LÀM NGƯỢC VÀ LOẠI TRỪ
TRONG GIẢI TOÁN TRỨC NGHIỆM

Trần Tuấn Anh

Giải Toán trắc nghiệm mà xử lý như giải Toán tự luận thì chưa tận dụng tốt giả thiết của bài Toán, xử lý bài Toán trắc nghiệm chưa nhanh, khiến nhiều học sinh lúng túng. Học sinh giải Toán trắc nghiệm theo kiểu Tự luận, tức là giải ra đáp số rồi so với đáp án, để chọn, trong khi các đáp án trong Toán trắc nghiệm cũng chính là giả thiết của bài Toán trắc nghiệm ! Chẳng hạn bài toán sau :

Ví dụ 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $m = 11$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

(Câu 23 - Mã đề 101 – THPT QG - 2017)

<u>Cách giải thông thường</u>

Ta có : $y' = 3x^2 - 14x + 11$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 14x + 11 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = \dfrac{11}{3} \notin [0;2] \end{array}\right.$.

Xét các giá trị: $y(0) = -2$; $y(1) = 3$; $y(2) = 0$.

Suy ra $\min\limits_{[0;2]} y = y(0) = -2$.

Chọn đáp án C.

<u>Cách giải ngược nhanh hơn</u> :

Xét $m = -2$ là giá trị nhỏ nhất trong các giá trị ở 4 đáp án đã cho.

Khi đó, phương trình $x^3 - 7x^2 + 11x - 2 = -2$ có nghiệm $x = 0 \in [0;2]$ nên hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ đạt giá trị nhất trên $[0;2]$ bằng - 2 khi $x = 0$.

Chọn đáp án C.

<u>Lưu ý</u> *: Theo thói quen và cách hiểu thông thường, học sinh chỉ chú ý tới lời dẫn bài toán mà chưa coi các đáp án cũng là giả thiết bài toán, hay những gợi ý. Và nếu chỉ chú ý tới lời dẫn của bài toán thì sẽ đưa tới lời giải kiểu tự luận, giải toán chưa nhanh !*

Quá trình tìm ra đáp án đúng cho bài toán trắc nghiệm là rất khác so với việc trình bày bài giải tự luận. Giải quyết bài toán tự luận, học sinh phải trình bày lời giải bài toán theo suy luận của mình, dựa trên nền tảng kiến thức chuẩn mực. Với bài toán trắc nghiệm, học sinh không cần trình bày lời giải và có nhiều cách tiếp cận để chọn được đáp án đúng. Trong đó, việc **làm ngược** và **loại trừ** là những cách tiếp cận khá hiệu quả trong nhiều trường hợp ! Thậm chí, có trường hợp, phải giải ngược mới giải được, như trường hợp sau :

Ví dụ 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α).

A. $N(2;2;2)$. **B.** $Q(3;3;0)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $M(1;-1;1)$.

(Câu 2 - Mã đề 103 – THPT QG - 2017)

Cách giải ngược thứ nhất :

Thế tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng thì chỉ tọa độ của điểm M không thỏa mãn phương trình mặt phẳng vì có : $1-1+1-6=-5\neq 0$. Vậy điểm $M\notin(\alpha)$.

Chọn đáp án D.

Cách giải ngược thứ hai :

Từ phương trình của mặt phẳng (α): $x+y+z-6=0$, ta thấy tổng ba tọa độ phải bằng 6 ($x+y+z=6$) nên ta kiểm tra tổng đó của các điểm ! Ở đáp án D, tổng các tọa độ của điểm M bằng 1 nên không thỏa mãn. Vậy điểm $M\notin(\alpha)$.

Chọn đáp án D.

*Tôi xin đề xuất chuyên đề “ **Làm ngược và loại trừ trong giải toán trắc nghiệm** ” được trình bày dưới đây :*

1. “Làm ngược” : Từ đáp án, kiểm tra các điều kiện của bài toán để xác thực tính đúng - sai.

Ta cần chú ý rằng, các đáp án cũng chính là giả thiết của bài toán, gợi ý giúp ta giải quyết bài toán trắc nghiệm !

Ví dụ 1. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$.

A. $m=-4$. B. $m=4$. C. $m=81$. D. $m=44$.

(Câu 39 - Mã đề 101 – THPT QG - 2017)

Cách giải thông thường

Điều kiện : $x>0$.

Đặt $t=\log_3 x$, ta được phương trình $t^2-mt+2m-7=0$. (*)

Ta có $\Delta=m^2-8m+28=(m-4)^2+12>0, \forall m\in\mathbb{R}$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Suy ra $t_1+t_2=\dfrac{-b}{a}=m$, mà $t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3(x_1x_2)=\log_3 81=4$ nên $m=4$.

Chọn đáp án B.

Cách khác 1 (làm ngược)

- Với $m=-4$ ta có $\log_3^2 x+4\log_3 x-15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=-2+\sqrt{19}\\ \log_3 x=-2-\sqrt{19}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3^{-2+\sqrt{19}}\\ x=3^{-2-\sqrt{19}}\end{array}\right.$.

Khi đó tích hai nghiệm bằng $3^{-2+\sqrt{19}}.3^{-2-\sqrt{19}}=3^{-4}=\dfrac{1}{81}\neq 81$. Loại A.

- Với $m=4$ ta có $\log_3^2 x-4\log_3 x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=2-\sqrt{3}\\ \log_3 x=2+\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3^{2-\sqrt{3}}\\ x=3^{2+\sqrt{3}}\end{array}\right.$.

Khi đó tích hai nghiệm bằng $3^{2-\sqrt{3}}.3^{2+\sqrt{3}}=3^4=81$.

Chọn đáp án B.

Lưu ý: *Nếu đáp án B không đúng thì ta xét tiếp đáp án C.*

Cách khác 2 (làm ngược)

Ta khai thác ngược lại từ điều kiện nghiệm (không cần quan tâm điều kiện có nghiệm) : $x_1x_2=81$

$\Leftrightarrow \log_3(x_1x_2)=\log_3 81 \Leftrightarrow \log_3 x_1+\log_3 x_2=4 \Leftrightarrow \dfrac{-b}{a}=4$. Với $b=-m$; $a=1 \Rightarrow m=4$.

Chọn đáp án B.

Ví dụ 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.

B. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$.

D. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$.

Cách giải thông thường :

Áp dụng công thức nguyên hàm, ta có : $\int\left(x^2+\dfrac{2}{x^2}\right)dx=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.

Chọn đáp án A.

Cách khác (làm ngược)

Lấy đạo hàm các hàm số ở 4 đáp án, nếu ở đáp án nào mà đạo hàm ra đúng hàm số đề cho thì chọn.

Ta có: $\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C\right)'=x^2+\dfrac{2}{x^2}=f\left(x\right)$.

Chọn đáp án A.

Ví dụ 3. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

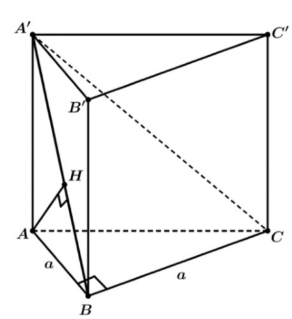
B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

(Câu 43 - Đề tham khảo 2023)

Cách giải thông thường



Kẻ $AH \perp A'B, H \in A'B$.

Vì $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABA'B') \Rightarrow BC \perp AH$.

Ta có : $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp A'B \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$. Suy ra : $d(A,(A'BC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác vuông tại A, ta có : $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{A'A^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{A'A^2} = \dfrac{1}{AH^2} - \dfrac{1}{AB^2}$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{A'A^2} = \dfrac{9}{6a^2} - \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{1}{2a^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'A.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{2}.\dfrac{1}{2}a.a = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án B.

<u>Cách khác</u> (làm ngược)

Ta có : $d(A,(A'BC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$; $AB = a$; $AH = \dfrac{AB.AA'}{\sqrt{AB^2 + A'A^2}}$;

Ta có : $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{A'A.AB.BC}{2} \Leftrightarrow A'A = \dfrac{2.V_{ABC.A'B'C'}}{AB.BC} = \dfrac{2.V_{ABC.A'B'C'}}{a^2}$.

+ Xét đáp án A: $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3 \Rightarrow A'A = \dfrac{2.V_{ABC.A'B'C'}}{a^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

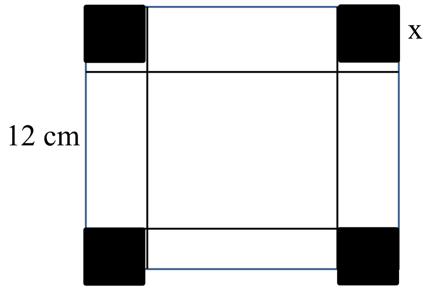
Thế $AB = a$, $AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$, $A'A = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$ vào (*) thấy không thỏa mãn nên loại đáp án A.

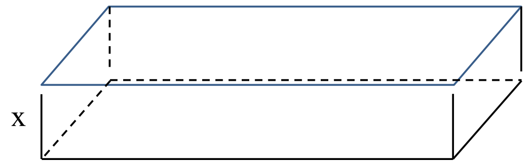
+ Xét đáp án B: $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3 \Rightarrow A'A = \dfrac{2.V_{ABC.A'B'C'}}{a^2} = \sqrt{2}$.

Thế $AB = a$, $AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$, $A'A = \sqrt{2}$ vào (*) thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án B.

Ví dụ 4. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $12cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x\ (cm)$, rồi gập tấm nhôm vào như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.





A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

(Đề mẫu của Bộ GD&ĐT - 2017)

<u>Cách giải thông thường</u>

Hộp nhận được có cạch đáy bằng $12 - 2x$, chiều cao bằng x.

Thể tích của cái hộp đó là :

$$V = x\left(12 - 2x\right)^2 = \frac{1}{4}.4x.\left(12 - 2x\right)\left(12 - 2x\right) \le \frac{1}{4}.\left[\frac{4x + \left(12 - 2x\right) + \left(12 - 2x\right)}{3}\right]^3 = 128.$$

Đẳng thức xãy ra khi $4x = 12 - 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án C.

<u>Cách khác</u> (làm ngược từ đáp án)

Hộp nhận được có cạch đáy bằng $12 - 2x$, chiều cao bằng x.

Thể tích của cái hộp đó là : $V = x\left(12 - 2x\right)^2$.

Với $x = 6$ thì $V = 6\left(12 - 2.6\right)^2 = 0$.

Với $x = 3$ thì $V = 3\left(12 - 2.3\right)^2 = 108$.

Với $x = 2$ thì $V = 2\left(12 - 2.2\right)^2 = 128$.

Với $x = 4$ thì $V = 4\left(12 - 2.4\right)^2 = 64$.

Do $V = 128$ là giá trị lớn nhất nên chọn đáp án C.

Nhận xét : *Với cách làm ngược, ta không phải đánh giá biểu thức nên sẽ dễ hơn !*

Ví dụ 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$,

$d_2 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x - y + 2z + 22 = 0$. B. $2x - y + 2z + 13 = 0$

C. $2x - y + 2z - 13 = 0$ D. $2x + y + 2z - 22 = 0$

(Câu 37 - Mã đề 101 – THPT QG - 2017)

Cách giải thông thường

Xét hệ phương trình : $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = 0 \\ x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow 2(1+3t) + 2(-2+t) - 3.2 = 0 \Leftrightarrow 8t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $d_1 \cap (P) = A(4;-1;2)$.

Mặt phẳng cần tìm có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u}_{d_2} = (2;-1;2)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-4) - (y+1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 13 = 0$.

Chọn đáp án C.

Cách khác (làm ngược)

Xét hệ phương trình : $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = 0 \\ x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow 2(1+3t) + 2(-2+t) - 3.2 = 0 \Leftrightarrow 8t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $d_1 \cap (P) = A(4;-1;2)$.

Trong các mặt phẳng cho ở các đáp án A, B, C, D thì chỉ có mặt phẳng ở đáp án C là đi qua A.

Chọn đáp án C.

Ví dụ 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là :

A. $x+z=0$. B. $x-z=0$ C. $2x+z=0$ D. $2x-z=0$

(Câu 47 - Mã đề 104 – TN THPT - 2022)

<u>Cách giải thông thường</u>

Ta có : $A'(0;1;0)$ là hình chiếu của $A(2;1;1)$ trên Oy, khi đó $d\left(A,(P)\right)\le d\left(A,Oy\right)=AA'$.

Đẳng thức xảy ra khi $AA'\perp(P)$ hay $\vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{AA'}=(2;0;1)\Rightarrow(P):2x+z=0$.

Chọn đáp án C.

<u>Cách khác</u> (làm ngược)

Các phương trình mặt phẳng ở 4 đáp án đều chứa trục Oy.

+ Xét đáp án A: $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

+ Xét đáp án B: $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

+ Xét đáp án C: $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

+ Xét đáp án D: $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{3}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Phương trình mặt phẳng của (P) ở đáp án C cho khoảng cách lớn nhất, thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án C.

**** Nhận xét:** Cách làm ngược tuy dài hơn trong trường hợp này so với cách giải thông thường, nhưng yêu cầu tư duy, kiến thức không cao hơn !*

2. “Loại trừ ” : Từ giả thiết, bóc tách ra các điều kiện độc lập, kiểm tra các đáp án vi phạm điều kiện để loại trừ.

Đối với câu hỏi có chọn lựa phương án đúng, đáp án nào vi phạm điều kiện bài toán, sẽ bị loại trừ! Nếu câu hỏi trắc nghiệm có bốn đáp án, mà trong đó có một đáp án đúng, chúng ta xác định được ba trong bốn đáp án đã cho là sai thì đáp án đúng là đáp án còn lại.

Ví dụ 1. Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

(Mã đề 104 – THPT QG - 2019)

<u>Cách giải thông thường :</u>

Ta có : $y' = -2f'(5-2x)$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến khi ta có : $-2f'(5-2x) \ge 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \le 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{array}\right..$$

Chọn đáp án B.

<u>Cách khác</u> (loại trừ)

Ta có : $y' = -2f'(5-2x)$.

+ Xét đáp án A, lấy $x = -4$ thì $y'(-4) = -2f'(5-2.(-4)) = -2f'(13) < 0$. Nên loại đáp án A.

+ Xét đáp án C, lấy $x = 3,5$ thì $y'(3,5) = -2f'(5-2.3,5) = -2f'(-2) < 0$. Nên loại đáp án C.

+ Xét đáp án D, lấy $x = 1,5$ thì $y'(1,5) = -2f'(5-2.1,5) = -2f'(2) < 0$. Nên loại đáp án D.

Chọn đáp án B.

**** Nhận xét :** Nếu lấy số x_0 thuộc khoảng $(4;5)$ thì sẽ có kết quả là $y'(x_0)>0$, ta cũng không kết luận đáp án B đúng được vì ta mới chỉ ra nó đúng tại điểm đó mà chưa chỉ ra bài toán đúng với mọi biến thuộc khoảng $(4;5)$.*

Ví dụ 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

(Câu 34 - Mã đề 101 – THPT QG - 2017)

<u>Cách giải thông thường</u>

Ta có : $\vec{u}_\Delta=(3;2;1)$; $\vec{u}_{\Delta'}=(1;3;-2)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\vec{u}=\vec{u}_\Delta\wedge\vec{u}_\Delta=(-7;7;7)=7(-1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Chọn đáp án D.

<u>Cách khác</u> (loại trừ)

- Các đường thẳng ở đáp án A và B không chứa điểm M nên loại A, B.
- Đường thẳng ở đáp án C không vuông góc với đường thẳng Δ nên loại C.

Chọn đáp án D.

Ví dụ 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

A. $S=\{-3;3\}$. B. $S=\{4\}$. C. $S=\{3\}$. D. $S=\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$.

(Đề tham khảo lần 3 của Bộ GD&ĐT)

<u>Cách giải thông thường</u>

Điều kiện : $x > 1$.

Ta có : $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3 \Leftrightarrow \log_2[(x-1)(x+1)]=3 \Leftrightarrow \log_2(x^2-1)=3 \Leftrightarrow x^2-1=8$

$$\Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-3 & (l) \\ x=3 & (n) \end{array}\right.$$.

Chọn đáp án C.

<u>Cách khác</u> (loại trừ)

Do điều kiện : $\begin{cases} x-1>0 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$ nên loại các đáp án A và D.

Thế $x=4$ vào phương trình thấy không thỏa mãn nên loại đáp án B.

Chọn đáp án C.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

(Đề tham khảo lần của Bộ GD&ĐT năm 2019)

<u>Cách giải thông thường</u>

Ta có : $y'>0 \Leftrightarrow 3f'(x+2)-3x^2+3>0 \Leftrightarrow f'(x+2)>x^2-1$.

Đặt $t=x+2$, bất phương trình trở thành: $f'(t)>(t-2)^2-1$.

Xét hệ bất phương trình : $\begin{cases} (t-2)^2-1<0 \\ f'(t)>0 \end{cases}$ (I).

Ta có : $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} -1<t-2<1 \\ \left[\begin{array}{l} 1<t<2 \\ 2<t<3 \\ t>4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<t<3 \\ \left[\begin{array}{l} 1<t<2 \\ 2<t<3 \\ t>4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1<t<2 \\ 2<t<3 \end{array}\right.$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} 1<x+2<2 \\ 2<x+2<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án C.

Cách khác (loại trừ)

Xét hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$.

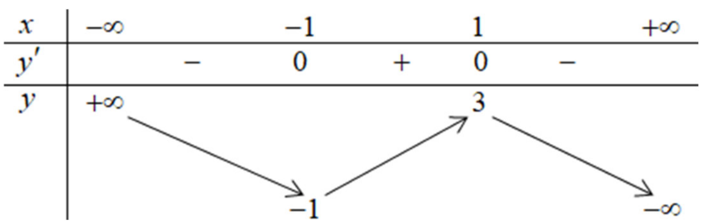
$y' = 3f'(x+2) - 3x^2 + 3 = 3\left[f'(x+2) + (1-x^2)\right]$.

Ta có : $y'\left(\frac{3}{2}\right) = 3\left[f'\left(\frac{7}{2}\right) - \frac{5}{4}\right] < 0$ nên loại đáp án A, D.

$y'(-2) = 3\left[f'(0) - 3\right] < 0$ nên loại đáp án B.

Vậy ta chọn đáp án C.

Ví dụ 5. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



A. $y = \frac{x+2}{x}$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2$. **D.** $y = -2x^2 + 1$

(Mã đề 101 – TN THPT - 2023)

Cách giải thông thường

Khảo sát 4 hàm số ở 4 đáp án thì chỉ hàm số ở đáp án B thỏa bài toán :

Ta có : $y = -x^3 + 3x + 1$ có $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta được $x = \pm 1$ là các điểm cực trị của hàm số.

Vậy ta chọn đáp án B.

Cách khác 1 (loại trừ)

Từ bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị. Đồ thị hàm số ở đáp án A không có cực trị ; Đồ thị hàm số ở đáp án C có 1 hoặc 3 cực trị ; Đồ thị hàm số ở đáp án D có 1 cực trị .

Vậy ta chọn đáp án B.

Cách khác 2 (loại trừ)

Từ bảng biến thiên, ta có thể loại trừ như sau :

+ Tập xác định hàm số là $\mathbb{R}$ nên loại đáp án A vì có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

+ Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên loại đáp án C.

+ Điêm cực đại $(1;3)$ của đồ thị hàm số đã cho không thuộc đồ thị hàm số $y=-2x^2+1$ nên loại đáp án D.

Vậy ta chọn đáp án B.

Ví dụ 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

(Mã đề 101 – TN THPT - 2023)

<u>Cách giải thông thường</u>

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ nên nhận véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ của (P) là véctơ chỉ phương.

Đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ có véctơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;1)$ có phương trình :

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R}).$$

Vậy ta chọn đáp án D.

<u>Cách khác</u> (loại trừ)

Ta cần kiểm tra hai điều kiện :

+ Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) : Loại các đáp án A, B.

+ Đường thẳng đi qua điểm A : Loại đáp án C.

Vậy ta chọn đáp án D.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tọa độ giao điểm M của đường thẳng $y=3$ và đồ thị (C) là :

A. $M(3;3)$. B. $M(2;3)$. C. $M(3;-1)$. D. $M\left(3;\frac{5}{2}\right)$.

Cách giải thông thường

Phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{2x-1}{x-1}=3 \Leftrightarrow \begin{cases}2x-1=3x-3\\ x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ x\neq 1\end{cases}$.

Vậy $M(2;3)$.

Chọn đáp án B.

Cách khác (loại trừ)

Do $y=3$ nên loại các đáp án C và D.

Điểm $M(3;3)$ không thuộc đồ thị (C) nên loại đáp án A.

Chọn đáp án B.

Ví dụ 8. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1;1]$.

A. $m=\frac{1}{e}; M=e$. B. $m=0; M=\frac{1}{e}$.

C. $m=0; M=e$. D. $m=1; M=e$.

Cách giải thông thường

Xét hàm số $y=\frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $y'=\left(\frac{x^2}{e^x}\right)'=\frac{2xe^x-x^2e^x}{e^{2x}}=\frac{2x-x^2}{e^x}$;

$$y'=0 \Leftrightarrow \frac{2x-x^2}{e^x}=0 \Leftrightarrow 2x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;1]\\ x=2\notin[-1;1]\end{array}\right.$$.

Lại có : $y(-1)=e$; $y(0)=0$; $y(1)=\frac{1}{e}$.

Vậy $m=0; M=e$.

Chọn đáp án C.

Cách khác (loại trừ)

Ta có : $y=\frac{x^2}{e^x}\geq 0, \forall x\in\left[-1;1\right]$ và $y=\frac{x^2}{e^x}=0$ khi $x=0\in\left[-1;1\right]$ $\Rightarrow m=0$. Loại đáp án A và đáp án D.

Lại có : $e>\frac{1}{e}$ và $y\left(-1\right)=e$ nên $M=e$. Loại đáp án B.

Chọn đáp án C.

Ví dụ 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(3;0;2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

(Mã đề 102 – TN THPT - 2021)

Cách giải thông thường

Đường thẳng MN có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=\left(2;-1;3\right)$.

Phương trình đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}=\left(2;-1;3\right)$ là :

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}.$$

Chọn đáp án B.

Cách khác (loại trừ)

+ Kiểm tra điểm $M(1;1;-1)$ chỉ thuộc đường thẳng có phương trình ở đáp án C, B nên ta loại đáp án A, D.

+ Kiểm tra điểm $N(3;0;2)$ chỉ thuộc đường thẳng có phương trình ở đáp án B nên ta loại đáp án C.

Chọn đáp án B.

Ví dụ 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Đường thẳng đi qua A cắt trục Oy và vuông góc với (d) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=4-2t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=5-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

(Câu 46 - Mã đề 102 – TN THPT - 2021)

Cách giải thông thường

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$. Gọi a là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B(0;y;0)=a\cap Oy$, khi đó $\overrightarrow{BA}=(3;1-y;1)$.

Do $a\perp d$ nên $\overrightarrow{BA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3+2-2y+1=0\Leftrightarrow y=3$.

Đường thẳng a nhận $\overrightarrow{BA}=(3;-2;1)$ làm véc tơ chỉ phương và đi qua điểm $A(3;1;1)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x=3+3t' \\ y=1-2t' \\ z=1+t' \end{cases}$ $(t'\in\mathbb{R})$.

Chọn $t'=-2+t$, ta được phương trình đường thẳng a là : $\begin{cases} x=3+3(-2+t) \\ y=1-2(-2+t) \\ z=1+(-2+t) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-3+3t \\ y=5-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Chọn đáp án D.

Cách khác (loại trừ)

+ Đường thẳng cần tìm phải đi qua điểm A nên loại đáp án B (vì tọa độ của điểm $A(3;1;1)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng ở đáp án B).

+ Đường thẳng cần tìm phải vuông góc với d nên loại đáp án C.

+ Đường thẳng cần tìm phải cắt trục Oy : Ta kiểm tra đáp án A.

Gọi $B(0;y;0)=a\cap Oy$, với a là đường thẳng cần tìm.

$$B \in (b): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 3 + t \\ y = 1 - t \\ 0 = 1 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 - y \\ t = -1 \end{cases} \text{ (không thỏa mãn)}$$

Vậy loại đáp án A.

Chọn đáp án D.

***P**hương pháp **tư duy ngược** và **tư duy loại trừ** được trình bày ở trên một cách độc lập nhằm đem lại cho chúng ta cái nhìn đặc biệt, tổng quát nhất về mỗi phương pháp. Thế nhưng, việc phân định rạch ròi các phương pháp là rất khó khăn, có nhiều bài toán chúng ta phải kết hợp một số phương pháp để chọn được đúng đáp án. Ở trong phương pháp này lại có dấu vết nào đó của phương pháp kia, khiến chúng ta băn khoăn trong việc chọn lựa phương pháp. Vì thế, trong quá trình giải toán, chúng ta cần linh hoạt vận dụng các phương pháp theo hướng tổng lực để xử lý bài toán trắc nghiệm. Tận dụng mặt mạnh, hữu dụng của mỗi phương pháp đối với các dạng bài toán trắc nghiệm khác nhau. Không chỉ tư duy trên nền tảng một phương pháp.*

Người viết : *Trần Tuấn Anh*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đề thi THPT Quốc Gia, đề thi Tốt nghiệp THPT các năm của Bộ Giáo Dục Và Đào Tạo Việt Nam.

2. Giải nhanh bài toán nguyên hàm và tích phân – Trần Tuấn Anh - Nhà xuất bản Đại Học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh.

3. Khai thác nhanh các tính chất của hàm số trong giải toán sơ cấp – Trần Tuấn Anh – Nhà xuất bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội.

4. Sách giáo khoa Giải tích 12, Hình học 12 – Nhà Xuấ Bản Giáo Dục Việt Nam.

5. Tài liệu khai thác trên mạng.