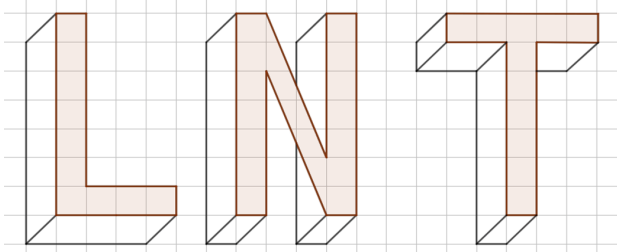
Hình chóp  $S.ABCD$  có các mặt bên là các hình tam giác nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình tam giác, đáy  $ABCD$  là hình bình hành nên hình biểu diễn của đáy  $ABCD$  cũng là một hình bình hành. Từ đó ta vẽ được hình biểu diễn của hình chóp  $S.ABCD$  như sau:



**Vận dụng 2**



Đáp án:



**Bài tập 4.30**

- GV vẽ hình minh họa cho HS **bài tập 4.30** và cho HS trả lời.

- GV yêu cầu HS xem lại Ví dụ 3 để làm tiền đề cho việc thực hiện **Bài tập 4.31**.  
 + GV yêu cầu HS lên bảng vẽ hình và giải.  
 + GV nhận xét và chốt đáp án.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:**

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

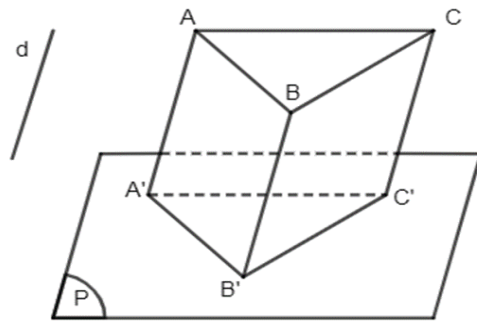
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày  
 - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Khái niệm hình biểu diễn của một hình trong không gian và cách vẽ hình để biểu diễn hình trong không gian.



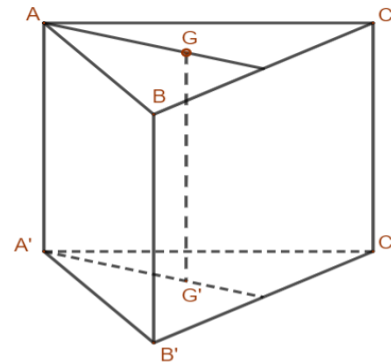
Giả sử  $\Delta A'B'C'$  là hình chiếu của  $\Delta ABC$  trên mặt phẳng  $(P)$  theo phương chiếu  $d$ .

$$\Rightarrow AA' // BB' // CC' // d.$$

Do vậy,  $\Delta ABC$  là hình chiếu của  $\Delta A'B'C'$  trên  $mp(ABC)$  theo phương  $d$ .

**Bài tập 4.31**

**Bài 4.31.**



Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$  và  $G'$  là hình chiếu song song của nó. Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  thì  $A, G, M$  thẳng hàng theo thứ tự đó. Gọi  $M'$  là hình chiếu của  $M$ . Khi đó, theo tính chất của phép chiếu song song ta có:

$$A', G', M' \text{ thẳng hàng theo thứ tự đó và } \frac{A'G'}{A'M'} =$$

$$\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$B', M', C' \text{ thẳng hàng theo thứ tự đó và } \frac{B'M'}{M'C'} =$$

$$\frac{BM}{MC} = 1 \quad (2)$$

Từ (1)(2) suy ra  $G'$  là trọng tâm của  $\Delta A'B'C'$ .

**C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**a) Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

**b) Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.29, 4.32 (SGK – tr.100), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

**c) Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về thực hiện giải thích và thực hiện phép biến đổi dựa vào tính chất của phép chiếu song song.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:

**Câu 1.** Qua phép chiếu song song, tính chất nào của hai đường thẳng không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau      B. Đồng qui      C. Song song      D. Thẳng hàng

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  ở trong  $mp(\alpha)$  và phương  $l$ . Biết hình chiếu (theo phương  $l$ ) của tam giác  $ABC$  lên  $mp(P)$  không song song  $(\alpha)$  là một đoạn thẳng nằm trên giao tuyến. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(\alpha) // (P)$       B.  $(\alpha) \equiv (P)$       C.  $(\alpha) // l$  hoặc  $(\alpha) \supset l$       D. Cả A, B, C đều sai

**Câu 3.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng:

- A. song song      B. trùng nhau  
C. song song hoặc trùng nhau      D. cắt nhau

**Câu 4.** Cho điểm  $M \notin (\alpha)$  và phương  $l$  không song song với  $(\alpha)$ . Hình chiếu của  $M$  lên  $(\alpha)$  qua phép chiếu song song theo phương  $l$  là:

- A. đường nối  $M$  với giao điểm của  $l$  với  $(\alpha)$       B. giao điểm của  $l$  với  $(\alpha)$   
C. hình chiếu vuông góc của  $M$  lên  $l$       D. điểm  $M$

**Câu 5.** Hình chiếu của một đường thẳng qua phép chiếu song song theo phương song song với đường thẳng đó trên mặt phẳng chiếu là:

- A. một đường thẳng      B. một điểm      C. một mặt phẳng      D. một đoạn thẳng

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện nhóm đôi làm bài Bài 4.29, 4.32. HS thực hiện cá nhân hoàn thành Bài 4.29, 4.32 (SGK – tr.100).

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:**

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:**

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

**Kết quả:**

**Kết quả trắc nghiệm**

1	2	3	4	5
A	C	C	D	B

**Bài 4.29.**

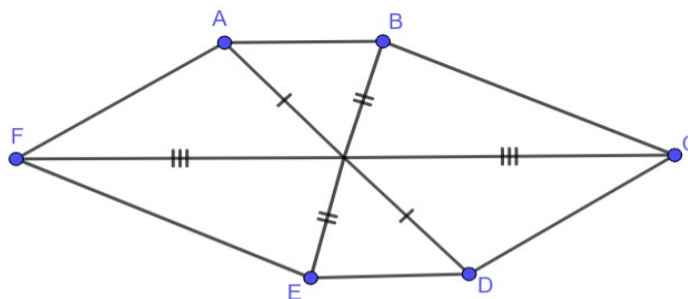
a) Mệnh đề a) là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề b) là mệnh đề sai vì phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

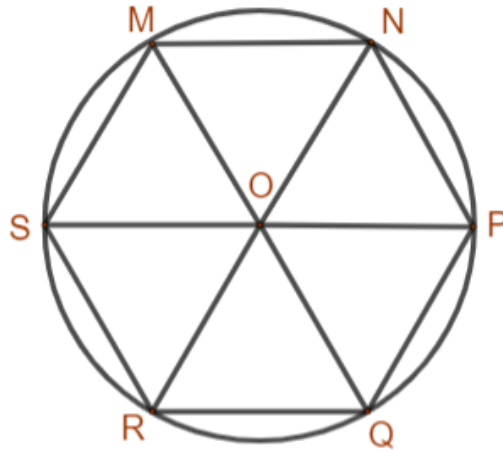
c) Mệnh đề c) là mệnh đề sai vì phép chiếu song song biến tam giác đều thành một tam giác bất kì.

d) Mệnh đề d) là mệnh đề đúng.

**Bài 4.32.**



+) Xét hình lục giác đều  $MNPQRS$  có tâm  $O$ .

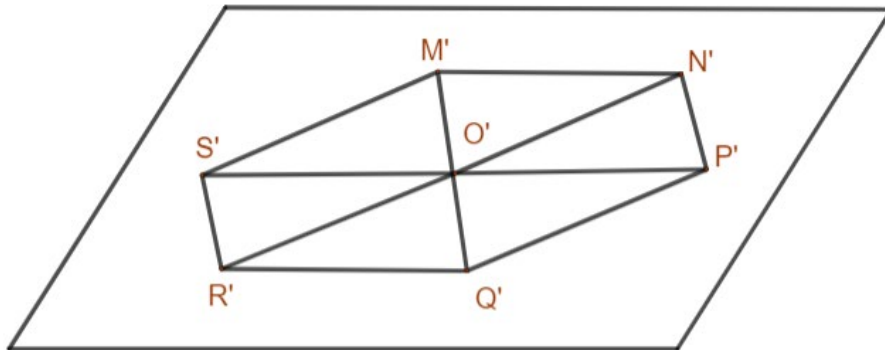


Ta nhận thấy:

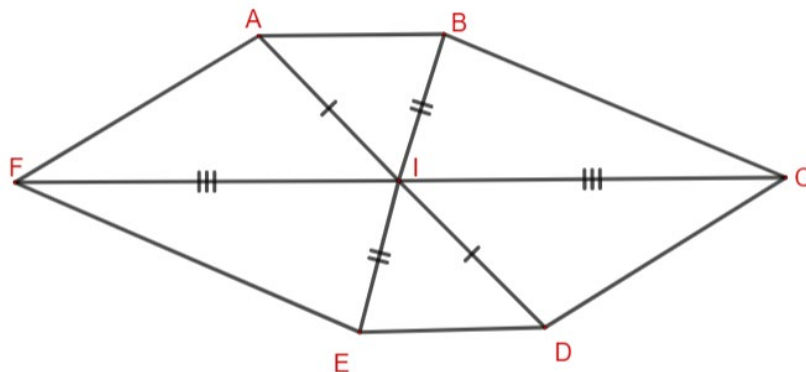
- Tứ giác  $OSMN$  là hình thoi;
- Các điểm  $P, Q, R$  lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm  $S, M, N$  qua tâm  $O$ .

Từ đó suy ra các vẽ hình biểu diễn của hình lục giác đều  $MNPQRS$  như sau:

- Vẽ hình bình hành  $O'S'M'N'$  biểu diễn cho hình thoi  $OSMN$ ;
- Lấy các điểm  $P', Q', R'$  lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm  $S', M', N'$  qua  $O'$ , ta được hình biểu diễn  $M'N'P'Q'R'S'$  của hình lục giác đều  $MNPQRS$ .



+) Gọi  $I$  là giao điểm các đường chéo  $AD, BE$  và  $CF$  trong hình lục giác  $ABCDEF$  ở Hình 4.65.



Khi đó nếu  $ABCDEF$  là hình biểu diễn của hình lục giác đều thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Tứ giác  $IFAB$  là hình bình hành (1);
- $D, E, F$  lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm  $A, B, C$  qua  $I$  (2).

Từ hình vẽ ta thấy điều kiện (2) thỏa mãn những điều kiện (1) không thỏa mãn. Vậy Hình 4.65 không thể là hình biểu diễn của một hình lục giác đều.



## D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 4.33, 4.34 (SGK – tr.100).

**c) Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được phép chiếu song song các bài toán thực tế.

### d) Tổ chức thực hiện:

#### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4.33, 4.34 (SGK – tr.100).

#### Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

#### Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

#### Bước 4: Kết luận, nhận định

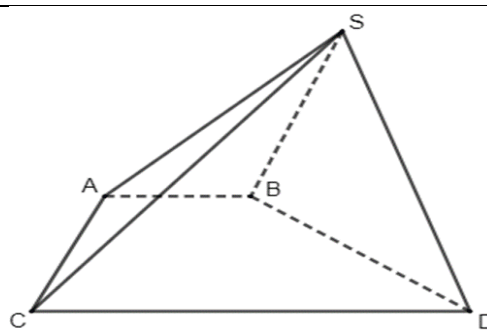
- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

### Gợi ý đáp án:

#### Bài 4.33.

Vì  $AB = 2\text{ cm}$ ,  $CD = 6\text{ cm}$  nên  $CD = 3AB$ .

Hình chóp  $S.ABCD$  có các mặt bên là hình tam giác nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình tam giác, đáy  $ABCD$  là hình thang có hai đáy  $AB, CD$  (do  $AB // CD$ ) và  $CD = 3AB$  nên hình biểu diễn của  $ABCD$  là một hình thang có độ dài một đáy gấp ba lần độ dài của đáy còn lại. Từ đó, ta vẽ được hình biểu diễn của hình chóp  $S.ABCD$  như hình bên



#### Bài 4.34.

$AB$  và  $CD$  là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời. Khi đó  $AB$  và  $CD$  là hình chiếu song song của hai thanh chắn của một chiếc thang lên tường (do mặt trời chiếu xuống tường các tia sáng song song). Mà hai thanh chắn của một chiếc thang thì song song với nhau, do đó theo tính chất của phép chiếu song song ta suy ra  $AB$  song song với  $CD$ .



### \* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "Bài tập cuối chương IV".

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức:

- Nhận biết vị trí giữa 2 đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, hai mặt phẳng.
- Chứng minh quan hệ song song giữa: 2 đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, hai mặt phẳng.
- Tìm được giao tuyến của 2 mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

##### 2. Về năng lực:

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Phần mềm để vẽ hình.
- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm

##### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng tìm lời giải đúng các bài tập.
- Tưởng tượng các hình ảnh không gian 3 chiều

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### III. Tiến trình dạy học

##### A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

###### a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS thực hiện làm và trả lời nhanh phần bài tập trắc nghiệm theo sự hướng dẫn của GV.

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

###### d) Tổ chức thực hiện:

##### Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – tr.40 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó. Câu hỏi từ 4.35 đến 4.40.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Để giúp các em tổng kết lại các kiến thức một cách cô đọng nhất và vận dụng được kiến thức một cách linh hoạt trong các bài toán chúng ta cùng đi tìm hiểu nội dung của bài học ngày hôm nay.”

**Đáp án:** 4.35. C      4.36.B.      4.37.D.      4.38.A.      4.39.B.      4.40.D.

## B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### 1. Hoạt động 1. Nhắc lại một số kiến thức trọng tâm

a) Mục tiêu: Giúp học sinh tổng hợp lại những kiến thức cơ bản nhất, trọng tâm nhất của chương IV, từ đó hướng các em ghi nhớ và biết cách vận dụng các kiến thức đó để giải quyết các lớp bài tập cuối chương.

b) Nội dung: **Hãy trả lời các câu hỏi sau**

**Câu 1:** Cách chứng minh 2 đường thẳng song song? đường thẳng song song với mặt phẳng?

**Câu 2:** Cách tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng? tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV thực hiện chia HS thành nhóm đôi theo bàn và yêu cầu mỗi nhóm suy nghĩ trả lời 2 câu hỏi của GV</li> </ul> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.</li> <li>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b> GV tổng quát lại kiến thức trọng tâm trong chương IV.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dạng toán tìm giao điểm, giao tuyến</li> <li>- Dạng toán chứng minh quan hệ song song</li> </ul>	<p><b>*) Cách chứng minh 2 đường thẳng song song</b></p> <p>+) Sử dụng các cách đã biết trong hình học phẳng như: Tính chất đường trung bình trong tam giác, định lý ta lét đảo, ...</p> $\left. \begin{array}{l} a \parallel c \\ b \parallel c \\ a \neq b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$ <p><b>*) Cách chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng</b></p> $\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ \text{Chứng minh: } b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel (P)$ <p><b>*) Cách tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng</b></p> <p>+) Tìm 2 điểm chung A và B</p> <p>+) Khi đó giao tuyến là đường thẳng AB</p>

### 2. Hoạt động 2. Hướng dẫn luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.41, 4.42, 4.43 (SGK – tr.103)

c) Sản phẩm: Lời giải câu 4.41; 4.42 và 4.43

**d) Tổ chức thực hiện:**

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b> GV đề nghị hs làm việc theo nhóm đôi: trình bày lời giải từng phần và lời giải chi tiết.</p> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS suy nghĩ làm bài.</li> <li>- Thảo luận theo nhóm đôi</li> <li>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nhận xét, đánh giá</li> <li>- Chỉnh sửa và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>	<p>*) Lời giải câu 4.41</p> <p>*) Lời giải câu 4.42</p> <p>*) Lời giải câu 4.44</p>

**Câu 4.41.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang,  $AB \parallel CD$  và  $AB < CD$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng sau:

- a)  $(SAD)$  và  $(SBC)$
- b)  $(SAB)$  và  $(SCD)$
- c)  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

**Lời giải:**

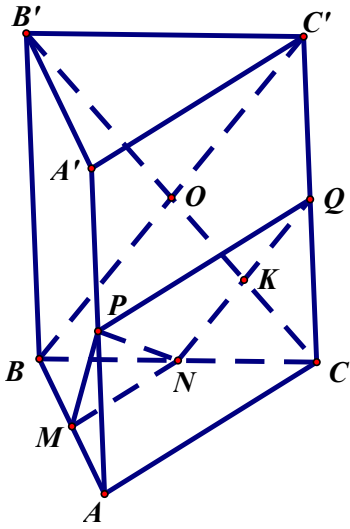
<p>a) Trong mp(ABCD): Gọi F là giao điểm của AD và BC</p> <p>Suy ra <math>\begin{cases} F \in AD \subset (SAD) \\ F \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAD) \cap (SBC)</math></p> <p>Mà <math>S \in (SAD) \cap (SBC)</math>. Vậy <math>(SAD) \cap (SBC) = SF</math></p> <p>b)</p> <p>Ta có <math>\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d</math></p> <p>(Trong đó d là đường thẳng qua S và song song với AB)</p> <p>c) <math>(SBD) \cap (SAC) = SE</math></p> <p>(Trong đó E là giao điểm của BD và AC).</p>	
--	--

**Câu 4.42.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, A'A$ .

a) Xác định giao điểm của mặt phẳng  $(MNP)$  với đường thẳng  $B'C$ .

b) Gọi  $K$  là giao điểm của mặt phẳng  $(MNP)$  với đường thẳng  $B'C$ . Tính tỷ số  $\frac{KB'}{KC}$ .

**Lời giải:**

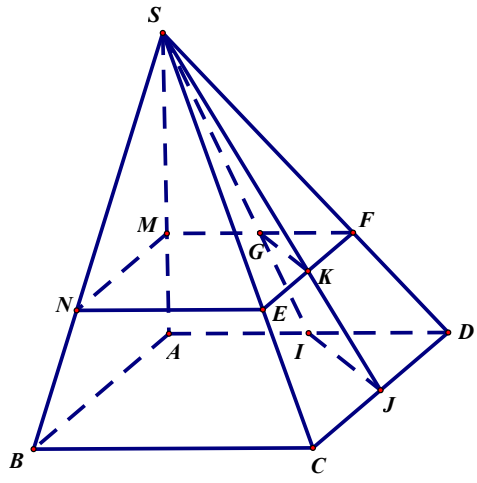
<p>a) Ta có</p> $\left\{ \begin{array}{l} P \in (MNP) \cap (ACC'A') \\ MN \subset (MNP) \\ AC \subset (ACC'A') \\ MN \parallel AC \end{array} \right. \Rightarrow (MNP) \cap (ACC'A') = PQ$ <p>(Trong đó <math>Q \in CC', PQ \parallel AC</math>).</p> <p>Trong mặt phẳng <math>(BCC'B')</math>:</p> <p>Gọi <math>K</math> là giao điểm của <math>NQ</math> và <math>B'C \Rightarrow K = B'C \cap (MNP)</math>.</p> <p>b) Tính tỷ số <math>\frac{KB'}{KC}</math>.</p> <p>Gọi <math>O</math> là giao điểm của <math>BC'</math> và <math>B'C</math></p> <p>Ta có <math>NQ</math> là đường trung bình của tam giác <math>BCC'</math></p> <p>Suy ra <math>\frac{KC}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{KC}{B'C} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{KB'}{KC} = 3</math>.</p>	
---	--

**Câu 4.44.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $SAD, SCD$ .

a) Chứng minh rằng  $GK \parallel (ABCD)$ .

b) Mặt phẳng chứa đường thẳng  $GK$  và song song với mặt phẳng  $(ABCD)$  cắt các cạnh  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $M, N, E, F$ . Chứng minh rằng tứ giác  $MNEF$  là hình bình hành.

**Lời giải:**

<p>a) Gọi <math>I, J</math> lần lượt là trung điểm của <math>AD, CD</math></p> <p>Ta có <math>\frac{SG}{GI} = \frac{SK}{KJ} = 2</math> (Tính chất trọng tâm)</p> <p><math>\Rightarrow GK \parallel IJ</math></p> <p>Mà <math>IJ \subset (ABCD) \Rightarrow GK \parallel (ABCD)</math>.</p> <p>b) Gọi <math>(P)</math> là mặt phẳng chứa <math>GK</math> và song song với mặt phẳng <math>(ABCD)</math></p> $\left. \begin{array}{l} K \in (P) \cap (SCD) \\ CD \subset (SCD) \\ CD \parallel (P) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \cap (SCD) = EF$ <p><math>((EF \parallel CD, E \in SC; F \in SD))</math></p>	
--	--

<p>Tương tự ta chứng minh được</p> $(P) \cap (SAD) = MF; (P) \cap (SAB) = MN;$ $(P) \cap (SBC) = NE.$ <p>Ta có</p> $EF \parallel CD; MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD$ $MF \parallel AD; NE \parallel BC \Rightarrow MF \parallel NE$ <p>Vậy MNEF là hình bình hành</p>	
--	--

### C. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG, TỰ LUYỆN

#### a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

**b) Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 4.43; 4.45; 4.46 (SGK – tr.103).

**c) Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được các kiến thức về hình học không gian để giải các bài tập 4.43; 4.45; 4.46.

#### d) Tổ chức thực hiện:

#### d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
<p><b>Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4.43; 4.45; 4.46 (SGK – tr.103).</li> </ul> <p><b>Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- HS ghi nhớ, thực hiện nhiệm vụ</li> <li>- GV hướng dẫn.</li> </ul> <p><b>Bước 3: Báo cáo, thảo luận:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.</li> </ul> <p><b>Bước 4: Kết luận, nhận định:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nhận xét, đánh giá</li> <li>- Chỉnh sửa và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>	<p>*) Lời giải câu 4.43</p> <p>*) Lời giải câu 4.45</p> <p>*) Lời giải câu 4.46</p>

**Câu 4.43.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Trên cạnh  $SC$  và  $AB$  lần lượt lấy điểm  $M, N$  sao cho  $CM = 2SM; BN = 2AN$ .

a) Xác định giao điểm  $K$  của mặt phẳng  $(ABM)$  với đường thẳng  $SD$ . Tính tỷ số  $\frac{SK}{SD}$ .

b) Chứng minh rằng  $MN \parallel (SAD)$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} K \in (ABM) \cap (SCD) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \subset (MAB) \\ CD \parallel AB \end{array} \right\} \Rightarrow (MAB) \cap (SCD) = MK$$

$$((MK \parallel CD, K \in SD))$$

Suy ra  $K = SD \cap (MAB)$ .

Áp dụng định lý talet trong tam giác SCD, có

$$\frac{SK}{SD} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}$$

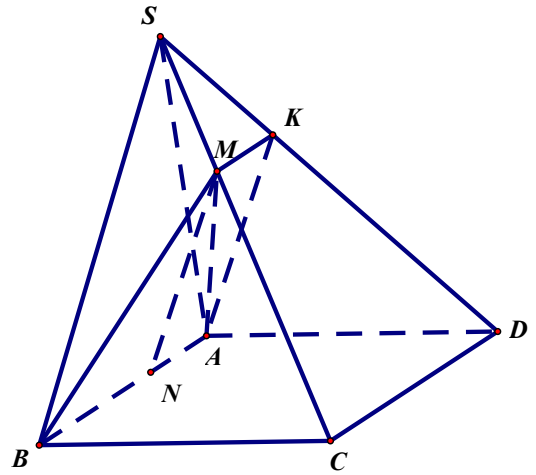
b) Ta có

$$AN \parallel = \frac{1}{3} CD; MK \parallel = \frac{1}{3} CD \Rightarrow MK \parallel = AN$$

Suy ra MKAN là hình bình hành

$$\Rightarrow MN \parallel AK$$

Mà  $AK \subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD)$



**Câu 4.45.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AD, A'B'$ .

Chứng minh rằng

a)  $BD \parallel B'D', (A'BD) \parallel (CB'D')$  và  $MN \parallel (BDD'B')$ .

b) Đường thẳng  $AC'$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $A'BD$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BB' = DD' \\ BB' \parallel DD' \end{array} \right\} \Rightarrow BDD'B' \text{ là hình bình hành}$$

Suy ra  $BD \parallel B'D'$ .

$$* \text{ Ta có: } \left. \begin{array}{l} CB' \parallel A'D \\ BB' \parallel DD' \end{array} \right\} \Rightarrow (CD'B') \parallel (A'DB)$$

\* Ta có tứ giác  $OMNB'$  là hình bình hành

Suy ra  $MN \parallel OB'$ .

Mà  $OB' \subset (BDD'B') \Rightarrow MN \parallel (BDD'B')$

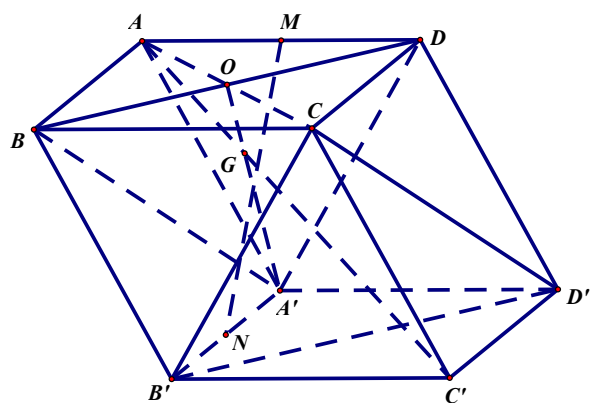
b) Gọi  $O$  là tâm của h.b.h ABCD

Gọi  $G$  là giao điểm của  $AC'$  và  $A'O$

Suy ra  $G$  là trọng tâm tam giác  $ACA'$

$$\Rightarrow A'O = 3OG \Rightarrow G \text{ là trọng tâm tam giác } A'BD$$

Vậy Đường thẳng  $AC'$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $A'BD$ .



- Câu 4.46.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = 3AM$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  song song với hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .
- a) Xác định giao điểm  $K$  của mặt phẳng  $(P)$  với đường thẳng  $CD$ .
- b) Tính tỷ số  $\frac{KC}{CD}$ .

**Lời giải:**

a) Trong mặt phẳng  $(ABC)$  qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $AC$  tại  $N$

Trong mặt phẳng  $(ACD)$  qua  $N$  kẻ đường thẳng song song với  $AD$  cắt  $CD$  tại  $K$

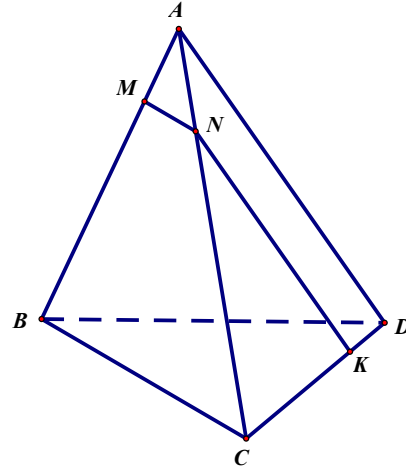
Suy ra  $K = CD \cap (P)$ .

b) Áp dụng định lý talet trong tam giác  $ABC$ , có

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{4}$$

Áp dụng định lý talet trong tam giác  $ACD$ , có

$$\frac{AN}{AC} = \frac{DK}{DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{CK}{DC} = \frac{3}{4}$$



#### D. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Giới hạn của dãy số**".



Trường .....  
Tổ .....

Họ và tên giáo viên: .....

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: 01 tiết

**I. MỤC TIÊU**

**1. Về kiến thức**

HS củng cố lại và nắm chắc được các kiến thức, sử dụng linh hoạt các định nghĩa, tính chất vào các bài tập của:

- + Các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.
- + Khái niệm và tính chất của hai đường thẳng song song trong không gian.
- + Khái niệm và tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song trong không gian.
- + Khái niệm và tính chất của hai mặt phẳng song song trong không gian.
- + Phép chiếu song song và biểu diễn các hình trong không gian.

**2. Năng lực**

- Tư duy và lập luận toán học: HS sẽ cần sử dụng tư duy và lập luận toán học để hiểu, chứng minh và áp dụng các quy tắc về quan hệ song song trong không gian.

- Giao tiếp toán học: Kỹ năng giao tiếp toán học là khả năng diễn đạt ý tưởng, biểu đạt quy luật và rõ ràng trình bày các bước giải quyết vấn đề toán học. HS sẽ có cơ hội giao tiếp toán học thông qua việc trao đổi ý kiến, thảo luận với giáo viên và đồng học về các khái niệm và vấn đề liên quan đến quan hệ song song trong không gian.

- Mô hình hóa toán học: HS sẽ được thực hành mô hình hóa toán học bằng cách áp dụng các quy tắc và khái niệm về quan hệ song song trong không gian để giải quyết các bài toán thực tế.

- Giải quyết vấn đề toán học: HS sẽ có cơ hội giải quyết các bài toán liên quan đến quan hệ song song trong không gian bằng cách áp dụng kiến thức đã học và các kỹ năng giải quyết vấn đề toán học.

**3. Phẩm chất**

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.

- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

**II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

1. GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

**III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC**

**1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG**

a) **Mục tiêu:** Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) **Nội dung:** HS thực hiện làm và trả lời nhanh phần bài tập trắc nghiệm theo sự hướng dẫn của GV.

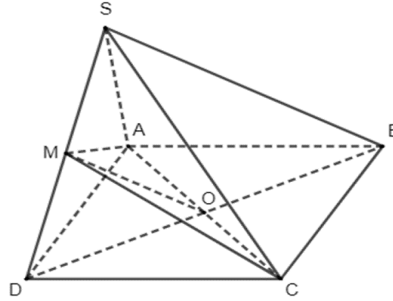
c) **Sản phẩm:** HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – tr.40 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó. + Câu hỏi <b>4.35 đến 4.40.</b>
<b>Thực hiện</b>	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu. <b>Đáp án mong muốn:</b>

**4.35. C**

Theo lý thuyết ta có: Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Nếu mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $a$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến  $b$  thì  $b$  song song với  $a$ .

**4.36. B**

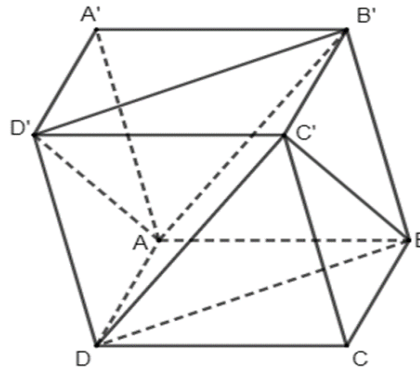
Hình bình hành  $ABCD$  có  $AC \cap BD = O$

Xét  $\Delta SBD$  có  $M, O$  là trung điểm của  $SD, BD \Rightarrow MO$  là đường trung bình của  $\Delta SBD \Rightarrow MO // SB$

$O \in AC \Rightarrow O \in mp(ACM); M \in mp(ACM) \Rightarrow mp(ACM) \supset OM$ .

$\Rightarrow SB // OM; OM \subset mp(ACM)$

Vậy  $SB // mp(ACM)$

**4.37. D**

Vì  $ABCD, A'B'C'D'$  là hình hộp  $\Rightarrow AA' // BB' // CC' // DD'$

Tứ giác  $BDD'B'$  có  $DD' // BB'$  và  $DD' = BB'$  nên  $BDD'B'$  là hình bình hành  $\Rightarrow B'D' // BD \Rightarrow B'D' // mp(BDC')$ .

Vì  $A'B'C'D'$  là hình bình hành nên  $A'B' // C'D'$  và  $A'B' = C'D'$ .

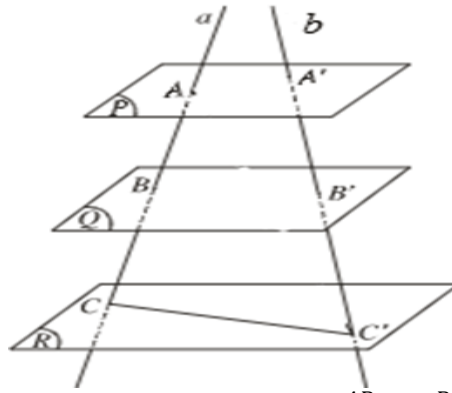
Vì  $ABB'A'$  là hình bình hành nên  $A'B' // AB$  và  $A'B' = AB$ .

Do đó,  $AB // C'D'$  và  $AB = C'D'$ , suy ra tứ giác  $ABC'D'$  là hình bình hành nên  $BC' // AD'$ . Do vậy  $AD' // mp(BDC')$ .

$mp(AB'D')$  có  $B'D' \cap AD'; B'D' // mp(BDC); AD' // mp(BDC')$

$\Rightarrow mp(AB'D') // mp(BDC')$ .

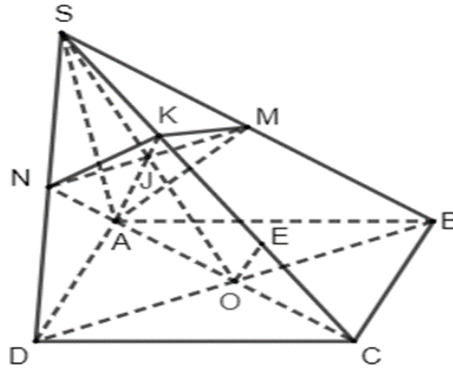
**4.38. A**



Theo định lí Thalès trong không gian, ta có:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$

Suy ra  $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$

**4.39. B**



$AC \cap BD = O$

$mp(SBD)$  có:  $SO \cap MN = J$

$mp(SAC)$  có:  $AJ \cap SC = K$

Vì  $J \in MN \Rightarrow J \in mp(AMN) \Rightarrow K \in AJ \Rightarrow K \in mp(AMN)$

Do đó  $SC \cap mp(AMN) = K$ .

$\Delta SBD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD \Rightarrow MN$  là đường trung bình  $\Delta SBD \Rightarrow MN // BD$  hay  $NJ // DO$

Xét  $\Delta SDO$ :  $NJ // DO$ ;  $N$  là trung điểm  $SD \Rightarrow J$  là trung điểm  $SO$

Trong  $mp(SAC)$ : Kẻ  $OE // AK$ , ( $E \in SC$ )

Xét  $\Delta SOE$ :  $JK // OE \Rightarrow \frac{SK}{SE} = \frac{SJ}{SO} = \frac{1}{2}$  (định lí Thalès)

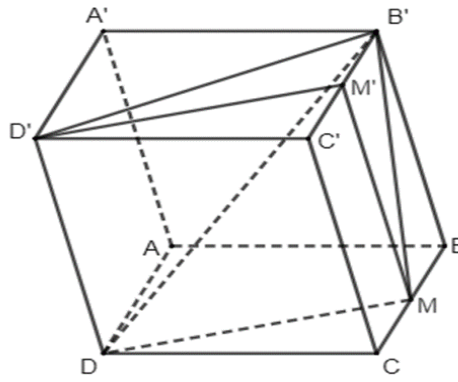
Do đó,  $K$  là trung điểm của  $SE$

Xét tam giác  $CAK$  có  $OE // AK$ , theo định lí Thalès ta có:  $\frac{CE}{CK} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{2}$

Do đó,  $E$  là trung điểm của  $CK$ .

Vậy  $SK = KE = CE$ , suy ra  $\frac{SK}{SC} = \frac{1}{3}$

**4.40. D**

	 <p>Ta có <math>B'</math> là hình chiếu song song của chính nó lên mặt phẳng <math>(A'B'C'D')</math> theo phương chiếu <math>AA'</math> (1).  Vì <math>ABCD, A'B'C'D'</math> là hình hộp <math>\Rightarrow AA' // BB' // CC' // DD'</math>.  Vì <math>DD' // AA'</math> nên <math>D'</math> là hình chiếu song song của <math>D</math> lên mặt phẳng <math>(A'B'C'D')</math> theo phương chiếu <math>AA'</math> (2).  Xét hình bình hành <math>BCC'B'</math> có <math>M, M'</math> lần lượt là trung điểm của các cạnh <math>BC, B'C' \Rightarrow MM'</math> là đường trung bình của hình bình hành nên <math>MM' // CC' \Rightarrow MM' // AA'</math>. Vậy <math>M'</math> là hình chiếu song song của điểm <math>M</math> lên mặt phẳng <math>(A'B'C'D')</math> theo phương chiếu <math>AA'</math> (3).  Từ (1), (2) và (3) suy ra <math>\Delta B'D'M'</math> là hình chiếu của <math>\Delta B'DM</math> qua phép chiếu song song trên <math>(A'B'C'D')</math> theo phương chiếu <math>AA'</math>.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Để giúp các em tổng kết lại các kiến thức một cách cô đọng nhất và vận dụng được kiến thức một cách linh hoạt trong các bài toán chúng ta cùng đi tìm hiểu nội dung của bài học ngày hôm nay.” Bài mới: <b>Bài tập cuối chương IV.</b>

## 2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### a) Mục tiêu: HS ôn tập lại

- + Các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.
- + Khái niệm và tính chất của hai đường thẳng song song trong không gian.
- + Khái niệm và tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song trong không gian.
- + Khái niệm và tính chất của hai mặt phẳng song song trong không gian.
- + Phép chiếu song song và biểu diễn các hình trong không gian.

### b) Nội dung: HS hệ thống hóa kiến thức trong chương IV theo yêu cầu, dẫn dắt của GV.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học ôn tập chương IV, câu trả lời của HS cho các bài tập trong SGK.

### d) Tổ chức thực hiện:

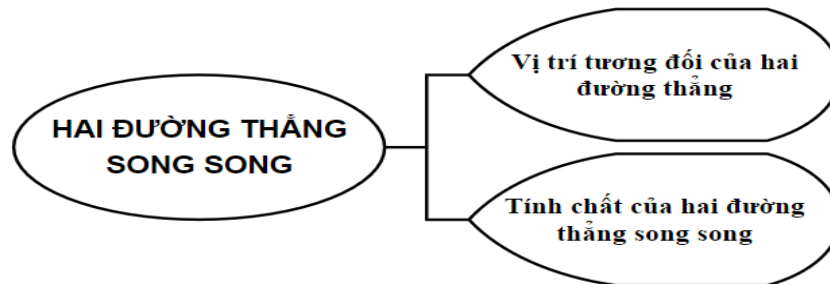
<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV thực hiện chia HS thành 5 nhóm và yêu cầu mỗi nhóm hệ thống lại kiến thức của một bài trong chương IV.</li> <li>+ Mỗi Nhóm sau khi thực hiện cần cử một đại diện lên bảng trình bày về kiến thức của nhóm mình.</li> <li>+ Các nhóm khác lắng nghe và cho ý kiến nhận xét.</li> <li>- GV chia như sau: <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Nhóm 1: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.</li> <li>+ Nhóm 2: Hai đường thẳng song song.</li> <li>+ Nhóm 3: Đường thẳng và mặt phẳng song song.</li> </ul> </li> </ul>
--------------------	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Nhóm 4: Hai mặt phẳng song song.</li> <li>+ NHóm 5: Phép chiếu song song.</li> <li>- Các nhóm có thể dùng sơ đồ cây để hệ thống hóa kiến thức.</li> <li>- GV quan sát, nhận xét bài làm của HS.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.</li> <li>- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày</li> <li>- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm trong chương IV.</li> <li>- Các sơ đồ tổng quát mục tiêu đề của các nhóm được gợi ý trong phần ghi chú bên dưới.</li> <li>- Các nhóm có thể sử dụng để tham khảo.</li> </ul>

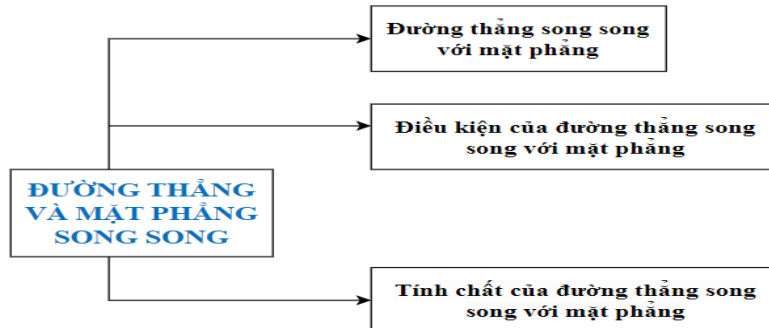
**Ghi chú  
Nhóm 1.**



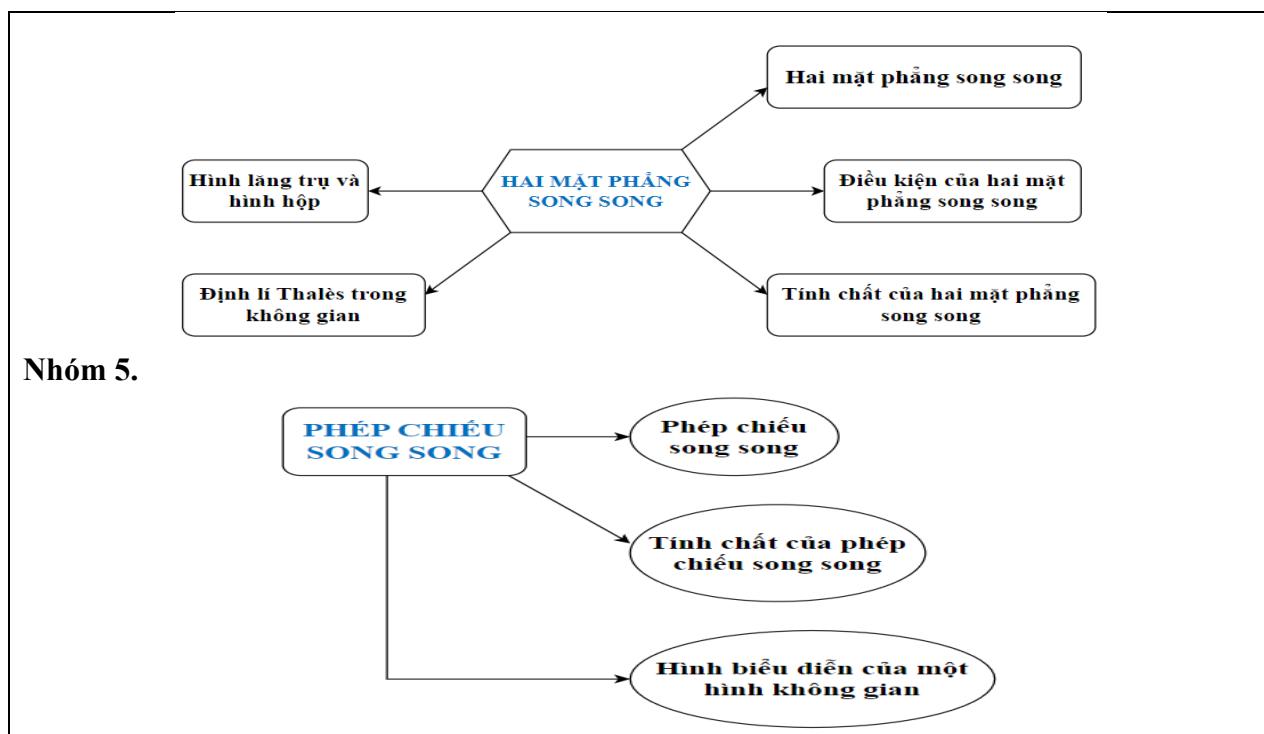
**Nhóm 2.**



**Nhóm 3.**



**Nhóm 4.**



Nhóm 5.

### 3. HOẠT ĐỘNG 3: HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.41, 4.42, 4.43 (SGK – tr.103), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về các bài tập 4.41 đến 4.43.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<p>- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:</p> <p><b>Câu 1.</b> Cho tứ diện <math>ABCD</math>. Gọi <math>E</math> và <math>F</math> lần lượt là trung điểm của <math>AB</math> và <math>CD</math>; <math>G</math> là trọng tâm tam giác <math>BCD</math>. Giao điểm của đường thẳng <math>EG</math> và mặt phẳng <math>(ACD)</math> là</p> <p>A. điểm <math>F</math>          B. giao điểm của đường thẳng <math>EG</math> và <math>AF</math>          C. giao điểm của đường thẳng <math>EG</math> và <math>AC</math>          D. giao điểm của đường thẳng <math>EG</math> và <math>CD</math></p> <p><b>Câu 2.</b> Cho tứ diện <math>ABCD</math>. Gọi <math>M, N</math> lần lượt là trung điểm của <math>AB</math> và <math>CD</math>. Mặt phẳng <math>(\alpha)</math> qua <math>MN</math> cắt <math>AD, BC</math> lần lượt tại <math>P</math> và <math>Q</math>. Biết <math>MP</math> cắt <math>NQ</math> tại <math>I</math>. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?</p> <p>A. <math>I, A, C</math>.      B. <math>I, B, D</math>.      C. <math>I, A, B</math>.      D. <math>I, C, D</math>.</p> <p><b>Câu 3.</b> Cho hình bình hành <math>ABCD</math> và một điểm <math>S</math> không nằm trong mặt phẳng <math>(ABCD)</math>. Giao tuyến của hai mặt phẳng <math>(SAB)</math> và <math>(SCD)</math> là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?</p> <p>A. <math>AB</math>.      B. <math>AC</math>.      C. <math>BC</math>.      D. <math>SA</math>.</p> <p><b>Câu 4.</b> Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là một tứ giác lồi. Gọi <math>M, N, E, F</math> lần lượt là trung điểm của các cạnh bên <math>SA, SB, SC</math> và <math>SD</math>. Khẳng định nào sau đây là đúng?</p> <p>A. <math>ME, NF, SO</math> đôi một song song (<math>O</math> là giao điểm của <math>AC</math> và <math>BD</math>).          B. <math>ME, NF, SO</math> không đồng quy (<math>O</math> là giao điểm của <math>AC</math> và <math>BD</math>).          C. <math>ME, NF, SO</math> đồng quy (<math>O</math> là giao điểm của <math>AC</math> và <math>BD</math>).</p>
--------------------	---

**D.**  $ME, NF, SO$  đôi một chéo nhau ( $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ )

**Câu 5.** Trong không gian có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng?  
**A.** 1.                    **B.** 2.                    **C.** 3.                    **D.** 4.

**Câu 6.** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$  ?  
**A.** 0                    **B.** 1                    **C.** 2                    **D.** Vô số.

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.  
**A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
**B.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.  
**C.** Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.  
**D.** Cho mặt phẳng ( $P$ ) và ba điểm không thẳng hàng  $A, B, C$  nằm ngoài ( $P$ ) lúc đó, nếu 3 đường thẳng  $AB, BC, CA$  đều cắt mặt phẳng ( $P$ ) thì ba giao điểm đó thẳng hàng.

**Câu 8.** Khẳng định nào sau đây là sai?  
**A.** Phép chiếu song song biến trung điểm của đoạn thẳng thành trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.  
**B.** Phép chiếu song song biến trọng tâm tam giác thành trọng tâm tam giác hình chiếu.  
**C.** Phép chiếu song song biến tâm của hình bình hành thành tâm của hình bình hành.  
**D.** Phép chiếu song song có thể biến trọng tâm tam giác thành một điểm không phải là trọng tâm tam giác hình chiếu.

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện nhóm đôi làm bài Bài 4.41, 4.42, 4.43. HS thực hiện cá nhân hoàn thành Bài 4.41, 4.42, 4.43 (SGK – tr.103).

- HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.  
 - GV quan sát và hỗ trợ.

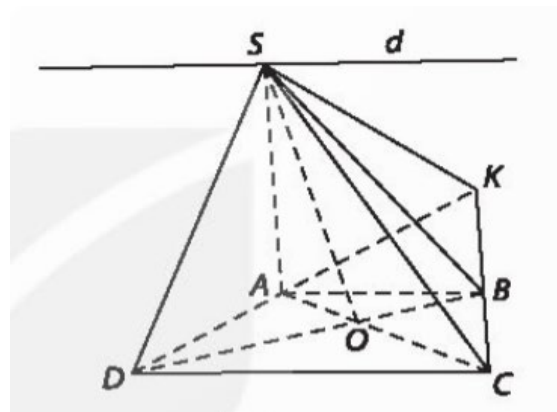
**Kết quả mong đợi:**

**Kết quả trắc nghiệm**

1	2	3	4	5	6	7	8
B	B	A	C	C	B	B	D

**Bài 4.41.**

*Thực hiện*



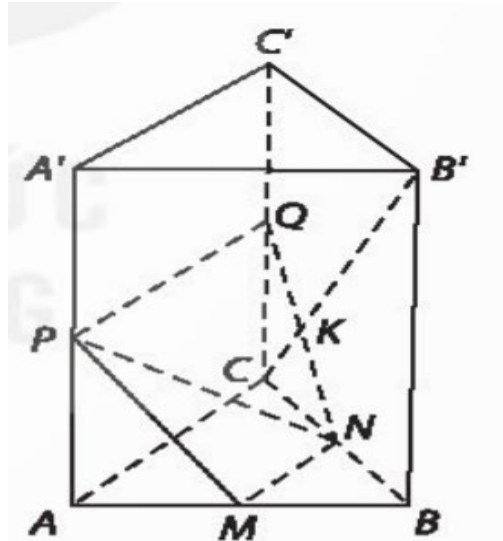
Gọi  $AD \cap BC = K$

a) Ta có:  $(SAD) \cap (SBC) = SK$

b)  $(SAB) \cap (SAC) = d$ , ở đó  $d$  là đường thẳng đi qua  $S$  và song song với  $AB$ .

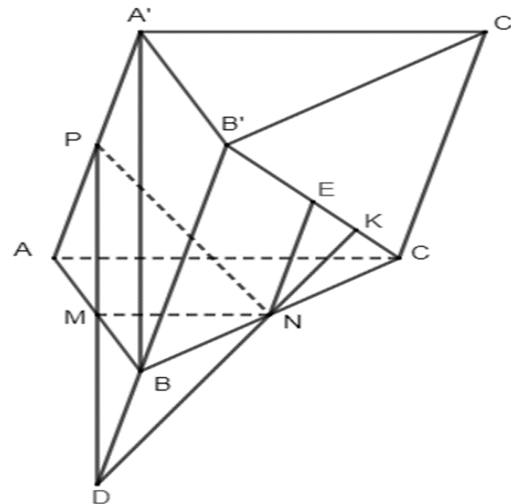
c)  $(SAC) \cap (SBD) = SO$

**Bài 4.42.**



a) Gọi  $Q$  là trung điểm của  $CC'$ ,  $K$  là giao điểm của  $QN$  và  $B'C \Rightarrow K = B'C \cap mp(MNP)$

b)



Xét tam giác  $A'AB$  có  $P, M$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AA', AB$  nên  $PM$  là đường trung bình của tam giác  $A'AB$ , suy ra  $PM // A'B$  hay  $PD // A'B$ .

Lại có  $A'P // BD$  (vì  $AA' // BB'$  do nó là các cạnh bên của hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ ).

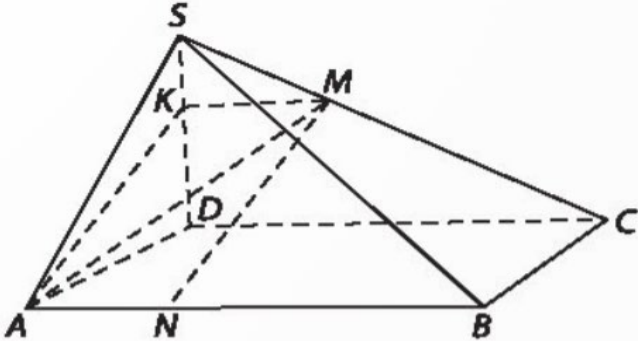
Do đó, tứ giác  $A'PDB$  là hình bình hành. Suy ra  $A'P = BD$ .

Mà  $P$  là trung điểm của  $AA'$  nên  $A'P = \frac{1}{2}AA'$  suy ra  $BD = \frac{1}{2}AA'$ .

Lại có  $AA' = BB'$  (do  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ tam giác).

Từ đó suy ra:  $BD = \frac{1}{2}BB'$  (1)  $\Rightarrow \frac{BD}{B'D} = \frac{1}{3}$  (2).



	<p>Gọi <math>E</math> là trung điểm của <math>B'C</math>. Vì <math>N</math> là trung điểm của <math>BC</math>, do đó <math>EN</math> là đường trung bình của tam giác <math>BB'C</math>, suy ra <math>EN // BB'</math> và <math>EN = \frac{1}{2}BB'</math> (3)</p> <p>Từ (1) và (3) suy ra <math>EN = BD</math> (4).</p> <p>Từ (2) và (4) suy ra <math>\frac{EN}{B'D} = \frac{1}{3}</math>.</p> <p>Xét tam giác <math>KDB'</math> có <math>EN // B'D</math> (vì <math>EN // BB'</math>), theo định lí Thalès ta có: <math>\frac{KE}{KB'} = \frac{EN}{B'D} = \frac{1}{3}</math>; Suy ra <math>KE = \frac{1}{3}KB' \rightarrow KE = \frac{1}{2}EB'</math></p> <p>Mà <math>EB' = EC</math> (do <math>E</math> là trung điểm của <math>B'C</math>).</p> <p>Do đó, <math>KE = \frac{1}{2}EC</math>. Suy ra <math>K</math> là trung điểm của <math>EC</math>. Khi đó <math>KC = \frac{1}{2}EC</math>.</p> <p>Mà <math>EC = \frac{1}{2}B'C</math>. Suy ra <math>KC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}B'C = \frac{1}{4}B'C</math>.</p> <p>Từ đó suy ra <math>KC = \frac{1}{3}KB'</math></p> <p>Vậy <math>\frac{KB'}{KC} = 3</math></p> <p><b>Bài 4.43.</b></p>  <p>a) <math>KM // CD</math> với <math>K \in SD \Rightarrow K = SD \cap (ABM)</math>; <math>\frac{SK}{SD} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}</math></p> <p>b) Vì <math>KM // AN</math>; <math>KM = AN \Rightarrow AKMN</math> là hình bình hành  <math>\Rightarrow MN // AK</math> mà <math>AK \subset (SAD) \Rightarrow MN // (SAD)</math></p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.</p> <p>- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.</p>

#### 4. HOẠT ĐỘNG 4: HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

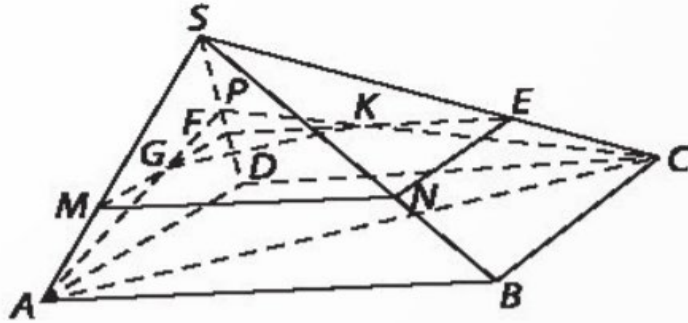
a) **Mục tiêu:** Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) **Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 4.44; 4.45; 4.46 (SGK – tr.103).

c) **Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được các kiến thức về hình học không gian để giải các bài tập 4.44 đến 4.46.

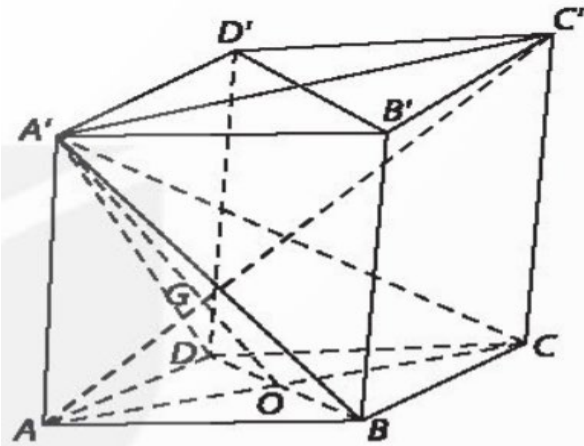
d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4.44; 4.45; 4.46 (SGK – tr.103).
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.</p> <p><b>Gợi ý đáp án:</b></p> <p><b>Bài 4.44.</b></p>



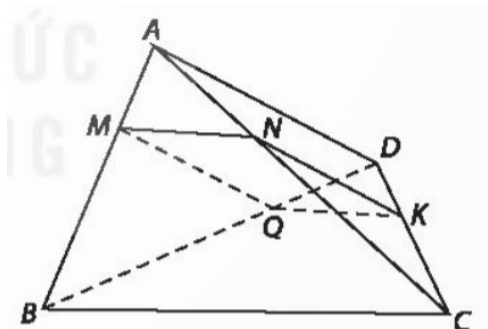
- a)  $AG; CK$  cùng đi qua trung điểm  $P$  của  $SD$ .  
 Trong  $\triangle ACP$  có  $GK // AC$  mà  $AC \subset (ABCD) \Rightarrow GK // (ABCD)$   
 b)  $MN // AB, EF // CD, AB // CD \Rightarrow MN // EF$   
 Tương tự  $MF // NE$   
 $\Rightarrow NMEF$  là hình bình hành.

**Bài 4.45.**



- a) Vì  $BB'D'D$  là hình bình hành  $BD // B'D'$   
 $BD // B'D' \Rightarrow BD // (CB'D'), A'B // CD' \Rightarrow A'B // (CB'D')$   
 $\Rightarrow (A'BD) // (CB'D')$   
 Lấy  $K$  là trung điểm  $AB \Rightarrow (MNK) // (BB'D'D) \Rightarrow MN // (BB'D'D)$   
 b)  $AC \cap BD = O \Rightarrow AO$  là đường trung tuyến  $\triangle A'BD$   
 Hình bình hành  $ACC'A'$  có:  $A'O \cap AC' = G \Rightarrow G = AC' \cap (A'BD)$   
 Hình bình hành  $ACC'A'$  có:  $O$  là trung điểm  $AC \Rightarrow G$  là trọng tâm  $\triangle ACA'$   
 $\Rightarrow \frac{A'G}{A'O} = \frac{2}{3} \Rightarrow G$  là trọng tâm  $\triangle A'BD$ .

**Bài 4.46.**



	<p>a) <math>mp(P)</math> đi qua <math>M</math> và song song với <math>BC</math> và <math>AD</math>.  Kẻ <math>MN // BC</math>, (<math>N \in AC</math>), <math>MQ // AD</math>, (<math>Q \in BD</math>), <math>NK // AD</math>, (<math>K \in CD</math>)  <math>\Rightarrow K</math> là giao điểm của <math>CD</math> với (<math>P</math>)</p> <p>b) Ta có: <math>\frac{KC}{CD} = \frac{CN}{AC} = \frac{BM}{AB} = \frac{3}{4}</math></p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

#### IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Giới hạn của dãy số**".

Trường: THPT Số 2 TP Lào Cai.

Tổ: Toán - Tin

Họ và tên giáo viên:

Hoàng Thị Vượng

## TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

### Bài 15: GIỚI HẠN DÃY SỐ

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

#### A. MỤC TIÊU

##### 1. Kiến thức

- Định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số, một vài giới hạn đặc biệt, giới hạn của tổng, hiệu, tích, thương.
- Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.
- Giới hạn tại vô cực.

##### 2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua việc giải thích giới hạn dãy số
- Rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề thông qua việc vận dụng giới hạn dãy số mô tả/ giải thích các quá trình gắn với thực tiễn
- Năng lực tự học: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- Năng lực giải quyết vấn đề: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- Năng lực tự quản lý: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- Năng lực giao tiếp: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- Năng lực hợp tác: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- Năng lực sử dụng ngôn ngữ: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

##### 3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

#### B. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về dãy số, dãy số bị chặn.
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập C

#### C. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

##### Tiết 1

##### 1. HOẠT ĐỘNG 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Học sinh tiếp cận với khái niệm “giới hạn”

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết  
H1- Hình sau nói về một nghịch lý có tên là nghịch lý đường tròn. Nghịch lý này: Xét một đường

tròn và một đa giác đều nội tiếp đường tròn ấy (Hình dưới).

Bạn có nhận xét gì về đa giác n cạnh ấy nếu như số cạnh cứ không ngừng tăng lên, tăng mãi mãi đến vô tận?

### c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

Khi  $n$  không ngừng tăng lên thì đa giác sẽ càng ngày càng trở thành hình tròn mà nó nội tiếp. Điều này cũng không quá khó để tưởng tượng. Khi ấy ta nói giới hạn của đa giác khi  $n$  tiến tới vô tận sẽ là đường tròn.

### d) Tổ chức thực hiện:

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV nêu câu hỏi

\*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập

\*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi hs, trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

Nêu tình huống có vấn đề liên quan đến bài học

**Đặt vấn đề: Làm thế nào để tính giới hạn của các dãy số sau:**

$$a, u_n = \frac{1}{n^3} \quad b, u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \quad c, u_n = \frac{3n+1}{2n-3} \quad d, u_n = n^3 + 3n$$

## 2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### I. Giới hạn hữu hạn của dãy số

a) **Mục tiêu**: Phát biểu và giải thích được các định nghĩa về giới hạn hữu hạn của dãy số. Viết và đọc được các kí hiệu về giới hạn hữu hạn của dãy số, nêu được các giới hạn hữu hạn đặc biệt của dãy số, sử dụng định nghĩa chứng minh được dãy số có giới hạn hữu hạn, thái độ nghiêm túc, hợp tác. Phát triển năng lực hợp tác, ra quyết định, giao tiếp, năng lực sử dụng các thuật ngữ về giới hạn.

### b) Nội dung:

#### HD 1. NHẬN BIẾT DÃY SỐ CÓ GIỚI HẠN LÀ 0

+ Định nghĩa:

Ta nói dãy số  $(u_n)$  **có giới hạn là 0** khi  $n$  dần tới dương vô cực, nếu  $|u_n|$  có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  hay  $u_n \rightarrow 0$  khi  $n \rightarrow +\infty$ .

**Ví dụ 1.** Xét dãy số  $u_n = \frac{1}{n^2}$ . Giải thích vì sao dãy số này có giới hạn là 0.

#### Giải

Dãy số có giới hạn là 0, bởi vì  $|u_n| = \frac{1}{n^2}$  có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý khi  $n$  đủ lớn.

Chẳng hạn, để  $|u_n| < 0,0001$  tức  $\frac{1}{n^2} < 10^{-4}$  ta cần  $n^2 > 10000 \Leftrightarrow n > 100$ . Như vậy, các số hạng của dãy kể từ số hạng thứ 101 đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 0,0001.

**Chú ý.** Từ định nghĩa dãy số có giới hạn 0, ta có các kết quả sau:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \forall k \in \mathbb{N}^*$$

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \forall |q| < 1.$$

$$\cdot \text{Nếu } |u_n| \leq v_n \forall n \geq 1 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$$

**Luyện tập 1.** Chứng minh rằng  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n} = 0.$

## HĐ 2. Nhận biết dãy số có giới hạn hữu hạn

+ Định nghĩa:

Ta nói dãy số  $(u_n)$  **có giới hạn là số thực a** khi n dần tới dương vô cực nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$ , kí hiệu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  hay  $u_n \rightarrow a$  khi  $n \rightarrow +\infty$ .

**Ví dụ 2:** Xét dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n+1}{n}$ . Chứng minh rằng  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2.$

**Giải :**

$$\text{Ta có } u_n - 2 = \frac{2n+1}{n} - 2 = \frac{(2n+1) - 2n}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty.$$

$$\text{Do vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2.$$

**Nhận xét:**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  khi và chỉ khi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0.$

**Luyện tập 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3 \cdot 2^n - 1}{2^n}$ . Chứng minh rằng  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3.$

**Vận dụng 1.** Một quả bóng cao su được thả từ độ cao  $5m$  xuống một mặt sàn. Sau mỗi lần chạm sàn, quả bóng nảy lên độ cao bằng  $\frac{2}{3}$  độ cao trước đó. Giả sử rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt sàn và quá trình này tiếp diễn vô hạn lần. Giả sử  $u_n$  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng sau lần nảy lên thứ  $n$ . Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là 0.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

### HĐTP1.

<b>Chuyển giao</b>	Trình chiếu nội dung câu hỏi Luyện tập 1, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ, phân công các thành viên trong nhóm
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Đọc yêu cầu, trình bày nội dung câu trả lời trên bảng phụ
<b>Báo cáo thảo luận</b>	sơ đồ 1 Nhóm 1 đại diện báo cáo sản phẩm, các nhóm còn lại kiểm tra chéo theo -2-3-4.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu nội dung định nghĩa 1 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa ; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 2 và VD 1.

### HĐTP2

<b>Chuyển giao</b>	Trình chiếu nội dung câu hỏi 2 yêu cầu học sinh hoạt động cặp
--------------------	---

	đôi HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra giấy nháp hoặc vở ghi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện hai học sinh lên bảng trình bày kết quả

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các cặp đôi ; giới thiệu nội dung định nghĩa 2 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa 2; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 3
-------------------------------------	--

### HĐTP3

<b>Chuyển giao</b>	Nêu câu hỏi vận dụng 1, yêu cầu hoạt động cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thực hiện 1 phút HS: Hoàn thành yêu cầu và ghi lại kết quả, nêu dự đoán
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện hai học sinh đứng tại chỗ nêu kết quả, cả lớp thống nhất về kết quả và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	Đánh giá kết quả đạt được, hướng dẫn học sinh đọc và ghi nhớ những giới hạn đặc biệt

## II. ĐỊNH LÝ VỀ GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ

**Hoạt động 3.** Hình thành quy tắc tính giới hạn.

**a) Mục tiêu:** Phát biểu và giải thích được định lý về giới hạn hữu hạn của dãy số. Áp dụng định lý tính được giới hạn hữu hạn của dãy số, thái độ nghiêm túc, hợp tác. Phát triển năng lực hợp tác, ra quyết định, giao tiếp, năng lực sử dụng các thuật ngữ về giới hạn.

**b) Nội dung:**

CH 1: Dãy số có giới hạn đặc biệt, dùng MTCT tính số hạng thứ 10; 100, 1000 và dự đoán giới hạn của các dãy số.

Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  với  $u_n = 2 + \frac{1}{n}$ ;  $v_n = 3 - \frac{2}{n}$ .

Tính và so sánh:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây:

a) Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$  thì

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ (nếu } b \neq 0 \text{)}$$

b) Nếu  $u_n \geq 0$  với mọi  $n$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  thì  $a \geq 0$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

**Ví dụ 3. ( Bài tập 1a)** Tìm có:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1}$ .

**Giải.**

Áp dụng các quy tắc tính giới hạn, ta được:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{2}.$$

**Nhận xét:** Để tính giới hạn của dãy số dạng phân thức, ta chia cả tử thức và mẫu thức cho lũy thừa cao nhất của  $n$ , rồi áp dụng các quy tắc tính giới hạn.

**Luyện tập 3( Bài tập 1b).** Tìm  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 1}}{n + 1}$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

**HĐTP1.**

<b>Chuyển giao</b>	Trình chiếu nội dung câu hỏi 1, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ, phân công các thành viên trong nhóm
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Đọc yêu cầu, trình bày nội dung câu trả lời trên bảng phụ
<b>Báo cáo thảo luận</b>	sơ đồ 1 Nhóm 1 đại diện báo cáo sản phẩm, các nhóm còn lại kiểm tra chéo theo -2-3-4.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu nội dung định nghĩa 1 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa ; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 2 và 3.

**HĐTP2**

<b>Chuyển giao</b>	Trình chiếu nội dung câu hỏi 2,3 yêu cầu học sinh hoạt động cặp đôi HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra giấy nháp hoặc vở ghi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện hai học sinh lên bảng trình bày kết quả

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các cặp đôi ; giới thiệu nội dung định lý ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định lý; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi luyện tập 3
-------------------------------------	--

**HĐTP3**

<b>Chuyển giao</b>	Nêu câu hỏi luyện tập 3, yêu cầu hoạt động cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thực hiện 1 phút HS: Hoàn thành yêu cầu và ghi lại kết quả, nêu dự đoán
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện hai học sinh đứng tại chỗ nêu kết quả, cả lớp thống nhất về kết quả và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	Đánh giá kết quả đạt được, hướng dẫn học sinh đọc và ghi nhớ những giới hạn đặc biệt

**Tiết 2:**

### III. TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LUI VÔ HẠN

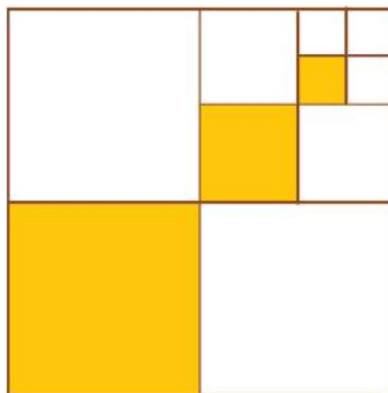


**Hoạt động 4.** Làm quen với việc tính tổng vô hạn.

a) Mục tiêu: Nhận ra được cấp số nhân lùi vô hạn, nhớ được công thức tính tổng các số hạng của cấp số nhân lùi vô hạn, áp dụng tính được tổng cụ thể.

b) Nội dung:

Cho hình vuông cạnh 1 (đơn vị độ dài). Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái (H.5.2). Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$  lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu.



a) Tính tổng  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

b) Tìm  $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

Cấp số nhân vô hạn  $(u_n)$  có công bội  $q$  với  $|q| < 1$  được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  với công bội  $q$ . Khi đó  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$ .

Vi  $|q| < 1$  nên  $q^n \rightarrow 0$  khi  $n \rightarrow +\infty$ . Do đó, ta có:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{u_1}{1 - q} - \left( \frac{u_1}{1 - q} \right) q^n \right] = \frac{u_1}{1 - q}$$

Giới hạn này được gọi là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$ , và kí hiệu là  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$

Như vậy  $S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$

Ví dụ 4. Tính tổng  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$

**Giải.**

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1$  và  $q = -\frac{1}{2}$ .

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$$

Do đó

**Ví dụ 5.** Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn  $2,222\dots$  dưới dạng phân số.

**Giải.**

Ta có  $2,222\dots = 2 + 0,2 + 0,02 + 0,002 + \dots = 2 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + \dots$

$$2,222\dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{1-\frac{1}{10}} = \frac{20}{9}$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 2, q = 10^{-1}$

c) Sản phẩm : Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV : Nêu nội dung bài toán, yêu cầu thực hiện cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 2 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra nháp hoặc vở
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu khái niệm cấp số nhân lùi và hướng dẫn tính tổng. Yêu cầu học sinh hoàn thiện bài toán vào vở.

#### IV. Giới hạn vô cực

##### Hoạt động 5

a) **Mục tiêu:** Phát biểu được định nghĩa giới hạn vô cực của dãy số, nhớ được một vài giới hạn đặc biệt và quy tắc tính giới hạn vô cực. Rèn kỹ năng tính toán, tư duy logic, thái độ hợp tác, năng lực sử dụng thuật ngữ về giới hạn, năng lực giao tiếp.

b) **Nội dung**

+ **Định nghĩa:**

- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  hay  $u_n \rightarrow +\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ .

- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$ , kí hiệu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$  hay  $u_n \rightarrow -\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ .

+ Theo định nghĩa trên, ta có:

+)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$ , với  $k$  là số nguyên dương;

+)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ , với  $q > 1$ .

Liên quan đến giới hạn vô cực của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

• Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$  (hoặc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ ) thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

• Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

• Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$ .

**Ví dụ.** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n)$ .

### Lời giải

Ta có  $n^2 - 2n = n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)$ . Hơn nữa  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 1$ .

Do đó,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n) = +\infty$ .

**Luyện tập 5.** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n})$ .

**c, Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

**d) Tổ chức thực hiện**  
**HĐTP1.**

<b>Chuyển giao</b>	GV : Nêu nội dung bài toán, yêu cầu thực hiện cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 2 phút HS: Thảo luận cặp đôi, hoàn thành yêu cầu ra nháp hoặc vở

<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu định nghĩa về giới hạn vô cực. Cho học sinh đọc Định nghĩa SGK, giải thích thuật ngữ, cách ghi kí hiệu. . Để tính giới hạn vô cực ta thừa nhận một số giới hạn đặc biệt và nội dung định lý (SGK)

**HĐTP2.**

<b>Chuyển giao</b>	GV : Nêu nội dung ví dụ, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút, gợi ý, biến đổi công thức của dãy số về dạng thuận lợi cho việc dùng các giới hạn đặc biệt và nội dung định lý (Chú ý định lý chỉ áp dụng được khi một dãy có giới hạn hữu hạn, dãy còn lại có giới hạn vô cực) HS: Nhóm 1,2 thực hiện nội dung a1,b1 ; nhóm 3,4 thực hiện nội dung a2,b2, trình bày câu trả lời ra bảng phụ
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm 2,4 lên bảng trình bày kết quả, nhóm 1,3 kiểm tra chéo kết quả của nhóm 2,4
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm , chú ý những biến đổi thường dùng để đưa các dãy số về dạng có thể áp dụng được định lý Yêu cầu học sinh hoàn thiện bài toán vào vở.

V. Hoạt động 6: LUYỆN TẬP( Giải BT SGK -109)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về giới hạn dãy số và kiến thức về dãy số làm được các bài tập liên quan.

b) Nội dung:

**Phiếu học tập**

5.2. Cho hai dãy số không âm  $(u_n)$  và  $(v_n)$  với  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$ . Tìm các giới hạn sau:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}$ ;                      b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$ .

5.3. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

a)  $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1}$                       b)  $v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n$ .

5.4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

a)  $1,(12) = 1,121212\dots$ ;                      b)  $3,(102) = 3,102102102\dots$

5.5. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cun trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

c) Sản phẩm: học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình

d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập HS: Nhận nhiệm vụ,
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

Hướng dẫn giải

Bài 5.2 Cho hai dãy số không âm  $(u_n)$  và  $(v_n)$  với  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$ . Tìm các giới hạn sau:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}$ ;                      b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$ .

Giải:

$$a, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n} = \frac{\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n\right)^2}{\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n} = \frac{2^2}{3 - 2} = 4;$$

$$b, \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 2v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2 + 2 \cdot 3 = 8 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Bài 5.3

5.3. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

$$\text{a) } u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1}$$

$$\text{b) } v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n.$$

**Giải:**

$$\text{a, } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{2n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{\frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}} = \dots = +\infty$$

$$\begin{aligned} \text{b, } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n &= \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2n^2 + 1} - n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{2n^2 + 1} - n)(\sqrt{2n^2 + 1} + n)}{(\sqrt{2n^2 + 1} + n)} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2 + 1)}{(\sqrt{2n^2 + 1} + n)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{\sqrt{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^4}} + \frac{1}{n}} = +\infty \end{aligned}$$

**Bài 5.4 :** Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

$$\text{a) } 1,(12) = 1,121212\dots;$$

$$\text{b) } 3,(102) = 3,102102102\dots$$

**Lời giải:**

$$\text{a) Ta có: } 1,(12) = 1,121212\dots = 1 + 0,12 + 0,0012 + 0,000012 + \dots$$

$$= 1 + 12 \cdot 10^{-2} + 12 \cdot 10^{-4} + 12 \cdot 10^{-6} + \dots$$

$$= 1 + 12 \cdot (10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + \dots)$$

Do  $10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 10^{-2}$  và  $q = 10^{-2}$  nên

$$10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + \dots = \frac{10^{-2}}{1 - 10^{-2}} = \frac{10^{-2}}{0,99} = \frac{100}{99} \cdot 10^{-2} = \frac{10}{99}$$

$$\text{Vậy } 1,(12) = 1 + 12 \cdot \frac{10}{99} = 1 + \frac{120}{99} = \frac{99 + 120}{99} = \frac{219}{99} = \frac{73}{33}$$

$$\text{b) Ta có: } 3,(102) = 3,102102102\dots = 3 + 0,102 + 0,000102 + 0,000000102 + \dots$$

$$= 3 + 102 \cdot 10^{-3} + 102 \cdot 10^{-6} + 102 \cdot 10^{-9} + \dots$$

$$= 3 + 102 \cdot (10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + \dots)$$

Do  $10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 10^{-3}$  và  $q = 10^{-3}$  nên

$$10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + \dots = \frac{10^{-3}}{1 - 10^{-3}} = \frac{10^{-3}}{0,999} = \frac{1000}{999} \cdot 10^{-3} = \frac{1000}{999}$$

$$\text{Vậy } 3,(102) = 3 + 102 \cdot \frac{1000}{999} = 3 + \frac{102000}{999} = \frac{2997 + 102000}{999} = \frac{104997}{999}$$

**Bài 5.5 :** Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

**Lời giải:**

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày đầu tiên là 150 mg.

Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%.

Do đó, lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ hai là

$$150 + 150 \cdot 5\% = 150(1 + 0,05).$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ ba là

$$150 + 150(1 + 0,05) \cdot 5\% = 150 + 150(0,05 + 0,05^2) = 150(1 + 0,05 + 0,05^2)$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ tư là

$$150 + 150(1 + 0,05 + 0,05^2) \cdot 5\% = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3)$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ năm là

$$150 + 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3) \cdot 5\% = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4) \\ = 157,8946875 \text{ (mg)}.$$

Cứ tiếp tục như vậy, ta ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài là

$$S = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots)$$

Lại có  $1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 0,05$ .

$$\text{Do đó, } 1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots = u/(1-q) = 1/(1-0,05) = 20/19$$

$$\text{Suy ra } S = 150 \cdot (20/19) = 400/361.$$

## TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

### Bài 16: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

#### I. MỤC TIÊU

##### 1. Kiến thức

- Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm và tại vô cực.
- Nhận biết khái niệm giới hạn một bên.
- Nhận biết khái niệm vô cực.
- Nắm được một vài giới hạn đặc biệt và các quy tắc về giới hạn vô cực.
- Học sinh biết cách tính giới hạn hàm số tại một điểm, tính giới hạn hàm số tại vô cực
- Học sinh phân biệt được các dạng vô định của giới hạn hàm số.

##### 2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Thông qua việc tính giới hạn của hàm số qua giới hạn của dãy số.
- Năng lực mô hình hóa toán học: Thông qua việc viết công thức hàm số mô tả mối liên quan giữa các đại lượng hình học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Thông qua các bài toán liên quan đến giới hạn của hàm số
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

##### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

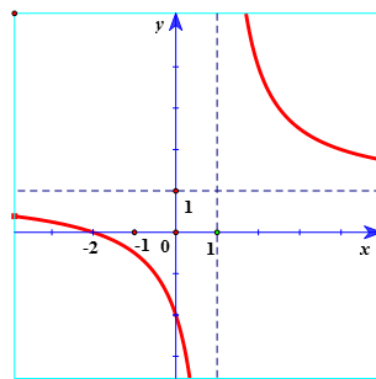
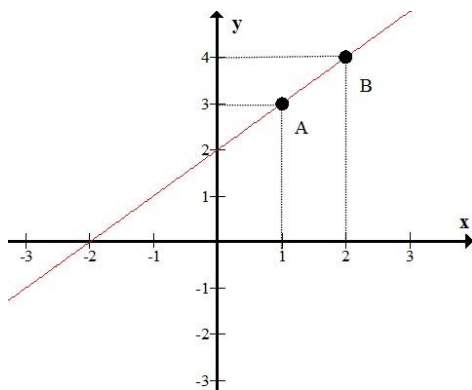
#### III. Tiến trình dạy học

##### Tiết 1.

##### 1. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

a) Mục tiêu: Tạo tình huống để học sinh tiếp cận với khái niệm “giới hạn hàm số tại một điểm”.

b) Nội dung:



H1- Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , em có nhận xét gì về giá trị hàm số khi  $x$  dần đến 2

H2- Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , em có nhận xét gì về giá trị hàm số khi  $x$  dần đến 1

**c) Sản phẩm:**

Câu trả lời của HS

L1- giá trị của hàm số dần về 4

L2- giá trị của hàm số dần về  $-\infty$  khi  $x < 1$  và dần về  $+\infty$  khi  $x > 1$ .

**d) Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV nêu câu hỏi; trình chiếu đồ thị hai hàm số.

\*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập

\*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi lần lượt 2 hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

ĐVĐ. Giới hạn hàm số có phải là giá trị của hàm số không? Chúng ta cùng nghiên cứu bài học ngày hôm nay.

**2. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC****2.1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM**

a) **Mục tiêu**: Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

b) **Nội dung**: Cho hàm số  $f(x) = \frac{4-x^2}{x-2}$ .

a) Tìm tập xác định của hàm số  $f(x)$ .

b) Cho dãy số  $x_n = \frac{2n+1}{n}$ . Rút gọn  $f(x_n)$  và tính giới hạn của dãy  $(u_n)$  với  $u_n = f(x_n)$ .

c) Với dãy số  $(x_n)$  bất kì sao cho  $x_n \neq 2$  và  $x_n \rightarrow 2$ , tính  $f(x_n)$  và tìm  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ .

c) **Sản phẩm**: Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện**:

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm.
<b>Thực hiện</b>	Nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân báo cáo, các nhóm theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Giả sử <math>(a;b)</math> là một khoảng chứa điểm <math>x_0</math> và hàm số <math>y = f(x)</math> xác định trên khoảng <math>(a;b)</math>, có thể trừ điểm <math>x_0</math>. Ta nói hàm số <math>f(x)</math> có giới hạn là số <math>L</math> khi <math>x</math> dần tới <math>x_0</math> nếu với dãy số <math>(x_n)</math> bất kì, <math>x_n \in (a;b)</math>, <math>x_n \neq x_0</math> và <math>x_n \rightarrow x_0</math>, ta có <math>f(x_n) \rightarrow L</math>, kí hiệu <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L</math> hay <math>f(x) \rightarrow L</math> khi <math>x \rightarrow x_0</math>.</p> </div>



## VÍ DỤ:

a) **Mục tiêu:** Tính giới hạn hữu hạn của hàm số cụ thể bằng cách sử dụng định nghĩa.

b) **Nội dung:** **Ví dụ 1.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$ . Chứng tỏ rằng  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tìm TXĐ, tính $f(x_n)$ và giới hạn $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n)$
<b>Thực hiện</b>	Học sinh lên bảng và thực hiện $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n) = \lim_{x_n \rightarrow 1} \frac{1}{x_n + 1} = \frac{1}{2}$
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Lấy dãy số $(x_n)$ bất kì sao cho $x_n \neq 1$ và $x_n \rightarrow 1$ . Ta có $f(x_n) = \frac{x_n - 1}{x_n^2 - 1} = \frac{1}{x_n + 1}$ . Do đó $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n) = \lim_{x_n \rightarrow 1} \frac{1}{x_n + 1} = \frac{1}{2}$ . Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$ .

## 2.2. QUY TẮC TÌM GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM:

a) **Mục tiêu:** Hình thành các quy tắc tính giới hạn.

b) **Nội dung:**

a) Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$  thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M ;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)] = L.M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \text{ nếu } M \neq 0.$$

b) Nếu  $f(x) \geq 0$  với mọi  $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

$$\text{thì } L \geq 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}.$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} c = c \text{ với } c \text{ là hằng số.}$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n \text{ với } n \in \mathbb{N}.$$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	* HS nhắc lại các quy tắc giới hạn của dãy số GV ghi bảng hoặc chiếu lại nội dung quy tắc.
<b>Thực hiện</b>	Học sinh làm việc nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức phần nội dung.

Ví dụ:

a) Mục tiêu:

+ VD2: Thực hành các quy tắc giới hạn của hàm số.

+ VD3: Xét TH không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương 2 hàm số khi giới hạn của mẫu số bằng 0.

+ Luyện tập 1: Củng cố kỹ năng tính giới hạn của hàm số tại một điểm.

b) Nội dung:

**Ví dụ 2.** Cho  $f(x) = x - 1$  và  $g(x) = x^3$ . Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)]$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0$ . Mặt khác, ta thấy  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$ .

a) Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$$

b) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0.$

**Ví dụ 3.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$ .

**Lời giải**

Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi  $x \rightarrow 0$  nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Chú ý rằng  $\frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2 - 3^2}{x(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9} + 3}$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9} + 3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9} + 3]} = \frac{1}{6}$ .

**Luyện tập 1.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ .

a) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
<b>Thực hiện</b>	Học sinh lên bảng và thực hiện
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức :</p> <p><b>VD2</b></p> <p>Ta có <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0</math>.</p> <p>Mặt khác, ta thấy <math>\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1</math>.</p> <p>a) Ta có</p> $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$ <p>b) Ta có: <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0</math>.</p> <p>VD3. Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi <math>x \rightarrow 0</math> nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.</p> <p>Chú ý rằng <math>\frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2 - 3^2}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9}+3}</math>.</p> <p>Do đó <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9}+3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9}+3]} = \frac{1}{6}</math>.</p>

### 2.3. GIỚI HẠN MỘT BÊN

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn một bên của hàm số.

b) **Nội dung:**

Cho hàm số  $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$ .

a) Cho  $x_n = \frac{n}{n+1}$  và  $x'_n = \frac{n+1}{n}$ . Tính  $y_n = f(x_n)$  và  $y'_n = f(x'_n)$ .

b) Tìm giới hạn của các dãy số  $(y_n)$  và  $(y'_n)$ .

c) Cho các dãy số  $(x_n)$  và  $(x'_n)$  bất kì sao cho  $x_n < 1 < x'_n$  và  $x_n \rightarrow 1, x'_n \rightarrow 1$ , tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n)$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

d) **Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** GV nêu câu hỏi.

\*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập

\*) **Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 2 hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

**Khái niệm giới hạn một bên:**

- Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(x_0; b)$ . Ta nói số  $L$  là **giới hạn bên phải** của  $f(x)$  khi  $x \rightarrow x_0$  nếu với dãy số  $(x_n)$  bất kì thoả mãn  $x_0 < x_n < b$  và  $x_n \rightarrow x_0$ , ta có  $f(x_n) \rightarrow L$ , kí hiệu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ .

- Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; x_0)$ . Ta nói số  $L$  là **giới hạn bên trái** của  $f(x)$  khi  $x \rightarrow x_0$  nếu với dãy số  $(x_n)$  bất kì thoả mãn  $a < x_n < x_0$  và  $x_n \rightarrow x_0$ , ta có  $f(x_n) \rightarrow L$ , kí hiệu  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ .

Chú ý:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \text{ khi và chỉ khi}$$
$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

**Ví dụ 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } 0 < x < 1 \\ x+1 & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \end{cases}$

Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .

**Lời giải**

Với dãy số  $(x_n)$  bất kì sao cho  $0 < x_n < 1$  và  $x_n \rightarrow 1$ , ta có  $f(x_n) = x_n^2$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$ .

Tương tự, với dãy số  $(x_n)$  bất kì mà  $1 < x_n < 2, x_n \rightarrow 1$ , ta có  $f(x_n) = x_n + 1$ , cho nên  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$

**Luyện tập 2:**

a) **Mục tiêu:** Tính được giới hạn một bên.

**b) Nội dung:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{nếu } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$

Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm ) Gv yêu cầu hs tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
<b>Thực hiện</b>	Học sinh thực hiện theo nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Gọi 1 HS báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

**Luyện tập 3: Hướng dẫn HS làm bài tập 5.7; 5.8; 5.11 sách giáo khoa.**

**5.7.** Cho hai hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  và  $g(x) = x + 1$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

a)  $f(x) = g(x)$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ .

**HD: a)**  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = x + 1 = g(x)$

**b)**  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$

Vậy b đúng; a đúng khi x khác 1.

**5.8.** Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 2)^2 - 4}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$ .

Đây là giới hạn dạng  $\frac{0}{0}$

Phần a cần khai triển hằng đẳng thức rồi giản ước tử và mẫu để khử dạng  $\frac{0}{0}$

Phần b nhân cả tử và mẫu với lượng liên hợp của tử rồi khử dạng  $\frac{0}{0}$

HS có thể dùng MTCT để tính.nếu

KQ: a) 4

b) 1/6

5.11. Cho hàm số  $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|}$ .

Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ .

HD: Xét 2 TH  $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|} = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x > 2 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}, & x < 2 \end{cases}$

Từ đó tính các giới hạn và đc kq là -1 và 1

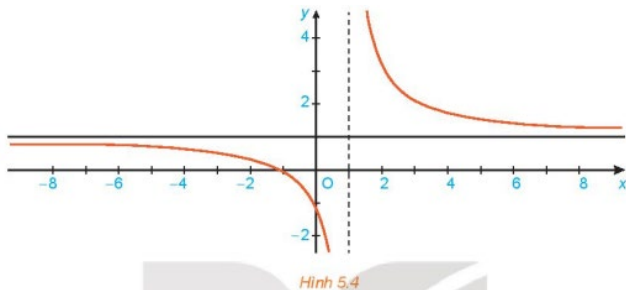
## Tiết 2

### 1. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

#### HD1.1: GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI VÔ CỰC

a) **Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực.

b) **Nội dung:** Cho hàm số  $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$  có đồ thị như hình vẽ



Hình 5.4

Giả sử  $(x_n)$  là dãy số sao cho  $x_n > 1, x_n \rightarrow +\infty$ . Tính  $f(x_n)$  và tìm  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số.
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức :</p> <p style="text-align: center;">Ta có khái niệm sau đây</p>
	<p>- Cho hàm số <math>y = f(x)</math> xác định trên khoảng <math>(a; +\infty)</math>. Ta nói hàm số <math>f(x)</math> có giới hạn là số <math>L</math> khi <math>x \rightarrow +\infty</math> nếu với dãy số <math>(x_n)</math> bất kì, <math>x_n &gt; a</math> và <math>x_n \rightarrow +\infty</math>, ta có <math>f(x_n) \rightarrow L</math>. kí hiệu <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L</math> hay <math>f(x) \rightarrow L</math> khi <math>x \rightarrow +\infty</math>.</p> <p>- Cho hàm số <math>y = f(x)</math> xác định trên khoảng <math>(-\infty; b)</math>. Ta nói hàm số <math>f(x)</math> có giới hạn là số <math>L</math> khi <math>x \rightarrow -\infty</math> nếu với dãy số <math>(x_n)</math> bất kì, <math>x_n &lt; b</math> và <math>x_n \rightarrow -\infty</math>, ta có <math>f(x_n) \rightarrow L</math>, kí hiệu <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L</math> hay <math>f(x) \rightarrow L</math> khi <math>x \rightarrow -\infty</math>.</p>

**Ví dụ 1.** Cho  $f(x) = 2 + \frac{4}{x-1}$ . Sử dụng định nghĩa, tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

**Lời giải**

Lấy dãy  $(x_n)$  bất kì sao cho  $x_n > 1$  và  $x_n \rightarrow +\infty$ , ta có  $f(x_n) = 2 + \frac{4}{x_n - 1}$ . Do đó  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$ .

Vậy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ . Tương tự, ta cũng có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ .

- Các quy tắc tính giới hạn hữu hạn tại một điểm cũng đúng cho giới hạn hữu hạn tại vô cực.
- Với  $c$  là hằng số, ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c, \lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$ .

**Ví dụ 2.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$ .

**Giải**

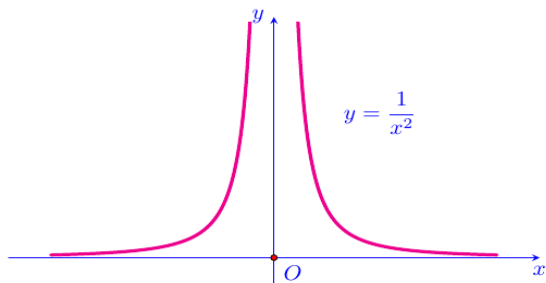
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \right) = -\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = -\sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 + \frac{1}{x^2} \right)} = -\sqrt{1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}} = -1.$$

## HD1.2. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

### HD 1.2.1. Giới hạn vô cực

**a) Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm.

**b) Nội dung:** Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực. Xét hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  có đồ thị như Hình 5.6. Cho  $x_n = \frac{1}{n}$ , chứng tỏ rằng  $f(x_n) \rightarrow +\infty$ .



Hình 5.6

Giả sử khoảng  $(a; b)$  chứa  $x_0$  và hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $(a; b) \setminus \{x_0\}$ . Ta nói hàm số  $f(x)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $x \rightarrow x_0$  nếu với dãy số  $(x_n)$  bất kì,  $x_n \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ ,  $x_n \rightarrow x_0$ , ta có  $f(x_n) \rightarrow +\infty$ , kí hiệu  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ .

Ta nói hàm số  $f(x)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $x \rightarrow x_0$ , kí hiệu  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ , nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$ .

**Ví dụ 3.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|}$ .

**Giải**

Xét hàm số  $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$ . Lấy dãy số  $(x_n)$  bất kì sao cho  $x_n \neq 1, x_n \rightarrow 1$ . Khi đó,  $|x_n - 1| \rightarrow 0$ .

Do đó  $f(x_n) = \frac{1}{|x_n - 1|} \rightarrow +\infty$ . Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} = +\infty$ .

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số.
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

**Một số giới hạn đặc biệt:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty \text{ Với } k \text{ nguyên dương;}$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty \text{ với } k \text{ là số chẵn;}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty \text{ với } k \text{ là số lẻ.}$$

### HD 1.2.2. Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

Quy tắc tìm giới hạn của tích  $f(x) \cdot g(x)$ .

Giả sử  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$  (hoặc  $-\infty$ ). Khi đó  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$  được tính theo quy tắc cho trong bảng sau:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương  $\frac{f(x)}{g(x)}$ .

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
$L$	$+\infty$	Tùy ý	$0$
$L > 0$	$0$	$+$	$+\infty$
		$-$	$-\infty$
$L < 0$	$0$	$+$	$-\infty$
		$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp  $x \rightarrow x_0^+, x \rightarrow x_0^-$ .

**Ví dụ 4.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2}$ .

**Giải**

Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương. Rõ ràng, giới hạn của tử số  $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) = 1$ .

Ngoài ra, mẫu số nhận giá trị dương với mọi  $x \neq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$ . Do vậy  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2} = +\infty$ .

**Ví dụ 5.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)}$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)}$ .

**Giải**

Viết  $\frac{1}{x(1-x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x}$ , ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1 > 0$ . Hơn nữa  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty$  do  $1-x < 0$  khi  $x > 1$ .

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn của tích, ta được  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)} = -\infty$ .

Lí luận tương tự, ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x(1-x)} = +\infty$ .

## 2. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP:

### 2.1. Luyện tập 1.

a) **Mục tiêu:** Củng cố kĩ năng tính giới hạn của hàm số tại vô cực.

b) **Nội dung:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * GV hướng dẫn hs cách tính.
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

### 2.2. Luyện tập 2

a) **Mục tiêu:** Tính được giới hạn một bên.

b) **Nội dung:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$ .
<b>Thực hiện</b>	Học sinh thực hiện theo nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Gọi 1 HS báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức :</li> </ul>
-------------------------------------	--

### 2.3 Luyện tập 3

Hướng dẫn HS làm bài tập 5.10; 5.12 sách giáo khoa.

5.10. Tính các giới hạn một bên:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1}$  ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x}$

HD: Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương

Kq: a)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = -\infty$

b)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x} = +\infty$

5.12. Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x+2} - x)$ .

HD: a) Làm tương tự như luyện tập 1. KQ: -2

b) Nhân chia với lượng liên hợp, sau đó chia cả tử và mẫu cho x rồi áp dụng giới hạn đặc biệt. KQ: 1

### 3. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG TÌM TÒI MỞ RỘNG

Mục tiêu: Rèn luyện cho học sinh kỹ năng tham gia hoạt động nhóm, tìm hiểu tư liệu trên mạng, kỹ năng tự học và tự nghiên cứu ở nhà.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động
Cho học sinh nghiên cứu các bài tập sau: <b>*Bài toán 1:</b> Theo dự đoán tỉ lệ tuổi thọ con người của một nước đang phát triển, sau $x$ năm kể từ bây giờ là: $T(x) = \frac{138x + 236}{2x + 5}$ năm. Hỏi tuổi thọ của con người sẽ đạt được tới mức Giới hạn là bao nhiêu? * Tính các giới hạn sau: a/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{12x+1}}{4x}$ b/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+ax} - 1}{x}$	69 tuổi.  a/ $\frac{0}{0}$ , đáp số -1 ( nhân lượng liên hợp) b/ đặt $t = \sqrt[3]{1+ax}, x \rightarrow 0 \Leftrightarrow t \rightarrow 1$

<p>c/ <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}</math></p> <p>thuật toán: <math>\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}, \frac{0}{0}</math></p> <p>phân tích <math>\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f_1(x)+c}{g(x)} + \frac{f_2(x)-c}{g(x)}</math></p> <p>gọi <math>\alpha_i (i=1;2;3\dots)</math> là nghiệm của <math>g(x)=0</math></p> <p>khi đó c là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} f_1(\alpha_i)+c=0 \\ f_2(\alpha_i)-c=0 \end{cases} \Rightarrow c?</math></p> <p>bài tập về nhà:</p> <p>d/ <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}</math></p> <p>e/ <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}</math></p> <p>g/ <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}</math></p>	<p><math>ax = t^n - 1 = (t-1)(t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1)</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{t-1}{x} = \frac{a}{t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1}</math></p> <p><math>\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - 1}{x} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{x} = \frac{a}{n}</math></p> <p>c/</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - 2}{x^2-1} - \frac{\sqrt[3]{x^2+7} - 2}{x^2-1}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{(x^2-1)(\sqrt{5-x^3}+2)} = \dots = -\frac{3}{8}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+7} - 2}{x^2-1} = \dots = \frac{1}{12}</math></p> <p><math>\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1} = -\frac{11}{24}</math></p>
---	---

#### 4. CÂU HỎI/BÀI TẬP KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ THEO ĐỊNH HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC

##### 1 NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây ?

A.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-2} = 1.$

B.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-2} = 5.$

C.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-2} = -1.$

D. Hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$  không có giới hạn khi  $x \rightarrow 3.$

**Đáp án B**

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$  xác định trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ . Ta có  $3 \in (2; +\infty)$ .

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = \frac{3+2}{3-2} = 5.$$

**Câu 2**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 5x)$  bằng:

A.  $-2$ .

B.  $3$ .

C.  $+\infty$ .

D.  $-\infty$ .

**Đáp án C**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } -2x^3 + 5x = x^3 \left( -2 + \frac{5}{x^2} \right).$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -2 + \frac{5}{x^2} \right) = -2 < 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( -2 + \frac{5}{x^2} \right) = +\infty.$$

2

**THÔNG HIỂU**

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  không tồn tại.

**Đáp án B**

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Có thể giải nhanh như sau : Vì  $x^2 - 2x + 5$  là một hàm đa thức của  $x$  nên có giới hạn tại vô cực. Mà  $\sqrt{x^2 - 2x + 5} > 0$  với mọi  $x$  nên giới hạn của  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  tại  $-\infty$  chắc chắn là  $+\infty$ .

$$\text{Thật vậy, ta có } \sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{x^2 \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2} \right)} = |x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}.$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}} = 1 > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 5} = +\infty.$$

**Câu 4:** Giới hạn của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}$  khi  $x \rightarrow -\infty$  bằng:

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C.  $-1$ .

D.  $3$ .

**Đáp án A**

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1} &= \sqrt{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right)} - \sqrt{x^2 \left( 4 + \frac{1}{x^2} \right)} = |x| \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - |x| \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \\ &= |x| \left( \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right) = 1 - 2 = -1 < 0.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ |x| \left( \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right) \right] = -\infty$$

**Câu 5:** Xét bài toán “Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 2}$ ”, bạn Hà đã giải như sau:

Bước 1: Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - 5x + 2) = 0$ .

Bước 2:  $2x^2 - 5x + 2 > 0$  với  $x < 2$  và  $x$  đủ gần 2,

Bước 3:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (3x^2 + x - 1) = 13 > 0$

Bước 4: nên theo quy tắc 2,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 2} = +\infty$ .

Hỏi lời giải trên của bạn Hà đã sai từ bước thứ mấy ?

**A.** Bước 1.

**B.** Bước 2.

**C.** Bước 3.

**D.** Bước 4.

**Đáp án B**

**Lời giải**

Xét dấu biểu thức  $g(x) = 2x^2 - 5x + 2$  ta thấy  $g(x) < 0$  với mọi  $x \in (1; 2)$ .

Vậy lời giải sai từ bước 2. (Lời giải đúng cho ra kết quả  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 2} = -\infty$ ).

**3**

**VẬN DỤNG**

**Câu 6:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1}$  ( $m, n \in \mathbb{N}^*$ ), ta được kết quả:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $m - n$ .

**C.**  $m$ .

**D.** 1.

**Đáp án B**

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^m - 1}{x - 1} - \frac{x^n - 1}{x - 1} \right)$ .

Lại có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1) = m$ .

Tương tự:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} = n$ .

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^m - 1}{x - 1} - \frac{x^n - 1}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x - 1} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} = m - n$ .

**Câu 7:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1}$  bằng:

**A.** 1.

**B.** 0.

**C.**  $+\infty$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Đáp án B****Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt[3]{3x-2}}{x-1} &= \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x-1} + \frac{1-\sqrt[3]{3x-2}}{x-1} \\ &= \frac{2x-2}{(\sqrt{2x-1}+1)(x-1)} + \frac{3-3x}{(1+\sqrt[3]{3x-2}+\sqrt[3]{(3x-2)^2})(x-1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2x-1}+1} - \frac{3}{1+\sqrt[3]{3x-2}+\sqrt[3]{(3x-2)^2}}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{2}{\sqrt{2x-1}+1} - \frac{3}{1+\sqrt[3]{3x-2}+\sqrt[3]{(3x-2)^2}} \right] = 0.$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt[3]{3x-2}}{x-1} = 0.$$

**Câu 8:** Giả sử  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax}-1}{2x} = L$ . Hệ số  $a$  bằng bao nhiêu để  $L = 3$  ?

A. -6.

B. 6.

C. -12.

D. 12.

**Đáp án D****Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax}-1}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{2x(\sqrt{1+ax}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{2(\sqrt{1+ax}+1)} = \frac{a}{4}$$

$$\text{Vậy } L = \frac{a}{4}. \text{ Do đó } L = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{4} = 3 \Leftrightarrow a = 12.$$

**4****VẬN DỤNG CAO**

**Câu 9:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5}-\sqrt{4x-3}}{(x-1)^2}$ .

A. 0.

B. -2.

C.  $+\infty$ .D.  $-\infty$ .**Đáp án B****Lời giải**

Đặt  $t = x-1$  thì  $x = t+1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} t = 0$  và

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{6x-5}-\sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} &= \frac{\sqrt[3]{6t+1}-\sqrt{4t+1}}{t^2} = \frac{\sqrt[3]{6t+1}-(2t+1)}{t^2} + \frac{(2t+1)-\sqrt{4t+1}}{t^2} \\ &= \frac{6t+1-(8t^3+12t^2+6t+1)}{t^2 \left[ \sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2 \right]} + \frac{(4t^2+4t+1)-(4t+1)}{t^2(2t+1+\sqrt{4t+1})} \end{aligned}$$

$$= \frac{-8t-12}{\sqrt[3]{(6t+1)^2 + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2}} + \frac{4}{2t+1+\sqrt{4t+1}}.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{-8t-12}{\sqrt[3]{(6t+1)^2 + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2}} + \frac{4}{2t+1+\sqrt{4t+1}} \right).$$

$$\text{Mà } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-8t-12}{\sqrt[3]{(6t+1)^2 + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2}} = -\frac{12}{3} = -4; \quad \lim_{t \rightarrow 0} \frac{4}{2t+1+\sqrt{4t+1}} = \frac{4}{2} = 2.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} = -4 + 2 = -2.$$



Trường: THPT Số 2 TP Lào Cai.

Tổ: Toán - Tin

Họ và tên giáo viên:

Lưu Thị Sửu

## TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

### Bài 17: HÀM SỐ LIÊN TỤC

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

#### I. MỤC TIÊU

##### 1. Kiến thức

- Biết khái niệm hàm số liên tục tại một điểm.
- Biết định nghĩa và tính chất của hàm số liên tục trên một khoảng, đoạn .... Và các định lý trong SGK

##### 2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong xét tính liên tục của hàm số
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong vận dụng các tính chất vào việc xét tính liên tục của các hàm số và tìm số nghiệm của phương trình dạng đơn giản.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

##### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

#### III. Tiến trình dạy học

##### Tiết 1.

##### 1. Hoạt động 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

- **Mục tiêu:** Giúp cho học sinh tiếp cận với các kiến thức cơ bản về hàm số liên tục thông qua tính giới hạn của hàm số. Giáo viên trình chiếu hai hình ảnh cho học sinh quan sát.

- **Nội dung:**

### Hình 1



## Hình 2



**Hình 1** Cho ta thấy cây cầu thông suốt, các phương tiện giao thông qua lại liên tục.

**Hình 2** Cho ta thấy cây cầu bị gãy, giao thông bị gián đoạn hay không liên tục.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + Nêu được một số thông tin về cây cầu, các phương tiện giao thông qua lại ở 2 hình trên.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: Trong cuộc sống thì cụm từ “liên tục” được sử dụng rất nhiều, vậy trong toán học khái niệm liên tục được hiểu như thế nào, ta đi vào bài học: “Hàm số liên tục”.

## 2. Hoạt động 2: HOẠT ĐỘNG: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

### HD2.1. Hàm số liên tục tại một điểm

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục tại điểm, áp dụng xét tính liên tục của hàm số.

b) **Nội dung:**

Nhận biết tính liên tục của hàm số tại một điểm

$$\text{Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{neu } x \neq 1 \\ 2 & \text{neu } x = 1. \end{cases}$$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa tính liên tục tại 1 điểm.
<b>Thực hiện</b>	Cá nhân – tại lớp. ( Học sinh lên bảng và thực hiện các bước tính giới hạn và tính $f(x_0)$ để so sánh)
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân báo cáo, các nhóm theo dõi thảo luận.

<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Cho hàm số <math>y = f(x)</math> xác định trên khoảng <math>(a; b)</math> chứa điểm <math>x_0</math>. Hàm số <math>f(x)</math> được gọi là liên tục tại điểm <math>x_0</math> nếu <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)</math>.</p> </div>
--	---

**HĐ2.2 Vận dụng**

a) **Mục tiêu:** Giúp cho học sinh củng cố được cách xét tính liên tục của hàm số tại 1 điểm.

b) **Nội dung:**

**Ví dụ 1.** Xét tính liên tục của hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  tại điểm  $x_0 = 2$ .

**Ví dụ 2.** Xét tính liên tục của hàm dấu  $s(x) = \begin{cases} 1 & \text{ne } x > 0 \\ 0 & \text{ne } x = 0 \\ -1 & \text{ne } x < 0 \end{cases}$  tại điểm  $x_0 = 0$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<p><b>Chuyển giao</b></p>	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tìm TXĐ, tính giới hạn, tính giá trị hàm số tại <math>x = -2</math></p>
<p><b>Thực hiện</b></p>	<p>Học sinh lên bảng và thực hiện các bước tính giới hạn và tính <math>f(x_0)</math> để so sánh</p>
<p><b>Báo cáo thảo luận</b></p>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</p>
<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức :</p> <p>VD1. Rõ ràng hàm số <math>f(x)</math> xác định trên <math>\mathbb{R} \setminus \{1\}</math>, do đó <math>x_0 = 2</math> thuộc tập xác định của hàm số.</p> <p>Ta có <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-1} = 3 = f(2)</math>. Vậy hàm số <math>f(x)</math> liên tục tại <math>x_0 = 2</math>.</p> <p>VD2. Ta thấy <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} s(x) = -1</math>. Do đó không tồn tại giới hạn <math>\lim_{x \rightarrow 0} s(x)</math>.</p> <p>Vậy hàm số này gián đoạn tại 0.</p>

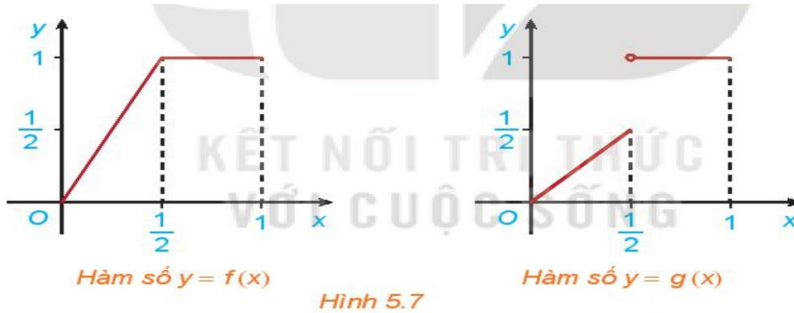
### HD2.3. HÀM SỐ LIÊN TỤC TRÊN MỘT KHOẢNG

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục trên khoảng và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục, áp dụng xét tính liên tục của hàm số.

b) **Nội dung:**

$$\text{Cho hai hàm số } f(x) = \begin{cases} 2x & \text{neu } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{neu } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \text{ và } g(x) = \begin{cases} x & \text{neu } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{neu } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

với đồ thị tương ứng như **Hình 5.7**



Xét tính liên tục của các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  tại điểm  $x = \frac{1}{2}$  và nhận xét về sự khác nhau giữa hai đồ thị.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)</li> <li>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa tính liên tục trên một khoảng.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Hàm số <math>y = f(x)</math> được gọi là <b>liên tục trên khoảng</b> <math>(a; b)</math> nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này.</p> <p>Hàm số <math>y = f(x)</math> được gọi là <b>liên tục trên đoạn</b> <math>[a ; b]</math> nếu nó liên tục trên khoảng <math>(a; b)</math> và <math>\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)</math>.</p> </div> <p>Các khái niệm hàm số liên tục trên nửa khoảng như <math>(a; b], [a; +\infty), \dots</math> được định nghĩa theo cách tương tự. Có thể thấy đồ thị của hàm số liên tục trên một khoảng là một đường liền trên khoảng đó.</p> <p>Về tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản đã biết, ta có</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hàm số đa thức và các hàm số <math>y = \sin x, y = \cos x</math> liên tục trên <math>\mathbb{R}</math>.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Các hàm số <math>y = \tan x, y = \cot x, y = \sqrt{x}</math> và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.</li> </ul>

#### HD2.4. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được tính chất các hàm số liên tục và một số định lí cơ bản về hàm số liên tục,

b) **Nội dung:** Cho hai hàm số  $f(x) = x^2$  và  $g(x) = -x + 1$ .

a) Xét tính liên tục của hai hàm số trên tại  $x = 1$ .

b) Tính  $L = \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$  và so sánh  $L$  với  $f(1) + g(1)$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)</li> <li>Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất liên tục của hàm số.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>Chốt kiến thức : Ta có khẳng định sau đây về tổng, hiệu, tích và thương của hai hàm số liên tục.</li> </ul>
	<p>Giả sử hai hàm số <math>y = f(x)</math> và <math>y = g(x)</math> liên tục tại điểm <math>x_0</math>. Khi đó:</p> <p>a) Các hàm số <math>y = f(x) + g(x)</math>, <math>y = f(x) - g(x)</math> và <math>y = f(x)g(x)</math> liên tục tại <math>x_0</math>;</p> <p>b) Hàm số <math>y = \frac{f(x)}{g(x)}</math> liên tục tại <math>x_0</math> nếu <math>g(x_0) \neq 0</math>.</p>

#### HD 2.5. Luyện tập:

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được kỹ hơn tính chất các hàm số liên tục và một số định lí cơ bản về hàm số liên tục,

b) **Nội dung:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ . Tìm các khoảng trên đó hàm số  $f(x)$  liên tục.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)</li> <li>Gv yêu cầu hs tìm TXĐ</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp. Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức : Vậy hàm số <math>f(x)</math> liên tục trên các khoảng <math>(-\infty;1)</math> và <math>(1;+\infty)</math>.</p>
-------------------------------------	---

**Tiết 2:**

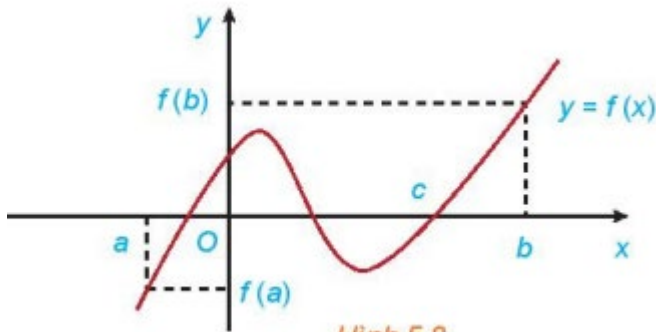
**3. Hoạt động 3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**HD3.1 Tìm số nghiệm pt dựa vào tính liên tục của hàm số**

a) **Mục tiêu:** Giúp học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết những vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

Thực hiện được cơ bản các dạng bài tập trong Sách giáo khoa

b) **Nội dung:** Dựa vào hình vẽ sau: Hãy tính  $f(a)$ ;  $f(b)$  và tính tích  $f(a).f(b)$  so sánh với 0



Hình 5.8

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm ) Gv yêu cầu hs tính $f(a)$ ; $f(b)$ và tính tích $f(a).f(b)$ so sánh với 0
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức : Nếu hàm số <math>y = f(x)</math> liên tục trên đoạn <math>[a;b]</math> và <math>f(a)f(b) &lt; 0</math> thì tồn tại ít nhất một điểm <math>c \in (a;b)</math> sao cho <math>f(c) = 0</math>.</p>

**HD 3.2 Bài tập SGK**

a) **Mục tiêu:** Giúp học sinh vận dụng kiến thức đã học giải quyết những bài toán xét tính liên tục của hàm số, vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

Thực hiện được cơ bản các dạng bài tập trong Sách giáo khoa

**b) Nội dung: Bài 2-SGK.** a/ Xét tính liên tục của hàm số  $y = g(x)$  tại  $x_0 = 2$ , biết:  $g(x) =$

$$\begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & , \quad x \neq 2 \\ 5 & , \quad x = 2 \end{cases}$$

b/ Cần thay số 5 bởi số nào để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp ( <i>học sinh lên bảng trình bày lời giải bài toán</i> )
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức : Với <math>x \neq 2</math> thì <math>g(x) = \frac{x^3-8}{x-2} = x^2 + 2x + 4</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)</math>  <math>= 12 \neq g(2) = 5</math></p> <p>Vậy hàm số không liên tục tại <math>x_0 = 2</math> . Vì <math>\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 12 \neq g(2)</math></p> <p>Cần thay số 5 bởi số 12</p> <p>+ Giáo viên nhận xét lời giải, sửa chữa và củng cố kiến thức.</p>

### HD 3.3. CÂU HỎI/BÀI TẬP KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ BÀI HỌC THEO ĐỊNH HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC

#### CÂU HỎI NHẬN BIẾT-THÔNG HIỂU

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{3x+2} - 2 & \text{khi } x > 2 \\ x-2 & \text{khi } x < 2 \\ ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Xác định  $a$  để hàm số liên tục tại 2.

**A.**  $a = 3$ .

**B.**  $a = 0$ .

**C.**  $a = 2$ .

**D.**  $a = 1$ .

**Câu 2:** Xét hai câu sau:

(1) Phương trình  $x^3 + 4x + 4 = 0$  luôn có nghiệm trên khoảng  $(-1; 1)$

(2) Phương trình  $x^3 + x - 1 = 0$  có ít nhất một nghiệm dương bé hơn 1

Trong hai câu trên:

**A.** Chỉ có (1) sai.

**B.** Chỉ có (2) sai.

**C.** Cả hai câu đều đúng.

**D.** Cả hai câu đều sai.

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$ . Mệnh đề **sai** là:

- A. Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất hai nghiệm trên khoảng  $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$ .
- B. Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trên khoảng  $(-2; 0)$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- D. Phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 4:** Cho các câu:

1. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì tồn tại  $x_0 \in (a; b)$  sao cho  $f(x_0) = 0$
2. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm
3. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục, đơn điệu  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm duy nhất thuộc  $(a; b)$

Trong ba câu trên

- A. Có đúng một câu sai.
- B. Cả ba câu đều đúng.
- C. Có đúng hai câu sai.
- D. Cả ba câu đều sai.

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục, tăng trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .
- B. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .
- C. Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$  thì hàm số  $f(x)$  phải liên tục trên  $(a; b)$ .
- D. Nếu  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .

**Câu 6:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{khi } x \neq 0; x \neq -1 \\ 3 & \text{khi } x = -1 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn  $[-1; 0]$ .
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 0$ .
- C. Liên tục tại mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ .
- D. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = -1$ .

**Câu 7:** Cho phương trình  $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$  (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng  $(-2; 1)$ .
- B. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng  $(0; 2)$ .
- C. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(-2; 0)$ .
- D. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 8:** Mệnh đề nào sau đây sai?



- A. Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc đoạn  $[a; b]$ .
- B. Các hàm số đa thức, phân thức hữu tỉ, lượng giác liên tục trên các khoảng mà nó xác định.
- C. Tổng hiệu tích thương của hai hàm liên tục tại một điểm là những hàm liên tục tại điểm đó.
- D. Cho hàm số  $f(x)$  có miền xác định  $D$  và  $a \in D$ . Ta nói  $f$  là hàm liên tục tại  $x = a$  khi
- $$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

### CÂU HỎI VẬN DỤNG

Tìm các khoảng liên tục của hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x-1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$ .

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số liên tục tại  $x = -1$ .
- B. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(1; +\infty)$ .
- C. Hàm số liên tục tại  $x = 1$ .
- D. Hàm số liên tục trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 9:** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

Hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 0$ .
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 1$ .
- C. Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn  $[0; 1]$ .
- D. Liên tục tại mọi điểm thuộc  $\mathbb{R}$ .

**Câu 10:** Xét tính liên tục của hàm số sau:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- A. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- B. Hàm số liên tục tại  $x = 0$  và  $x = 2$ .
- C. Hàm số liên tục tại  $x = 0$  và  $x = 1$ .
- D. Hàm số liên tục tại  $x = 0$  và  $x = 3$ .

**Câu 11:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{khi } x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ x^3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 0$ .
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 1$ .
- C. Liên tục tại mọi điểm trừ hai điểm  $x = 0$  và  $x = 1$ .
- D. Liên tục tại mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 3$  khi  $m$  bằng:

**A.** -4.

**B.** 4.

**C.** -1.

**D.** 1.

**Câu 13:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ 17 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  có tính chất

**A.** Liên tục tại  $x = 2$  nhưng không liên tục tại  $x = 0$ .

**B.** Liên tục tại  $x = 4, x = 0$ .

**C.** Liên tục tại mọi điểm.

**D.** Liên tục tại  $x = 3, x = 4, x = 0$ .

**Câu 14:** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $m \leq f(x) \leq M$  với mọi  $x \in [a; b]$ . Lúc đó:

1. Với mọi  $\alpha \in [m; M]$ , tồn tại  $x_0 \in [a; b]$  sao cho  $f(x_0) = \alpha$

2. Tồn tại  $x_1 \in [a; b]$  sao cho  $f(x_1) \leq f(x), \forall x \in [a; b]$

3. Tồn tại  $x_2 \in [a; b]$  sao cho  $f(x_2) \geq f(x), \forall x \in [a; b]$

Trong ba mệnh đề trên trên

**A.** Có đúng hai mệnh đề sai.

**B.** Cả ba mệnh đề đều sai.

**C.** Có đúng một mệnh đề sai.

**D.** Cả ba mệnh đề đều đúng.

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  Xác định  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 0$ .

**A.**  $a = 3$ .

**B.**  $a = \frac{3}{4}$ .

**C.**  $a = 2$ .

**D.**  $a = 1$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x \neq 4 \\ ax - \frac{5}{2} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Xác định  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 4$ .

**A.**  $a = 3$ .

**B.**  $a = 0$ .

**C.**  $a = 2$ .

**D.**  $a = 1$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Xác định  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 4$ .

**A.**  $a = 3$ .

**B.**  $a = 2$ .

**C.**  $a = \frac{-11}{6}$ .

**D.**  $a = \frac{5}{2}$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Xác định  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$

**A.**  $a = 3$ .

**B.**  $a = -3$ .

**C.**  $a = 2$ .

**D.**  $a = -5$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-6x+5}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Xác định  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .

A.  $a = \frac{3}{2}$ .

B.  $a = 0$ .

C.  $a = 2$ .

D.  $a = \frac{-9}{2}$ .

**4. Hoạt động 4: VẬN DỤNG**

**a) Mục tiêu:** Giúp học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết những vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

**b) Nội dung: Bài toán.** Một hình vuông có cạnh bằng 100cm, người ta nối với nhau các trung điểm của 4 cạnh và lại được một hình vuông mới, lại làm như vậy đối với hình vuông mới và cứ tiếp tục làm như thế mãi. Tính tổng diện tích của  $n$  hình vuông đầu tiên?

A.  $2 \cdot 100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{99}}\right)$

B.  $2 \cdot 100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{98}}\right)$

C.  $2 \cdot 100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$

D.  $2 \cdot 100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{97}}\right)$

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
<b>Thực hiện</b>	Theo nhóm – tại lớp ( <i>học sinh lên bảng trình bày lời giải bài toán</i> )
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức : Giả sử hình vuông cạnh <math>a</math>, và <math>T_n</math> là diện tích hình vuông thứ <math>n</math>.</p> $T_1 = a^2, T_2 = \frac{1}{2}T_1, T_3 = \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2^2}T_1, \dots, T_n = \frac{1}{2^{n-1}}T_1$ <p>Tổng diện tích các hình vuông:</p> $S_n = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n$ $= T_1 \left( \frac{1 - \frac{1}{2^{n-1}}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 2a^2 \left( 1 - \frac{1}{2^{n-1}} \right)$

.....



## CHƯƠNG V: GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

### Bài: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

Thời gian thực hiện: 1 tiết bài tập.

#### I. Mục tiêu.

##### 1. Về kiến thức

- Nắm được định nghĩa về giới hạn dãy số, hàm số, cấp số nhân lùi vô hạn, hàm số liên tục
- Biết cách tính giới hạn dãy số, hàm số, tổng cấp số nhân lùi vô hạn
- Biết giải quyết bài toán về hàm số liên tục

##### 2. Về năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học: thông qua việc làm các bài tập vận dụng.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Năng lực tự chủ và tự học, giao tiếp và hợp tác.

##### 3. Về phẩm chất:

- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác, xây dựng cao.
- Có ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức.
- Tích cực thực hiện các nhiệm vụ học tập

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu.

- Kiến thức về giới hạn dãy số, hàm số, cấp số nhân lùi vô hạn, hàm số liên tục
- Máy tính hoặc điện thoại có kết nối internet. Máy chiếu và các tài liệu tham khảo liên quan
- Phiếu học tập. Bảng phụ hoặc giấy A<sub>0</sub>

#### III. Tiến trình dạy học:

##### 1. Hoạt động 1 (10 phút): Hệ thống kiến thức chương V

- + **Mục tiêu:** Giúp học sinh hệ thống lại các kiến thức trọng tâm chương V.
- + **Nội dung:** GV giao nhiệm vụ cho học sinh về nhà làm và báo cáo.
- + **Sản phẩm:** Nội dung học sinh đã chuẩn bị theo phân công của giáo viên.
- + **Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
<p><b>B1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b> GV đã giao nhiệm vụ cho HS về nhà làm.</p> <p><b>B2: Thực hiện nhiệm vụ:</b> HS đã chuẩn bị nội dung ở nhà.</p> <p><b>B3: Báo cáo, thảo luận:</b> GV mời đại diện các nhóm báo cáo sản phẩm trước lớp và chọn 1 nhóm khác nhận xét, bổ sung.</p> <p><b>B4: Kết luận, nhận định, đánh giá:</b> GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, kết quả của các nhóm.</p>	

##### Sản phẩm dự kiến hoạt động 1:

##### Nhóm 1: Giới hạn dãy số

+) Các kết quả sau thường dùng

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \forall k \in \mathbb{N}^*.$$

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \forall |q| < 1.$$

$$\cdot \text{Nếu } |u_n| \leq v_n \forall n \geq 1 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$$

**\* giới hạn vô cực của dãy số**

+)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$ , với  $k$  là số nguyên dương;

+)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ , với  $q > 1$ .

+) Ta nói dãy số  $(u_n)$  **có giới hạn là số thực  $a$**  khi  $n$  dần tới dương vô cực nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$ , kí hiệu

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \text{ hay } u_n \rightarrow a \text{ khi } n \rightarrow +\infty.$$

+) Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây: Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$  thì

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ (nếu } b \neq 0 \text{)}$$

b) Nếu  $u_n \geq 0$  với mọi  $n$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  thì  $a \geq 0$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

+) Cấp số nhân vô hạn  $(u_n)$  có công bội  $q$  với  $|q| < 1$  được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$$

$$S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$$

+) Liên quan đến **giới hạn vô cực** của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

• Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$  (hoặc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ ) thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

• Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

• Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$ .

**Nhóm 2: Giới hạn hàm số**

-  $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$  với  $c$  là hằng số.

-  $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$  với  $n \in \mathbb{N}$ .

-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c, \lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$ .

- Với  $k$  là một số nguyên dương, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0.$$

**Một số giới hạn đặc biệt:**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$  Với  $k$  nguyên dương;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  là số chẵn;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$  với  $k$  là số lẻ.

a) Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$  thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M ;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)] = L.M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \text{ nếu } M \neq 0.$$

b) Nếu  $f(x) \geq 0$  với mọi  $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$  và

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

thì  $L \geq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$ .

- Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(x_0; b)$ . Ta nói số  $L$  là **giới hạn bên phải** của  $f(x)$  khi  $x \rightarrow x_0$  nếu với dãy số  $(x_n)$  bất kì thoả mãn  $x_0 < x_n < b$  và  $x_n \rightarrow x_0$ , ta có  $f(x_n) \rightarrow L$ , kí hiệu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ .

- Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; x_0)$ . Ta nói số  $L$  là **giới hạn bên trái** của  $f(x)$  khi  $x \rightarrow x_0$  nếu với dãy số  $(x_n)$  bất kì thoả mãn  $a < x_n < x_0$  và  $x_n \rightarrow x_0$ , ta có  $f(x_n) \rightarrow L$ , kí hiệu  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ .

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

Quy tắc tìm giới hạn của tích  $f(x).g(x)$ .

Giả sử  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$  (hoặc  $-\infty$ ).

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương  $\frac{f(x)}{g(x)}$ .

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
$L$	$+\infty$	Tùy ý	$0$
$L > 0$	$0$	$+$	$+\infty$
		$-$	$-\infty$
$L < 0$	$0$	$+$	$-\infty$
		$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp  $x \rightarrow x_0^+, x \rightarrow x_0^-$ .

### Nhóm 3: Hàm số liên tục

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; b)$  chứa điểm  $x_0$ . Hàm số  $f(x)$  được gọi là liên tục tại điểm  $x_0$  nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là **liên tục trên khoảng**  $(a; b)$  nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này.

Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là **liên tục trên đoạn**  $[a; b]$  nếu nó liên tục trên khoảng  $(a; b)$  và

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b).$$

- Hàm số đa thức và các hàm số  $y = \sin x, y = \cos x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- Các hàm số  $y = \tan x, y = \cot x, y = \sqrt{x}$  và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

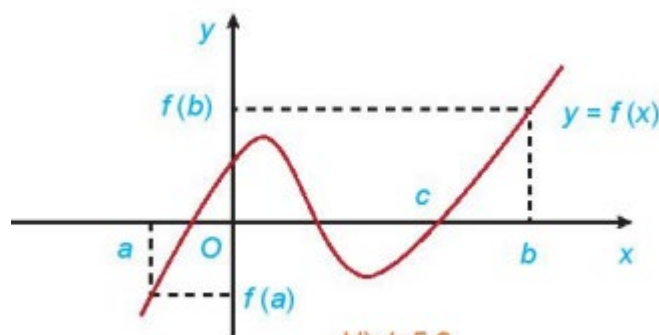
Giả sử hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ . Khi đó:

- Các hàm số  $y = f(x) + g(x), y = f(x) - g(x)$  và  $y = f(x)g(x)$  liên tục tại  $x_0$ ;
- Hàm số  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  liên tục tại  $x_0$  nếu  $g(x_0) \neq 0$ .

**Nhận xét.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì tồn tại ít nhất một điểm  $c \in (a; b)$  sao cho  $f(c) = 0$ .

Kết quả này được minh họa bằng đồ thị như Hình 5.8





Hình 5.8

## 2. Hoạt động 2 (10 phút): HĐ luyện tập

### HD2.1 Thực hiện bài tập phần A. Trắc nghiệm

+**Mục tiêu:** Củng cố kiến thức thông qua bài tập trắc nghiệm 5.18 đến 5.24

+**Nội dung:** Bài tập 5.18 đến 5.24 – SGK

- 5.18.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n}$ . Mệnh đề **đúng** là
- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ .      B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ .      C.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ .      D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .
- 5.19.** Cho  $u_n = \frac{2 + 2^2 + \dots + 2^n}{2^n}$ . Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  bằng
- A. 1.      B. 2.      C. -1.      D. 0.
- 5.20.** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2}{3^n}$ . Tổng của cấp số nhân này bằng
- A. 3.      B. 2.      C. 1.      D. 6.
- 5.21.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}$ . Mệnh đề **đúng** là
- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ .      D.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ .
- 5.22.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x - x^2}{|x|}$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  bằng
- A. 0.      B. 1.      C.  $+\infty$ .      D. -1.
- 5.22.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x - x^2}{|x|}$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  bằng
- A. 0.      B. 1.      C.  $+\infty$ .      D. -1.
- 5.23.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{|x+1|}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục trên
- A.  $(-\infty; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; -1]$ .

C.  $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ .

D.  $[-1; +\infty)$ .

5.24. Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2 & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$  khi

A.  $a = 0$ .

B.  $a = 3$ .

C.  $a = -1$ .

D.  $a = 1$ .

+**Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

+**Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
<p><b>B1: Chuyên giao nhiệm vụ:</b> GV yêu cầu học sinh làm việc nhóm 2 học sinh cùng bàn</p> <p><b>B2: Thực hiện nhiệm vụ:</b> + HS làm việc theo yêu cầu của GV. + GV quan sát, theo dõi và hỗ trợ (khi cần).</p> <p><b>B3: Báo cáo, thảo luận:</b> GV gọi HS trả lời.</p> <p><b>B4: Kết luận, nhận định, đánh giá:</b> GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, kết quả của học sinh.</p>	<p>5.18 C</p> <p>5.19 B</p> <p>5.20 C</p> <p>5.21 B</p> <p>5.22 B</p> <p>5.23 C</p> <p>5.24 B</p>

**HD2.2( 23 phút): Thực hiện bài tập phần B. Tự luận**

+ **Mục tiêu:** Củng cố kiến thức thông qua bài tập tự luận 5.26 - 5.31

+ **Nội dung:** Bài tập 5.26 - 5.31 - SGK.

5.26. Tìm giới hạn của các dãy số sau:

a)  $u_n = \frac{n^2}{3n^2 + 7n - 2}$

b)  $v_n = \sum_{k=0}^n \frac{3^k + 5^k}{6^k}$

c)  $w_n = \frac{\sin n}{4n}$

5.27. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số

a)  $1,(01)$ ;

b)  $5,(132)$ .

5.28. Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(1-x)^2}$ ;

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}}$ .

5.29. Tính các giới hạn một bên:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x-3|}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\sqrt{1-x}}$ .

5.30. Chứng minh rằng giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$  không tồn tại.

5.31. Giải thích tại sao các hàm số sau đây gián đoạn tại điểm đã cho:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases} \text{ tại điểm } x = 0;$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{nếu } x < 1 \\ 2-x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases} \text{ tại điểm } x = 1$$

+**Sản phẩm:** Lời giải của học sinh.

+**Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
<p><b>B1: Chuyển giao nhiệm vụ:</b>            + Chia lớp thành 6 nhóm: nhóm 1 bài 5.26 và 5.27. các nhóm còn lại mỗi nhóm 1 bài            + Yêu cầu học sinh làm việc theo nhóm và trình bày bài giải trong bảng phụ của nhóm.</p> <p><b>B2: Thực hiện nhiệm vụ:</b>            + HS chú ý quan sát, lắng nghe và làm việc nhóm theo yêu cầu của GV.            + GV quan sát, theo dõi các nhóm và hỗ trợ (khi cần).</p> <p><b>B3: Báo cáo, thảo luận:</b>            GV chọn ngẫu nhiên 1 bạn bất kỳ trong nhóm báo cáo sản phẩm trước lớp, các nhóm khác nhận xét, bổ sung (nếu có)</p> <p><b>B4: Kết luận, nhận định, đánh giá:</b>            GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, trình bày bài giải, kết quả,... của các nhóm.</p>	

5.26. Ta có

$$\text{a) } u_n = \frac{n^2}{3n^2 + 7n - 2} = \frac{1}{3 + \frac{7}{n} - \frac{2}{n^2}}. \text{ Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } v_n &= \sum_{k=0}^n \frac{3^k + 5^k}{6^k} = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k + \sum_{k=0}^n \left(\frac{5}{6}\right)^k = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}}{1 - \frac{5}{6}} \\ &= 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) + 6 \left(1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}\right). \text{ Do vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 8. \end{aligned}$$

$$\text{c) } |w_n| = \frac{|\sin n|}{4n} \leq \frac{1}{4n} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty. \text{ Vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0.$$

5.27. Ta có

$$\text{a) } 1,(01) = 1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \dots = 1 + \frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = 1\frac{1}{99}.$$

$$\text{b) } 5,(132) = 5 + \frac{132}{1000} + \frac{132}{1000^2} + \dots = 5 + \frac{\frac{132}{1000}}{1 - \frac{1}{1000}} = 5\frac{132}{999}.$$

5.28. Ta có

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{(x-7)(\sqrt{x+2} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(1-x)^2} = +\infty.$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{2}.$$

5.29. a)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 6.$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\sqrt{1-x}} = +\infty.$

5.30. Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$ . Do đó, giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$  không tồn tại.

5.31. a) Xét tính liên tục của hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$  tại điểm  $x = 0$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ .

Vậy không tồn tại giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

b) Xét tính liên tục của hàm số  $g(x) = \begin{cases} 1+x & \text{nếu } x < 1, \\ 2-x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$  tại điểm  $x = 1$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2-x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x) = 2$ .

Do đó không tồn tại giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ .

**Tổng kết và hướng dẫn công việc ở nhà (2 phút).**

GV tổng kết lại nội dung trọng tâm của tiết học.

GV giao cho HS về nhà làm các bài tập còn lại : 5.32 ,5.33 , 5.34

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG VI BÀI 18. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán : 11

**Thời gian thực hiện: 02 tiết**

**I. MỤC TIÊU**

**1. Kiến thức:**

- Nhận biết khái niệm lũy thừa với số mũ nguyên của một số thực khác 0; lũy thừa với số mũ hữu tỷ và lũy thừa với số mũ thực của một số thực dương.
- Biết cách áp dụng khái niệm lũy thừa vào giải thích các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên, lũy thừa với số mũ hữu tỷ và lũy thừa với số mũ thực.
- Biết sử dụng tính chất của phép tính lũy thừa trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến .
- Biết tính giá trị biểu thức số có chứa phép tính lũy thừa bằng cách sử dụng máy tính cầm tay.
- Biết so sánh hai lũy thừa, phân biệt trong các trường hợp cơ số lớn hơn 1 và nhỏ hơn 1.
- Biết giải quyết một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc thực tiễn gắn với phép tính lũy thừa.

**2. Năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong phần giải thích các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên, lũy thừa với số mũ hữu tỷ và lũy thừa với số mũ thực.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

**3. Phẩm chất:** Thông qua các kiến thức và chuỗi hoạt động trong bài học, hướng học sinh rèn luyện

- Phẩm chất chăm chỉ
- Phẩm chất trung thực
- Phẩm chất trách nhiệm
- Năng lực sử dụng ngôn ngữ: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1.**

**1. Hoạt động 1. Mở đầu**

**a) Mục tiêu:**

- Giúp học sinh nhớ lại một số vấn đề về lũy thừa đã gặp trong toán học và các môn khoa học tự nhiên khác
- Tạo tình huống nhằm tạo hứng thú và khơi dậy sự tìm tòi, khám phá của học sinh để vào bài mới.

**b) Nội dung:**

CH1: Nhắc lại khái niệm lũy thừa với số mũ tự nhiên

CH2: Đưa ra bài toán lãi kép để học sinh thực hiện

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :

	<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Nêu được một số thông tin về bài toán lãi kép</li> <li>+ Huy động các kiến thức đã học để tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) bác Minh thu được.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

## 2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### 2.1. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC 1: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN.

#### 2.1.1. Hình thành định nghĩa

**a) Mục tiêu:** Tạo tình huống để học sinh tiếp cận khái niệm “lũy thừa với số mũ nguyên” và một số bài toán minh họa cho bài toán lũy thừa.

**b) Nội dung:** GV cho ví dụ, hướng dẫn và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

H1 – Điền vào chỗ trống để được mệnh đề đúng.

H2 – Trong các biểu thức sau, biểu thức nào có nghĩa?

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

Đ1 – Suy nghĩ, ghi nhớ và điền vào chỗ trống để được mệnh đề đúng.

Đ2 – Suy nghĩ, ghi nhớ và tìm biểu thức có nghĩa.

**d) Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** GV nêu câu hỏi

\*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập

Đ: Học sinh làm việc cá nhân giải quyết ví dụ sau.

VÍ DỤ	GỢI Ý
<p><b>Ví dụ 1:</b> Điền vào chỗ trống để được mệnh đề đúng.</p> <p>a. <math>a^n = \underbrace{a.a.....a}_{n \text{ thừa số}}</math></p> <p>b. <math>a^0 = \dots</math> với <math>a \neq 0</math></p> <p>c. <math>a^{-n} = \dots</math> với <math>a \neq 0</math></p>	<p>a. <math>a^n = \underbrace{a.a.....a}_{n \text{ thừa số}}</math></p> <p>b. <math>a^0 = 1</math> với <math>a \neq 0</math></p> <p>c. <math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math> với <math>a \neq 0</math></p>
<p><b>Ví dụ 2:</b> Trong các biểu thức sau, biểu thức nào có nghĩa?</p> <p><math>M = 1^0</math>      <math>N = 0^0</math>      <math>P = 0^{-n}</math>      <math>Q = 1^{-1}</math></p> <p>A. M và Q      B. M và N</p> <p>C. Q      D. M, N và Q.</p>	<p><b>Đáp án: A</b></p>

\*) **Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 02 HS lên bảng trình bày câu trả lời của mình.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới: định nghĩa lũy thừa với số mũ nguyên.

**Định nghĩa:** Cho  $n$  là số nguyên dương.

Với  $a$  là số thực tùy ý, lũy thừa bậc  $n$  của  $a$  là tích của  $n$  thừa số  $a$ .

$$a^n = \underbrace{a.a.....a}_{n \text{ thừa số}}$$

Với  $a \neq 0$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Trong biểu thức  $a^m$ , ta gọi  $a$  là **cơ số**, số nguyên  $m$  là **số mũ**.

**Chú ý:**

$0^0$  và  $0^{-n}$  không có nghĩa.

Lũy thừa với số mũ nguyên có tính chất tương tự của lũy thừa với số mũ nguyên dương.

**2.1.2. Tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên**

**a) Mục tiêu:** Học sinh nắm vững các tính chất biểu thị bằng đẳng thức và các tính chất biểu thị bằng bất đẳng thức của lũy thừa với số mũ nguyên, biết giải thích các tính chất đó.

**b) Nội dung:** Nêu các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên. Hãy giải thích các tính chất đó

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

+ Nếu  $a > 1$  thì  $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$ .

+ Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

**d) Tổ chức thực hiện:** Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	Nêu các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên. Hãy giải thích các tính chất đó
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**2.1.3. Ví dụ vận dụng**

**a) Mục tiêu:** Học sinh hiểu khái niệm về lũy thừa với số mũ nguyên, ứng dụng vào giải các bài toán ở mức độ nhận biết, thông hiểu.

**b) Nội dung:** GV cho ví dụ, hướng dẫn và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

H1 – Tính giá trị biểu thức.

H2 – Rút gọn biểu thức?

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

Đ1 – Suy nghĩ, ghi nhớ và tính giá trị biểu thức.

Đ2 – Suy nghĩ, ghi nhớ và rút gọn biểu thức.

**d) Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** GV nêu câu hỏi. Hết thời gian dự kiến cho từng ví dụ, quan sát thấy em nào có lời giải tốt nhất thì gọi lên bảng trình bày lời giải. Các HS khác quan sát lời giải, so sánh với lời giải của mình, cho ý kiến.

\*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập.

Đ: Học sinh làm việc theo cặp đôi, viết lời giải vào giấy nháp. Giáo viên quan sát học sinh làm việc, nhắc nhở học sinh không tích cực, giải đáp nếu các em có thắc mắc.

<b>VÍ DỤ</b>	<b>GỢI Ý</b>
--------------	--------------



<b>Ví dụ 1:</b> Tính giá trị biểu thức: $A = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot 8^{-2} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2}$	$A = 5$
<b>Ví dụ 2:</b> Một số dương $x$ được gọi là viết dưới dạng kí hiệu khoa học nếu $x = a \cdot 10^m$ , ở đó $1 \leq a < 10$ và $m$ là số nguyên. Hãy viết các số liệu sau dưới dạng kí hiệu khoa học a) Khối lượng của Trái đất khoảng 5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg b) Khối lượng của hạt proton khoảng 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67262 kg	a) $5,98 \cdot 10^{24}$ kg b) $1,67262 \cdot 10^{-27}$ kg

\*) **Báo cáo, thảo luận:** Hết thời gian dự kiến cho từng ví dụ, quan sát thấy em nào có lời giải tốt nhất thì gọi lên bảng trình bày lời giải. Các HS khác quan sát lời giải, so sánh với lời giải của mình, cho ý kiến.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:** Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa lời giải, từ đó nêu định nghĩa lũy thừa với số mũ nguyên và các chú ý.

## 2.2. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ HỮU TỈ.

### 2.2.1. Hình thành định nghĩa căn bậc $n$

- a) **Mục tiêu:** Tạo tình huống để học sinh tiếp cận khái niệm “căn bậc  $n$ ” và tính chất của căn bậc  $n$ .  
 b) **Nội dung:** GV cho ví dụ, hướng dẫn và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

HD2 – Nhận biết khái niệm căn bậc  $n$

- a) Tìm tất cả các số thực  $x$  sao cho  $x^2 = 4$   
 b) Tìm tất cả các số thực  $x$  sao cho  $x^3 = -8$

Định nghĩa : sgk

H3: Số âm có căn bậc chẵn không ? Vì sao

Luyện tập 2: Tính a)  $\sqrt[3]{-125}$                       b)  $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS; a)  $x = \pm 2$       b)  $x = -2$

d) **Tổ chức thực hiện:** Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<b>HS</b> nghiên cứu các câu hỏi của GV	
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.	
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. Cho số thực $a$ và số nguyên dương $n$ . Số $b$ được gọi là căn bậc $n$ của $a$ nếu $b^n = a$ .	
	$n$ lẻ, $a \in \mathbb{R}$	Có duy nhất một căn bậc $n$ của $a$ , kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$
	$n$ chẵn, $a > 0$	Có hai căn trái dấu, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{a}$ , còn giá trị âm là $-\sqrt[n]{a}$ .
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo	

### 2.2.2. Tính chất của căn bậc n

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm vững các tính chất của căn bậc n.

b) **Nội dung:** Nêu các tính chất của căn bậc n

HD3: a) Tính và so sánh :  $\sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt[3]{27}$  và  $\sqrt[3]{(-8) \cdot 27}$

b) Tính và so sánh:  $\frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{27}}$  và  $\sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$

#### Tính chất:

Giả sử n, k là các số nguyên dương, m là số nguyên. Khi đó

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} ; \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} ; \quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} ; \quad \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a| & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases} ; \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Ví dụ 3: Tính a)  $\sqrt[3]{5} : \sqrt[3]{625}$

b)  $\sqrt[3]{-25\sqrt{5}}$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

d) **Tổ chức thực hiện:** Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<b>Hs</b> nghiên cứu các câu hỏi của GV
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 2.2.3. Hình thành định nghĩa lũy thừa với số mũ hữu tỉ

a) **Mục tiêu:** Tạo tình huống để học sinh tiếp cận khái niệm “lũy thừa với số mũ hữu tỉ” và một số bài toán minh họa cho bài toán lũy thừa.

b) **Nội dung:** GV cho ví dụ, hướng dẫn và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

HD4: Cho a là số thực dương.

a) Với n là số nguyên dương, hãy thử định nghĩa  $a^{\frac{1}{n}}$  sao cho  $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$

b) Từ kq của câu a, hãy thử định nghĩa  $a^{\frac{m}{n}}$ , với m là số nguyên và n là số nguyên dương, sao cho

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

Định nghĩa: sgk  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

H4: Vì sao trong định nghĩa lũy thừa với số mũ hữu tỉ lại cần đk cơ số a>0

Ví dụ 4: Tính a)  $16^{\frac{2}{3}}$

b)  $8^{-\frac{2}{3}}$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<b>Hs</b> nghiên cứu các câu hỏi của GV
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**2.2.4. Củng cố**

**a) Mục tiêu:** Học sinh vận dụng các tính chất của lũy thừa với số mũ hữu , các trường hợp căn bậc  $n$  vào giải các bài toán ở mức độ nhận biết, thông hiểu.

**b) Nội dung:** GV cho bài tập, hướng dẫn, chia lớp thành 3 nhóm và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

H1 – Tính giá trị biểu thức.

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

Đ1 – Suy nghĩ, ghi nhớ và tính giá trị biểu thức.

**d) Tổ chức thực hiện:**

\*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** GV nêu câu hỏi. Học sinh làm việc theo nhóm.

\*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập.

Đ: GV chia lớp thành 3 nhóm, thực hiện 3 bài tập sau:

<b>NỘI DUNG</b>	<b>GỢI Ý</b>
Rút gọn biểu thức $A = \frac{x^{\frac{3}{2}}y + xy^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$	Đưa về số mũ hữu tỉ: $A=xy$

\*) **Báo cáo, thảo luận:** Hết thời gian dự kiến, giáo viên cho đại diện của các nhóm lên bảng trình bày lời giải. Các nhóm khác quan sát lời giải, so sánh với lời giải của mình, cho ý kiến.

\*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:** GV chỉnh sửa, hoàn thiện lời giải trên bảng (nếu có sai sót).

**2.3. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC : LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC.****2.3.1. Hình thành định nghĩa**

**a) Mục tiêu:** Tạo tình huống để học sinh tiếp cận khái niệm “lũy thừa với số mũ thực” và một số bài toán minh họa cho bài toán lũy thừa.

**b) Nội dung:** GV cho ví dụ, hướng dẫn và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

HĐ5 – Nhận biết lũy thừa với số mũ thực.

Định nghĩa: SGK

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<b>Hs</b> nghiên cứu các câu hỏi của GV
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức
-------------------------------------	--

### 2.3.2. Ví dụ vận dụng

**a) Mục tiêu:** Học sinh hiểu khái niệm về lũy thừa với số mũ thực, ứng dụng vào giải các bài toán ở mức độ nhận biết, thông hiểu.

**b) Nội dung:** GV cho ví dụ, hướng dẫn và tổ chức cho học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

H1 – Tính giá trị biểu thức.

H2 – So sánh các số?

**c) Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

Đ1 – Suy nghĩ, ghi nhớ và tính giá trị biểu thức.

Đ2 – Suy nghĩ, ghi nhớ và so sánh.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**\*) Chuyển giao nhiệm vụ:** GV nêu câu hỏi. Hết thời gian dự kiến cho từng ví dụ, quan sát thấy em nào có lời giải tốt nhất thì gọi lên bảng trình bày lời giải. Các HS khác quan sát lời giải, so sánh với lời giải của mình, cho ý kiến.

**\*) Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập.

Đ: Học sinh làm việc theo cặp đôi, viết lời giải vào giấy nháp. Giáo viên quan sát học sinh làm việc, nhắc nhở học sinh không tích cực, giải đáp nếu các em có thắc mắc.

VÍ DỤ	GỢI Ý
<b>Ví dụ 1:</b> Rút gọn biểu thức: $A = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{\sqrt{5}-3} \cdot a^{4-\sqrt{5}}}$ $(a > 0)$ .	$A = a$
<b>Ví dụ 2:</b> Không sử dụng máy tính, hãy so sánh các số $8^{\sqrt{3}}$ và $4^{2\sqrt{3}}$	Đưa về so sánh hai lũy thừa cùng có số
<b>Ví dụ 3:</b> Cho $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ . Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$ ; $c) a^4 : \sqrt[3]{a}$	ĐS: b) b; c) a

**\*) Báo cáo, thảo luận:** Hết thời gian dự kiến cho từng ví dụ, quan sát thấy em nào có lời giải tốt nhất thì gọi lên bảng trình bày lời giải. Các HS khác quan sát lời giải, so sánh với lời giải của mình, cho ý kiến.

**\*) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:** Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa lời giải, từ đó nêu định nghĩa lũy thừa với số mũ nguyên và các chú ý.

## Tiết 2

### 3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP

**a) Mục tiêu:** Học sinh biết dùng các tính chất của lũy thừa để tính giá trị của biểu thức chứa lũy thừa, rút gọn biểu thức và so sánh những biểu thức có chứa lũy thừa.

**b) Nội dung:**

#### PHIẾU HỌC TẬP 1

(Thời gian 15-20 phút)

**Câu 1:** Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}}$ .

- A. 288.                      B.  $\frac{32}{9}$ .                      C.  $\frac{2}{9}$ .                      D. 18.

**Câu 2:** Biết  $P = (5 - 2\sqrt{6})^{2020} (5 + 2\sqrt{6})^{2021}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $P \in (9; 10)$ .                      B.  $P \in (0; 1)$ .                      C.  $P \in (7; 8)$ .                      D.  $P \in (3; 4)$ .

**Câu 3:** Rút gọn biểu thức  $P = a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}$  với  $a > 0$ .

- A.  $P = a^3$ .                      B.  $P = a^{\sqrt{3}+1}$ .                      C.  $P = a^{2\sqrt{3}+1}$ .                      D.  $P = a$ .

**Câu 4:** Cho  $a > 0$ , rút gọn biểu thức  $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-2})^{\sqrt{5}+2}}{a^{1-\sqrt{3}} \cdot a^{\sqrt{3}-2}}$ .

- A.  $P = 1$ .                      B.  $P = a$ .                      C.  $P = \frac{1}{a}$ .                      D.  $P = a^2$ .

**Câu 5:** Cho  $a$  là số thực dương, viết biểu thức  $P = a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$  dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A.  $P = a^{\frac{5}{3}}$ .                      B.  $P = a^{\frac{5}{6}}$ .                      C.  $P = a^{\frac{11}{6}}$ .                      D.  $P = a^2$ .

**Câu 6:** Cho  $a, b$  là các số dương. Rút gọn biểu thức  $P = \frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$  được kết quả là

- A.  $P = ab^2$ .                      B.  $P = a^2b$ .                      C.  $P = ab$ .                      D.  $P = a^2b^2$ .

**Câu 7:** Cho số thực dương  $a > 0$ , biểu thức  $P = \sqrt{a \sqrt{a^2 \sqrt{a^3 \sqrt{a^4}}}} : a^{\frac{3}{8}}$  được viết lại dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

- A.  $P = a^2$ .                      B.  $P = a^{\frac{15}{8}}$ .                      C.  $P = a^{\frac{5}{4}}$ .                      D.  $P = a^{\frac{13}{8}}$ .

**Câu 8:** Cho số thực dương  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Rút gọn biểu thức  $C = \frac{a^{\frac{3}{4}} \left( a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{4}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left( a - a^{\frac{5}{6}} \right)}$  ta được

- A.  $C = a$ .                      B.  $C = a^5$ .                      C.  $C = a^{\frac{7}{2}}$ .                      D.  $C = a^{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 9:** Cho  $a, b$  là các số thực dương. Giá trị của biểu thức  $E = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$  là

- A.  $E = -2$ .                      B.  $E = -1$ .                      C.  $E = 1$ .                      D.  $E = 0$ .

**Câu 10:** Rút gọn biểu thức  $E = \left[ \frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}}$  với  $a \notin \{0; -1; 1\}$  ta được

- A.  $E = \sqrt{2}$ .                      B.  $E = -\sqrt{2}$ .                      C.  $E = a$ .                      D.  $E = \frac{1}{a}$ .

**Câu 11:** So sánh hai số  $m, n$  nếu  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$ .

- A.  $m < n$ .                      B.  $m = n$ .                      C.  $m > n$ .                      D.  $m = -n$ .

**Câu 12:** Nếu  $(2\sqrt{3}-1)^{a+2} < 2\sqrt{3}-1$  thì

- A.  $a < -1$ .                      B.  $a < 1$ .                      C.  $a > -1$ .                      D.  $a \geq -1$ .

**Câu 13:** Kết luận nào sau đây đúng về số thực  $a$  nếu  $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$ .

- A.  $1 < a < 2$ .                      B.  $a < 1$ .                      C.  $a > 1$ .                      D.  $0 < a < 1$ .

**Câu 14:** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $(\sqrt{11}-\sqrt{2})^6 > (\sqrt{11}-\sqrt{2})^7$ .                      B.  $(4-\sqrt{2})^3 < (4-\sqrt{2})^4$ .  
C.  $(2-\sqrt{2})^3 < (2-\sqrt{2})^4$ .                      D.  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^4 < (\sqrt{3}-\sqrt{2})^5$ .

**Câu 15:** Rút gọn  $P = \frac{a^{-1} + (b+c)^{-1}}{a^{-1} - (b+c)^{-1}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \cdot (a+b+c)^{-2}$  ta được

- A.  $P = \frac{1}{2ab}$ .                      B.  $P = \frac{1}{ac}$ .                      C.  $P = \frac{1}{2ac}$ .                      D.  $P = \frac{1}{2bc}$ .

**c) Sản phẩm:** Học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình

### LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Câu 1:** Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}}$ .

- A. 288.                      B.  $\frac{32}{9}$ .                      C.  $\frac{2}{9}$ .                      D. 18.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{4^{5+\sqrt{3}} \cdot 3^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{2^{10+2\sqrt{3}} \cdot 3^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{2^5}{3^2} = \frac{32}{9}.$$

**Câu 2:** Biết  $P = (5-2\sqrt{6})^{2020} (5+2\sqrt{6})^{2021}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $P \in (9; 10)$ .                      B.  $P \in (0; 1)$ .                      C.  $P \in (7; 8)$ .                      D.  $P \in (3; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } P = (5-2\sqrt{6})^{2020} (5+2\sqrt{6})^{2021} = (5-2\sqrt{6})^{2020} (5+2\sqrt{6})^{2020} (5+2\sqrt{6})$$

$$= \left(5^2 - (2\sqrt{6})^2\right)^{2020} (5 + 2\sqrt{6}) = 5 + 2\sqrt{6} \approx 9,9 \in (9; 10).$$

**Câu 3:** Rút gọn biểu thức:  $P = a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}$  với  $a > 0$ .

**A.**  $P = a^3$

**B.**  $P = a^{\sqrt{3}+1}$

**C.**  $P = a^{2\sqrt{3}+1}$

**D.**  $P = a$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$P = a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1} = a^{\sqrt{3}+2} a^{1-\sqrt{3}} = a^3.$$

**Câu 4:** Cho  $a > 0$ , rút gọn biểu thức  $P = \frac{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}{a^{1-\sqrt{3}} \cdot a^{\sqrt{3}-2}}$ .

**A.**  $P = 1$ .

**B.**  $P = a$ .

**C.**  $P = \frac{1}{a}$ .

**D.**  $P = a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$P = \frac{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}{a^{1-\sqrt{3}} \cdot a^{\sqrt{3}-2}} = \frac{a^{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}}{a^{-1}} = \frac{a}{a^{-1}} = a^2.$$

**Câu 5:** Cho  $a$  là số thực dương, viết biểu thức  $P = a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$  dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

**A.**  $P = a^{\frac{5}{3}}$ .

**B.**  $P = a^{\frac{5}{6}}$ .

**C.**  $P = a^{\frac{11}{6}}$ .

**D.**  $P = a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$P = a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} = a \cdot \sqrt[3]{a^{\frac{5}{2}}} = a \cdot a^{\frac{5}{6}} = a^{\frac{11}{6}}$$

**Câu 6:** Cho  $a, b$  là các số dương. Rút gọn biểu thức  $P = \frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$  được kết quả là

**A.**  $P = ab^2$ .

**B.**  $P = a^2b$ .

**C.**  $P = ab$ .

**D.**  $P = a^2b^2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$P = \frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}} = \frac{(a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{2}})^4}{\sqrt[3]{a^6 \cdot b^3}} = \frac{a^3 \cdot b^2}{a^2 \cdot b} = ab.$$

**Câu 7:** Cho số thực dương  $a > 0$ , biểu thức  $P = \sqrt{a \sqrt{a^2 \sqrt{a^3 \sqrt{a^4}}}} : a^{\frac{3}{8}}$  được viết lại dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

**A.**  $P = a^2$ .

**B.**  $P = a^{\frac{15}{8}}$ .

**C.**  $P = a^{\frac{5}{4}}$ .

**D.**  $P = a^{\frac{13}{8}}$ .

Lời giải

Chọn C

$$P = \sqrt{a\sqrt{a^2\sqrt{a^3\sqrt{a^4}}}} : a^{\frac{3}{8}} = \left( a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{4}} \cdot a^{\frac{3}{8}} \cdot a^{\frac{4}{16}} \right) : a^{\frac{3}{8}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16}} : a^{\frac{3}{8}} = a^{\frac{13}{8} - \frac{3}{8}} = a^{\frac{5}{4}}$$

**Câu 8:** Cho số thực dương  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Rút gọn biểu thức  $C = \frac{a^{\frac{3}{4}}(a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{4}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a - a^{\frac{5}{6}})}$  ta được

- A.**  $C = a$ .                      **B.**  $C = a^5$ .                      **C.**  $C = a^{\frac{7}{2}}$ .                      **D.**  $C = a^{\frac{3}{2}}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } C = \frac{a^{\frac{3}{4}}(a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{4}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a - a^{\frac{5}{6}})} = \frac{a^{\frac{3}{4}}a^{\frac{1}{2}}(a - a^{\frac{5}{6}})}{a^{\frac{1}{4}}(a - a^{\frac{5}{6}})} = \frac{a^{\frac{5}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}} = a$$

**Câu 9:** Cho  $a, b$  là các số thực dương. Giá trị của biểu thức  $E = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$  là

- A.**  $E = -2$ .                      **B.**  $E = -1$ .                      **C.**  $E = 1$ .                      **D.**  $E = 0$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$E = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0$$

**Câu 10:** Rút gọn biểu thức  $E = \left[ \frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}}$  với  $a \notin \{0; -1; 1\}$  ta được

- A.**  $E = \sqrt{2}$ .                      **B.**  $E = -\sqrt{2}$ .                      **C.**  $E = a$ .                      **D.**  $E = \frac{1}{a}$ .

Lời giải

Chọn A

$$E = \left[ \frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}} = (a\sqrt{2} \cdot (1+a^2) - 2\sqrt{2}a) \cdot \frac{1}{a^3(1-\frac{1}{a^2})}$$

$$= \frac{a\sqrt{2}(a^2-1)}{a(a^2-1)} = \sqrt{2}$$



**Câu 11:** So sánh hai số  $m, n$  nếu  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$ .

**A.**  $m < n$ .

**B.**  $m = n$ .

**C.**  $m > n$ .

**D.**  $m = -n$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Do } \begin{cases} 0 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 1 \\ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n \end{cases} \Rightarrow m < n.$$

**Câu 12:** Nếu  $(2\sqrt{3}-1)^{a+2} < 2\sqrt{3}-1$  thì

**A.**  $a < -1$ .

**B.**  $a < 1$ .

**C.**  $a > -1$ .

**D.**  $a \geq -1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } 2\sqrt{3}-1 > 1 \text{ nên } (2\sqrt{3}-1)^{a+2} < 2\sqrt{3}-1 \Leftrightarrow a+2 < 1 \Leftrightarrow a < -1.$$

**Câu 13:** Kết luận nào sau đây đúng về số thực  $a$  nếu  $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$ .

**A.**  $1 < a < 2$ .

**B.**  $a < 1$ .

**C.**  $a > 1$ .

**D.**  $0 < a < 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Vì } \begin{cases} \frac{3}{4} < 2 \\ (2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2 \end{cases} \Rightarrow 0 < 2-a < 1 \Leftrightarrow 1 < a < 2.$$

**Câu 14:** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  $(\sqrt{11}-\sqrt{2})^6 > (\sqrt{11}-\sqrt{2})^7$ .

**B.**  $(4-\sqrt{2})^3 < (4-\sqrt{2})^4$ .

**C.**  $(2-\sqrt{2})^3 < (2-\sqrt{2})^4$ .

**D.**  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^4 < (\sqrt{3}-\sqrt{2})^5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Vì cơ số } a = 4-\sqrt{2} > 1 \text{ nên } (4-\sqrt{2})^3 < (4-\sqrt{2})^4.$$

**Câu 15:** Rút gọn  $P = \frac{a^{-1}+(b+c)^{-1}}{a^{-1}-(b+c)^{-1}} \cdot \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right) \cdot (a+b+c)^{-2}$  ta được

**A.**  $P = \frac{1}{2ab}$ .

**B.**  $P = \frac{1}{ac}$ .

**C.**  $P = \frac{1}{2ac}$ .

**D.**  $P = \frac{1}{2bc}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } P = \frac{a^{-1}+(b+c)^{-1}}{a^{-1}-(b+c)^{-1}} \cdot \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right) \cdot (a+b+c)^{-2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \cdot \left( \frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \cdot \frac{1}{(a+b+c)^2} \\
&= \frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} \cdot \frac{1}{(a+b+c)^2} \\
&= \frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \frac{(a+b+c)(b+c-a)}{2bc} \cdot \frac{1}{(a+b+c)^2} = \frac{1}{2bc}.
\end{aligned}$$

#### d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 1 HS: Nhận nhiệm vụ,
<b>Thực hiện</b>	GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

#### 4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG.

a) Mục tiêu: Giải quyết một số bài toán ứng dụng.

b) Nội dung

##### PHIẾU HỌC TẬP 2

##### Vận dụng 1: Bài toán lãi kép

**Bài toán 1:** Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác An gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% / tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9% / tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6% / tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây?

A. 5436521,164 đồng.

B. 5468994,09 đồng.

C. 5452733,453 đồng.

D. 5452771,729 đồng.

##### Vận dụng 2: Bài toán gửi tiền tiết kiệm hàng tháng

**Bài toán 2:** Ông An gửi gói tiết kiệm tích lũy cho con tại một ngân hàng với số tiền tiết kiệm ban đầu là 200.000.000 VND với lãi suất 7% / năm. Từ năm thứ hai trở đi, mỗi một năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền là 20.000.000 VND. Ông không đi rút lãi định kì hàng năm. Biết rằng lãi suất định kì hàng năm không thay đổi. Hỏi sau 18 năm số tiền ông An nhận được cả gốc và lãi là bao nhiêu?

A. 1.335.967.000 VND.

B. 1.686.898.000 VND.

C. 743.585.000 VND.

D. 739.163.000 VND.

##### Vận dụng 3: Bài toán trả góp hàng tháng

**Bài toán 3:** Chị Minh vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất chị Minh trả 5,5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng. (Biết rằng lãi suất không đổi) thì sau bao lâu, chị Minh trả hết số tiền trên.

- A. 64 tháng.                      B. 65 tháng.                      C. 66 tháng.                      D. 62 tháng.

**Vận dụng 4: Bài toán rút tiền hàng tháng**

**Bài toán 4:** Bó Nam gửi 15000 USD vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,73% / tháng để dành cho Nam đi đại học. Nếu cuối mỗi tháng kể từ ngày gửi Nam rút đều đặn 300 USD thì sau bao nhiêu tháng Nam hết tiền? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 65 tháng.                      B. 62 tháng.                      C. 71 tháng.                      D. 75 tháng.

c) Sản phẩm: Sản phẩm trình bày của 4 nhóm học sinh

d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 2 tiết cuối của bài HS: Nhận nhiệm vụ,
<b>Thực hiện</b>	Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài ở nhà .
<b>Báo cáo thảo luận</b>	HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết tiếp theo Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức tổng thể trong bài học. - Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng kiến thức tổng quát liên quan đến các bài toán lãi suất ngân hàng.

**\*Hướng dẫn làm bài**

**Vận dụng 1: Bài toán lãi kép**

**Bài toán 1:** Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác An gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% / tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9% / tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6% / tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây?

- A. 5436521,164 đồng.                      B. 5468994,09 đồng.  
C. 5452733,453 đồng.                      D. 5452771,729 đồng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số vốn tích lũy của bác An sau 6 tháng gửi tiền với lãi suất 0,7% / tháng là:

$$T_1 = 5 \cdot (1 + 0,7\%)^6 = 5 \cdot (1,007)^6 \text{ (triệu đồng)}$$

Số vốn tích lũy của bác An sau 9 tháng gửi tiền (3 tháng tiếp theo với lãi suất 0,9% / tháng) là:

$$T_2 = T_1 \cdot (1,009)^3 = 5 \cdot (1,007)^6 \cdot (1,009)^3 \text{ (triệu đồng)}$$

Do đó số tiền bác An lãnh được sau 1 năm (12 tháng) từ ngân hàng (3 tháng tiếp theo sau đó với lãi suất 0,6% / tháng) là:

$$T = T_2 \cdot (1,006)^3 = 5 \cdot (1,007)^6 \cdot (1,009)^3 \cdot (1,006)^3 \text{ (triệu đồng)} \approx 5452733,453 \text{ (đồng)}$$

## Vận dụng 2: Bài toán gửi tiền tiết kiệm hàng tháng

**Bài toán 2:** Ông An gửi gói tiết kiệm tích lũy cho con tại một ngân hàng với số tiền tiết kiệm ban đầu là 200.000.000 VND với lãi suất 7% / năm. Từ năm thứ hai trở đi, mỗi một năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền là 20.000.000 VND. Ông không đi rút lãi định kì hàng năm. Biết rằng lãi suất định kì hàng năm không thay đổi. Hỏi sau 18 năm số tiền ông An nhận được cả gốc và lãi là bao nhiêu?

**A.** 1.335.967.000 VND.

**B.** 1.686.898.000 VND.

**C.** 743.585.000 VND.

**D.** 739.163.000 VND.

### Lời giải

#### Chọn A

Sau năm thứ nhất số tiền mà ông An nhận được là:  $200(1+7\%) = 214$  (triệu đồng).

Đầu năm thứ hai, ông An gửi vào 20 triệu đồng, nên cuối năm thứ hai ông An nhận được số tiền là  $(214+20)(1+7\%)$  (triệu đồng).

Đầu năm thứ ba, ông An gửi vào 20 triệu đồng, nên cuối năm thứ ba ông An nhận được số tiền là  $[(214+20)(1+7\%)+20](1+7\%) = (214+20)(1+7\%)^2 + 20(1+7\%)$  (triệu đồng).

Đầu năm thứ tư, ông An gửi vào 20 triệu đồng, nên cuối năm thứ tư ông An nhận được số tiền là  $\left\{ \left[ (214+20)(1+7\%)^2 + 20(1+7\%) \right] + 20 \right\} (1+7\%)$

$$= (214+20)(1+7\%)^3 + 20(1+7\%)^2 + 20(1+7\%) \text{ (triệu đồng)}$$

Sau 18 năm, số tiền ông An nhận được là

$$\begin{aligned} A &= (214+20)(1+7\%)^{17} + 20(1+7\%) \left( 1 + (1+7\%) + (1+7\%)^2 + \dots + (1+7\%)^{15} \right) \\ &= (214+20)(1+7\%)^{17} + 20(1+7\%) \frac{(1+7\%)^{16} - 1}{7\%} \approx 1335.967105 \text{ (triệu đồng)} \end{aligned}$$

## Vận dụng 3: Bài toán trả góp hàng tháng

**Bài toán 3:** Chị Minh vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất chị Minh trả 5,5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng. (Biết rằng lãi suất không đổi) thì sau bao lâu, chị Minh trả hết số tiền trên.

**A.** 64 tháng.

**B.** 65 tháng.

**C.** 66 tháng.

**D.** 62 tháng.

### Lời giải

#### Chọn A

Cuối tháng thứ nhất số tiền người đó còn nợ là:  $N_1 = A(1+r) - a$ .

Cuối tháng thứ hai số tiền người đó còn nợ là:  $N_2 = N_1(1+r) - a = A(1+r)^2 - a(1+r) - a$ .

Cuối tháng thứ ba số tiền người đó còn nợ là:

$$N_3 = N_2(1+r) - a = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$$

Cuối tháng thứ  $n$  số tiền người đó còn nợ là:

$$N_n = A(1+r)^n - a \left( 1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1} \right) = A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Đề hết nợ sau  $n$  tháng thì số tiền còn nợ sau  $n$  tháng bằng 0 tức là ta giải phương trình

$$A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{A(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1} \text{ (Số tiền phải trả hàng tháng).}$$

Áp dụng công thức vừa thiết lập ở bài toán tổng quát thì ta có phương trình:

$$300(1+0,5\%)^n - 5,5 \frac{(1+0,5\%)^n - 1}{0,5\%} = 0 \Leftrightarrow 300 \cdot 1,005^n - 1100 \cdot (1,005^n - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow n \approx 63,84984073.$$

#### Vận dụng 4: Bài toán rút tiền hàng tháng

**Bài toán 4:** Bố Nam gửi 15000 USD vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,73% / tháng để dành cho Nam đi đại học. Nếu cuối mỗi tháng kể từ ngày gửi Nam rút đều đặn 300 USD thì sau bao nhiêu tháng Nam hết tiền? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 65 tháng.                      B. 62 tháng.                      C. 71 tháng.                      D. 75 tháng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $n$  là số tháng cần tìm.  $N$  là số tiền gửi của bố Nam.  $A$  là số tiền Nam rút mỗi tháng.

Đến cuối tháng 1 (sau khi Nam rút tiền) số tiền ở ngân hàng là:  $N - A$ .

Đến cuối tháng 2 (sau khi Nam rút tiền) số tiền ở ngân hàng là:

$$(N - A) \cdot 1,0073 - A = N \cdot 1,0073 - A - A \cdot 1,0073.$$

.....

Đến cuối tháng thứ  $n$  (sau khi Nam rút tiền) số tiền ở ngân hàng là:

$$T = N \cdot 1,0073^{n-1} - (A + A \cdot 1,0073 + \dots + A \cdot 1,0073^{n-1}).$$

$$\text{Do đó: } N \cdot 1,0073^{n-1} = A \frac{1 - 1,0073^n}{1 - 1,0073} \Leftrightarrow n \approx 62 \text{ (tháng)}.$$

Trường .....  
Tổ .....

Họ và tên giáo viên: .....

## **KẾ HOẠCH BÀI DẠY** **TÊN BÀI DẠY: LÔGARIT**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

### **I. Mục tiêu**

#### **1. Về kiến thức**

- Nhận biết khái niệm lôgarit cơ số  $a$  của một số thực dương.
- Giải thích các tính chất của các phép tính lôgarit nhờ sử dụng định nghĩa hoặc các tính chất đã biết trước đó
- Sử dụng tính chất của phép tính lôgarit trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến
- Tính giá trị (đúng hoặc gần đúng) của lôgarit bằng cách sử dụng máy tính cầm tay
- Giải quyết một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc thực tiễn với phép tính lôgarit

#### **2. Về năng lực:**

##### **2.1. Năng lực chung**

- Năng lực giao tiếp: Học sinh chủ động tham gia và trao đổi thông qua hoạt động nhóm.
- Năng lực hợp tác: Học sinh biết phối hợp, chia sẻ trong các hoạt động tập thể.

##### **2.2. Năng lực toán học**

- Năng lực giải quyết vấn đề: Biết vận dụng định nghĩa để tính một số biểu thức chứa lôgarit đơn giản. Biết vận dụng tính chất của lôgarit vào các bài tập biến đổi, tính toán các biểu thức chứa lôgarit.
- Năng lực sử dụng công cụ và phương tiện toán học: HS biết sử dụng máy tính cầm tay tính lôgarit.

#### **3. Về phẩm chất**

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

### **II. Thiết bị dạy học và học liệu**

+ Giáo án, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, ...

### **III. Tiến trình dạy học**

#### **Tiết 1.**

##### **1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng 100 triệu đồng kì hạn 12 tháng với lãi suất không đổi là 6% một năm. Khi đó sau  $n$  năm gửi thì tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) cho bởi

công thức sau:  $A = 100.(1 + 0,06)^n$  (triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, tổng số tiền bác An thu được là không dưới 150 triệu đồng?

- c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh  
d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu bài tập
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. Khái niệm lôgarit

#### Hoạt động 2.1. Nhận biết khái niệm lôgarit và tính chất

- a) Mục tiêu: Học sinh hiểu và nắm được khái niệm lôgarit và tính chất  
b) Nội dung:

Cho  $a$  là một số thực dương khác 1 và  $M$  là một số thực dương. Số thực  $\alpha$  để  $a^\alpha = M$  được gọi là **lôgarit cơ số  $a$  của  $M$**  và kí hiệu là  $\log_a M$ .

$$\alpha = \log_a M \Leftrightarrow a^\alpha = M.$$

Với  $0 < a \neq 1, M > 0$  và  $\alpha$  là số thực tùy ý, ta có:

$$\log_a 1 = 0; \log_a a = 1;$$

$$a^{\log_a M} = M; \log_a a^\alpha = \alpha.$$

- c) Sản phẩm: Học sinh phát biểu được định nghĩa và tính chất sau định nghĩa  
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh đọc SGK

<b>Chuyển giao</b>	Yêu cầu học sinh thực hiện các yêu cầu của HĐ1 GV ghi bảng nội dung kiến thức Cho học sinh làm ví dụ 1
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - Đọc SGK sau đó trả lời câu hỏi.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân trả lời câu hỏi.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo

	- Chốt kiến thức
--	------------------

### **Hoạt động 2.2. Luyện tập**

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính lôgarit bằng định nghĩa

b) Nội dung:

**Ví dụ 1:** Tính

a.  $\log_3 3\sqrt{3}$

b.  $\log_{\frac{1}{2}} 32$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận nhóm lớn.

<b>Chuyển giao</b>	<b>Nhóm 1+2+3:</b> làm phần a <b>Nhóm 4+5+6:</b> làm phần b.
<b>Thực hiện</b>	Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các phần. Mong đợi <b>Nhóm 1+2+3:</b> $\log_3 3\sqrt{3} = \frac{3}{2}$ ; <b>Nhóm 4+5+6:</b> $\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$ .
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## **II. Tính chất của lôgarit**

### **Hoạt động 2.3. Quy tắc lôgarit**

a) Mục tiêu: Hình thành quy tắc lôgarit

b) Nội dung:

Giả sử  $a$  là số thực dương khác 1,  $M$  và  $N$  là các số thực dương,  $\alpha$  là số thực tùy ý.  
Khi đó:

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N;$$

$$\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N;$$

$$\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M.$$



► **Ví dụ 2.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $\log_4 2 + \log_4 32$ ;                      b)  $\log_2 80 - \log_2 5$ .

**Giải**

a)  $\log_4 2 + \log_4 32 = \log_4 (2 \cdot 32) = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3\log_4 4 = 3$ .

b)  $\log_2 80 - \log_2 5 = \log_2 \frac{80}{5} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4\log_2 2 = 4$ .

► **Luyện tập 2.** Rút gọn biểu thức:

$$A = \log_2 (x^3 - x) - \log_2 (x + 1) - \log_2 (x - 1) \quad (x > 1).$$

c) Sản phẩm: Các quy tắc, ví dụ 2, luyện tập 2

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	GV cho HS làm HĐ2 GV: Học sinh thảo luận cặp đôi để tìm quy tắc, làm ví dụ 2; luyện tập 2
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời HĐ2 - HS làm việc cặp đôi theo bàn để phát biểu các quy tắc, làm ví dụ 2
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### Hoạt động 2.4. Đổi cơ số của lôgarit.

a) Mục tiêu: Hình thành công thức đổi cơ số và áp dụng làm ví dụ liên quan.

b) Nội dung:

Với các cơ số lôgarit  $a$  và  $b$  bất kì ( $0 < a \neq 1$ ,  $0 < b \neq 1$ ) và  $M$  là số thực dương tùy ý, ta luôn có:

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}.$$

► **Ví dụ 3.** Không dùng máy tính cầm tay, hãy tính  $\log_4 8$ .

**Giải**

Ta có:  $\log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^2} = \frac{3}{2}$ .

► **Ví dụ 4.** Chứng minh rằng:

a) Nếu  $a$  và  $b$  là hai số dương khác 1 thì  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ;

b) Nếu  $a$  là số dương khác 1,  $M$  là số dương và  $\alpha \neq 0$ , thì  $\log_{a^\alpha} M = \frac{1}{\alpha} \log_a M$ .

**Giải**

a) Theo công thức đổi cơ số, ta có:  $\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$ .

b) Theo công thức đổi cơ số, ta có:  $\log_{a^\alpha} M = \frac{\log_a M}{\log_a a^\alpha} = \frac{1}{\alpha} \log_a M$ .

► **Luyện tập 3.** Không dùng máy tính cầm tay, hãy tính  $\log_9 \frac{1}{27}$ .

c) Sản phẩm: Kết quả hoạt động của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	- GV nêu HĐ3, từ kết quả của bài toán yêu cầu học sinh phát biểu tổng quát hóa công thức đổi cơ số. - Áp dụng công thức đổi cơ số để thực hiện Ví dụ 3, Ví dụ 4, luyện tập 3.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức đã học vào các bài tập

b) Nội dung:

6.9. Tính:

a)  $\log_2 2^{-13}$ ;      b)  $\ln e^{\sqrt{2}}$ ;      c)  $\log_8 16 - \log_8 2$ ;      d)  $\log_2 6 \cdot \log_6 8$ .

#### Hướng dẫn

a)  $-13$ ;      b)  $\sqrt{2}$ ;

c)  $\log_8 16 - \log_8 2 = \log_8 \frac{16}{2} = \log_8 8 = 1$ ;

d)  $\log_2 6 \cdot \log_6 8 = \log_2 6 \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 6} = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$ .

6.10. Viết mỗi biểu thức sau thành lôgarit của một biểu thức (giả thiết các biểu thức đều có nghĩa):

a)  $A = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \ln(x^2 - 1)$ ;      b)  $B = 21\log_3 \sqrt[3]{x} + \log_3(9x^2) - \log_3 9$ .

#### Hướng dẫn

6.10. a)  $A = \ln \frac{x(x+1)}{(x-1)x(x^2-1)} = \ln \frac{x(x+1)}{(x-1)x(x-1)(x-1)} = \ln \frac{1}{(x-1)^2} = -\ln(x-1)^2$ .

b)  $B = \log_3 x^7 + \log_3(9x^2) - \log_3 9 = \log_3 \frac{x^7 \cdot 9x^2}{9} = \log_3 x^9 = 9\log_3 x$ .

c) Sản phẩm: Học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 6 nhóm. Phát từng phiếu học tập HS: Nhận nhiệm vụ,
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 6 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận

	Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

#### 4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giải quyết một số bài toán vận dụng- vận dụng cao.

b) Nội dung:

**6.13.** Biết rằng khi độ cao tăng lên, áp suất không khí sẽ giảm và công thức tính áp suất dựa trên độ cao là

$$a = 15\,500(5 - \log p),$$

trong đó  $a$  là độ cao so với mực nước biển (tính bằng mét) và  $p$  là áp suất không khí (tính bằng pascal).

Tính áp suất không khí ở đỉnh Everest có độ cao 8 850 m so với mực nước biển.

#### Hướng dẫn

6.13. Ta có:  $15\,500(5 - \log p) = 8\,850 \Leftrightarrow \log p \approx 4,43$ .

Áp suất không khí ở đỉnh Everest là  $p \approx 10^{4,43} \approx 26\,915,35$  Pa.

c) Sản phẩm: Học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 6 nhóm. Phát từng phiếu học tập HS: Nhận nhiệm vụ,
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 6 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết tiếp theo Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức tổng thể trong bài học. - Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

### Tiết 2.

#### 1. Hoạt động 1: Lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được khái niệm lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên, áp dụng giải các ví dụ liên quan.

b) Nội dung:

Lôgarit cơ số 10 của một số dương  $M$  gọi là **lôgarit thập phân** của  $M$ , kí hiệu là  $\log M$  hoặc  $\lg M$  (đọc là lốc của  $M$ ).

► **Ví dụ 5.** Độ pH của một dung dịch hoá học được tính theo công thức:

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+],$$

trong đó  $[\text{H}^+]$  là nồng độ (tính theo mol/lit) của các ion hydrogen. Giá trị pH nằm trong khoảng từ 0 đến 14. Nếu  $\text{pH} < 7$  thì dung dịch có tính acid, nếu  $\text{pH} > 7$  thì dung dịch có tính base, còn nếu  $\text{pH} = 7$  thì dung dịch là trung tính.

- Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng 0,01 mol/lit.
- Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH = 7,4.

**Giải**

- Khi  $[\text{H}^+] = 0,01$ , ta có:  $\text{pH} = -\log 0,01 = -\log 10^{-2} = 2$ .
- Nồng độ ion hydrogen trong dung dịch đó là  $[\text{H}^+] = 10^{-7,4}$ .

Lôgarit cơ số e của một số dương  $M$  gọi là **lôgarit tự nhiên** của  $M$ , kí hiệu là  $\ln M$  (đọc là lôgarit Nêpe của  $M$ ).

► **Ví dụ 6.** Biết thời gian cần thiết (tính theo năm) để tăng gấp đôi số tiền đầu tư theo thể thức lãi kép liên tục với lãi suất không đổi  $r$  mỗi năm được cho bởi công thức sau:

$$t = \frac{\ln 2}{r}.$$

Tính thời gian cần thiết để tăng gấp đôi một khoản đầu tư khi lãi suất là 6% mỗi năm (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Giải**

Ta có:  $r = 6\% = 0,06$ . Do đó thời gian cần thiết để tăng gấp đôi khoản đầu tư là

$$t = \frac{\ln 2}{r} = \frac{\ln 2}{0,06} \approx 11,6 \text{ (năm)}.$$

- Sản phẩm: Kết quả hoạt động của học sinh.
- Tổ chức thực hiện: Hoạt động cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	- GV trình bày định nghĩa, kí hiệu lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên - GV nêu ví dụ 5, 6.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Tính lôgarit bằng máy tính cầm tay

- Mục tiêu: Hướng dẫn học sinh cách tính lô garit của một số dương bằng máy tính cầm tay, sử dụng cách tính lô garit trong một tình huống thực tế
- Nội dung:

Có thể dùng máy tính cầm tay để tính lôgarit của một số dương.

Tính (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư)	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\log 6,52$	$\log$ 1 0 $\rightarrow$ 6 $\cdot$ 5 2 $=$	0.8142475957	$\log 6,52 \approx 0,8142$
$\ln 6,52$	$\ln$ 6 $\cdot$ 5 2 $=$	1.874874376	$\ln 6,52 \approx 1,8749$
$\log_{14} 17$	$\log_{\square}$ 1 4 $\rightarrow$ 1 7 $=$	1.073570215	$\log_{14} 17 \approx 1,0736$

► **Ví dụ 7.** Giải bài toán trong *tình huống mở đầu*.

**Giải**

Ta có:  $A = 100 \cdot (1 + 0,06)^n = 100 \cdot 1,06^n$ .

Với  $A = 150$ , ta có:  $100 \cdot 1,06^n = 150$  hay  $1,06^n = 1,5$ , tức là  $n = \log_{1,06} 1,5 \approx 6,96$ .

Vì gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng (tức là 1 năm) nên  $n$  phải là số nguyên. Do đó ta chọn  $n = 7$ .

Vậy sau ít nhất 7 năm thì bác An nhận được số tiền ít nhất là 150 triệu đồng.

► **Vận dụng.** Cô Hương gửi tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất 6% một năm.

a) Tính số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm, nếu lãi suất được tính theo một trong các thể thức sau:

- Lãi kép kì hạn 12 tháng;
- Lãi kép kì hạn 1 tháng;
- Lãi kép liên tục.

b) Tính thời gian cần thiết để cô Hương thu được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là 150 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

- Công thức lãi kép tính số tiền thu được sau  $N$  kì gửi là  $A = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{n}\right)^N$ , trong đó  $n$  là số kì tính lãi trong 1 năm.

- Công thức lãi kép liên tục tính số tiền thu được sau  $t$  năm gửi là  $A = 100 \cdot e^{0,06t}$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	GV: Chia lớp thành 6 nhóm. Phát từng phiếu học tập HS: Nhận nhiệm vụ,
<b>Thực hiện</b>	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức đã học vào các dạng bài tập cụ thể:

b) Nội dung:

6.11. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \log_{\frac{1}{3}} 5 + 2\log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{5};$$

$$b) B = \log_a M^2 + \log_{a^2} M^4.$$

### Hướng dẫn giải

$$6.11. a) A = \log_{3^{-1}} 5 + 2\log_{3^2} 5^2 - 2\log_3 5^{-1} = -\log_3 5 + 2\log_3 5 + 2\log_3 5 = 3\log_3 5.$$

$$b) B = 2\log_a M + \frac{1}{2} \cdot 4\log_a M = 4\log_a M.$$

6.12. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8; \quad b) B = \log_2 2 \cdot \log_2 4 \cdots \log_2 2^n.$$

### Hướng dẫn giải

6.12. a) Áp dụng công thức đổi cơ số, ta có:

$$A = \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \frac{\log 6}{\log 5} \cdot \frac{\log 7}{\log 6} \cdot \frac{\log 8}{\log 7} = \frac{\log 8}{\log 2} = \log_2 8 = 3.$$

$$b) B = \log_2 2 \cdot \log_2 4 \cdots \log_2 2^n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!.$$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>* GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>* Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

## 4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giải quyết một số bài toán vận dụng- vận dụng cao.

b) Nội dung:

6.14. Mức cường độ âm  $L$  đo bằng decibel (dB) của âm thanh có cường độ  $I$  (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là  $W/m^2$ ) được định nghĩa như sau:

$$L(I) = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

trong đó  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$  là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là *ngưỡng nghe*).

Xác định mức cường độ âm của mỗi âm sau:

a) Cuộc trò chuyện bình thường có cường độ  $I = 10^{-7} W/m^2$ .

b) Giao thông thành phố đông đúc có cường độ  $I = 10^{-3} W/m^2$ .

### Hướng dẫn giải

a) Mức cường độ âm của cuộc trò chuyện có cường độ  $I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$  là

$$10 \cdot \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^5 = 50 \text{ (dB)}.$$

b) Mức cường độ âm của giao thông thành phố đông đúc có cường độ  $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$  là

$$10 \cdot \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^9 = 90 \text{ (dB)}.$$

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b><i>Chuyển giao</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b><i>Thực hiện</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>- Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

Trường .....

Họ và tên giáo viên: .....

Tổ .....

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (1 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức

- Nhận biết về hàm số mũ và hàm số logarit. Nêu một số ví dụ thực tế về hàm số mũ và hàm số logarit.
- Nhận dạng được đồ thị của hàm số mũ và hàm số logarit.
- Giải tích được các tính chất của hàm số mũ, hàm số logarit thông qua đồ thị của chúng
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc thực tiễn gắn với hàm số mũ và hàm số logarit.

##### 2. Về năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trường nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

##### 3. Về phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kiến thức về logarit và mũ.
- Máy chiếu.
- Bảng phụ.
- Phiếu học tập.

#### III. Tiến trình dạy học

##### 1. Hoạt động 1: Khởi động



a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức *tăng trưởng mũ* sau:

$$A = Pe^{rt},$$

trong đó  $P$  là dân số của năm lấy làm mốc,  $A$  là dân số sau  $t$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng vào năm 2020, dân số Việt Nam là khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91% (theo *danso.org*). Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2050.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu bài tập
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. Hàm số mũ

#### Hoạt động 2.1. Nhận biết khái niệm hàm số mũ

a) Mục tiêu: Học sinh biết, nhớ được định nghĩa hàm số mũ.

b) Nội dung: HS làm HĐ1 và tổng hợp đưa ra định nghĩa hàm số mũ, GV yêu cầu học sinh làm ví dụ nhận biết hàm số mũ cụ thể.

#### ▶ HĐ1. Nhận biết hàm số mũ

- a) Tính  $y = 2^x$  khi  $x$  lần lượt nhận các giá trị  $-1; 0; 1$ . Với mỗi giá trị của  $x$  có bao nhiêu giá trị của  $y = 2^x$  tương ứng?  
b) Với những giá trị nào của  $x$ , biểu thức  $y = 2^x$  có nghĩa?

Cho  $a$  là số thực dương khác 1.

Hàm số  $y = a^x$  được gọi là **hàm số mũ** cơ số  $a$ .

❓ Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số mũ? Khi đó hãy chỉ ra cơ số.

- a)  $y = (\sqrt{2})^x$ ;      b)  $y = 2^{-x}$ ;      c)  $y = 8^{\frac{x}{3}}$ ;      d)  $y = x^{-2}$ .

c) Sản phẩm: Học sinh phát biểu được định nghĩa

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh đọc SGK

<b>Chuyển giao</b>	Yêu cầu học sinh thực hiện các yêu cầu của HĐ1
--------------------	--

	GV ghi bảng nội dung kiến thức Cho học sinh làm phần trả lời
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - Đọc SGK sau đó trả lời câu hỏi.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân trả lời câu hỏi.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 2.2. Nhận dạng đồ thị và tính chất của hàm số mũ

a) Mục tiêu: Giới thiệu dạng đồ thị và tính chất cơ bản của hàm số mũ

b) Nội dung:

Cho hàm số mũ  $y = 2^x$ .

a) Hoàn thành bảng giá trị sau:

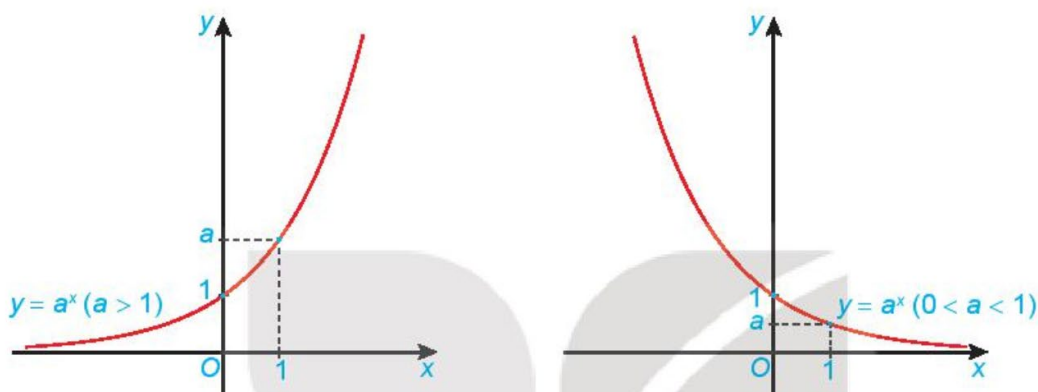
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	?	?	?	?	?	?	?

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biểu diễn các điểm  $(x; y)$  trong bảng giá trị ở câu a. Bằng cách làm tương tự, lấy nhiều điểm  $(x; 2^x)$  với  $x \in \mathbb{R}$  và nối lại ta được đồ thị của hàm số  $y = 2^x$ .

c) Từ đồ thị đã vẽ ở câu b, hãy kết luận về tập giá trị và tính chất biến thiên của hàm số  $y = 2^x$ .

Hàm số mũ  $y = a^x$ :

- Có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $(0; +\infty)$ ;
- Đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $a > 1$  và nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $0 < a < 1$ ;
- Liên tục trên  $\mathbb{R}$ ;
- Có đồ thị đi qua các điểm  $(0; 1)$ ,  $(1; a)$  và luôn nằm phía trên trục hoành.



Hình 6.1. Dạng đồ thị của hàm số  $y = a^x$

► **Ví dụ 1.** Vẽ đồ thị hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

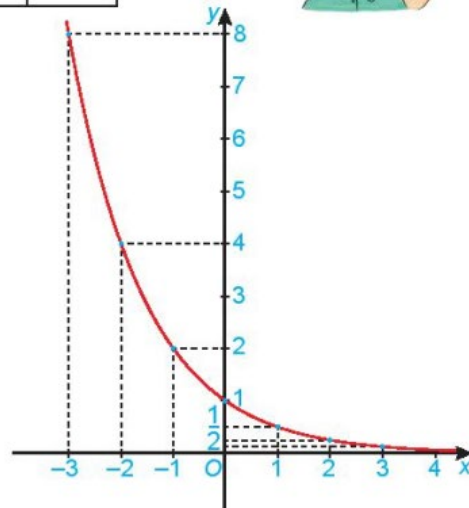
**Giải**

Lập bảng giá trị của hàm số tại một số điểm như sau:

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Từ đó, ta vẽ được đồ thị của hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  như Hình 6.2.

Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  còn được viết dưới dạng  $y = 2^{-x}$ .



c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	GV: Yêu cầu học sinh làm HĐ2, phát biểu tính chất và nhận dạng đồ thị HS: Thực hiện nhiệm vụ giáo viên giao
<b>Thực hiện</b>	HS: Suy nghĩ cá nhân và hoạt động nhóm thực hiện nhiệm vụ GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn
<b>Báo cáo thảo luận</b>	GV gọi 1 HS lên bảng, sau đó gọi nhận xét và chốt kiến thức
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức .

### **Hoạt động 2.3. Nhận biết hàm số lôgarit**

a) Mục tiêu: Học sinh biết, nhớ được định nghĩa hàm số lôgarit.

b) Nội dung: HS làm HĐ3 và tổng hợp đưa ra định nghĩa hàm số lôgarit, GV yêu cầu học sinh làm ví dụ nhận biết hàm số lôgarit cụ thể.

- a) Tính  $y = \log_2 x$  khi  $x$  lần lượt nhận các giá trị 1; 2; 4. Với mỗi giá trị của  $x > 0$  có bao nhiêu giá trị của  $y = \log_2 x$  tương ứng?
- b) Với những giá trị nào của  $x$ , biểu thức  $y = \log_2 x$  có nghĩa?

Cho  $a$  là số thực dương khác 1.

Hàm số  $y = \log_a x$  được gọi là **hàm số lôgarit** cơ số  $a$ .



Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số lôgarit? Khi đó hãy chỉ ra cơ số.

- a)  $y = \log_{\sqrt{3}} x$ ;      b)  $y = \log_{2^2} x$ ;      c)  $y = \log_x 2$ ;      d)  $y = \log_{\frac{1}{x}} 5$ .

- c) Sản phẩm: Học sinh phát biểu được định nghĩa  
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh đọc SGK

<b>Chuyển giao</b>	Yêu cầu học sinh thực hiện các yêu cầu của HĐ3 GV ghi bảng nội dung kiến thức Cho học sinh làm phần trả lời
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - Đọc SGK sau đó trả lời câu hỏi.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Cá nhân trả lời câu hỏi.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### Hoạt động 2.4. Nhận dạng đồ thị và tính chất của hàm số lôgarit

- a) Mục tiêu: Giới thiệu dạng đồ thị và tính chất cơ bản của hàm số lôgarit  
b) Nội dung:

Cho hàm số lôgarit  $y = \log_2 x$ .

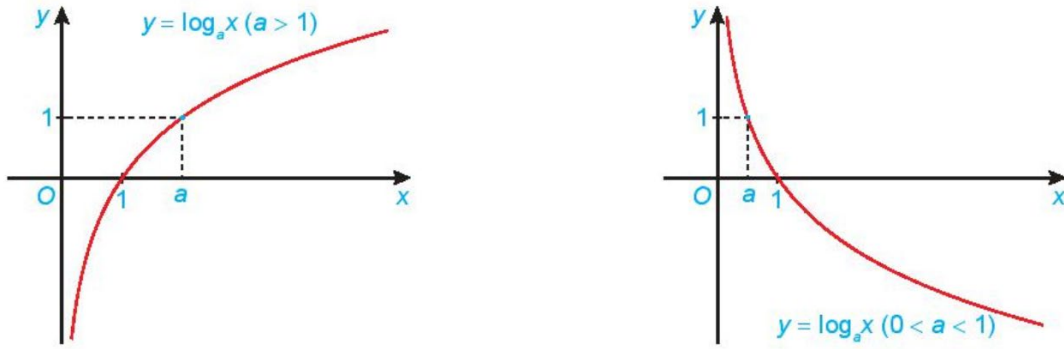
- a) Hoàn thành bảng giá trị sau:

$x$	$2^{-3}$	$2^{-2}$	$2^{-1}$	1	2	$2^2$	$2^3$
$y = \log_2 x$	?	?	?	?	?	?	?

- b) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , biểu diễn các điểm  $(x; y)$  trong bảng giá trị ở câu a. Bằng cách làm tương tự, lấy nhiều điểm  $(x; \log_2 x)$  và nối lại ta được đồ thị của hàm số  $y = \log_2 x$ .  
c) Từ đồ thị đã vẽ ở câu b, hãy kết luận về tập giá trị và tính chất biến thiên của hàm số  $y = \log_2 x$ .

Hàm số lôgarit  $y = \log_a x$ :

- Có tập xác định là  $(0; +\infty)$  và tập giá trị là  $\mathbb{R}$ ;
- Đồng biến trên  $(0; +\infty)$  khi  $a > 1$  và nghịch biến trên  $(0; +\infty)$  khi  $0 < a < 1$ ;
- Liên tục trên  $(0; +\infty)$ ;
- Có đồ thị đi qua các điểm  $(1; 0)$ ,  $(a; 1)$  và luôn nằm bên phải trục tung.



Hình 6.3. Dạng đồ thị của hàm số  $y = \log_a x$

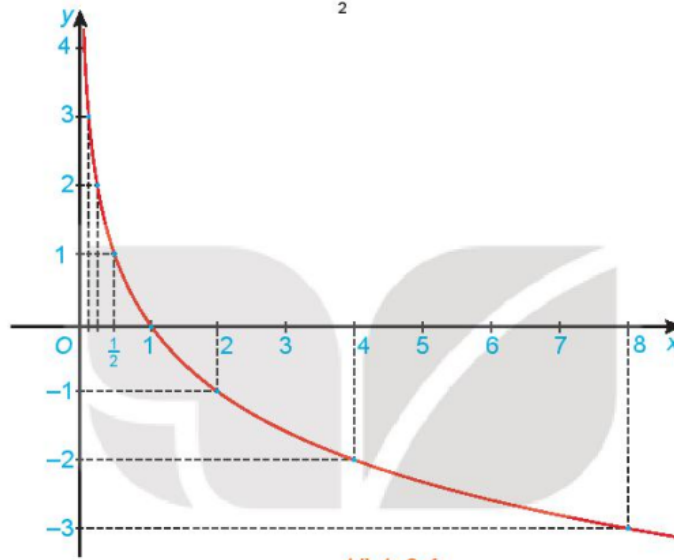
► **Ví dụ 2.** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

**Giải**

Lập bảng giá trị của hàm số tại một số điểm như sau:

$x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$	1	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	-3	-2	-1	0	1	2	3

Từ đó, ta vẽ được đồ thị của hàm số  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  như Hình 6.4.



Hình 6.4

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	GV: Yêu cầu học sinh làm HĐ3, phát biểu tính chất và nhận dạng đồ thị HS: Thực hiện nhiệm vụ giáo viên giao
<b>Thực hiện</b>	HS: Suy nghĩ cá nhân và hoạt động nhóm thực hiện nhiệm vụ GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn
<b>Báo cáo thảo luận</b>	GV gọi 1 HS lên bảng, sau đó gọi nhận xét và chốt kiến thức
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn

	ại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức .
--	--

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGA

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

#### I. MỤC TIÊU:

- 1. Kiến thức :**
- Học sinh nắm được phương trình mũ, phương trình log, bất phương trình mũ, bất phương trình log cơ bản.
  - Biết được cách giải một số dạng phương trình mũ, phương trình log, bất phương trình mũ, bất phương trình log cơ bản.
  - Giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .
- 2. Năng lực :**
- Năng lực tính toán.
  - Năng lực tìm hiểu các kiến thức liên quan.
  - Năng lực tự học, giải quyết vấn đề.
  - Năng lực hợp tác
  - Năng lực tự học, tự giải quyết vấn đề, sáng tạo, tự quản lí, giao tiếp, hợp tác, sử dụng MTCT, sử dụng ngôn ngữ.
  - Năng lực thực hiện phép toán biến đổi về lũy thừa, năng lực tích hợp sử dụng MTCT hình thành năng lực tính toán.
- 3. Phẩm chất:**
- Trách nhiệm: cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
  - Chăm chỉ : Ham học hỏi, tích cực xây dựng bài, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
  - Trung thực: Năng động, sáng tạo, trung thực trong quá trình tiếp cận tri thức mới , có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

#### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

**Giáo viên:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học, thước thẳng có chia khoảng, phiếu học tập.

**Học sinh:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### III. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC VÀ CÁC HOẠT ĐỘNG

##### Tiết 1

##### 1. Hoạt động khởi động :

**a) Mục tiêu:** Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

**b) Nội dung:** VD mở đầu trang 21: Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc xe ô tô sau  $t$  năm sử dụng được mô tả bằng công thức :  $V(t) = 780 \cdot (0,905)^t$ . Hỏi nếu theo

mô hình này sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe ô tô còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu VD trong sgk/trang 20
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động hình thành kiến thức mới :

**Hoạt động 2.1 :** Tìm hiểu phương trình mũ cơ bản và cách giải

a) Mục tiêu: HS nắm được dạng, cách giải phương trình mũ cơ bản và vận dụng giải được phương trình mũ cơ bản

b) Nội dung: HĐ 1, VD1, VD2, LT 1

HĐ 1: Xét phương trình  $2^{x+1} = \frac{1}{4}$

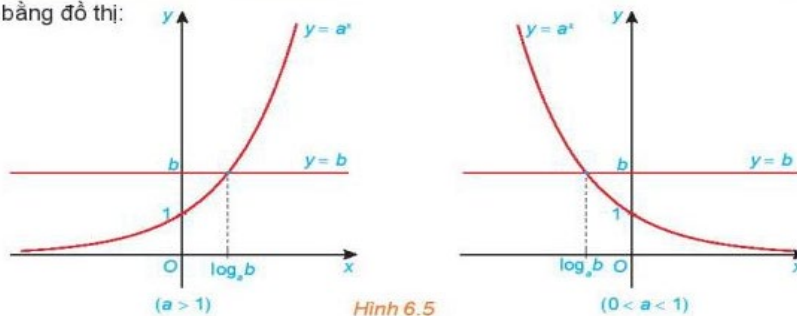
- PT có dạng  $2^{x+1} = 2^{-2}$
- $x+1=-2 \Rightarrow x=-3$

ĐN: Phương trình mũ cơ bản có dạng c

Nếu  $b > 0$  phương trình có nghiệm duy nhất  $x = \log_a b$

Nếu  $b < 0$  phương trình vô nghiệm

Minh họa bằng đồ thị:



Chú ý: Phương pháp giải phương trình mũ bằng cách đưa về cùng cơ số

Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

### » Luyện tập 1.

Giải các phương trình sau:

a)  $2^{3x-1} = \frac{1}{2^{x-1}}$ ;

b)  $2e^{2x} = 5$ .



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	H1? Từ <b>hđ 1</b> đưa ra phương trình mũ cơ bản có dạng nào? H2? Cơ số a trong Pt phải thỏa mãn điều kiện gì? Từ đó đưa ra công thức nghiệm của Pt $a^u = a^v$ - HS trả lời câu hỏi 1, 2 - HS đọc hiểu vd 1,2. GV giải đáp thắc mắc của HS *GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm làm BT Luyện tập 1: <b>Nhóm 1+2+3</b> : làm phần a <b>Nhóm 4+5+6</b> : làm phần b
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**Hoạt động 2.2** : Tìm hiểu phương trình logarit cơ bản và cách giải

a) Mục tiêu: HS nắm được dạng, cách giải phương trình log cơ bản và vận dụng giải được phương trình log cơ bản

b) Nội dung:

HĐ 2, VD3, VD4, LT2

HĐ 2:

### » HĐ2.

Xét phương trình  $2 \log_2 x = -3$ .

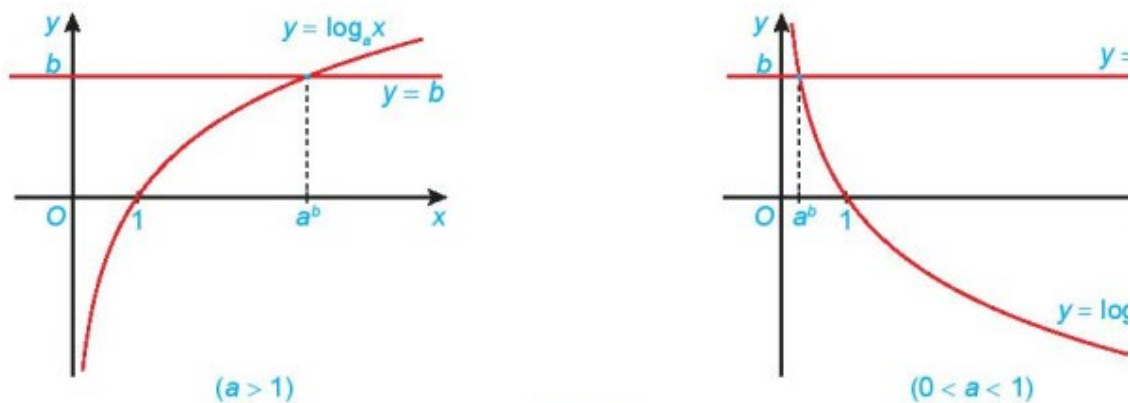
a) Từ phương trình trên, hãy tính  $\log_2 x$ .

b) Từ kết quả câu a và sử dụng định nghĩa logarit, hãy tìm x.

**Phương trình logarit cơ bản có dạng  $\log_a x = b$  ( $0 < a \neq 1$ ).**

Phương trình logarit cơ bản  $\log_a x = b$  có nghiệm duy nhất  $x = a^b$ .

Minh họa bằng đồ thị:



Hình 6.6

**Chú ý.** Phương pháp giải phương trình lôgarit bằng cách đưa về cùng cơ số:

Nếu  $u, v > 0$  và  $0 < a \neq 1$  thì  $\log_a u = \log_a v \Leftrightarrow u = v$ .

► **Ví dụ 3.**

Giải phương trình:  $4 + 3\log(2x) = 16$ .

**HD**

Điều kiện:  $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ .

Phương trình trở thành  $\log(2x) = 4$ . Từ đó  $2x = 10^4$  hay  $x = 5000$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x = 5000$

► **Ví dụ 4.**

Giải phương trình:  $\log_3(x+1) = \log_3(x^2-1)$ .

**HD**

Điều kiện:  $x+1 > 0$  &  $x^2-1 > 0$ , tức là  $x > 1$ .

Phương trình trở thành  $x+1 = x^2-1$  hay  $x^2-x-2 = 0$ .

Từ đó tìm được  $x = -1$  &  $x = 2$ , nhưng chỉ có nghiệm  $x = 2$  thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $x = 2$ .

► **Luyện tập 2.**

Giải các phương trình sau:

a)  $4 - \log(3-x) = 3$ ;

b)  $\log_2(x+2) + \log_2(x-1) = 1$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:** Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<p>*GV yêu cầu học sinh thực hiện HD2</p> <p>H1? <b>Từ hđ 2</b> đưa ra phương trình log cơ bản có dạng nào?</p> <p>H2? Cơ số a trong Pt phải thỏa mãn điều kiện gì? Từ đó đưa ra công thức nghiệm của Pt <math>\log_a x = b</math></p> <p>- HS trả lời câu hỏi 1, 2</p>
--------------------	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV chiếu sự tương giao của ĐTHS: <math>y = \log_a x</math> và đường thẳng <math>y = b</math></li> <li>- Từ đồ thị nhận xét nghiệm PT: <math>\log_a x = b</math></li> <li>- HS đọc hiểu vd 3,4</li> </ul> <p>GV giải đáp thắc mắc của HS</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- Học sinh thảo luận cặp đôi</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện hs báo cáo, các hs còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

### Hoạt động 2.3 : Tìm hiểu bất phương trình mũ cơ bản và cách giải

**a) Mục tiêu:** HS nắm được dạng, cách giải bất phương trình mũ cơ bản và vận dụng giải được bất phương trình mũ cơ bản

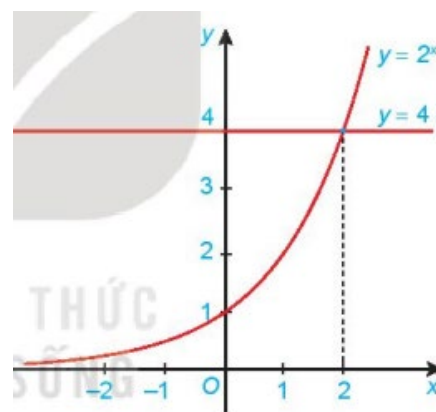
**b) Nội dung:**

**HD3, VD5, VD6, LT3**

#### HD3.

#### Nhận biết nghiệm của bất phương trình mũ

Cho đồ thị của các hàm số  $y = 2^x$  và  $y = 4$  như Hình 6.7. Tìm khoảng giá trị của  $x$  mà đồ thị hàm số  $y = 2^x$  nằm phía trên đường thẳng  $y = 4$  và từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 4$ .



Hình 6.7

• **Bất phương trình mũ dạng cơ bản có dạng**  $a^x > b$  (hoặc  $a^x \geq b, a^x < b, a^x \leq b$ ) với  $a > 0, a \neq 1$ .

• Xét bất phương trình dạng  $a^x > b$  :

— Nếu  $b \leq 0$  thì tập nghiệm của bất phương trình là  $\mathbb{R}$ .

— Nếu  $b > 0$  thì bất phương trình tương đương với  $a^x > a^{\log_a b}$ .

+/ Với  $a > 1$ , nghiệm của bất phương trình là  $x > \log_a b$ .

+/ Với  $0 < a < 1$ , nghiệm của bất phương trình là  $x < \log_a b$ .

#### Chú ý

a) Các bất phương trình mũ cơ bản còn lại được giải tương tự.

b) Nếu  $a > 1$  thì  $a^u > a^v \Leftrightarrow u > v$ .

Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^u > a^v \Leftrightarrow u < v$ .

**» Ví dụ 5.**Giải bất phương trình:  $16^x > \frac{1}{8}$ .**HD**

Ta có  $16^x > \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{4x} > 2^{-3} \Leftrightarrow 4x > -3 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4}$ .

**» Ví dụ 6.**

Giải bài toán trong tình huống mở đầu

**HD**

Ta cần tìm t sao cho

$$V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300 \Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \frac{5}{13} \approx 9,6.$$

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

**» Luyện tập 3.**

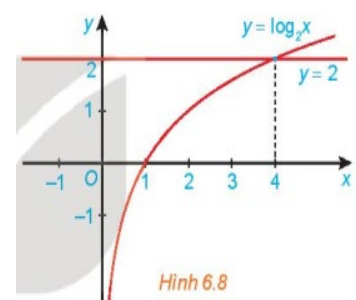
Giải các bất phương trình sau:

a)  $0,1^{2x-1} \leq 0,1^{2-x};$

b)  $3 \cdot 2^{x+1} \leq 1.$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.d) **Tổ chức thực hiện:** Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	*GV yêu cầu học sinh thực hiện HĐ3 Nhận biết nghiệm của bất phương trình mũ. để rút ra cách giải BPT mũ cơ bản * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm. * Giáo viên hướng dẫn học sinh chỉ ra cách đưa về cùng cơ số đối với bpt mũ
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện hs báo cáo, các hs còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**Hoạt động 2.4 : Tìm hiểu bất phương trình log cơ bản và cách giải**a) **Mục tiêu:** HS nắm được dạng, cách giải bất phương trình log cơ bản và vận dụng giải được bất phương trình log cơ bảnb) **Nội dung:** HĐ4, VD7, VD8, LT 4**» HĐ4.****Nhận biết nghiệm của bất phương trình lôgarit**Cho đồ thị của các hàm số  $y = \log_2 x$  và  $y = 2$  nhưHình 6.8. Tìm khoảng giá trị của x mà đồ thị hàm số  $y = \log_2 x$ nằm phía trên đường thẳng  $y = 2$  và từ đó suy ra tập nghiệmcủa bất phương trình  $\log_2 x > 2$ .

• **Bất phương trình lôgarit dạng cơ bản có dạng**  $\log_a x > b$  (hoặc  $\log_a x \geq b, \log_a x < b, \log_a x \leq b$ ) với  $a > 0, a \neq 1$ .

• Xét bất phương trình dạng  $\log_a x > b$ :

+/ Với  $a > 1$  thì nghiệm của bất phương trình là  $x > a^b$ .

+/ Với  $0 < a < 1$  nghiệm của bất phương trình là  $0 < x < a^b$ .

### Chú ý

a) Các bất phương trình lôgarit cơ bản còn lại được giải tương tự.

b) Nếu  $a > 1$  thì  $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow u > v > 0$ .

Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow 0 < u < v$ .

### ► Ví dụ 7.

Giải bất phương trình:  $\log_{0,3}(x+1) > \log_{0,3}(2x-1)$ .

**Giải** Điều kiện:  $x > \frac{1}{2}$ .

Vì cơ số  $0,3 < 1$  nên bất phương trình trở thành  $x+1 \geq 2x-1$ , từ đó ta tìm được  $x \leq 2$ .

**Luyện tập 4.** Giải các bất phương trình sau

a)  $\log_{\frac{1}{7}}(x+1) > \log_7(2-x)$ . b)  $2 \log(2x+1) > 3$ .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>HS Nhận biết nghiệm của bất phương trình lôgarit qa Hđ 4</li> <li>HS tiếp cận Bất phương trình lôgarit dạng cơ bản và cách giải với từng dạng.</li> <li>GV huowgs dẫn hs giải bpt dạng <math>\log_a u &gt; \log_a v</math></li> <li>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ</li> <li>Nhóm 1+2+3: nghiên cứu lt 4a</li> <li>Nhóm 4+5+6: Nghiên cứu lt 4b</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm –</li> <li>GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>
-------------------------------------	--

## Tiết 2

### 3. Hoạt động luyện tập :

- a) Mục tiêu:** HS được luyện tập giải một số dạng phương trình mũ, phương trình log, bất phương trình mũ, bất phương trình log cơ bản.
- Giai quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .

**b) Nội dung:** BÀI TẬP 6.20 -6.26

**6.20.** Giải các phương trình sau

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| <b>a)</b> $3^{x-1} = 27.$       | <b>b)</b> $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}.$ |
| <b>c)</b> $\sqrt{3}e^{3x} = 1.$ | <b>d)</b> $5^x = 3^{2x-1}.$               |

**6.21.** Giải các phương trình sau

- |  |  |
|--|--|
| <b>a)</b> $\log(x+1) = 2.$             | <b>b)</b> $2\log_4 x + \log_2(x-3) = 2.$           |
| <b>c)</b> $\ln x + \ln(x-1) = \ln 4x.$ | <b>d)</b> $\log_3(x^2 - 3x + 2) = \log_3(2x - 4).$ |

**6.22.** Giải các bất phương trình sau

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| <b>a)</b> $0,1^{2-x} > 0,1^{4-2x}.$ | <b>b)</b> $2.5^{2x+1} \leq 3.$                     |
| <b>c)</b> $\log_3(x+7) \geq -1.$    | <b>d)</b> $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1).$ |

**c) Sản phẩm:** Bài làm của học sinh.

**d) Tổ chức thực hiện:** Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn. Hoạt động nhóm</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

### 4. Hoạt động vận dụng :

a) **Mục tiêu:** Giai quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình mũ, bất phương trình log.

b) **Nội dung: BT sgk/24** Áp dụng khí quyển  $p$  (tính bằng kilopascal, viết tắt là  $kPa$ ) ở độ cao  $h$  (so với mực nước biển, tính bằng  $km$ ) được tính theo công thức sau:  $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$

(Theo britannica.com)

a) Tính áp suất khí quyển khi ở độ cao 4 km.

b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

**6.23.** Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau  $n$  năm là  $A = 500(1 + 0,075)^n$  (triệu đồng). Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

### Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức  $A = 500 \cdot (1 + 0,075)^n = 500 \cdot (1 + 0,075)^n$

Để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) thì

$$A = 500 \cdot (1 + 0,075)^n \geq 800 \Leftrightarrow 1,075^n \geq 1,6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,075} 1,6 \approx 6,5$$

Vậy bác Minh cần tối thiểu 7 năm để thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

**6.24.** Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn  $N(t)$  sau  $t$  giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức  $N(t) = 500e^{0,4t}$ . Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con?

### Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức  $N(t) = 500e^{0,4t}$ .

Số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con khi

$$N(t) = 500e^{0,4t} > 80000 \Leftrightarrow e^{0,4t} > 160 \Leftrightarrow 0,4t > \ln 160 \Leftrightarrow t > 12,68793454$$

Vậy sau 13 giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con.

**6.25.** Giả sử nhiệt độ  $T$  ( $^{\circ}C$ ) của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức  $T = 25 + 70e^{-0,5t}$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại  $30^{\circ}C$ .

### Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức  $T = 25 + 70e^{-0,5t}$

a) Nhiệt độ ban đầu của vật là khi  $t = 0$

$$T_0 = 25 + 70e^{-0,5 \cdot 0} = 95$$

b) Nhiệt độ của vật còn lại  $30^{\circ}\text{C}$  nên

$$T = 25 + 70e^{-0,5t} = 30 \Leftrightarrow e^{-0,5t} = 1/14 \Leftrightarrow -0,5t = \ln 1/14 \Leftrightarrow t = 5,278114659$$

Vậy sau 6 phút nhiệt độ của vật còn lại  $30^{\circ}\text{C}$ .

**6.26.** Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lit) của một dung dịch có độ pH là 8.

### Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức tính độ pH  $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$

Độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức

$$\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+] \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

Do đó, nồng độ ion hydrogen của dung dịch có độ pH = 8 là:  $[\text{H}^+] = 10^{-8}$  (mol/lít)

Vậy, nồng độ ion hydrogen của dung dịch là  $10^{-8}$  mol/lít.

c) **Sản phẩm:** Bài làm của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:** Học sinh thảo luận cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	GV yêu cầu HS thực hiện HĐ2, luyện tập 2 và phát biểu định lí 1. GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, tìm lời giải cho bài toán.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm lời giải bài toán - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức



## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

#### I. MỤC TIÊU:

- 1. Kiến thức :**
- Học sinh nắm vững các kiến thức về : Lũy thừa với số mũ thực (đn, t/c). Hsố lũy thừa: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, đồ thị; Lôgarit và các quy tắc tính lôgarit; Hàm số mũ & hàm số lôgarit: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị; Pt mũ, pt lôgarit, bất pt mũ & bất pt lôgarit.
  - Sử dụng thành thạo các quy tắc tính lũy thừa và lôgarit để tính các biểu thức từ mức độ nhận biết đến thông hiểu. Giải phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit từ mức độ nhận biết đến thông hiểu .
  - Vận dụng giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .
- 2. Năng lực :**
- Năng lực tính toán.
  - Năng lực tìm hiểu các kiến thức liên quan.
  - Năng lực tự học, giải quyết vấn đề.
  - Năng lực hợp tác
  - Năng lực tự học, tự giải quyết vấn đề, sáng tạo, tự quản lí, giao tiếp, hợp tác, sử dụng MTCT, sử dụng ngôn ngữ.
  - Năng lực thực hiện phép toán biến đổi về lũy thừa, năng lực tích hợp sử dụng MTCT hình thành năng lực tính toán.
- 3. Phẩm chất:**
- Trách nhiệm: cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
  - Chăm chỉ : Ham học hỏi, tích cực xây dựng bài, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
  - Trung thực: Năng động, sáng tạo, trung thực trong quá trình tiếp cận tri thức mới , có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

#### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

**Giáo viên:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học, thước thẳng có chia khoảng, phiếu học tập.

**Học sinh:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

#### III. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC VÀ CÁC HOẠT ĐỘNG

##### 1. Hoạt động khởi động :

**a) Mục tiêu:** Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

**b) Nội dung: H:** Ôn lại các kiến thức cơ bản của chương

1. Lũy thừa với số mũ thực

2. Hàm số lũy thừa: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị
3. Lôgarit và các quy tắc tính lôgarit
4. Hàm số mũ & hàm số lôgarit: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị
5. Pt mũ, pt lôgarit cơ bản và các pt có thể đưa về pt cơ bản
6. Bất pt mũ & bất pt lôgarit đơn giản

**c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh**

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Giáo viên yêu cầu HS trả lời các câu hỏi</li> <li>- Nêu các t/c của lũy thừa với số mũ thực ?</li> <li>- Nêu các t/c &amp; quy tắc tính lôgarit ?</li> <li>- Nêu các t/c của hs lũy thừa, hs mũ, hs lôgarit ?</li> <li>- Nêu các pt mũ, lôgarit cơ bản ? Cg ?</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

**2. Hoạt động luyện tập :**

**a) Mục tiêu:** HS ôn tập các quy tắc tính lũy thừa và lôgarit để tính các biểu thức từ mức độ nhận biết đến thông hiểu. Giải phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit từ mức độ nhận biết đến thông hiểu .

**b) Nội dung:**

**A. TRẮC NGHIỆM**

**6.27.** Cho hai số thực dương  $x, y$  và hai số thực  $\alpha, \beta$  tùy ý. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.**  $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$ .      **B.**  $x^\alpha \cdot y^\beta = (xy)^{\alpha+\beta}$ .      **C.**  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha \cdot \beta}$ .      **D.**  $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$ .

**6.28.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} : x^{\frac{5}{8}}$  ( $x > 0$ ) ta được

- A.**  $\sqrt[4]{x}$ .      **B.**  $\sqrt{x}$ .      **C.**  $\sqrt[3]{x}$ .      **D.**  $\sqrt[5]{x}$ .

**6.29.** Cho hai số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.**  $\log_a(a^3 b^2) = 3 + \log_a b$ .      **B.**  $\log_a(a^3 b^2) = 3 + 2 \log_a b$ .  
**C.**  $\log_a(a^3 b^2) = \frac{3}{2} + \log_a b$ .      **D.**  $\log_a(a^3 b^2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \log_a b$ .

**6.30.** Cho bốn số thực dương  $a, b, x, y$  với  $a, b \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A.  $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ .

B.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ .

C.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ .

D.  $\log_a b \cdot \log_b x = \log_a x$ .

6.31. Đặt  $\log_2 5 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ . Khi đó  $\log_6 5$  tính theo  $a$  và  $b$  bằng

A.  $\frac{ab}{a+b}$ .

B.  $\frac{1}{a+b}$ .

C.  $a^2 + b^2$ .

D.  $a + b$ .

6.32. Cho hàm số  $y = 2^x$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

B. Tập giá trị của hàm số là  $(0; +\infty)$ .

C. Đồ thị của hàm số cắt trục  $Ox$  tại đúng một điểm.

D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

6.33. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

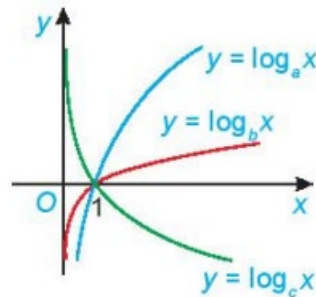
A.  $y = \log_{0,5} x$ .

B.  $y = e^{-x}$ .

C.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

D.  $y = \ln x$ .

6.34. Cho đồ thị ba hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$  và  $y = \log_c x$  như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A.  $a > b > c$ .

B.  $b > a > c$ .

C.  $a > b > c$ .

D.  $b > c > a$ .

## B. TỰ LUẬN

6.35. Cho  $0 < a \neq 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $B = \log_a \left( \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[4]{a}} \right) + a^{2 \log_a \frac{\sqrt{105}}{30}}$ .

### Lời giải chi tiết

$$\begin{aligned}
 B &= \log_a \left( \frac{a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right) + a^{2 \log_a \frac{\sqrt{105}}{30}} = \log_a \left( \frac{a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right) + a^{(\log_a \frac{\sqrt{105}}{30})^2} = \log_a \left( \frac{a^{\frac{47}{15}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right) + a^{\log_a \frac{7}{60}} \\
 &= \log_a a^{\frac{173}{60}} + \frac{7}{60} = \frac{81}{20}
 \end{aligned}$$

6.36. Giải các phương trình sau

a)  $3^{1-2x} = 4^x$ .

b)  $\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = 2$ .

a.  $3^{1-2x} = 4^x$

$\Leftrightarrow \log_3 3^{1-2x} = \log_3 4^x$

**LG:**  $\Leftrightarrow 1 - 2x = x \log_3 4$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{\log_3 4 + 2} = \frac{1}{\log_3 4 + \log_3 9} = \frac{1}{\log_3 36} = \log_{36} 3$

b)  $\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = 2$ .

ĐK:  $x > -4$

$\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = 2$

$\Leftrightarrow \log_3(x+1)(x+4) = 2$

b)  $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 9$  .

$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2} (TM) \\ x = \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2} (KTM) \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2}$

**6.37.** Tìm tập xác định của các hàm số sau

a)  $y = \sqrt{4^x - 2^{x+1}}$ .

b)  $y = \ln(1 - \ln x)$ .

**LG:**

a.  $ĐK: 4^x - 2^{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow 2^x(2^x - 2) \geq 0$

$\Leftrightarrow 2^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$

Vậy TXĐ của HS  $[1; +\infty)$

b.  $ĐK: \begin{cases} x > 0 \\ 1 - \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < e \end{cases}$

Vậy TXĐ của HS  $(0; e)$

c) **Sản phẩm:** HS hoàn thành các bài tập được giao.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên giao BTTN, BTTL
<b>Thực hiện</b>	GV chia lớp học làm 4 nhóm nhỏ ( mỗi nhóm từ 8- 10 học sinh, gồm cả HS khá, giỏi và hs yếu). GV tổ chức cho học sinh chọn tên nhóm, phân công nhóm trưởng, thư kí .Gv giao nhiệm vụ cho các nhóm (Các nhóm làm việc độc lập và cùng thực hiện một nhiệm vụ để so sánh, đối chứng và bổ sung sản phẩm)

	Các nhóm trao đổi, làm việc. GV quan sát về ý thức, thái độ, tinh thần hợp tác và hỗ trợ các t viên trong nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Hết thời gian dự kiến cho các cặp đôi trình bày. Đại diện các nhóm báo cáo kết quả, trao đổi, đối chứng và bổ sung cho nhau
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV chỉnh sửa, hoàn thiện bài; Gv nhận xét về kết quả của các nhóm , đồng thời chỉnh sửa những nội dung chưa đạt yêu cầu, động viên khuyến khích những cá nhân , nhóm có thành tích tốt.(GV đưa ra thông tin phản hồi để cả lớp cùng đối chứng và hoàn thiện nội dung) Chốt kiến thức Nhắm vững các dạng toán cơ bản và cách giải từng loại toán trong chương + Chú ý các lỗi thường gặp của học sinh là bỏ qua điều kiện xác định của pt, bpt mũ, log.

## 2. Hoạt động vận dụng :

a) **Mục tiêu:** Vận dụng giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .

b) **Nội dung:**

**6.38.** *Lạm phát* là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hóa và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của một triệu đồng, tức là 50 000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  một năm thì tổng số tiền  $P$  ban đầu, sau  $n$  năm

số tiền đó chỉ còn giá trị là  $A = P \left( 1 - \frac{r}{100} \right)^n$ .

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?

b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng thì sau hai năm chỉ còn lại 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là bao nhiêu?

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Sử dụng công thức  $A = P \cdot (1 - r/100)^n$

### Lời giải chi tiết

a) Nếu tỉ lệ lạm phát 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại

$$A = 100 \cdot (1 - 8/100)^2 = 84,64 \text{ (triệu đồng)}$$

b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì

$$90 = 100 \cdot (1 - r/100)^2 \Leftrightarrow (1 - r/100)^2 = 0,9 \Leftrightarrow 1 - r/100 = \sqrt{0,9} \Leftrightarrow r \approx 5,1390$$

Vậy nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là khoảng 5,13%.

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm và sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa ta có

$$P/2 = P \cdot (1 - 5/100)^n \Leftrightarrow (19/20)^n = 1/2 \Leftrightarrow n = \log_{19/20} 1/2 \approx 13,51$$

Vậy nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

**6.39.** Giả sử quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi  $N_0$  là số lượng vi khuẩn ban đầu và  $N(t)$  là số lượng vi khuẩn sau  $t$  giờ thì ta có  $N(t) = N_0 e^{rt}$ , trong đó  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ. Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi

- Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là khoảng bao nhiêu con?
- Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn sẽ ban đầu sẽ tăng gấp đôi?

Sử dụng công thức  $N(t) = N_0 e^{rt}$

### Lời giải chi tiết

Ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con ta có

$$800 = 500e^r \Leftrightarrow e^r = 1,6 \Leftrightarrow r = \ln 1,6 \quad 800 = 500$$

a) Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là;  $N(5) = 500 \cdot e^{\ln 1,6 \cdot 5} = 5242,88$  (con)

b) Số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng lên gấp đôi nên ta có

$$2N_0 = N_0 e^{\ln 1,6 \cdot t} \Leftrightarrow e^{\ln 1,6 \cdot t} = 2 \Leftrightarrow \ln 1,6 \cdot t = \ln 2 \Leftrightarrow t \approx 1,472$$

Vậy sau khoảng 1,47 giờ thì số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng lên gấp đôi.

**6.40.** Vào năm 1938, nhà vật lý Frank Benford đã đưa ra một phương pháp để xác định xem một bộ số đã được chọn ngẫu nhiên hay đã được chọn theo cách thủ công. Nếu bộ số này không được chọn ngẫu nhiên thì công thức Benford sau sẽ được dùng ước tính xác suất  $P$  để chữ số  $d$  là chữ số đầu tiên của bộ số đó:  $P = \log \frac{d+1}{d}$  (theo F. Benford, The Law of Anomalous Numbers, Proc. Am. Philos. Soc. 78 (1938), (551-572).

Chẳng hạn, xác suất để chữ số đầu tiên là 9 bằng khoảng 4,6% (thay  $d = 9$  trong công thức Benford để tính  $P$ ).

- Viết công thức tìm chữ số  $d$  nếu cho trước xác suất  $P$ .
- Tìm chữ số có xác suất bằng 9,7% được chọn.
- Tính xác suất để chữ số đầu tiên là 1.

Sử dụng công thức  $P = \log \frac{d+1}{d}$

### Lời giải chi tiết

$$P = \log \frac{d+1}{d} \Leftrightarrow \frac{d+1}{d} = 10^P \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{d} = 10^P$$

a) 
$$\Leftrightarrow \frac{1}{d} = 10^P - 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{10^P - 1}$$

b) Chữ số có xác suất bằng 9,7% nên ta có  $P = 9,7\%$ . Từ ý a suy ra

$$d = \frac{1}{10^P - 1} \approx 4$$

Vậy chữ số 4 có xác suất bằng 9,7%/ được chọn

c) Xác suất để chữ số đầu tiên là 1

$$P=\log 2 \approx 0,3$$

c) **Sản phẩm:** HS vận dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán trong thực tế.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên giao
<b>Thực hiện</b>	<p>GV chia lớp học làm 4 nhóm nhỏ ( mỗi nhóm từ 8- 10 học sinh, gồm cả HS khá, giỏi và hs yếu). GV tổ chức cho học sinh chọn tên nhóm, phân công nhóm trưởng, thư kí .Gv giao nhiệm vụ cho các nhóm (Các nhóm làm việc độc lập và cùng thực hiện một nhiệm vụ để so sánh, đối chứng và bổ sung sản phẩm)</p> <p>Các nhóm trao đổi, làm việc. GV quan sát về ý thức, thái độ,tinh thần hợp tác và hỗ trợ các t viên trong nhóm.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Hết thời gian dự kiến cho các cặp đôi trình bày. Đại diện các nhóm báo cáo kết quả, trao đổi, đối chứng và bổ sung cho nhau
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>GV chỉnh sửa, hoàn thiện bài; Gv nhận xét về kết quả của các nhóm , đồng thời chỉnh sửa những nội dung chưa đạt yêu cầu, động viên khuyến khích những cá nhân , nhóm có thành tích tốt.(GV đưa ra thông tin phản hồi để cả lớp cùng đối chứng và hoàn thiện nội dung)</p> <p>Chốt kiến thức</p>

## Bài 22

# HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC (2 tiết)

### Dự kiến phân bố tiết

Tiết 1	Từ đầu bài học đến hết đến hết câu hỏi sau định nghĩa hai đường thẳng vuông góc
Tiết 2	Từ ví dụ 2 đến hết bài học và bài tập

## I. Mục tiêu.

### 1. Về kiến thức ,kĩ năng

- Biết được khái niệm góc giữa hai đường thẳng.
- Biết được khái niệm hai đường thẳng vuông góc.
- Xác định được góc giữa hai đường thẳng.
- Chứng minh được hai đường thẳng vuông góc.
- Vận dụng được kiến thức hai đường thẳng vuông góc để mô tả hình ảnh thực tế đời sống

### 2. Về năng lực

- **Năng lực tự học:** Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.

- **Năng lực giải quyết vấn đề:** Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.

- **Năng lực tự quản lý:** Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.

- **Năng lực giao tiếp:** Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.

- **Năng lực hợp tác:** Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.

- **Năng lực sử dụng ngôn ngữ:** Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

### 2. Về phẩm chất:

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

## II. Thiết bị dạy học và học liệu

- **Giáo viên:** Bảng vuông, giấy A0, A4; máy tính và máy chiếu.
- **Học sinh:** Bút màu, bút chì, máy tính cầm tay.

## III. Tiến trình dạy học.

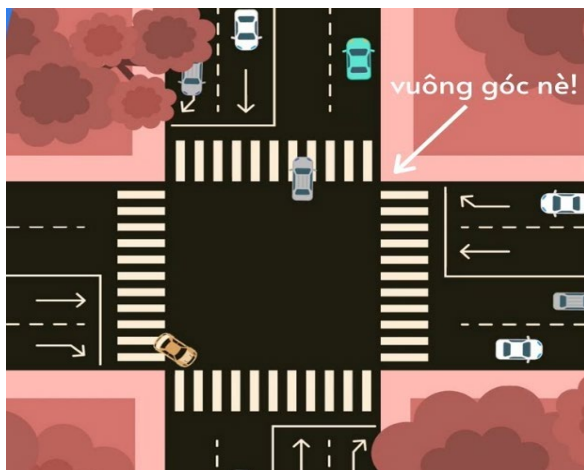
### Tiết 1:

#### HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) **Mục tiêu:** Xem hình ảnh, từ đó HS hình thành khái niệm khoảng cách giữa hai đối tượng trong không gian để giới thiệu bài mới

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn.





Hình 7.1. Nút giao (khác mức) Trạm 2,  
Thủ Đức, Thành phố Hồ Chí Minh  
(Ảnh: vnexpress.net)

H1- Quan sát hình 7.1 và cho chỉ ra các nút giao thông?

GV chỉ giải thích thêm về nút giao thông không cùng mức.

H2 – chỉ ra các đường vuông góc trên hình

c) Sản phẩm

Câu trả lời của HS

L1,2- Hs chỉ trên hình vẽ và trả lời

d) Tổ chức thực hiện:

\*) Chuyển giao nhiệm vụ : GV nêu câu hỏi

\*) Thực hiện: HS suy nghĩ độc lập

## 1. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

### 1.1. Hoạt động hình thành kiến thức

a. Mục tiêu: Học sinh nắm được các khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian

b. Nội dung:

HD1:

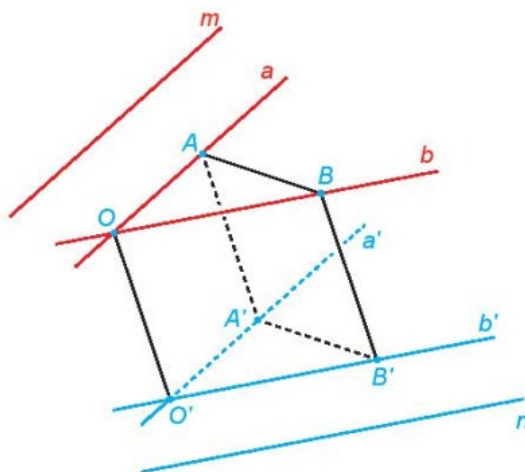
a) Trong không gian, cho hai đường thẳng chéo nhau  $m$  và  $n$ . Từ hai điểm phân biệt  $O, O'$  tùy ý lần lượt kẻ các cặp đường thẳng  $a, b$  và  $a', b'$  tương ứng song song với  $m, n$  (H.7.2).

a) Mỗi cặp đường thẳng  $a, a'$  và  $b, b'$  có cùng thuộc một mặt phẳng hay không?

b) Lấy các điểm  $A, B$  (khác  $O$ ) tương ứng thuộc  $a, b$ . Đường thẳng qua  $A$  song song với  $OO'$  cắt  $a'$  tại  $A'$ , đường thẳng qua  $B$  song song với  $OO'$  cắt  $b'$  tại  $B'$ . Giải thích vì sao  $OAA'O', OBB'O', ABB'A'$  là các hình bình hành.

c) So sánh góc giữa hai đường thẳng  $a, b$  và góc giữa hai đường thẳng  $a', b'$ .

(Gợi ý: Áp dụng định lí côsin cho các tam giác  $OAB, OO'A'B'$  ).



Hình 7.2

**c. Sản phẩm:**

Góc giữa hai đường thẳng  $m$  và  $n$  trong không gian, kí hiệu  $(m, n)$ , là góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng đi qua một điểm và tương ứng song song với  $m$  và  $n$ .

Chú ý

- Để xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ , ta có thể lấy một điểm  $O$  thuộc đường thẳng  $a$  và qua đó kẻ đường thẳng  $b'$  song song với  $b$ . Khi đó  $(a, b) = (a, b')$ .

- Với hai đường thẳng  $a, b$  bất kì:  $0^\circ \leq (a, b) \leq 90^\circ$ .

Nếu  $a$  song song hoặc trùng với  $a'$  và  $b$  song song hoặc trùng với  $b'$  thì  $(a, b)$  và  $(a', b')$  có mối quan hệ gì?

**d. Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV vẽ minh họa 2 đường thẳng trong không gian (Hình 7.2)</li> <li>- HS quan sát</li> <li>- GV đưa ra câu hỏi: cách xác định góc giữa <math>a</math> và <math>b</math></li> <li>- HS suy nghĩ và tìm câu trả lời</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS so sánh với việc xác định góc giữa 2 đường thẳng trong mặt phẳng và trả lời câu hỏi</li> <li>- GV đưa ra gợi ý cách xác định góc giữa 2 đường thẳng trong mặt phẳng nếu cần và chuẩn hóa câu trả lời của học sinh.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Học sinh trả lời, thảo luận, hoàn thiện sản phẩm.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất.</li> <li>- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận về khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian...</li> </ul>

**1.2) Hoạt động luyện tập:**

- a. **Mục tiêu:** Học sinh vận dụng kiến thức góc giữa hai đường thẳng.
- b. **Nội dung hoạt động:**

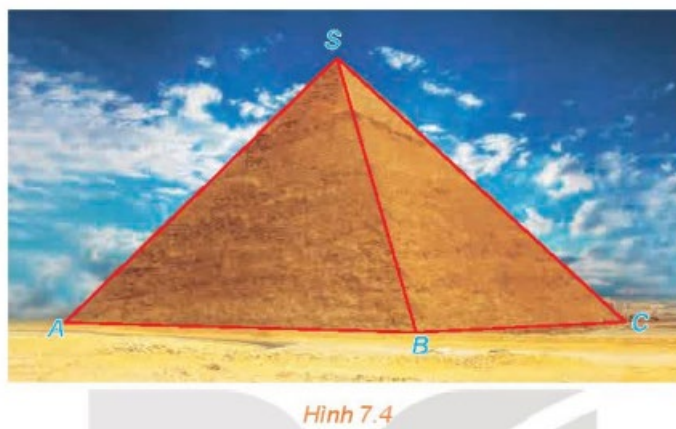
**▶ Ví dụ 1.**

Ví dụ 1. Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có các mặt là các hình vuông. Tính các góc  $(AA', CD), (A'C', BD), (AC, DC')$ .

**▶ Luyện tập 1.**

Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219 m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com).

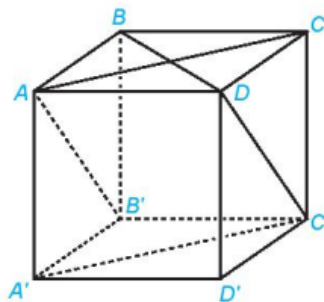
Tính (gần đúng) góc tạo bởi cạnh bên  $SC$  và cạnh đáy  $AB$  của kim tự tháp



**c. Sản phẩm**

**Lời giải của học sinh**

**▶ Ví dụ 1. Giải.**



Vì  $CD \parallel AB$  nên  $(AA', CD) = (AA', AB) = 90^\circ$ . Tứ giác  $ACC'A'$  có các cặp cạnh đối bằng nhau nên nó là một hình bình hành. Do đó,  $A'C' \parallel AC$ . Vậy  $(A'C', BD) = (AC, BD) = 90^\circ$ .

Tương tự,  $DC' \parallel AB'$ . Vậy  $(AC, DC') = (AC, AB')$ . Tam giác  $AB'C$  có ba cạnh bằng nhau (vì là các đường chéo của các hình vuông có độ dài cạnh bằng nhau) nên nó là một tam giác đều. Từ đó,  $(AC, DC') = (AC, AB') = 60^\circ$ .

**▶ Luyện tập 1. Xét tam giác vuông ASC**

Với AC là độ dài đường chéo của đáy kim tự tháp, ta có:

$$AC = AB\sqrt{2} \approx 325.27m$$

Theo pytago ta có:

$$AS^2 = AC^2 - SC^2 \approx 325.27^2 - 219^2 \approx 124108,44$$

$$AS = \sqrt{124108,44} \approx 352.24m$$

Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB bằng cách sử dụng định lý sin trong tam giác vuông ASC:

$$\sin(\widehat{ASC}) = \frac{SC}{AC} = \frac{219}{325,27} \approx 0,6736 \Rightarrow \angle ASC \approx \arcsin 0,6736 \approx 42,79^\circ$$

Vậy góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp Cheops là khoảng  $42.79^\circ$ .

#### d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	- Với VD1: GV vẽ hình chóp tương ứng với mô hình và xác định được góc cần tính và yêu cầu hs tính dựa vào định lý côsin - HS suy nghĩ và tìm câu trả lời - Với Luyện tập 1: GV cho hs hoạt động theo nhóm
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ và đưa ra câu trả lời, treo bảng làm bài luyện tập 1 - GV gợi ý nếu cần
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS đọc sgk, thảo luận và đưa ra các ý kiến của mình HS dưới lớp lắng nghe và bổ sung. - Các nhóm treo bảng, các nhóm khác bổ sung và nhận xét
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất, nhóm có bài làm tốt nhất. - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận

## 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

### 2.1. Hoạt động hình thành kiến thức

**a. Mục tiêu:** Hình thành khái niệm hai đường thẳng vuông góc

**b. Nội dung hoạt động:**

**Nhiệm vụ 1:**

**CH1:** quan sát đường thẳng ở mép dọc của bảng và đường thẳng nằm trên trần nhà và xét góc của chúng theo phương pháp tìm góc giữa hai đường thẳng?

**CH2:** Đối với hai cánh cửa trong Hình 7.5, tính góc giữa hai đường mép cửa  $BC$  và  $MN$ .



Hình 7.5

GV liên hệ sang nội dung hai đường thẳng vuông góc

**Nhiệm vụ 2:** ?. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  thì  $a$  có vuông góc với các đường thẳng song song với  $b$  hay không?.

**c. Sản phẩm học tập:**

**Câu trả lời của học sinh**

- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

Nhiệm vụ 1: Hs quan sát

Nhiệm vụ 2: trả lời là góc  $90^\circ$

**Cách tính khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song Định nghĩa hai đường thẳng vuông góc**

Hai đường thẳng  $a, b$  được gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu  $a \perp b$ , nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .

**d. Tổ chức hoạt động:**

<b>Chuyển giao</b>	Nhiệm vụ 1: - GV cho hs quan sát 1 số đường thẳng trong lớp học và đưa ra câu hỏi - HS suy nghĩ và tìm câu trả lời - GV chỉ các vật dụng có sẵn trong lớp học như mép bàn và 1 số đường thẳng trên trần nhà, ... Sử dụng sgk
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ và đưa ra câu trả lời - GV chuẩn hóa câu trả lời của học sinh.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Học sinh thảo luận theo nhóm và đưa ra kết luận cuối cùng cách xác định hai đường thẳng vuông góc
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận ...

**Tiết 2**

**2.2. Hoạt động luyện tập**

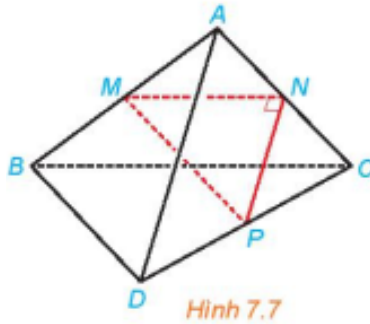
**a. Mục tiêu:** Học sinh vận dụng kiến thức đã học ở tiết 1 để tìm góc giữa hai đường thẳng và chứng minh hai đường thẳng vuông góc

**b. Nội dung hoạt động:**

▶ Ví dụ 2. Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (H.7.6).

- a) Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$ .
- b) Chứng minh rằng  $AC$  và  $B'D'$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $ABCD$  là một hình thoi.

▶ Luyện tập 2. Cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $N$  và một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(MNP)$ . Lần lượt lấy các điểm  $B, C, D$  sao cho  $M, N, P$  tương ứng là trung điểm của  $AB, AC, CD$  (H 7.7). Chứng minh rằng  $AD$  và  $BC$  vuông góc với nhau và chéo nhau.



**c. Sản phẩm học tập**

**Lời giải ví dụ 2:**

▶ Ví dụ 2. Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (H.7.6).

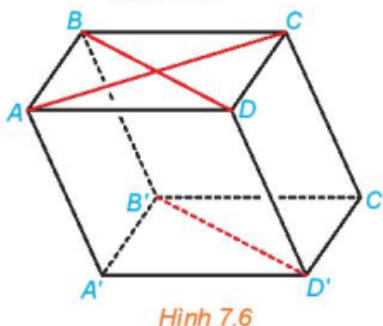
- a) Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$ .
- b) Chứng minh rằng  $AC$  và  $B'D'$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $ABCD$  là một hình thoi.

Giải

a) Hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  lần lượt thuộc hai mặt phẳng song song  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  nên chúng không có điểm chung, tức là chúng không thể trùng nhau hoặc cắt nhau.

Tứ giác  $BDD'B'$  có hai cạnh đối  $BB'$  và  $DD'$  song song và bằng nhau nên nó là một hình bình hành. Do đó  $B'D'$  song song với  $BD$ . Mặt khác,  $BD$  không song song với  $AC$  nên  $B'D'$  không song song với  $AC$ .

Từ những điều trên suy ra  $AC$  và  $B'D'$  chéo nhau..



b) Do  $B'D'$  song song với  $BD$  nên  $(AC, B'D') = (AC, BD)$ . Do đó,  $AC$  và  $B'D'$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau. Do  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AC$  vuông góc với  $BD$  khi và chỉ khi  $ABCD$  là hình thoi.

**Lời giải luyện tập 2**

Ta biết rằng tam giác MNP là tam giác vuông tại N, do đó ta có:

$$MN^2 + NP^2 = MP^2$$

Theo giả thiết, M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và CD, nên ta có:

$$MN = \frac{1}{2}AB, \quad NP = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}CD$$

Thay các giá trị này vào công thức trên, ta có:

$$\left(\frac{1}{2}AB\right)^2 + \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 = \left(\frac{1}{2}CD\right)^2 \Rightarrow AB^2 + AC^2 = CD^2$$

Như tam giác ABC và tam giác CDA là hai tam giác vuông cân có đỉnh C và D lần lượt là các đỉnh vuông góc

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó, ta có:

NH là đường trung trực của đoạn thẳng AB

DH là đường trung trực của đoạn thẳng CD

Do đó, ta có thể kết luận rằng đường NH và đường DH cắt nhau tại một điểm O, và O là trung điểm của đoạn thẳng BC. Vậy ta đã chứng minh rằng AD và BC chéo nhau.

Vì NH là đường trung trực của đoạn thẳng AB, nên NH vuông góc với AB. Tương tự, DH vuông góc với CD và BC vuông góc với NH. Do đó, ta có thể kết luận rằng AD và BC vuông góc với nhau.

**\*) Hoạt động luyện tập và vận dụng**

**a. Mục tiêu:** Rèn luyện các kỹ năng từ đó củng cố lại các kiến thức đã được học trong bài học.

Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế.

**b. Nội dung:**

\* **Nhiệm vụ 1: Luyện tập để củng cố các kiến thức** (bài 7.1; 7.2; 7.3; 7.4, SGK)

\* **Nhiệm vụ 2: Bài tập trắc nghiệm phiếu học tập số 2** (xem phiếu bài tập tại phần phụ lục)

**c. Sản phẩm:**

**7.1.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là các tam giác đều. Tính góc  $(AB, B'C')$ .

**Giải**

$$\begin{aligned} (C'A, A'B) &= (C'A, C'O) + (CO, A'C') + (A'C', A'B) \\ &= 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

Vậy góc  $(AB, B'C')$  bằng  $180^\circ$ , tức là hai đường thẳng này đối nhau và vuông góc với nhau.

**7.2.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có các cạnh bằng nhau. Chứng minh rằng tứ diện  $ACB'D'$  có các cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau.

**7.3.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $\widehat{CBD} = 90^\circ$ .

- a) Gọi  $M, N$  tương ứng là trung điểm của  $AB, AD$ . Chứng minh rằng  $MN$  vuông góc với  $BC$ .
- b) Gọi  $G, K$  tương ứng là trọng tâm của các tam giác  $ABC, ACD$ . Chứng minh rằng  $GK$  vuông góc với  $BC$ .

**Giải**

a) Ta có  $MN \parallel CD$  do  $MN$  là đường trung bình của tam giác vuông  $ABD$  và  $CD$  là đường cao tương ứng. Vì  $\angle CBD = 90^\circ$  nên  $CD$  vuông góc với  $BC$ . Do đó  $MN$  cũng vuông góc với  $BC$ .

b) Gọi  $E$  là trung điểm của  $BD$ . Khi đó  $GK$  là đường thẳng đi qua trung điểm  $E$  và song song với đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác  $ABC$  và tam giác  $ACD$ . Ta cần chứng minh đường thẳng này vuông góc với  $BC$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AC$ , khi đó  $G$  và  $K$  đều nằm trên đường thẳng  $EH$  (vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $E$  là trung điểm của  $BD$  nên  $GE$  song song với  $AC$ , tương tự cho  $K$ ). Do đó, ta cần chứng minh  $EH$  vuông góc với  $BC$ .

Ta có  $EH \parallel AB$  (vì  $EH \parallel BD$  của tam giác  $ABD$  và cắt  $AB$  tại trung điểm  $M$ ). Khi đó,  $\angle HBE = \angle ABC = \angle CBD = 90^\circ$ , suy ra  $EH$  vuông góc với  $BC$ . Vậy ta chứng minh được  $GK$  vuông góc với  $BC$ .

**7.4.** Đối với nhà gỗ truyền thống, trong các cầu kiện hoành, quá giang, xà cái, rui, cột tương ứng được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 như trong Hình 7.8, những cặp cầu kiện nào vuông góc với nhau?



Hình 7.8



---

**Giải** Trong nhà gỗ truyền thống, các cấu kiện thường được lắp ráp với nhau bằng các mối ghép chéo, do đó các cặp cấu kiện vuông góc với nhau là:

- Hoành (1) và quá giang (2).
- Xà cái (3) và cột (5).
- Quá giang (2) và rui (4).

-----

**Trường: THPT số 2 TP Lào Cai**

**Tổ: TOÁN – TIN HỌC**

**Ngày soạn:**

Họ và tên giáo viên soạn: Trần Thị Bích Thủy

Trường phân biện: THPT số 1 TP Lào Cai

## **CHƯƠNG VII: QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN**

### **BÀI 23: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - HH: 11

*Thời gian thực hiện: 03 tiết*

#### **I. MỤC TIÊU**

##### **1. Kiến thức, kĩ năng**

- Nhận biết được đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;
- Nhận biết được điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;
- Giải thích được mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc;
- Vận dụng kiến thức về quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh thực tế như phương thẳng đứng và mặt phẳng nằm ngang tại một điểm, cách tạo cột treo quần áo vuông góc với mặt sàn,...

##### **2. Năng lực**

- *Năng lực tự học:* Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề:* Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý:* Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp:* Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác:* Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ:* Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.
- *Năng lực mô hình hóa toán học:* Thông qua việc vận dụng hiểu biết về quan hệ vuông góc để tạo cột treo quần áo vuông góc với sàn nhà, diễn đạt mặt phẳng nằm ngang tại một điểm.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học:* Thước kẻ, eke, phần mềm vẽ hình.

##### **3. Phẩm chất**

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

#### **II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

- Kiến thức về quan hệ vuông góc giữa hai đường thẳng, hình ảnh thực tế.
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập

#### **III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:**

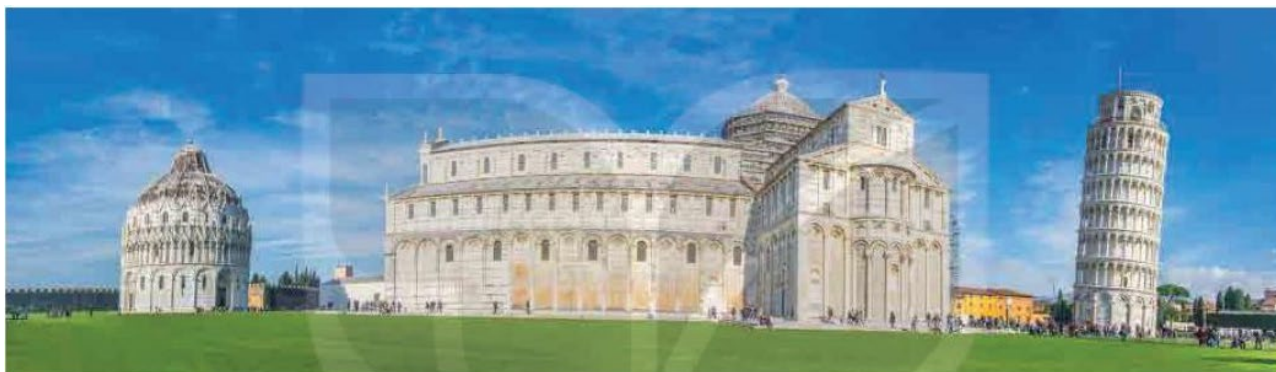
##### **Tiết 1: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG**

## 1. Hoạt động 1: Khởi động.

a) **Mục tiêu:** Tạo hứng thú cho người học, học sinh nhận ra được quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong thực tế. Qua hình ảnh giúp học sinh bước đầu nhận dạng được bằng hình vẽ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và dễ dàng tiếp nhận khái niệm.

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn, tổ chức học sinh quan sát, và trả lời câu hỏi.

- Học sinh quan sát hình 7.9:



Hình 7.9. Quảng trường màu nhiệm (Square of Miracles) ở Pisa, Toscana, Italy

Hầu hết các công trình kiến trúc đều được xây dựng theo phương thẳng đứng để có thể vững chãi, mặc dù vậy cũng có những công trình có phương nghiêng. Nếu đứng tại Quảng trường màu nhiệm ở Pisa (H.7.9) bằng mắt thường, ta có thể cảm nhận rằng tháp ngoài cùng bên phải trong hình là nghiêng và các công trình còn lại đều thẳng đứng. Sau bài học, ta có thể diễn giải chính xác và bản chất về điều này.

c) **Sản phẩm:**

- HS nhận xét được trong các tháp tại quảng trường màu nhiệm ở Pisa tháp nào thẳng đứng, tháp nào nghiêng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát và trả lời câu hỏi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**Đặt vấn đề vào bài mới:** Trong thực tế quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng hiện hữu khắp nơi trong cuộc sống hằng ngày. Trong xây dựng, người thợ xây thường sử dụng dây dọi để xác định phương vuông góc với mặt đất, vì trọng lực có phương vuông góc với mặt đất.

Vậy thế nào là đường thẳng vuông góc mặt phẳng và chúng có những tính chất gì? Chủ đề này chúng ta sẽ tìm hiểu chúng.

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức

### Hoạt động 2.1. Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

a) **Mục tiêu:** Hình thành định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và có thể chỉ ra được hình ảnh minh họa từ thực tế, biết áp dụng định nghĩa để chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình ảnh thực tế rút ra định nghĩa, đọc SGK và áp dụng làm ví dụ.

**HD1.** Đối với cánh cửa như trong Hình 7.10 khi đóng - cửa cánh cửa,

ta coi mép dưới  $BC$  của cánh cửa luôn sát nhà (khe hở không đáng kể).

a) Từ quan sát trên, hãy giải thích vì sao đường thẳng  $AB$  vuông góc với mọi đường thẳng đi qua  $B$  trên sàn nhà.

b) Giải thích vì sao đường thẳng  $AB$  vuông góc với mọi đường thẳng trên sàn nhà.



Hình 7.10

**c) Sản phẩm:**

Câu trả lời của HS:

a, Trong tình huống – mở cánh cửa, đường thẳng  $AB$  cố định vì luôn đi qua hai bản lề cố định, đường thẳng  $BC$  trên mặt sàn và luôn đi qua điểm  $B$  cố định (là giao của đường thẳng  $AB$  và mặt sàn). Vì đường thẳng  $BC$  quay quanh điểm  $B$  và  $(AB, BC) = 90^\circ$  nên  $AB$  vuông góc với các đường thẳng trên mặt sàn và đi qua  $B$ .

b, Lấy đường thẳng  $a$  bất kì trên mặt sàn. Xét  $a'$  là đường thẳng trên mặt sàn, đi qua  $B$  và song song với  $a$ . Khi đó  $(AB, a) = (AB, a') = 90^\circ$ .

<b>1. Định nghĩa:</b>	
Đường thẳng $a$ được gọi là vuông góc với mặt phẳng $(P)$ nếu $a$ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong $(P)$ .	
Tóm tắt: $\Delta \perp (P) \Leftrightarrow \Delta \perp a (\forall a \subset (P))$	
<b>2. Chú ý:</b> Khi $\Delta$ vuông góc với $(P)$ , ta còn nói $(P)$ vuông góc với $\Delta$ hoặc $\Delta$ và $(P)$ vuông góc với nhau, kí hiệu $\Delta \perp (P)$ .	

**d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV cho HS quan sát hình ảnh thực tế, đặt vấn đề hình thành định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. - HS quan sát và hình thành định nghĩa: + Tổng quát hóa, phát biểu định nghĩa. + Viết dưới dạng kí hiệu toán học.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS nêu được định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. - GV gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời nhanh ví dụ 1. - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức và giới thiệu thêm 1 cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

**Hoạt động 2.2. Điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.**

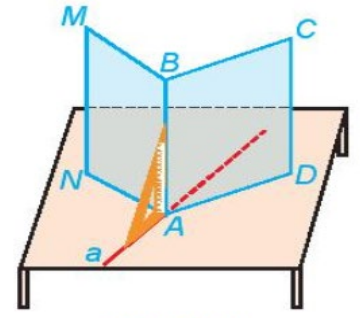
a) **Mục tiêu:** : Hình thành điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và biết áp dụng vào các bài toán chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) **Nội dung:**

**HD2:** Gấp tấm bìa cứng hình chữ nhật sao cho nếp gấp chia tấm bìa thành hai hình chữ nhật, sau đó đặt nó lên mặt bàn như Hình 7.11.

a) Bằng cách trên, ta tạo đường thẳng  $AB$  vuông góc với hai đường thẳng nào thuộc mặt bàn?

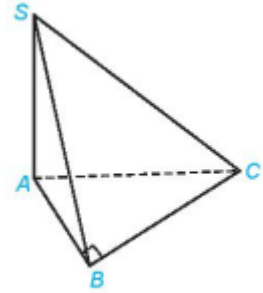
b) Trên mặt bàn, qua điểm  $A$  kẻ một đường thẳng  $a$  tùy ý. Dùng ê ke, hãy kiểm tra trên mô hình xem  $AB$  có vuông góc với  $a$  hay không.



Hình 7.11



Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì đường thẳng đó có vuông góc với cạnh còn lại hay không?



Hình 7.13

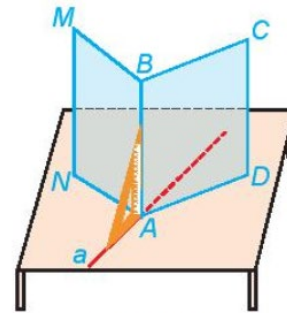
\* **Ví dụ 1:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và cạnh  $SA$  vuông góc với các cạnh  $AB, AC$ . Chứng minh rằng  $BC \perp (SAB)$ .

**c) Sản phẩm:**

**HD2:**

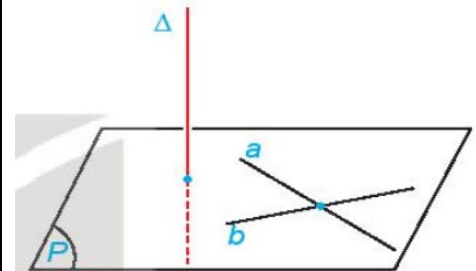
a,  $AB$  vuông góc với hai đường thẳng  $AD$  và  $AN$  (Vì  $ABCD, ABMN$  là hình chữ nhật)

b, Trong mô hình, đặt ê ke như mô tả trong hình vẽ ta thấy 1 cạnh của ê ke trùng với  $AB$  và một cạnh nằm trên  $a$  nên  $AB$  vuông góc với  $a$ .



Hình 7.11

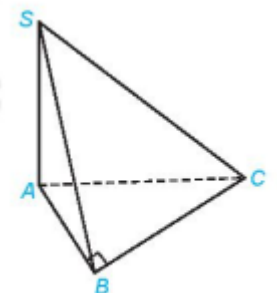
Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc cùng một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.



Hình 7.12

\* **Ví dụ 1:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và cạnh  $SA$  vuông góc với các cạnh  $AB, AC$ . Chứng minh rằng  $BC \perp (SAB)$ .

**Giải. (H.7.13)**



Hình 7.13

<p>Vì <math>SA</math> vuông góc với hai đường thẳng <math>AB</math> và <math>AC</math> nên <math>SA \perp (ABC)</math>. Suy ra <math>SA \perp BC</math>.</p> <p>Tam giác <math>ABC</math> vuông tại <math>B</math> nên <math>BC \perp BA</math>.</p> <p>Vì <math>BC</math> vuông góc với hai đường thẳng <math>SA</math> và <math>BA</math> nên <math>BC \perp (SAB)</math></p>	
---	--

#### d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hình thành điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.</li> <li>- Rút ra phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.</li> <li>- Rút ra hệ quả.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.</li> <li>- GV quan sát, theo dõi các nhóm. Giải thích câu hỏi nếu các nhóm chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các cặp thảo luận đưa ra cách chứng minh bài toán.</li> <li>- Phát biểu được định lý và phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.</li> <li>- Thực hiện được VD1 và lên bảng trình bày lời giải chi tiết</li> <li>- Thuyết trình các bước thực hiện.</li> <li>- Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn thành sản phẩm</li> <li>- Từ VD1, HS rút ra được hệ quả liên quan.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh</li> <li>- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận, và dẫn dắt học sinh hình thành kiến thức mới về điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.</li> </ul>

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập.

**a, Mục tiêu:** Học sinh rèn luyện kỹ năng nhận biết đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

**b) Nội dung:**

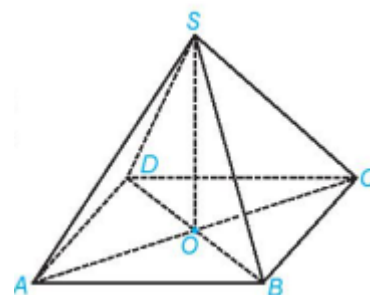
**Luyện tập 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $SA = SC$  và  $SB = SD$  (H.7.14). Chứng minh rằng  $SO \perp (ABCD)$ .

**Lời giải:**

Vì  $SA = SC, SB = SD$  và  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  nên  $O$  là trung điểm của  $AC, BD$ .

Do đó:  $SO \perp AC, SO \perp BD$

Vậy  $SO \perp (ABCD)$



**Bài tập 7.7 (SGK).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M, N$  tương ứng là hình chiếu của  $A$  trên  $SB, SD$ . Chứng minh rằng:

$AM \perp (SBC), AN \perp (SCD), SC \perp (AMN)$ .

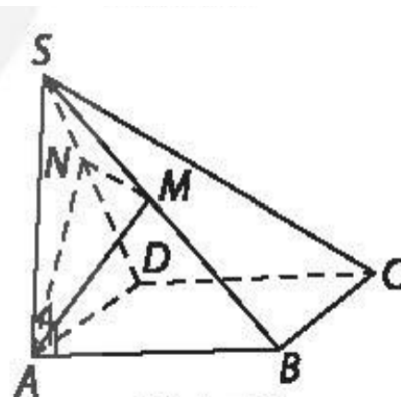
**Lời giải:**

Vì  $BC \perp SA, BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$

Mà  $AM \perp SB \Rightarrow AM \perp (SBC)$ .

Tương tự  $AN \perp (SCD)$ .

Ta có  $AM \perp SC, AN \perp SC \Rightarrow SC \perp (AMN)$ .



c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### 4. Hoạt động 4: Vận dụng.

a, Mục tiêu: Vận dụng thực tế của điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) Nội dung:

► **Vận dụng.** Khi làm cột treo quần áo, ta có thể tạo hai thanh đế thẳng đặt dưới sàn nhà và dựng cột treo vuông góc với hai thanh đế đó (H. 7.15). Hãy giải thích vì sao bằng cách đó ta có được cột treo vuông góc với sàn nhà.



Hình 7.15

**Trả lời:** Vì cột treo vuông góc với hai thanh đế (cắt nhau) nên cột vuông góc với sàn nhà (chứa hai thanh đế).

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức, giám sát, hỗ trợ học sinh thực hiện. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Tiết 2: TÍNH CHẤT.

#### 1. Hoạt động 1: Hình thành kiến thức.

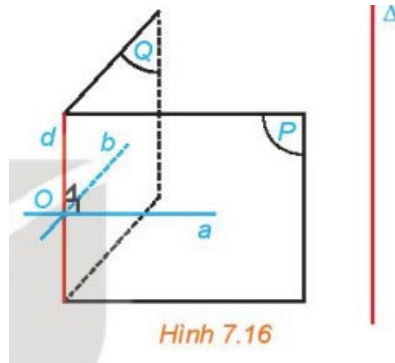
**Hoạt động 1.1:** Tìm hiểu tính chất 1.

a) **Mục tiêu:** Học sinh nêu được nội dung của tính chất 1, nêu được định nghĩa mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.

b) **Nội dung:** GV đặt các câu hỏi gợi mở để dẫn dắt học sinh đến nội dung của tính chất 1.

**H1:**

► **HĐ3.** Cho điểm  $O$  và đường thẳng  $\Delta$  không đi qua  $O$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $O$  và song song với  $\Delta$ . Xét hai mặt phẳng phân biệt tùy ý  $(P)$  và  $(Q)$  cùng chứa  $d$ . Trong các mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  tương ứng kẻ các đường thẳng  $a, b$  cùng đi qua  $O$  và vuông góc với  $d$  (H.7.16). Giải thích vì sao  $mp(a, b)$  đi qua  $O$  và vuông góc với  $\Delta$ .



**Lời giải:**

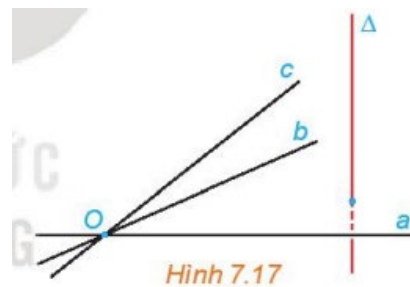
$(P)$  là mặt phẳng sinh bởi  $d$  và  $a$ ,  $(Q)$  là mặt phẳng sinh bởi  $d$  và  $b$ . Do  $(P)$  và  $(Q)$  phân biệt nên  $a$  và  $b$  phân biệt. Do  $d$  vuông góc với  $a, b$  và  $\Delta$  song song với  $d$  nên  $\Delta$  vuông góc với  $a$  và  $b$ . Do đó,  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng chứa  $a, b$ .

Vậy  $\Delta$  vuông góc với  $a$  và  $b$ . Do đó,  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng chứa  $a, b$ .

**H2:** Nêu một tiêu chuẩn kiểm tra đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng gắn với quan hệ vuông góc.

**Trả lời :**

**Nhận xét.** Nếu ba đường thẳng đôi một phân biệt  $a, b, c$  cùng đi qua một điểm  $O$  và cùng vuông góc với một đường thẳng  $\Delta$  thì ba đường thẳng đó cùng nằm trong một phẳng đi qua  $O$  và vuông góc với  $\Delta$  (H. 7.17).



**H3:** Nêu định nghĩa đường trung trực của đoạn thẳng, từ đó suy ra mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.

**c) Sản phẩm:**

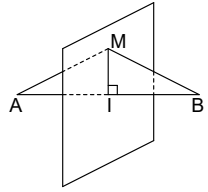
\* **Tính chất 1:** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với đường thẳng đã cho.

\* **Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng:** Mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đường thẳng đó gọi là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.

**d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV trình chiếu hình h.7.16 và yêu cầu học sinh phát biểu tính chất 1</li> <li>- GV chiếu hình vẽ h.7.18 về mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng và yêu cầu học sinh phát biểu định nghĩa</li> </ul>
--------------------	---



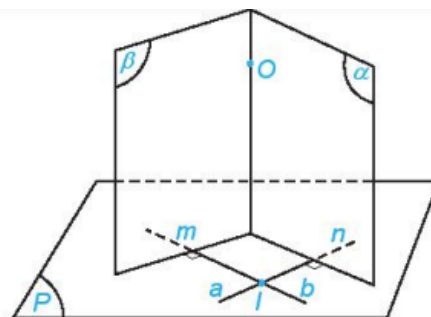
	 <p>- So sánh <math>MA</math> với <math>MB</math></p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận để trả lời các câu hỏi</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn học sinh</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>- HS nêu được tính chất 1</p> <p>- HS nêu được định nghĩa mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng</p> <p>- GV gọi 2HS nêu tính chất 1 và định nghĩa mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng</p> <p>- HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về nội dung tính chất 1 và định nghĩa mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.</p>

### Hoạt động 1.2: Tìm hiểu tính chất 2.

a) **Mục tiêu:** HS nêu được nội dung tính chất 2.

b) **Nội dung:**

► **HD4.** Cho mặt phẳng  $(P)$  và điểm  $O$ . Trong mặt phẳng  $(P)$ , lấy hai đường thẳng cắt nhau  $a, b$  tùy ý. Gọi  $(\alpha), (\beta)$  là các mặt phẳng qua  $O$  và tương ứng vuông góc với  $a, b$  (H.7.19).



Hình 7.19

a) Giải thích vì sao hai mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$  cắt nhau theo một đường thẳng đi qua  $O$ .

b) Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa  $\Delta$  và  $(P)$

**Trả lời:**

a,  $(\alpha)$  vuông góc với  $a$  nên có điểm chung với  $a$ , do đó  $(\alpha)$  có điểm chung với  $(P)$ . Mặt khác,  $(\alpha)$  không trùng với  $(P)$  vì  $(\alpha)$  vuông góc với  $a$  và  $a$  nằm trong  $(P)$ .

Vậy  $(\alpha)$  và  $(P)$  cắt nhau theo một giao tuyến  $n$ .

Tương tự  $(\beta)$  và  $(P)$  cũng cắt nhau theo một giao tuyến  $m$ .

Do  $m \perp b, n \perp a$  và  $a, b$  cắt nhau suy ra chúng phân biệt. Do đó  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  không thể trùng nhau. Mặt khác  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có điểm chung  $O$  nên chúng cắt nhau theo một đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $O$ .

b, Vì  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  đều đi qua O nên giao tuyến  $\Delta$  của chúng đi qua O. Hơn nữa a và b tương ứng vuông góc với  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  nên chúng vuông góc với  $\Delta$ . Do  $\Delta$  vuông góc với a, b nên  $\Delta$  vuông góc với (P).

**c) Sản phẩm:**

<p><b>* Tính chất 2</b>          Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.</p>
--

**d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV trình chiếu hình vẽ h.7.19 -HS qua hình vẽ phát biểu tính chất 2
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Hs thảo luận phát biểu tính chất 2 - GV gọi 1 HS nêu tính chất 2 - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

**2. Hoạt động 2: Luyện tập.**

**a, Mục tiêu:** Học sinh vận dụng được tính chất 2 vào làm bài tập.

**b, Nội dung:**

▶ **Luyện tập 2.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$  sao cho các đường thẳng  $AB$  và  $AC$  cùng vuông góc với một mặt phẳng  $(P)$ . Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Giải.**

Các đường thẳng  $AB, AC$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Mặt khác qua điểm A có duy nhất một đường thẳng vuông góc với  $(P)$ . Do đó hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$  trùng nhau.

Vậy ba điểm A, B, C thẳng hàng.

▶ **Ví dụ 3.** Cho điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Giải thích vì sao có duy nhất điểm  $H$  thuộc  $(P)$  sao cho đường thẳng  $AH$  vuông góc với  $(P)$ .

**Giải.**

Gọi  $a$  là đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Lấy điểm  $H$  thuộc  $(P)$ . Khi đó, đường thẳng  $AH$  vuông góc với  $(P)$  khi và chỉ khi  $AH$  trùng với  $a$ , tức là  $H$  là giao điểm của  $a$  và  $(P)$ . Vậy có duy nhất điểm  $H$  thuộc  $(P)$  để  $AH$  vuông góc với  $(P)$ .

**c, Sản phẩm:** Bài làm của học sinh.

**d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV tổ chức, giám sát, giúp đỡ học sinh thực hiện Luyện tập 2 và ví dụ 3.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận

<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hs thảo luận trình bày lời giải của hoạt động luyện tập 2.</li> <li>- GV gọi 1 HS giải thích lại vì sao điểm H là duy nhất.</li> <li>- HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.</li> <li>- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.</li> </ul>

### Tiết 3: Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

#### 1. Hoạt động 1: Hình thành kiến thức.

##### Hoạt động 1.1. Tìm hiểu tính chất 1.

a) **Mục tiêu:** Hs nêu được tính chất 1 về quan hệ giữa 2 đường thẳng song song vuông góc với một mặt phẳng.

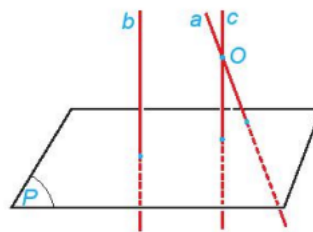
b) **Nội dung:**

► **HD5.** Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  và song song với đường thẳng  $b$ . Lấy một đường thẳng  $m$  bất kì thuộc mặt phẳng  $(P)$ . Tính  $(b, m)$  và từ đó rút ra mối quan hệ giữa  $b$  và  $(P)$ .

**Trả lời :** Vì  $a$  vuông góc với  $(P)$  nên  $(a, m) = 90^\circ$ . Mặt khác  $b // a$  nên  $(b, m) = (a, m) = 90^\circ$ .

Do  $b$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  nên  $b$  vuông góc với  $(P)$ .

► **HD6.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Xét  $O$  là một điểm thuộc  $a$  nhưng không thuộc  $b$ . Gọi  $c$  là đường thẳng qua  $O$  và song song với  $b$ .



Hình 7.21

a, Hỏi  $c$  có vuông góc với  $(P)$  hay không? Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa  $a$  và  $c$ .

b, Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$ .

**Trả lời :**

a, Gọi  $m$  là đường thẳng bất kì thuộc  $(P)$ .

Khi đó do  $c // b$  và  $b \perp (P)$  nên  $(c, m) = (b, m) = 90^\circ$ . Vậy  $c$  vuông góc với  $(P)$ .

Do  $a$  và  $c$  đi qua  $O$  và cùng vuông góc với  $(P)$  nên chúng trùng nhau.

b, Do  $b$  và  $c$  song song với nhau mà  $a$  trùng với  $c$  nên  $a$  và  $b$  song song với nhau.

**c) Sản phẩm:**

**\* Tính chất 1:**

Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì các đường thẳng song song với  $a$  cũng vuông góc với  $(P)$ .

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**d) Tổ chức thực hiện**

**Chuyển giao**

- Gv chiếu hình h.7.20 lên và yêu cầu học sinh phát biểu tính chất

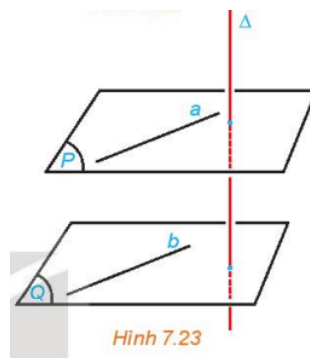
	<p style="text-align: center;">Hình 7.20</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ.</li> <li>- GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời cho câu hỏi</li> <li>- Hs nêu tính chất 1</li> </ul> <p>a) <math>\begin{cases} a \perp (P) \\ b // a \end{cases} \Rightarrow b \perp (P)</math></p> <p>b) <math>\begin{cases} a \cap b = \emptyset \\ a, b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a // b</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Các học sinh theo dõi và nhận xét.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh</li> <li>- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.</li> </ul>

**Hoạt động 1.2: Tìm hiểu tính chất 2**

**a) Mục tiêu:** Học sinh nêu được tính chất 2

**b) Nội dung**

► **HĐ7.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau và đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với  $(P)$ . Gọi  $b$  là một đường thẳng bất kì thuộc  $(Q)$ . Lấy một đường thẳng  $a$  thuộc  $(P)$  sao cho  $a$  song song với  $b$  (H.7.23). So sánh  $(\Delta, b)$  và  $(\Delta, a)$ . Từ đó rút ra mối quan hệ giữa  $\Delta$  và  $(Q)$ .

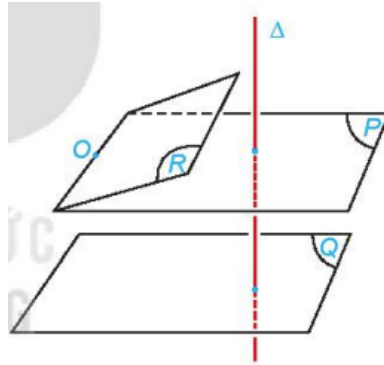


**Trả lời :**

Do  $\Delta \perp (P)$  và  $a // b$  nên  $(\Delta, a) = (\Delta, b) = 90^\circ$ .

Do  $\Delta$  vuông góc với mọi đường thẳng  $b$  nằm trong  $(Q)$  nên  $\Delta$  vuông góc với  $(Q)$ .

► **HĐ8.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ . Xét  $O$  là một điểm thuộc mặt phẳng  $(P)$  nhưng không thuộc mặt phẳng  $(Q)$ . Gọi  $(R)$  là mặt phẳng đi qua  $O$  và song song với  $(Q)$ . (H.7.24).



Hình 7.24

- a, Hỏi (R) có vuông góc với  $\Delta$  hay không? Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa (P) và (R).  
 b, Nêu vị trí tương đối giữa (P) và (Q).

**Trả lời:**

- a, Vì  $\Delta$  vuông góc với (Q) và (Q) song song với (R) nên theo HĐ7,  $\Delta$  cũng vuông góc với (R).  
 Do hai mặt phẳng (P) và (R) cùng đi qua O và cùng vuông góc với  $\Delta$  nên chúng trùng nhau.  
 b, Mặt khác, (Q) song song với (R) nên (P) song song với (Q).

**c) Sản phẩm:**

**\* Tính chất 2:**

Nếu đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng (P) thì  $\Delta$  cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với (P).

Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**d) Tổ chức thực hiện**

<p><b>Chuyển giao</b></p>	<p>- Gv chiếu hình h.7.23 lên và yêu cầu học sinh phát biểu tính chất</p> <p>Hình 7.23</p>
<p><b>Thực hiện</b></p>	<p>- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ.                      - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận</p>
<p><b>Báo cáo thảo luận</b></p>	<p>- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời cho câu hỏi                      - Hs nêu tính chất 2</p> <p>a) <math>\begin{cases} \Delta \perp (P) \\ (P) // (Q) \end{cases} \Rightarrow \Delta \perp (Q)</math></p> <p>b) <math>\begin{cases} (P) \neq (Q) \\ (P), (Q) \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)</math></p> <p>- Các học sinh theo dõi và nhận xét.</p>
<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh                      - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.</p>

### Hoạt động 1.3: Tìm hiểu tính chất 3

a) **Mục tiêu:** Học sinh nêu được tính chất 3

b) **Nội dung:** GV dẫn dắt HS đến nội dung tính chất 3

► **HD9.** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Tính  $(\Delta, a)$ .

**Trả lời :** Vì  $a$  song song với  $(P)$  nên  $a$  song song với một đường thẳng  $b$  nằm trong  $(P)$ .

Mặt khác  $\Delta \perp (P)$  nên  $(\Delta, a) = (\Delta, b) = 90^\circ$ .

► **HD10.** Cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  cùng vuông góc với một đường thẳng  $\Delta$ .

a) Qua một điểm  $O$  thuộc  $(P)$ , kẻ đường thẳng  $a'$  song song với  $a$ . Nêu vị trí tương đối giữa  $a'$  và  $(P)$ .

b) Nêu vị trí tương đối giữa  $a$  và  $(P)$ .

**Trả lời:**

a, Do  $a//a'$  và  $\Delta \perp a$  nên  $\Delta \perp a'$ . Đường thẳng  $a'$  đi qua  $O$  và vuông góc với  $\Delta$  nên  $a'$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  (đi qua  $O$  và vuông góc với  $\Delta$ ).

b, Vì  $a$  song song với đường thẳng  $a'$  nằm trong  $(P)$  nên  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  hoặc  $a$  song song với  $(P)$ .

c) **Sản phẩm:**

<b>* Tính chất 3:</b>	
- Nếu đường thẳng $\Delta$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$ thì $\Delta$ vuông góc với mọi đường thẳng song song với $(P)$ .	
- Nếu đường thẳng $a$ và mặt phẳng $(P)$ cùng vuông góc với một đường thẳng $\Delta$ thì $a$ nằm trong $(P)$ hoặc song song với $(P)$ .	

d) **Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV tổ chức, giám sát, hỗ trợ học sinh thực hiện và yêu cầu học sinh phát biểu tính chất
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời cho câu hỏi - Hs nêu tính chất 3 a) $\begin{cases} \Delta \perp (P) \\ a // (P) \end{cases} \Rightarrow \Delta \perp a$ b) $\begin{cases} a \perp \Delta \\ (P) \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \subset (P) \\ a // (P) \end{cases}$ - Các học sinh theo dõi và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

**2. Hoạt động 2: Luyện tập.**

a, **Mục tiêu:** Học sinh biết vận dụng mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc vào giải toán.

b, **Nội dung**

► **Luyện tập 3.** Một chiếc bàn có các chân cùng vuông góc với mặt phẳng chứa mặt bàn và mặt phẳng chứa mặt sàn. Hỏi hai mặt phẳng đó có song song với nhau hay không? Vì sao?

**Trả lời:** Hai mặt phẳng đó song song vì hai mặt phẳng đó phân biệt và cùng vuông góc với một đường thẳng, đường thẳng đó là đường thẳng chứa một trong các chân bàn.

► **Luyện tập 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $SC$  ( $H \in SC$ ),  $BM$  vuông góc với  $SC$  ( $M$  thuộc  $SC$ ). Chứng minh rằng  $SC \perp (MBD)$  và  $AH \parallel (MBD)$ .

**Trả lời:**

\* Vì  $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Mà  $BM \perp SC \Rightarrow SC \perp (MBD)$ .

\* Vì  $\begin{cases} (MBD) \perp SC \\ AH \perp SC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel (MBD)$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

<b>Chuyển giao</b>	GV yêu cầu học sinh đọc kỹ đề bài của luyện tập 3 và luyện tập 4. Suy nghĩ và trả lời câu hỏi. Trình bày lời giải chi tiết.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời cho câu hỏi - Các học sinh theo dõi và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

**3. Hoạt động 3: Vận dụng.**

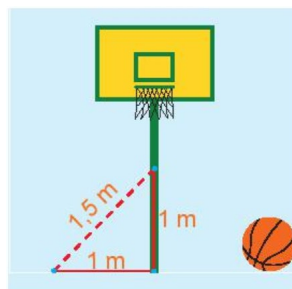
**a, Mục tiêu:** Học sinh biết vận dụng các kiến thức bài học vào giải thích các tình huống trong thực tiễn.

**b, Nội dung**

**Bài tập 7.8 (SGK).** Bạn Vinh thả quả dọi chìm vào thùng nước. Hỏi khi dây dọi căng và mặt nước yên lặng thì đường thẳng chứa dây dọi có vuông góc với mặt phẳng chứa mặt nước trong thùng hay không?

**Trả lời:** Quả dọi vuông góc với mặt phẳng nước.

**Bài tập 7.9 (SGK).** Một cột bóng rổ được dựng trên một sân phẳng. Bạn Hùng đo khoảng cách từ một điểm trên sân, cách chân cột  $1m$  đến một điểm trên cột, cách chân cột  $1m$  được kết quả là  $1,5m$  (H.7.27).



Hình 7.27

Nếu phép đo của Hùng là chính xác thì cột có vuông góc với sân hay không? Có thể kết luận rằng cột không có phương thẳng đứng hay không?

**Trả lời:**

Nếu phép đo của Hùng là chính xác thì cột không vuông góc với mặt sân vì nếu vuông góc với mặt sân thì theo định lý Pytago, cạnh huyền phải bằng  $\sqrt{2}$  m, không phải 1,5m.

**c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh****d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	GV yêu cầu học sinh đọc kỹ đề bài của luyện tập 3 và luyện tập 4. Suy nghĩ và trả lời câu hỏi. Trình bày lời giải chi tiết.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời cho câu hỏi - Các học sinh theo dõi và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

**Hướng dẫn giải các BT trong SGK (Giao về nhà cho HS)**

**Bài tập 7.5.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng:

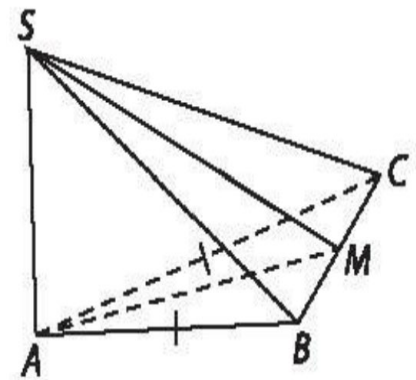
a)  $BC \perp (SAM)$ ;

b) Tam giác  $SBC$  cân tại  $S$ .

**Lời giải:**

a, Vì  $BC \perp AM, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAM)$ .

b, Có  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên tam giác  $SBC$  cân tại  $S$ .



**Bài tập 7.6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Chứng minh rằng các mặt bên của hình chóp  $S.ABCD$  là các tam giác vuông.

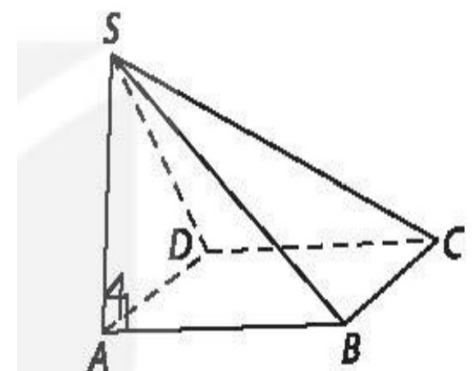
**Lời giải:**

Vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AD, SA \perp BC, SA \perp CD$

Mặt khác  $BC \perp AB, CD \perp AD \Rightarrow BC \perp (SAB), CD \perp (SAD)$ .

$\Rightarrow BC \perp SB, CD \perp SD$ .

Vậy các mặt bên  $SAD, SDC, SBC, SAB$  là các tam giác vuông.





**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC.**  
**GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

**I. Mục tiêu**

**1. Về kiến thức:**

- Nhận biết được phép chiếu vuông góc.
- Xác định được hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác.
- Định lý ba đường vuông góc.
- Nhận biết và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong một số trường hợp đơn giản.
- Vận dụng được kiến thức về góc giữa đường thẳng và mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh thực tế.

**2. Về năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong giải thích định lý ba đường thẳng vuông góc.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

**3. Về phẩm chất:**

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1.**

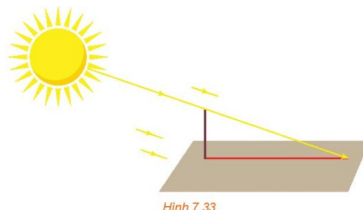
**1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: Trên sân phẳng có một cây cột thẳng vuông góc với mặt sân. (H7.33). Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi:

**H1:** Dưới ánh sáng mặt trời, bóng của cây cột trên sân có được nhìn như là hình chiếu của cây cột qua một phép chiếu song song hay không?

**H2:** Khi tia sáng mặt trời vuông góc với mặt sân, liệu ta có thể quan sát được bóng của cây cột trên sân hay không?



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

L1: Phép chiếu song song theo phương tia sáng mặt trời lên mặt sân.

L2: Khi tia sáng mặt trời vuông góc với mặt sân, bóng của cột thu về chân cột nên không thể quan sát.

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Nhắc lại được định nghĩa về phép chiếu song song. + Vận dụng các kiến thức đã về phép chiếu song song trả lời được bóng của cây cột trên sân khi tia sáng mặt trời vuông góc với mặt sân.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức - Dẫn dắt vào bài mới. ĐVĐ. Hình ảnh của cây cột ở trên mặt sân khi tia sáng mặt trời vuông góc với mặt sân chính là một ví dụ về phép chiếu vuông góc. Vậy thế nào là phép chiếu vuông góc; phép chiếu vuông góc có những tính chất gì? Ta sẽ đi tìm hiểu trong bài ngày hôm nay?

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. Phép chiếu vuông góc

#### Hoạt động 2.1. Định nghĩa và tính chất của phép chiếu vuông góc

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được định nghĩa, các tính chất của phép chiếu vuông góc.

b) **Nội dung:**

**H1:** Dựa vào ví dụ phần khởi động và nội dung trong SGK, nêu định nghĩa phép chiếu vuông góc.

**H2:** Từ định nghĩa vừa nêu, theo em phép chiếu vuông góc có tính chất như thế nào?

c) **Sản phẩm:** Hình thành định nghĩa và các tính chất của phép chiếu vuông góc.

**L1: \* Phép chiếu vuông góc:**

Cho đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với  $(\alpha)$ . Phép chiếu song song theo phương  $\Delta$  lên mặt phẳng  $(\alpha)$  được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**L2: \* Chú ý:**

- Phép chiếu vuông góc là trường hợp đặc biệt của phép chiếu song song nên có đầy đủ tính chất của phép chiếu song song.

- Phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng  $(P)$  còn được gọi là phép chiếu lên mặt phẳng  $(P)$ . Hình chiếu vuông góc  $H'$  của hình  $H$  trên mặt phẳng  $(P)$  còn được gọi là *hình chiếu* của  $H$  trên mặt phẳng  $(P)$

d) **Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu HS đọc thông tin trong SGK và nêu định nghĩa về phép chiếu vuông góc. - GV yêu cầu HS nhắc lại các tính chất của phép chiếu song song. (yêu cầu chuẩn bị trước ở nhà), từ đó chỉ ra tính chất của phép chiếu vuông góc.
<b>Thực hiện</b>	- HS đọc thông tin trong SGK và trả lời câu hỏi theo yêu cầu của GV trong 3 phút.

	- GV quan sát, theo dõi học sinh thực hiện nhiệm vụ.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- GV yêu cầu học sinh phát biểu. - HS đọc định nghĩa phép chiếu vuông góc trong SGK. - HS nhắc lại về tính chất của phép chiếu song song, từ đó chỉ ra tính chất của phép chiếu vuông góc.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- HS tự nhận xét về các câu trả lời. - GV đánh giá, nhận xét về việc thực hiện nhiệm vụ, thái độ và tinh thần làm việc của HS. - HS lắng nghe, hoàn thiện phần trình bày. - GV tổng hợp, nhận xét và chốt lại kiến thức. - GV dẫn dắt học sinh đến phần tiếp theo.

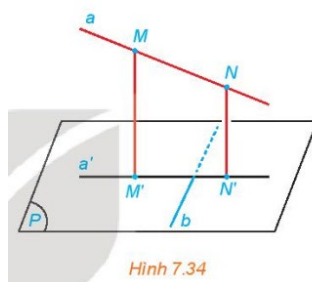
### Hoạt động 2.2. Định lý ba đường vuông góc

**a) Mục tiêu:** HS nêu được định lý ba đường vuông góc, hiểu và vận dụng được định lý ba đường vuông góc.

**b) Nội dung:**

**H1:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐ2 (SGK – T39)

Cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  không vuông góc với nhau. Xét  $b$  là một đường thẳng nằm trong  $(P)$ . Trên  $a$ , lấy hai điểm  $M, N$  tùy ý. Gọi  $M', N'$  tương ứng là hình chiếu của  $M, N$  trên mặt phẳng  $(P)$  (H. 7.34).



Hình 7.34

a) Hình chiếu của  $a$  trên mặt phẳng  $(P)$  là đường thẳng nào?

b) Nếu  $b$  vuông góc với  $M'N'$  thì  $b$  có vuông góc với  $a$  hay không?

c) Nếu  $b$  vuông góc với  $a$  thì  $b$  có vuông góc với  $M'N'$  hay không?

**H2:** Từ HĐ 2, và thông tin trong SGK, em hãy phát biểu định lý ba đường vuông góc? Nêu ý nghĩa của định lý ba đường vuông góc?

**VD1: (SGK -T14)**

- GV phân tích ví dụ 1 để HS nhận biết hình chiếu vuông góc của điểm, đường thẳng, vận dụng định lý ba đường vuông góc.

**c) Sản phẩm:**

**L1:**

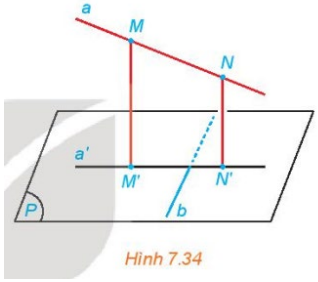
**a.** Hình chiếu vuông góc của  $a$  trên  $(P)$  là đường thẳng  $M'N'$ .

**b,c.** Vì hai đường thẳng  $a$  và  $M'N'$  cùng thuộc mặt phẳng  $(Q)$  và  $b$  vuông góc với đường thẳng  $M'N'$  thuộc mặt phẳng đó nên  $b$  vuông góc với  $a \Leftrightarrow b$  vuông góc với  $(Q) \Leftrightarrow b$  vuông góc với  $M'N'$

**L2: \* Định lý 3 đường vuông góc:**

Cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  không vuông góc với nhau. Khi đó, một đường thẳng  $b$  là một đường thẳng nằm trong  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $a$  khi và chỉ khi  $b$  vuông góc với hình chiếu vuông góc  $a'$  của  $a$  trên mặt phẳng  $(P)$ .

**d) Tổ chức thực hiện** Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gv chiếu hình H7.34 lên và yêu cầu học sinh quan sát trả lời câu hỏi</li> </ul>  <p style="text-align: center;">Hình 7.34</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV đề nghị HS phát biểu định lý ba đường vuông góc.</li> <li>- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ.</li> <li>- GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận, gợi ý để học sinh thực hiện.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời</li> <li>- Ý nghĩa của định lý 3 đường vuông góc là: Đưa việc chứng minh hai đường thẳng không cùng thuộc một mặt phẳng vuông góc với nhau bằng việc chứng minh vuông góc với hình chiếu của nó nằm cùng trên một mặt phẳng.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS tự nhận xét về các câu trả lời.</li> <li>- GV đánh giá, nhận xét về việc thực hiện nhiệm vụ, thái độ và tinh thần làm việc của HS.</li> <li>- HS lắng nghe, hoàn thiện phần trình bày.</li> <li>- GV tổng hợp, nhận xét và chốt lại kiến thức.</li> </ul>

**Hoạt động 2.3. Luyện tập 1**

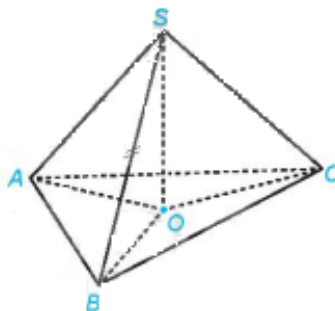
a) Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng nhận biết hình chiếu vuông góc của điểm, đường thẳng, tam giác

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện luyện tập 1.

**Luyện tập 1: ( SGK -T14)**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$ . Gọi  $O$  là hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  (H.7.36).

- Chứng minh rằng  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .
- Xác định hình chiếu của đường thẳng  $SA$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .
- Chứng minh rằng nếu  $AO \perp BC$  thì  $SA \perp BC$ .
- Xác định hình chiếu của các tam giác  $SBC, SCA, SAB$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .



c) Sản phẩm: ( Gợi ý)

- a. Do  $SO \perp (ABC)$  và  $SA = SB = SC$  nên  $\Delta SOA = \Delta SOB = \Delta SOC \Rightarrow OA = OB = OC$
- b. Hình chiếu của  $SA$  trên  $(ABC)$  là  $OA$
- c. Do  $SO \perp (ABC)$  nên  $SO \perp BC$  mà  $OA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SOA)$ . Do đó  $BC \perp SA$ .
- d. Hình chiếu của mỗi tam giác  $SBC, SCA, SAB$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  lần lượt là tam giác  $OBC, OCA, OAB$
- d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	GV nêu nội dung bài toán. GV: gợi ý học sinh các bước để chứng minh bài toán. GV: yêu cầu HS hoạt động nhóm lớn thảo luận để hoàn thiện bài toán.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lớn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo – chia sẻ, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## II. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

### Hoạt động 2.4.

a) Mục tiêu: HS nắm được định nghĩa góc giữa đường thẳng với mặt phẳng. Biết cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung:

H1: GV yêu cầu HS thực hiện HĐ 3.

**H03.** Một máy bay giữ vận tốc không đổi, với độ lớn 240 km/h trong suốt 2 phút đầu kể từ khi cất cánh. Hỏi thông tin trên có đủ để ta xác định độ cao của máy bay so với mặt đất phẳng, tại thời điểm 1 phút kể từ khi máy bay cất cánh không?



Hình 7.37

H2: GV yêu cầu học sinh tìm hiểu thông tin trong SGK, đưa ra khái niệm về góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

H3: Theo em, để xác định được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, ta phải làm gì?

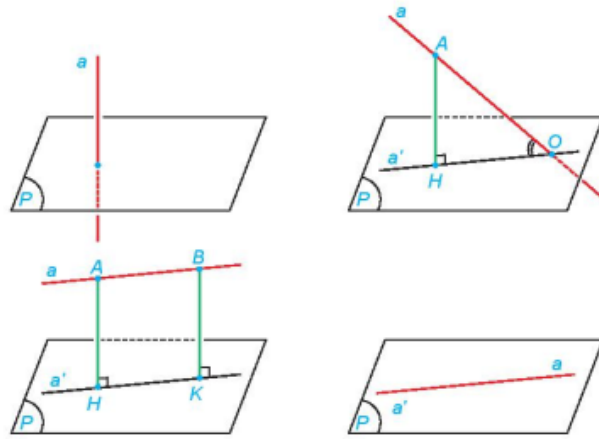
c, Sản phẩm:

L1: Thông tin chưa đủ để xác định được độ cao của máy bay.

L2: Khái niệm:

Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì ta nói rằng **góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$**  bằng  $90^\circ$ .

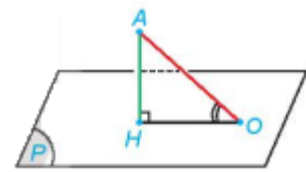
Nếu đường thẳng  $a$  không vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì góc giữa  $a$  và hình chiếu  $a'$  của nó trên  $(P)$  được gọi là **góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$** .



Hình 7.38

**Chú ý.** Nếu  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

**L3: Nhận xét.** Cho điểm  $A$  có hình chiếu  $H$  trên mặt phẳng  $(P)$ . Lấy điểm  $O$  thuộc mặt phẳng  $(P)$ ,  $O$  không trùng với  $H$ . Khi đó góc giữa đường thẳng  $AO$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc  $AOH$  (H.7.39).



Hình 7.39

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gv chiếu hình H7.37 lên và yêu cầu học sinh quan sát trả lời câu hỏi</li> <li>- GV yêu cầu HS nghiên cứu thông tin trong SGK đưa ra khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.</li> <li>- GV đề nghị HS phát biểu khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận cặp đôi, thực hiện nhiệm vụ.</li> <li>- GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận, gợi ý để học sinh thực hiện.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS tự nhận xét về các câu trả lời.</li> <li>- GV đánh giá, nhận xét về việc thực hiện nhiệm vụ, thái độ và tinh thần làm việc của HS.</li> <li>- HS lắng nghe, hoàn thiện phần trình bày.</li> <li>- GV tổng hợp, nhận xét và chốt lại kiến thức.</li> </ul>

**Tiết 2.****VÍ DỤ, VẬN DỤNG, CHỮA BÀI TẬP.****1. Hoạt động 1: Ví dụ 2.**

a) Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng nhận biết và tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện VD2 ( SGK – T16).

▶ **Ví dụ 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ ,  $CA = CB = a\sqrt{7}$ ,  $AB = 2a$ .

a) Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$ . Tính  $\tan \alpha$ .

b) Tính góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ .

**H1:** Xác định hình chiếu của điểm S, B lên  $(ABC)$ , hình chiếu của SB trên mặt phẳng  $(ABC)$ . Từ đó chỉ ra góc  $\alpha$  ?

**H2:** Để tính  $\tan \alpha$ , ta cần áp dụng kiến thức gì?

**H3:** Xác định hình chiếu của điểm S, C lên  $(SAB)$ , hình chiếu của SC trên mặt phẳng  $(SAB)$ . Từ đó chỉ ra góc cần tìm ?

**H4:** Để tính góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ , ta cần áp dụng kiến thức gì?

c) Sản phẩm:

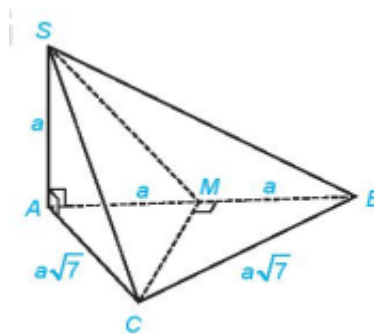
**L1:** Hình chiếu của S, B lên  $(ABC)$  lần lượt là A, B; hình chiếu của SB trên mặt phẳng  $(ABC)$  là AB.  $\alpha = \widehat{SBA}$

**L2:** Áp dụng tỉ số LG của góc nhọn trong tam giác vuông.

**L3:** Hình chiếu của S, C lên  $(SAB)$  lần lượt là S, M; hình chiếu của SC trên mặt phẳng  $(SAB)$  là SM. Góc cần tìm là  $\widehat{CSM}$

**L4:** Áp dụng tỉ số LG của góc nhọn trong tam giác vuông.

**Giải.** (H.7.40)



Hình 7.40

a) Do  $SA \perp (ABC)$  nên  $\alpha = \widehat{SBA}$ . Tam giác  $SBA$  vuông tại  $A$  nên

$$\tan \alpha = \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Tam giác  $ABC$  cân tại  $C$  nên  $CM \perp AB$ .

Mặt khác, từ  $SA \perp (ABC)$  ta có  $CM \perp SA$ . Do đó  $CM \perp (SAB)$ .

Vậy góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng  $\widehat{CSM}$ .

Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  nên  $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 7a^2} = a\sqrt{8}$ .

Ta có  $AM = \frac{1}{2}AB = a$ . Do đó, tam giác  $SAM$  vuông cân tại  $A$  và  $SM = a\sqrt{2}$ .

Tam giác  $CMS$  vuông tại  $M$  và  $\cos \widehat{CSM} = \frac{SM}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{8}} = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $\widehat{CSM} = 60^\circ$  và do đó góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng  $60^\circ$ .

d) Tổ chức thực hiện:

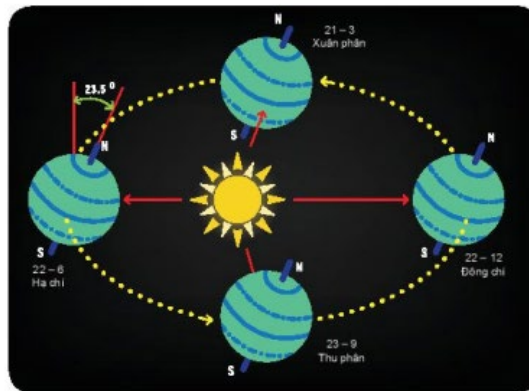
<b>Chuyển giao</b>	<b>GV</b> nêu nội dung bài toán, yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi trả lời câu hỏi mà GV đưa ra
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời, tính toán góc. - HS làm việc theo nhóm cặp
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện cặp đôi báo cáo – chia sẻ, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Vận dụng

a) Mục tiêu: HS vận dụng được kiến thức toán học để giải thích hiện tượng Địa lí.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện phần vận dụng ( SGK – T17)

Tâm Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời theo quỹ đạo là một đường elip nhận tâm Mặt Trời làm tiêu điểm. Trong quá trình chuyển động, Trái Đất lại quay quanh trục Bắc Nam. Trục này có phương không đổi và luôn tạo với mặt phẳng chứa quỹ đạo một góc khoảng  $66,5^\circ$ . (*Theo nationalgeographic.org*).



Hình 7.41

**H1:** Giải thích vì sao hình chiếu của trục Trái Đất trên mặt phẳng quỹ đạo ( $P$ ) cũng có phương không đổi.

**H2:** Giải thích vì sao có hai thời điểm trong năm mà tại đó hình chiếu của trục Trái Đất trên mặt phẳng ( $P$ ) thuộc đường thẳng nối tâm Mặt Trời và tâm Trái Đất.

c) Sản phẩm:

**L1:** Gọi  $a, b$  là hai vị trí của trục Trái Đất  $a \parallel b$ . Gọi  $a', b'$  tương ứng là hình chiếu của  $a, b$  trên ( $P$ ). Hai mặt phẳng  $mp(a, a')$  và  $mp(b, b')$  chứa hai phương tương ứng với nhau đó là các phương cùng vuông góc với ( $P$ ) (phương chiếu) và  $a \parallel b$ . Do đó hai mặt phẳng  $mp(a, a')$  và



mp( $b, b'$ ) song song hoặc trùng nhau. Suy ra hai giao tuyến của chúng với ( $P$ ) là  $a', b'$  cũng song song hoặc trùng với nhau.

(Bản chất: Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song có phương khác phương chiếu thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau).

**L2:** Hình chiếu của trục Trái Đất lên mặt phẳng ( $P$ ) có phương cố định. Gọi  $m$  là đường thẳng đi qua tâm Mặt Trời và có phương cố định nói trên. Khi đó hình chiếu của trục Trái Đất xuống ( $P$ ) thuộc  $m$  khi và chỉ khi tâm Trái Đất ở vị trí là giao của  $m$  với đường elip quỹ đạo của Trái Đất. Như vậy có hai vị trí thuộc quỹ đạo, ứng với hai thời điểm trong năm mà hình chiếu của trục Trái Đất trên ( $P$ ) thuộc đường thẳng  $m$  ( nối tâm Trái Đất với tâm Mặt Trời)

d) Tổ chức thực hiện:

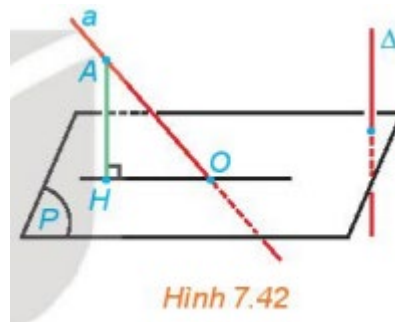
<b>Chuyển giao</b>	GV nêu nội dung vận dụng, yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi trả lời câu hỏi mà GV đưa ra
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời, tính toán góc. - HS làm việc theo nhóm cặp
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện cặp đôi báo cáo – chia sẻ, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 3. Hoạt động 3: Khám phá

a) Mục tiêu: HS phát hiện được mối quan hệ về góc.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện phần khám phá ( SGK – T17)

Cho đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng ( $P$ ). Khi đó, với một đường thẳng  $a$  bất kì, góc giữa  $a$  và ( $P$ ) có mối quan hệ gì với góc giữa  $a$  và  $\Delta$  ?



c) Sản phẩm:

TH1: Đường thẳng  $a$  không vuông góc với mp ( $P$ ) và cắt ( $P$ ) tại điểm O. Lấy điểm A khác O thuộc  $a$  và gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên ( $P$ ). Khi đó  $\Delta \parallel a$  và  $(\Delta, a) = (AH, a) = \widehat{HAO} = 90^\circ - \widehat{AOH} = 90^\circ - (a, P)$

Vậy góc giữa  $a$  và  $\Delta$  phụ thuộc vào góc giữa  $a$  và ( $P$ ).

TH2:  $a$  vuông góc với ( $P$ ). Khi đó  $\Delta \parallel a$  và  $(a, \Delta) = 0^\circ$ ;  $(a, P) = 90^\circ$

TH3.  $a$  song song hoặc thuộc ( $P$ ). Khi đó  $\Delta \perp a$  và  $(a, \Delta) = 90^\circ$ ;  $(a, P) = 90^\circ$

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	GV nêu nội dung vận dụng, yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi trả lời câu hỏi mà GV đưa ra
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời, đưa ra đầy đủ các trường hợp - HS làm việc theo nhóm cặp
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện cặp đôi báo cáo – chia sẻ, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> <li>- GV hướng dẫn và yêu cầu HS về thực hiện phần trải nghiệm theo nhóm lớn, báo cáo kết quả vào tiết sau.</li> </ul>
-------------------------------------	---

#### 4. Hoạt động 4: Luyện tập

a) Mục tiêu: bước đầu biết xác định hình chiếu của điểm, đoạn thẳng, tam giác trên một mặt phẳng. Xác định và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung: Gv yêu cầu học sinh làm bài tập 7.10; 7.11 SGK T17

**7.10.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ .

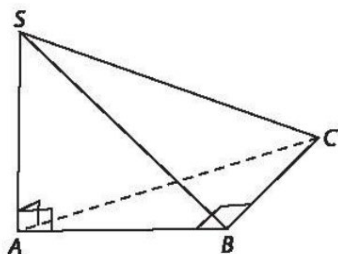
- a) Xác định hình chiếu của điểm  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .
- b) Xác định hình chiếu của tam giác  $SBC$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .
- c) Xác định hình chiếu của tam giác  $SBC$  trên mặt phẳng  $(SAB)$ .

**7.11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ .

- a) Tính góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- b) Tính góc giữa  $BD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .
- c) Tìm hình chiếu của  $SB$  trên mặt phẳng  $(SAC)$ .

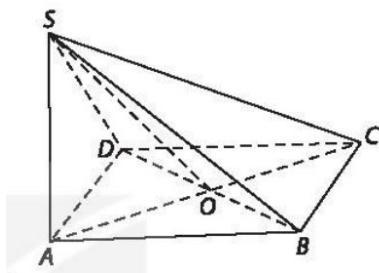
c) Sản phẩm:

7.10



- a. Hình chiếu của điểm  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là điểm  $A$ .
- b. Hình chiếu của tam giác  $SBC$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là tam giác  $ABC$ .
- c. Hình chiếu của tam giác  $SBC$  trên mặt phẳng  $(SAB)$  là đoạn thẳng  $SB$  vì  $CB \perp (SAB)$ .

7.11



a) Vì  $AC = a\sqrt{2}, SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$

Vậy góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ .

b) Vì  $BD \perp AC; BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

Vậy góc giữa  $BD$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng  $90^0$ .

c) Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Hình chiếu của  $SB$  trên mặt phẳng  $(SAC)$  là  $SO$ .

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b><i>Chuyển giao</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b><i>Thực hiện</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>* Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</li> </ul>
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức toàn bài.</li> </ul>

Trường .....  
Tổ .....

Họ và tên giáo viên: .....

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (04 tiết)

#### I. MỤC TIÊU

##### 1. Kiến thức

- Nhận biết được góc giữa hai mặt phẳng và hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
- Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
- Giải thích được tính chất cơ bản của hai mặt phẳng vuông góc.
- Nhận biết được góc phẳng nhị diện và biết tính số đo của góc phẳng nhị diện trong một số trường hợp đơn giản.
- Giải thích được tính chất cơ bản của hình chóp đều, lăng trụ đứng và các trường hợp đặc biệt của nó.
- Vận dụng kiến thức bài học để mô tả một số hình ảnh thực tế.

##### 2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học.
- Năng lực mô hình hóa toán học: chẳng hạn, thông qua việc xác định góc mở của cánh cửa, diễn giải vĩ độ và kinh độ, mô tả một số hình ảnh trong thực tế.

##### 3. Phẩm chất:

- Trách nhiệm: cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Chăm chỉ : Ham học hỏi, tích cực xây dựng bài, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trung thực: Năng động, sáng tạo, trung thực trong quá trình tiếp cận tri thức mới , có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

#### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm Geogebra...
- Vở ghi, bút, thước.

#### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

##### Tiết 1.

##### 1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: Quan sát hình ảnh và trả lời câu hỏi:

Hãy nêu kinh độ và vĩ độ của Bia Chủ quyền đảo Song Tử Tây thuộc xã Song Tử Tây, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa?



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Nêu được một số thông tin về Bia Chủ quyền
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Một HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2.HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

### I. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

#### *Hoạt động 2.1. Ôn tập lại kiến thức về góc giữa hai đường thẳng*

a) Mục tiêu: Ôn lại cách xác định góc giữa hai đường thẳng

b) Nội dung:

**HD1**

**Lời giải**

$$(a, b) = (a', b')$$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	*GV yêu cầu học sinh thực hiện HD1.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời

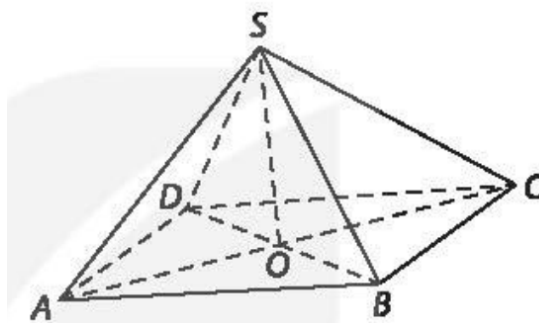
	- HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 2.2. Định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng

- a) Mục tiêu: hình thành khái niệm góc giữa hai mặt phẳng trong không gian.  
b) Nội dung: ĐN1, ĐN2, Chú ý, Nhận xét

#### Luyện tập 1

#### Lời giải



Gọi  $O = AC \cap BD$ . Vì  $AO \perp SO, BO \perp SO$  và  $SO = (SAC) \cap (SBD)$  nên góc giữa  $(SAC)$  và  $(SBD)$  bằng góc giữa  $AO$  và  $BO$ . Do đó  $(SAC) \perp (SBD) \Leftrightarrow AO \perp BO \Leftrightarrow \widehat{AOB} = 90^\circ \Leftrightarrow ABCD$  là hình vuông

- c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.  
d) Tổ chức thực hiện: Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<p>H1? Nêu định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng và hai mặt phẳng vuông góc?</p> <p>H2?: Hãy cho biết giới hạn của góc giữa hai mặt phẳng?</p> <p>H3? Góc giữa hai mặt phẳng bằng <math>0^\circ</math> khi nào, khác <math>0^\circ</math> khi nào?</p> <p>H4? Hãy nghiên cứu Ví dụ 1 trong SGK và nêu một cách xác định góc giữa hai mặt phẳng thường gặp?</p> <p>H5? Cho hình chóp <math>S.ABCD</math>, đáy <math>ABCD</math> là một hình chữ nhật có tâm <math>O</math>, <math>SO \perp (ABCD)</math>. Chứng minh rằng hai mặt phẳng <math>(SAC)</math> và <math>(SBD)</math> vuông góc với nhau khi và chỉ khi <math>ABCD</math> là hình vuông.</p> <p>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nêu định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng và hai mặt phẳng vuông góc.</p> <p>*GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm:</p> <p><b>Nhóm 1+2:</b> trả lời câu hỏi 3.</p> <p><b>Nhóm 3+4:</b> trả lời câu hỏi 4.</p>
--------------------	---

	<b>Nhóm 5+6:</b> trả lời câu hỏi 5.
<b>Thực hiện</b>	Giáo viên giảng giải, học sinh đứng tại chỗ nêu định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### **Hoạt động 2.3. Điều kiện hai mặt phẳng vuông góc**

a) Mục tiêu: Học sinh chứng minh được hai mặt phẳng vuông góc.

b) Nội dung:

#### **HD2**

#### **Lời giải**

a) Vì  $a \perp (P)$  và  $b \subset (P)$  nên  $a \perp b$ . Vậy  $(a, b) = 90^\circ$ .

b) Do  $a$  và  $b$  tương ứng vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$ . Do đó góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng góc giữa  $a$  và  $b$  và bằng  $90^\circ$ .

**Định lí 1:** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

#### **Luyện tập 2**

#### **Lời giải**

Mặt phẳng cánh cửa chứa đường thẳng nối các bản lề. Mặt khác đường thẳng này vuông góc với sàn nhà. Do đó mặt phẳng chứa bản lề vuông góc với sàn nhà.

a) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	GV yêu cầu HS thực hiện HD2, luyện tập 2 và phát biểu định lí 1. GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, tìm lời giải cho bài toán.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## Tiết 2.

### 1. Hoạt động 1: Tính chất hai mặt phẳng vuông góc

- a) Mục tiêu: Hiểu được tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.  
b) Nội dung:

**HĐ3:**

#### Lời giải

- a) Theo nhận xét ở mục 1, góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng góc giữa  $a$  và  $b$ . Mặt khác  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với  $a$  và  $b$ . Do đó  $(a, b) = 90^\circ$ .  
b) Vì  $a$  vuông góc với  $\Delta$  và  $b$  nên  $a$  vuông góc với  $(Q)$ .

**Tính chất 1:** Với hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Bất kì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

**HĐ4:**

#### Lời giải

- a) Do  $(P)$  vuông góc với  $(R)$  và đường thẳng  $a'$  đi qua  $O \in (P)$  vuông góc với  $(R)$ . Nên theo nhận xét ở mục 2,  $a'$  thuộc  $(P)$ , tương tự  $a'$  thuộc  $(Q)$ .  
b) Do  $a'$  thuộc  $(P)$  và  $(Q)$  nên  $a'$  chính là giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ .  
c) Do  $a$  trùng với  $a'$  nên  $a$  cũng vuông góc với  $R$ .

**Tính chất 2:** Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

- a) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)  
d) Tổ chức thực hiện: học sinh hoạt động theo cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên yêu cầu HS thực hiện HĐ3, HĐ4 để rút ra các tính chất của hai mặt phẳng vuông góc. * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm. * Giáo viên hướng dẫn học sinh chỉ ra tính chất của hai mặt phẳng vuông góc từ kết quả của HĐ3 và HĐ4.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 2. Hoạt động 2: Luyện tập

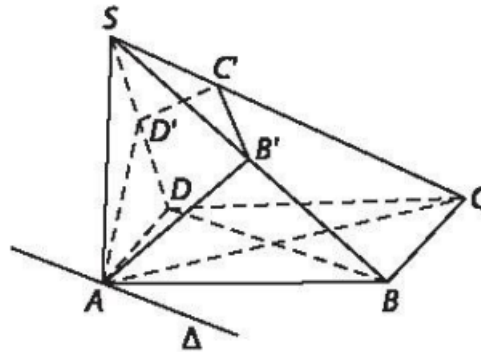
- a) Mục tiêu: Sử dụng được tính chất hai mặt phẳng vuông góc để giải quyết các bài toán.



b) Nội dung:

### Luyện tập 3:

#### Lời giải



a) Vì  $SC \perp (AB'C'D')$ ,  $SC \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (AB'C'D')$ .

b) Ta có  $\Delta = (AB'C'D') \cap (ABCD)$ ,  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp \Delta$ . Lại có  $SC \perp (AB'C'D')$   
 $\Rightarrow SC \perp \Delta \Rightarrow \Delta \perp (SAC) \Rightarrow \Delta \perp AC$ .

a) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	* GV cho HS nghiên cứu Ví dụ 3 trong SGK. *GV tổ chức cho các nhóm hoạt động Ví dụ 4.
<b>Thực hiện</b>	- HS nghiên cứu Ví dụ 3. - HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ Nhóm 1+2+3: nghiên cứu Ví dụ 4a) Nhóm 4+5+6: Nghiên cứu Ví dụ 4b) - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 3. Hoạt động 3: Góc nhị diện

a) Mục tiêu: Hình thành khái niệm góc nhị diện, góc phẳng nhị diện.

b) Nội dung:

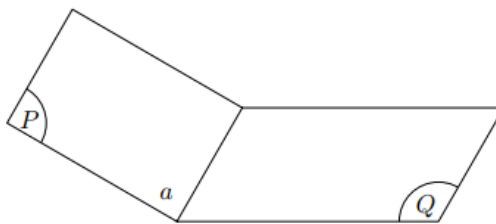
#### HD5:

#### Lời giải

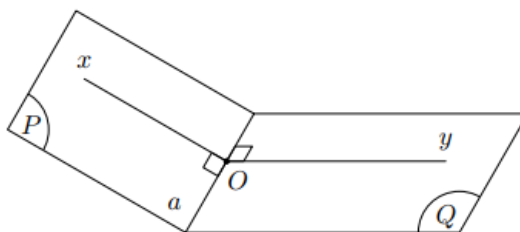
a) Góc xOy

b) Góc giữa mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế bằng góc giữa hai đường thẳng tương ứng chứa Ox, Oy. Vì  $100^\circ \leq \widehat{xOy} \leq 105^\circ$  nên góc giữa hai đường thẳng tương ứng chứa Ox, Oy có thể nhận số đo từ  $75^\circ$  đến  $80^\circ$ . Vậy góc giữa mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế có thể nhận số đo từ  $75^\circ$  đến  $80^\circ$ .

**Định nghĩa 1:** Hình gồm hai nửa mặt phẳng  $(P), (Q)$  có chung bờ  $a$  được gọi là một góc nhị diện, kí hiệu  $[P, a, Q]$ . Đường thẳng  $a$  và các nửa mặt phẳng  $(P), (Q)$  tương ứng được gọi là các mặt phẳng của góc nhị diện đó.



**Định nghĩa 2:** Từ một điểm  $O$  bất kì thuộc cạnh  $a$  của góc nhị diện  $[P, a, Q]$ , vẽ các tia  $Ox, Oy$  tương ứng thuộc  $(P), (Q)$  và vuông góc với  $a$ . Góc  $xOy$  được gọi là một góc phẳng của góc nhị diện  $[P, a, Q]$  (gọi tắt là góc phẳng nhị diện). Số đo của góc  $xOy$  không phụ thuộc vào vị trí của  $O$  trên  $a$ , được gọi là số đo của góc nhị diện  $[P, a, Q]$ .



c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết của HĐ4.</li> <li>* GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>* Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức, phát biểu định nghĩa.</li> </ul>

#### 4. Hoạt động 4: Luyện tập

a) Mục tiêu: Sử dụng định nghĩa góc nhị diện vào giải quyết một số bài toán hình học.

b) Nội dung:

#### Luyện tập 4:

##### Lời giải

a)  $AM \perp BC, SM \perp BC \Rightarrow \widehat{SMA}$  là một góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$ .

$$b) AM = \frac{a}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ.$$

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 5. Hoạt động 5: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng định nghĩa góc nhị diện vào giải quyết một số bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

#### Vận dụng 1: SGK trang 48.

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Tiết 3.

#### Một số hình lăng trụ đặc biệt. Hình chóp đều và hình chóp cụt đều

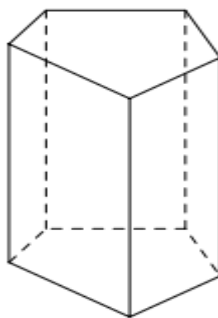
##### 1. Hoạt động 1: Một số hình lăng trụ đặc biệt

###### Hoạt động 1.1: Hình lăng trụ đứng

a) Mục tiêu: HS nắm được định nghĩa hình lăng trụ đứng và tính chất của nó.

b) Nội dung:

**Định nghĩa 3:** Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt đáy.



**HD6:**

### Lời giải

Hình lăng trụ đứng có các mặt bên là hình bình hành. Mặt khác hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với mặt đáy vì vậy các cạnh bên vuông góc với các cạnh đáy. Do đó hình lăng trụ đứng có các mặt bên là hình chữ nhật.

**Tính chất 3:** Hình lăng trụ đứng có các mặt bên là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

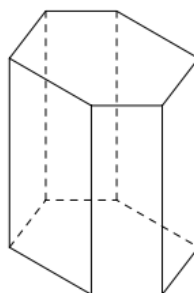
<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm theo cặp đôi * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 1.2: Hình lăng trụ đều

a) Mục tiêu: HS nắm được định nghĩa hình lăng trụ đều và tính chất của nó.

b) Nội dung:

**Định nghĩa 4:** Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.



**HD7:****Lời giải**

Hình lăng trụ đều trước hết là hình lăng trụ đứng nên các mặt bên của nó là các hình chữ nhật. Mặt khác, các cạnh đáy của hình lăng trụ đều có các cạnh bằng nhau và các cạnh bên của một lăng trụ luôn bằng nhau. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật có cùng kích thước.

**Tính chất 4:** Hình lăng trụ đều có các mặt bên là các hình chữ nhật có cùng kích thước.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

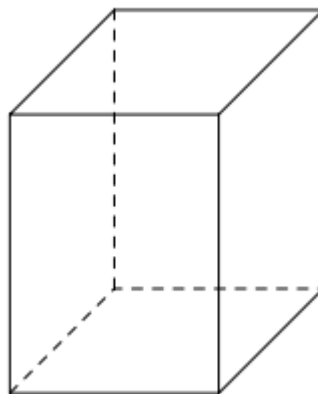
<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm theo cặp đôi * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**Hoạt động 1.3: Hình hộp đứng**

a) Mục tiêu: HS nắm được định nghĩa hình hộp đứng và tính chất của nó.

b) Nội dung:

**Định nghĩa 5:** Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.

**HD8:****Lời giải**

Hình hộp đứng là một trường hợp đặc biệt của hình lăng trụ đứng, có bốn mặt bên là các hình chữ nhật, còn hai đáy là hai hình bình hành. Do đó nó có ít nhất 4 mặt là các hình chữ nhật, đó là các mặt bên.

**Tính chất 5:** Hình hộp đứng có các mặt bên là hình chữ nhật.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

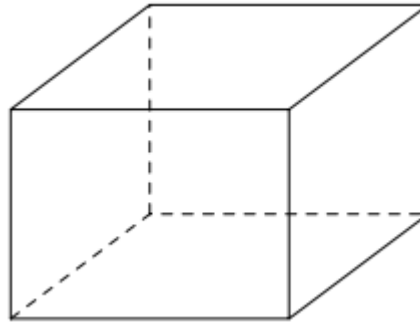
<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm theo cặp đôi * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### Hoạt động 1.4: Hình hộp chữ nhật

a) Mục tiêu: HS nắm được định nghĩa hình hộp chữ nhật và tính chất của nó.

b) Nội dung:

**Định nghĩa 6:** Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.



**HĐ9:**

#### Lời giải

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật.

**Tính chất 6:** Hình hộp đứng có các mặt bên là hình chữ nhật.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm theo cặp đôi * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

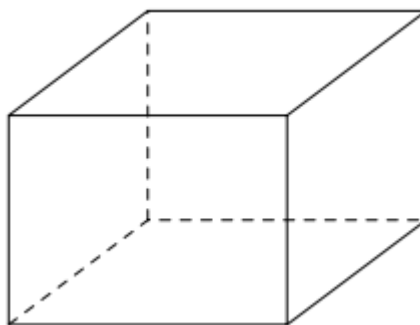
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức
--	--

### **Hoạt động 1.5: Hình lập phương**

a) Mục tiêu: HS nắm được định nghĩa hình lập phương và tính chất của nó.

b) Nội dung:

**Định nghĩa 7:** Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.



**HD9:**

#### **Lời giải**

Hình lập phương trước hết là hình hộp chữ nhật nên có các mặt là các hình chữ nhật. Mặt khác nó có các cạnh bằng nhau nên các mặt là các hình vuông.

**Tính chất 7:** Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

<b><i>Chuyển giao</i></b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm theo cặp đôi * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b><i>Thực hiện</i></b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### **Hoạt động 1.6: Vận dụng**

a) Mục tiêu: HS vận dụng được khái niệm một số hình lăng trụ đặc biệt vào giải quyết các bài toán thực tế.

b) Nội dung:

**Vận dụng 2:**

#### **Lời giải**

Thùng có đáy và các mặt bên là các hình chữ nhật. Điều đó cũng kéo theo rằng miệng thùng là một hình chữ nhật thuộc mặt phẳng song song với đáy. Vì các cạnh bên song song với nhau nên thùng là một hình lăng trụ. Mặt khác, mỗi cạnh bên của thùng đều vuông góc với đáy. Do đó thùng là hình lăng trụ đứng, hơn nữa, có đáy là hình chữ nhật nên thùng có dạng hình hộp chữ nhật.

**Tính chất 7:** Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm theo cặp đôi. * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Hình chóp đều và hình chóp cụt đều

### Hoạt động 2.1: Hình chóp đều

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được định nghĩa hình chóp đều và tính chất của nó

b) Nội dung:

#### HD11

#### Lời giải

Giả sử tháp có dạng hình chóp  $S.ABCD$  với đáy là hình vuông và có các cạnh bên bằng nhau. Gọi  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt đáy. Do  $SA = SB = SC = SD$  nên áp dụng định lý Pitago cho các tam giác vuông  $SOA, SOB, SOC, SOD$  ta nhận được  $OA = OB = OC = OD$ . Do đó  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$ . Tức  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ .

**Định nghĩa 8:** Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau.

#### HD12:

#### Lời giải

a) Do hình chóp là đều nên  $SA_1 = \dots = SA_n$ . Từ đó áp dụng định lý Pi ta go ta suy ra  $OA_1 = \dots = OA_n$ . Do đó  $O$  là tâm của đa giác  $A_1A_2\dots A_n$ .

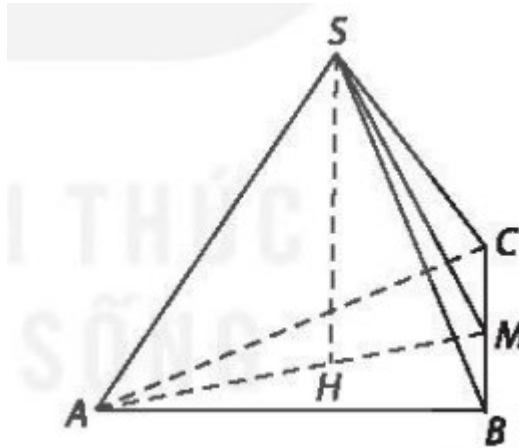
b) Do đa giác  $A_1A_2\dots A_n$  và  $O$  cách đều các đỉnh của đa giác đó nên áp dụng định lý Pi ta go, ta suy ra  $SA_1 = \dots = SA_n$ . Vậy hình chóp đã cho là hình chóp đều.

**Tính chất 8:** Một hình chóp là đều khi và chỉ khi đáy của nó là một hình đa giác đều và hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy là tâm của đáy.



**Luyện tập 5:**

**Lời giải**



Gọi M là trung điểm của BC . Ta tính được  $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $SM = \frac{a}{\sqrt{6}}$ .

$$\Rightarrow \cos \widehat{SMH} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SMH} = 45^\circ.$$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.</li> <li>Nhóm 1+2: thực hiện hoạt động 11 và phát biểu định nghĩa</li> <li>Nhóm 3+4: thực hiện hoạt động 12 và phát biểu tính chất.</li> <li>Nhóm 5+6: thực hiện luyện tập 5.</li> <li>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

**Hoạt động 2.2: hình chóp cụt đều**

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được định nghĩa hình chóp cụt đều.

b) Nội dung:

**HĐ13**

**Lời giải**

a) Các đa giác  $A_1A_2...A_n$  và  $B_1B_2...B_n$  có các cạnh tương ứng song song. Áp dụng định lí

thalet ta có  $\frac{SB_1}{SA_1} = \dots = \frac{SB_n}{SA_n}$  suy ra  $\frac{B_1B_2}{A_1A_2} = \dots = \frac{B_nB_1}{A_nA_1}$ .

Từ đó vì đa giác  $A_1A_2...A_n$  đều nên đa giác  $B_1B_2...B_n$  đều và do  $SA_1 = ...SA_n$  nên  $SB_1 = ... = SB_n$ . Vậy  $S.B_1B_2...B_n$  là hình chóp đều.

b) Vì H là tâm của đáy  $A_1A_2...A_n$  và hình chóp  $S.A_1A_2...A_n$  là đều nên  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $A_1A_2...A_n$ .

Do hai mặt phẳng  $(A_1A_2...A_n)$  và  $(B_1B_2...B_n)$  song song với nhau nên  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $(B_1B_2...B_n)$ . Hơn nữa vì hình chóp  $S.B_1B_2...B_n$  đều nên giao của  $SH$  và  $(B_1B_2...B_n)$  là tâm của đáy  $B_1B_2...B_n$ .

### Hỏi 1:

#### Hướng dẫn giải

Cạnh của hình chóp cắt đều bằng hiệu giữa các cạnh bên của hai hình chóp tương ứng. Do đó hình chóp cắt đều có các cạnh bên bằng nhau.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV tổ chức hoạt động yêu cầu HS nghiên cứu HĐ13 và Hỏi 1</li> <li>* GV yêu cầu HS phát biểu định nghĩa hình chóp cắt đều và các tính chất của nó.</li> <li>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận theo cặp đôi thực hiện nhiệm vụ</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

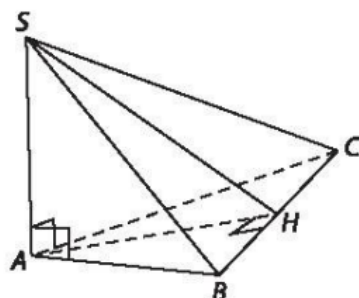
## Tiết 4

### Chữa bài tập cuối bài

a) Mục tiêu: Kiểm tra kết quả bài làm của HS, chữa bài cho HS.

b) Nội dung:

#### Bài 7.16:



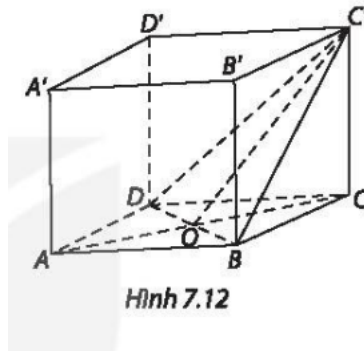
Hình 7.11

a)  $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$ .

Vì  $BC \perp AH, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow (SBC) \perp (SAH)$ .

b)  $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SHA} = 45^\circ$ .

**Bài 7.17**



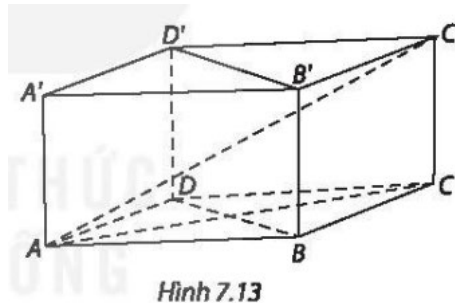
Hình 7.12

a) Ta có  $AC = a\sqrt{2}, CC' = a$ . Do đó  $AC' = \sqrt{CC'^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$ .

b)  $AC \perp BD, AC \perp BB' \Rightarrow AC \perp (BDD'B') \Rightarrow (ACC'A') \perp (BDD'B')$ .

c)  $OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, CC' = a \Rightarrow \tan \widehat{COC'} = \sqrt{2} \Rightarrow \widehat{COC'} \approx 55^\circ$  và góc nhị diện  $[A, BD, C']$  bằng  $180^\circ - \widehat{COC'} \approx 125^\circ$

**Bài 7.18:**



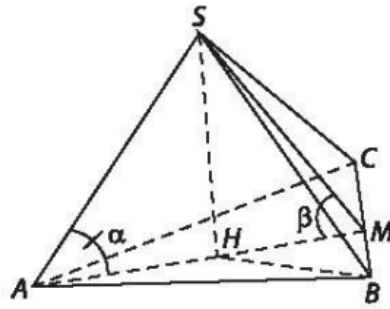
Hình 7.13

a)  $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow (BDD'B') \perp (ABCD)$ .

b) Hình chiếu của  $AC'$  lên  $(ABCD)$  là  $AC$

c)  $AC' = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

**Bài 7.19:**



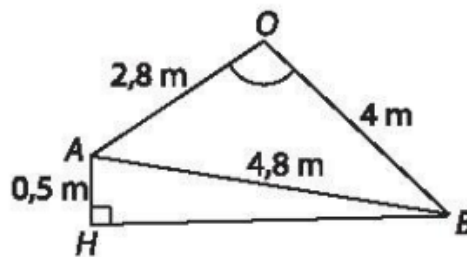
Hình 7.14

$AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}$ . Gọi  $\alpha, \beta$  lần lượt là góc giữa  $SA$  và  $(ABC)$ , góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .

a)  $\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{a^2}{3b^2}}$

b) Vì  $HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$  nên  $\tan \beta = \frac{2\sqrt{3b^2 - a^2}}{a}$

**Bài 7.20:**



Hình 7.15

a)  $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2.OA.OB} = \frac{1}{28} \Rightarrow \widehat{AOB} \approx 88^\circ$ .

b)  $(OAB)$  vuông góc với nóc nhà, đường nóc nhà song song với mặt phẳng đất nên  $(OAB)$  vuông góc với mặt phẳng đất.

c)  $\sin \widehat{ABH} = \frac{0,5}{4,8} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 6^\circ; \cos \widehat{OBA} = \frac{13}{16} \Rightarrow \widehat{OBA} \approx 36^\circ$ . Do đó

$\widehat{OBH} = \widehat{ABH} + \widehat{OBA} \approx 42^\circ$ .

**Bài 7.21:**  $\tan \alpha \leq \frac{1}{12} \Rightarrow \alpha \leq 4,76^\circ$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng bài và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.

	* Thảo luận theo nhóm đôi
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: KHOẢNG CÁCH

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (03 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức:

- Xác định được khoảng cách giữa các đối tượng điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.
- Xác định được đường thẳng vuông góc chung của hai đường chéo nhau trong một số trường hợp đơn giản.
- Vận dụng kiến thức về khoảng cách vào một số tình huống thực tế.

##### 2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (máy tính bỏ túi, thước kẻ, ê ke hoặc phần mềm vẽ hình).
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực mô hình hoá toán học (chẳng hạn, thông qua việc xác định khoảng cách từ xà ngang không chế chiều cao xuống mặt dốc, đo độ sâu của nước trong bể có mặt đáy nằm ngang).

##### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

#### III. Tiến trình dạy học

##### Tiết 1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng.

##### 1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi:

**Câu hỏi 1:** Hai hình ảnh trên nói về điều gì?

**Câu hỏi 2:** Để tính chiều cao  $h$  của kim tự tháp và khoảng cách từ bến tàu ra đảo Phú Quốc, ta sẽ làm thế nào?



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS quan sát.</li> <li>- HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi .</li> <li>- Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :</li> <li>+ Nêu được một số thông tin về Kim tự tháp và Đảo phú quốc</li> <li>+ Huy động các kiến thức đã học để tính chiều cao h của Kim tự tháp và Bến tàu với đảo phú quốc.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

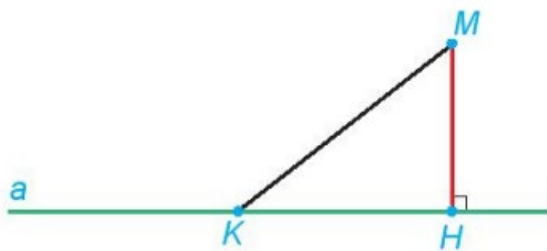
## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, một mặt phẳng

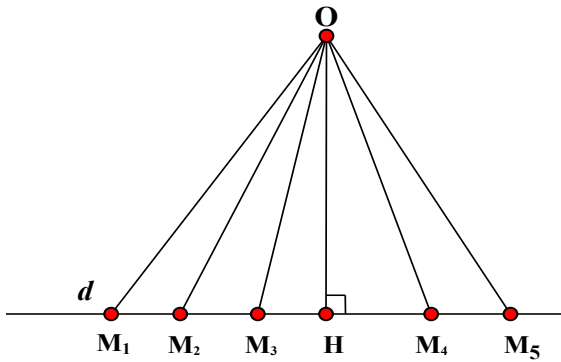
#### Hoạt động 2.1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

a) Mục tiêu: Nắm vững các khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và biết tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

b) Nội dung: Cho điểm  $M$  và đường thẳng  $a$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  trên  $a$ . Với mỗi điểm  $K$  thuộc  $a$ , giải thích vì sao  $MK \geq MH$  ( H.7.74).



**Ví dụ 1:** Trong hình vẽ (bên dưới) hãy tìm điểm trên đường thẳng  $d$  có khoảng cách đến  $O$  là nhỏ nhất? Vì sao?



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh: Khoảng cách từ một điểm  $M$  đến một đường thẳng  $a$ , ký hiệu  $d(M, a)$ , là khoảng cách giữa  $M$  và hình chiếu  $H$  của  $M$  trên  $a$ .

Ví dụ 1:  $+d(O; a) = OH$ .  $+d(O; a) = 0 \Leftrightarrow O \in a$ .  $+d(O; a) = OH \leq OM, \forall M \in a$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<p><i>Chuyển giao</i></p>	<p>Cho điểm <math>M</math> và đường thẳng <math>a</math>. Gọi <math>H</math> là hình chiếu của <math>M</math> trên <math>a</math>. Với mỗi điểm <math>K</math> thuộc <math>a</math>, giải thích vì sao <math>MK \geq MH</math> (H.7.74).</p> <p>Hình 7.74</p> <p>H1? Giải thích vì sao <math>MK \geq MH</math> Gọi ý. Dùng tính chất cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông trong một tam giác vuông.</p> <p>H2? Khoảng cách của <math>M</math> đến đường thẳng <math>a</math> là độ dài đoạn thẳng nào?</p> <p>H3? Trong hình vẽ (bên dưới) hãy tìm điểm trên đường thẳng <math>d</math> có khoảng cách đến <math>O</math> là nhỏ nhất? Vì sao?</p>
<p><i>Thực hiện</i></p>	<p>- Tìm câu trả lời</p> <p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</p>

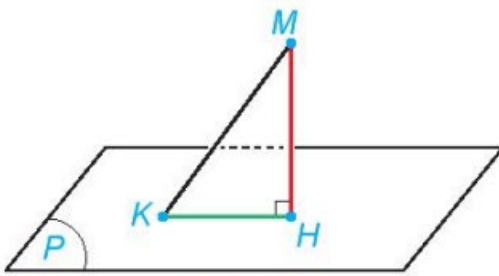


<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức  <i>Chú ý: <math>d(M, a) = 0</math> khi và chỉ khi <math>M \in a</math></i>

**Hoạt động 2.2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.**

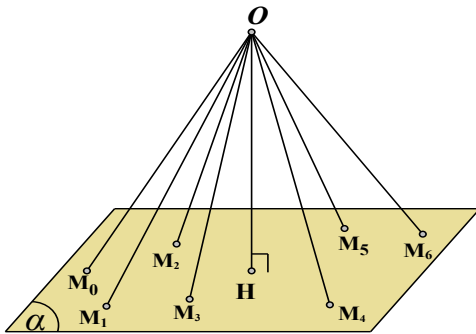
a) Mục tiêu: Nắm vững các khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng và biết tìm khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

b) Nội dung: Cho điểm  $M$  và mặt phẳng  $(P)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên  $(P)$ . Với mỗi điểm  $K$  thuộc  $(P)$ , giải thích vì sao  $MK \geq MH$  (H7.75).



Hình 7.75

**Ví dụ 2:** Trong hình vẽ (bên dưới) hãy tìm điểm trên  $mp(\alpha)$  có khoảng cách đến  $O$  là nhỏ nhất? Vì sao?

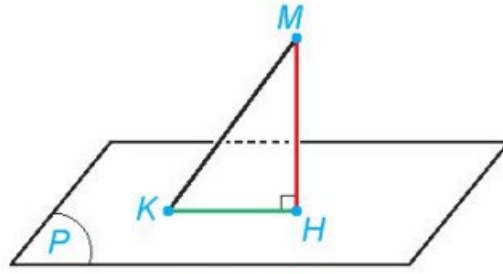


c) Sản phẩm: Khoảng cách từ một điểm  $M$  đến một mặt phẳng  $(P)$ , ký hiệu  $d(M, (P))$ , là khoảng cách giữa  $M$  và hình chiếu  $H$  của  $M$  trên  $(P)$ .

Ví dụ 2:  $+d(O; \alpha) = OH$ .  $+d(O; \alpha) = 0 \Leftrightarrow O \in \alpha$ .  $+d(O; \alpha) = OH \leq OM, \forall M \in \alpha$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	Cho điểm $M$ và mặt phẳng $(P)$ . Gọi $H$ là hình chiếu của $M$ lên $(P)$ . Với mỗi điểm $K$ thuộc $(P)$ , giải thích vì sao $MK \geq MH$ (H7.75).
--------------------	--

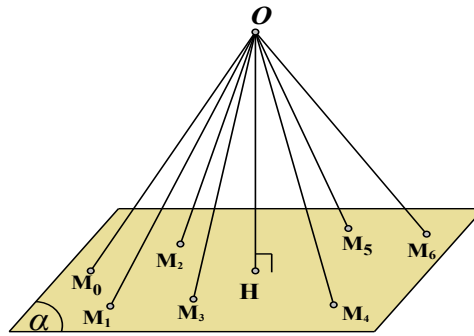


Hình 7.75

H1? Giải thích vì sao  $MK \geq MH$  Gợi ý. Dùng tính chất cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông trong một tam giác vuông.

H2? Khoảng cách của M đến mặt phẳng (P) là độ dài đoạn thẳng nào?

H3? Trong hình vẽ (bên dưới) hãy tìm điểm trên  $mp(\alpha)$  có khoảng cách đến O là nhỏ nhất? Vì sao?



<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul> <p><i>Chú ý:</i> <math>d(M, (P)) = 0</math> khi và chỉ khi <math>M \in (P)</math>.</p> <p><b>Nhận xét:</b> Khoảng cách từ M đến đường thẳng a (mặt phẳng (P)) là khoảng cách nhỏ nhất giữa M và một điểm thuộc a (thuộc (P)).</p> <p>Khoảng cách từ đỉnh đến mặt phẳng chứa mặt đáy của một hình chóp được gọi là chiều cao của hình chóp đó.</p>

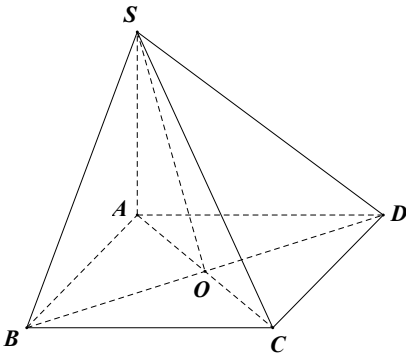
### Hoạt động 2.3. Luyện tập 1

a) Mục tiêu: Học rèn luyện kỹ năng xác định và tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và một điểm đến mặt phẳng.

b) Nội dung:

**Ví dụ 3:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm O cạnh là a, SA vuông góc với đáy ABCD và  $SB = 2a$ .

- a, Xác định khoảng cách từ điểm S đến AB?  
 b, Xác định khoảng cách từ điểm S đến mp(ABCD)?  
 c, Tính khoảng cách từ S đến mp(ABCD)?

**Lời giải**

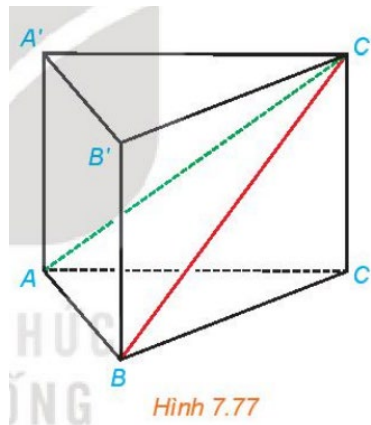
a, Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow d(S, AB) = SA$

b, Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SA$

c, Xét  $\triangle SAB$  vuông tại A ta có

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow d(S, (ABCD)) = a\sqrt{3}$$

**Ví dụ 4:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCA'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông cân tại A,  $AB = a, AA' = h$  (H.7.77).



- a. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng  $(BCB'C')$ .  
 b. Tam giác  $ABC'$  là tam giác gì? Tính khoảng cách từ A đến  $BC'$ .

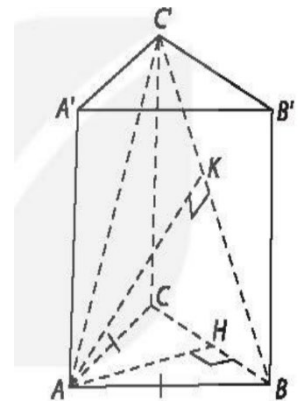
**Lời giải**

a)  $AH \perp BC$  tại H thì  $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

b)  $AB \perp (ACC'A') \Rightarrow AB \perp AC' \Rightarrow \triangle ABC'$  vuông tại A.

$$AC' = \sqrt{a^2 + h^2}, BC' = \sqrt{2a^2 + h^2}$$

Kẻ AK vuông góc với  $BC'$  tại K, ta tính được  $AK = \frac{a\sqrt{a^2+h^2}}{\sqrt{2a^2+h^2}}$ .



- c) Sản phẩm: Xác định và tính được khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng và đường thẳng.  
 d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

**Chuyển giao**

**GV** nêu nội dung bài toán:

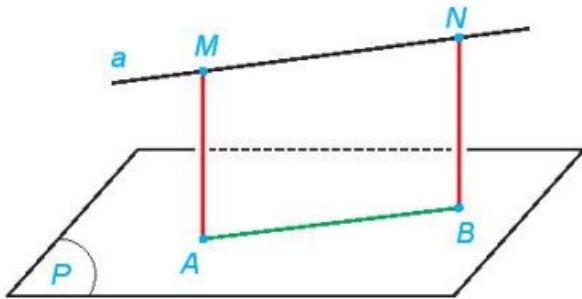
	<p>GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, hoạt động nhóm lớn: Sử dụng phương pháp tìm khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, đến đường thẳng tìm lời giải cho bài toán.</p> <p>GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, hoạt động nhóm lớn: Sử dụng phương pháp tìm khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, đến đường thẳng tìm lời giải cho bài toán.</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

## II. KHOẢNG CÁCH GIỮA CÁC ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG, GIỮA HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.

### Hoạt động 2.4. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

a) Mục tiêu: Học sinh biết xác định được khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

b) Nội dung: Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Lấy hai điểm  $M; N$  bất kỳ thuộc  $a$  và gọi  $A, B$  tương ứng là các hình chiếu của chúng trên  $(P)$  (H.7.78).



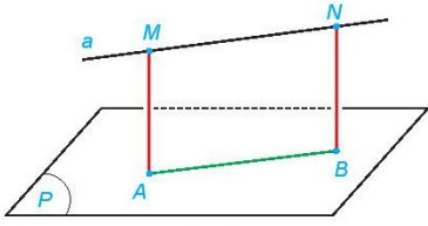
Hình 7.78

Giải thích vì sao  $AMNB$  là một hình chữ nhật và  $M, N$  có cùng khoảng cách đến  $(P)$ .

Ta có  $AM$  và  $BN$  cùng vuông góc với  $(P)$  nên song song với nhau. Do vậy  $A, M, N, B$  thuộc cùng một mặt phẳng. Do  $MN \parallel (P)$  nên mặt phẳng  $(AMNB)$  cắt  $(P)$  theo giao tuyến  $AB$  song song với  $MN$ . Vậy tứ giác  $AMNB$  có các cạnh đối song song với nhau. Mặt khác  $AM$  vuông góc với  $AB$ . Do đó  $AMNB$  là một hình chữ nhật. Vì  $AM = BN$  nên  $M$  và  $N$  có cùng khoảng cách đến  $(P)$ .

c) Sản phẩm: Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  song song với  $a$ , ký hiệu  $d(a, (P))$  là khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên  $a$  đến  $(P)$ .

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cặp đôi.

<p><b>Chuyển giao</b></p>	<p>GV nêu vấn đề : Cho đường thẳng <math>a</math> song song với mặt phẳng <math>(P)</math>. Lấy hai điểm <math>M; N</math> bất kỳ thuộc <math>a</math> và gọi <math>A, B</math> tương ứng là các hình chiếu của chúng trên <math>(P)</math> (H.7.78).</p>  <p>Hình 7.78</p> <p>H? Quan sát hình vẽ . Cho đường thẳng <math>a</math> song song với mp <math>(P)</math>. Hãy so sánh độ dài của các đoạn thẳng <math>AM, BN</math> ? Nhận xét? Giải thích vì sao <math>AMNB</math> là một hình chữ nhật và <math>M, N</math> có cùng khoảng cách đến <math>(P)</math>.</p>
<p><b>Thực hiện</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</li> <li>- Mong đợi:</li> </ul> $+ d(a; (P)) = AM = BN.$ <p>( Với <math>M, N \in a</math>, <math>A, B</math> lần lượt là hình chiếu vuông góc của <math>M, N</math> trên mặt phẳng <math>mp(P)</math>).</p> <p>Ta có <math>AM</math> và <math>BN</math> cùng vuông góc với <math>(P)</math> nên song song với nhau. Do vậy <math>A, M, N, B</math> thuộc cùng một mặt phẳng. Do <math>MN // (P)</math> nên mặt phẳng <math>(AMNB)</math> cắt <math>(P)</math> theo giao tuyến <math>AB</math> song song với <math>MN</math>. Vậy tứ giác <math>AMNB</math> có các cạnh đối song song với nhau. Mặt khác <math>AM</math> vuông góc với <math>AB</math>. Do đó <math>AMNB</math> là một hình chữ nhật. Vì <math>AM = BN</math> nên <math>M</math> và <math>N</math> có cùng khoảng cách đến <math>(P)</math>.</p>
<p><b>Báo cáo thảo luận</b></p>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</p>
<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

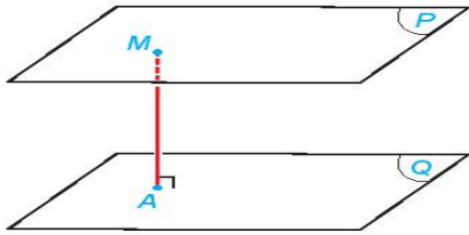
**Hoạt động 2.5: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.**

a) Mục tiêu: Học sinh biết xác định được khoảng cách giữa hai đường thẳng song song và hai mặt phẳng song song.

b) Nội dung:

1. Cho hai đường thẳng  $m$  và  $n$  song song với nhau. Khi một điểm  $M$  thay đổi trên  $m$  thì khoảng cách từ nó đến đường thẳng  $n$  có thay đổi hay không?

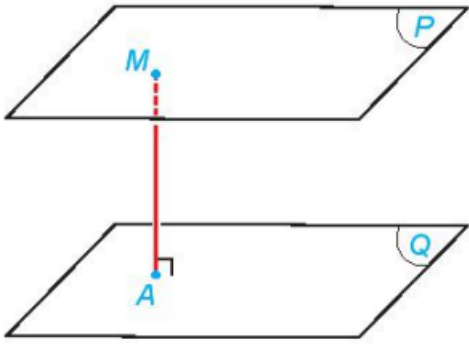
2. Cho hai mặt phẳng song song  $(P)$  và  $(Q)$  và một điểm  $M$  thay đổi trên  $(P)$ . Hỏi khoảng cách từ  $M$  đến  $(Q)$  thay đổi thế nào khi  $M$  thay đổi.



Hình 7.79

c) Sản phẩm: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song  $m$  và  $n$ , ký hiệu  $d(m;n)$  là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song  $(P)$  và  $(Q)$ , ký hiệu  $d((P),(Q))$ , là khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc mặt này đến mặt phẳng kia.

<p><i>Chuyển giao</i></p>	<p>GV nêu vấn đề :</p> <p>a, Cho hai đường thẳng <math>m</math> và <math>n</math> song song với nhau. Khi một điểm <math>M</math> thay đổi trên <math>m</math> thì khoảng cách từ nó đến đường thẳng <math>n</math> có thay đổi hay không?</p> <p>b) Cho hai mặt phẳng song song <math>(P)</math> và <math>(Q)</math> và một điểm <math>M</math> thay đổi trên <math>(P)</math>. Hỏi khoảng cách từ <math>M</math> đến <math>(Q)</math> thay đổi thế nào khi <math>M</math> thay đổi.</p>  <p>Hình 7.79</p> <p>H? Nếu đường thẳng <math>a</math> thuộc mặt phẳng <math>(P)</math> và mặt phẳng <math>(Q)</math> song song với <math>(P)</math> thì giữa <math>d(a,(Q))</math> và <math>d((P),(Q))</math> có mối quan hệ gì?</p>
<p><i>Thực hiện</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</li> <li>- Mong đợi:</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song <math>m</math> và <math>n</math>, ký hiệu <math>d(m;n)</math> là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.</li> <li>+ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song <math>(P)</math> và <math>(Q)</math>, ký hiệu <math>d((P),(Q))</math>, là khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc mặt này đến mặt phẳng kia.</li> <li>+ <math>d(a,(Q)) = d((P),(Q))</math></li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul> <p><b>Chú ý:</b> Khoảng cách giữa hai đáy của một hình lăng trụ được gọi là chiều cao của hình lăng trụ đó.</p>

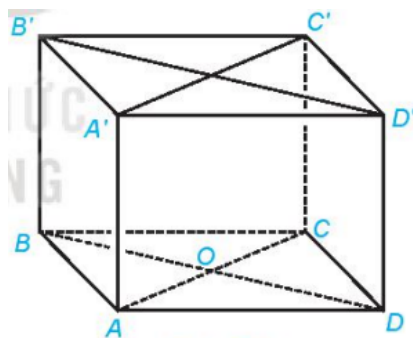
**Ví dụ 2:** Cho hình hộp đứng  $ABCD A' B' C' D'$ , đáy là các hình thoi có cạnh bằng  $a$ .

$\widehat{BAD} = 120^\circ$ ;  $AA' = h$  Tính các khoảng cách giữa  $A'C'$  và  $(ABCD)$ ,  $AA'$  và  $(BDD'B')$ .

**Giải .** (H.7.80)

Đường thẳng  $A'C'$  thuộc mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  nên nó song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Do  $ABCD A' B' C' D'$  là hình hộp nên  $AA' \perp (ABCD)$ .

Vậy  $d(A'C', (ABCD)) = d(A', (ABCD)) = AA' = h$ .



Hình 7.80

Do  $AA'$  song song với  $BB'$  nên  $AA'$  song song với  $(BDD'B')$ . Gọi  $O$  là tâm của hình thoi  $ABCD$ . Do  $AO \perp BD$  và  $AO \perp BB'$  nên  $AO \perp (BDD'B')$ .

Vậy khoảng cách giữa  $AA'$  và  $(BDD'B')$  bằng độ dài đoạn thẳng  $AO$ .

Tam giác cân  $BAD$  tại  $A$  và có  $\widehat{BAD} = 120^\circ$  nên  $\widehat{ABO} = 30^\circ$ .

Do đó, trong tam giác vuông  $AOB$ , ta có  $AO = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$ .

Vậy khoảng cách giữa  $AA'$  và  $(BDD'B')$  bằng  $\frac{a}{2}$ .

**Tiết 2. Luyện tập về khoảng cách và đường vuông góc chung giữa hai đường thẳng**

**1. Hoạt động 1: Luyện tập khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song.**

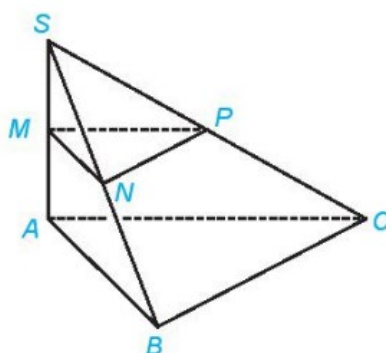
a) Mục tiêu: Củng cố cách xác định khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, đường thẳng và mặt phẳng song song.

b) Nội dung:

Phiếu học tập: Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = h$ . Gọi  $M; N; P$  tương ứng là trung điểm của  $SA; SB; SC$ .

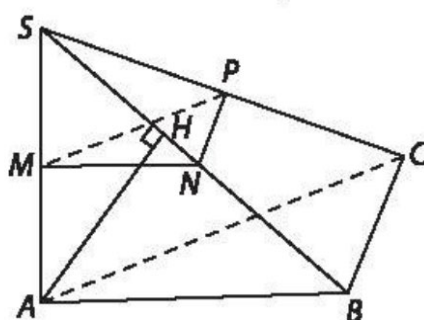
a, Tính  $d((MNP); (ABC))$  và  $d(NP; (ABC))$ .

b, Giả sử tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $AB = a$ . Tính  $d(A; (SBC))$ .



Hình 7.81

Lời giải



$$a) d((MNP), (ABC)) = AM = \frac{h}{2}; d(NP, (ABC)) = \frac{h}{2}.$$

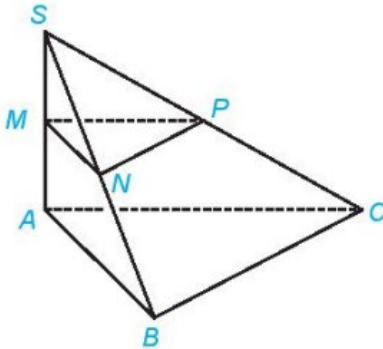
$$b) AH \perp SB \text{ tại } H \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<p>* Cho hình chóp <math>S.ABC</math> có <math>SA \perp (ABC)</math>, <math>SA = h</math>. Gọi <math>M; N; P</math> tương ứng là trung điểm của <math>SA; SB; SC</math>.</p> <p>a, Tính <math>d((MNP); (ABC))</math> và <math>d(NP; (ABC))</math>.</p> <p>b, Giả sử tam giác <math>ABC</math> vuông tại <math>B</math> và <math>AB = a</math>. Tính <math>d(A; (SBC))</math>.</p>
--------------------	---



	 <p style="text-align: center;"><b>Hình 7.81</b></p> <p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.</p>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

## 2. Hoạt động 2: Vận dụng vào giải quyết bài toán thực tế.

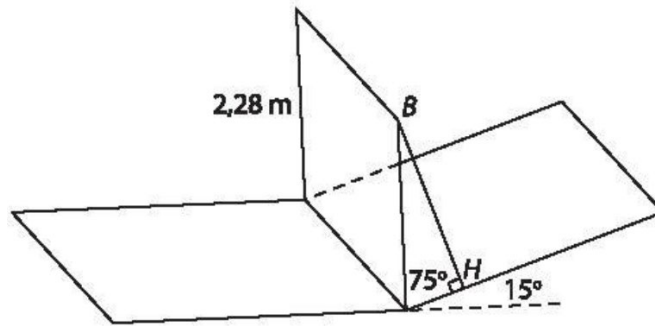
a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức khoảng cách hai đường thẳng song song, đường thẳng song song với mặt phẳng giải quyết các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Ở một con dốc lên cầu, người ta đặt một khung không chế chiều cao, hai cột của khung có phương thẳng đứng và có chiều dài bằng 2,28m. Đường thẳng nối hai chân cột vuông góc với hai đường mép dốc. Thanh ngang được đặt trên đỉnh hai cột. Biết dốc nghiêng  $15^\circ$  so phương nằm ngang. Tính khoảng cách giữa thanh ngang của khung và mặt đường (theo đơn vị mét và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai). Hỏi cầu này có cho phép xe cao 2,21m đi qua hay không?



**Hình 7.82.** Tại đầu một số cầu vượt ta có thể bắt gặp khung không chế chiều cao.

**Lời giải**



Gọi  $B$  là một điểm nằm trên thanh ngang và  $H$  là hình chiếu vuông góc xuống mặt dốc.

Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng dốc là  $BH = 2,28 \cdot \sin 75^\circ \approx 2,2(\text{m})$ . Do đó không cho phép xe cao 2,21m đi qua.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

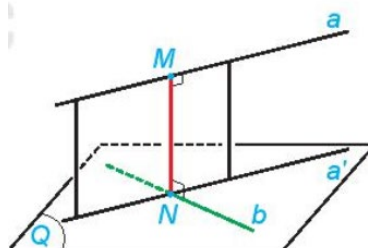
<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.</li> <li>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

### III. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

#### 3. Hoạt động 3: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

a) Mục tiêu: Học sinh nhận biết được khái niệm đường vuông góc chung từ đó xác định được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

b) Nội dung: Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $b$  và song song với  $a$ . Hình chiếu  $a'$  của  $a$  trên  $(Q)$  cắt  $b$  tại  $N$ . Gọi  $M$  là hình chiếu của  $N$  trên  $a$  (H.7.83).



Hình 7.83

1. Mặt phẳng chứa  $a$  và  $a'$  có vuông góc với  $(Q)$  hay không?
2. Đường thẳng  $MN$  có vuông góc với cả hai đường thẳng  $a$  và  $b$  hay không?
3. Nêu mối quan hệ của khoảng cách giữa  $a$ ,  $(Q)$  và độ dài đoạn thẳng  $MN$ .

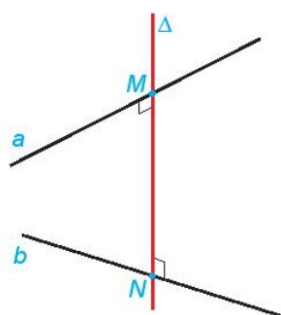
1. Vì  $a'$  là hình chiếu vuông góc của  $a$  trên  $(Q)$  nên  $a$  và  $a'$  thuộc cùng một mặt phẳng. Hơn nữa, mặt phẳng đó chứa phương chiếu là đường thẳng vuông góc với  $(Q)$  nên mặt phẳng chứa  $a, a'$  vuông góc với  $(Q)$ .

2. Do  $a$  song song với  $(Q)$  nên giao tuyến  $a'$  của mặt phẳng chứa  $a, a'$  với  $(Q)$  song song với  $a$ . Do  $MN$  vuông góc với  $a$  nên  $MN$  vuông góc với  $a'$ . Trong mặt phẳng chứa  $a$  và  $a'$ ,  $MN$  và phương chiếu vuông góc lên  $(Q)$  cùng vuông góc với  $a$  nên song song với nhau. Do đó  $MN$  vuông góc với  $(Q)$ . Vậy  $MN$  cũng vuông góc với  $b$ .

3. Do  $a$  song song với  $(Q)$  và  $MN$  vuông góc với  $(Q)$  nên khoảng cách giữa  $a$  và  $(Q)$  bằng  $MN$ .

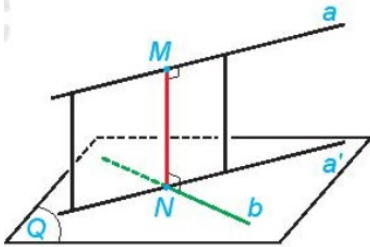
c) Sản phẩm: Đường thẳng  $\Delta$  cắt hai đường thẳng chéo nhau  $a, b$  và vuông góc với cả hai đường thẳng đó được gọi là **đường vuông góc chung** của  $a$  và  $b$ .

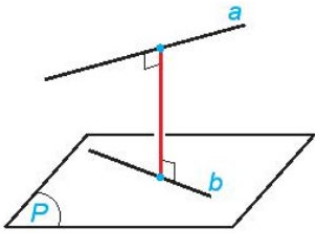
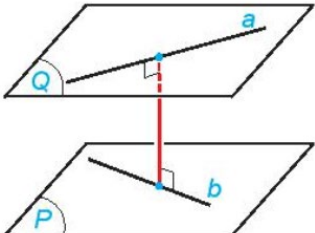
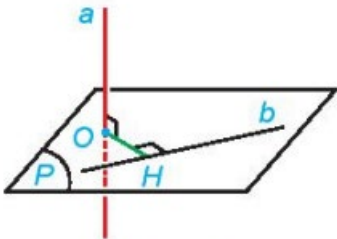
Nếu đường vuông góc chung  $\Delta$  cắt  $a, b$  tương ứng tại  $M, N$  thì độ dài đoạn thẳng  $MN$  được gọi là **khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**  $a, b$ .



Hình 7.84

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi và nhóm lớn.

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV nêu yêu cầu bài toán: Cho hai đường thẳng chéo nhau <math>a</math> và <math>b</math>. Gọi <math>(Q)</math> là mặt phẳng chứa đường thẳng <math>b</math> và song song với <math>a</math>. Hình chiếu <math>a'</math> của <math>a</math> trên <math>(Q)</math> cắt <math>b</math> tại <math>N</math>. Gọi <math>M</math> là hình chiếu của <math>N</math> trên <math>a</math> (H.7.83).</p>  <p style="text-align: center;">Hình 7.83</p> <p><b>H1 ?</b> Mặt phẳng chứa <math>a</math> và <math>a'</math> có vuông góc với <math>(Q)</math> hay không? <b>H2 ?</b> Đường thẳng <math>MN</math> có vuông góc với cả hai đường thẳng <math>a</math> và <math>b</math> hay không? <b>H3 ?</b> Nêu mối quan hệ của khoảng cách giữa <math>a</math>, <math>(Q)</math> và độ dài đoạn thẳng <math>MN</math>.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</p>

	* Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức <b>Nhận xét.</b></p> <p>- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng đó đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường thẳng còn lại (H.7.85).</p> <p>- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, tương ứng chứa hai đường thẳng đó (H.7.86).</p>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Hình 7.85</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Hình 7.86</p> </div> </div> <p><b>Khám phá.</b> Cho đường thẳng <math>a</math> vuông góc với mặt phẳng <math>(P)</math> và cắt <math>(P)</math> tại <math>O</math>. Cho đường thẳng <math>b</math> thuộc mặt phẳng <math>(P)</math>. Hãy tìm mối quan hệ giữa khoảng cách giữa <math>a, b</math> và khoảng cách từ <math>O</math> đến <math>b</math> (H.7.88).</p> <div style="text-align: center;">  <p>Hình 7.88</p> </div> <p>Khoảng cách từ <math>O</math> đến <math>b</math> là <math>OH</math> mà <math>OH</math> là đoạn vuông góc chung của <math>a</math> và <math>b</math> nên <math>d(a, b) = OH</math>. Do đó khoảng cách giữa <math>a</math> và <math>b</math> bằng khoảng cách từ <math>O</math> đến <math>b</math>.</p>

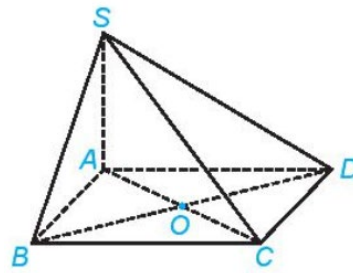
#### 4. Hoạt động 4: Luyện tập

a) Mục tiêu: Củng cố cách xác định đường vuông góc chung và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

b) Nội dung:

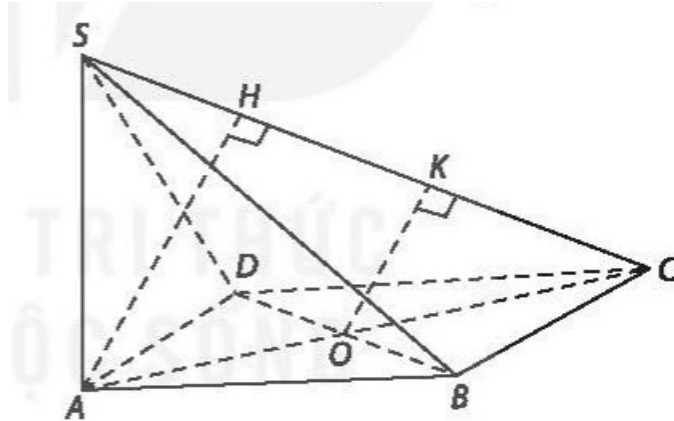
Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$

- a) Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $SC$ .
- b) Chứng minh rằng  $BD \perp (SAC)$ .
- c) Xác định đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa  $BD$  và  $SC$ .



Hình 7.89

Lời giải



a) Xét  $\triangle SAC$  vuông cân tại A, hạ  $AH \perp SC \Rightarrow d(A, SC) = AH = \frac{SC}{2} = a$ .

b)  $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$ .

c)  $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OK, OK \perp SC \Rightarrow d(BD, SC) = OK = \frac{AH}{2} = \frac{a}{2}$ .

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>- Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

### Tiết 3. BÀI TẬP VỀ KHOẢNG CÁCH

#### 1. Hoạt động 1: Luyện tập

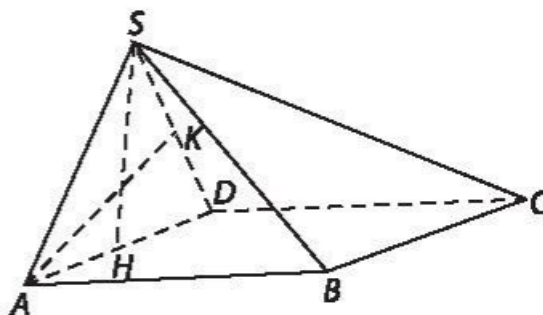
a) Mục tiêu: củng cố Khoảng cách, đường vuông góc chung.

b) Nội dung:

722. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là một hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAD$  là một tam giác đều và  $(SAD) \perp (ABCD)$

- Tính chiều cao của hình chóp.
- Tính khoảng cách giữa  $BC$  và  $(SAD)$ .
- Xác định đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa  $AB$  và  $SD$ .

Lời giải

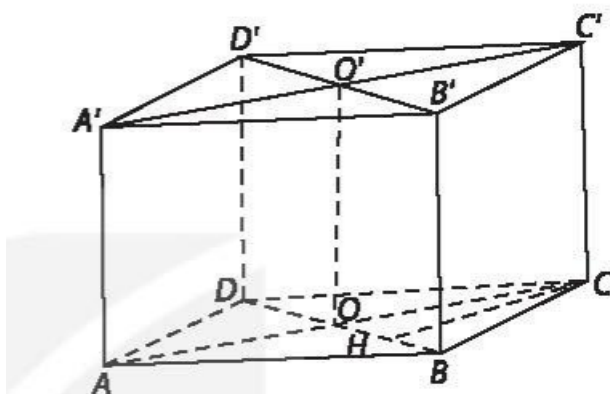


- $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
- $d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = AB = a$ .
- $d(AB, SD) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

723. Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AA' = a, AB = b, BC = c$ .

- Tính khoảng cách giữa  $CC'$  và  $(BB'D'D)$ .
- Xác định đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa  $AC$  và  $B'D'$ .

Lời giải

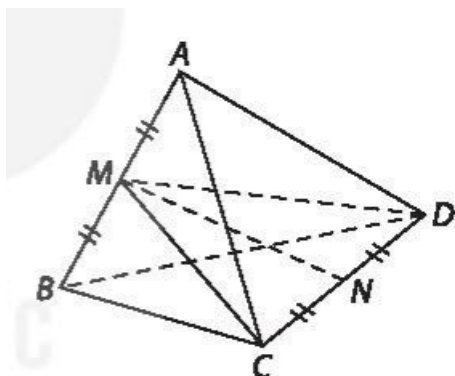


- $d(CC', (BDD'B')) = CH = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ .
- $d(AC, B'D') = OO' = a$

724. Cho tứ diện  $ABCD$  có các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  tương ứng là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$ . Chứng minh rằng:

- $MN$  là đường vuông góc chung của  $AB$  và  $CD$ .
- Các cặp cạnh đối diện trong tứ diện  $ABCD$  đều vuông góc với nhau.

Lời giải

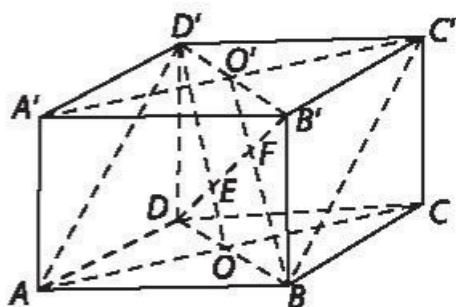


- a)  $AB \perp DM, AB \perp CM \Rightarrow AB \perp (MCD) \Rightarrow AB \perp MN$ . Tương tự  $CD \perp MN$ .  
 b)  $AB \perp (MCD) \Rightarrow AB \perp CD$ . Tương tự cho các cặp còn lại.

**725.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $a$ .

- a) Chứng minh rằng hai mặt phẳng  $(D'AC)$  và  $(BC'A')$  song song với nhau và  $DB'$  vuông góc với hai mặt phẳng đó.  
 b) Xác định các giao điểm  $E, F$  của  $DB'$  với  $(D'AC)$ ,  $(BC'A')$ . Tính  $d((D'AC), (BC'A'))$ .

**Lời giải**



- a)  $(D'AC) \parallel (BC'A'), (BC'A') \perp DB'$ .

Vì  $AC \perp (BDD'B') \Rightarrow AC \perp DB'; AD' \perp (DA'B')$

$\Rightarrow AD' \perp DB' \Rightarrow DB' \perp (ACD')$ .

- b)  $d((D'AC), (BC'A')) = EF = \frac{1}{3} DB' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm</li> <li>* Nhóm 1: 7.22, Nhóm 2: 7.23, Nhóm 3: 7.24, Nhóm 4: 7.25 .</li> <li>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tìm câu trả lời</li> <li>- HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

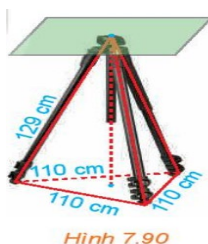
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức
-------------------------------------	--

## 2. Hoạt động 2: Vận dụng các kiến thức vào giải quyết các bài toán thực tế.

a) Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức vào giải quyết các bài toán thực tế.

b) Nội dung:

- 726.** Giá đỡ ba chân ở Hình 7.90 đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng cách bằng 110 cm. Tính chiều cao của giá đỡ, biết các chân của giá đỡ dài 129 cm.



Hình 7.90

Chiều cao của giá đỡ là  $\sqrt{129^2 - \left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2} \approx 112(\text{cm})$ .

- 727.** Một bể nước có đáy thuộc mặt phẳng nằm ngang. Trong trường hợp này, độ sâu của bể là khoảng cách giữa mặt nước và đáy bể. Giải thích vì sao để đo độ sâu của bể, ta có thể thả quả dọi chạm đáy bể và đo chiều dài của đoạn dây dọi nằm trong bể nước.

Sợi dây của quả dọi có phương vuông góc với đáy bể và vuông góc với mặt nước.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm * Nhóm 1: 7.26, Nhóm 2: 7.27, Nhóm 3: 7.26, Nhóm 4: 7.27 . * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức



Trường .....  
Tổ .....

Họ và tên giáo viên: .....

## **KẾ HOẠCH BÀI DẠY**

### **TÊN BÀI DẠY: THỂ TÍCH**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

#### **I. Mục tiêu**

##### **1. Về kiến thức**

- Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều.
- Vận dụng kiến thức để giải quyết một số bài toán về thực tế.

##### **2. Về năng lực**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong việc áp dụng các công thức vào tính thể tích khối hình tương ứng.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

##### **3. Về phẩm chất**

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao. Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập. Có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của giáo viên.

#### **II. Thiết bị dạy học và học liệu**

**1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, sử dụng phần mềm GSP, Geogebra để vẽ hình.

**2. Đối với học sinh:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập, bảng nhóm...

#### **III. Tiến trình dạy học**

##### **TIẾT 1**

##### **1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

**Dẫn nhập:** Khi mua điều hoà, bác An được hướng dẫn rằng mỗi mét khối của phòng cần công suất điều hoà khoảng 200 BTU. Việc xác định thể tích căn phòng là rất cần thiết để mua thiết bị phù hợp.



**Câu hỏi:** Căn phòng bác An cần lắp máy có dạng hình hộp chữ nhật, rộng 4m, dài 5m và cao 3m. Hỏi bác An cần mua loại điều hoà có công suất bao nhiêu BTU?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

Thể tích căn phòng dạng khối hộp chữ nhật của bác An:

$$V = a \times b \times c = 4 \times 5 \times 3 = 60(m^3)$$

Bác An cần mua điều hoà với công suất  $60 \times 200 = 12000$  (BTU).

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Giáo viên trình chiếu hình ảnh</li> <li>- Giáo viên chia lớp thành 6 nhóm.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS quan sát, nắm bắt nhiệm vụ.</li> <li>- HS thảo luận nhóm tìm câu trả lời.</li> <li>- Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS, HS cho ra sản phẩm mong muốn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức: Thể tích là một trong những khái niệm toán học xuất hiện thường xuyên trong cuộc sống, đo sự chiếm chỗ của vật thể trong không gian. Chúng ta cùng tìm hiểu các công thức thể tích hình khối ứng với các hình đã học.</li> </ul>

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

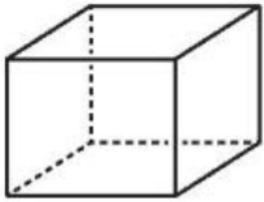
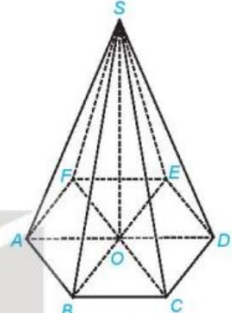
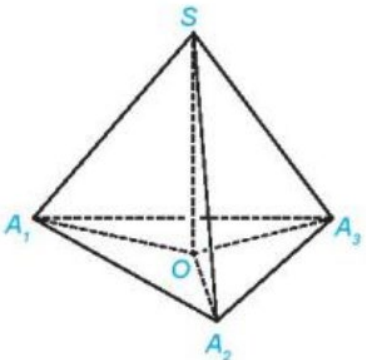
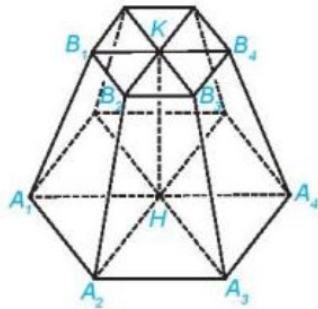
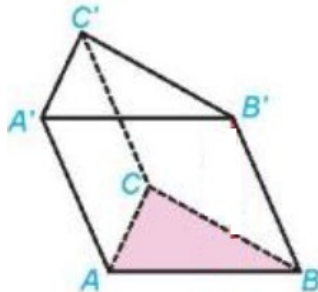
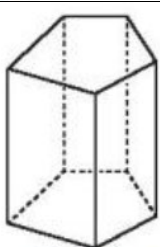
a) Mục tiêu: Học sinh nắm được công thức tính thể tích các hình khối đã học.

b) Nội dung:

**Câu hỏi 1:** Hoàn thành phiếu học tập sau:

Quan sát các hình và chọn tên các loại hình tương ứng

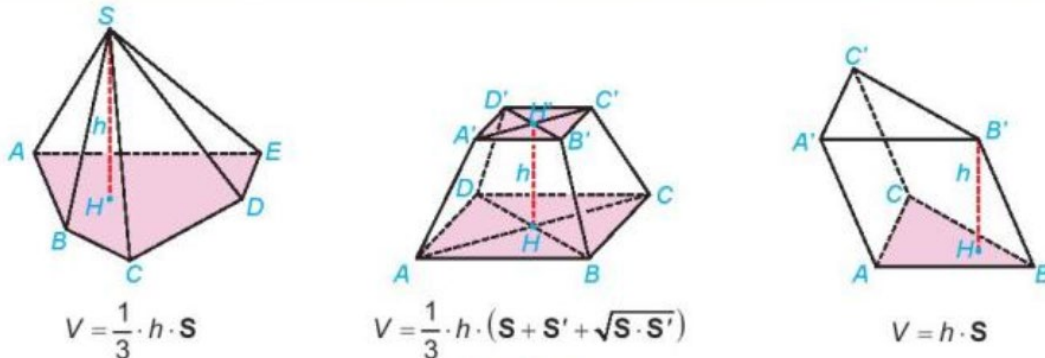
(Phiếu học tập được phát cho HS được thay đổi thứ tự để HS lựa chọn)

HÌNH	TÊN CÁC HÌNH
	<b>Hình hộp chữ nhật</b>
	<b>Hình chóp ngũ giác</b>
	<b>Hình chóp tam giác (Tứ diện)</b>
	<b>Hình chóp cụt</b>
	<b>Hình lăng trụ tam giác</b>
	<b>Hình lăng trụ đứng</b>

**Câu hỏi 2:** Thế nào là hình chóp đều?

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau. Hình chóp đều có hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy là tâm đáy.

Giáo viên dẫn dắt hình thành kiến thức.



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, học sinh nắm các kiến thức được đưa ra.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	Giáo viên phát phiếu học tập Học sinh làm việc theo cặp đôi
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS quan sát, nắm bắt nhiệm vụ.</li> <li>- HS thảo luận cặp đôi tìm câu trả lời.</li> <li>- Mong đợi : Kích thích sự tò mò của HS, HS cho ra sản phẩm mong muốn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện cặp đôi báo cáo, các học sinh còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức:</p> <p>Phần không gian giới hạn bởi hình chóp, hình chóp cụt đều, hình lăng trụ, hình hộp tương ứng được gọi là <b>khối chóp, khối chóp cụt đều, khối lăng trụ, khối hộp</b>. Đỉnh, mặt, cạnh, đường cao của các hình khối đó lần lượt là đỉnh, mặt, cạnh, đường cao của hình chóp, hình chóp cụt đều, hình lăng trụ, hình hộp tương ứng.</p> <p>Thể tích của khối chóp có diện tích đáy <b>S</b> và chiều cao <b>h</b> là:</p> $V = \frac{1}{3} h \cdot S$ <p>Thể tích khối chóp cụt đều có diện tích đáy lớn <b>S</b>, diện tích đáy bé <b>S'</b>, chiều cao <b>h</b> là:</p> $V = \frac{1}{3} h \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'})$ <p>Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy <b>S</b> và chiều cao <b>h</b> là:</p> $V = h \cdot S$ <p>Nhận xét:</p>

	<p>Thể tích khối tứ diện bằng một phần ba tích của chiều cao từ một đỉnh và diện tích mặt đối diện đỉnh đó.</p> <p>Thể tích của khối hộp bằng tích diện tích của một mặt và chiều cao của khối hộp ứng với mặt đó.</p>
--	--

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh áp dụng các công thức, tính được thể tích các khối hình cơ bản.

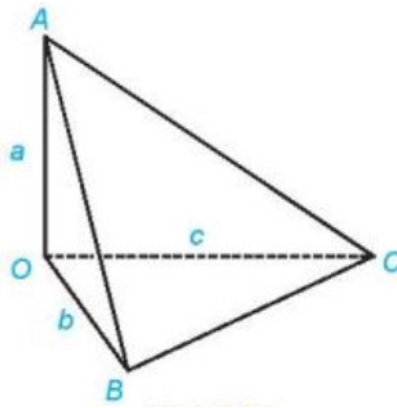
b) Nội dung:

**Ví dụ 1:** Cho khối tứ diện  $OABC$  có các cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = a, OB = b, OC = c$ . Tính thể tích của khối tứ diện.

**Câu hỏi 1:** Xác định chiều cao và mặt đáy của khối tứ diện đó?

**Câu hỏi 2:** Áp dụng công thức để tính thể tích khối tứ diện?

Giải:



$OA$  vuông góc với mặt phẳng  $(OBC)$  nên ta xác định tứ diện có đáy là tam giác vuông  $OBC$ , chiều cao  $h = OA$ .

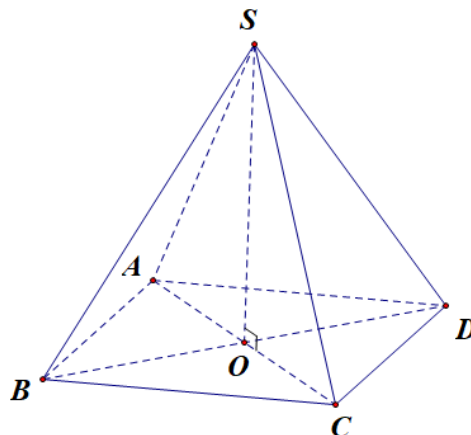
Vậy thể tích của khối tứ diện là:  $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6}abc$ .

**Luyện tập 1:** Cho khối chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $b$ . Tính thể tích khối chóp.

**Câu hỏi 1:** Đáy là hình gì, tính diện tích của đáy?

**Câu hỏi 2:** Xác định chiều cao của hình chóp và tính thể tích khối chóp đó.

Giải:



Đáy là hình vuông có diện tích bằng:  $S_{ABCD} = a^2$

Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ , vì  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$ ,  $SO$  là đường cao của khối chóp.

Tam giác  $SOC$  vuông tại  $C$ , có:

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$$

Thể tích của khối chóp:

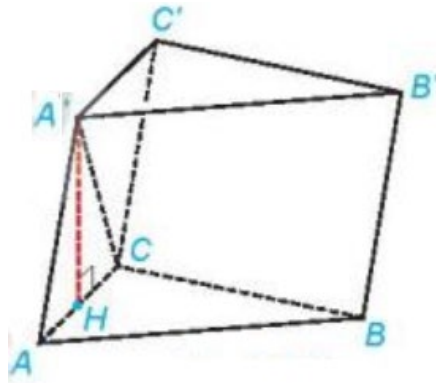
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a^2 \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$$

**Ví dụ 2:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là các tam giác đều cạnh  $a$ , mặt  $(ACC'A')$  vuông góc với hai mặt đáy, tam giác  $A'AC$  cân tại  $A$  và  $AA' = b (a < 2b)$ . Tính thể tích khối lăng trụ.

**Câu hỏi 1:** Gọi  $H$  là trung điểm  $AC$ . Chứng minh  $A'H$  là đường cao của khối lăng trụ?

**Câu hỏi 2:** Tính thể tích khối lăng trụ?

Giải:



Gọi  $A'H$  là đường cao của tam giác cân  $A'AC$ . Khi đó  $H$  là trung điểm  $AC$ .

Do  $(ACC'A') \perp (ABC)$  và  $A'H \perp AC$  nên  $A'H \perp (ABC)$ .

Khối lăng trụ có chiều cao là  $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$

Tam giác đều  $ABC$  có diện tích  $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Thể tích khối lăng trụ:  $V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}(4b^2 - a^2)}{8}$ .

**Luyện tập 2:** Cho khối chóp cụt đều  $ABC.A'B'C'$  có đường cao  $HH' = h$ , hai mặt đáy  $ABC, A'B'C'$  có cạnh tương ứng bằng  $2a, a$ .

a. Tính thể tích của khối chóp cụt.

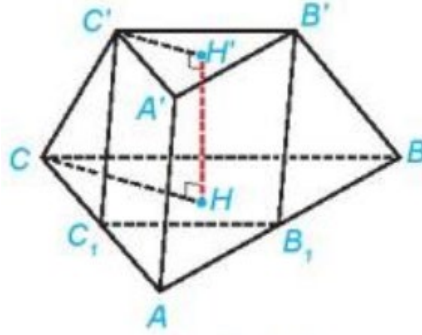
b. Gọi  $B_1, C_1$  tương ứng là trung điểm của  $AB, AC$ . Chứng minh rằng  $AB_1C_1.A'B'C'$  là một hình lăng trụ. Tính thể tích khối lăng trụ  $AB_1C_1.A'B'C'$ .

**Câu hỏi 1:** Tính diện tích đáy lớn và đáy bé của hình chóp cụt. Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp cụt.

**Câu hỏi 2:** Chứng minh hai tam giác  $AB_1C_1$  và  $A'B'C'$  bằng nhau, hai mặt đáy song song với nhau.

**Câu hỏi 3:** Chứng minh các mặt bên là hình bình hành.

Giải:



a. Diện tích hai tam giác đáy của hình chóp cụt:

$$S_{ABC} = a^2\sqrt{3}, \quad S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Thể tích khối chóp cụt là:

$$V = \frac{1}{3}h \left( a^2\sqrt{3} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \sqrt{a^2\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}} \right) = \frac{1}{3}h \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{7\sqrt{3}}{48}a^2$$

b. Ta có:  $(ABC) // (A'B'C')$

$B_1, C_1$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  nên tam giác  $AB_1C_1$  đều cạnh  $a$ .

Do đó hai tam giác  $AB_1C_1$  và  $A'B'C'$  bằng nhau.

Mặt khác  $A'B'B_1A, A'C'C_1A, B'C'B_1C_1$  là các hình bình hành bằng nhau.

Vậy,  $AB_1C_1.A'B'C'$  là hình lăng trụ, thể tích khối lăng trụ tương ứng là:

$$V = h \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên hướng dẫn cả lớp <b>ví dụ 1, ví dụ 2</b> sử dụng các câu hỏi gợi ý phù hợp để học sinh tìm ra kết quả. - Giao bài <b>luyện tập 1, luyện tập 2</b> cho các nhóm làm việc.
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát, nắm bắt nhiệm vụ. - HS thảo luận theo nhóm tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS, HS cho ra sản phẩm mong muốn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức (Nội dung ví dụ 1, ví dụ 2, bài giải luyện tập 1, luyện tập 2)

## TIẾT 2

### 4. Hoạt động 4: Vận dụng và bài tập

a) Mục tiêu: Học sinh vận dụng kiến thức đã học giải quyết được bài toán nâng cao và bài toán thực tế.

b) Nội dung:

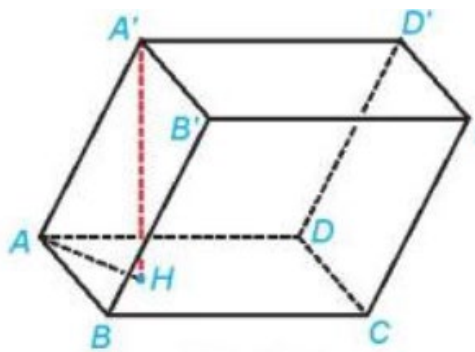
**Ví dụ 3:** Cho khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AD = 5\text{cm}$ ,  $AA' = 6\text{cm}$ ,  $\widehat{BAD} = 30^\circ$ , góc giữa  $AA'$  và  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích của khối hộp.

**Câu hỏi 1:** Tính diện tích đáy  $ABCD$ .

**Câu hỏi 2:** Nhắc lại cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

**Câu hỏi 3:** Xác định đường cao và tính thể tích của khối lăng trụ.

Giải:



Hình bình hành  $ABCD$  có diện tích là:

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \left( \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} \right) = 20(\text{cm}^2)$$

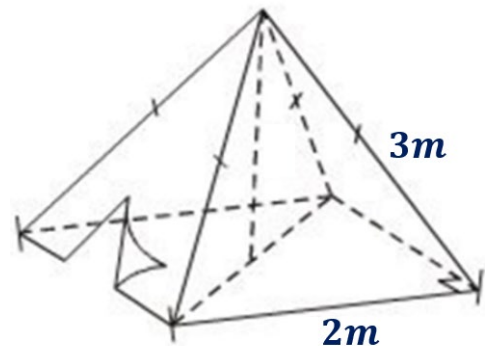
Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A'$  trên  $(ABCD)$ . Khi đó,  $\widehat{A'AH}$  bằng góc giữa  $AA'$  và  $(ABCD)$  nên  $\widehat{A'AH} = 45^\circ$ .

Trong tam giác vuông  $A'AH$  ta có:  $A'H = A'A \cdot \sin \widehat{A'AH} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

Khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có chiều cao tương ứng với mặt  $ABCD$  bằng  $A'H = 3\sqrt{2}(\text{cm})$ .

Do đó, thể tích của khối hộp là  $V = AA' \cdot S_{ABCD} = 60\sqrt{2}(\text{cm}^3)$ .

**Vận dụng:** Bạn Nam dự định làm một chiếc lều hình chóp tứ giác đều có thể ngủ qua đêm với kích thước như hình bên. Lều đảm bảo tiêu chuẩn cho giấc ngủ là không khí bên trong lều cần tối thiểu  $3\text{m}^3$ . Hỏi chiếc lều bạn Nam làm có đảm bảo tiêu chuẩn cho giấc ngủ không?



Giải:

Diện tích của chiếc lều:  $S = 4(\text{m}^2)$

Chiều cao của chiếc lều:  $h = \sqrt{7}(\text{m})$



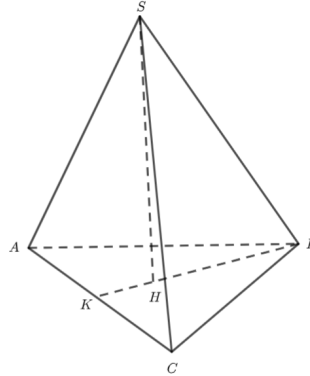
Thể tích không khí trong lều:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S = \frac{4\sqrt{7}}{3} (m^3)$$

Vì  $\frac{4\sqrt{7}}{3} > 3$  nên chiếc lều của Nam đảm bảo tiêu chuẩn giác ngủ.

**Câu 7.28.** (SGK) Cho khối chóp đều  $S.ABC$ , đáy có cạnh bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $b$ . Tính thể tích của khối chóp đó. Từ đó suy ra thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng  $a$ .

### Lời giải



Vì khối chóp  $S.ABC$  đều nên  $\triangle ABC$  đều và hình chiếu của đỉnh  $S$  trùng với tâm  $H$  của tam giác  $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$ .

Kẻ đường cao  $BK$  của tam giác  $ABC$ .

Vì tam giác  $ABC$  đều nên  $BK$  vừa là đường cao, vừa là trung tuyến

$$\Rightarrow AK = KC = \frac{1}{2} AC = \frac{a}{2}$$

Xét tam giác  $BKC$  vuông tại  $K$  có:  $BK^2 + KC^2 = BC^2$  (định lý Pytago)

$$\Rightarrow BK^2 = BC^2 - KC^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Vì  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều  $ABC$  suy ra  $H$  cũng là trọng tâm

$$\Rightarrow BH = \frac{2}{3} BK = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét tam giác  $SHB$  vuông tại  $H$  có:  $SB^2 = SH^2 + HB^2 \Rightarrow SH^2 = SB^2 - HB^2 = b^2 - \frac{a^2}{3}$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}$$

Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}.$$

Suy ra thể tích khối tứ diện đều có các cạnh bằng  $a$  là:  $V = \frac{a^2 \sqrt{3a^2 - a^2}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}.$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cá nhân

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Giáo viên hướng dẫn cả lớp <b>ví dụ 3</b> sử dụng các câu hỏi gợi ý phù hợp để học sinh tìm ra kết quả.</li> <li>- Giao <b>bài tập vận dụng, bài 7.28 (SGK)</b> cho học sinh làm việc cá nhân, học sinh nào có bài giải nhanh nhất được cộng điểm khuyến khích.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS quan sát, nắm bắt nhiệm vụ.</li> <li>- HS tìm câu trả lời.</li> <li>- Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS, HS cho ra sản phẩm mong muốn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Học sinh báo cáo, các học sinh còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức (Nội dung ví dụ 3, bài tập vận dụng, bài 7,28 SGK)</li> </ul>

Trường:.....

Họ và tên giáo viên: .....

Tổ: TOÁN

Ngày dạy đầu tiên:.....

Ngày soạn: ...../...../2023

Tiết:

## QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

### ÔN TẬP CHƯƠNG VII

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - HH: 11

*Thời gian thực hiện: 01 tiết*

## I. MỤC TIÊU

### 1. Kiến thức

- Nắm vững cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.
- Nhận biết phép chiếu vuông góc.
- Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác.
- Giải thích định lý ba đường vuông góc.
- Xác định điều kiện hai mặt phẳng vuông góc.
- Giải thích tính chất cơ bản của hai mặt phẳng vuông góc.
- Xác định khoảng cách giữa các đối tượng điểm, đường thẳng, mặt phẳng.
- Xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau trong các trường hợp đơn giản.
- Vận dụng kiến thức về khoảng cách vào một số tình huống thực tế.
- Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều
- Tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều trong một số tình huống đơn giản.
- Vận dụng kiến thức, kỹ năng về thể tích vào một số bài toán thực tế.

### 2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

### 3. Phẩm chất:

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

## II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với GV:** SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. **Đối với HS:** SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

## III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

### 1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) **Mục tiêu:** Ôn tập các phương pháp giải các dạng toán cơ bản trong chương

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

H1- Nêu cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc và đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

H2- Nêu cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc?

H3- Nêu phép chiếu vuông góc?

H4- Nêu cách tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song ?

H5- Nêu cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

H6- Nêu công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều

c) **Sản phẩm:**

Câu trả lời của HS

L1- Nêu được các cách chứng minh đường thẳng vuông góc với đường thẳng, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

L2- Nêu được các cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

L3- Nêu được phép chiếu vuông góc

L4- Nêu được cách tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

L5- Nêu được cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

L6- Nêu được công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều

d) **Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	GV nêu câu hỏi, chia lớp thành 6 nhóm để nghiên cứu các phương án trả lời
<b>Thực hiện</b>	HS suy nghĩ độc lập
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- GV gọi lần lượt học sinh đại diện các nhóm trả lời các câu hỏi của mình ( <i>nêu rõ phương pháp giải trong từng trường hợp</i> ), - Các học sinh nhóm khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào bài mới. ĐVĐ. Tiết học hôm nay chúng ta sẽ vận dụng các kiến thức đã học để giải quyết một số dạng toán cơ bản trong chương.

### 2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

#### HD1. ÔN TẬP VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

a) **Mục tiêu:** Ôn tập kiến thức về đường thẳng và mặt phẳng

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc SGK, giải các bài toán trắc nghiệm:

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

d) Tổ chức thực hiện:

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – 7.33- 7.34 , 7.36 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó.

**7.33.** Cho các phát biểu sau:

(1)  $(P)$  và  $(Q)$  có giao tuyến là đường thẳng  $a$  và cùng vuông góc với mặt phẳng  $(R)$  thì  $a \perp (R)$ .

(2) Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau và có giao tuyến là đường thẳng  $a$ , một đường thẳng  $b$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  và vuông góc với đường thẳng  $a$  thì  $b \perp (Q)$ .

(3) Mặt phẳng  $(P)$  chứa đường thẳng  $a$  và  $a$  vuông góc với  $(Q)$  thì  $(P) \perp (Q)$ .

(4) Đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$  thì  $a \perp (Q)$ .

Số phát biểu đúng trong các phát biểu trên là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**7.34.** Cho mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$  và  $a$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ . Trong các phát biểu dưới đây, phát biểu nào đúng?

A. Đường thẳng  $d$  nằm trên  $(Q)$  thì  $d$  vuông góc với  $(P)$ .

B. Đường thẳng  $d$  nằm trên  $(Q)$  và  $d$  vuông góc với  $a$  thì  $d$  vuông góc với  $(P)$ .

C. Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $a$  thì  $d$  vuông góc với  $(P)$ .

D. Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $(Q)$  thì  $d$  vuông góc với  $(P)$ .

**7.36.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ .

Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAB)$ .

B. Đường thẳng  $BD$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAC)$ .

C. Đường thẳng  $AC$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBD)$ .

D. Đường thẳng  $AD$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAB)$ .

c) Sản phẩm:

**Lời giải:**

**Bài 7.33**

1) Đúng

2) Đúng

3) Đúng

4) Đúng

Nên đáp án đúng là D

**Bài 7.34**

Đáp án : B - Đường thẳng  $d$  nằm trên  $(Q)$  và  $d$  vuông góc với  $a$  thì  $d$  vuông góc với  $(P)$ .

**Bài 7.36 Đáp án: C.** Đường thẳng  $AC$  vuông góc với mặt phẳng ( $SBD$ ).

**d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu học sinh làm bài tập - HS nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	- HS thực hiện nhiệm vụ cá nhân - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn học sinh
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS nêu bật được mối liên hệ giữa đường và mặt - GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

**HOẠT ĐỘNG 2. ÔN TẬP DẠNG TOÁN VỀ GÓC**

a) Mục tiêu: Ôn tập kiến thức về góc

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc SGK, giải các bài toán sau:

**7.35.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

**A.** Số đo của góc nhị diện  $[S, AB, C]$  bằng  $\widehat{SBC}$ .

**B.** Số đo của góc nhị diện  $[D, SA, B]$  bằng  $90^\circ$ .

**C.** Số đo của góc nhị diện  $[S, AC, B]$  bằng  $90^\circ$ .

**D.** Số đo của góc nhị diện  $[D, SA, B]$  bằng  $\widehat{BSD}$ .

c) Sản phẩm:

Đáp án : C

**d) Tổ chức thực hiện**

<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu học sinh làm bài tập - HS nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

**HOẠT ĐỘNG 3: ÔN TẬP CÔNG THỨC TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP**

a) Mục tiêu: Ôn tập kiến thức về công thức tính thể tích khối chóp

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc SGK, giải các bài toán trắc nghiệm:

7.37. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng  $S$ , chiều cao bằng  $h$  là:

A.  $V = S \cdot h$ .

B.  $V = \frac{1}{2} S \cdot h$ .

C.  $V = \frac{1}{3} S \cdot h$ .

D.  $V = \frac{2}{3} S \cdot h$ .

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

Đáp án: C

d) Tổ chức thực hiện

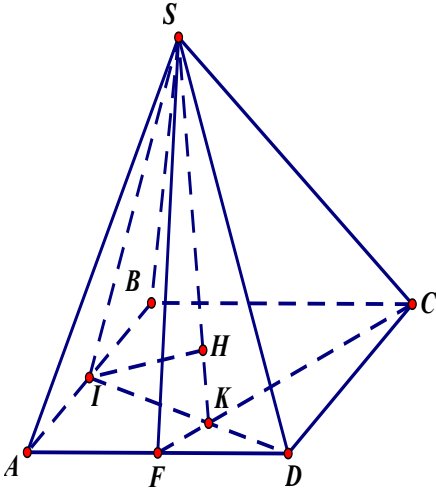
<b>Chuyển giao</b>	- GV yêu cầu học sinh làm bài tập - HS nhận nhiệm vụ
<b>Thực hiện</b>	- HS thực hiện nhiệm vụ cá nhân - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn học sinh
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS nêu bật được mối liên hệ giữa đường và mặt - GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

#### HOẠT ĐỘNG 4: LUYỆN TẬP VÀ LÀM THÊM.

a) Mục tiêu: Nhằm rèn luyện cho học sinh khả năng vận dụng định nghĩa, định lý vào chứng minh bài toán hình học. Luyện tập cách xác định và tính các loại khoảng cách trong không gian

b) Nội dung: Giải bài tập

c) Sản phẩm:

BÀI TẬP	GỢI Ý
<p><b>Bài tập 1:</b> Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> đáy <math>ABCD</math> là hình vuông cạnh <math>a</math>, tam giác <math>SAB</math> đều, <math>(SAB) \perp (ABCD)</math>. Gọi <math>I, F</math> lần lượt là trung điểm của <math>AB</math> và <math>AD</math>. Tính <math>d(I, (SFC))</math></p>	 <p>Ta có <math>\begin{cases} CF \perp DI \\ CF \perp SI \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CF \perp (SID) \\ CF \subset (SCF) \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow (SCF) \perp (SID)</math></p> <p><math>(SCF) \cap (SID) = SK</math></p>

	<p>Gọi H là hình chiếu của I trên SK</p> $\Rightarrow IH = d(I; (SCF))$ $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, ID = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ $\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DF^2} = \frac{5}{a^2}$ $\Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ $\Rightarrow IK = ID - DK = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$
--	---

<p><b>Bài tập 2:</b>          Cho hình lăng trụ đứng <math>ABC.A'B'C'</math>, đáy ABC là tam giác đều cạnh a, <math>AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}</math>. Tính <math>d(AB, CB')</math></p>	<div style="text-align: center;"> </div> <p>+ Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và A'B'</p> <p>+ Ta có: <math>AB \parallel (CA'B') \Rightarrow d(AB, CB') = d(AB, (CA'B')) = d(I, (CA'B'))</math></p> <p>+ Trong mp(CIJ) kẻ <math>IH \perp CJ</math> (1), (<math>H \in CJ</math>)</p> <p>Ta có: <math>A'B' \perp (IJ)</math> (vì <math>ABC.A'B'C'</math> là hình lăng trụ đứng) và <math>IC \perp A'B'</math> (vì <math>\Delta ABC</math> là tam giác đều) nên <math>A'B' \perp (CIJ) \Rightarrow IH \perp A'B'</math> (2).</p> <p>Từ (1), (2) suy ra: <math>IH \perp (CA'B')</math> hay <math>d(AB, CB') = IH</math></p> <p>+ Xét tam giác vuông CIJ có:</p> $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{IJ^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{10}{3a^2}$ $\Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{30}}{10}$ <p>Vậy <math>d(AB, CB') = IH = \frac{a\sqrt{30}}{10}</math></p>
--	---

d) Tổ chức thực hiện:

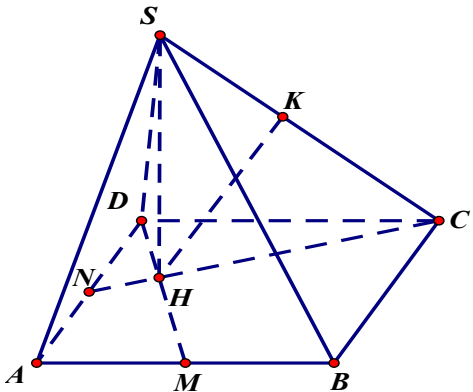
<b>Chuyển giao</b>	GV: HS làm việc cặp đôi, viết lời giải vào giấy nháp. HS: Nhận
<b>Thực hiện</b>	GV: GV quan sát HS làm việc, nhắc nhở các em không tích cực, giải đáp



	nếu các em có thắc mắc về nội dung bài tập. HS: <i>Mỗi</i> cặp hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả bài làm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Giáo viên gọi hai học sinh đại diện lên bảng trình bày lời giải. Các hs khác quan sát lời giải, cho ý kiến góp ý.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	GV góp ý, sửa sai, rút kinh nghiệm cho các em hs ( nếu cần). Yêu cầu HS tự trình bày lời giải vào vở.

### 3. Hoạt động 3: VẬN DỤNG

- a) Mục tiêu: Hình thành năng lực toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh.  
b) Nội dung: Giải bài tập  
c) Sản phẩm:

BÀI TẬP	GỢI Ý
<p><b>Bài tập :</b> Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD, H là giao điểm của CN và DM, <math>SH \perp (ABCD)</math>, <math>SH = a\sqrt{3}</math>. Tính <math>d(DM, SC)</math></p>	<p>+ Trong mp(SCH) kẻ <math>HK \perp SC</math> (1), (<math>K \in SC</math>).</p> <p>+ Mặt khác,  <math display="block">\left. \begin{array}{l} SH \perp (ABCD) \\ DM \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp DM (*)</math></p> <p>Dễ dàng chứng minh được <math>DM \perp CN (**)</math>.  <math>\Rightarrow DM \perp (SCH) \Rightarrow DM \perp HK</math> (2).</p> <p>Từ (1), (2) suy ra: HK là đoạn vuông góc chung của DM và SC.</p> <p>+ Ta có:  <math>\Delta HCD \sim \Delta DCN</math>  <math display="block">\Rightarrow HC = \frac{CD^2}{CN} = \frac{a^2}{\sqrt{CD^2 - DN^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}</math></p> <p>Xét tam giác vuông SHC ta có:  <math display="block">\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}</math></p> <p>Vậy <math>d(DM, SC) = HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}</math></p> 

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	GV: HS làm việc cặp đôi, viết lời giải vào giấy nháp.
--------------------	---

	HS:Nhận
<b><i>Thực hiện</i></b>	GV: GV quan sát HS làm việc, nhắc nhở các em không tích cực, giải đáp nếu các em có thắc mắc về nội dung bài tập. HS: <i>Mỗi</i> cặp hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả bài làm.
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	Giáo viên gọi một học sinh lên bảng trình bày lời giải. Các hs khác quan sát lời giải, cho ý kiến góp ý.
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	GV góp ý, sửa sai, rút kinh nghiệm cho các em hs ( nếu cần). Yêu cầu HS tự trình bày lời giải vào vở.

Ngày ..... tháng ..... năm 2023

***TTCM ký duyệt***

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY

### TÊN BÀI DẠY: BÀI 28. BIẾN CỐ HỢP, BIẾN CỐ GIAO, BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (03 tiết)

#### I. Mục tiêu

##### 1. Về kiến thức:

Nhận biết các khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập.

Diễn đạt được bằng lời khái niệm biến cố hợp, biến cố giao.

Xác định được biến cố hợp, biến cố giao là tập con của không gian mẫu.

Xác định được hai biến cố độc lập hay không độc lập.

##### 2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong trong các bài tập và ví dụ.

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế, biểu đồ Ven.

- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.

- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các ví dụ, bài tập.

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

##### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.

- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.

- Có thể giới quan khoa học

#### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, ...

#### III. Tiến trình dạy học

##### Tiết 1.

##### 1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: **Bài toán mở đầu:**

Trong một cuộc khảo sát về mức sống của người Hà Nội, người khảo sát chọn ngẫu nhiên một gia đình ở Hà Nội. Xét các biến cố sau:

$M$  : “Gia đình có tivi”;

$N$  : “Gia đình có máy vi tính”;

$E$  : “Gia đình có tivi hoặc máy vi tính”;

$F$  : “Gia đình có cả tivi và máy vi tính”;

$G$  : “Gia đình có tivi hoặc máy vi tính nhưng có cả hai thiết bị trên”;

*H*: “Gia đình không có cả tivi và máy vi tính”.

Các biến cố trên rõ ràng có mối liên hệ với nhau. Chúng ta có thể mô tả các mối liên hệ đó một cách cô đọng, súc tích bằng các khái niệm và các kí hiệu toán học được không?

- c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh  
d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên yêu cầu học sinh Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi:
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát đọc nội dung HĐ1. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Nêu được một mối quan hệ các tập hợp dựa vào kiến thức phép toán về tập hợp lớp 10 + Huy động các kiến thức đã học để
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. Biến cố hợp

#### Hoạt động 2.1. Khái niệm biến cố hợp

- a) Mục tiêu: Học sinh nhận biết được biến cố hợp.  
b) Nội dung:

**HĐ1.** Một tổ trong lớp 11A có 10 học sinh. Điểm kiểm tra học kì I của 10 bạn này ở hai môn Toán và Ngữ văn được cho như sau:

	Môn	Toán	Ngữ văn
Tên học sinh			
Bảo		7	6
Dung		5	9
Định		5	6
Lan		8	7
Long		6	8
Hương		9	7
Phúc		8	6
Cường		8	9
Tuấn		4	5
Trang		10	8

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

- A*: “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn”;  
*B*: “Học sinh đó được điểm giỏi môn Toán”;

$C$ : “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn hoặc điểm giỏi môn Toán”.

Câu 1. Mô tả không gian mẫu và các tập con  $A$ ,  $B$ ,  $C$  của không gian mẫu.

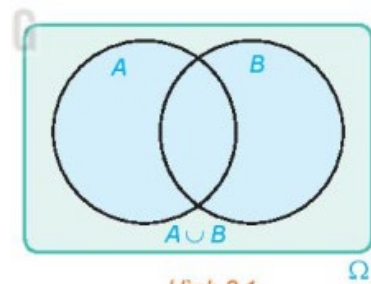
Câu 2. Tìm  $A \cup B$ .

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của học sinh

Khái niệm biến cố hợp

Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố. Biến cố: “ $A$  hoặc  $B$  xảy ra” được gọi là **biến cố hợp** của  $A$  và  $B$ , kí hiệu  $A \cup B$ . Biến cố hợp của  $A$  và  $B$  là tập con  $A \cup B$  của không gian mẫu  $\Omega$ .



Hình 8.1

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	Quan sát HĐ 1 sách giáo khoa và trả lời câu hỏi Câu 1. Mô tả không gian mẫu và các tập con $A$ , $B$ , $C$ của không gian mẫu. Câu 2. Tìm $A \cup B$ . Từ đó nêu khái niệm về biến cố hợp
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện cặp báo cáo, các cặp còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 2.2. Luyện tập về biến cố hợp

a) Mục tiêu: Vận dụng để tìm biến cố hợp

b) Nội dung:

**VD1.** Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi  $E$  là biến cố “Số thẻ ghi trên tấm thẻ là số lẻ”;  $F$  là biến cố “Số thẻ ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố”.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nêu nội dung của biến cố hợp  $G = E \cup F$ . Hỏi  $G$  là tập con nào của không gian mẫu?

#### Lời giải

a) Không gian mẫu  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$ .

b)  $E \cup F$  là biến cố “Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ hoặc là số nguyên tố”.

Ta có  $E = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$ ,  $F = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\}$ .

Vậy  $G = E \cup F = \{1; 2; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$ .

**Luyện tập 1.** Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, các giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài.

Xét các biến cố sau:

$E$ : “Học sinh đó là một bạn nữ”

$F$ : “Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H”.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nêu nội dung của biến cố hợp  $G = E \cup F$ . Gọi  $G$  là tập con nào của không gian mẫu.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

a) Không gian mẫu  $\Omega = \{ \text{Hương, Hồng Dung, Phương, Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải} \}$ .

b)  $E \cup F$  là biến cố “Học sinh là nữ hoặc có tên bắt đầu chữ H”.

Ta có

$E = \{ \text{Hương, Hồng Dung, Phương} \}$ .

$F = \{ \text{Hương, Hồng, Hoàng, Hải} \}$ .

Vậy  $G = E \cup F = \{ \text{Hương, Hồng Dung, Phương, Hoàng, Hải} \}$ .

.  $G \subset \Omega$

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động nhóm 4 người;

<b>Chuyển giao</b>	<p>Học sinh thực theo nhóm 4 người đọc ví dụ 1 và thực hiện luyện tập 1</p> <p>Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, các giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài.</p> <p>Xét các biến cố sau:</p> <p><math>E</math>: “Học sinh đó là một bạn nữ”</p> <p><math>F</math>: “Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H”.</p> <p>a) Mô tả không gian mẫu.</p> <p>b) Nêu nội dung của biến cố hợp <math>G = E \cup F</math>. Gọi <math>G</math> là tập con nào của không gian mẫu.</p> <p>Thực hiện cá nhân trong 5 phút</p> <p>Thống nhất trong nhóm 3 phút</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>* Học sinh quan sát nêu ví dụ 1 và rút ra cách thực hiện ví dụ 1.</p> <p>Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.</p> <p>Mong đợi</p>

<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## Tiết 2.

### II. Biến cố giao

#### Hoạt động 1. Hình thành khái niệm biến cố giao

a) Mục tiêu: Học sinh nhận biết được biến cố giao.

b) Nội dung:

**HD1.** Một tổ trong lớp 11A có 10 học sinh. Điểm kiểm tra học kì I của 10 bạn này ở hai môn Toán và Ngữ văn được cho như sau:

Tên học sinh \ Môn	Toán	Ngữ văn
Bảo	7	6
Dung	5	9
Đình	5	6
Lan	8	7
Long	6	8
Hương	9	7
Phúc	8	6
Cường	8	9
Tuấn	4	5
Trang	10	8

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

$A$ : “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn”;

$B$ : “Học sinh đó được điểm giỏi môn Toán”;

$D$ : “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn và điểm giỏi môn Toán”.

Câu 1. Mô tả tập  $D$ , Tập  $D$  có là tập con của không gian mẫu không?

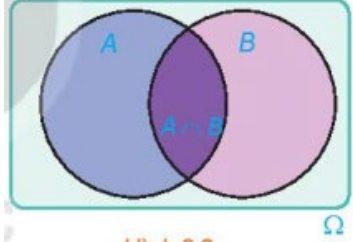
Câu 2. Tìm  $A \cap B$ , so sánh tập  $A \cap B$  và tập  $D$

Từ đó nêu định nghĩa về biến cố giao.

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của học sinh

Khái niệm biến cố hợp

<p>Cho <math>A</math> và <math>B</math> là hai biến cố. Biến cố: “Cả <math>A</math> và <math>B</math> đều xảy ra” được gọi là <b>biến cố giao</b> của <math>A</math> và <math>B</math>, kí hiệu <math>AB</math>.</p> <p>Biến cố giao của <math>A</math> và <math>B</math> là tập con <math>A \cap B</math> của không gian mẫu <math>\Omega</math>.</p>	 <p style="text-align: center;">Hình 8.2</p>
--	---

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<p>Quan sát HĐ 2 sách giáo khoa và trả lời câu hỏi</p> <p>Câu 1. Hỏi <math>D</math> là tập con nào của không gian mẫu?</p> <p>Câu 2. Tìm <math>A \cap B</math>.</p> <p>Từ đó nêu khái niệm về biến cố giao</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- Tìm câu trả lời</p> <p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>* Đại diện cặp báo cáo, các cặp còn lại theo dõi thảo luận.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức</p>

### Hoạt động 2. Luyện tập về biến cố giao

a) Mục tiêu: Vận dụng để tìm biến cố giao

b) Nội dung:

#### Học sinh đọc VD2 để hiểu cách tìm biến cố giao và sau đó áp dụng làm luyện tập 2

**Luyện tập 2.** Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố  $P$ : "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4";  $Q$ : "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nội dung của biến cố giao  $S = PQ$  là gì? Mỗi biến cố  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  là tập con nào của không gian mẫu?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

a) Không gian mẫu  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 25\}$ .

b)  $S = PQ$  là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4 và cho 6";

Ta có

$$P = \{4; 8; 12; 16; 20; 24\}$$

$$Q = \{6; 12; 18; 24\}$$

$$\text{Vậy } S = PQ = \{12; 24\}$$

$$. S \subset \Omega$$



d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động nhóm 4 người;

<p><b>Chuyển giao</b></p>	<p>Học sinh thực theo nhóm 4 người đọc ví dụ 2 và thực hiện luyện tập 2</p> <p>Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố <math>P</math>: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4"; <math>Q</math>: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6".</p> <p>a) Mô tả không gian mẫu.</p> <p>b) Nội dung của biến cố giao <math>S = PQ</math> là gì? Mỗi biến cố <math>P</math>, <math>Q</math>, <math>S</math> là tập con nào của không gian mẫu?</p> <p>Thực hiện cá nhân trong 5 phút</p> <p>Thống nhất trong nhóm 3 phút</p>
<p><b>Thực hiện</b></p>	<p>* Học sinh quan sát nêu ví dụ 2 và rút ra cách thực hiện ví dụ 2.</p> <p>Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.</p> <p>Mong đợi</p> <p>a) Không gian mẫu <math>\Omega = \{ 1;2;3;4;5;\dots;25\}</math>.</p> <p>b) <math>S = PQ</math> là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4 và cho 6";</p> <p>Ta có</p> $P = \{4; 8; 12; 16; 20; 24\}$ $Q = \{6; 12; 18; 24\}$ <p>Vậy <math>S = PQ = \{12; 24\}</math></p> <p>. <math>S \subset \Omega</math></p>
<p><b>Báo cáo thảo luận</b></p>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</p>
<p><b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b></p>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức</p>

### Hoạt động 3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng biến cố hợp và giao vào giải bài tập thực tế.

b) Nội dung:

BT 8.1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và quan sát số ghi trên thẻ. Gọi  $A$  là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7";  $B$  là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Mỗi biến cố  $A \cup B$  và  $AB$  là tập con nào của không gian mẫu?

BT 8.3. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Xét hai biến cố sau:

$P$ : "Học sinh đó bị cận thị";

$Q$ : "Học sinh đó học giỏi môn Toán".

Nêu nội dung của các biến cố  $P \cup Q$ ;  $PQ$  và  $\overline{PQ}$ .

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận nhóm 4 người.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Tiết 3.

#### III. Biến cố độc lập

##### 1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Gọi mở vào định nghĩa biến cố độc lập.

b) Nội dung:

**HD3.** Hai bạn Minh và Sơn, mỗi người gieo đồng thời một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:

$A$ : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số chẵn";

$B$ : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3".

Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố  $A$  có ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố  $B$  không? Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố  $B$  có ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố  $A$  không?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động của cặp)

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên hướng dẫn học sinh thực hiện HD3 * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các cặp.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các cặp
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện HS báo cáo, các HS còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo

	- Chốt kiến thức
--	------------------

Từ đó hình thành khái niệm biến cố độc lập

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Biến cố độc lập

- a) Mục tiêu: Nêu được biến cố độc lập và lấy được ví dụ  
 b) Nội dung: Nêu được định nghĩa biến cố độc lập và lấy ví dụ  
 c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

**ĐN biến cố độc lập:** *Cặp biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.*

- d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cá nhân

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động cho HS làm việc cá nhân. * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa biến cố độc lập.
<b>Thực hiện</b>	- HS thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện HS báo cáo, các HS còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## 3. Hoạt động 3: Luyện tập

- a) Mục tiêu: Bước đầu biết vận dụng giải quyết bài tập liên quan đến biến cố đối.  
 b) Nội dung:

**Luyện tập 3.** Trở lại tình huống trong HĐ3. Xét hai biến cố sau:

$E$ : "Số chấu xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số nguyên tố";

$B$ : "Số chấu xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3".

Hai biến cố  $E$  và  $B$  độc lập hay không độc lập?

- c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

$$\text{Nếu } B \text{ xảy ra: } P(E) = \frac{3}{6}$$

$$\text{Nếu } B \text{ không xảy ra: } P(E) = \frac{3}{6}$$

$$\text{Nếu } E \text{ xảy ra: } P(B) = \frac{2}{6}$$

$$\text{Nếu } E \text{ không xảy ra: } P(B) = \frac{2}{6}$$

Vậy 2 biến cố  $B$  và  $E$  độc lập

- d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
--------------------	--

<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### 4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng Định lý côsin vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

**BT 8.4.** Có hai chuồng nuôi thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra một con thỏ. Xét hai biến cố sau:

$A$ : "Bắt được con thỏ trắng từ chuồng I";

$B$ : "Bắt được con thỏ đen từ chuồng II".

Chứng tỏ rằng hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập.

**BT 8.5.** Có hai chuồng nuôi gà. Chuồng I có 9 con gà mái và 3 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái và 6 con gà trống. Bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng I để đem bán rồi dồn các con gà còn lại của chuồng I vào chuồng II. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng II. Xét hai biến cố sau:

$E$ : "Bắt được con gà trống từ chuồng I";

$F$ : "Bắt được con gà mái từ chuồng II".

Chứng tỏ rằng hai biến cố  $E$  và  $F$  không độc lập.

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

BT 8.4.

$$\text{Nếu } B \text{ xảy ra: } P(A) = \frac{10}{15}$$

$$\text{Nếu } B \text{ không xảy ra: } P(A) = \frac{10}{15}$$

$$\text{Nếu } E \text{ xảy ra: } P(B) = \frac{7}{10}$$

$$\text{Nếu } E \text{ không xảy ra: } P(B) = \frac{7}{10}$$

Vậy 2 biến cố  $B$  và  $A$  độc lập

BT 8.5.

Nếu  $E$  xảy ra: Chuồng I có 9 con gà mái và 2 con gà trống. Sau khi bắt một con gà trống từ chuồng I và dồn số gà đó sang chuồng II thì chuồng II có  $9+3=12$  con gà mái và  $6+2=8$  gà trống vậy  $P(F) = \frac{12}{20}$

Nếu  $E$  không xảy ra: Chuồng I có 8 con gà mái và 3 con gà trống. Sau khi bắt một con gà trống từ chuồng I và dồn số gà đó sang chuồng II thì chuồng II có  $8+3=11$  con gà mái và  $6+3=9$  gà trống vậy  $P(F) = \frac{11}{20}$

Vậy xác suất của  $F$  thay đổi phụ thuộc vào  $E$  xảy ra hay không xảy ra

Vậy biến cố E, F không độc lập

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b><i>Chuyển giao</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b><i>Thực hiện</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>- Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b><i>Báo cáo thảo luận</i></b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b><i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>



**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: BÀI 29: CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT**  
Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11  
Thời gian thực hiện: (03 tiết)

**I. Mục tiêu**

**1. Về kiến thức:**

- Tính xác suất của biến cố hợp của hai biến cố xung khắc bằng cách sử dụng công thức cộng xác suất.

- Tính xác suất của biến cố hợp của hai biến cố bất kì bằng cách sử dụng công thức cộng xác suất và phương pháp tổ hợp.

**2. Về năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong giải các hoạt động, ví dụ và luyện tập

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.

- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.

- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong ví dụ, bài tập.

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

**3. Về phẩm chất:**

- Chăm chỉ, tích cực xây dựng bài.

- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới.

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phân, thước kẻ, máy chiếu, ...

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1.**

**1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tình huống để học sinh tiếp cận bài học, tạo tâm thế học tập cho học sinh.

b) Nội dung: Tình huống mở đầu

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

- Chuyển giao: GV nêu tình huống mở đầu và đặt câu hỏi

- Thực hiện: HS suy nghĩ và thảo luận bạn cùng bàn

- Báo cáo, thảo luận: HS giơ tay trả lời

- Đánh giá, nhận xét, tổng hợp: GV nhận xét, đánh giá và dẫn dắt học sinh vào bài mới

**2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức**

**I. Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc**

**Hoạt động 2.1: Biến cố xung khắc**

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được khái niệm hai biến cố xung khắc

b) Nội dung:

**H1:** GV yêu cầu học sinh làm HĐ1. Cho biết biến cố A và B xung khắc khi nào?

**H2:** GV yêu cầu học sinh làm Ví dụ 1: SGK trang 73

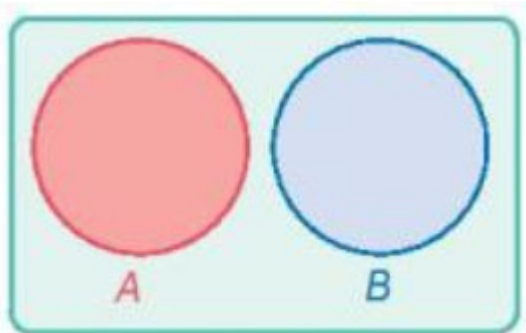
**H3:** GV yêu cầu học sinh thảo luận theo nhóm làm Luyện tập 1: SGK

Lời giải: Hai biến cố E và F không xung khắc vì nếu chọn được bạn thích cả môn cầu lông và môn bóng đá thì cả E và F đều xảy ra

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

*Biến cố A và biến cố B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.*

*Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi  $A \cap B = \emptyset$*



Hình 8.3

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV yêu cầu học sinh làm H1</li> <li>- GV hướng dẫn học sinh thực hiện Ví dụ 1</li> <li>- GV yêu cầu học sinh trao đổi theo cặp đôi cùng bàn thực hiện H3: Luyện tập 1</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS tìm câu trả lời</li> <li>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn HS</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời HĐ1. Gọi HS khác nhận xét, bổ sung.</li> <li>- Gọi 1 HS lên bảng trình bày Luyện tập 1.</li> <li>- HS còn lại theo dõi và nhận xét.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức</li> </ul>

Hoạt động 2.2: Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

a) Mục tiêu: Học sinh biết được công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc và áp dụng làm bài tập đơn giản.

b) Nội dung:

**H1:** GV yêu cầu học sinh làm HĐ2.

**H2:** GV yêu cầu học sinh làm Ví dụ 2

**H3:** GV yêu cầu học sinh thảo luận theo nhóm làm Luyện tập 2

Lời giải:

Xét các biến cố A: "Chọn được cả hai quả cầu màu xanh",

B: "Chọn được cả hai quả cầu màu đỏ".

Biến cố C : "Hai quả cả có cùng màu" là biến cố hợp của A và B .

Hai biến cố A và B là xung khắc nên  $P(C) = P(A) + P(B)$ .

$$n(\Omega) = C_8^2 = 28, n(A) = C_5^2 = 10.$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{10}{28}.$$

$$n(B) = C_3^2 = 3. \text{ Do đó } P(B) = \frac{3}{28}.$$

$$\text{Vậy } P(C) = P(A) + P(B) = \frac{10}{28} + \frac{3}{28} = \frac{13}{28}.$$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV yêu cầu học sinh hoạt động cá nhân làm H1</li> <li>- GV hướng dẫn học sinh thực hiện Ví dụ 2</li> </ul>
--------------------	---



	- GV yêu cầu học sinh trao đổi theo nhóm 4 người thực hiện H3
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ và đưa ra câu trả lời - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn HS
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- GV gọi HS lên bảng trình bày kết quả. - HS còn lại theo dõi và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

## Tiết 2

### II. Công thức cộng xác suất

#### 1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Gọi mở vào công thức cộng xác suất.

b) Nội dung: HĐ3

Gợi ý:

Ý a)  $P(A)$  là tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn.  $P(B)$  là tỉ lệ học sinh học khá môn Toán.  $P(AB)$  là tỉ lệ học sinh học khá cả môn Ngữ văn và môn Toán.

$P(A \cup B)$  là tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán.

Ý b) Vì hai biến cố  $A$  và  $B$  không xung khắc.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên yêu cầu học sinh đọc HĐ3 và suy nghĩ trả lời
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS hoạt động cá nhân - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Gọi 4 hs lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác theo dõi và nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Công thức cộng xác suất

a) Mục tiêu: Biết và giải thích được công thức cộng xác suất

b) Nội dung: Công thức cộng xác suất

Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ . Khi đó ta có:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo nhóm bàn hai học sinh. - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về công thức cộng xác suất.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - Học sinh suy nghĩ rút ra công thức cộng xác suất và giải thích được.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- GV gọi đại diện 1 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: HS vận dụng được công thức cộng xác suất vào bài toán đơn giản.

b) Nội dung: Luyện tập 3

Lời giải:

Xét các biến cố  $A$  : "Học sinh đó thích môn Bóng đá",

$B$ : "Học sinh đó thích môn Bóng bàn".

Biến cố  $E$ : "Học sinh đó thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn" là biến cố hợp của  $A$  và  $B$ .

Theo công thức cộng:

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{19}{30}; P(B) = \frac{17}{30}; P(A \cap B) = \frac{15}{30}.$$

Thay vào ta được:

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{19}{30} + \frac{17}{30} - \frac{15}{30} = \frac{21}{30} = 0,7.$$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm 4 người
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### 4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức cộng xác suất vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung: Giải quyết bài toán trong tình huống mở đầu

Lời giải:

Theo công thức xác suất của biến cố đối:  $P(E) = 1 - P(\bar{E})$ .

Theo công thức cộng xác suất ta có:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

Do đó:  $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$ .

Dữ liệu bài toán cho ta:

$$P(A) = 8,2\% = 0,082; P(B) = 12,5\% = 0,125; P(A \cap B) = 5,7\% = 0,057$$

Thay giá trị của  $P(A)$ ,  $P(B)$  và  $P(A \cap B)$  vào ta được:

$$P(E) = 1 - 0,082 - 0,125 + 0,057 = 0,85.$$

Vậy xác suất để người đó không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp là 0,85. Điều đó có nghĩa là có 85% dân cư trên 50 tuổi của tỉnh X không có cả bệnh tim và bệnh huyết áp.

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm 6 người
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn

<p>ại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức</p>
--

### Tiết 3: Luyện tập

#### 1. Hoạt động 1: Hệ thống kiến thức

a) Mục tiêu: HS nhớ lại công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc và công thức cộng xác suất

b) Nội dung:

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Cho hai biến cố A và B. Khi đó ta có:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

- Chuyển giao: GV gấp sách vở viết ra giấy nháp trong vòng 2 phút

- Thực hiện: HS viết vào giấy

- Báo cáo, thảo luận: GV thu giấy ngẫu nhiên 5 học sinh chấm điểm.

- Đánh giá, nhận xét, tổng hợp: GV nhận xét, đánh giá và chốt kiến thức

#### 2. Hoạt động 2: Luyện tập

Hoạt động 2.1: Luyện tập quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

a) Mục tiêu: Luyện tập quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc.

b) Nội dung:

Bài tập 8.6. Gọi A là biến cố: "Bạn Sơn lấy được viên bi xanh và bạn Tùng lấy được viên bi xanh", B là biến cố: "Bạn Sơn lấy được viên bi đỏ và bạn Tùng lấy được viên bi xanh".

Biến cố: "Bạn Tùng lấy được viên bi xanh" chính là biến cố  $A \cup B$ . Do A và B xung khắc nên  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Mỗi kết quả có thể là một bộ (a; b) trong đó a là viên bi bạn Sơn chọn; b là viên bi bạn Tùng chọn.

a có 14 cách chọn. b có 13 cách chọn. Do đó theo quy tắc nhân số bộ (a; b) là  $14 \cdot 13 = 182$ .

Vậy  $n(\Omega) = 182$ .

+ Tính  $P(A)$  :

Bạn Sơn có 8 cách chọn được viên bi xanh. Bạn Tùng có 7 cách chọn được viên bi xanh.

Do đó  $n(A) = 8 \cdot 7 = 56$ . Vậy  $P(A) = \frac{56}{182}$ .

+ Tính  $P(B)$  :

Bạn Sơn có 6 cách chọn được viên bi đỏ. Bạn Tùng có 8 cách chọn được viên bi xanh

Do đó  $n(B) = 6 \cdot 8 = 48$ . Vậy  $P(B) = \frac{48}{182}$ .

Vậy  $P(A \cup B) = \frac{56}{182} + \frac{48}{182} = \frac{104}{182}$ .

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li> <li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li> <li>- Thảo luận theo nhóm 6 người</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn

**Hoạt động 2.2:** Luyện tập quy tắc cộng xác suất cho hai biến cố bất kì và quy tắc tính xác suất của biến cố đối.

**a) Mục tiêu:** Luyện tập quy tắc cộng xác suất cho hai biến cố bất kì và quy tắc tính xác suất của biến cố đối.

**b) Nội dung:**

Bài tập 8.7. Gọi  $A$  là biến cố: "Bạn đó thích nhạc cổ điển";  $B$  là biến cố: "Bạn đó thích nhạc trẻ";  $AB$  là biến cố: "Bạn đó thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ".

Ta có  $n(A) = 14$ , suy ra  $P(A) = \frac{14}{40}$ .

$n(B) = 13$ , suy ra  $P(B) = \frac{13}{40}$ .

$n(AB) = 5$ , suy ra  $P(AB) = \frac{5}{40}$ .

Ý a) Gọi  $E$  là biến cố: "Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ". Ta có  $E = A \cup B$ .

Vậy  $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{14}{40} + \frac{13}{40} - \frac{5}{40} = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}$ .

Ý b) Gọi  $F$  là biến cố: "Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển lẫn nhạc trẻ". Khi đó  $F$  là biến cố đối của  $E$ . Vậy  $P(F) = 1 - P(E) = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20}$ .

Bài tập 8.8. Gọi  $A$  là biến cố: "Hộ đó nuôi chó";  $B$  là biến cố: "Hộ đó nuôi mèo".  $AB$  là biến cố: "Hộ đó nuôi cả chó và mèo". Ta có:

$n(A) = 18$ , suy ra  $P(A) = \frac{18}{50}$ .

$n(B) = 16$ , suy ra  $P(B) = \frac{16}{50}$ .

$n(AB) = 7$ , suy ra  $P(AB) = \frac{7}{50}$ .

Ý a) Gọi  $E$  là biến cố: "Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo". Ta có  $E = A \cup B$ .

Vậy  $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{18}{50} + \frac{16}{50} - \frac{7}{50} = \frac{27}{50}$ .

Ý b) Gọi  $F$  là biến cố: "Hộ đó không nuôi cả chó và mèo".  $F$  là biến cố đối của biến cố  $E$ .

Vậy  $P(F) = 1 - P(E) = 1 - \frac{27}{50} = \frac{23}{50}$ .

Bài tập 8.9. Gọi  $A$  là biến cố: "Người đó mua sách A";  $B$  là biến cố: "Người đó mua sách B". Ta có:  $P(A) = 0,5$ ;  $P(B) = 0,7$ ;  $P(AB) = 0,3$ .

Ý a) Gọi  $E$  là biến cố: "Người đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B", khi đó  $E = A \cup B$ . Vậy  $P(E) = P(A \cup B) = 0,5 + 0,7 - 0,3 = 0,9$ .

Ý b) Gọi  $F$  là biến cố: "Người mua đó không mua cả sách A và sách B". là biến cố đối của biến cố  $E$ . Vậy  $P(F) = 1 - P(E) = 1 - 0,9 = 0,1$ .

Bài tập 8.10. Chọn ngẫu nhiên một giáo viên môn Toán THPT của tỉnh X. Ta tính xác suất để giáo viên đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B. đó tham khảo bộ sách giáo khoa B.

Ta có  $P(A) = 63\% = 0,63$ ;  $P(B) = 56\% = 0,56$ ;  $P(AB) = 28,5\% = 0,285$ .

Gọi  $E$  là biến cố: "Giáo viên đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B".

Biến cố đối  $\bar{E}$ : "Giáo viên đó tham khảo hoặc bộ sách giáo khoa A hoặc bộ sách giáo

Theo công thức xác suất của biến cố đối ta có  $P(E) = 1 - P(\bar{E})$ .

Theo công thức cộng xác suất ta có  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .

Do đó  $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$ .

Thay giá trị của  $P(A)$ ,  $P(B)$  và  $P(AB)$  vào ta được

$$P(E) = 1 - 0,63 - 0,56 + 0,285 = 0,095.$$

Vậy xác suất để giáo viên đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B là 0,095 .  
Suy ra 9,5\% giáo viên môn Toán các trường THPT của tỉnh X không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B .

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ</li><li>- GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li><li>- GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li></ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- HS suy nghĩ đưa ra lời giải.</li><li>- Thảo luận theo nhóm 6 người</li></ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li><li>- Chốt kiến thức</li></ul>

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: CÔNG THỨC NHÂN CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

**I. Mục tiêu**

**1. Về kiến thức:**

- Hiểu được phương pháp tính xác suất của biến cố giao của hai biến cố độc lập bằng cách sử dụng công thức nhân xác suất và sơ đồ hình cây.

**2. Về năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề.

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.

- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.

- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong công thức, ví dụ, bài tập.

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

**3. Về phẩm chất:**

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.

- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.

- Có thể giới quan khoa học.

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phần, thước kẻ, máy chiếu.

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1. Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**

**1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi:



Tại vòng chung kết của một đại hội thể thao, vận động viên An thi đấu môn Bắn súng, vận động viên Bình thi đấu môn Bơi lội.

Biết rằng xác suất giành huy chương của vận động viên An và vận động viên Bình tương ứng là 0,8 và 0,9. Hỏi xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương là bao nhiêu?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Giáo viên dẫn dắt vào bài mới.

**2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới**

a) Mục tiêu: Học sinh tiếp cận công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập thông qua việc thực hiện hoạt động 1

b) Nội dung:

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ . Công thức này gọi là **công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<p>- Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện HĐ1</p> <p><b>HĐ1.</b> Có hai hộp đựng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hộp I có 6 quả màu trắng và 4 quả màu đen. Hộp II có 1 quả màu trắng và 7 quả màu đen. Bạn Long lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I, bạn Hải lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xét các biến cố sau:</p> <p>A: “Bạn Long lấy được quả bóng màu trắng”;</p> <p>B: “Bạn Hải lấy được quả bóng màu đen”;</p> <p>a) So sánh <math>P(A), P(B), P(AB)</math>.</p> <p>b) So sánh <math>P(AB)</math> và <math>P(A) \cdot P(B)</math>.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- Học sinh tìm câu trả lời</p> <p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</p> <p>Gợi ý: a) Dễ thấy <math>P(A) = \frac{6}{10}; P(B) = \frac{7}{8}</math>. Tính <math>P(AB): n(\Omega) = 10 \cdot 8 = 80</math></p> <p>; <math>n(AB) = 6 \cdot 7 = 42</math>, suy ra <math>P(AB) = \frac{42}{80}</math>.</p> <p>b) Ta có <math>P(AB) = P(A)P(B)</math>.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức.</p>

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Bước đầu biết tính xác suất của biến cố giao của hai biến cố độc lập bằng cách sử dụng công thức nhân xác suất và sơ đồ hình cây.

b) Nội dung:

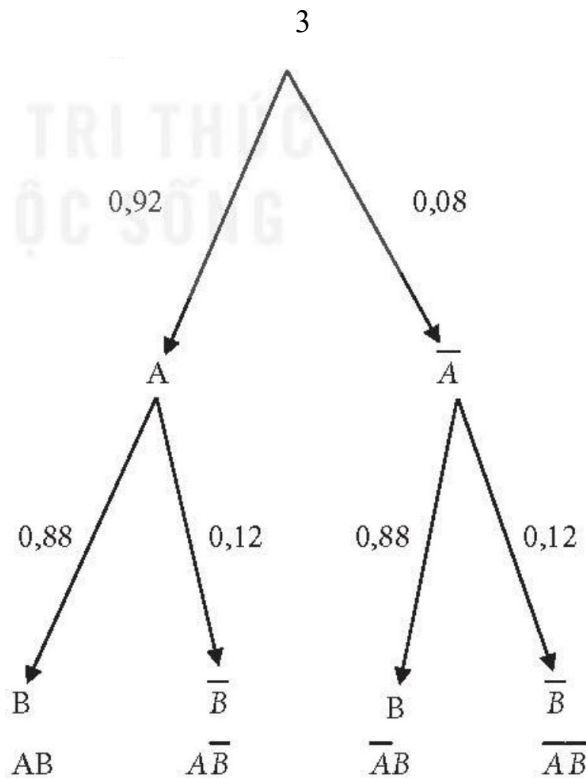
**Luyện tập 1.** Các bạn học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hạt loại hạt giống A và B. Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B độc lập với nhau. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

a) Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;

b) Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;

c) ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

Gợi ý: Gọi A là biến cố: “Hạt A nảy mầm”; B là biến cố: “Hạt B nảy mầm”. Ta có sơ đồ hình cây như sau:



a) Biến cố: "Hạt A nảy mầm, hạt B không nảy mầm" là biến cố  $A\bar{B}$ .  
 Vậy  $P(A\bar{B}) = 0,92 \cdot 0,12 = 0,1104$ .

b) Biến cố: "Hạt A không nảy mầm, hạt B nảy mầm" là biến cố  $\bar{A}B$ .  
 Vậy  $P(\bar{A}B) = 0,08 \cdot 0,88 = 0,0704$ .

c) Biến cố: "Có ít nhất một trong hai hạt nảy mầm" là biến cố  $A \cup B$ . Vậy

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\
 &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\
 &= 0,92 + 0,88 - 0,92 \cdot 0,88 = 0,9904
 \end{aligned}$$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* GV đề nghị học sinh nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</li> <li>* GV hướng dẫn học sinh vẽ sơ đồ hình cây.</li> <li>* GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* HS nghiên cứu ví dụ 1, suy nghĩ đưa ra lời giải LT1</li> <li>* Thảo luận theo nhóm đôi</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.</li> <li>- GV chữa chuẩn.</li> </ul>

## Tiết 2. Vận dụng

### 1. Hoạt động 1: Nghiên cứu ví dụ 2

a) Mục tiêu: Học sinh tìm hiểu cách vận dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập để giải bài toán thực tế.

b) Nội dung:

**Ví dụ 2.** Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có 0,37% người tử vong, 29% người không thắt dây an toàn và có 0,28% người không thắt dây an toàn và tử



vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

### Giải

Chọn ngẫu nhiên một người đã bị tai nạn ô tô.

Gọi  $A$  là biến cố “Người đó đã tử vong”.  $B$  là biến cố “ Người đó đã không thắt dây an toàn”.

Khi đó,  $AB$  là biến cố “ Người đó không thắt dây an toàn và đã tử vong”

Ta có  $P(A) = 0,37\% = 0,0037$  ;  $P(B) = 29\% = 0,29$  . Suy ra

$$P(A).P(B) = 0,0037.0,29 = 0,001073 .$$

Mặt khác  $P(AB) = P(A).P(B) = 0,28\% = 0,0028$  .

Vì  $P(AB) \neq P(A).P(B)$  nên hai biến cố  $A$  và  $B$  không độc lập.

Vậy việc không thắt dây an toàn khi lái xe có liên quan tới nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên yêu cầu học sinh đọc ví dụ 2 và trả lời câu hỏi sau: Câu hỏi: Tại sao để Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau ta lại cần chứng minh $P(AB) \neq P(A).P(B)$ ?
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo cặp trả lời câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Học sinh đứng tại chỗ trả lời, học sinh khác theo dõi, phản biện.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - GV chữa chuẩn.

## 2. Hoạt động 2: Luyện tập

a) Mục tiêu: bước đầu biết vận dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập để giải bài toán thực tế.

b) Nội dung:

**Luyện tập 2.** Để nghiên cứu mối liên hệ giữa thói quen hút thuốc với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bệnh viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Gợi ý: Tương tự ví dụ 2, để chứng tỏ việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau, ta cần chứng minh hai biến cố  $A$  và  $B$  không độc lập, tức là chỉ ra  $P(AB) \neq P(A).P(B)$

Lời giải:

Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm 5000 người đang xét. Xét các biến cố sau:

$A$ : "Người đó nghiện thuốc lá",

$B$  : "Người đó mắc bệnh viêm phổi".

Khi đó  $AB$  là biến cố: "Người đó nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi".

Số người nghiện thuốc lá là:

$$752 + 1236 = 1988.$$

Số người mắc bệnh viêm phổi là:

$$752 + 575 = 1327.$$

Số người nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi là 752.

Ta có  $P(A) = \frac{1988}{5000}$ ;  $P(B) = \frac{1327}{5000}$ ;

$$P(AB) = \frac{752}{5000}.$$

$$P(A)P(B) = \frac{1988}{5000} \cdot \frac{1327}{5000} \neq \frac{752}{5000} = P(AB).$$

Vậy hai biến cố  $A$  và  $B$  không độc lập. Do đó ta kết luận việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm 3-4 người

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị HS nêu cách làm và trình bày lời giải. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm 3-4 người
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - GV chữa chuẩn.

### 3. Hoạt động 3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập để giải bài toán thực tế.

b) Nội dung:

Bài 8.12. Một thùng đựng 60 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 60. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau :

A : “ Số ghi trên tấm thẻ là ước của 60” và B : “ Số ghi trên tấm thẻ là ước của 48”.

Chứng tỏ rằng A và B là hai biến cố độc lập.

Lời giải:

a) Ta có  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$ ;  $B = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$ .

$AB = A \cap B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ . Suy ra

$$P(A) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}; P(B) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}; P(AB) = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}.$$

b) Ta có  $P(A)P(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ .

$$P(AB) = \frac{1}{10} \neq \frac{1}{30} = P(A)P(B).$$

Do đó hai biến cố  $A$  và  $B$  không độc lập.

Bài 8.13. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác Suất để :

- Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ ;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu;
- Hai viên bi được lấy không cùng màu.

*Lời giải*

a) Gọi  $A$  là biến cố: "Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh". Gọi  $A_1$  là biến cố: "Viên bi lấy ra từ túi I có màu xanh",  $A_2$  là biến cố: "Viên bi lấy ra từ túi II có màu xanh".

Ta có  $A = A_1A_2$ . Hai biến cố  $A_1$  và  $A_2$  độc lập nên  $P(A) = P(A_1)P(A_2)$ .

Dễ thấy  $P(A_1) = \frac{3}{10}$ ;  $P(A_2) = \frac{10}{16}$ . Suy ra  $P(A) = P(A_1)P(A_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{30}{160}$ .

b) Gọi  $B$  là biến cố: "Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ". Gọi  $B_1$  là biến cố: "Viên bi lấy ra từ túi I có màu đỏ",  $B_2$  là biến cố: "Viên bi lấy ra từ túi II có màu đỏ".

Ta có  $B = B_1B_2$ . Hai biến cố  $B_1$  và  $B_2$  độc lập nên

$$P(B) = P(B_1)P(B_2) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{16} = \frac{42}{160}.$$

c) Gọi  $E$  là biến cố: "Hai viên bi lấy ra cùng màu". Ta có  $E = A \cup B$ . Hai biến cố  $A$  và  $B$  xung khắc nên  $P(E) = P(A) + P(B)$ .

$$\text{Vậy } P(E) = P(A) + P(B) = \frac{30}{160} + \frac{42}{160} = \frac{72}{160} = \frac{9}{20}.$$

d) Gọi  $F$  là biến cố: "Hai viên bi lấy ra không cùng màu". Ta có  $F = \bar{E}$ .

$$\text{Vậy } P(F) = P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}.$$

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải.
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm đôi
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - GV chữa chuẩn. Đối với các bài tập còn lại trong SGK GV có thể gợi ý học sinh về nhà làm và báo cáo trong tiết sau.

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

Tiết theo PPCT: ....

Thời gian thực hiện: Ngày / /2023 lớp ....

Môn: TOÁN

### I. Mục tiêu: Về Kiến thức, Kỹ năng:

- Ghi nhớ các khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập, biến cố xung khắc.
- **Ghi nhớ Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc**
- **Ghi nhớ Công thức nhân xác suất**
- **Ghi nhớ Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**

### 2. Về phẩm chất: Trung thực, trách nhiệm với bản thân

II. Thiết bị dạy học và học liệu: Sách giáo khoa; Phiếu học tập

### III. Tiến trình dạy học

#### 1. Hoạt động 1: Củng cố kiến thức cơ bản của chương VIII

a) Mục tiêu: Ghi nhớ các khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập. Các công thức tính xác suất biến cố

b) Nội dung:

Trình bày lại khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập. Các công thức tính xác suất (công thức cộng; công thức nhân)

c) Sản phẩm: Trình bày kết quả ra giấy

d) Tổ chức thực hiện:

*Bước 1 (Chuyển giao nhiệm vụ học tập)*

Giáo viên đưa ra yêu cầu (ghi các nội dung kiến thức nêu trên ra giấy, thời gian thực hiện 5 phút)

Học sinh trình bày theo ghi nhớ cá nhân ra giấy.

*Bước 2 (Thực hiện nhiệm vụ học tập):* HS thực hiện cá nhân theo yêu cầu được giao, GV giám sát học sinh thực hiện.

*Bước 3 (Báo cáo, thảo luận)* HS nộp toàn bộ **sản phẩm cá nhân** và tự hoàn thiện lại lần nữa ra vở.

*Bước 4 (Kết luận, nhận định, hợp thức hóa kiến thức)* GV rà soát nhanh và đưa ra định hướng học tập.

Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố. Biến cố: “ $A$  hoặc  $B$  xảy ra” được gọi là **biến cố hợp** của  $A$  và  $B$ , kí hiệu  $A \cup B$ . Biến cố hợp của  $A$  và  $B$  là tập con  $A \cup B$  của không gian mẫu  $\Omega$ .

Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố. Biến cố: “Cả  $A$  và  $B$  đều xảy ra” được gọi là **biến cố giao** của  $A$  và  $B$ , kí hiệu  $AB$ . Biến cố giao của  $A$  và  $B$  là tập con  $A \cap B$  của không gian mẫu  $\Omega$ .

Biến cố  $A$  và biến cố  $B$  được gọi là **xung khắc** nếu  $A$  và  $B$  không đồng thời xảy ra. Hai biến cố  $A$  và  $B$  xung khắc khi và chỉ khi  $A \cap B = \emptyset$ .

#### **Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc**

Nếu  $A$  và  $B$  là hai biến cố xung khắc thì  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

#### **Công thức cộng xác suất**

Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ . Khi đó, ta có:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

#### **Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì  $P(AB) = P(A).P(B)$ . Công thức này gọi là **công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**.

## 2. Hoạt động 2: Luyện tập giải toán

a) Mục tiêu: Vận dụng được các kiến thức cơ bản về xác suất giải các bài toán trắc nghiệm và tự luận cuối chương VIII

b) Nội dung: (Tùy theo đối tượng lựa chọn đủ hoặc một số bài)

### A. TRẮC NGHIỆM

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời câu hỏi trong các Bài 8.16, 8.17

Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ

trong hộp. Gọi A là biến cố : “ Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9” ; B là

biến cố : “ Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”

**8.16 (NB).** Số phần tử của  $A \cup B$  là

- A. 11.                      B. 10.                      C. 12.                      D. 13.

**8.17 (NB).** Số phần tử của  $AB$  là

- A. 5.                      B. 6.                      C. 3.                      D. 4.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời câu hỏi trong các Bài 8.18, 8.19

Tại một cuộc hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh,

21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp.

Chọn ngẫu

Nhiên một người hội thảo.

**8.18 (TH).** Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hay tiếng pháp là

- A.  $\frac{47}{50}$ .                      B.  $\frac{37}{50}$ .                      C.  $\frac{39}{50}$ .                      D.  $\frac{41}{50}$ .

**8.19 (TH).** Xác suất để người được chọn không thành thạo cả hai thứ tiếng Anh hay tiếng pháp là

- A.  $\frac{7}{50}$ .                      B.  $\frac{3}{50}$ .                      C.  $\frac{9}{50}$ .                      D.  $\frac{11}{50}$ .

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời câu hỏi trong các Bài 8.20, 8.21

Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ,

26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

**8.20 (VD).** Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là

- A.  $\frac{18}{40}$ .                      B.  $\frac{14}{40}$ .                      C.  $\frac{19}{40}$ .                      D.  $\frac{21}{40}$ .

**8.21 (VD).** Xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là

- A.  $\frac{7}{40}$ .                      B.  $\frac{9}{40}$ .                      C.  $\frac{8}{40}$ .                      D.  $\frac{11}{40}$ .

## B. TỰ LUẬN

**8.22 (NB).** Hai vận động viên bắn súng A và B mỗi người bắn một viên đạn vào tám bia một cách độc lập. Xét các biến cố sau:

M: “Vận động viên A bắn trúng vòng 10”

N: “Vận động viên B bắn trúng vòng 10”

Hãy biểu diễn các biến cố sau theo biến cố M và N:

- C: “ Có ít nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10”;
- D: “ Cả hai vận động viên bắn trúng vòng 10”;
- E: “ Cả hai vận động viên bắn đều không bắn trúng vòng 10”;
- F: “ Vận động viên A bắn trúng và vận động viên B không bắn trúng vòng 10”;
- G: “ Chỉ có duy nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10 ”.

**8.23 (TH).** Một đoàn khách du lịch gồm 31 người, trong đó có 7 người đến từ Hà Nội, 5 người đến từ Hải Phòng. Chọn ngẫu nhiên một người trong đoàn. Tính xác suất để người đó đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng.

**8.24 (VD).** Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xét các biến cố sau:

- A: “ Ở lần gieo thứ nhất, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1”;
- B: “ Ở lần gieo thứ hai , số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2”;
- C: “ Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 8”;
- D: “ Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 7”

Chứng tỏ rằng các cặp biến cố A và C; B và D không độc lập.

**8.25 (VD).** Hai chuyến bay của hai hãng hàng không X và Y, hoạt động độc lập với nhau.

Xác suất để chuyến bay của hãng X và hãng Y khởi hành đúng giờ tương ứng là 0,92 và

0,98. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- a) Cả hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;
- b) Chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ
- c) Có ít nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ.

c) Sản phẩm:

8.16.  $A \cup B = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 18; 20\}$ . Đáp án A.

8.17.  $AB = A \cap B = \{10; 12; 14\}$ . Đáp án C.

8.18. Xét các biến cố  $A$ : “Người đó thành thạo tiếng Anh”,  $B$ : “Người đó thành thạo tiếng Pháp”.

Biến cố  $E$ : “Người đó thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp” là biến cố hợp của  $A$  và  $B$ .

Theo công thức cộng ta có  $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .

Ta có  $P(A) = \frac{31}{50}$ ;  $P(B) = \frac{21}{50}$ ;  $P(AB) = \frac{5}{50}$ .

Thay vào ta được  $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{21}{50} - \frac{5}{50} = \frac{47}{50}$ .

Đáp án A.

8.19. Biến cố  $F$ : “Người đó không thành thạo cả hai thứ tiếng Anh hay Pháp” là biến cố đối của biến cố  $E$ .

$$\text{Vậy } P(F) = P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{47}{50} = \frac{3}{50}.$$

Đáp án B.

8.20. Gọi  $A$  là biến cố: “Học sinh đó thích bóng chuyền”,  $B$  là biến cố: “Học sinh đó thích bóng rổ”. Ta có  $P(A) = \frac{23}{40}$ ,  $P(B) = \frac{18}{40}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{26}{40}$ .

Gọi  $E$  là biến cố: “Học sinh đó không thích bóng chuyền lẫn bóng rổ”. Biến cố đối  $\bar{E}$  là “Học sinh đó thích bóng chuyền hoặc bóng rổ”.

Vậy  $\bar{E} = A \cup B$ , suy ra

$$P(E) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{26}{40} = \frac{14}{40}.$$

Đáp án B.

8.21. Ta có  $P(A) = \frac{23}{40}$ ,  $P(B) = \frac{18}{40}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{26}{40}$ , suy ra

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{23}{40} + \frac{18}{40} - \frac{26}{40} = \frac{15}{40}.$$

$A = AB \cup A\bar{B}$ , suy ra  $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$ . Do đó:

$$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{23}{40} - \frac{15}{40} = \frac{8}{40}.$$

Đáp án C.

8.22.  $C = M \cup N$ ,  $D = MN$ ,  $E = \overline{MN}$ ,  $F = M\bar{N}$ ,  $G = \overline{M\bar{N}} \cup \overline{MN}$ .

8.23. Xét các biến cố  $A$ : “Người đó đến từ Hà Nội”,  $B$ : “Người đó đến từ Hải Phòng”.

Biến cố  $E$ : “Người đó hoặc đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng” là biến cố hợp của  $A$  và  $B$ . Hai biến cố  $A$  và  $B$  xung khắc vì một người không thể đến từ hai nơi.

$$\text{Vậy } P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{31} + \frac{5}{31} = \frac{12}{31}.$$

8.24. Ta có:  $A = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6)\}$ ;  $B = \{(1,2); (2,2); (3,2); (4,2); (5,2); (6,2)\}$ .

$$\text{Suy ra } P(A) = P(B) = \frac{1}{6}.$$

Ta có:  $C = \{(2,6); (3,5); (4,4); (5,3); (6,2)\}$ . Suy ra  $P(C) = \frac{5}{36}$ .



$D = \{(1,6); (2,5); (3,4); (4,3); (5,2); (6,1)\}$ . Suy ra  $P(D) = \frac{1}{6}$ .

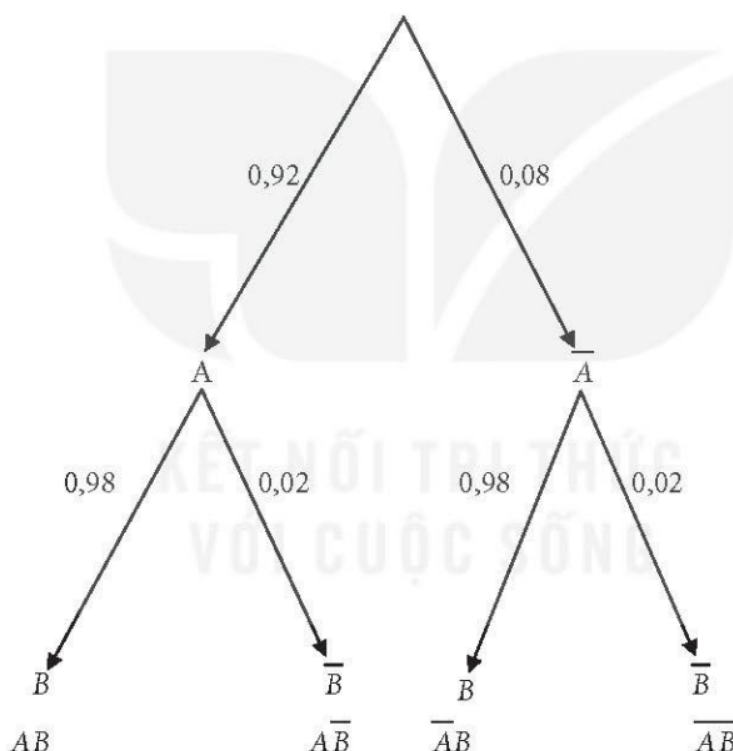
Ta có  $AC = \emptyset$ ;  $CD = \emptyset$ ;  $BC = \{(6,2)\}$ . Suy ra  $P(CD) = 0$ ;  $P(AC) = 0$ ;  $P(BC) = \frac{1}{36}$ .

Từ đó ta thấy  $P(AC) \neq P(A)P(C)$ ;  $P(BC) \neq P(B)P(C)$ ;  $P(CD) \neq P(C)P(D)$ .

Vậy các cặp biến cố  $(A,C)$ ;  $(B,C)$ ;  $(C,D)$  không độc lập.

8.25. a) Gọi  $A$  là biến cố: “Chuyến bay của hãng X khởi hành đúng giờ” và  $B$  là biến cố: “Chuyến bay của hãng Y khởi hành đúng giờ”. Từ giả thiết ta có  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

Vẽ sơ đồ hình cây:



a)  $P(AB) = 0,92 \cdot 0,98 = 0,9016$ .

b) Gọi  $M$  là biến cố: “Chỉ có một chuyến bay khởi hành đúng giờ”.  $M = A\bar{B} \cup \bar{A}B$ , do đó  $P(M) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B)$ .

Ta có  $P(A\bar{B}) = 0,92 \cdot 0,02 = 0,0184$ ;  $P(\bar{A}B) = 0,08 \cdot 0,98 = 0,0784$ .

Suy ra  $P(M) = 0,0184 + 0,0784 = 0,0968$ .

c)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,92 + 0,98 - 0,9016 = 0,9984$ .

d) Tổ chức thực hiện:

**Bước 1 (Chuyển giao nhiệm vụ học tập)** Với những bài tập TN học sinh lựa chọn phương án đúng và giải thích vắn tắt cho phương án lựa chọn.

Với những bài tự luận học sinh cần trình bày rõ lời giải cho từng bài.

**Bước 2 (Thực hiện nhiệm vụ học tập):** HS thực hiện đầy đủ theo yêu cầu của GV. GV theo dõi và hỗ trợ học sinh yếu (nếu cần)

**Bước 3 (Báo cáo, thảo luận)** Với bài tập TN (học sinh đứng tại chỗ trình bày, tranh luận); Với bài tập TL học sinh lên bảng trình bày, thuyết minh lời giải, tổ chức trao đổi

*Bước 4 (Kết luận, nhận định, hợp thức hóa kiến thức) GV theo dõi và chuẩn hóa kiến thức*

#### **4. Tổng kết và hướng dẫn học tập**

- Xây dựng sơ đồ kiến thức cho toàn bộ nội dung đã học và các dạng toán thường gặp.
- Nhận xét về ý thức học tập của học sinh, tuyên dương học sinh tích cực.

-----

## CHƯƠNG IX. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

### I. Mục tiêu

#### 1. Về kiến thức:

- Nhận biết một số bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm.
- Nhận biết định nghĩa đạo hàm.
- Biết cách tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị bằng định nghĩa.
- Nhận biết ý nghĩa hình học của đạo hàm, biết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị.

#### 2. Về năng lực:

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong vận dụng định nghĩa đạo hàm vào giải quyết một số bài toán thực tiễn.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong lời giải của bài tập tính đạo hàm của một số hàm đơn giản bằng định nghĩa, thiết lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị và một số bài tập khác.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

#### 3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo.

### II. Thiết bị dạy học và học liệu

- GV: Chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của đạo hàm (vận tốc tức thời, cường độ tức thời, hệ số góc của tiếp tuyến,...), phần mềm/video minh họa cho sự thay đổi vị trí của cát tuyến dẫn đến vị trí tiếp tuyến tương ứng của một đồ thị, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, ...

- HS: Ôn lại kiến thức và kỹ năng tính giới hạn của hàm số, đặc biệt là kỹ năng khử dạng vô định  $\frac{0}{0}$ . Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong Vật lí.

### III. Tiến trình dạy học

#### Tiết 1.

#### 1. Hoạt động 1: Khởi động

- a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

- b) Nội dung: GV nêu các tình huống

**Tình huống 1:** Nếu một quả bóng được thả rơi tự do từ đài quan sát trên sân thượng của tòa nhà Landmark 81 (Thành phố Hồ Chí Minh) cao 461,3 m xuống mặt đất.

**CH 1:** Có tính được vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất hay không? (Bỏ qua sức cản không khí).

**Tình huống 2:** Quan sát các hình ảnh (máy chiếu)



**CH2:** Vận tốc của xe, của vận động viên tại các thời điểm khác nhau có bằng nhau không? Có tính được vận tốc tại thời điểm  $t_0$  cụ thể được không?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Biết được một số tình huống thực tế. + Mong muốn tìm cách giải quyết các vấn đề trong các câu hỏi được đưa ra. - Lưu ý: GV chỉ cần nêu tình huống để kích thích nhu cầu học tập của HS, chưa yêu cầu HS giải quyết ngay. Khi HS tiếp thu đủ lượng tri thức toán học cần thiết trong bài thì sẽ quay lại giải quyết.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	HS suy nghĩ và trả lời các câu hỏi.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### Hoạt động 2.1. MỘT SỐ BÀI TOÁN DẪN ĐẾN KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

a) Mục tiêu: Nhận biết khái niệm vận tốc tức thời của một vật chuyển động thẳng, nhận biết khái niệm cường độ tức thời trong Vật lí.

b) Nội dung: Thực hiện HĐ1, HĐ2.

c) Sản phẩm: Giới hạn dạng  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  dẫn đến khái niệm đạo hàm trong Toán học.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	HĐ1 H1? Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t_0$ đến $t$ . H2? Giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ cho ta biết điều gì?  HĐ2 H1? Tính cường độ trung bình của dòng điện trong khoảng thời gian từ $t_0$ đến $t$ . H2? Giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0}$ cho ta biết điều gì?
<b>Thực hiện</b>	- HS làm việc cặp đôi theo bàn. - Tìm câu trả lời cho các câu hỏi ở HĐ1, HĐ2
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: Nhiều bài toán trong Vật lí, Hóa học, Sinh học,... đưa đến việc tìm giới hạn dạng $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ , ở đó $y = f(x)$ là một hàm

	số đã cho. Giới hạn trên dẫn đến một khái niệm quan trọng trong Toán học, đó là khái niệm đạo hàm.
--	--

**Hoạt động 2.2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM**

a) Mục tiêu: Biết KN và các bước tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm. Tính được đạo hàm của hàm số đơn giản tại 1 điểm bằng định nghĩa.

b) Nội dung:

- KN: Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a, b)$  và điểm  $x_0 \in (a; b)$ .

Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$ , kí hiệu bởi  $f'(x_0)$  (hoặc

$y'(x_0)$ ), tức là  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

- Các bước tính đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0 \in (a; b)$ :

1. Tính  $f(x) - f(x_0)$ .

2. Lập và rút gọn tỉ số  $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  với  $x \in (a; b), x \neq x_0$ .

3. Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

c) Sản phẩm: Tính được đạo hàm tại 1 điểm của hàm số đơn giản.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm 4.

<b>Chuyển giao</b>	<p>H1? Nêu KN đạo hàm của hàm số tại 1 điểm.  H2?: Các bước tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm.  * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức.  *GV chia lớp thành các nhóm (4 HS / 2 bàn) và quy định thứ tự các nhóm từ 1 đến hết. Giao nhiệm vụ cho các nhóm: Dựa vào các bước tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm và tham khảo VD1 để thực hiện NV.  NV1(Nhóm lẻ): Tính đạo hàm của hàm số <math>y = -x^2 + 2x + 1</math> tại điểm <math>x_0 = -1</math>.  NV2 (Nhóm chẵn): Tính đạo hàm của hàm số <math>y = -x^2 + 4x</math> tại điểm <math>x_0 = 1</math></p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- Học sinh nghiên cứu SGK và trả lời các câu hỏi.  - Học sinh nghiên cứu VD1 (SGK) và làm việc theo nhóm giải quyết các NV1, NV2.  Mong đợi  <b>NV1:</b>  <math display="block">f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-x^2 + 2x + 1) + 2}{x + 1}</math> <math display="block">= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (-x+3) = 4.</math> <b>NV2:</b>  <math display="block">f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-x^2 + 4x) - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x+3) = 2.</math></p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo  - Chốt kiến thức.</p>

**Hoạt động 2.3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG**

a) Mục tiêu: Học sinh biết KN đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng.

b) Nội dung:

HD3. Tính đạo hàm  $f'(x_0)$  tại điểm  $x_0$  bất kì trong các trường hợp sau:

a)  $f(x) = c$  ( $c$  là hằng số);

b)  $f(x) = x$ .

KN: Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là có đạo hàm trên khoảng  $(a; b)$  nếu nó có đạo hàm  $f'(x)$  tại mọi điểm  $x$  thuộc khoảng đó, kí hiệu là  $y' = f'(x)$ .

**Ví dụ 2.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = cx^2$ , với  $c$  là hằng số.

**Chú ý.** Nếu phương trình chuyển động của vật là  $s = f(t)$  thì  $v(t) = f'(t)$  là vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t$ .

**Ví dụ 3.** Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

**Luyện tập 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x^2 + 1$ ;

b)  $y = kx + c$  (với  $k, c$  là hằng số).

c) Sản phẩm: KN đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cá nhân và thảo luận cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV yêu cầu HS thực hiện HD3 (Hoạt động cá nhân)</li> <li>- H?: nêu KN đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng?</li> <li>- GV: yêu cầu HS nghiên cứu VD2 và kết luận về đạo hàm của hàm số trong HD3 trên 1 khoảng.</li> <li>- GV: yêu cầu thực hiện VD3 (HD cặp đôi) thông qua các bước sau:               <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Bước 1: Viết phương trình chuyển động (mô hình hoá bài toán).</li> <li>+ Bước 2: Tính đạo hàm của phương trình chuyển động để có biểu thức tính vận tốc (sử dụng ý nghĩa cơ học của đạo hàm).</li> <li>+ Bước 3: Vật chạm đất khi quãng đường vật đi được bằng độ cao ban đầu của vật. Từ đó tính ra thời gian và vận tốc của vật khi chạm đất.</li> </ul> </li> <li>- GV yêu cầu HS củng cố kĩ năng tính đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng thông qua phần Luyện tập 2.</li> </ul>
<b>Thực hiện</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Thực hiện các yêu cầu của GV.</li> <li>- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi theo bàn.</li> </ul>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS đại diện các nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.</li> </ul>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</li> <li>- Chốt kiến thức.</li> <li>- Lưu ý: Kĩ năng tính đạo hàm không khác gì khi tính đạo hàm tại một điểm cụ thể. Điều khác biệt ở đây chỉ là kết quả sẽ phụ thuộc vào điểm <math>x_0</math> và khi <math>x_0</math> thay đổi ta sẽ được một hàm số, gọi là đạo hàm của hàm số <math>f(x)</math> đã cho.</li> </ul>

**3. Hoạt động 3: Củng cố, giao nhiệm vụ về nhà**

- Nhắc lại KN đạo hàm của hàm số tại 1 điểm, trên 1 khoảng và cách tính đạo hàm của hàm số.

- NV về nhà: giải bài tập 9.1, 9.2, 9.4.

**Tiết 2.****1. Hoạt động 1: Mở đầu**

a) Mục tiêu: Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua 2 điểm cho trước.

b) Nội dung:

Cho đường thẳng  $d: y = kx + b$ . Xác định  $k$  biết đường thẳng  $d$  đi qua 2 điểm  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ .

- c) Sản phẩm: Kết quả hoạt động nhóm của học sinh.  
d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên hướng dẫn học sinh các viết PT đường thẳng đi qua 2 điểm cho trước, sử dụng phương pháp cộng đại số để xác định $k$ . - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời. - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và dẫn dắt HS vào HĐ4.

## 2. Hoạt động 2: Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM

### Hoạt động 2.1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số

- a) Mục tiêu: Nhận biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số.  
b) Nội dung: Thực hiện HĐ4.  
c) Sản phẩm: Mối liên hệ giữa hệ số góc của tiếp tuyến và đạo hàm của hàm số tại 1 điểm.  
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	H1? Đường thẳng đi qua hai điểm $P, Q$ được gọi là một cát tuyến của đồ thị $(C)$ (H9.3). Tìm hệ số góc $k_{PQ}$ của cát tuyến $PQ$ . H2? Khi $x \rightarrow x_0$ thì vị trí của điểm $Q(x; f(x))$ trên đồ thị $(C)$ thay đổi như thế nào? H3? Nếu điểm $Q$ di chuyển trên $(C)$ tới điểm $P$ mà $k_{PQ}$ có giới hạn hữu hạn $k$ thì có nhận xét gì về vị trí giới hạn của cát tuyến $QP$ ? H4? NX về mối liên hệ giữa hệ số góc của tiếp tuyến và đạo hàm của hàm số tại 1 điểm? Luyện tập 3. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{1}{2}$ .
<b>Thực hiện</b>	- HS làm việc cặp đôi theo bàn. - Tìm câu trả lời cho các câu hỏi.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức: Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $P(x_0; f(x_0))$ là đạo hàm $f'(x)$ .

### Hoạt động 2.2. Phương trình tiếp tuyến

- a) Mục tiêu: Biết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị.  
b) Nội dung: Thực hiện HĐ5.  
c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh  
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (4 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm. * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ
--------------------	---

	đó giới thiệu về phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm.
<b>Thực hiện</b>	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0$ thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $P(x_0; y_0)$ là $y - y_0 = f'(x)(x - x_0)$ , trong đó $y_0 = f(x_0)$ .

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại một điểm, tình huống tương tự Ví dụ 5.

b) Nội dung: Viết phương trình tiếp tuyến của parabol  $(P): -2x^2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$ .

Lời giải

Ta có  $y' = -4x$ . Do đó, hệ số góc của tiếp tuyến là  $k = f'(-1) = -4$ . Ngoài ra, ta có  $f(-1) = -2$  nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $y + 2 = -4(x + 1)$  hay  $y = -4x - 6$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc cá nhân./

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* 2 HS thuộc 2 đối tượng học lực khác nhau cùng lên bảng trình bày LG.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chính xác hóa lời giải.

### 4. Hoạt động 4: Vận dụng

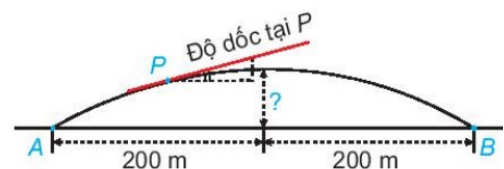
a) Mục tiêu: Vận dụng ý nghĩa hình học của đạo hàm vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

Người ta xây một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400 m (H.9.4). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá  $10^\circ$  (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như Hình 9.5). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Hình 9.4. Cầu vượt thép tại nút giao Nguyễn Văn quận Long Biên, Hà Nội

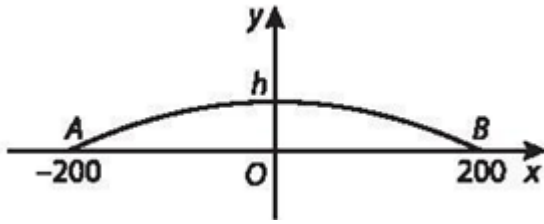


Hình 9.5

Lời giải

Gợi ý. Chọn hệ trục  $Oxy$  sao cho  $O$  là trung điểm  $AB$ , tia  $Ox$  trùng với tia  $OB$ , tia  $Oy$  hướng lên trên (nhui hình vẽ).





Khi đó  $A(-200;0), B(200;0)$ . Gọi chiều cao giới hạn của cầu là  $h(h > 0)$ , suy ra đỉnh cầu có tọa độ  $(0;h)$ .

Ta tìm được phương trình parabol của cầu là  $y = -\frac{h}{200^2}x^2 + h$

Theo cách làm của Ví dụ 2, ta có  $y' = -\frac{2h}{200^2}x$ . Suy ra hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu là

$$k = y' = -\frac{2h}{200^2}x, -200 \leq x \leq 200.$$

Do đó  $|k| = \frac{2h}{200^2}|x| \leq \frac{2h}{200^2} \cdot 200 = \frac{h}{100}$ . Vì độ dốc của cầu không quá  $10^\circ$  nên ta có

$$\frac{h}{100} \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow h \leq 17.$$

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu tới mặt đường là 17,6 m.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận theo nhóm (4HS).

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - GV giúp đỡ các nhóm gặp khó khăn. - Thảo luận theo nhóm 4 HS.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chuẩn hóa lời giải.

### 5. Hoạt động 5: Củng cố, giao nhiệm vụ về nhà

- Nhắc lại phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị.

- BTVN: 9.3, 9.5.

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM**  
Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11  
Thời gian thực hiện: (02 tiết)

**I. Mục tiêu**

**1. Về kiến thức:**

- Biết công thức đạo hàm của một số hàm số sơ cấp cơ bản: hàm lũy thừa với số mũ nguyên dương, hàm căn thức bậc hai, hàm lượng giác, hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Biết công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương các hàm số.
- Hiểu công thức tính đạo hàm của hàm số hợp.

**2. Về năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong xây dựng công thức tính đạo hàm.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

**3. Về phẩm chất:**

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo.

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1.**

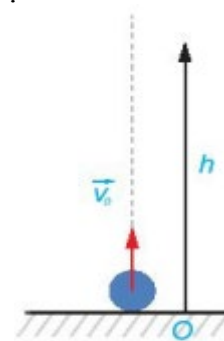
**1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, gây được hứng thú và gọi động cơ với nội dung bài học.

b) Nội dung: GV nêu tình huống, kích thích nhu cầu học tập của học sinh:

Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ . Trong vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao  $h$  so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm  $t$  (giây) sau khi ném được cho bởi công thức sau:  $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ .

Trong đó  $v_0$  là vận tốc ban đầu của vật,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  là gia tốc rơi tự do. Hãy tính vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.



Hình 9.7

**Câu 1:** Công thức tính vận tốc của vật?

**Câu 2:** Công thức chiều cao  $h$  so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm  $t$  (giây) có thể được mô tả bởi hàm số như thế nào? Hình dáng đồ thị hàm số?

**Câu 3:** Vật đạt độ cao cực đại ứng với  $t$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4:** Vật chạm đất ứng với  $t$  bằng bao nhiêu?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Huy động các kiến thức đã học trong vật lí về vận tốc của chuyển

	<p>động.</p> <p>+ Nêu được hình dáng đồ thị hàm số mô tả chiều cao của vật là Parabol có bề lõm quay xuống dưới, từ đó tìm được thời gian khi vật đạt độ cao cực đại (Đỉnh của (P)) ...</p> <p>+ Kích thích học sinh tìm các yếu tố để tính được vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức</p>

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### Hoạt động 2.1. ĐẠO HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

#### Hoạt động 2.1.1. Đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

a) Mục tiêu: Học sinh tính đạo hàm của hàm số  $y = x^n$  trong trường hợp  $n = 3$  và các kết quả đã biết ở Bài 31 với  $n = 1, n = 2$ , từ đó khái quát hóa thành công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

b) Nội dung:

#### **HD1. Nhận biết đạo hàm của hàm số $y = x^n$**

a) Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3$  tại điểm  $x$  bất kì.

b) Dự đoán công thức đạo hàm của hàm số  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức cần đạt:

Hàm số  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(x^n)' = nx^{n-1}$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cá nhân; thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV HD học sinh thực hiện <b>HD1</b> thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Tính đạo hàm của hàm số <math>y = x^3</math> tại điểm <math>x</math> bất kì.</p> <p>H2: Nhắc lại kết quả đạo hàm sau: <math>(x)' = ?</math> và <math>(x^2)' = ?</math></p> <p>H3: Dự đoán công thức đạo hàm của hàm số <math>y = x^n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^*</math>)?</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- Tìm câu trả lời</p> <p>- HS làm việc cá nhân, sau đó cặp đôi theo bàn thống nhất kết quả.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức</p>

#### Hoạt động 2.1.2. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$

a) Mục tiêu: Học sinh tính được đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  bằng định nghĩa, hiểu ví dụ.

b) Nội dung:

#### **HD2.** Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm $x > 0$ .

Ví dụ 1: Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại các điểm  $x = 4$  và  $x = \frac{1}{4}$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

+ Hàm số  $y = x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

+ Ví dụ 1: Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại các điểm  $x = 4$  và  $x = \frac{1}{4}$ .

Lời giải

Với mọi  $x \in (0; +\infty)$ , ta có  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . Do đó  $y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$  và  $y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV HD học sinh thực hiện <b>HD2</b> thông qua hệ thống câu hỏi:            H1: Nêu các bước để tính đạo hàm bằng định nghĩa?            H2: Áp dụng tính đạo hàm của hàm số <math>y = \sqrt{x}</math> bằng định nghĩa?            * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, chốt công thức tính đạo hàm của hàm số <math>y = \sqrt{x}</math>.            * GV chia lớp thành 4 nhóm (4 tổ) và giao nhiệm vụ cho các nhóm:  <b>Nhóm 1 + 3:</b> Tính đạo hàm của hàm số <math>y = \sqrt{x}</math> tại các điểm <math>x = 4</math>.  <b>Nhóm 2 + 4:</b> Tính đạo hàm của hàm số <math>y = \sqrt{x}</math> tại các điểm <math>x = \frac{1}{4}</math>.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>* Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.            Mong đợi:  <b>Nhóm 1+2:</b>            Với mọi <math>x \in (0; +\infty)</math>, ta có <math>y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}</math>. Do đó <math>y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}</math>.  <b>Nhóm 3+4:</b>            Với mọi <math>x \in (0; +\infty)</math>, ta có <math>y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}</math>. Do đó <math>y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1</math>.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo            - Chốt kiến thức.</p>

### Hoạt động 2.2. Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương

a) Mục tiêu: Học sinh khám phá quy tắc tính đạo hàm của tổng trong một trường hợp cụ thể.

Giới thiệu quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số.

b) Nội dung:

Học sinh thực hiện: **HD3**. Nhận biết quy tắc đạo hàm của tổng

a) Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3 + x^2$  tại điểm  $x$  bất kì.

b) So sánh:  $(x^3 + x^2)'$  và  $(x^3)' + (x^2)'$ .

Từ đó

Giả sử các hàm số  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(a; b)$ . Khi đó

$$(u + v)' = u' + v'; \quad (u - v)' = u' - v';$$

$$(uv)' = u'v + uv'; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0).$$

HS nêu được **Chú ý**

- Quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu có thể áp dụng cho tổng, hiệu của hai hay nhiều hàm số.

- Với  $k$  là một hằng số, ta có:  $(ku)' = ku'$ .
- Đạo hàm của hàm số nghịch đảo:  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$  ( $v = v(x) \neq 0$ ).

**Ví dụ 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1$ ;

b)  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

**Ví dụ 3.** Giải bài toán trong *tình huống mở đầu*.

c) Sản phẩm: Công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

Giả sử các hàm số  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(a; b)$ . Khi đó

$$(u + v)' = u' + v'; \quad (u - v)' = u' - v';$$

$$(uv)' = u'v + uv'; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0).$$

**Chú ý**

- Quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu có thể áp dụng cho tổng, hiệu của hai hay nhiều hàm số.
- Với  $k$  là một hằng số, ta có:  $(ku)' = ku'$ .
- Đạo hàm của hàm số nghịch đảo:  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$  ( $v = v(x) \neq 0$ ).

**Ví dụ 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1$ ;

b)  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

**Lời giải**

a) Ta có:  $y' = \frac{1}{3}(x^3)' - (x^2)' + 2(x)' + 1'$   
 $= \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x + 2$   
 $= x^2 - 2x + 2$ .

b) Với mọi  $x \neq 1$ , ta có:

$$y' = \frac{(2x+1)'(x-1) - (2x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}.$$

**Ví dụ 3.** Giải bài toán trong *tình huống mở đầu*.

**Lời giải**

Phương trình chuyển động của vật là  $v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ .

Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được cho bởi công thức  $v(t) = h' = v_0 - gt$ .

Vật đạt được độ cao cực đại tại thời điểm  $t_1 = \frac{v_0}{g}$ , tại đó vận tốc bằng

$$v(t_1) = v_0 - gt = 0.$$

Vật chạm đất tại thời điểm  $t_2$  mà  $h(t_2) = 0$  nên ta có:

$$v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 0 \text{ (oại)} \text{ và } t_2 = \frac{2v_0}{g}.$$

Khi chạm đất, vận tốc của vật là  $v(t_2) = v_0 - g t_2 = -v_0 = -20(m/s)$ .

Dấu âm của  $v(t_2)$  thể hiện độ cao của vật giảm với vận tốc  $20(m/s)$  (tức là chiều chuyển động của vật ngược với chiều dương đã chọn).

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

<b>Chuyển giao</b>	<p><b>GV</b> nêu nội dung bài toán trong HĐ3 nhận biết quy tắc tính đạo hàm của tổng.</p> <p>H1: Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số <math>y = x^3 + x^2</math> tại điểm <math>x</math> bất kì?</p> <p>H2: So sánh: <math>(x^3 + x^2)'</math> và <math>(x^3)' + (x^2)'</math> ?</p> <p>H3: Giả sử các hàm số <math>u = u(x), v = v(x)</math> có đạo hàm trên khoảng <math>(a, b)</math>.</p> <p>Kết hợp sách giáo khoa tr89, hãy điền vào chỗ trống:</p> $(u + v)' = \dots\dots\dots (u - v)' = \dots\dots\dots$ $(u \cdot v)' = \dots\dots\dots \left(\frac{u}{v}\right)' = \dots\dots\dots$ $(k \cdot u)' = \dots\dots\dots \left(\frac{1}{v}\right)' = \dots\dots\dots$
<b>Thực hiện</b>	<p>- Tìm câu trả lời.</p> <p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn HĐ3 và Ví dụ 2.</p> <p>- HS thảo luận nhóm (2 bàn/1 nhóm) thực hiện Ví dụ 3. GV hỗ trợ hướng dẫn hs tìm lời giải thông qua các bước:</p> <p>B1: + Tìm phương trình chuyển động của vật? + Công thức vận tốc <math>v(t)</math> tại thời điểm <math>t</math> của vật?</p> <p>B2: Vật đạt độ cao cực đại tại thời điểm <math>t_1 = ?</math> từ đó tính <math>v(t_1) = ?</math></p> <p>B3: Vật chạm đất tại thời điểm <math>t_2</math>, khi đó chiều cao <math>h(t_2) = 0</math>. Tìm <math>t_2</math> ? Từ đó tính <math>v(t_2) = ?</math></p> <p>(GV HD học sinh giải thích dấu âm trong kết quả của vận tốc tại thời điểm vật chạm đất).</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức, yêu cầu học sinh học thuộc và ghi nhớ các công thức.</p>

### Hoạt động 2.3. Đạo hàm của hàm số hợp.

#### Hoạt động 2.3.1. Khái niệm hàm số hợp.

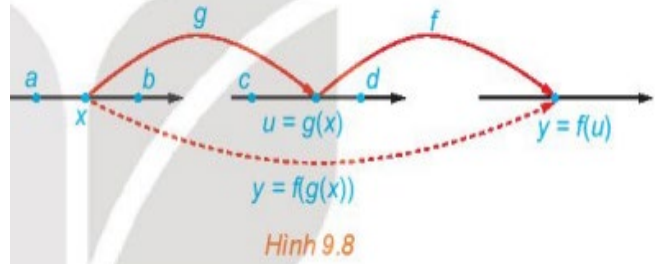
a) Mục tiêu: Học sinh hiểu khái niệm hàm số hợp.

b) Nội dung:

GV đưa ra bài toán: Diện tích của một chiếc đĩa kim loại hình tròn bán kính được cho bởi  $S = \pi r^2$ . Bán kính  $r$  thay đổi theo nhiệt độ  $t$  của chiếc đĩa, tức là  $r = r(t)$ . Khi đó, diện tích của chiếc đĩa phụ thuộc nhiệt độ  $S = S(t) = \pi(r(t))^2$ . Ta nói  $S(t)$  là hàm số hợp của hàm số  $S = \pi r^2$  với  $r = r(t)$ .

GV dẫn dắt:

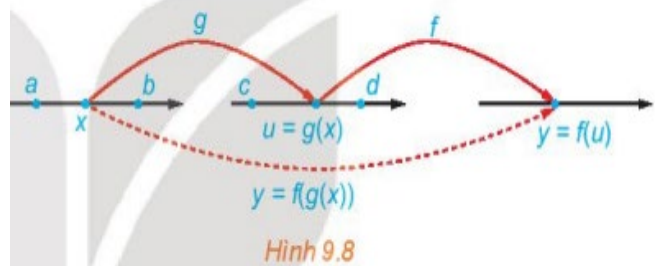
Giả sử  $u = g(x)$  là hàm số xác định trên khoảng  $(a; b)$ , có tập giá trị chứa trong khoảng  $(c; d)$  và  $y = f(u)$  là hàm số xác định trên khoảng  $(c; d)$ . Hàm số  $y = f(g(x))$  được gọi là hàm số hợp của hàm số  $y = f(u)$  với  $u = g(x)$ .



**Ví dụ 4.** Biểu diễn hàm số  $y = (2x+1)^{10}$  dưới dạng hàm số hợp.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

Giả sử  $u = g(x)$  là hàm số xác định trên khoảng  $(a; b)$ , có tập giá trị chứa trong khoảng  $(c; d)$  và  $y = f(u)$  là hàm số xác định trên khoảng  $(c; d)$ . Hàm số  $y = f(g(x))$  được gọi là hàm số hợp của hàm số  $y = f(u)$  với  $u = g(x)$ .



**Ví dụ 4.** Biểu diễn hàm số  $y = (2x+1)^{10}$  dưới dạng hàm số hợp.

#### Lời giải

Hàm số  $y = (2x+1)^{10}$  là hàm số hợp của hàm số  $y = u^{10}$  với  $u = 2x+1$ .

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân; cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	GV nêu vấn đề và dẫn dắt: Giả sử $u = g(x)$ là hàm số xác định trên khoảng $(a; b)$ , có tập giá trị chứa trong khoảng $(c; d)$ và $y = f(u)$ là hàm số xác định trên khoảng $(c; d)$ . Hàm số $y = f(g(x))$ được gọi là hàm số hợp của hàm số $y = f(u)$ với $u = g(x)$ . H1: Biểu diễn hàm số $y = (2x+1)^{10}$ dưới dạng hàm số hợp? H2: Mỗi bàn sẽ tự lấy 1 ví dụ về hàm số hợp?
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cá nhân và cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về hàm số hợp.

#### Hoạt động 2.3.2. Đạo hàm của hàm số hợp

a) Mục tiêu: Học sinh biết quy tắc tính đạo hàm của hàm số hợp.

b) Nội dung:

HS thực hiện: **HD4**. Nhận biết quy tắc đạo hàm của hàm số hợp

Cho các hàm số  $y = u^2$  và  $u = x^2 + 1$ .

a) Viết công thức của hàm số hợp  $y = (u(x))^2$  theo biến  $x$ .

b) Tính và so sánh:  $y'(x)$  và  $y'(u) \cdot u'(x)$

Từ đó tìm được: Nếu hàm số  $u = g(x)$  có đạo hàm  $u'_x$  tại  $x$  và hàm số  $y = f(u)$  có đạo hàm  $y'_u$  tại  $u$  thì hàm số hợp  $y = f(g(x))$  có đạo hàm  $y'_x$  tại  $x$  là  $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ .

**Ví dụ 5.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

Nếu hàm số  $u = g(x)$  có đạo hàm  $u'_x$  tại  $x$  và hàm số  $y = f(u)$  có đạo hàm  $y'_u$  tại  $u$  thì hàm số hợp  $y = f(g(x))$  có đạo hàm  $y'_x$  tại  $x$  là  $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ .

**Ví dụ 5.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ .

**Lời giải**

Đặt  $u = x^2 + 1$  thì  $y = \sqrt{u}$  và  $y'_u = \frac{1}{2\sqrt{u}}$ ,  $u'_x = 2x$ .

Theo công thức đạo hàm của hàm số hợp, ta có:  $y'(u) \cdot u'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Vậy đạo hàm của hàm số đã cho là  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Trong thực hành, ta thường trình bày ngắn gọn như sau:

$$y' = \left(\sqrt{x^2 + 1}\right)' = \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	* GV đặt vấn đề HD học sinh thực hiện <b>HD4</b> . Nhận biết quy tắc đạo hàm của hàm số hợp: Cho các hàm số $y = u^2$ và $u = x^2 + 1$ . H1: Viết công thức của hàm số hợp $y = (u(x))^2$ theo biến $x$ ? H2: Tính $y'(x)$ và $y'(u) \cdot u'(x)$ ? H3: So sánh $y'(x)$ và $y'(u) \cdot u'(x)$ ?
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về công thức tính đạo hàm hàm số hợp.

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

#### Hoạt động 3.1. Luyện tập tính đạo hàm tổng, hiệu, tích, thương

a) Mục tiêu: Học sinh biết vận dụng công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương vào giải bài tập.

b) Nội dung:

**Luyện tập 1.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ ;

b)  $y = (\sqrt{x} + 1)(x^2 + 2)$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh:

**Luyện tập 1.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ ;

b)  $y = (\sqrt{x} + 1)(x^2 + 2)$ .

Lời giải

a)



$$y' = \left( \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)' = \frac{(\sqrt{x})' \cdot (x+1) - (\sqrt{x}) \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x+1) - \sqrt{x}}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1) - \sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x+1)^2} = \frac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}.$$

b)

$$y' = \left( (\sqrt{x}+1)(x^2+2) \right)' = (\sqrt{x}+1)' \cdot (x^2+2) + (\sqrt{x}+1) \cdot (x^2+2)'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x^2+2) + (\sqrt{x}+1) \cdot 2x = \frac{5x^2 + 4x\sqrt{x} + 2}{2\sqrt{x}}$$

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm (2 bàn/1 nhóm)

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải, công thức áp dụng của từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đã phân công.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kết quả.

**Hoạt động 3.2. Luyện tập tính đạo hàm hàm số hợp.**

a) Mục tiêu: Học sinh biết vận dụng công thức tính đạo hàm của hàm số hợp vào giải bài tập.

b) Nội dung:

**Luyện tập 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (2x-3)^{10}$ ;

b)  $y = \sqrt{1-x^2}$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh:

**Luyện tập 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (2x-3)^{10}$ ;

b)  $y = \sqrt{1-x^2}$ .

Lời giải

a)  $y' = 10(2x-3)^{10-1} \cdot (2x-3)' = 10(2x-3)^9 \cdot 2 = 20(2x-3)^9$

b)  $y' = \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}, \forall x \neq \pm 1.$

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm (2 bàn/1 nhóm)

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải, công thức áp dụng của từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đã phân công.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kết quả.

**Tiết 2.**

**1. Hoạt động 1: Mở đầu**

a) Mục tiêu: Ôn tập, củng cố lại các nội dung đã học. Tạo không khí thoải mái khi vào bài học mới.

b) Nội dung:

\* Chơi trò chơi: “AI NHANH HƠN NÀO”

+ GV: chia lớp thành 4 nhóm, phát cho mỗi nhóm 1 viên phấn, trong vòng 3 – 5 phút các nhóm truyền tay nhau viên phấn để viết “những công thức cần nhớ đã được học trong tiết trước” lên bảng. Nhóm nào viết nhanh và chính xác nhất sẽ có phần thưởng. Lưu ý: mỗi một lần lên bảng và mỗi một học sinh chỉ được viết 1 công thức.

$$(x^n)' = \dots\dots\dots (\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$$

$$(u+v)' = \dots\dots\dots (u-v)' = \dots\dots\dots$$

$$(u.v)' = \dots\dots\dots \left(\frac{u}{v}\right)' = \dots\dots\dots$$

$$(k.u)' = \dots\dots\dots \left(\frac{1}{v}\right)' = \dots\dots\dots$$

$$y'_x = \dots\dots\dots$$

c) Sản phẩm: Kết quả hoạt động của học sinh, mong đợi:

$$\begin{array}{ll} 1) (x^n)' = n.x^{n-1} & 2) (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ 3) (u+v)' = u'+v' & 4) (u-v)' = u'-v' \\ 5) (u.v)' = u'.v+u.v' & 6) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v-u.v'}{v^2}, (v \neq 0) \\ 7) (k.u)' = ku' & 8) \left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{v'}{v^2} \quad 9) y'_x = y'_u . u'_x \end{array}$$

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	+ GV phổ biến trò chơi, luật chơi. + GV phân công chủ trò (1 hs bất kì).
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm (nếu cần).
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- HS làm việc theo nhóm, các thành viên lần lượt lên bảng ghi công thức
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức. Dẫn dắt vào bài mới.

**2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới**

\* ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

**Hoạt động 2.1. Đạo hàm của hàm số**  $y = \sin x$

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x$ . Tính được đạo hàm hàm số hợp của hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

\* HS thực hiện: HĐ 5. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x$

a) Với  $h \neq 0$ , biến đổi hiệu  $\sin(x+h) - \sin x$  thành tích.

b) Sử dụng đẳng thức giới hạn  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$  và kết quả của câu a, tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x$  tại điểm  $x$  bằng định nghĩa.

\* Từ đó nêu được: Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(\sin x)' = \cos x$ .

Đối với hàm số hợp  $y = \sin u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$

\* HS thực hiện: Ví dụ 6. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$ .

\* HS tiếp tục thực hiện: Luyện tập 3. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức cần đạt:

\* Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(\sin x)' = \cos x$ .

\* Đối với hàm số hợp  $y = \sin u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ .

**Ví dụ 6.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = \left(2x + \frac{\pi}{8}\right)' \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$

**Luyện tập 3.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm: Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số <math>y = \sin x</math> thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Với <math>h \neq 0</math>, biến đổi hiệu <math>\sin(x+h) - \sin x</math> thành tích.</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức giới hạn <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1</math> và kết quả của câu a, tính đạo hàm của hàm số <math>y = \sin x</math> tại điểm <math>x</math> bằng định nghĩa.</p> <p>H3: Từ công thức đạo hàm <math>(\sin x)' = \cos x</math>. Nêu công thức tính đạo hàm hàm số hợp <math>y = \sin u</math>?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm <math>y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)</math></p> <p>* GV yêu cầu học sinh luyện tập củng cố khắc sâu kiến thức: Tính đạo hàm hàm số <math>y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)</math>?</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số <math>y = \sin x</math>.</p>

**Hoạt động 2.2. Đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$**

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$ . Tính được đạo hàm hàm số hợp của hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

\* Học sinh thực hiện HĐ 6. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$

Bằng cách viết  $y = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ , tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$

\* Từ đó nêu được:

Hàm số  $y = \cos x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(\cos x)' = -\sin x$ .

Đối với hàm số hợp  $y = \cos u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$ .

\* HS thực hiện: Ví dụ 7. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

\* HS thực hiện : Luyện tập 4. Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

\* Hàm số  $y = \cos x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(\cos x)' = -\sin x$ .

\* Đối với hàm số hợp  $y = \cos u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$ .

**Ví dụ 7.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = -\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$

**Luyện tập 4.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi; theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm: Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số <math>y = \cos x</math> thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Bằng cách viết <math>y = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)</math>, tính đạo hàm của hàm số <math>y = \cos x</math>? (ADCT tính đạo hàm hàm số hợp)</p> <p>H2: Từ công thức đạo hàm <math>(\cos x)' = -\sin x</math>. Nêu công thức tính đạo hàm hàm số hợp <math>y = \cos u</math>?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm <math>y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)</math></p> <p>* GV yêu cầu học sinh hoạt động theo nhóm (6-7 học sinh) luyện tập củng cố khắc sâu kiến thức: Tính đạo hàm hàm số <math>y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)</math>?</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số <math>y = \cos x</math>.</p>

**Hoạt động 2.3. Đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$  và  $y = \cot x$**

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$  và  $y = \cot x$ . Tính được đạo hàm hàm số hợp của hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

\* Học sinh thực hiện HĐ 7. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$  và  $y = \cot x$

a) Bằng cách viết  $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$ , tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$

b) Sử dụng đẳng thức  $\cot x = \tan \left( \frac{\pi}{2} - x \right)$  với  $(x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$ , tính đạo hàm của hàm số  $y = \cot x$

\* Từ đó nêu được:

Hàm số  $y = \tan x$  có đạo hàm tại mọi  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

Hàm số  $y = \cot x$  có đạo hàm tại mọi  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .

\* Đối với các hàm số hợp  $y = \tan u$  và  $y = \cot u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:

$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$  (giả thiết  $\tan u$  và  $\cot u$  có nghĩa).

\* Học sinh thực hiện Ví dụ 8. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$ .

\* Học sinh thực hiện Luyện tập 5. Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2 \tan^2 x + 3 \cot \left( \frac{\pi}{3} - 2x \right)$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

\* Hàm số  $y = \tan x$  có đạo hàm tại mọi  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

\* Hàm số  $y = \cot x$  có đạo hàm tại mọi  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .

\* Đối với các hàm số hợp  $y = \tan u$  và  $y = \cot u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:

$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$  (giả thiết  $\tan u$  và  $\cot u$  có nghĩa).

**Ví dụ 8.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y' = \frac{\left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)'}{\cos^2 \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{2}{\cos^2 \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)}$$

**Luyện tập 5.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2 \tan^2 x + 3 \cot \left( \frac{\pi}{3} - 2x \right)$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi, theo nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm: Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số <math>y = \tan x</math> và <math>y = \cot x</math> thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Bằng cách viết <math>y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)</math>, tính đạo hàm</p>
--------------------	--

	<p>của hàm số <math>y = \tan x</math> ?</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức <math>\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)</math> với <math>(x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})</math>, tính đạo hàm của hàm số <math>y = \cot x</math> ?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm <math>y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)</math></p> <p>* GV yêu cầu học sinh luyện tập, thảo luận nhóm (2 bàn/1 nhóm) củng cố khắc sâu kiến thức: Tính đạo hàm hàm số <math>y = 2 \tan^2 x + 3 \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)</math></p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số <math>y = \tan x</math> và <math>y = \cot x</math>.</p>

**\* ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT**

**Hoạt động 2.4. Giới hạn liên quan đến hàm số mũ và hàm số lôgarit**

a) Mục tiêu: Học sinh biết được giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit

b) Nội dung:

\* Học sinh thực hiện HĐ 8. Giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit

a) Sử dụng phép đổi biến  $t = \frac{1}{x}$ , tìm giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}.$$

b) Với  $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$ , tính  $\ln y$  và tìm giới hạn của

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y.$$

c) Đặt  $t = e^x - 1$ . Tính  $x$  theo  $t$  và tìm giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung nhận xét:

Ta có các giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$        $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$        $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi.

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo bàn (cặp đôi): Tìm hiểu giới hạn cơ bản của hàm số mũ và lôgarit thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Sử dụng phép đổi biến <math>t = \frac{1}{x}</math>, tìm giới hạn <math>\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}</math> ?</p> <p>H2: Với <math>y = (1+x)^{\frac{1}{x}}</math>, tính <math>\ln y</math> và tìm giới hạn của <math>\lim_{x \rightarrow 0} \ln y</math> ?</p> <p>H3: Đặt <math>t = e^x - 1</math>. Tính <math>x</math> theo <math>t</math> và tìm giới hạn <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}</math> ?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi rút ra nhận xét.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận theo nhóm cặp đôi thực hiện nhiệm vụ, trả lời các câu hỏi.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>

<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit.

### Hoạt động 2.5. Đạo hàm của hàm số mũ

- a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số mũ và hàm số hợp tương ứng.  
b) Nội dung:

\* Học sinh thực hiện HĐ9. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ

- a) Sử dụng giới hạn  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$  và đẳng thức  $e^{x+h} - e^x = e^x(e^h - 1)$ , tính đạo hàm của hàm số  $y = e^x$  tại  $x$  bằng định nghĩa.

- b) Sử dụng đẳng thức  $a^x = e^{x \cdot \ln a}$  ( $0 < a \neq 1$ ), hãy tính đạo hàm của hàm số  $y = a^x$ .

\* Từ đó nêu được:

- Hàm số  $y = e^x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(e^x)' = e^x$ .

Đối với hàm số hợp  $y = e^u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(e^u)' = u' \cdot e^u$ .

- Hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ .

Đối với hàm số hợp  $y = a^u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ .

\* Học sinh thực hiện Ví dụ 9. Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{x^2-x}$

\* Học sinh thực hiện Luyện tập 6. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = e^{x^2-x}$       b)  $y = 3^{\sin x}$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

- + Hàm số  $y = e^x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(e^x)' = e^x$ .

Đối với hàm số hợp  $y = e^u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(e^u)' = u' \cdot e^u$ .

- + Hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ .

Đối với hàm số hợp  $y = a^u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ .

**Ví dụ 9.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{x^2-x}$

#### Lời giải

Ta có:  $y' = 2^{x^2-x} \cdot (x^2 - x)' \cdot \ln 2 = 2^{x^2-x} \cdot (2x - 1) \cdot \ln 2$ .

**Luyện tập 6.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = e^{x^2-x}$

b)  $y = 3^{\sin x}$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi; thảo luận nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo bàn (cặp đôi): Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ thông qua thảo luận tìm đáp án các câu hỏi:  H1: Sử dụng giới hạn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ và đẳng thức $e^{x+h} - e^x = e^x(e^h - 1)$ ,
--------------------	--

	<p>tính đạo hàm của hàm số <math>y = e^x</math> tại <math>x</math> bằng định nghĩa?</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức <math>a^x = e^{x \cdot \ln a}</math> (<math>0 &lt; a \neq 1</math>), hãy tính đạo hàm của hàm số <math>y = a^x</math>?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm của hàm số <math>y = 2^{x^2-x}</math>; thảo luận nhóm (6-7 học sinh) tính đạo hàm của các hàm số <math>y = e^{x^2-x}</math> và <math>y = 3^{\sin x}</math>.</p>
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ, trả lời các câu hỏi.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số mũ; hàm số hợp tương ứng.</p>

### Hoạt động 2.5. Đạo hàm của hàm số lôgarit

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính hàm số lôgarit và hàm số hợp tương ứng.

b) Nội dung:

\* Học sinh thực hiện **HD10**. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số lôgarit

a) Sử dụng giới hạn  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$  và đẳng thức  $\ln(x+h) - \ln x = \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$ ,

tính đạo hàm của hàm số  $y = \ln x$  tại điểm  $x > 0$  bằng định nghĩa.

b) Sử dụng đẳng thức  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$  ( $0 < a \neq 1$ ), hãy tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_a x$ .

\* Từ đó nêu được :

- Hàm số  $y = \ln x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ .

Đối với hàm số hợp  $y = \ln u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ .

- Hàm số  $y = \log_a x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ .

Đối với hàm số hợp  $y = \log_a u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$ .

- **Chú ý.** Với  $x < 0$ , ta có:  $\ln|x| = \ln(-x)$  và  $[\ln(-x)]' = \frac{(-x)'}{-x} = \frac{1}{x}$ . Từ đó ta có:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0.$$

\* Học sinh thực hiện Ví dụ 10. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \ln(x^2 + 1)$ .

\* Học sinh thực hiện Luyện tập 7. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x - 1)$ .

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

+ Hàm số  $y = \ln x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ .

Đối với hàm số hợp  $y = \ln u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ .

+ Hàm số  $y = \log_a x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ .



Đối với hàm số hợp  $y = \log_a u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$ .

**Chú ý.** Với  $x < 0$ , ta có:  $\ln|x| = \ln(-x)$  và  $[\ln(-x)]' = \frac{(-x)'}{-x} = \frac{1}{x}$ . Từ đó ta có:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0.$$

**Ví dụ 10.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \ln(x^2 + 1)$ .

**Lời giải**

Vì  $x^2 + 1 > 0$  với mọi  $x$  nên hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$ . Ta có:  $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

**Luyện tập 7.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x - 1)$ .

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi; thảo luận nhóm (6-7 học sinh).

<b>Chuyển giao</b>	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo bàn (cặp đôi): Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số lôgarit thông qua thảo luận tìm đáp án các câu hỏi:</p> <p>H1: Sử dụng giới hạn <math>\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1</math> và đẳng thức <math>\ln(x+h) - \ln x = \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)</math>, tính đạo hàm của hàm số <math>y = \ln x</math> tại điểm <math>x &gt; 0</math> bằng định nghĩa?</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức <math>\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}</math> (<math>0 &lt; a \neq 1</math>), hãy tính đạo hàm của hàm số <math>y = \log_a x</math>?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm của hàm số <math>y = \ln(x^2 + 1)</math>; thảo luận nhóm (6-7 học sinh) tính đạo hàm của hàm số <math>y = \log_2(2x - 1)</math>.</p>																		
<b>Thực hiện</b>	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ, trả lời các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>																		
<b>Báo cáo thảo luận</b>	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>																		
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số lôgarit; hàm số hợp tương ứng. - GV cùng học sinh hệ thống lại các kiến thức cần nhớ, ghi nhớ bảng đạo hàm:</p> <table border="1" data-bbox="485 1659 1441 2112"> <tbody> <tr> <td><math>(x^n)' = nx^{n-1}</math></td> <td><math>(\sin x)' = \cos x</math></td> <td><math>(e^x)' = e^x</math></td> </tr> <tr> <td><math>\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}</math></td> <td><math>(\cos x)' = -\sin x</math></td> <td><math>(a^x)' = a^x \cdot \ln a</math></td> </tr> <tr> <td><math>(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}</math></td> <td><math>(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}</math></td> <td><math>(\ln x)' = \frac{1}{x}</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}</math></td> <td><math>(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}</math></td> </tr> <tr> <td><math>(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'</math></td> <td><math>(\sin u)' = u' \cdot \cos u</math></td> <td><math>(e^u)' = e^u \cdot u'</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>(\cos u)' = -u' \cdot \sin u</math></td> <td><math>(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a</math></td> </tr> </tbody> </table>	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(e^x)' = e^x$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$		$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$	$(e^u)' = e^u \cdot u'$		$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$	$(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(e^x)' = e^x$																	
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$																	
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$																	
	$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$																	
$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$	$(e^u)' = e^u \cdot u'$																	
	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$	$(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$																	

	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$
--	--	--	--

### 3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh vận dụng các công thức tính đạo hàm vào giải bài tập.

b) Nội dung:

**9.6.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1;$

b)  $y = x^2 - 4\sqrt{x} + 3.$

**9.7.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{2x-1}{x+2};$

b)  $y = \frac{2x}{x^2+1}.$

**9.8.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x \sin^2 x;$

b)  $y = \cos^2 x + \sin 2x;$

c)  $y = \sin 3x - 3 \sin x;$

d)  $y = \tan x + \cot x.$

**9.9.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = 2^{3x-x^2};$

b)  $y = \log_3(4x+1).$

**9.10.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ . Chứng minh rằng  $|f'(x)| \leq 6$  với mọi  $x$ .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh, mong đợi:

**9.6.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1;$

b)  $y = x^2 - 4\sqrt{x} + 3.$

Lời giải:

a)  $y' = 3x^2 - 6x + 2$

b)  $y' = 2x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}}$

**9.7.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{2x-1}{x+2};$

b)  $y = \frac{2x}{x^2+1}.$

Lời giải:

a)  $y' = \frac{5}{(x+2)^2};$

b)  $y' = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}.$

**9.8.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x \sin^2 x;$

b)  $y = \cos^2 x + \sin 2x;$

c)  $y = \sin 3x - 3 \sin x;$

d)  $y = \tan x + \cot x.$

Lời giải:

a)  $y' = \sin^2 x + 2 \sin 2x$

b)  $y' = 2(\cos x - \sin 2x)$

c)  $y' = 3 \cos 3x - 3 \cos x$

d)  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$

**9.9.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = 2^{3x-x^2};$

b)  $y = \log_3(4x+1).$

Lời giải:

a)  $y' = (3-2x) \cdot 2^{3x-x^2} \cdot \ln 2;$

b)  $y' = \frac{4}{(4x+1) \ln 3}.$

**9.10.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ . Chứng minh rằng  $|f'(x)| \leq 6$  với mọi  $x$ .

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot 3 \\ &= 6 \sin\left(6x - \frac{\pi}{2}\right) = 6 \cos(6x) \end{aligned}$$

Vì  $-1 \leq \cos(6x) \leq 1$  với mọi  $x$ , nên ta có  $|f'(x)| = |6 \cos(6x)| \leq 6, \forall x$ . Suy ra điều phải chứng minh.

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi; nhóm (6-7 học sinh)

<b>Chuyển giao</b>	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi bài 9.6; 9.7 * Thảo luận theo nhóm (6-7 học sinh) bài 9.8; 9.8; 9.10
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

#### 4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức, kỹ năng được học; ý nghĩa và công thức tính đạo hàm vào giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung:

Vận dụng 1. Một vật chuyển động có phương trình  $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$  (m), với  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi  $t = 5$  giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Vận dụng 2. Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi  $\text{pH} = -\log[H^+]$ , ở đó  $[H^+]$  là nồng độ (mol/l) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ  $[H^+]$ .

9.11. Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình  $h(t) = 100 - 4,9t^2$ , ở đó độ cao  $h$  so với mặt đất tính bằng mét và thời gian  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của vật:

a) Tại thời điểm  $t = 5$  giây;                      b) Khi vật chạm đất.

9.12. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi

$s(t) = 12 + 0,5 \sin(4\pi t)$ , trong đó  $s$  tính bằng centimét và  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau  $t$  giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

d) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh, sản phẩm mong đợi:

**Vận dụng 1.** Một vật chuyển động có phương trình  $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$  (m), với  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi  $t = 5$  giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

HD:

$$\text{Vận tốc của vật là } v(t) = s'(t) = -4 \left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)' \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$$

Vận tốc của vật khi  $t = 5$  giây là  $v(5) = -8\pi \sin \frac{79\pi}{8} \approx 9,6 (/s)$

**Vận dụng 2.** Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi  $\text{pH} = -\log[H^+]$ , ở đó  $[H^+]$  là nồng độ (mol/l) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ  $[H^+]$ .

HD:

Tốc độ thay đổi của pH với nồng độ  $[H^+]$  là đạo hàm của pH, tức là:

$$\left(-\log[H^+]\right)' = -\frac{\left([H^+]\right)'}{[H^+].\ln 10} = -\frac{1}{[H^+].\ln 10}$$

**9.11.** Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình  $h(t) = 100 - 4,9t^2$ , ở đó độ cao  $h$  so với mặt đất tính bằng mét và thời gian  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của vật:

a) Tại thời điểm  $t = 5$  giây;                      b) Khi vật chạm đất.

Lời giải:

a) Để tính vận tốc của vật tại thời điểm  $t$ , ta cần tính đạo hàm của hàm số  $h(t)$  tại thời điểm đó

$$v(t) = h'(t) = (100 - 4,9t^2)' = -9,8t.$$

Vậy vận tốc của vật tại thời điểm  $t = 5$  là  $v(5) = -9,8 \cdot 5 = -49 \text{ m/s}$

b) Vật chạm đất tức là  $h(t) = 0$  hay  $100 - 4,9t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{100}{4,9}} \\ t = -\sqrt{\frac{100}{4,9}} (L) \end{cases} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{100}{4,9}}$

Vậy vận tốc khi vật chạm đất là:  $v = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 100} = \sqrt{1960} \text{ (m/s)}$

**9.12.** Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi  $s(t) = 12 + 0,5 \sin(4\pi t)$ , trong đó  $s$  tính bằng centimét và  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau  $t$  giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

Lời giải:

Đạo hàm của  $s(t)$  theo thời gian  $t$ :  $v(t) = 2\pi \cos(4\pi t)$

Ta thấy hàm  $v(t)$  là hàm cosin với biên độ  $2\pi$ , do đó giá trị lớn nhất của hàm này là  $2\pi$ . Vậy vận tốc cực đại của hạt là  $2\pi \text{ (cm/s)}$

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận theo nhóm.

<b>Chuyển giao</b>	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
<b>Thực hiện</b>	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm 6-7 học sinh.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

**KẾ HOẠCH BÀI DẠY**  
**TÊN BÀI DẠY: ĐẠO HÀM CẤP HAI**  
Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11  
Thời gian thực hiện: (02 tiết)

**I. Mục tiêu**

**1. Về kiến thức:**

- Nhận biết khái niệm đạo hàm cấp hai của một số hàm số.
- Biết cách tính đạo hàm cấp hai của một số hàm số đơn giản.
- Biết cách vận dụng đạo hàm cấp hai để giải quyết một số bài toán thực tiễn.

**2. Về năng lực:**

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong các ví dụ, bài tập.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

**3. Về phẩm chất:**

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

**III. Tiến trình dạy học**

**Tiết 1.**

**1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Chuyển động của một vật gắn trên con lắc lò xo (khi bỏ qua ma sát và sức cản không khí) được cho bởi phương trình sau:

$$x(t) = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right),$$

ở đó  $x$  tính bằng centimét và thời gian  $t$  tính bằng giây. Tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t = 5$  giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên trình chiếu nội dung của hoạt động mở đầu - Giáo viên cho HS thảo luận 2 HS cùng bàn, vận dụng kiến thức đã học để tìm gia tốc tức thời.
<b>Thực hiện</b>	- HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + Huy động các kiến thức đã học để tìm gia tốc tức thời.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và dẫn dắt vào bài

## 2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

### I. KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM CẤP HAI

#### Hoạt động 2.1. Nhận biết đạo hàm cấp hai của một hàm số

a) Mục tiêu: Học sinh nhận biết được đạo hàm cấp hai của một hàm số.

b) Nội dung: **HD1.** a) Gọi  $g(x)$  là đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ . Tính  $g(x)$ .

b) Tính đạo hàm của hàm số  $y = g(x)$

*Giả sử hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại mỗi điểm  $x \in (a; b)$ . Nếu hàm số  $y' = f'(x)$  lại có đạo hàm tại  $x$  thì ta gọi đạo hàm của  $y'$  là **đạo hàm cấp hai** của hàm số  $y = f(x)$  tại  $x$ , kí hiệu là  $y''$  hoặc  $f''(x)$ .*

c) Sản phẩm: Lời giải của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên trình chiếu nội dung hoạt động 1
<b>Thực hiện</b>	- HS nhớ lại công thức đạo hàm của hàm số lượng giác - HS làm việc cặp đôi theo bàn cùng tìm $g(x)$ .
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Sản phẩm mong muốn: a) $g(x) = y' = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)' = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ b) Đạo hàm của hàm số $y = g(x)$ là $g(x)' = \left(2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right)' = -2 \cdot (2x)' \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - GV chốt kiến thức và dẫn dắt đến khái niệm đạo hàm cấp hai

#### Hoạt động 2.2. Ví dụ

a) Mục tiêu: Học sinh tính được đạo hàm cấp hai của các hàm số.

b) Nội dung: **Ví dụ 1.** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^2 + e^{2x-1}$ . Từ đó tính  $y''(0)$ .

#### Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 2x + (2x - 1)' \cdot e^{2x-1} = 2x + 2 \cdot e^{2x-1};$$

$$y'' = 2 + 2(2x - 1)' \cdot e^{2x-1} = 2 + 4 \cdot e^{2x-1}.$$

Vậy đạo hàm cấp hai của hàm số đã cho là  $y'' = 2 + 4e^{2x-1}$ .

Khi đó ta có:  $y''(0) = 2 + 4e^{-1}$ .

c) Sản phẩm: Lời giải của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	-GV nêu nội dung của ví dụ 1 -GV: Cho HS thảo luận cặp đôi, sử dụng công thức tính đạo hàm tìm lời giải cho bài toán
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh

còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo  
- Chốt kiến thức

### Hoạt động 3. Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh tính được đạo hàm cấp hai của các hàm số.

b) Nội dung:

**Luyện tập 1.** Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a)  $y = x.e^{2x}$

b)  $y = \ln(2x+3)$ .

#### Lời giải

a) Ta có:  $y' = x'.e^{2x} + x.(e^{2x})' = e^{2x} + 2x.e^{2x}$

$$y'' = (2x)'.e^{2x} + (2x)'.e^{2x} + 2x.(2x)'.e^{2x} \\ = (4 + 4x)e^{2x}$$

Vậy đạo hàm cấp hai của hàm số đã cho là  $y'' = (4 + 4x)e^{2x}$ .

b) Ta có:  $y' = \frac{(2x+3)'}{2x+3} = \frac{2}{2x+3}$

$$y'' = -2 \frac{(2x+3)'}{(2x+3)^2} = -\frac{4}{(2x+3)^2}$$

**Luyện tập 2.** Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) Cho  $f(x) = (x-3)^6$ . Tính  $f''(2)$ .

b) Cho  $f(x) = \sin 3x$ . Tính  $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ .

#### Lời giải

a) Ta có:  $f'(x) = 6(x-3)^5$

Suy ra  $f''(x) = 6.5.(x-3)^4 = 30(x-3)^4$

Từ đó:  $f''(2) = 30.(2-3)^4 = 30$ .

b) Ta có:  $f'(x) = 3\cos 3x$  suy ra  $f''(x) = -9\sin 3x$

Do đó:  $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -9\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 9$ .

### Luyện tập 3. Câu hỏi trắc nghiệm :

**Câu 1:** Cho  $f(x) = x^3$ . Tính  $f''(1)$ .

A.  $f''(1) = 3$ .

B.  $f''(1) = 2$ .

C.  $f''(1) = 6$ .

D.  $f''(1) = 1$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f''(1)$  bằng

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = (3x-7)^5$ . Tính  $f''(2)$ .

A.  $f''(2) = 0$ .

B.  $f''(2) = 20$ .

C.  $f''(2) = -180$ .

D.  $f''(2) = 30$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ . Tính  $f''(-1)$ .

A.  $-\frac{8}{27}$

B.  $\frac{2}{9}$ .

C.  $\frac{8}{27}$

D.  $-\frac{4}{27}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+3}$ . Tính  $y''$ .

$$\text{A. } y'' = \frac{-5}{(x+3)^3}.$$

$$\text{B. } y'' = \frac{10}{(x+3)^2}.$$

$$\text{C. } y'' = \frac{-10}{(x+3)^3}.$$

$$\text{D. } y'' = \frac{5}{(x+3)^3}.$$

### Bài tập: 9.13

Cho hàm số  $f(x) = x^2 e^x$ . Tính  $f''(0)$ .

#### Lời giải

$$\text{Ta có: } f' = (x^2)' e^x + x^2 (e^x)' = 2x e^x + x^2 e^x$$

$$\begin{aligned} f'' &= (2x)' e^x + 2x (e^x)' + (x^2)' e^x + x^2 (e^x)' \\ &= 2e^x + 2x e^x + 2x e^x + x^2 e^x \\ &= (2 + 4x + x^2) e^x \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } f''(0) = 2$$

c) Sản phẩm: Lời giải của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	-Giáo viên nêu nội dung các bài toán -Giáo viên: Cho HS thảo luận theo cặp đôi, sử dụng các công thức, quy tắc tính đạo hàm tìm lời giải cho bài toán.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức, chính xác hóa kết quả, cho điểm nhóm HS lên bảng thực hiện đúng.

### Hoạt động 3: HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong sách giáo khoa: Bài 9.14; 9.15; 9.16 và làm thêm các bài tập sau:

**Bài 1:** Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a)  $f(x) = 3x^6$

b)  $f(x) = (3x+2)^4$

c)  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

**Bài 2:** a) Cho  $f(x) = (x+10)^6$ . Tính  $f''(2)$ .

b) Cho  $f(x) = \sin 3x$ . Tính  $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ ,  $f''(0)$ ,  $f''\left(\frac{\pi}{18}\right)$ .

**Bài 3:** Câu hỏi trắc nghiệm:

**Câu 6:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^6 - 4x^3 + 2x + 2022$  với  $x \in \mathbb{R}$  là

**A.**  $y'' = 30x^4 - 24x + 2$ . **B.**  $y'' = 30x^4 - 24x$ . **C.**  $y'' = 6x^5 - 12x^2 + 2$ . **D.**  $y'' = 6x^5 - 12x^2$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$  với  $x \in \mathbb{R}$ . Đạo hàm  $y''$  của hàm số là

**A.**  $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$ .

**B.**  $y'' = 5x^4 - 12x^3$ .

**C.**  $y'' = 20x^2 - 36x^3$ .

**D.**  $y'' = 20x^3 - 36x^2$ .

**Câu 8:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \frac{3x+1}{x+2}$  là



A.  $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$       B.  $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$       C.  $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$       **D.  $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$**

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{x}$ . Đạo hàm cấp hai của hàm số là

A.  $y'' = \frac{2}{x^3}$ .      B.  $y'' = \frac{-2}{x^2}$ .      **C.  $y'' = \frac{-2}{x^3}$ .**      D.  $y'' = \frac{2}{x^2}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \sin 2x$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $y^2 + (y')^2 = 4$ .      B.  $y = y' \cdot \tan 2x$ .      C.  $4y - y'' = 0$ .      **D.  $4y + y'' = 0$ .**

- Chuẩn bị bài mới "**Mục II. Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai**".

**Tiết 2**

**1. Hoạt động 1: Khởi động**

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Xét một chuyển động có vận tốc tức thời  $v(t)$ . Cho số gia  $\Delta t$  tại  $t$  và  $\Delta v = v(t + \Delta t) - v(t)$ . Tỉ số

$\frac{\Delta v}{\Delta t}$  gọi là gia tốc trung bình trong khoảng thời gian  $\Delta t$ . Giới hạn của gia tốc trung bình (nếu có) khi  $\Delta t$

dần tới 0 được gọi là gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t$ , kí hiệu là  $a(t)$ . Như vậy

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t)$$

c) Sản phẩm:

**d) Tổ chức thực hiện:**

<b>Chuyển giao</b>	- Giáo viên trình chiếu nội dung lên máy chiếu và yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu
<b>Thực hiện</b>	- HS quan sát. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + HS vận dụng các kiến thức đã học, bước đầu đưa ra nhận định của bản thân về câu trả lời.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	-GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

**2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới**

II. Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai

**Hoạt động 2.1. Nhận biết ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai**

a) Mục tiêu: Học sinh nhận biết được ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.

b) Nội dung:

**HD2.** Xét một chuyển động có phương trình  $s = 4 \cos 2\pi t$ .

a) Tìm vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t$ .

b) Tính gia tốc tức thời tại thời điểm  $t$ .

**Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai**

Một chuyển động có phương trình  $s = f(t)$  thì đạo hàm cấp hai (nếu có) của hàm số  $f(t)$  là gia tốc tức thời của chuyển động. Ta có:  $a(t) = f''(t)$

c) Sản phẩm: câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	-GV nêu nội dung hoạt động 2 và yêu cầu HS thảo luận theo nhóm 2 HS cùng bàn
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn. - Sản phẩm mong muốn: + Vận tốc tức thời của chuyển động là đạo hàm của quãng đường + Gia tốc tức thời là đạo hàm cấp một của vận tốc hoặc đạo hàm cấp hai của quãng đường.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 2.2. Luyện tập

a) Mục tiêu: Vận dụng đạo hàm cấp hai để giải quyết một số bài toán thực tiễn.

b) Nội dung: **Ví dụ 2.** Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

#### Lời giải

Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  là

$$v(t) = x'(t) = -\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \cdot 4 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -8\pi \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t$  là

$$a(t) = v'(t) = -8\pi \left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -16\pi^2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Tại thời điểm  $t = 5$ , gia tốc của vật là

$$a(5) = -16\pi^2 \cos\left(10\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -16\pi^2 \cos\frac{\pi}{3} \approx -79 \text{ (cm/s}^2\text{)}.$$

c) Sản phẩm: Lời giải của bài toán

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	Giáo viên nêu lại nội dung bài toán mở đầu và yêu cầu HS thảo luận cặp đôi tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn. - GV theo dõi, giúp đỡ, hướng dẫn các nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 3. Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng đạo hàm cấp hai để giải quyết một số bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

**Vận dụng.** Một vật chuyển động thẳng có phương trình  $s = 2t^2 + \frac{1}{2}t^4$  ( $s$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây).

Tìm gia tốc của vật tại thời điểm  $t = 4$  giây.

#### Lời giải:

Ta có:  $s' = 4t + 2t^3$

Gia tốc của vật là:  $a = s'' = 4 + 6t^2$

Vậy gia tốc của vật tại thời điểm  $t = 4$  giây là  $a(4) = 4 + 6.4^2 = 100 (m/s^2)$

**Bài tập: 9.17.** Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi  $s(t) = 10 + 0,5 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$ , trong đó  $s$  tính bằng centimét và  $t$  tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm  $t = 5$  giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải:**

Ta có:  $s'(t) = 0,5 \cdot \left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)' \cdot \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right) = \pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$

Gia tốc của hạt được cho bởi phương trình  $a(t) = s''(t) = -2\pi^2 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$

Gia tốc của hạt tại thời điểm  $t = 5$  là  $a(5) = -2\pi^2 \sin\left(10\pi + \frac{\pi}{5}\right) \approx -11,6 (m/s^2)$

c) Sản phẩm: Lời giải của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

<b>Chuyển giao</b>	-GV nêu nội dung bài toán vận dụng (SGK) và bài tập 9.17 - GV cho HS thảo luận nhóm 2 HS cùng bàn và vận dụng ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai để giải bài toán.
<b>Thực hiện</b>	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn. - GV theo dõi, giúp đỡ, hướng dẫn các nhóm.
<b>Báo cáo thảo luận</b>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<b>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</b>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

### Hoạt động 3: HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong sách giáo khoa vào vở và làm thêm các bài tập sau:

**Câu 1:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $S$  tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

**Câu 2:** Một chuyển động xác định bởi phương trình  $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$ . Trong đó  $t$  được tính bằng giây,  $S$  được tính bằng mét. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm  $t = 3$  s?

**Câu 3:** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $S = 2t^4 + 6t^2 - 3t + 1$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $S$  tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm  $t = 3$ (s) bằng bao nhiêu?

- Chuẩn bị bài mới “**Ôn tập chương 9**”.

## KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP CHƯƠNG IX

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - GT: 11

Thời gian thực hiện: 01 tiết

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức:

- Củng cố ý nghĩa vật lý và hình học của đạo hàm.
- Hệ thống hóa các công thức đạo hàm của các hàm số và các quy tắc tính đạo hàm.
- Củng cố định nghĩa và cách tính, ý nghĩa hình học và cơ học của đạo hàm cấp hai.

#### 2. Về năng lực:

2.1. Năng lực mô hình hóa toán học: Xác định được các công thức tính đạo hàm và ý nghĩa của đạo hàm cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn

2.2. Năng lực giao tiếp toán học: Trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác cho các bài toán.

2.3. Năng lực tư duy và lập luận toán học: So sánh, phân tích, biết lập luận hợp lý để giải quyết bài toán chương IX.

2.4. Năng lực giải quyết vấn đề: Lựa chọn, sắp xếp các kiến thức toán học cần thiết để giải quyết các dạng toán trong chương IX và các bài toán thực tiễn về đạo hàm.

2.5. Năng lực tự chủ và tự học: Luôn tích cực chủ động thực hiện các công việc của bản thân trong học tập.

2.6. Năng lực giao tiếp và hợp tác:

- Biết lắng nghe và có phản hồi tích cực trong giao tiếp, nhận biết ngữ cảnh giao tiếp và đặc điểm thái độ của đối tượng giao tiếp
- Hiểu rõ được nhiệm vụ của nhóm, đánh giá được khả năng của mình và tự nhận nhiệm vụ phù hợp bản thân.

#### 3. Về phẩm chất:

- Trách nhiệm: Biết chia sẻ, có trách nhiệm với bản thân, gia đình, cộng đồng.
- Chăm chỉ: Tích cực tìm tòi và sáng tạo trong việc giải quyết các dạng bài tập chương IX, có ý chí vượt qua khó khăn để đạt kết quả tốt trong học tập.
- Nhân ái: Quan tâm tới bạn, tôn trọng quyền của bạn.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, máy tính bỏ túi ...

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

#### 1. Hoạt động 1: Hoạt động khởi động

a) Mục tiêu: Hiểu rõ các kiến thức về đạo hàm.

b) Nội dung:

- Ôn tập kiến thức về đạo hàm theo yêu cầu của giáo viên.
- Vẽ sơ đồ tư duy tóm tắt kiến thức chương IX

c) Sản phẩm:

- Bài làm phiếu học tập của các nhóm.
- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm.
- Phiếu đánh giá của các nhóm .

d) Tổ chức hoạt động:

**Bước 1: giao nhiệm vụ học tập:**

**\*Trải nghiệm cụ thể**

- Vòng 1

Chủ đề A: phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm?. Nêu ví dụ minh họa ( màu đỏ)

Chủ đề B: Công thức tính đạo hàm các hàm cơ bản? Nêu ví dụ minh họa . (màu xanh)

Chủ đề C: Các quy tắc tính đạo hàm? Nêu ví dụ minh họa. (màu vàng)

Giáo viên có thể chia thành 6 nhóm: mỗi nhóm gồm học sinh 2 bàn ghép lại (mỗi nhóm có 7 hoặc 8 học sinh). Giao nhiệm vụ: nhóm 1,2 nhận chủ đề A, nhóm 3,4 nhận chủ đề B, nhóm 5,6 nhận chủ đề C.

---

Phát phiếu học tập cho học sinh. Trên phiếu học tập theo màu có đánh số từ 1 đến 15. Thông báo cho học sinh thời gian làm việc là 5 phút

- Vòng 2

Giáo viên thông báo chia thành 12 nhóm mới : mỗi nhóm 1 bàn (mỗi nhóm có từ 3 đến 6 học sinh): nhóm 1 gồm các học sinh có phiếu học tập mang số 1,2; nhóm 2 gồm các học sinh có phiếu học tập mang số 3,4; nhóm 3 gồm các học sinh có phiếu học tập mang số 5; nhóm 4 gồm các học sinh có phiếu học tập mang số 6; ... nhóm 12 gồm các học sinh có phiếu học tập mang số 14,15. Giáo viên thông báo thời gian làm việc nhóm mới

Các chuyên gia sẽ trình bày ý kiến của của nhóm mình ở vòng 1

Giao nhiệm vụ mới: Vẽ sơ đồ tư duy về chủ đề đạo hàm dựa trên kết quả của 3 chủ đề ở vòng 1.

**Bước 2: thực hiện nhiệm vụ:**

Học sinh làm việc nhóm theo phân công của giáo viên

**Bước 3: báo cáo, thảo luận:**

- Kết thúc các nhiệm vụ , các nhóm xem lại kết quả làm việc của nhóm mình, cử đại diện báo cáo kết quả thu được của nhóm.

- Trong khi một nhóm báo cáo, các nhóm còn lại quan sát, ghi nhận và bổ sung vào phiếu học tập, thực hiện đánh giá trên phiếu đánh giá.

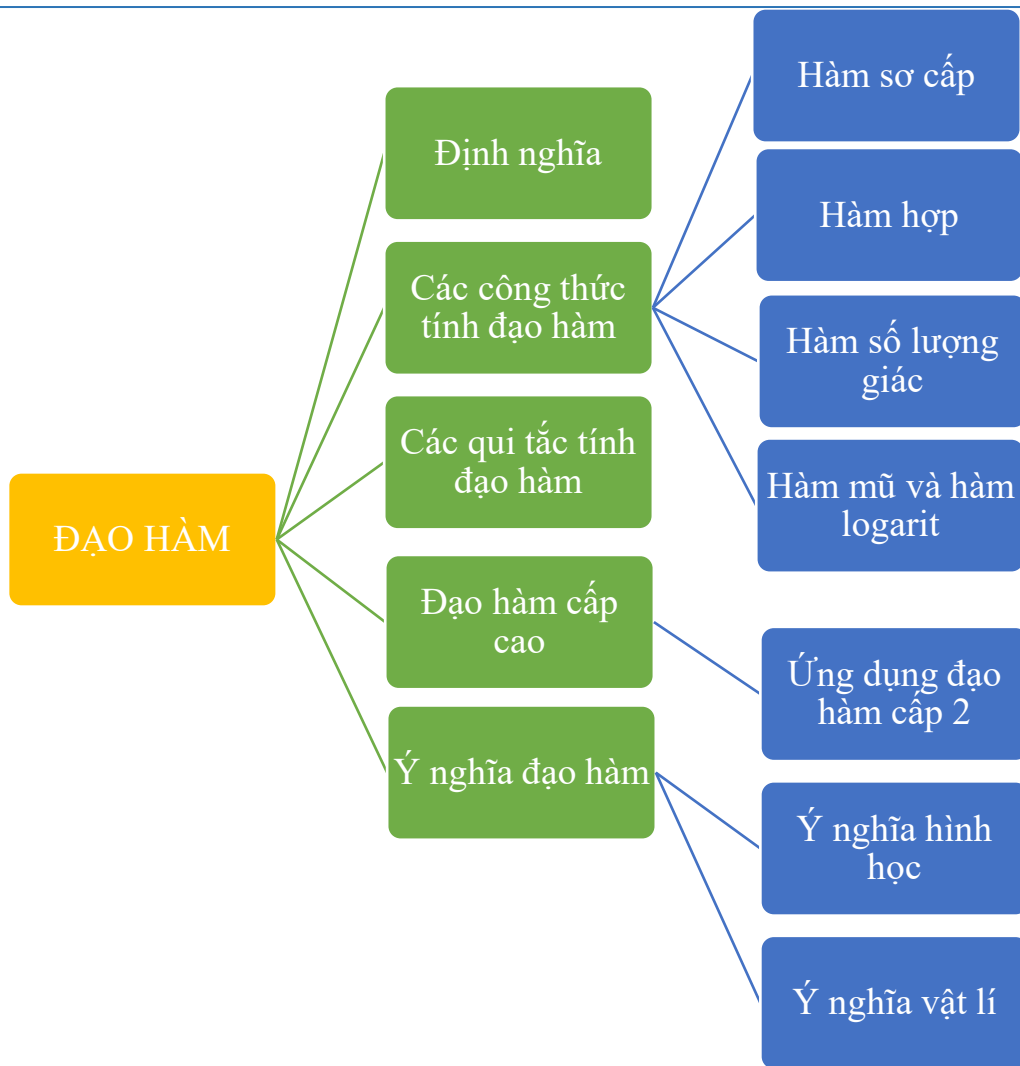
**Bước 4: kết luận, nhận định:**

- Giáo viên kết luận việc thực hiện các nhiệm vụ trong phiếu học tập và nhận xét phiếu đánh giá, chính xác các nội dung thực hiện của học sinh.

- Giáo viên có thể phỏng vấn thêm cách thức thực hiện nhiệm vụ của mỗi nhóm

- Hỏi thêm các công thức tính đạo hàm của hàm hợp

\* **Sơ đồ tư duy**



## 2. Hoạt động 2: Luyện tập

### Hoạt động TP1: Tính đạo hàm bằng công thức

#### a) Mục tiêu:

Chia lớp học thành 4 nhóm, học sinh ôn tập và thực hành thông thạo tính đạo hàm bằng công thức.

**b) Nội dung:** Học sinh áp dụng các quy tắc tính đạo hàm thực hiện tính đạo hàm bằng công thức

#### c) Sản phẩm:

- Trình bày bảng nhóm các công thức đạo hàm của các hàm số sơ cấp cơ bản, hàm lượng giác, mũ và logarit.

- Phiếu học tập số 1.

- Học sinh thực hành tính đạo hàm bằng cách sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm số  $y = x^n$ ,  $y = \sqrt{x}$ , các hàm số lượng giác, mũ, logarit và công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

- Phiếu đánh giá của các nhóm.

Phương án đánh giá:

- Giáo viên đánh giá dựa trên phiếu học tập số 1, kết hợp quan sát việc thực hành của các nhóm kèm vấn đáp từng cá nhân.

- Học sinh đánh giá các nhóm dựa vào phiếu đánh giá.

- Giáo viên đánh giá một số cá nhân thông qua các bước thực hiện phép tính đạo hàm.

#### d) Tổ chức thực hiện:

**Bước 1: giao nhiệm vụ học tập:**

##### Phiếu học tập số 1:

Câu 1. Viết công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu tích thương các hàm số đã học trong chương vào bảng đạo hàm?

Câu 2. Tính đạo hàm các hàm số sau:

a)  $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$

d)  $y = 5^{3x-x^2}$

b)  $y = x^2 \cos x$

e)  $y = \frac{2x+1}{x-3}$

c)  $y = \frac{\tan x}{x-1}$

f)  $y = \log_3(6x-1)$

**Bước 2: thực hiện nhiệm vụ:** giáo viên gợi ý cho hs trong các tình huống các em đặt câu hỏi, hướng dẫn các em thực hiện cách thực hiện như trong bài học.

**Bước 3: báo cáo, thảo luận:** đại diện các nhóm lên trình bày các nội dung được phân công, các nhóm thảo luận góp ý cho từng nhóm trình bày thông qua nhận xét trực tiếp hoặc ghi nhận vào phiếu đánh giá.

**Bước 4: đánh giá, nhận xét tổng hợp**

Giáo viên kết luận việc thực hiện các nhiệm vụ trong phiếu học tập và nhận xét phiếu đánh giá, chính xác các nội dung thực hiện của các em.

**HDTP 2: Bài toán có yếu tố đạo hàm**

**a) Mục tiêu:**

- Học sinh vận dụng kiến thức đạo hàm để giải quyết một số bài toán: tính giá trị của biểu thức, rút gọn biểu thức, giải phương trình và giải bất phương trình có yếu tố đạo hàm

**b) Nội dung:**

- Học sinh làm bài tập trong phiếu học tập số 2 để luyện tập về kiến thức của đạo hàm trong bài toán tính giá trị của biểu thức, rút gọn biểu thức, giải phương trình và bất phương trình.

**PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$ . Tính  $f'(1) + f'(-1) + 4f'(0)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) \leq 0$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + \sin^3 x$ . Tính  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 e^{-2x}$ . Tập nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \ln(x^2 + 1)$ . Tính  $y'(3)$ .

**Câu 6.** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^2 + e^{2x-1}$ . Từ đó tính  $y''(0)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{4+3u(x)}$  với  $u(1) = 7, u'(1) = 10$ . Tính  $f'(1)$

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{3x+1}$ . Đặt  $g(x) = f(1) + 4(x^2 - 1)f'(1)$ . Tính  $g(2)$ .

**c) Sản phẩm:**

- Bài làm của học sinh.

**d) Tổ chức thực hiện:**

**Bước 1: Giao nhiệm vụ học tập.**

- Giáo viên giao cho mỗi học sinh một phiếu học tập số 2.

- Mỗi học sinh độc lập thực hiện làm các câu từ câu 1 đến câu 5 trong phiếu học tập.

- Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm và thảo luận làm các câu 6, 7, 8.

**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ.**

- Mỗi học sinh làm độc lập các câu từ câu 1 đến câu 5.

- Các nhóm thảo luận và thực hiện nhiệm vụ làm các câu 6, 7, 8.

**Bước 3: Báo cáo, thảo luận.**

- Giáo viên lần lượt gọi học sinh lên bảng trình bày lời giải câu 1, 2, 3, 4, 5. Sau đó, gọi học sinh khác nhận xét, bổ sung.

- Gọi đại diện các nhóm trình bày cách làm câu 6, 7, 8. Các nhóm khác nhận xét và nêu cách làm khác (nếu có).

**Bước 4: Kết luận, nhận định.**

- Giáo viên nhận xét, bổ sung, rút kinh nghiệm, chú ý các sai lầm cho học sinh,

- Giáo viên hoàn thiện bài giải của học sinh

- Giáo viên hướng dẫn thêm cách dùng MTCT giải các câu 1, 2, 3,...

- Nhận xét sản phẩm của các nhóm.

- Giáo viên nhận xét thái độ làm việc của mỗi nhóm, tinh thần hợp tác của học sinh trong mỗi nhóm.

- Chính xác hóa lời giải các nhóm.

### Hoạt động thành phần 3: Phương trình tiếp tuyến.

#### a) Mục tiêu:

- Học sinh biết cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm cho trước.
- Học sinh biết cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm khi biết hệ số góc của tiếp tuyến.
- Học sinh biết cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua một điểm.

#### b) Nội dung:

- Học sinh sử dụng phiếu học tập để luyện tập các dạng bài tập về phương trình tiếp tuyến.

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

**Câu 1.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  tại điểm  $M(-1; 3)$  là:

- A.  $y = -3x$                       B.  $y = -x + 3$                       C.  $y = 9x + 12$                       D.  $y = -2x + 5$

**Câu 2.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  tại điểm có hoành độ bằng  $-2$  là:

- A.  $y = 3x + 5$                       B.  $y = -3x + 1$                       C.  $y = 3x + 11$                       D.  $y = -3x - 1$

**Câu 3.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$  tại điểm có tung độ bằng  $2$  là:

- A.  $y = -7x + 2$                       B.  $y = 6x + 2$                       C.  $y = -6x + 2$                       D.  $y = 7x + 2$

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = 2x^2 - 5x + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$  biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng  $-9$ .

- A.  $x = 1$                       B.  $x = -1$                       C.  $x = 2$                       D.  $x = -2$

**Câu 5.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  song song với đường thẳng  $y = 9x + 5$  là:

- A.  $y = 9x + 5$  và  $y = 9x - 27$                       B.  $y = 9x - 5$  và  $y = 9x + 27$   
C.  $y = 9x - 5$                       D.  $y = 9x - 27$

**Câu 6.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^2 - 5x + 6$  vuông góc với đường thẳng  $x + 3y + 1 = 0$  là:

- A.  $y = 3x - 10$                       B.  $y = -\frac{1}{3}x + 1$                       C.  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$                       D.  $y = 3x + 10$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$  có đồ thị là  $(C)$ . Hệ số góc nhỏ nhất của tiếp tuyến tại một điểm  $M$  trên đồ thị  $(C)$  là

- A. 1.                      B. 2.                      C. -1.                      D. 3.

**Câu 8.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+4}{x-1}$  đi qua điểm  $A(4; -4)$  là:

- A.  $7x - y - 32 = 0$  và  $7x + 9y + 8 = 0$                       B.  $7x - y - 32 = 0$  và  $7x - 9y - 64 = 0$   
C.  $7x + y - 24 = 0$  và  $7x + 9y + 8 = 0$                       D.  $7x + y - 24 = 0$  và  $7x - 9y - 64 = 0$

#### c) Sản phẩm:

- Bài trình bày của từng nhóm trên bảng phụ.
- Phần thuyết trình và báo cáo của đại diện các nhóm trình bày.

#### d) Tổ chức thực hiện:

##### Bước 1: giao nhiệm vụ học tập:

- Giáo viên chia lớp thành 3 nhóm và cử nhóm trưởng các nhóm.
- Giáo viên phát phiếu học tập cho 3 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm:  
Nhóm 1 làm bài 1, 2, 3 trong phiếu học tập.  
Nhóm 2 làm bài 4, 5, 6 trong phiếu học tập.

Nhóm 3 làm bài 7, 8 trong phiếu học tập.

##### Bước 2: thực hiện nhiệm vụ:

- Học sinh suy nghĩ và thảo luận theo từng nhóm hoàn thành các bài tập mà giáo viên giao nhiệm vụ, thống nhất phương án trả lời.
- Trình bày phương án trả lời vào bảng phụ.



### **Bước 3: báo cáo, thảo luận**

- Nhóm 1 cử đại diện lên thuyết trình sản phẩm của nhóm, các nhóm khác theo dõi nhóm khác theo dõi nhận xét và bổ sung.
- Nhóm 2 cử đại diện lên thuyết trình sản phẩm của nhóm, các nhóm khác theo dõi nhóm khác theo dõi nhận xét và bổ sung.
- Nhóm 3 cử đại diện lên thuyết trình sản phẩm của nhóm, các nhóm khác theo dõi nhóm khác theo dõi nhận xét và bổ sung.
- Giáo viên nhận xét và đánh giá sản phẩm của mỗi nhóm sau khi thuyết trình.

### **Bước 4: kết luận, nhận định:**

- Trên cơ sở lời giải của học sinh, giáo viên chuẩn hóa lời giải.
- Giáo viên chia dạng và đưa ra phương pháp giải chung của từng dạng.

### **Hoạt động TP4: Bài toán thực tiễn và liên môn.**

#### **a) Mục tiêu:**

- Học sinh giải quyết được một số bài toán về vận tốc tức thời, gia tốc tức thời, cường độ dòng điện tức thời của môn Vật lý và bài toán thực tiễn gắn với đạo hàm.

#### **b) Nội dung:**

- Học sinh sử dụng phiếu học tập để rèn luyện giải bài toán ứng dụng thực tế của đạo hàm

### **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4**

**Câu 1.** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$ , trong đó  $t$  tính bằng giây ( $s$ ),  $S$  tính bằng mét ( $m$ ). Độ chênh lệch vận tốc từ thời điểm  $t = 1s$  đến thời điểm  $t = 2s$  bằng  
A.  $13 m/s$ .                      B.  $4 m/s$ .                      C.  $10 m/s$ .                      D.  $11 m/s$ .

**Câu 2.** Chuyển động của một vật có phương trình  $s(t) = \sin\left(0,8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ , ở đó  $s$  tính bằng centimét và thời gian  $t$  tính bằng giây. Tại các thời điểm vận tốc bằng 0, giá trị tuyệt đối của gia tốc của vật gần với giá trị nào sau đây nhất?  
A.  $4,5 cm/s^2$ .                      B.  $5,5 cm/s^2$ .                      C.  $6,3 cm/s^2$ .                      D.  $7,1 cm/s^2$ .

**Câu 3.** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $S$  tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu?  
A.  $11 m/s$ .                      B.  $6 m/s$ .                      C.  $12 m/s$ .                      D.  $0 m/s$ .

**Câu 4.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là  $G(t) = 45t^2 - t^3$ . Nếu xem  $G'(t)$  tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$  thì tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ  
A. 25.                      B. 30.                      C. 20.                      D. 15.

**Câu 5.** Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động  $S = \frac{1}{2}gt^2$ ,  $g = 9,8 m/s^2$  và  $t$  tính bằng giây ( $s$ ),  $S$  tính bằng mét ( $m$ ). Vận tốc tại thời điểm  $t = 5s$  bằng  
A.  $49 m/s$ .                      B.  $20 m/s$ .                      C.  $25 m/s$ .                      D.  $18 m/s$ .

**Câu 6.** Xét chuyển động có phương trình  $S(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ , với  $A, \omega, \varphi$  là các hằng số. Tìm gia tốc tức thời  $\gamma(t)$  tại thời điểm  $t$  của chuyển động?

- A.  $\gamma(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$ .                      B.  $\gamma(t) = -A\omega \cos(\omega t + \varphi)$ .  
C.  $\gamma(t) = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ .                      D.  $\gamma(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ .

#### **c) Sản phẩm:**

- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện các nhóm trình bày trên bảng phụ.
- Phiếu học tập số 4.
- Phiếu đánh giá của các nhóm.

#### **d) Tổ chức thực hiện:**

##### **Bước 1: giao nhiệm vụ học tập:**

- Giáo viên chia lớp thành 3 nhóm và cử nhóm trưởng các nhóm.
- Giáo viên phát phiếu học tập cho 3 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm:

Nhóm 1 làm bài 1, 2 trong phiếu học tập.

Nhóm 2 làm bài 3, 4 trong phiếu học tập.

Nhóm 3 làm bài 5, 6 trong phiếu học tập.

**Bước 2: thực hiện nhiệm vụ:**

- Học sinh suy nghĩ và thảo luận theo từng nhóm hoàn thành các bài tập mà giáo viên giao nhiệm vụ, thống nhất phương án trả lời.
- Trình bày phương án trả lời vào bảng phụ.

**Bước 3: báo cáo, thảo luận:**

- Nhóm 1 cử đại diện lên thuyết trình sản phẩm của nhóm, các nhóm khác theo dõi nhóm khác theo dõi nhận xét và bổ sung.
- Nhóm 2 cử đại diện lên thuyết trình sản phẩm của nhóm, các nhóm khác theo dõi nhóm khác theo dõi nhận xét và bổ sung.
- Nhóm 3 cử đại diện lên thuyết trình sản phẩm của nhóm, các nhóm khác theo dõi nhóm khác theo dõi nhận xét và bổ sung.
- Giáo viên nhận xét, đánh giá sản phẩm của các nhóm.

**Bước 4: kết luận, nhận định:**

- Trên cơ sở lời giải của học sinh, giáo viên chuẩn hóa lời giải.
- Giáo viên chia dạng và đưa ra phương pháp giải chung của từng dạng.

**3. Hoạt động 3: Vận dụng**

**a) Mục tiêu:**

- Học sinh biết sử dụng kiến thức đạo hàm để giải quyết các bài toán thực tiễn (bài toán vận tốc tức thời của chuyển động).

**b) Nội dung:**

- Học sinh sử dụng kết hợp tranh ảnh, phiếu học tập để giải quyết các bài toán thực tiễn về sự tồn tại và ứng dụng của đạo hàm trong đời sống hằng ngày của con người.

**PHIẾU HỌC TẬP SỐ 5**

Độ cao tính từ mặt đất của một tên lửa nhỏ được phóng lên theo hướng thẳng đứng được xác định bởi công thức  $S(t) = -5t^2 + 40t + 100$ , với  $0 \leq t \leq 100$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây và  $s$  là độ cao được tính bằng mét.

- Tính vận tốc tức thời của tên lửa tại thời điểm  $t_0 = 3(s)$  ?
- Trong khoảng thời gian  $t = 0$  đến  $t = 10$  tên lửa đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm nào?
- Tìm gia tốc tức thời của tên lửa tại thời điểm  $t_0$  ? Từ kết quả đó nhận xét gì về tính chất của chuyển động ?

**PHIẾU HỌC TẬP SỐ 6**

Một chất điểm chuyển động có phương trình  $S(t) = 4t^2 + 36t - 80$ , với  $t$  tính bằng giây ( $s$ ) và  $S$  là được tính bằng mét ( $m$ ).

- Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t_0 = 4(s)$  ?
- Trong khoảng thời gian  $t = 0$  đến  $t = 10$  chất điểm đạt vận tốc nhỏ nhất tại thời điểm nào?
- Tìm gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t_0$  ? Từ kết quả đó nhận xét gì về tính chất của chuyển động ?

**PHIẾU ĐÁNH GIÁ**

Nhóm	Số câu đúng	Kỹ năng thuyết trình (1-10)	Ghi chú
Nhóm 1 (Phiếu học tập số 5)			
Nhóm 2 (Phiếu học tập số 6)			
Nhóm 3 (Phiếu học tập số 5)			
Nhóm 4 (Phiếu học tập số 6)			

**PHIẾU HỌC TẬP SỐ 7 - BÀI TẬP VỀ NHÀ****Câu 1. [Mức độ 1]** Trong các công thức sau, công thức nào SAI ?

- A.  $(u+v)' = u' + v'$ .                      B.  $(u-v)' = u' - v'$ .  
C.  $(uv)' = u'v + v'u$ .                      D.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v}$ .

**Câu 2. [Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5$  tại  $x = 1$  là

- A. 0.                      B. -5.                      C. -2.                      D. 7.

**Câu 3. [Mức độ 1]** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 2x^2 - \frac{1}{x} + \sin 2x + 3^x + 1$ .

- A.  $y' = 4x - \frac{1}{x^2} + \cos 2x + 3^x \ln 3$ .                      B.  $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$ .  
C.  $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + \frac{3^x}{\ln 3}$ .                      D.  $y' = 2x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x$ .

**Câu 4. [Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4x}$  là

- A.  $y' = 2x - 4$ .                      B.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x}}$ .  
C.  $y' = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x}}$ .                      D.  $y' = \frac{2x-4}{\sqrt{x^2 - 4x}}$ .

**Câu 5. [Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 2x$  là

- A.  $y' = 4 \cos 2x$ .                      B.  $y' = \cos^2 2x$ .                      C.  $y' = 2 \sin 4x$ .                      D.  $y' = \sin 4x$ .

**Câu 6. [Mức độ 1]** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5$  là

- A.  $f''(x) = 2x + 6$ .                      B.  $f''(x) = x^2 + 6x$ .  
C.  $f''(x) = x^2 - 3x - 5$ .                      D.  $f''(x) = 2x + 3$ .

**Câu 7. [Mức độ 1]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  tại điểm có hoành độ bằng 0 là

- A.  $y = -x - 1$ .                      B.  $y = -x + 2$ .                      C.  $y = -x + 1$ .                      D.  $y = x + 2$ .

**Câu 8. [Mức độ 1]** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$  có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C)biết tiếp tuyến có hệ số góc  $k = -9$  là

- A.  $y = -9x - 38$ .                      B.  $y = -9x + 38$ .                      C.  $y = -9x + 27$ .                      D.  $y = -9x - 11$ .

**Câu 9. [Mức độ 2]** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{2x+3}$ .

- A.  $y' = 2^{2x+2} \ln 4$ .                      B.  $y' = 4^{x+2} \ln 4$ .                      C.  $y' = 2^{2x+2} \ln 16$ .                      D.  $y' = 2^{2x+3} \ln 2$ .

**Câu 10. [Mức độ 2]** Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$  là:

- A. -3.                      B. -4.                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 11. [Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số  $y = 3^x$  là:

- A.  $y' = \frac{-3^x}{\ln 3}$ .                      B.  $y' = 3^x \ln 3$ .                      C.  $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$ .                      D.  $y' = -3^x \ln 3$ .

**Câu 12. [Mức độ 1]** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(3x+1)$ .

- A.  $y' = \frac{3}{3x+1}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{3x+1}$ .                      C.  $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}$ .

**Câu 13. [Mức độ 2]** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^7 + x)^2$  là

- A.  $y' = (x^7 + x) \cdot (7x^6 + 1)$ .      B.  $y' = 2(x^7 + x)$ .  
 C.  $y' = 2 \cdot (7x^6 + 1)$ .      D.  $y' = 2(x^7 + x)(7x^6 + 1)$ .

**Câu 14. [Mức độ 2]** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 2023$ . Tập nghiệm của phương trình

$$f'(x) = 0 \text{ là}$$

- A.  $S = \{0, 1\}$ .      B.  $S = \{2, 3\}$ .      C.  $S = \{1, 2\}$ .      D.  $S = \{2, -5\}$ .

**Câu 15. [Mức độ 2]** Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình

$$s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t, \text{ trong đó } t > 0 \text{ với } t \text{ tính bằng giây (s) và } s(t) \text{ tính bằng mét (m)}. \text{ Hỏi tại}$$

thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

- A. 17(m/s).      B. 18(m/s).      C. 28(m/s).      D. 13(m/s).

**Câu 16. [Mức độ 2]** Cho  $f(x) = (x^2 + 1)(5 - 3x^2)$ , khi đó  $f'(x)$  đổi dấu bao nhiêu lần trên tập xác định?

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 0.

**Câu 17. [Mức độ 2]** Cho  $f(x) = 2x^3 + 3(a+2)x^2 + 6a^2x$ . Biết  $f'(x) > 0$  luôn đúng với mọi  $x$  và  $f'(-1) = 6$ . Tìm  $a$ ?

- A.  $a = -1$ .      B.  $a = 2$ .      C.  $a = 1$ .      D.  $a = 3$ .

**Câu 18. [Mức độ 3]** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn:  $2f(2x) + f(1-2x) = 12x^2$ . Giá trị  $f'(1)$  bằng:

- A. 4.      B. -4.      C. 2.      D. -2.

**Câu 19. [Mức độ 4]** Cho hàm số  $y = \frac{2x+2}{x-1}$  có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

- A.  $\Delta: y = -x + 7; \Delta: y = -x - 1$ .      B.  $\Delta: y = -2x + 7; \Delta: y = -x - 11$ .  
 C.  $\Delta: y = -x + 78; \Delta: y = -x - 11$ .      D.  $\Delta: y = -x + 9; \Delta: y = -x - 1$ .

**Câu 20. [Mức độ 4]** Cho hàm số:  $f(x) = (3x^2 - 2x - 1)^9$ . Đạo hàm cấp 6 của hàm số tại điểm  $x = 0$  là

- A.  $f^{(6)}(0) = -60480$ .      B.  $f^{(6)}(0) = -34560$ .  
 C.  $f^{(6)}(0) = 60480$ .      D.  $f^{(6)}(0) = 34560$ .

**c) Sản phẩm học tập:**

- Bài giải của nhóm học sinh.

**d) Tổ chức thực hiện:**

- Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm. Nhóm 1 và 3 thực hiện phiếu học tập số 5, nhóm 2 và 4 thực hiện phiếu học tập số 6.

- Các nhóm sử dụng kỹ thuật khăn trải bàn để trình bày kết quả trên tờ giấy A0 đã chuẩn bị sẵn. Mỗi thành viên của nhóm sẽ trình bày bài làm của mình vào ô tương ứng. Sau đó nhóm trưởng tổng hợp kết quả và trình bày bài làm chính thức của nhóm và ô chính giữa.

- Treo kết quả lên bảng, đại diện các nhóm hoàn thành nhanh nhất cho từng phiếu học tập lên bảng trình bày.

- Giáo viên trình chiếu bài giải, kết luận.

**\* Giáo viên chốt lại chủ đề và hướng dẫn nhiệm vụ về nhà (Phiếu học tập số 7).**

- Giáo viên giao nhiệm vụ cho mỗi học sinh thực hiện ở nhà (có thể thực hiện nhóm).

- Phương án kiểm tra: Giáo viên có thể chấm bài và đánh giá học sinh trên bài làm; hoặc có thể tổ chức cho học sinh một buổi thuyết trình bài làm của mình.