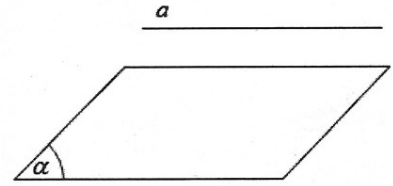


CHỦ ĐỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

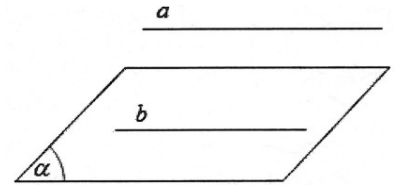
I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1) **Định nghĩa:** Một đường thẳng được gọi là song song với một mặt phẳng nếu chúng không có điểm chung. Hình bên ta có: $a // (\alpha)$

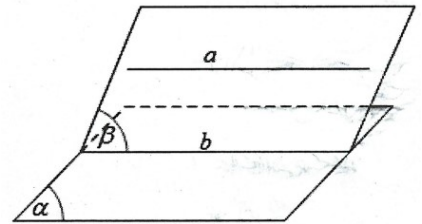


2) Các định lý quan trọng

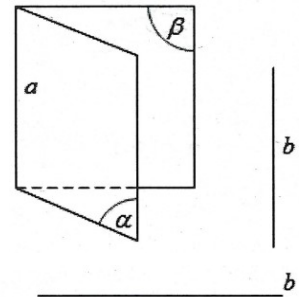
▪ **Định lý 1:** Nếu một đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (α) và song song với một đường thẳng b nằm trên (α) thì a song song với (α)



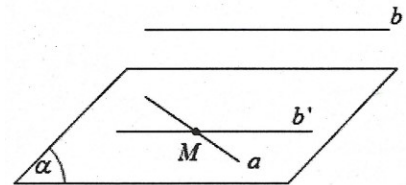
▪ **Định lý 2:** Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Khi đó nếu một mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì a song song với b .



⇒ **Hệ quả:** Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) cùng song song với một đường thẳng b thì giao tuyến (nếu có) của chúng cũng song song với b .



▪ **Định lý 3:** Với hai đường thẳng a và b chéo nhau cho trước, có duy nhất một mặt phẳng (α) chứa a và song song với b



Với hai đường thẳng phân biệt a và b không song song với nhau, và một điểm O cho trước, có duy nhất một mặt phẳng (α) qua O và song song với (hoặc chứa) a và b .

Phương pháp giải toán:

Để chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) ta sẽ chứng minh đường thẳng d không nằm trong (P) đồng thời song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) .

II. HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD .

a) Chứng minh MN song song với các mặt phẳng (SBC) , (SAD) .

b) Gọi P là trung điểm của SA . Chứng minh SB, SC đều song song với (MNP) .

c) Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC . Chứng minh rằng: $G_1G_2 // (SAC)$

Lời giải:

a) Vì M, N là trung điểm của AB, CD nên $MN // AD // BC$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \in (SAD) \\ MN // AD \Rightarrow MN // (SAD) \\ MN \notin (SAD) \end{cases}$$

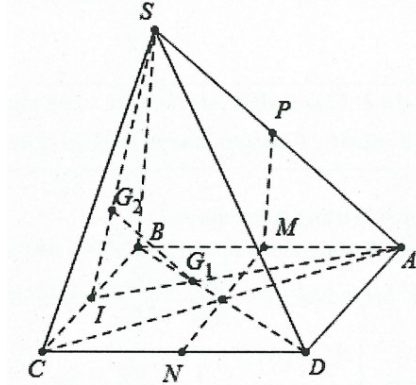
$$\text{Tương tự, ta có: } \begin{cases} BC \in (SBC) \\ MN // BC \Rightarrow MN // (SBC) \\ MN \notin (SBC) \end{cases}$$

$$\text{b) Vì } P \text{ là trung điểm } SA \text{ nên } \begin{cases} MP // SB \\ NP // SC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MP \in (MNP) \\ SB // MP \Rightarrow SB // (MNP) \\ SB \notin (MNP) \end{cases}$$

$$\text{Tương tự chứng minh trên ta có: } \begin{cases} NP \in (MNP) \\ SC // NP \Rightarrow SC // (MNP) \\ SC \notin (MNP) \end{cases}$$

$$\text{c) Gọi } I \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow \begin{cases} G_1 \in AI \\ G_2 \in BC \end{cases} \text{ và } \frac{IG_1}{IA} = \frac{IG_2}{IS} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 // SA \Rightarrow G_1G_2 // (SAC).$$



Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SA, SB, AD lần lượt lấy M, N, P sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{PD}{AD}$. Chứng minh:

a) MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

b) SD song song với mặt phẳng (MNP) .

c) NP song song với mặt phẳng (SCD) .

Lời giải:

$$\text{a) Ta có: } \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} \Rightarrow MN // AB \text{ (định lý Talet đảo)}$$

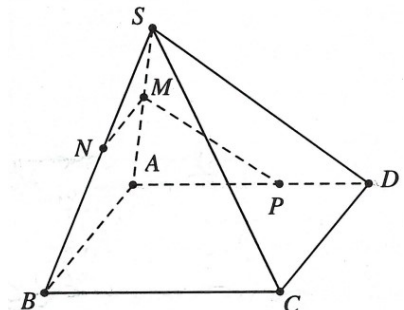
Suy ra $MN // (ABCD)$.

$$\text{b) Tương tự } \frac{SM}{SA} = \frac{PD}{AD} \Rightarrow MP // SD \text{ (định lý Talet đảo)}$$

Suy ra $SD // (MNP)$.

$$\text{c) Ta có: } MP // SD$$

Mặt khác $MN // AB \Rightarrow MN // CD$



Do đó $(MNP) // (SCD) \Rightarrow NP // (SCD)$.

Ví dụ 3. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của $\triangle ABD$, M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng: $MG // (ACD)$.

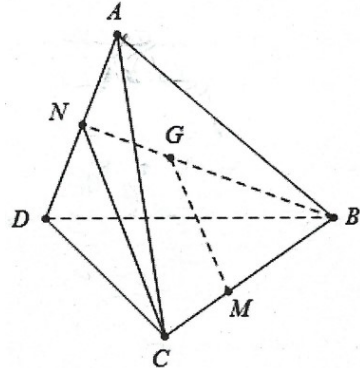
Lời giải:

Gọi N là trung điểm của AD

Vì G là trọng tâm của tam giác ABD nên $BG = 2GN$

Mà $MB = 2MC$ nên $\frac{BG}{GN} = \frac{MB}{MC} \Rightarrow MG // NC$.

Ta có: $\begin{cases} NC \in (ACD) \\ MG // NC \\ MG \notin (ACD) \end{cases} \Rightarrow MG // (ACD)$.



Ví dụ 4. Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ACD .

a) Chứng minh $MN // (BCD)$.

b) Gọi K là một điểm trên cạnh BC sao cho $KB = 2KC$. Chứng minh $KM // (ACD)$.

Lời giải:

a) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BD và CD .

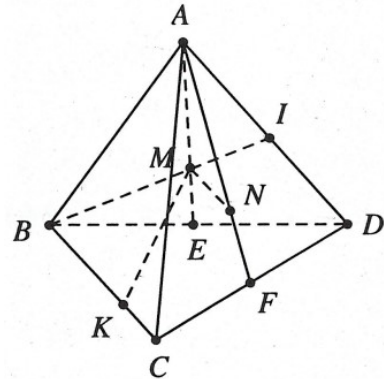
Theo tính chất trọng tâm ta có $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN // EF$

Do đó $MN // (BCD)$.

b) Gọi I là trung điểm của AD thì $\frac{BM}{BI} = \frac{2}{3}$

Mặt khác $KB = 2KC \Rightarrow \frac{KB}{BC} = \frac{2}{3} = \frac{BM}{BI} \Rightarrow MK // CI$

Do đó $KM // (ACD)$.



Ví dụ 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN .

a) Tìm giao điểm A' của đường thẳng AG với mặt phẳng (BCD) .

b) Qua M kẻ đường thẳng Mx song song với AA' và Mx cắt (BCD) tại M' . Chứng minh B, M', A' thẳng hàng và $BM' = M'A' = A'N$.

c) Chứng minh rằng: $GA = 3GA'$

Lời giải:

a) Trong mp (ABN) : Gọi $A' = AG \cap BN$

$\Rightarrow A' = AG \cap (BCD)$.

b) Xét trong mp (ABN) : Kẻ $MM' // AA'$ cắt BN tại $M' \Rightarrow M' \in BN$.

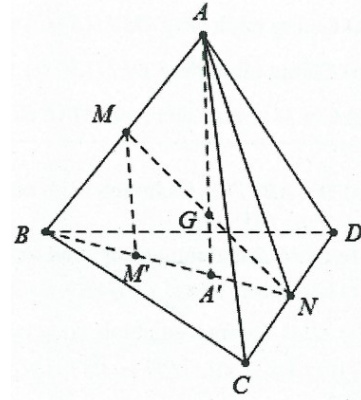
Do M là trung điểm của AB nên MM' là đường trung bình trong $\triangle ABA' \Rightarrow M'B = M'A$.

Do G là trung điểm của MN mà $GA' // MM'$ nên GA' là đường trung bình trong $\Delta MNM'$ suy ra A' là trung điểm của $M'N$ hay $M'A' = A'N$

Suy ra $BM' = M'A' = A'N$

$$c) \text{ Ta có: } \begin{cases} \frac{MM'}{A'A} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \\ \frac{GA'}{MM'} = \frac{A'N}{M'N} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' = 2MM' \\ MM' = 2GA' \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'A = 2MM' = 4GA' \Leftrightarrow AG = 3GA'$$



Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA .

a) Chứng minh rằng $MN // (SBC), MN // (SAD)$.

b) Chứng minh rằng $SB // (MNP), SC // (MNP)$.

c) Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và SBC . Chứng minh rằng $IJ // (SAB), IJ // (SAD)$ và $IJ // (SAC)$.

Lời giải:

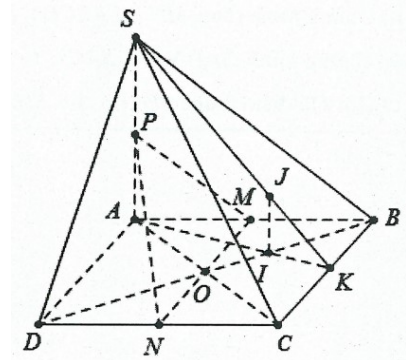
a) Ta có: $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $MN // AD // BC$.

Do đó $MN // (SBC)$ và $MN // (SAD)$.

b) Trong tam giác SAB có M, P lần lượt là trung điểm của AB và SA nên MP là đường trung bình suy ra $MP // SP \Rightarrow SP // (MNP)$.

Để thấy $AMCN$ là hình bình hành nên giao điểm O của chúng là trung điểm của AC và $MN \Rightarrow O \in (MNP)$.

Trong mặt phẳng (SAC) có PO là đường trung bình của ΔSAC nên $PO // SC \Rightarrow SC // (MNP)$.



$$c) \text{ Gọi } K \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AI}{AK} = \frac{2}{3} \\ \frac{SJ}{SK} = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ (tính chất trọng tâm tam giác)}$$

Do đó $IJ // SA \Rightarrow IJ // (SAB), IJ // (SAD)$ và $IJ // (SAC)$.

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, SC , và K là điểm trên SD sao cho $SK = \frac{1}{2}KD$.

a) Chứng minh rằng $OJ // (SAC)$ và $OJ // (SAB)$.

b) Chứng minh rằng $OI // (SCD)$ và $IJ // (SBD)$.

c) Gọi M là giao điểm của AI và BD . Chứng minh rằng $MK // (SBC)$.

Lời giải:

a) Do $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm của AC và BD .

Ta có: OJ là đường trung bình trong tam giác SAC nên $OJ \parallel SA$ suy ra $OJ \parallel (SAC)$ và $OJ \parallel (SAB)$

b) OI là đường trung bình trong tam giác ABC nên $OI \parallel AB \Rightarrow OI \parallel CD \Rightarrow OI \parallel (SCD)$.

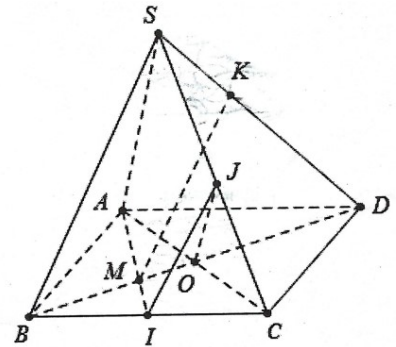
Tương tự IJ là đường trung bình trong tam giác SBC nên $IJ \parallel SB \Rightarrow IJ \parallel (SBD)$.

c) Do $M = AI \cap BO$ nên M là trọng tâm ΔABC

$$\Rightarrow BM = \frac{2}{3}BO = \frac{BD}{3}$$

$$\text{Lại có: } SK = \frac{1}{2}KD \Leftrightarrow SK = \frac{1}{2}SD \text{ hay } \frac{SK}{SD} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } \frac{SK}{SD} = \frac{BM}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MK \parallel SB \Rightarrow MK \parallel (SBC).$$



Ví dụ 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SO, OD .

a) Chứng minh rằng $MN \parallel (ABCD), MO \parallel (SCD)$.

b) Chứng minh rằng $NP \parallel (SAC)$, tứ giác $NPOM$ là hình gì?

c) Gọi I là điểm thuộc SD sao cho $SD = 4ID$. Chứng minh rằng $PI \parallel (SBC), PI \parallel (SAC)$.

Lời giải:

a) Do M, N lần lượt là trung điểm của SB, SO .

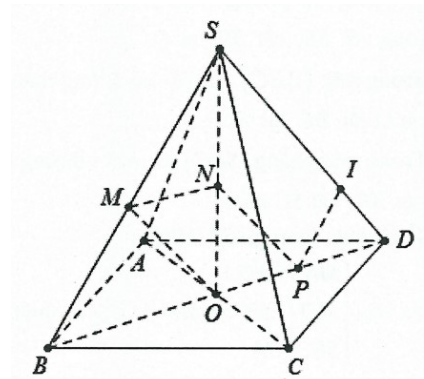
Do đó MN là đường trung bình của tam giác SBO nên $MN \parallel BO \Rightarrow MN \parallel (ABCD)$.

Tương tự MO là đường trung bình của tam giác SBD nên $MO \parallel SD \Rightarrow MO \parallel (SCD)$.

b) NP là đường trung bình của tam giác SOD nên $NP \parallel SD \Rightarrow NP \parallel (SAC)$.

Tứ giác $NPOM$ là hình bình hành vì $MN \parallel OP$ và $MN = OP = \frac{1}{2}OB$.

c) Ta có $\frac{SD}{ID} = \frac{BD}{PD} = 4 \Rightarrow IP \parallel SB \Rightarrow IP \parallel (SBC)$.



Ví dụ 9. Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm trên AB, CD . Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SA .

a) Tìm các giao tuyến của (P) với (SAB) và (SAC) .

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .

c) Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

Lời giải:

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2}MN(MQ + NP) = \frac{1}{2}x \left(a - x + \frac{2a - x}{2} \right) = \frac{x(4a - 3x)}{4}$$

Do đó áp dụng bất đẳng thức $uv \leq \left(\frac{u+v}{2} \right)^2$ ta có:

$$S_{MNPQ} = \frac{x(4a - 3x)}{4} = \frac{3x(4a - 3x)}{12} \leq \frac{(3x + 4a - 3x)^2}{12 \cdot 4} = \frac{1}{3}a^2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $3x = 4a - 3x \Leftrightarrow 6x = 4a \Leftrightarrow x = \frac{2a}{3}$.

Ví dụ 11. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N là hai điểm bất kì trên SB, CD . Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC .

a) Tìm các giao tuyến của (P) với các mặt phẳng $(SBC), (SCD), (SAC)$.

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .

Lời giải:

a) Trong mặt phẳng (SBC) , từ M kẻ đường thẳng song song với SC cắt BC tại Q .

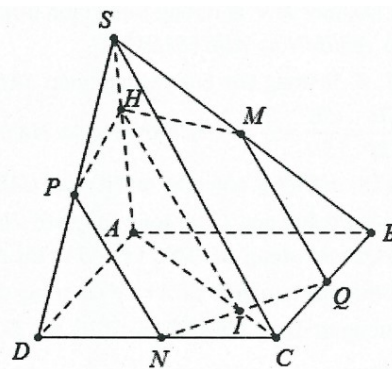
Trong mặt phẳng (SCD) , từ N kẻ đường thẳng song song với SC cắt SD tại P .

Khi đó giao tuyến của (P) với (SBC) và (SCD) lần lượt là MQ và NP .

Gọi $I = AC \cap NQ$. Từ I kẻ đường thẳng song song với SC cắt SA tại H .

Khi đó $(P) \cap (SAC) = IH$.

b) Thiết diện của mặt phẳng (P) với khối chóp là ngũ giác $MQNPH$.



Ví dụ 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (P) đi qua một điểm M trên đoạn IJ và song song với AB và CD .

a) Tìm giao tuyến của (P) với (ICD) .

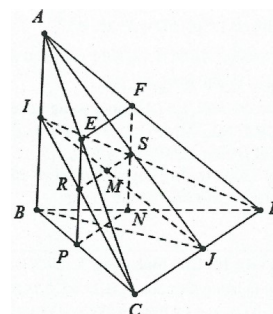
b) Xác định thiết diện của tứ diện $ABCD$ với (P) .

Lời giải:

a) Mặt phẳng (P) qua M và song song với CD nên giao tuyến của (P) và (ICD) cũng song song với CD .

Trong mặt phẳng (ICD) , qua M kẻ đường thẳng $d \parallel CD$ cắt IC và ID lần lượt tại R và S khi đó giao tuyến của (P) với (ICD) là RS .

b) Qua R và (S) lần lượt kẻ các đường thẳng song song với SA cắt các cạnh bên AC, BC, BD, AD lần lượt tại E, P, N, F khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ với (P) là tứ giác $EFNP$.



Ví dụ 13. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC , H, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAC, SBC .

- Chứng minh $AB // (SMN)$, $HK // (SAB)$.
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (CHK) và (ABC) .
- Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) đi qua MN và $(P) // SC$. Thiết diện là hình gì?

Lời giải:

a) Dễ thấy MN là đường trung bình trong tam giác SAB do đó $AB // MN \Rightarrow AB // (SMN)$

H, K là trọng tâm của tam giác SAC, SBC suy ra

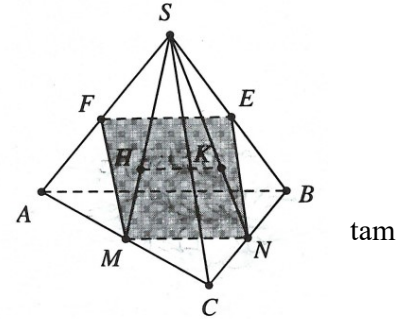
$$\frac{SH}{SM} = \frac{SK}{SN} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK // MN // AB \Rightarrow HK // (SAB).$$

b) Do $HK // AB$ nên giao tuyến của (CAB) và (CHK) là đường thẳng qua C và song song với HK và AB .

c) Qua M dựng $MF // SC$ ($F \in SA$) thì MF là đường trung bình trong tam giác $SCA \Rightarrow F$ là trung điểm của SA .

Tương tự dựng $NE // SC$ ($E \in SB$) thì E là trung điểm của SB .

Khi đó thiết diện là hình bình hành $MNEF$ vì có $MN // EF$, $MN = EF = \frac{AB}{2}$.



Ví dụ 14. Cho hình chóp $S.ABCD$. Trên hai cạnh AB, CD lần lượt lấy hai điểm M, N . Mặt phẳng (P) đi qua MN và song song với SB .

- Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .
- Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

Lời giải:

a) Dựng $ME // SB$ ($E \in SA$)

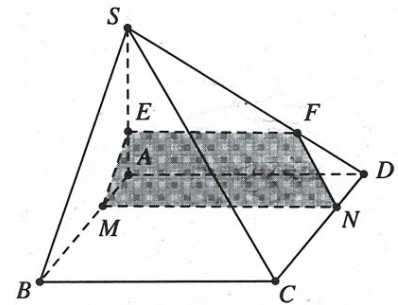
Giả sử $(P) \cap SD = F$ khi đó $(SAD), (ABCD), (MNE)$ cắt nhau đôi một theo các giao tuyến MN, EF, AD

Do đó MN, EF, AD song song hoặc đồng quy

TH1: Nếu $MN \cap AD = I$ thì $F = EI \cap SD$

TH2: Nếu $MN // AD \Rightarrow EF // AD$

b) Trong trường hợp $MN // AD \Rightarrow EF // AD // MN$ thì tứ giác $MNFE$ là hình thang.



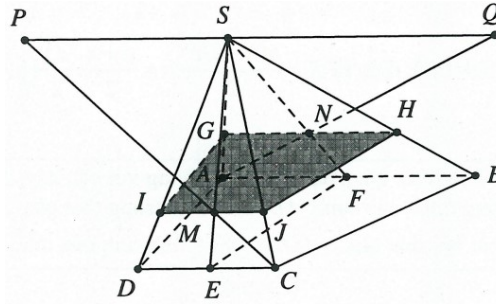
Ví dụ 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm của ΔSCD và ΔSAB .

- Tìm $m = (ABM) \cap (SCD)$, $(SAB) \cap (SCD)$, $(SMN) \cap (ABC)$.
- Chứng minh $MN // (ABC)$.
- Gọi $I = m \cap SD$. Chứng minh $IN // (ABC)$.

d) Tìm $P = MC \cap (SAB)$ và $Q = AN \cap (SCD)$. Chứng minh các điểm S, P, Q thẳng hàng.

e) Gọi $J = m \cap SC$. Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (NIJ) .

Lời giải:



a) Do $(MAB), (SCD)$ lần lượt chứa AB và CD và $AB // CD$ nên giao tuyến $m = (ABM) \cap (SCD)$ qua M và song song với CD .

Tương tự (SAB) và (SCD) lần lượt chứa AB và CD và $AB // CD$ nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d qua S và song song với AB .

Gọi $E = SM \cap CD, F = SN \cap AB$ thì $(SMN) \cap (ABCD) = EF$.

b) Vì $\frac{SM}{SE} = \frac{SN}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN // EF$ do đó $MN // (ABCD)$.

c) Do $\frac{SI}{SD} = \frac{SM}{SE} = \frac{SN}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow IN // DF \Rightarrow IN // (ABCD)$.

d) Do $P = CM \cap (SAB) \Rightarrow P \in d$, tương tự ta cũng có $Q \in d \Rightarrow S, P, Q$ thẳng hàng vì cùng thuộc đường thẳng d .

e) Qua N dựng đường thẳng song song với AB cắt SA, SB lần lượt tại G và H thì thiết diện là tứ giác $IJHG$.

Ví dụ 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và tam giác SAB đều. Điểm M di động trên BC với $BM = x, K \in SA$ sao cho $AK = MB$.

a) Chứng minh $KM // (SDC)$.

b) Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) đi qua M và song song với SA, SB . Thiết diện là hình gì? Tính diện tích của thiết diện theo a và x .

Lời giải:

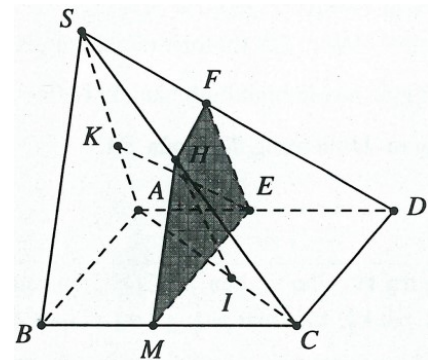
a) Lấy điểm E trên AD sao cho $AE = x \Rightarrow ME // CD$

Mặt khác $\frac{AK}{AS} = \frac{AE}{AD} = \frac{x}{a} \Rightarrow KE // SD$

Do đó $(KEM) // (SDC) \Rightarrow KM // (SDC)$

b) Do (P) đi qua M và song song với SA, SB nên $(P) // (SAB)$,
mà $ME // AB \Rightarrow E \in (P)$

Dựng $MH // SB, EF // SA (H \in SC, F \in SD)$



Thiết diện là hình thang $MEFH$ có $ME = a$

$$\text{Mặt khác } \frac{EF}{SA} = \frac{DE}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow EF = a-x$$

$$\text{Tương tự } MH = a-x, \frac{FH}{CD} = \frac{SF}{SD} = \frac{AE}{AD} = \frac{x}{a} \Rightarrow FH = x$$

$$\text{Chiều cao của hình thang cân } MEFH \text{ là } h = \sqrt{MH^2 - \left(\frac{ME-EF}{2}\right)^2} = \sqrt{(a-x)^2 - \frac{1}{4}(a-x)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x)$$

$$\text{suy ra diện tích thiết diện là } S = \frac{ME+HF}{2} \cdot h = \frac{a+x}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(a^2-x^2).$$

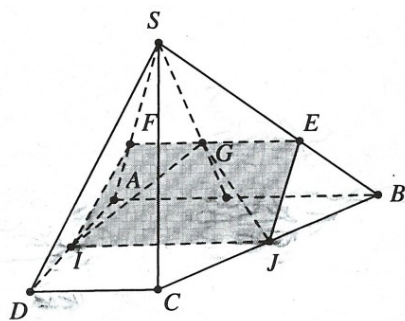
Ví dụ 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang với các đáy $AB = 3a$ và $CD = a$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, BC , G là trọng tâm của ΔSAB . Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (GIJ) . Xét hình tính của thiết diện.

Lời giải:

Mặt phẳng (GIJ) chứa IJ và mặt phẳng (SAB) chứa AB và $IJ // AB$ nên giao của (SAB) cắt (GIJ) theo giao tuyến qua G và song song với AB , giao tuyến cắt SA, SB lần lượt tại F và E .

$$\text{Ta có } \frac{EF}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF = 2a, IJ = \frac{AB+CD}{2} = 2a$$

$\Rightarrow IJEF$ là hình bình hành.



Ví dụ 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi C' là trung điểm của SC , M di động trên cạnh SA . Mặt phẳng (P) di động luôn đi qua $C'M$ và song song với BC .

a) Chứng minh (P) luôn chứa một đường thẳng cố định.

b) Xác định thiết diện mà (P) cắt hình chóp $S.ABCD$. Xác định vị trí điểm M để thiết diện là hình bình hành.

Lời giải:

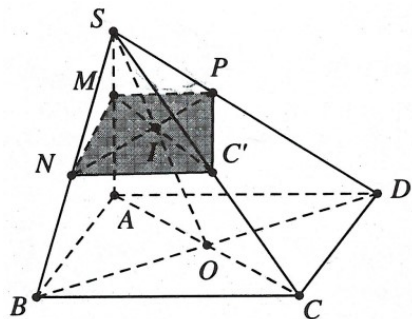
a) Qua C' dựng đường thẳng $C'N // BC$ (với $N \in SB$)

Khi đó $C'N$ là đường trung bình của tam giác SBC suy ra N là trung điểm của SB nên (P) luôn chứa đường thẳng cố định $C'N$.

b) Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap MC'$

Gọi $P = NI \cap SD$ thì thiết diện là tứ giác $MNC'P$

Tứ giác này là hình bình hành khi $MP = C'N = \frac{1}{2}AD$ suy ra M là trung điểm của SA .



Ví dụ 19. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy trung điểm M và trên cạnh BC lấy một điểm N bất kỳ. Một mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với CD .

a) Tìm thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (α) .

b) Tìm vị trí của N để thiết diện là hình bình hành.

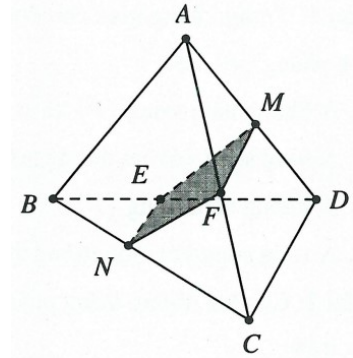
Lời giải:

a) Qua M dựng đường thẳng song song với CD cắt AC tại F , qua N dựng đường thẳng song song với CD cắt BD tại E khi đó thiết diện là tứ giác $MFNE$

b) Do $NE \parallel CD \parallel MF$ nên thiết diện là tứ giác $MFNE$ là hình thang, để $MFNE$ là hình bình hành thì $MF = NE$

mà $MF = \frac{CD}{2} \Rightarrow NE = \frac{CD}{2} \Rightarrow NE$ là đường trung bình của tam giác BCD

suy ra N là trung điểm BC .



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trong không gian cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nếu

- A. Δ không nằm trong (P) và Δ song song với một đường thẳng nằm trong (P) .
- B. Δ song song với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P) .
- C. Δ không nằm trong (P) .
- D. Δ song song mọi đường thẳng nằm trong (P) .

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$, $b \parallel (\alpha)$. Khi đó

- A. $a \parallel b$.
- B. a, b chéo nhau.
- C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau hoặc cắt nhau.
- D. a, b cắt nhau.

Câu 3. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
- B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
- C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
- D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Câu 4. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. a và b không có điểm chung.
- B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
- C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
- D. a và b chéo nhau.

Câu 5. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b .
- B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .
- C. Nếu (P) chứa a cũng chứa b .
- D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

Câu 6. Cho $d // (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d' . Khi đó

- A. $d // d'$.
- B. d cắt d' .
- C. d và d' chéo nhau.
- D. $d \equiv d'$.

Câu 7. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Có duy nhất một mặt phẳng song song a và b .
- B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
- C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).
- D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .

Câu 8. Trong không gian cho đường thẳng a chưa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a // b$.
- B. a, b không có điểm chung.
- C. a, b cắt nhau.
- D. a, b chéo nhau.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song hoặc trùng nhau.

Câu 10. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng đi qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .
- B. Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .
- C. Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) .
- D. Vô số mặt phẳng (P) và (Q) .

Câu 11. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau.
- B. a, d chéo nhau.
- C. a song song d .
- D. a, d cắt nhau.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) // (\beta)$, $a \subset (\alpha)$ thì $a // (\beta)$.
- B. Nếu $(\alpha) // (\beta)$, $a \subset (\alpha)$ thì $a // b$.
- C. Nếu $a // b$, $a \subset (\alpha)$ thì $b // (\alpha)$.
- D. Nếu $a // (\alpha)$, $b // (\alpha)$ thì $a // b$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SBC) .
- B. $(ABCD)$.
- C. (SAC) .
- D. (SAB) .

Câu 14. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AA', B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BMN) .
- B. $(C'MN)$.
- C. $(A'CN)$.
- D. $(A'BN)$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) .
- B. (SBC) .
- C. (SCD) .
- D. (SAD) .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào dưới đây?

- A. AB .
- B. BC .
- C. AD .
- D. AC .

Câu 17. Cho hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ cắt nhau và cùng song song với đường thẳng d . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Giao tuyến của $(\alpha), (\beta)$ trùng với d .
- B. Giao tuyến của $(\alpha), (\beta)$ song song hoặc trùng với d .
- C. Giao tuyến của $(\alpha), (\beta)$ cắt d .
- D. Giao tuyến của $(\alpha), (\beta)$ song song với d .

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN // mp(ABCD)$.
- B. $MN // mp(SAB)$.
- C. $MN // mp(SCD)$.
- D. $MN // mp(SBC)$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là

- A. MN nằm trên $mp(ABCD)$.
- B. MN cắt $mp(ABCD)$.

C. MN song song $mp(ABCD)$.

D. MN và $mp(ABCD)$ chéo nhau.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB , M là trung điểm của BD . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MP // (BCD)$.

B. $GQ // (BCD)$.

C. QG cắt (BCD) .

D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, CD, BC, AD . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. P, Q, R, S .

B. M, P, R, S .

C. M, R, S, N .

D. M, N, P, Q .

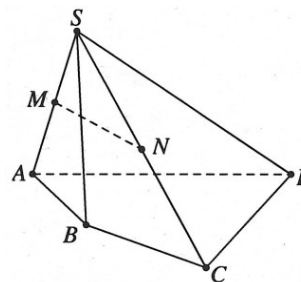
Câu 22. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $MN // (ABCD)$.

B. $MN // (SAC)$.

C. $MN // (SAB)$.

D. $MN // (SBC)$.



Câu 23. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1 // (BEC)$.

B. $OO_1 // (AFD)$.

C. $OO_1 // (EFM)$.

D. MO_1 cắt (BEC) .

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ACD) .

B. (BCD) .

C. (ABD) .

D. (ABC) .

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC , N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN) . Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$.

A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$.

C. $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$.

D. $\frac{PA}{PD} = 2$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) với tứ diện?

A. Thiết diện là hình vuông.

B. Thiết diện là hình thang cân.

C. Thiết diện là hình bình hành.

D. Thiết diện là hình chữ nhật.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm thuộc cạnh SA (không trùng với S và A). (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD . Thiết diện của (P) và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB . Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overline{MA} = 3\overline{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (P) không cắt hình chóp.
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một tam giác.
B. một hình thang với đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ.
C. một hình bình hành.
D. một hình thang với đáy lớn gấp ba lần đáy nhỏ.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) và hình chóp $S.ABCD$ là

- A. Tứ giác $MNIK$ với K là điểm bất kì trên cạnh AD .
B. Tam giác MNI .
C. Hình bình hành $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK // AB$.
D. Hình thang $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK // AB$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

B. $G_1G_2 // (ABD)$.

C. $G_1G_2 // (ABC)$.

D. BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt thuộc đoạn AB, CD và (α) qua MN , song song với SA . Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Lục giác.

C. Tam giác.

D. Tứ giác.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M ở trên cạnh BC ($M \neq B, M \neq C$). Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Thiết diện của (α) với tứ diện là

A. Hình bình hành.

B. Hình thang.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Ngũ giác.

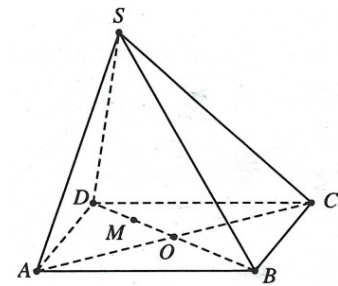
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của DO , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Tứ giác.

C. Lục giác.

D. Tam giác.



Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB = 3CD$.

B. $AB = \frac{1}{3}CD$.

C. $AB = \frac{3}{2}CD$.

D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O . Gọi I là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) chứa AI và song song với BD , cắt SB, SD lần lượt tại M và N . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{SM}{SB} = \frac{3}{4}$.

B. $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{3}$.

D. $\frac{MB}{SB} = \frac{1}{3}$.

Câu 40. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b // (\alpha)$ thì $b // a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .

C. Nếu $b // a$ thì $b // (\alpha)$.

D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Câu 41. Cho hai đường thẳng phân biệt, a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha)$ và $b // (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. a và b không có điểm chung.
- B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
- C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
- D. a và b chéo nhau.

Câu 42. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b .
- B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .
- C. Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b .
- D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) với tứ diện?

- A. Thiết diện là hình vuông.
- B. Thiết diện là hình thang cân.
- C. Thiết diện là hình bình hành.
- D. Thiết diện là hình chữ nhật.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC , lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. MG song song (BCD) .
- B. MG song song (ACB) .
- C. MG song song (ABD) .
- D. MG song song (ACD) .

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD .

Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là

- A. Hình tam giác.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình chữ nhật.
- D. Hình vuông.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn BC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD .

Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là

- A. Hình thang.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình tam giác.
- D. Hình ngũ giác.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1-A	2-C	3-C	4-C	5-B	6-A	7-A	8-B	9-D	10-A
11-C	12-A	13-A	14-C	15-C	16-A	17-D	18-A	19-C	20-B
21-B	22-A	23-D	24-A	25-D	26-C	27-B	28-B	29-A	30-C

31-B	32-D	33-D	34-D	35-A	36-A	37-B	38-A	39-D	40-C
41-C	42-B	43-C	44-D	45-A	46-B				

Câu 1: Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nếu Δ không nằm trong (P) và Δ song song với một đường thẳng nằm trong (P) . **Chọn A.**

Câu 2: Nếu $a // (\alpha)$, $b // (\alpha)$ thì $a // b$ hoặc a, b chéo nhau hoặc cắt nhau. **Chọn C.**

Câu 3: Đường thẳng $b \not\subset (\alpha)$ và $b // a$ thì $b // (\alpha)$. **Chọn C.**

Câu 4: Nếu $a // (\alpha)$, $b // (\alpha)$ thì $a // b$ hoặc a, b chéo nhau hoặc cắt nhau. **Chọn C.**

Câu 5: Nếu (P) song song với a thì $b // (P)$ hoặc $b \subset (P)$

Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b . Khẳng định đúng là B. **Chọn B.**

Câu 6: $d // (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d' suy ra $d // d'$. **Chọn A.**

Câu 7: Với 2 đường thẳng chéo nhau a và b thì có duy nhất một mặt phẳng (P) qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước). Do đó có vô số mặt phẳng song song với a và b , các mặt phẳng này song song với nhau và song song với (P) . Vậy khẳng định A sai. **Chọn A.**

Câu 8: Do $b // (P)$ nên b và (P) không có điểm chung, đường thẳng $a \subset (P)$ nên a và b không có điểm chung. **Chọn B.**

Câu 9: Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau hoặc trùng nhau. **Chọn D.**

Câu 10: Mặt phẳng (P) chứa a và $(P) // c$ nên (P) chứa c' sao cho $c // c'$. Khi đó có 1 mặt phẳng (P) chứa a và song song với c' . Tương tự cũng có 1 mặt phẳng (Q) . **Chọn A.**

Câu 11: $\begin{cases} a // (P) \\ a // (Q) \end{cases} \Rightarrow a$ song song với giao tuyến của (P) và (Q) . **Chọn C.**

Câu 12: Nếu $(\alpha) // (\beta)$, $a \subset (\alpha)$ thì $a // (\beta)$ nên A đúng

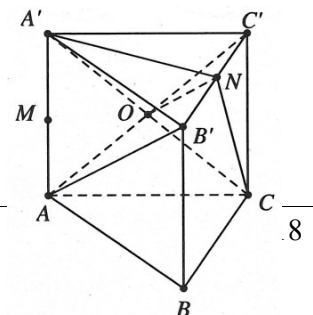
Khẳng định C sai vì b có thể nằm trên (α)

Khẳng định D sai vì a, b có thể trùng nhau, chéo nhau hoặc cắt nhau. **Chọn A.**

Câu 13: Do $ABCD$ là hình bình hành nên $AD // BC$.

Ta có $\begin{cases} AD // BC \\ AD \not\subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AD // (SBC)$. **Chọn A.**

Câu 14: Gọi O là tâm hình bình hành $ACC'A'$ thì ON là đường trung bình trong tam giác $AB'C'$.

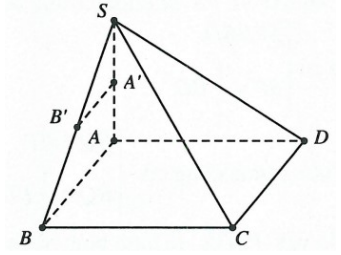


Khi đó $ON // AB' \Rightarrow AB' // (A'ON)$ hay $AB' // (A'CN)$

Chọn C

Câu 15: Dễ thấy $A'B'$ là đường trung bình trong tam giác SAB do đó $A'B' // AB // CD$

Mặt khác $A'B' \not\subset (SCD) \Rightarrow A'B' // (SCD)$. **Chọn C.**



Câu 16: $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD$, $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (SAB) và (SCD)

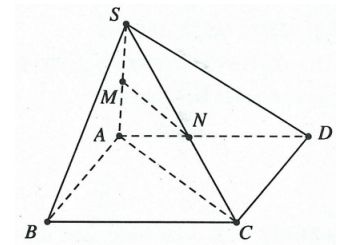
song song với AB và CD . **Chọn A.**

Câu 17: Hai mặt phẳng (α) , (β) cắt nhau và cùng song song với đường thẳng d thì giao tuyến của (α) , (β) song song với d . **Chọn D.**

Câu 18: Dễ thấy MN là đường trung bình trong tam giác $SAC \Rightarrow MN // AC$

Mặt khác $MN \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$

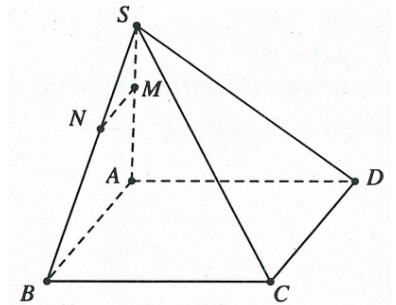
Chọn A.



Câu 19: Ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN // AB$ (định lý Talet đảo). Mặt

khác $MN \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$.

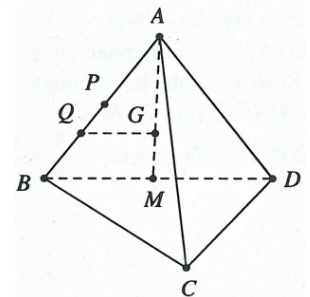
Chọn C.



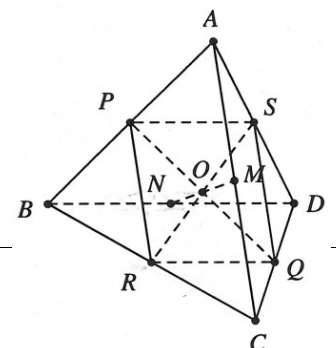
Câu 20: Do G là trọng tâm tam giác ABD nên ta có:

$$\frac{AG}{GM} = 2 = \frac{AQ}{BQ} \Rightarrow QG // BM \text{ (định lý Talet đảo)}$$

Mặt khác $QG \not\subset (BCD)$ nên $QG // (BCD)$. **Chọn B.**



Câu 21: Vì PS là đường trung bình của tam giác ABD nên ta có $\begin{cases} SP // BD \\ SP = \frac{1}{2} BD \end{cases}$



Tương tự ta cũng có:
$$\begin{cases} RQ // BD \\ RQ = \frac{1}{2}BD \end{cases}$$

Do vậy $PSQR$ là hình bình hành nên P, Q, R, S đồng phẳng

Tương tự chứng minh trên ta cũng có M, R, S, N và M, N, P, Q đồng phẳng. **Chọn B.**

Câu 22: Dễ thấy MN là đường thẳng trung bình trong tam giác $(SAC) \Rightarrow MN // AC$

Mặt khác $MN \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$. **Chọn A.**

Câu 23: Do O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$ nên

$OO_1 // AF // DF$ (tính chất đường trung bình) suy ra $OO_1 // (BEC)$,

$OO_1 // (AFD)$.

Do $OO_1 // DF \Rightarrow OO_1 // (EFDC)$ hay $OO_1 // (EFM)$.

Khẳng định sai là D. **Chọn D.**

Câu 24: Gọi K là điểm thuộc cạnh BD sao cho $BK = 2KD$

Ta có:
$$\frac{BK}{KD} = \frac{BM}{MC} = 2 \Rightarrow MK // CD$$

Tương tự ta có: $GK // AD \Rightarrow (MGK) // (ACD) \Rightarrow MG // (ACD)$.

Chọn A.

Câu 25: Ba mặt phẳng $(ABC), (ACD), (KLN)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến là KL, NP và AC , 3 giao tuyến này song song hoặc đồng quy.

Do $KL // AC$ (tính chất đường trung bình) nên $KL // AC // NP$ hay $NP // AC$.

Theo định lý Talet ta có:
$$\frac{PA}{PD} = \frac{CN}{ND} = 2. \text{ Chọn D.}$$

Câu 26: Qua H kẻ đường thẳng $d // AB$, cắt AC, BC tại M, N

Qua M kẻ đường thẳng song song với CD , cắt AD tại Q

Qua N kẻ đường thẳng song song với CD , cắt BD tại P

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $MNPQ$

Ta có $MQ // NP, MQ // NP \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành

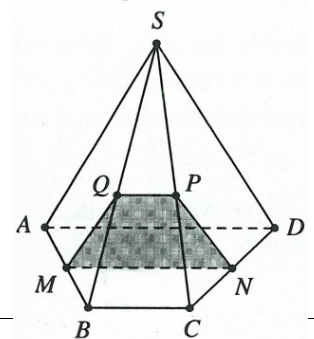
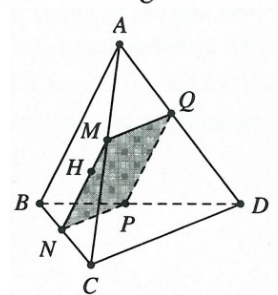
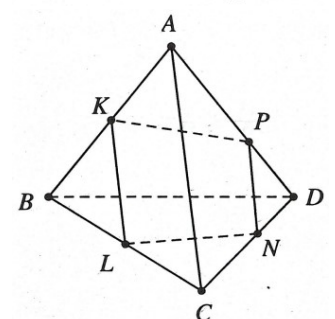
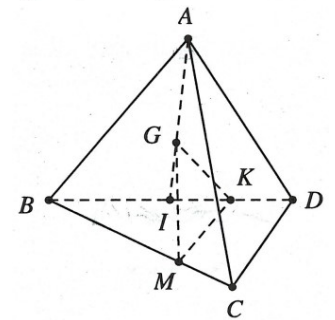
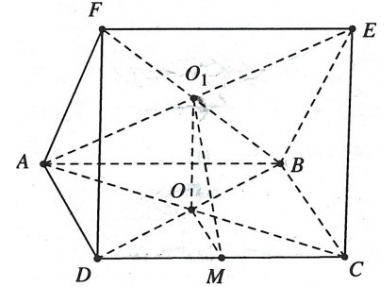
Chọn C.

Câu 27: Gọi P là giao điểm của (P) và (SBC)

Ta có $MN // BC$ nên qua P kẻ đường thẳng song song với BC cắt SB tại $Q \Rightarrow$

Thiết diện cần tìm là hình thang $MNPQ$.

Chọn B.

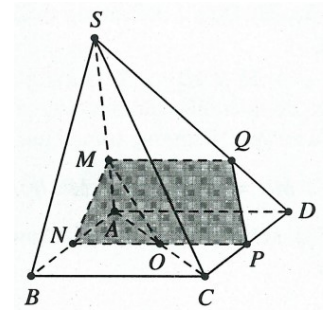


Câu 28: Qua O kẻ đường thẳng $d // AD$, cắt AB, CD tại N, P

Qua M kẻ đường thẳng song song với AD , cắt SD tại Q

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $MNPQ$

Ta có $MQ // NP // AD \Rightarrow MNPQ$ là hình thang. **Chọn B.**



Câu 29: Qua I kẻ đường thẳng $d_1 // AB$, cắt BD tại M

Qua J kẻ đường thẳng $d_2 // AB$, cắt AB tại N

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $IMJN$

$$\text{Ta có } \frac{JN}{AB} = \frac{JC}{CB} = \frac{1}{3}; \frac{IM}{AB} = \frac{ID}{DA} = \frac{1}{3} \Rightarrow JN = IM$$

Do đó $IMJN$ là hình bình hành. **Chọn A.**

Câu 30: Qua M kẻ đường thẳng $d_1 // AB$, cắt AD tại N

Qua M kẻ đường thẳng $d_1 // AB$, cắt AC tại I

Qua I kẻ đường thẳng $d_2 // SC$ cắt SA tại P

Suy ra thiết diện cần tìm là tam giác MNP . **Chọn C.**

Câu 31: Qua M kẻ đường thẳng $d_1 // CD$, cắt AC tại E

Qua N kẻ đường thẳng $d_2 // CD$, cắt BD tại F

Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang $MENF$

$$\text{Ta có } \frac{EM}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}; \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow NF = 2EM$$

Do đó $MENF$ là hình thang với đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ.

Chọn B.

Câu 32: Qua I kẻ đường thẳng song song với AB , cắt AD tại K

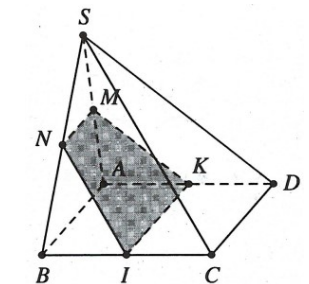
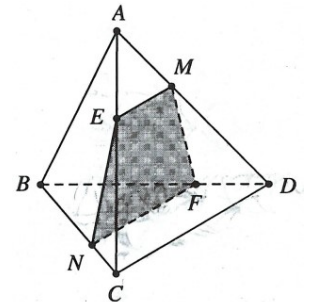
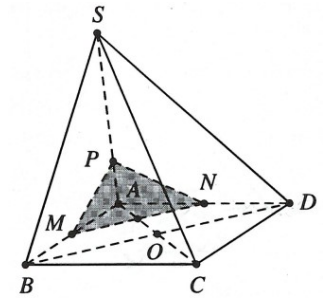
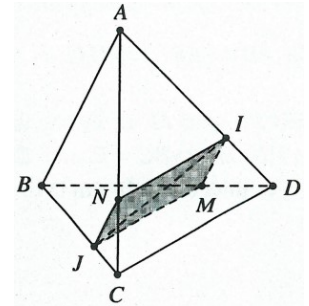
$\longrightarrow IK // AB$ và K là trung điểm của AD

Do đó thiết diện cần tìm là tứ giác $MNIK$

Ta có MN là đường trung bình $\Delta SAB \Rightarrow MN // AB$

$$\text{Và } MN = \frac{1}{2} AB \longrightarrow MN // IK, MN = \frac{1}{2} IK$$

Vậy $MNIK$ là hình thang. **Chọn D.**



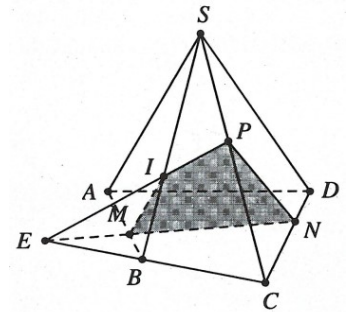
Câu 33: Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \frac{MG_1}{MA} = \frac{MG_2}{MB} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1G_2 // AB$

Mà $AB \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_2 // (ABC)$, $AB \subset (ABD) \Rightarrow G_1G_2 // (ABD)$. **Chọn D.**

Câu 34: Qua M kẻ đường thẳng song song SA , cắt SB tại I . Nối

$MN \cap BC = E$, nối $EI \cap SC = P$

Suy ra thiết diện với cần tìm là tứ giác $IMNP$. **Chọn D.**



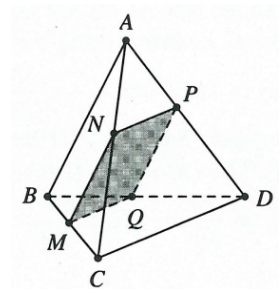
Câu 35: Qua M kẻ đường thẳng song song với CD , cắt BD tại Q

Qua M kẻ đường thẳng song song với AB , cắt AC tại N

Qua N kẻ đường thẳng song song với CD , cắt AD tại P

Suy ra thiết diện cần tìm tứ giác $MNPQ$

Ta có $MQ // NP$, $MN // PQ \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành. **Chọn A.**

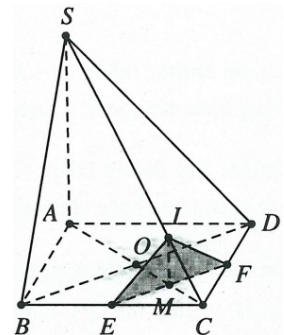


Câu 36: Qua M kẻ đường thẳng $d // BD$, cắt BC , CD tại E , F

Qua M kẻ đường thẳng song song với SA , cắt SC tại I

Suy ra thiết diện cần tìm là tam giác IEF

Chọn A.



Câu 37: Qua M kẻ đường thẳng $d // AD$, cắt AD , DC tại E , F

Qua E kẻ đường thẳng song song với SD , cắt SA tại H

Qua F kẻ đường thẳng song song với SD , cắt SC tại K

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $HEFK$. **Chọn B.**

Câu 38: Qua G kẻ đường thẳng $d // AB$, cắt SA , SB tại M , N

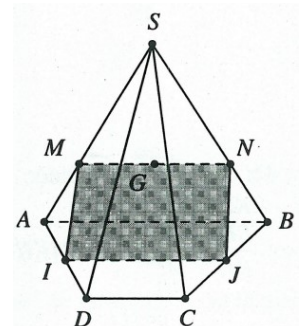
Suy ra thiết diện cần tìm là hình bình hành $MNJI$

Ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$ nên $MN = 2 \Rightarrow AB = 3$

Lại có $MNJI$ là hình bình hành $\Rightarrow MN = IJ = 2$

Mà IJ là đường trung bình hình thang $ABCD$

$\longrightarrow IJ = \frac{AB+CD}{2} \Leftrightarrow CD = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \Rightarrow AB = 3CD$



Chọn A.

Câu 39: Nối AI cắt SO tại G

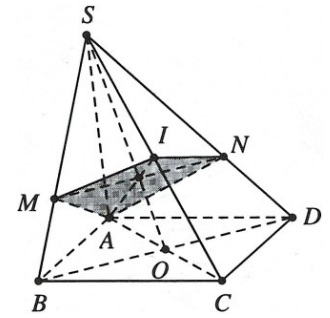
Qua G kẻ đường thẳng $d \parallel BD$, cắt SB, SD tại M, N

$$\text{Suy ra } MN \parallel BD \longrightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{SG}{SO}$$

Tam giác SAC , có I, O lần lượt là trung điểm của SC, AC

Mà $SO \cap AI = G \Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác SAC

$$\text{Do đó } \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MB}{SB} = \frac{1}{3}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 40: Đường thẳng $b \parallel (\alpha)$ khi b song song với đường thẳng a nằm trong (α) .

Khẳng định đúng là C. **Chọn C**

Câu 41: Hai đường thẳng phân biệt a, b và $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ khi đó a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau. **Chọn C.**

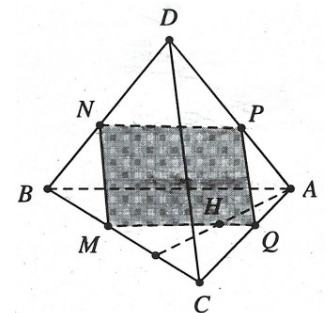
Câu 42: Nếu (P) song song với a thì (P) song song hoặc chứa b . Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .

Khẳng định B đúng. **Chọn B**

Câu 43: Qua H dựng đường thẳng song song với AB cắt $CA = B$ và CA lần lượt tại M và Q

Dựng $MN \parallel CD, QP \parallel CD$ ($N \in BD, P \in AD$)

Khi đó thiết diện là hình bình hành $MNPQ$. **Chọn C.**

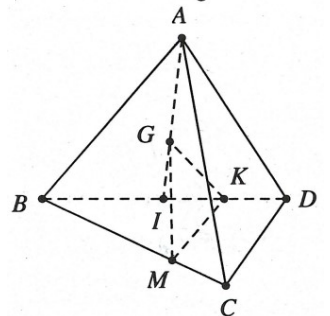


Câu 44: Gọi K là điểm thuộc cạnh BD sao cho $BK = 2KD$

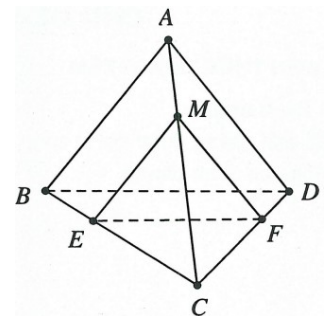
$$\text{Ta có: } \frac{BK}{KD} = \frac{BM}{MC} = 2 \Rightarrow MK \parallel CD$$

Tương tự ta có: $GK \parallel AD \Rightarrow (MGK) \parallel (ACD)$

$\Rightarrow MG \parallel (ACD)$. **Chọn D.**



Câu 45: Trong mặt phẳng (ABC) dựng $ME \parallel AB$ (với $E \in BC$), trong mặt phẳng (ABD) dựng $MF \parallel AD$ (với $F \in CD$). Khi đó thiết diện là tam giác MEF . **Chọn A.**



Câu 46: Trong mặt phẳng (ABC) , dựng $MN \parallel AB$ cắt AC tại N , trong mặt phẳng (BCD) dựng $ME \parallel CD$, ($E \in BD$).

Trong mặt phẳng (ACD) dựng $NF \parallel CD$, ($F \in AD$).

Khi đó thiết diện bởi (α) và tứ diện là tứ giác $MNFE$ có $MN \parallel EF \parallel AB$,
 $ME \parallel NF \parallel CD$ nên $MNFE$ là hình bình hành.

Chọn B.

