

Câu 12. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $3a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Hai khối chóp tam giác.
 B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
 C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 D. Hai khối chóp tứ giác.

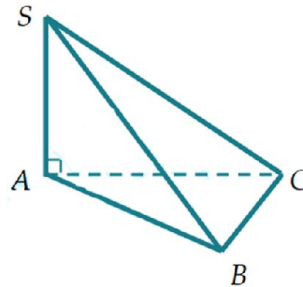
Câu 14. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Hình nào trong các hình sau không phải là hình đa diện?

- A. Hình lăng trụ. B. Hình lập phương. C. Hình vuông. D. Hình chóp.

Câu 15. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 16. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A . $AB = 2a$; $AC = a$; $SA = 3a$; $SA \perp (ABC)$. Thể tích của hình chóp là



- A. $V = 3a^3$. B. $V = 6a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 17. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tính thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng 5cm và diện tích đáy bằng 12 cm^2 .

- A. $V = 60\text{ cm}^3$. B. $V = 20\text{ cm}^3$. C. $V = 30\text{ cm}^3$. D. $V = 40\text{ cm}^3$.

Câu 18. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Có bao nhiêu khối đa diện đều?

- A. 5. B. 4 C. 6 D. 3

Câu 19. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích hình hộp chữ nhật.

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $2a^2$.

Câu 20. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là 8, chiều cao là 6. Tính thể tích khối lăng trụ

- A. 16. B. 36. C. 48. D. 24.

Câu 21. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. a^3 .

- Câu 22. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AC = 5$, $AA' = 8$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
 A. 120. B. 32. C. 96. D. 60.
- Câu 23. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho khối lăng trụ có thể tích bằng 18, thể tích khối chóp bằng
 A. . B. . C. . D. .
- Câu 24. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng và cạnh bên bằng . Thể tích khối chóp bằng
 A. . B. . C. . D. .
- Câu 25. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng $6a^2$ và chiều cao bằng a là
 A. $V = 12a^3$. B. $V = 6a^3$. C. $V = 18a^3$. D. $V = 2a^3$.
- Câu 26. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$.
 A. $V = 6a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 2a^3$.
- Câu 27. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho một khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$, chiều cao $h = 3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
 A. $6a^3$. B. $18a^3$. C. $9a^3$. D. $54a^3$.
- Câu 28. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Số cạnh của hình bát diện đều là
 A. 8. B. 12. C. 10. D. 20.
- Câu 29. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 8$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:
 A. 48. B. 16. C. 24. D. 14.
- Câu 30. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là
 A. $B.h$. B. $\frac{1}{2}B.h$. C. $\frac{1}{3}B.h$. D. $\frac{4}{3}B.h$.
- Câu 31. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Cho khối chóp có chiều cao $h = 3$ và diện tích đáy $B = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
 A. 2. B. 3. C. 12. D. 6.
- Câu 32. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = a\sqrt{3}$.
 A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.
- Câu 33. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 10$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
 A. 6. B. 24. C. 10. D. 20.
- Câu 34. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là:
 A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{4}{3}Bh$.
- Câu 35. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{3}$. D. $6a^3$.

Câu 36. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

- A. Loại $\{3;4\}$. B. Loại $\{3;5\}$. C. Loại $\{4;3\}$. D. Loại $\{5;3\}$.

Câu 37. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

- A. a^2 . B. a^3 . C. a^4 . D. a^5 .

Câu 39. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Thể tích khối lập phương có cạnh $2\sqrt{3}$ bằng

- A. $24\sqrt{3}$. B. $54\sqrt{2}$. C. 8. D. $18\sqrt{2}$.

Câu 40. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 15 B. 30 C. 150 D. 10

Câu 41. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 6$ và chiều cao $h = 10$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 20. B. 40. C. 30. D. 60.

Câu 42. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. 90. B. 30. C. 10. D. 15.

Câu 43. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{3}$. D. $6a^3$.

Câu 44. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $\frac{1}{3}Bh$. B. $\frac{1}{6}Bh$. C. Bh . D. $3Bh$.

Câu 45. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Khối lăng trụ có diện tích đáy là S , chiều cao h có thể tích V là

- A. $V = Sh^2$ B. $V = \frac{1}{2}Sh$ C. $V = Sh$ D. $V = \frac{1}{3}Sh$

Câu 46. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi là

- A. Khối bát diện đều. B. Khối mười hai mặt đều.
C. Khối hai mươi mặt đều. D. Khối lập phương.

Câu 47. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Thể tích khối lăng trụ được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3}B.h$. B. $V = B.h$. C. $V = \frac{1}{2}B.h$. D. $V = \frac{1}{6}B.h$.

Câu 48. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác, diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $\sqrt{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 49. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (SBCD)$ và $SA = 2a$, diện tích tứ giác là $ABCD$ bằng $3a^2$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. B. $6a^2$. C. $6a^3$. D. $2a^2$.

Câu 51. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

A. $4a^3$. B. $4a^2$. C. $12a^3$. D. $12a^2$.

Câu 52. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 12 và chiều cao bằng 4 là

A. $V = 8$. B. $V = 48$. C. $V = 24$. D. $V = 16$.

Câu 53. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 54. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu đỉnh?

A. 6. B. 4. C. 8. D. 12.

Câu 55. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. 4. B. 12. C. 36. D. 6.

Câu 56. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 3a, AC = 4a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $18a^3$. B. $6a^3$. C. $36a^3$. D. $2a^3$.

Câu 57. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Một khối lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng $2\sqrt{14}$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. $2\sqrt{14}$. B. $4\sqrt{14}$. C. $6\sqrt{14}$. D. $12\sqrt{14}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.B	5.C	6.D	7.B	8.D	9.C	10.D
11.D	12.B	13.C	14.C	15.A	16.D	17.B	18.A	19.A	20.C
21.B	22.C	23.A	24.C	25.D	26.B	27.A	28.B	29.A	30.C
31.A	32.A	33.D	34.A	35.B	36.B	37.B	38.B	39.A	40.B
41.D	42.B	43.B	44.C	45.C	46.B	47.B	48.C	49.B	50.A
51.C	52.D	53.D	54.C	55.B	56.B	57.D			

Câu 6. (Sở Yên Bái - 2021) Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp bằng

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. **D. $V = \frac{a^3}{4}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Diện tích đáy bằng } B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} a \sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 7. (Sở Tuyên Quang - 2021) Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. a^3 . C. $3a^3$. **D. $\frac{3}{2}a^3$.**

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a = a^3.$$

Câu 8. (Sở Tuyên Quang - 2021) Chiều cao của khối lăng trụ có thể tích bằng $V = 12$, diện tích đáy $B = 4$ là

- A. 8. B. 9. C. 1. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } V = B \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{B} = \frac{12}{4} = 3.$$

Câu 9. (Sở Tuyên Quang - 2021) Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a, b, c là

- A. $V = a^3 bc$. B. $V = \frac{1}{3} abc$. C. $V = abc$. **D. $V = \frac{1}{2} abc$.**

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a, b, c là $V = abc$.

Câu 10. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. **D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích khối lăng trụ đã cho là } V = B \cdot h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 11. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $a, 2a$ và $3a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đó bằng

- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $2a^3$. **D. $6a^3$.**

Lời giải

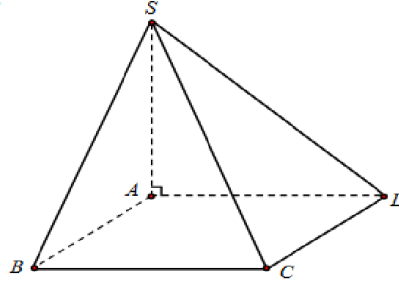
Chọn D

$$\text{Thể tích khối hộp chữ nhật là: } V = 6a^3.$$

- Câu 12.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $3a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

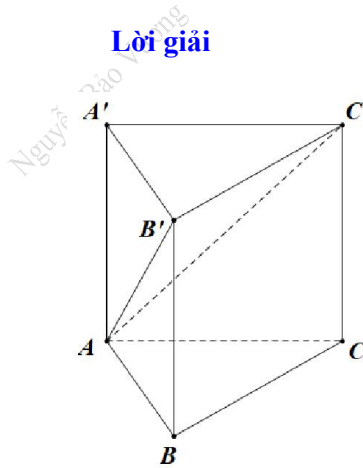


Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.3a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}$.

- Câu 13.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?
- A. Hai khối chóp tam giác.
 B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
 C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ thành hai khối đó là chóp tam giác $A.A'B'C'$ và chóp tứ giác $A.B'C'CB$.

- Câu 14.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Hình nào trong các hình sau không phải là hình đa diện?
- A. Hình lăng trụ. B. Hình lập phương. C. Hình vuông. D. Hình chóp.

Lời giải

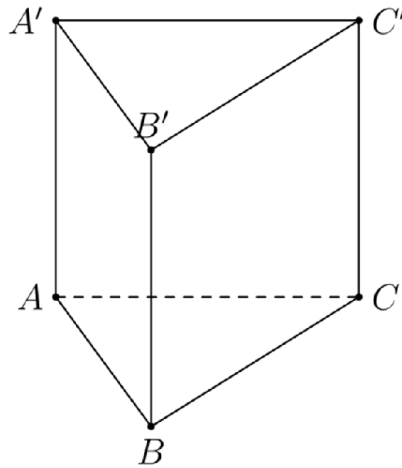
Chọn C

- ♦ Dựa vào định nghĩa: Khối đa diện được giới hạn hữu hạn bởi đa giác thỏa mãn điều kiện:
- ♦ Hai đa giác bất kì không có điểm chung, hoặc có 1 điểm chung hoặc có chung 1 cạnh.
- ♦ Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng 2 đa giác.

- Câu 15.** (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

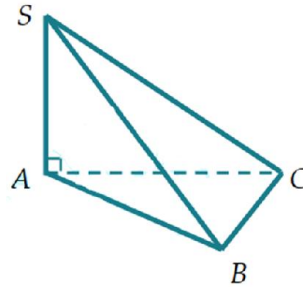
Chọn A



Trong ΔABC ta có $S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ tam giác đều là $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 16. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A . $AB = 2a$; $AC = a$; $SA = 3a$; $SA \perp (ABC)$. Thể tích của hình chóp là



- A.** $V = 3a^3$. **B.** $V = 6a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp $V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot a \cdot 3a = a^3$.

Câu 17. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tính thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng 5cm và diện tích đáy bằng 12 cm^2 .

- A.** $V = 60 \text{ cm}^3$. **B.** $V = 20 \text{ cm}^3$. **C.** $V = 30 \text{ cm}^3$. **D.** $V = 40 \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp cần tìm là: $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 12 = 20 (\text{cm}^3)$

Câu 18. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Có bao nhiêu khối đa diện đều?

- A.** 5. **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Có 5 khối đa diện đều.

Câu 19. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích hình hộp chữ nhật.

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $2a^2$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = B.h = a^2.2a = 2a^3$.

- Câu 20. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là 8, chiều cao là 6. Tính thể tích khối lăng trụ

- A. 16. B. 36. C. 48. D. 24.

Lời giải

Chọn C

$$V = B.h = 6.8 = 48.$$

- Câu 21. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

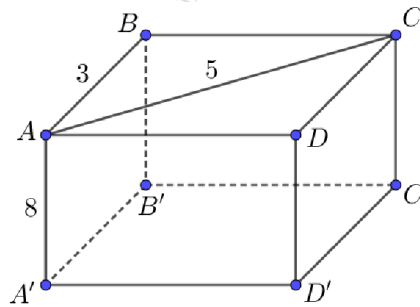
Ta có diện tích đáy $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Suy ra thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

- Câu 22. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AC = 5$, $AA' = 8$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 120. B. 32. C. 96. D. 60.

Lời giải

Chọn C



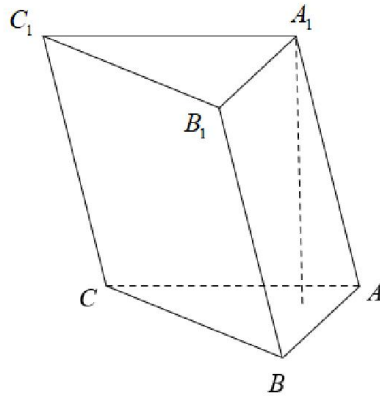
Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC , ta có $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.
 Khi đó, thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = AB.BC.AA' = 3.4.8 = 96$.

- Câu 23. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho khối lăng trụ có thể tích bằng 18, thể tích khối chóp bằng

- A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn A



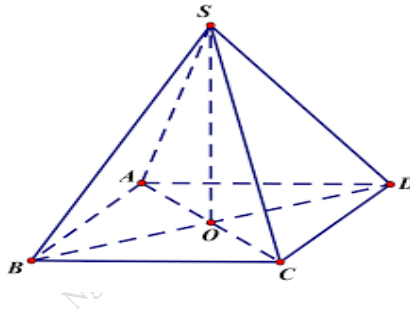
♦ Ta có:

Câu 24. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích khối chóp bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ **C. $\frac{3\sqrt{5}a^3}{4}$** D. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{4}$

Lời giải

Chọn C



♦ Áp dụng công thức:

♦ Đáy là hình vuông nên: $SA \perp BD$;

♦ $SO \perp$ mặt phẳng đáy $ABCD$.

Câu 25. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng $6a^2$ và chiều cao bằng a là

- A. $V = 12a^3$ B. $V = 6a^3$ C. $V = 18a^3$ **D. $V = 2a^3$**

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp cần tìm là $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot a = 2a^3$.

Câu 26. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$.

- A. $V = 6a^3$ B. $V = 3a^3$ C. $V = a^3$ D. $V = 2a^3$

Lời giải

Chọn B

♦ Số phức z có phần ảo là: -3 .

Câu 27. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho một khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$, chiều cao $h = 3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** $6a^3$. **B.** $18a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $54a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}6a^2 \cdot 3a = 6a^3$.

Câu 28. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Số cạnh của hình bát diện đều là

- A.** 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Câu 29. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 8$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.** 48. **B.** 16. **C.** 24. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là: $V = B.h = 8.6 = 48$.

Câu 30. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là

- A.** $B.h$. **B.** $\frac{1}{2}B.h$. **C.** $\frac{1}{3}B.h$. **D.** $\frac{4}{3}B.h$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là $\frac{1}{3}B.h$.

Câu 31. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho khối chóp có chiều cao $h = 3$ và diện tích đáy $B = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 2$.

Câu 32. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AC' = a\sqrt{3} \Leftrightarrow AB \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = a \Rightarrow V = a^3$.

Câu 33. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 10$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 10 = 20$.

Câu 34. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là:

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn A

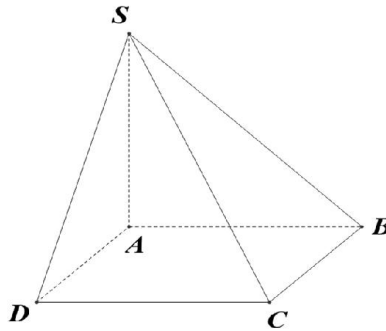
Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = Bh$.

Câu 35. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{3}$. D. $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



- ♦ Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp.
- ♦ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

Câu 36. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

- A. Loại $\{3;4\}$. B. Loại $\{3;5\}$. C. Loại $\{4;3\}$. D. Loại $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn B

Hình có số mặt nhiều nhất là hình đa diện loại $\{3;5\}$ (20 mặt).

Câu 37. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ tam giác cạnh bằng 3 là: $V = \frac{3^2\sqrt{3}}{4}.3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

- A. a^2 . B. a^3 . C. a^4 . D. a^5 .

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương cạnh a là a^3 .

Câu 39. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Thể tích khối lập phương có cạnh $2\sqrt{3}$ bằng

- A. $24\sqrt{3}$. B. $54\sqrt{2}$. C. 8. D. $18\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh $2\sqrt{3}$ là $V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$ (đvtt).

Câu 47. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Thể tích khối lăng trụ được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3}B.h$. B. $V = B.h$. C. $V = \frac{1}{2}B.h$. D. $V = \frac{1}{6}B.h$.

Lời giải

Chọn B

Câu 48. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác, diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $\sqrt{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

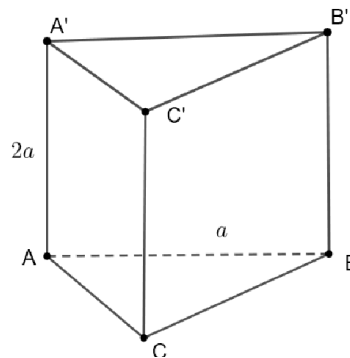
Ta có: $V = \frac{1}{3}h.S_{\Delta ABC} \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = \sqrt{3}a$.

Câu 49. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$ là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Diện tích đáy $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Suy ra: $V = AA'.S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (SBCD)$ và $SA = 2a$, diện tích tứ giác là $ABCD$ bằng $3a^2$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $6a^2$. C. $6a^3$. D. $2a^2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.3a^2.2a = 2a^3$.

Câu 51. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

- A. $4a^3$. B. $4a^2$. C. $12a^3$. D. $12a^2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi S là diện tích mặt đáy, h là độ dài đường cao của khối trụ đã cho.

Khi đó thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = S.h = 4a^2.3a = 12a^3$.

Câu 52. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 12 và chiều cao bằng 4 là

- A. $V = 8$. B. $V = 48$. C. $V = 24$. D. $V = 16$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 4 = 16.$$

Câu 53. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } V = Bh = a^2 \cdot a = a^3.$$

Câu 54. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu đỉnh?

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 12.

Lời giải

Chọn C

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là lập phương nên có 8 đỉnh.

Câu 55. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A. 4. B. 12. C. 36. D. 6.

Lời giải

Chọn B

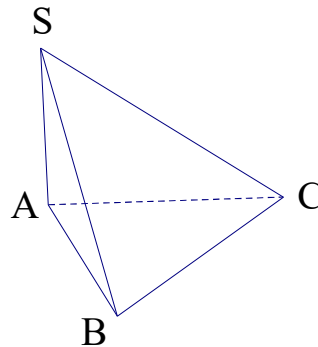
$$V = S.h = 3 \cdot 4 = 12.$$

Câu 56. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 3a, AC = 4a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $18a^3$. B. $6a^3$. C. $36a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B



$$V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a \cdot 3a = 6a^3$$

Câu 57. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Một khối lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng $2\sqrt{14}$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A. $2\sqrt{14}$. B. $4\sqrt{14}$. C. $6\sqrt{14}$. D. $12\sqrt{14}$.

Lời giải

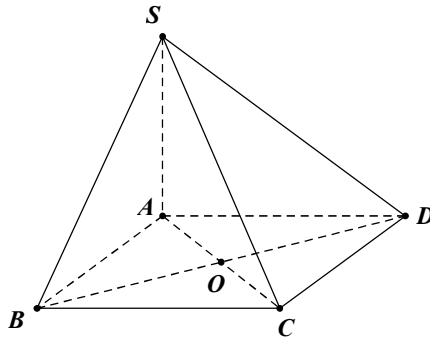
Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ $V = Bh = 2\sqrt{14} \cdot 6 = 12\sqrt{14}$ (đvtt)

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?
A. Hai khối chóp tam giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
- Câu 2. (Sở Yên Bái - 2021)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 3. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho:
A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.
- Câu 4. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$
A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.
- Câu 5. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Khối chóp tam giác có thể tích là: $\frac{2a^3}{3}$ và chiều cao $a\sqrt{3}$. Tìm diện tích đáy của khối chóp tam giác đó.
A. $\sqrt{3}a^2$. **B.** $2\sqrt{3}a^2$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^2}{9}$.
- Câu 6. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3 .
- Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{9}$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.
- Câu 8. (Chuyên KHTN - 2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Thể tích khối tứ diện $SOMN$ bằng



- A. $\frac{a^3}{16}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{3a^3}{16}$.

Câu 9. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là $2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 10. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{12}$.

Câu 11. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp.

- A. $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$. B. $2a^3$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. D. $a^3\sqrt{\frac{7}{2}}$.

Câu 12. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Thể tích khối tứ diện $ABDB'$ bằng

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Hỏi thể tích lăng trụ.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy $a = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. 15π B. 15 C. 45 D. 45π

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $AA' = 2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° , diện tích tam giác ABC bằng a^2 . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 16. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 27. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

- A. 27 B. 16 C. 54 D. 36

Câu 17. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của hình chóp đều đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại A , $SA = BC = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 19. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Diện tích toàn phần của một hình lập phương bằng $96(\text{cm}^2)$. Khối lập phương đã cho có thể tích bằng

A. $84(\text{cm}^3)$. B. $48(\text{cm}^3)$. C. $64(\text{cm}^3)$. D. $91(\text{cm}^3)$.

Câu 20. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng:

A. $3a^3$. B. $2a^3$. C. $6a^3$. D. a^3 .

Câu 21. (THPT Quê Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho khối tứ diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 22. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3$.

Câu 23. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

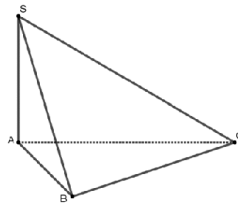
Câu 24. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho khối tứ diện $ABCD$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB , khi đó mặt phẳng (P) chứa cạnh CM , song song với BD chia khối tứ diện $ABCD$ thành

A. Một khối tứ diện và một khối lăng trụ. B. Hai khối chóp tứ giác.
C. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. D. Hai khối tứ diện.

Câu 25. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 26. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AC = 2a, AB = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 27. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, AD và O là trọng tâm tam giác BCD . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{OMNP}}{V_{ABCD}}$.

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 28. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 29. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Tính thể tích khối đa diện $ABCD$, biết AB, AC, AD đôi một vuông góc và có độ dài lần lượt là 2, 3, 4?

A. 8. B. 24. C. 3. D. 4.

Câu 30. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = 6a$. Thể tích khối chóp là

A. a^3 . B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Câu 31. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ tất cả các cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Câu 32. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC = 2BA = 2a$. Biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, biết mặt bên của khối lăng trụ là hình vuông và có chu vi bằng 8.

A. $V = 4\sqrt{3}$. B. $V = 2\sqrt{6}$. C. $V = 2\sqrt{3}$. D. $V = 16\sqrt{3}$.

Câu 34. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $6a$. Thể tích của khối chóp trên bằng

A. $36\sqrt{3}a^3$. B. $108\sqrt{2}a^3$. C. $18\sqrt{2}a^3$. D. $36\sqrt{2}a^3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.B	5.C	6.C	7.D	8.A	9.B	10.C
11.A	12.A	13.B	14.B	15.C	16.C	17.C	18.A	19.C	20.D
21.D	22.D	23.A	24.C	25.B	26.B	27.B	28.A	29.D	30.B
31.A	32.B	33.C	34.D						

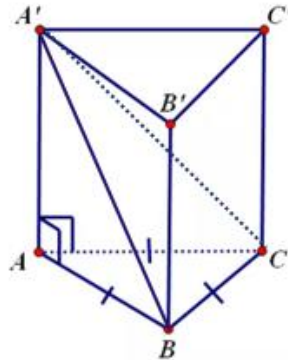
MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Hai khối chóp tam giác.
 B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 C. Hai khối chóp tứ giác.
 D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Lời giải

Chọn B.



Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành một khối chóp tam giác $A'.ABC$ và một khối chóp tứ giác $A'.BB'C'C$

Câu 2. (Sở Yên Bái - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Diện tích đáy bằng } B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a^2}{4}.$$

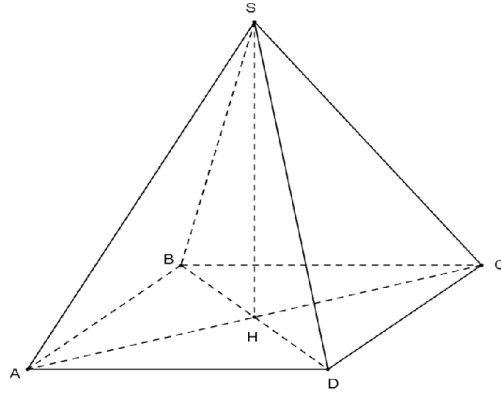
$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} B \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 3. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho:

- A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm H cạnh a

Từ gt $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$; $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

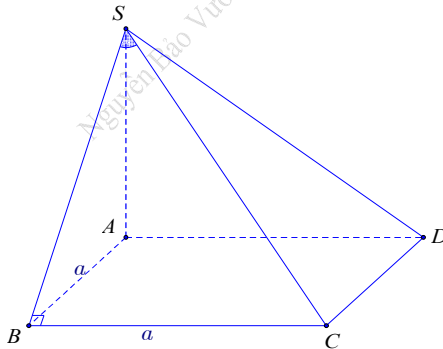
Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 4. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Do đó góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{BSC} = 30^\circ$.

Trong tam giác BSC vuông tại B , ta có $\tan 30^\circ = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$.

$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 5. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Khối chóp tam giác có thể tích là: $\frac{2a^3}{3}$ và chiều cao $a\sqrt{3}$. Tìm diện tích đáy của khối chóp tam giác đó.

- A. $\sqrt{3}a^2$. B. $2\sqrt{3}a^2$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{9}$.

Lời giải

Chọn C

$$V_{\text{chóp}} = \frac{2a^3}{3} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot S_{\text{đáy}} \Rightarrow S_{\text{đáy}} = \frac{2\sqrt{3}a^2}{3}.$$

Vậy diện tích đáy của khối chóp tam giác đáy là $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$.

Câu 6. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

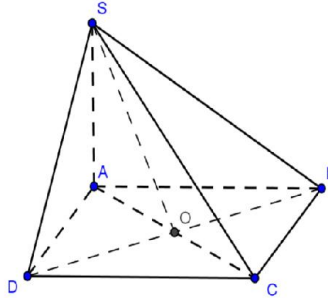
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



♦ Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a nên $BD = a\sqrt{2}$ và $S_{ABCD} = a^2$.

♦ Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AD$.

Ta có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2}; SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} \Rightarrow SB = SD$. Mà $\widehat{SBD} = 60^\circ \Rightarrow \Delta SBD$ đều.

Suy ra $SB = BD = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

♦ Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

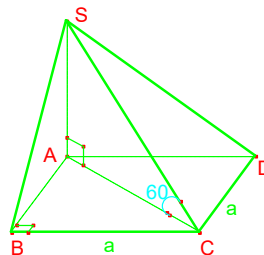
B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{9}$.

C. $\sqrt{6}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

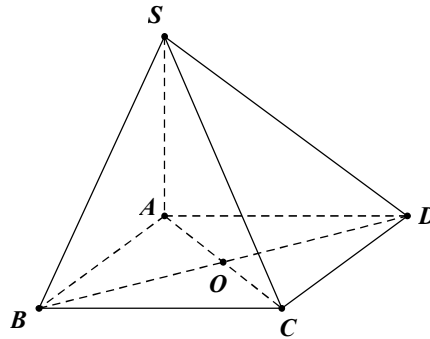


♦ Áp dụng công thức: $V = \frac{1}{3} Bh$

♦ Với: $B = S_{ABCD} = a^2$, $h = SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$

♦ Vậy: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 8. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Thể tích khối tứ diện $SOMN$ bằng



A. $\frac{a^3}{16}$.

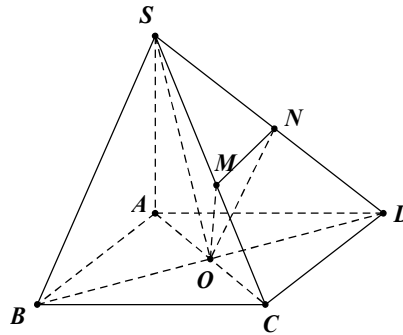
B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn A



♦ Ta có: $V_{S.OCD} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = \frac{a^3}{4}$

♦ Lại có: $\frac{V_{S.OMN}}{V_{S.OCD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.OMN} = \frac{1}{4} V_{S.OCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{16}$

Câu 9. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là $2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2\sqrt{2}a^3$.

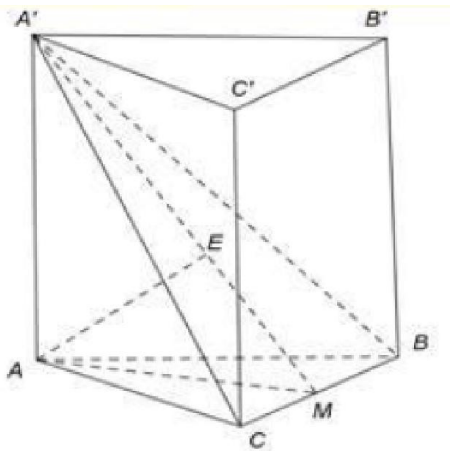
B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



- ♦ Gọi M là trung điểm của $B'C'$
- ♦ Ta có $B'C' \perp A'M$, vì ΔABC đều và $B'C' \perp AA'$ nên $B'C' \perp (AA'M)$.
- ♦ Dựng $A'E \perp AM$, khi đó $A'E \perp (AB'C')$, do đó $d(A';(AB'C')) = A'E = a$

♦ $\Delta AA'M$ vuông tại A' với đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{A'M^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AE^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

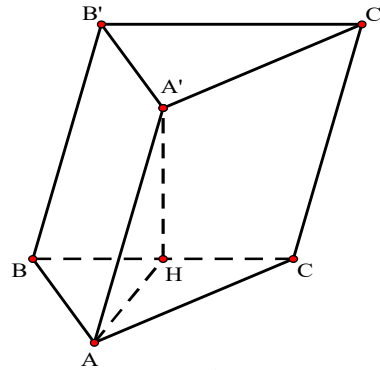
♦ Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 10. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$$\Delta ABC \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

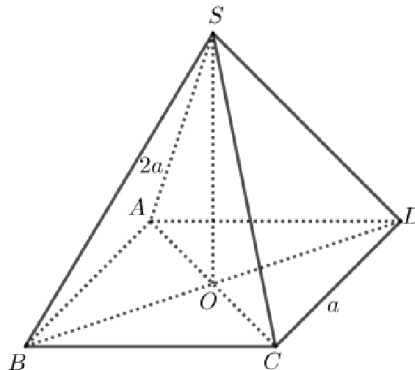
$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = a^3 \frac{\sqrt{14}}{4}.$$

Câu 11. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp.

- A. $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$. B. $2a^3$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. D. $a^3 \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$.

Lời giải

Chọn A



♦ Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

♦ Ta có: $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2}$

♦ $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

♦ Vậy thể tích khối chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}}{6} a^3$.

Câu 12. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Thể tích khối tứ diện $ABDB'$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$.

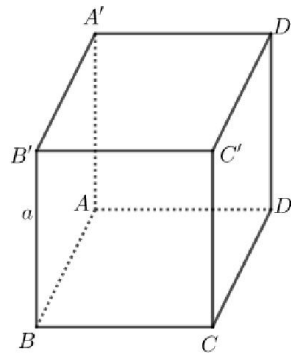
B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



♦ Ta có: $V_{ABDB'} = \frac{1}{3} \cdot B'B \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} \cdot B'B \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}$.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Hỏi thể tích lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

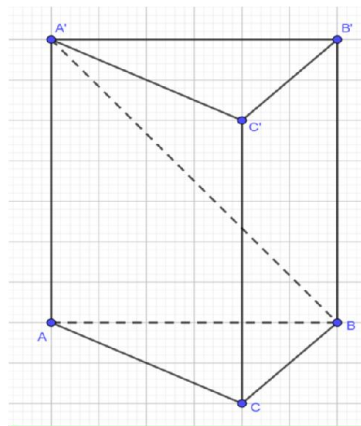
B. $\frac{3a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AA' \perp mp(ABC) \Rightarrow A'$ là hình chiếu vuông góc của A' trên $mp(ABC)$ do đó

$\widehat{(A'B, (ABC))} = \widehat{A'BA} = 60^\circ \Rightarrow AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3}{4}$

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy $a = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. 15π B. 15 C. 45 D. 45π

Lời giải

Chọn B

Do khối chóp tứ giác đều nên đáy của khối chóp là hình vuông có cạnh đáy là $a = 3$.

Diện tích đáy của khối chóp là: $B = a^2 = 3^2 = 9$.

Chiều cao của khối chóp là: $h = 5$.

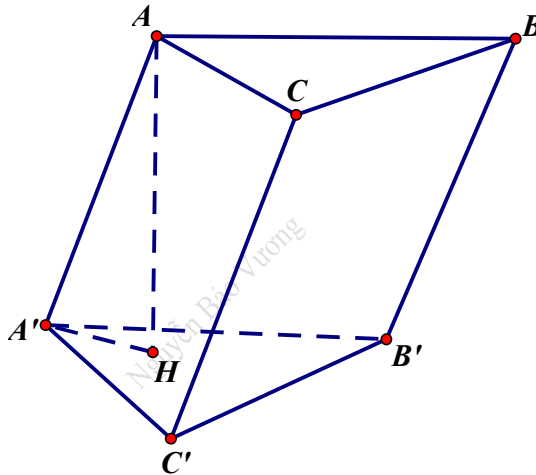
Vậy thể tích của khối chóp bằng: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.9.5 = 15$.

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $AA' = 2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° , diện tích tam giác ABC bằng a^2 . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. a^3 C. $\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



Giả sử đường cao là AA' . Vì cạnh bên AA' tạo với đáy một góc 60° nên $\widehat{AA'H} = 60^\circ$. Xét tam giác vuông $AA'H$

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{AA'} \Rightarrow AH = a\sqrt{3}$$

Vậy thể tích lăng trụ là:

$$V = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$$

Câu 16. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 27. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

- A. 27 B. 16 C. 54 D. 36

Lời giải

Chọn C

♦ Thể tích khối lập phương cạnh $x \Rightarrow V = x^3 = 27 \Rightarrow x = 3$.

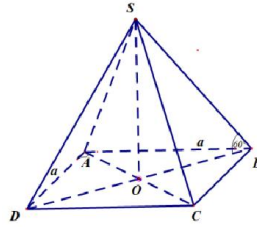
Diện tích các mặt (diện tích toàn phần) hình lập phương là $3.3.6 = 54$.

Câu 17. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của hình chóp đều đó là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

Chọn C



- ♦ Đáy $ABCD$ là hình vuông nên diện tích đáy là $B = a^2$ (đvdt).
- ♦ Gọi O là tâm của đáy $SO \perp (ABCD) \Rightarrow OB$ là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow$ góc giữa cạnh bên SB và đáy là góc $\widehat{SBO} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow h = SO = OB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

- ♦ Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ (đvtt).

Câu 18. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại A , $SA = BC = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$.

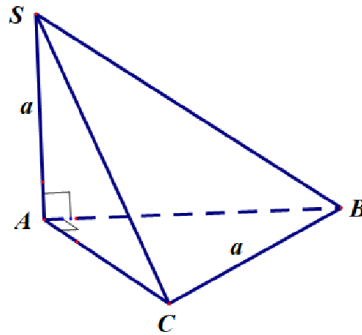
B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



- ♦ Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\Rightarrow B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{4} \text{ (đvdt)}.$$

- ♦ Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{12}$ (đvtt).

Câu 19. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Diện tích toàn phần của một hình lập phương bằng $96(\text{cm}^2)$. Khối lập phương đã cho có thể tích bằng

A. $84(\text{cm}^3)$.

B. $48(\text{cm}^3)$.

C. $64(\text{cm}^3)$.

D. $91(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi x ($x > 0$) là cạnh của hình lập phương.

$$S_p = 6x^2 = 96 \Leftrightarrow x = 4.$$

$$\text{Vậy } V = 4^3 = 64(\text{cm}^3).$$

Câu 20. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng:

A. $3a^3$.

B. $2a^3$.

C. $6a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn D

Do tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau nên thể tích khối tứ diện

$$OABC \text{ là: } V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} a \cdot a \sqrt{6} \cdot a \sqrt{6} = a^3.$$

Câu 21. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho khối tứ diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

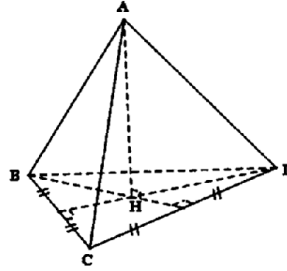
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trọng tâm của $\triangle BCD \Rightarrow AH \perp (BCD)$

Gọi M là giao điểm của BH và CD ta có: $BM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow BH = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 22. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$.

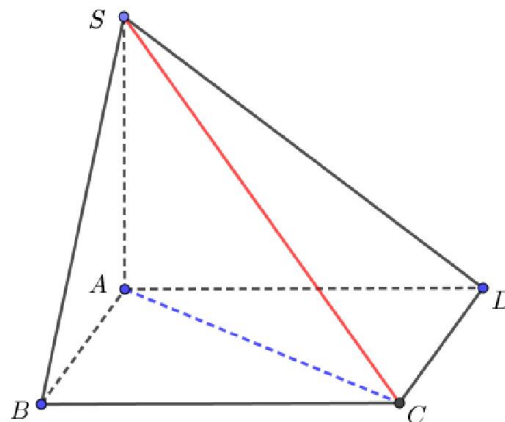
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng đáy

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot (a \cdot a\sqrt{3}) \cdot 2a\sqrt{3} = 2a^3.$$

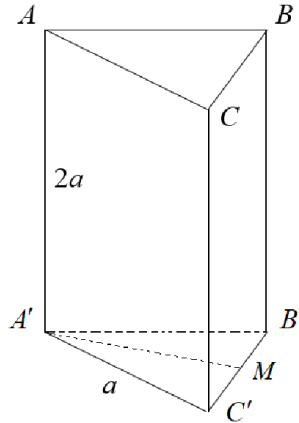
Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $2a^3$.

Câu 23. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của $B'C'$.

$$\text{Diện tích tam giác } A'B'C' \text{ là: } S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot B'C' = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

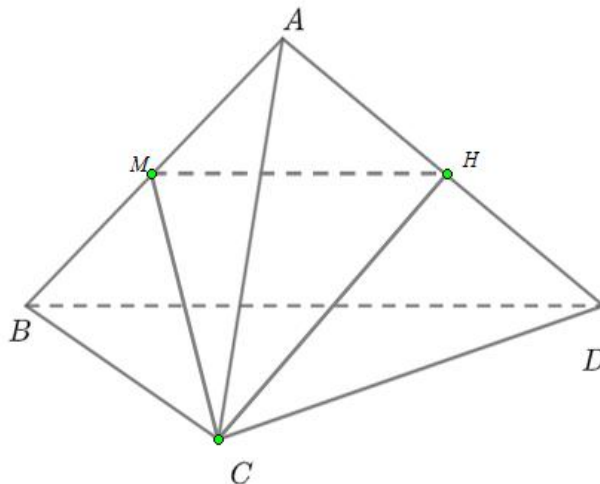
$$\text{Thể tích của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là: } V = S_{A'B'C'} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 24. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho khối tứ diện $ABCD$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB , khi đó mặt phẳng (P) chứa cạnh CM , song song với BD chia khối tứ diện $ABCD$ thành

- A. Một khối tứ diện và một khối lăng trụ. B. Hai khối chóp tứ giác.
C. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. D. Hai khối tứ diện.

Lời giải

Chọn C



Ta có khi đó mặt phẳng (P) chứa cạnh CM , song song với BD nên giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua M và song song với BD , cắt AD tại H .

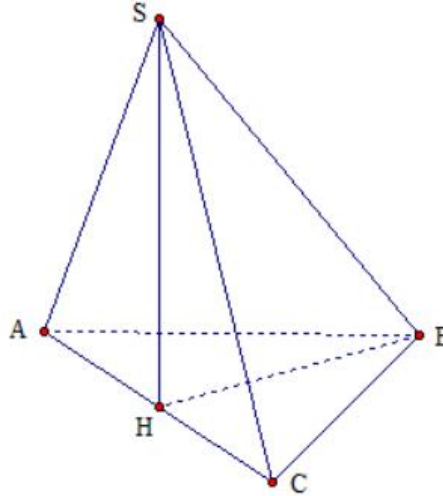
Khi đó mặt phẳng $(P) \equiv (CMH)$. Vậy mặt phẳng (P) chia khối tứ diện $ABCD$ thành khối tứ diện $AMCH$ và khối chóp tứ giác $C.MHDB$

Câu 25. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



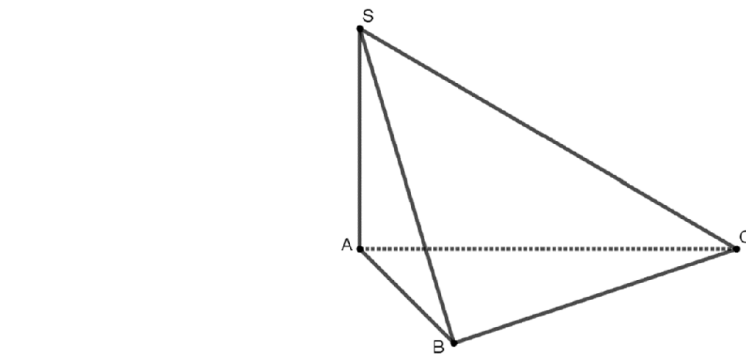
Gọi H là trung điểm của AC , hai tam giác SAC và ABC là hai tam giác đều, bằng nhau và

$$HS = HB = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ba đường thẳng AC , HS , HB đôi một vuông góc với nhau, suy ra:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} AC.HB.HS = \frac{1}{6} \sqrt{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 26. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AC = 2a$, $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} .a.2a.\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}.$$

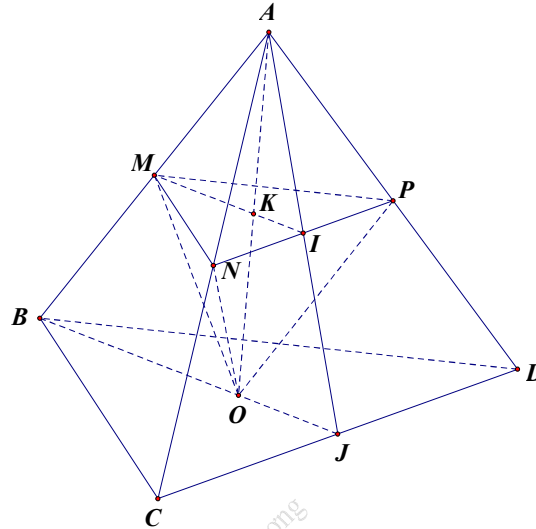
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, AD và O là trọng tâm tam giác BCD . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{OMNP}}{V_{ABCD}}$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Dễ thấy $(MNP) \parallel (BCD)$. Do M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, AD cho nên $d(A; (MNP)) = d(O; (MNP)) \Rightarrow V_{OMNP} = V_{AMNP}$.

$$\frac{V_{OMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AP}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Câu 28. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì tam giác ABC đều cạnh a , suy ra $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $AA' = a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 29. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Tính thể tích đa diện $ABCD$, biết AB, AC, AD đôi một vuông góc và có độ dài lần lượt là 2, 3, 4?

- A. 8. B. 24. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Do AB, AC, AD đôi một vuông góc nên $AD \perp (ABC)$ suy ra AD là đường cao của khối đa diện $ABCD$. Không mất tính tổng quát ta chọn $AB = 2, AC = 3, AD = 4$.

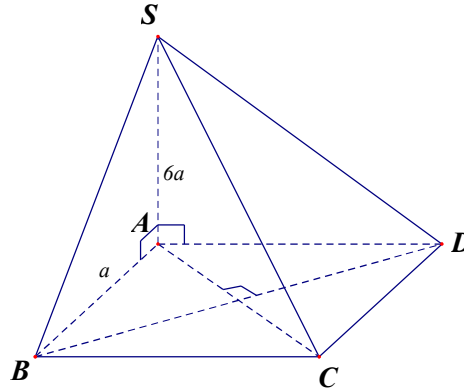
Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 3$.

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} AD \cdot S_{ABC} = 4 \text{ (đvtt)}.$$

- Câu 30. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = 6a$. Thể tích khối chóp là
- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là chiều cao của hình chóp.

$$\text{Diện tích đáy: } S_{ABCD} = a^2.$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD: V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 6a = 2a^3.$$

- Câu 31. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ tất cả các cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } B = S_{\Delta ABC} = (\sqrt{2}a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2; h = AA' = \sqrt{2}a.$$

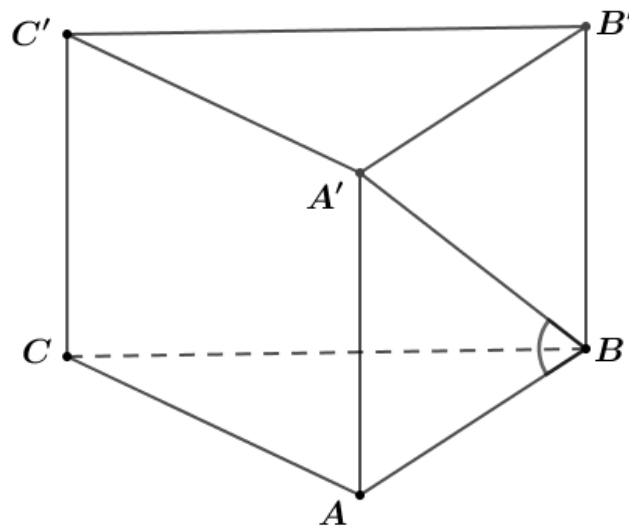
$$\text{Do đó thể tích của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ bằng } B \cdot h = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3.$$

- Câu 32. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC = 2BA = 2a$. Biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

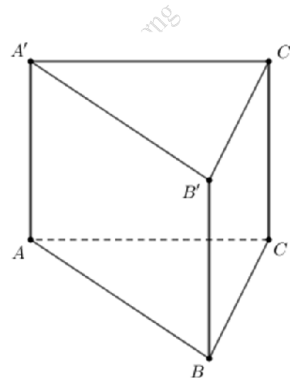


Hình chiếu của $A'B$ lên (ABC) là AB , do đó góc giữa $A'B$ và (ABC) là $\widehat{A'BA} = 60^\circ$.
 Tam giác $A'BA$ vuông tại A nên $AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.
 Do đó thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

- Câu 33. (Trung Tâm Thanh Trường -2021)** Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, biết mặt bên của khối lăng trụ là hình vuông và có chu vi bằng 8.
 A. $V = 4\sqrt{3}$. B. $V = 2\sqrt{6}$. C. $V = 2\sqrt{3}$. D. $V = 16\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $ABB'A'$ là hình vuông cạnh a có chu vi bằng $4a = 8 \Leftrightarrow a = 2 = AB = AA'$.

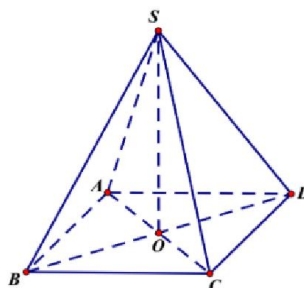
Tam giác ABC đều cạnh 2 nên có $S_{ABC} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = 2\sqrt{3}$.

- Câu 34. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $6a$. Thể tích của khối chóp trên bằng
 A. $36\sqrt{3}a^3$. B. $108\sqrt{2}a^3$. C. $18\sqrt{2}a^3$. D. $36\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AC = 6a\sqrt{2} \Rightarrow OC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = 3a\sqrt{2}$.

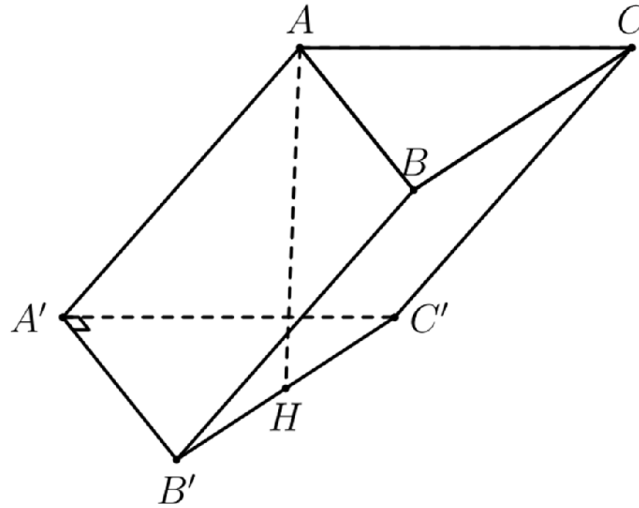
Khi đó thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 3a\sqrt{2} \cdot 36a^2 = 36\sqrt{2}a^3$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, $AB = a, BC = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° , thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.
- Câu 2. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB , góc giữa AA' và mặt đáy của hình lăng trụ đã cho bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$.
- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{8}$.
- Câu 3. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Một khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2019. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A .
- A. $\frac{4711}{4}$. B. $\frac{5045}{6}$. C. $\frac{4711}{8}$. D. $\frac{10090}{17}$.
- Câu 4. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021)** Cho khối tứ diện $SABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $SABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 5. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng
- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{1}{24}$. D. $\frac{17}{24}$.
- Câu 6. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $V = \frac{2}{3}a^3$. B. $V = \frac{3}{2}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.
- Câu 7. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, M là tâm của mặt bên $ABB'A'$. Tính thể tích của khối tứ diện $GMBC$ theo V .
- A. $\frac{2}{9}V$. B. $\frac{1}{9}V$. C. $\frac{1}{3}V$. D. $\frac{1}{6}V$.

Câu 8. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của đoạn $B'C'$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 9. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}a$. ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = a$, góc giữa AD và (SAB) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. a^3 .

Câu 10. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi lần lượt là trung điểm các cạnh AA' , BB' , CC' , DD' . Thể tích khối tứ diện $ABCD'$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là một điểm thuộc cạnh SD sao cho $DN = 2SN$. Mặt phẳng (P) qua BN , song song với AC cắt SA, SC lần lượt tại M, E . Biết khối chóp đã cho có thể tích V . Tính theo V thể tích khối chóp $S.BMNE$.

- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{12}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{3}$.

Câu 12. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , ΔABC vuông tại B , $AB = a$, ΔSBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 13. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là tâm O của tam giác ABC . Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm của AA' , G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'.OMG} = a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ.

- A. $h = 24a\sqrt{3}$. B. $h = 36a\sqrt{3}$. C. $h = 9a\sqrt{3}$. D. $h = 18a\sqrt{3}$.

Câu 23. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các

cạnh $AA'; BB'; CC'$ sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}; \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

- A. $\frac{2}{3}V$ B. $\frac{9}{16}V$ C. $\frac{20}{27}V$. D. $\frac{11}{18}V$.

Câu 24. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

- A. 83,3%. B. 65,09%. C. 47,64%. D. 82,55%.

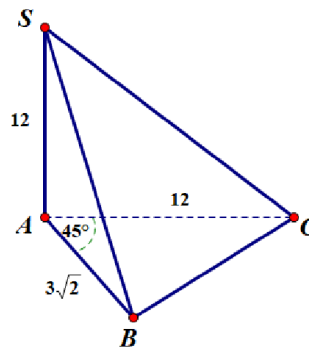
Câu 25. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Điểm E thuộc miền trong của hình vuông $ABCD$. Biết rằng $V_{S.EMAQ} = 75, V_{S.EMBN} = 42, V_{S.EQDP} = 60$. Thể tích khối chóp $S.EPCN$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. (35;40). B. (25;30). C. (30;35). D. (20;25).

Câu 26. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a . Biết rằng $SA = a, SA \perp AD, SB = a\sqrt{3}, AC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 27. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác có $AB = 3\sqrt{2}, AC = 12, \widehat{BAC} = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 12$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh A vuông góc với cạnh SC , mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành 2 khối đa diện có thể tích V_1, V_2 (trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh S). Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



- A. $\frac{2}{3}$. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 28. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy một góc 45° và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 29. (Sở Bình Phước - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp theo a .

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ và cạnh $SC = 3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AD , cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

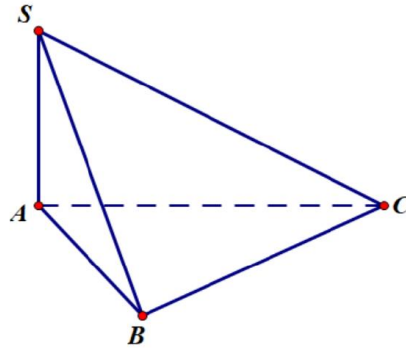
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = a$. Biết góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $4a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$. D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$, góc giữa SA mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

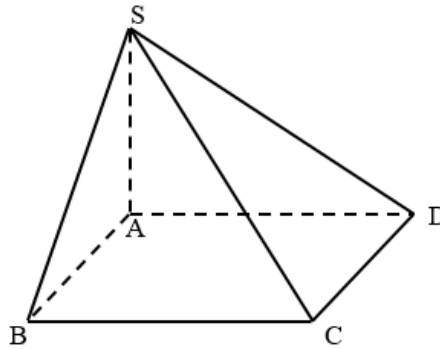


- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}$. D. a^3 .

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

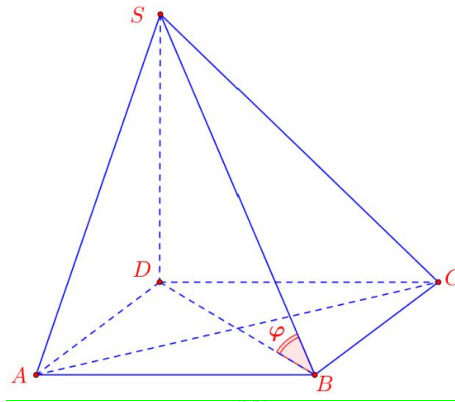
1.C	2.A	3.C	4.B	5.D	6.B	7.B	8.D	9.B	10.A
11.A	12.C	13.B	14.D	15.A	16.A	17.B	18.A	19.A	20.B
21.D	22.B	23.D	24.C	25.B	26.C	27.A	28.D	29.A	30.A
31.B	32.B	33.C	34.B	35.A	36.B	37.D	38.D	39.D	

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1.** (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, $AB = a, BC = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° , thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



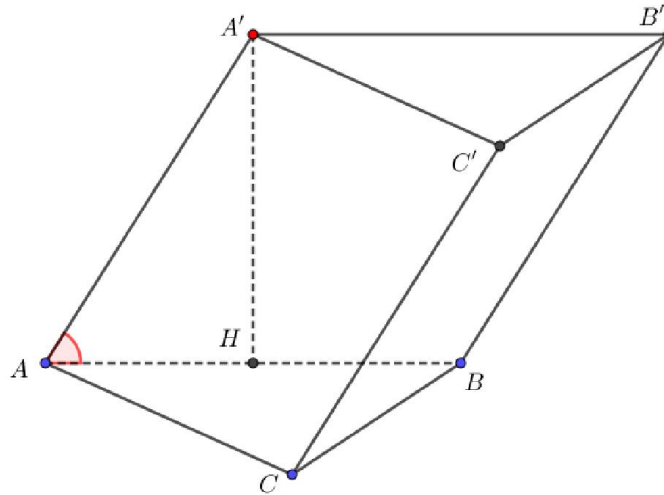
- ♦ Ta có $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ \Rightarrow SA \perp AB, SC \perp CB$
 - ♦ Giả sử D là hình chiếu của S lên $(ABC) \Rightarrow SD \perp (ABC) \Rightarrow SD \perp AB, SD \perp BC$
- $$\Rightarrow \begin{cases} CB \perp (SCD) \\ AB \perp (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CB \perp CD \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow ABCD \text{ là hình chữ nhật}$$
- Ta có: BD là hình chiếu của SD lên mặt phẳng $(ABCD)$
- $$(\widehat{SB; (ABCD)}) = (\widehat{SB; BD}) = \widehat{SBD} = \varphi = 60^\circ; BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$
- $$\Rightarrow SD = BD \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$$
- ♦ Vậy thể tích khối chóp đã cho bằng $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{15} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

- Câu 2.** (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB , góc giữa AA' và mặt đáy của hình lăng trụ đã cho bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Lời giải.

Chọn A.



Ta có: $\widehat{AA'}(\widehat{ABC}) = (\widehat{AA'}, \widehat{AH}) = \widehat{A'AH} = 60^\circ \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

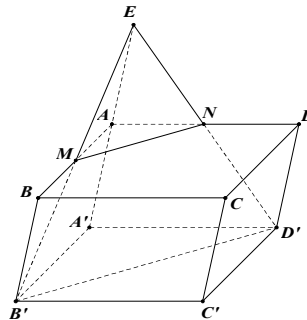
$\Rightarrow V_{A.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{4}$. Vậy $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 3. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Một khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2019. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A .

- A. $\frac{4711}{4}$. B. $\frac{5045}{6}$. C. $\frac{4711}{8}$. D. $\frac{10090}{17}$.

Lời giải

Chọn C



♦ Gọi $B'M \cap A'A = E$; $ED' \cap AD = N$.

♦ Ta có: M là trung điểm của AB .

$\Rightarrow M$ là trung điểm của EB' .

$\Rightarrow N$ là trung điểm của ED' và AD .

♦ Ta có: $\frac{V_{E.AMN}}{V_{E.A'B'D'}} = \frac{EA}{EA'} \cdot \frac{EM}{EB'} \cdot \frac{EN}{ED} = \frac{1}{8}$.

$\Rightarrow V_{AMN.A'B'D'} = \frac{7}{8}V_{E.A'B'D'} = \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot V_{A.A'B'D'} = \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{4711}{8}$.

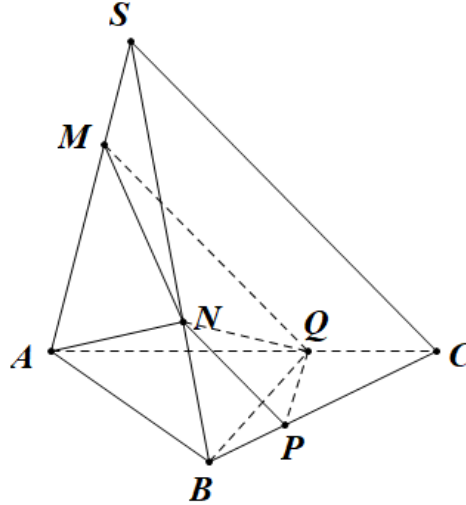
Câu 4. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho khối tứ diện $SABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $SABC$ bởi

mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC cắt BC và AC lần lượt tại P và Q thỏa mãn $MQ \parallel SC$ và $NP \parallel SC$.

Gọi V là thể tích của khối tứ diện $SABC$. Xét $V_2 = V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{Q.AMN}$.

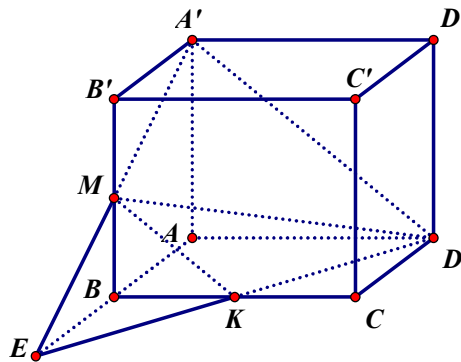
$$\frac{V_2}{V} = \frac{V_{N.ABPQ}}{V} + \frac{V_{Q.AMN}}{V} = \left(1 - \frac{CQ}{CA} \cdot \frac{CP}{CB}\right) \cdot \frac{BN}{BS} + \frac{AM}{AS} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{QA}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Câu 5. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{1}{24}$. D. $\frac{17}{24}$.

Lời giải

Chọn D



♦ Kéo dài $A'M$ và AB cắt nhau tại E . Suy ra $K = DE \cap BC$.

♦ Dễ thấy B là trung điểm EA và K là trung điểm BC

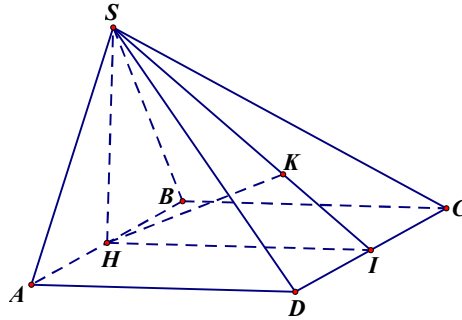
♦ Có $V_{A'B'C'D'MKCD} = V - V_{A'ADMBK} = V - (V_{A'.ADE} - V_{M.BEK}) = 1 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{24}\right) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$.

Câu 6. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{2}{3}a^3$. B. $V = \frac{3}{2}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



♦ Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB và CD , K là hình chiếu của H trên SI ta có $SH \perp (ABCD)$; $HK \perp (SCD)$ và $HK = \frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

♦ Đặt $AB = 2x \Rightarrow SH = x\sqrt{3}$. Vì tam giác SHI vuông tại H nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2}$.

Suy ra $\frac{7}{9a^2} = \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

♦ Diện tích đáy $S = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$; chiều cao $h = SH = \frac{3}{2}a$

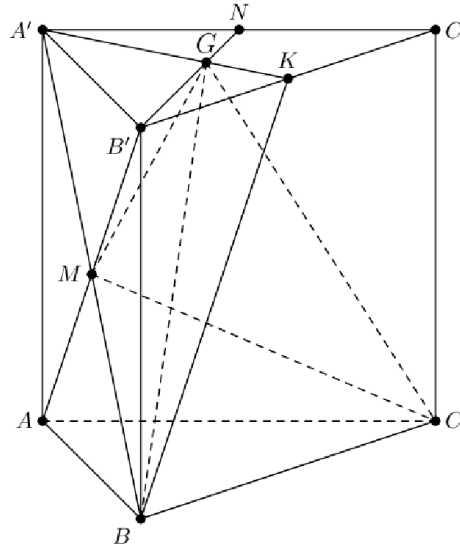
♦ Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 7. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, M là tâm của mặt bên $ABB'A'$. Tính thể tích của khối tứ diện $GMBC$ theo V .

- A. $\frac{2}{9}V$. B. $\frac{1}{9}V$. C. $\frac{1}{3}V$. D. $\frac{1}{6}V$.

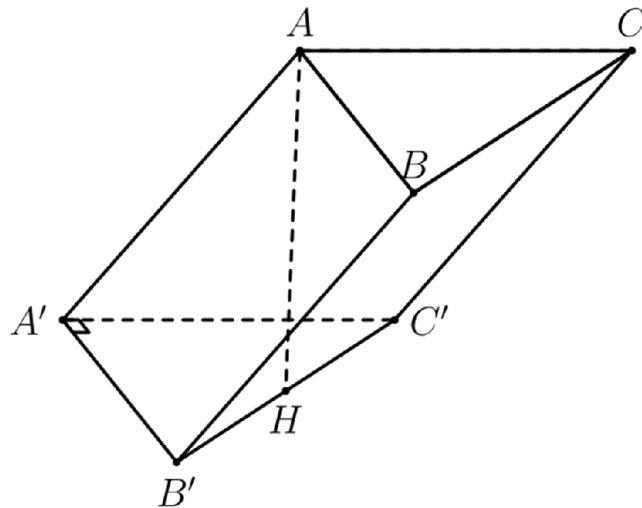
Lời giải

Chọn B



- ♦ Ta có: $V_{C.BKA'} = V_{C.BMG} + V_{C.MGA'} + V_{C.BGK}$.
- ♦ Khi đó: $V_{C.BKA'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{ABCA'} - V_{C'.CKA'} - V_{B'.BKA'} = V - \frac{1}{3}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V$.
- ♦ Khi đó: $V_{C.MGA'} = \frac{1}{3}d(C; (A'MG)) \cdot S_{\Delta A'MG} = \frac{1}{3}d(C; (A'MG)) \cdot \frac{1}{3}S_{\Delta A'BK}$
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}d(C; (A'MG)) \cdot S_{\Delta A'BK} = \frac{1}{3}V_{CA'BK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{9}V$.
- $V_{C.BGK} = \frac{1}{3}d(C; (BGK)) \cdot S_{\Delta BGK} = \frac{1}{3}d(C; (BGK)) \cdot \frac{1}{3}S_{\Delta A'BK}$
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}d(C; (A'BK)) \cdot S_{\Delta A'BK} = \frac{1}{3}V_{CA'BK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{9}V$.
- ♦ Vậy ta có $V_{C.BMG} = V_{C.BKA'} - V_{C.MGA'} - V_{C.BGK} = \frac{1}{3}V - \frac{1}{9}V - \frac{1}{9}V = \frac{1}{9}V$.

Câu 8. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của đoạn $B'C'$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $AA' // BB'$ nên $d_{(AA', BC')} = d_{(AA', (BB'C'C))} = d_{(A', (BB'C'C))}$.

Trong $\Delta A'B'C'$ có $B'C' = \sqrt{A'B'^2 + A'C'^2} = 2a \Rightarrow A'H = a$.

Trong $\Delta AA'H$ có $AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = a\sqrt{3}$.

Trong ΔAHC có $CH = \sqrt{AC^2 + AH^2} = a\sqrt{6}$.

Trong $\Delta C'HC$ có $S_{C'HC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4} \Rightarrow S_{BCC'B'} = a^2\sqrt{15}$.

Thể tích lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AH \cdot S_{A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}$.

Mà $V_{A'.BB'C'C} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot d_{(A', (BB'C'C))} \cdot S_{BB'C'C} = a^3 \Leftrightarrow d_{(A', (BB'C'C))} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{15}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

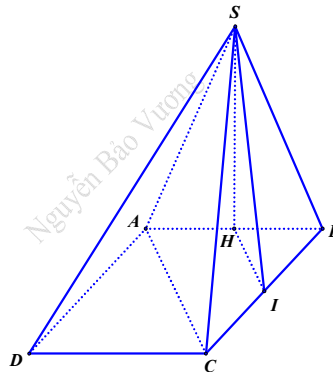
Câu 9. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}a$. ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = a$, góc giữa AD và (SAB) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

Cách 1:



Từ giả thiết bài toán ta có $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

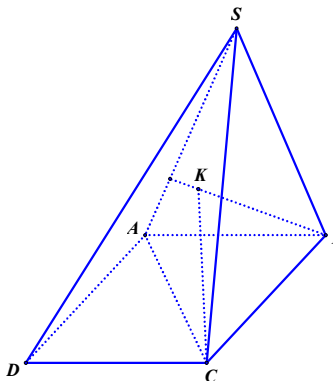
Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, BC khi đó $(AD, (SAB)) = (BI, (SAB)) = 30^\circ = \widehat{HBI}$.

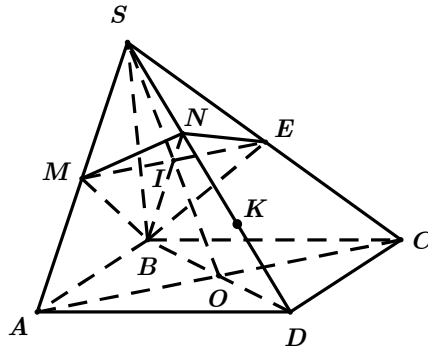
Từ đó ta có HB là hình chiếu của IB lên mặt phẳng (SAB) mà $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp BI$.

Vậy $SH \perp (ABCD)$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{3} \cdot a) \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Cách 2:





Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap ME$, khi đó (P) chính là mặt phẳng $(BMNE)$.

Gọi K là trung điểm ND , ta có $OK \parallel BN \Rightarrow IN \parallel OK$ hay I là trung điểm SO . Do $ME \parallel AC$ nên M, E lần lượt là trung điểm SA và SC .

Ta thấy $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, tương tự $\frac{V_{S.BNE}}{V_{S.BDC}} = \frac{1}{6}$.

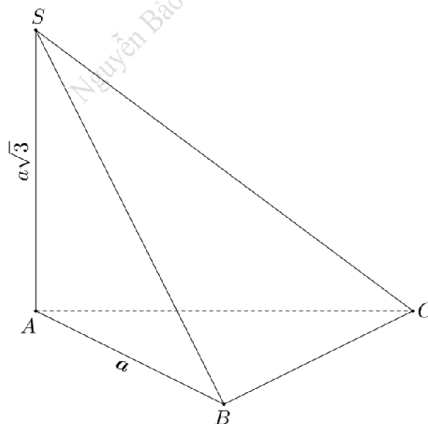
Do đó $\frac{1}{6} = \frac{V_{S.BMN} + V_{S.BNE}}{V_{S.BAD} + V_{S.BDC}} = \frac{V_{S.BMNE}}{V_{S.ABCD}}$ hay $V_{S.BMNE} = \frac{V}{6}$.

Câu 12. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , ΔABC vuông tại B , $AB = a$, ΔSBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ và $SA \perp AC$

ΔABC vuông tại $B \Rightarrow AC > BC$; ΔSAC vuông tại $A \Rightarrow SC > AC \Rightarrow SC > BC$ (1)

Lại có: $SC^2 = SA^2 + AC^2$; $SB^2 = SA^2 + AB^2$, mà $AC > AB$ (do ΔABC vuông tại B)
 $\Rightarrow SC^2 > SB^2 \Rightarrow SC > SB$ (2)

Từ (1), (2) và ΔSBC cân $\Leftrightarrow \Delta SBC$ cân tại B . Khi đó $BC = SB$

Ta lại có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a \Rightarrow BC = 2a$

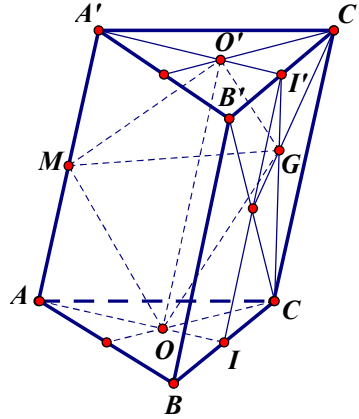
\Rightarrow Diện tích ΔABC là $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 13. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là tâm O của tam giác ABC . Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm của AA' , G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'.OMG} = a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ.
- A. $h = 24a\sqrt{3}$. B. $h = 36a\sqrt{3}$. C. $h = 9a\sqrt{3}$. D. $h = 18a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



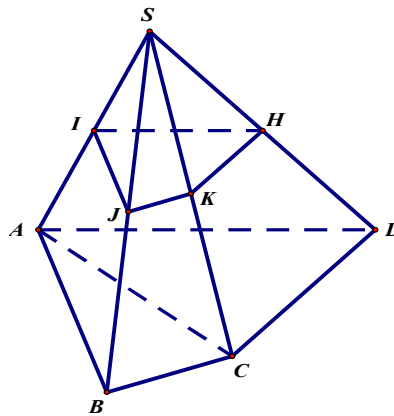
Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Ta có $AA' \parallel (OO'G)$

$$\begin{aligned} \text{suy ra } V_{O'.OMG} &= V_{M.OO'G} = V_{A.OO'G} = V_{G.AOO'} = \frac{1}{2}V_{G.AOO'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V_{G.AII'A'} = \frac{1}{3}V_{G.AII'A'} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}V_{C'.AII'A'} = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3}V_{AIC.A'IC'} = \frac{2}{27}V_{AIC.A'IC'} = a^3 \Rightarrow V_{AIC.A'IC'} = \frac{27}{2}a^3 \\ \text{hay } \frac{1}{2}h \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} &= \frac{27}{2}a^3 \Leftrightarrow h \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 27a \Leftrightarrow h = \frac{27 \cdot 4 \cdot a}{\sqrt{3}} = 36a\sqrt{3}. \end{aligned}$$

- Câu 14. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.IJKH$ biết rằng thể tích khối chóp $S.IJKH$ là 1.
- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Lời giải

Chọn D



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}} &= \frac{SI}{SA} \cdot \frac{SJ}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \\ \Rightarrow V_{S.IJK} &= \frac{1}{8}V_{S.ABC} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\frac{V_{S.IKH}}{V_{S.ACD}} = \frac{SI}{SA} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot \frac{SH}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{S.IKH} = \frac{1}{8} V_{S.ACD} \quad (2)$$

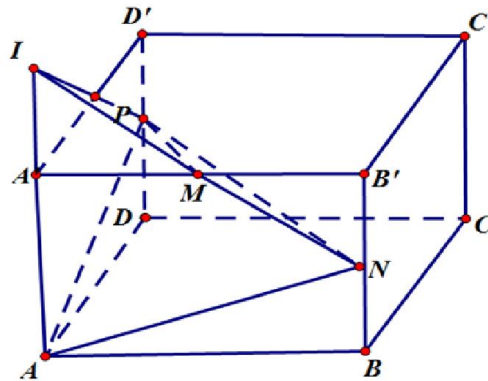
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow V_{S.IJKH} = V_{S.IJK} + V_{S.IKH} = \frac{1}{8} (V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_{S.IJKH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$$

Khi đó $V_{S.ABCD} = 8 V_{S.IJKH} = 8$.

- Câu 15. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B', BB'$ và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I . Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V . Thể tích của khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng
- A.** $4V$. **B.** $6V$. **C.** $12V$. **D.** $2V$.

Lời giải

Chọn A



Trong $(AA'B'B)$ kéo dài MN cắt AA' tại I .

$$\text{Vì } M \text{ của } A'B' \text{ nên } A'I = B'N = \frac{1}{2} AA' \Rightarrow AI = \frac{3}{2} AA'$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ANI} = \frac{1}{2} AI \cdot d(N, AA') = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} AA' \cdot d(N, AA') = \frac{3}{4} S_{\Delta ABB'A'}$$

$$\text{Ta có: } V_{AINP} = V_{P.AIN} = \frac{1}{3} S_{\Delta ANI} \cdot d(P, (AIN)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} S_{\Delta ABB'A'} \cdot d(P, (AIN)) = \frac{1}{4} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

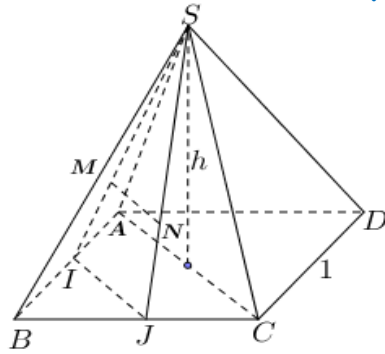
$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4V_{AINP} = 4V$$

- Câu 16. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V , khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A.** $\frac{27V}{4}$. **B.** $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$. **C.** $\frac{9V}{4}$. **D.** $\frac{81V}{8}$

Lời giải

Chọn A



Giải bài toán trong trường hợp đặc biệt. Ta có hình vuông cũng là một hình bình hành đặc biệt nên xem đáy $ABCD$ là hình vuông.

Khi đó, khối chóp $S.ABCD$ là chóp đều và có chiều cao h , cạnh đáy $AB = 1$.

Suy ra, khối chóp $S.MNPQ$ có chiều cao bằng $\frac{2}{3}h$ và cạnh đáy $MN = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Xét tỉ số } \frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.MNPQ}} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{27}{4}V.$$

Câu 17. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{36}a^3$.

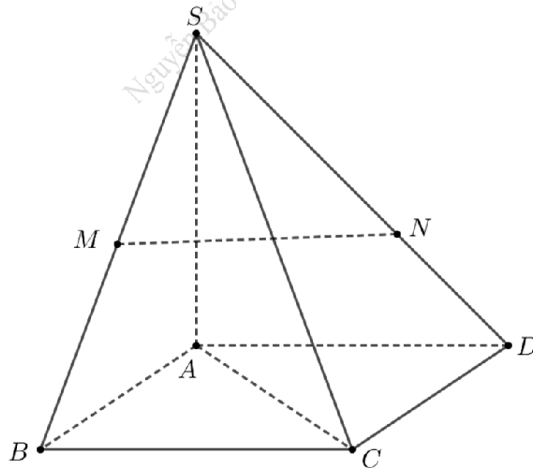
B. $V = \frac{1}{12}a^3$.

C. $V = \frac{1}{8}a^3$.

D. $V = \frac{1}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn B



$$V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{SAMN} - V_{DNAC} - V_{BAMC} - V_{SMCN}. \text{ Ta có}$$

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$$

$$\frac{V_{DNAC}}{V_{SDAC}} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{DNAC} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$$

$$\frac{V_{BAMC}}{V_{BACS}} = \frac{BM}{BS} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{BAMC} = \frac{1}{4}V_{SABCD}$$

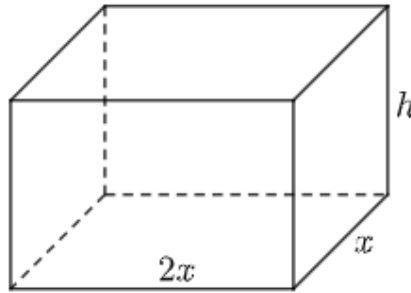
$$\frac{V_{SMCN}}{V_{SBCD}} = \frac{SM}{BS} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SMCN} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$$

$$\text{Vậy } V_{ACMN} = \frac{1}{4}V_{SABCD} = \frac{1}{12}a^3.$$

- Câu 18. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3 mét khối. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?
A. 6490123 đồng. **B.** 7500000 đồng. **C.** 6500000 đồng. **D.** 5151214 đồng.

Lời giải

Chọn A



Gọi $x(x > 0)$ là chiều rộng của đáy bể, suy ra chiều dài của đáy bể là $2x$ và gọi h là chiều cao của bể.

Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể $S = 2.2xh + 2.xh + 2.2x.x = 4x^2 + 6xh$ (1)

Ta có $V = 3 = 2x.x.h \Rightarrow h = \frac{3}{2x^2}$ (2). Thay (2) vào (1), ta được hàm $S(x) = 4x^2 + \frac{9}{x}$, với $x > 0$

Ta có $S(x) = 4x^2 + \frac{9}{x} = 4x^2 + \frac{9}{2x} + \frac{9}{2x} \geq 3\sqrt[3]{4x^2 \cdot \frac{9}{2x} \cdot \frac{9}{2x}} = 3\sqrt[3]{81}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $4x^2 = \frac{9}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

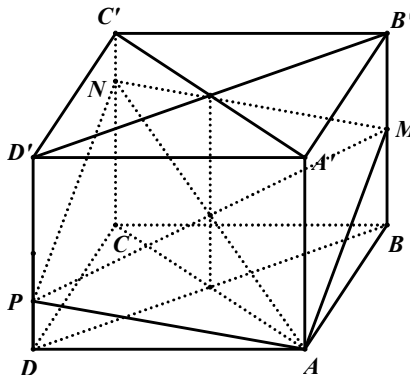
Khi đó chi phí thấp nhất là $3\sqrt[3]{81} \times 500000 \approx 6490123$ (đồng).

- Câu 19. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

- A.** $3a^3$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{3}$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{9}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $b = \frac{BM}{BB'}$; $c = \frac{CN}{CC'}$; $d = \frac{DP}{DD'}$ ta có $c = b + d = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

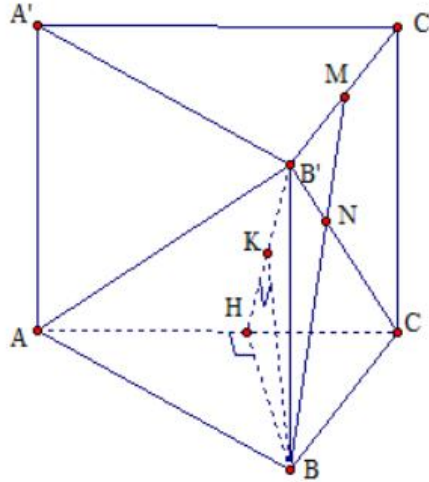
$V_{AMNPBCD} = \frac{b+c+d}{4} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{3}{8} \cdot (2a)^3 = 3a^3$.

Câu 20. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $7a^3$. B. $27a^3$. C. $4a^3$. D. $9a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là giao điểm của BM và $B'C$. Ta có $\frac{MN}{BN} = \frac{B'M}{BC} = \frac{1}{2}$, suy ra:

$$d(B; (AB'C)) = 2d(M; (AB'C)) = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$$

Từ B kẻ đường cao BH của tam giác ABC , kẻ BK vuông góc với đường thẳng HB' . Khi đó

$$BK = d(B; (AB'C)) = \frac{3a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Mặt khác } BH = AB \cdot \sin \widehat{HAB} = 3a \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác $HB'B$ vuông tại B có đường cao BK :

$$\frac{1}{B'B^2} = \frac{1}{BK^2} - \frac{1}{BH^2} = \frac{25}{9a^2 \cdot 15} - \frac{4}{9a^2 \cdot 3} = \frac{1}{27a^2} \Leftrightarrow B'B = 3a\sqrt{3}.$$

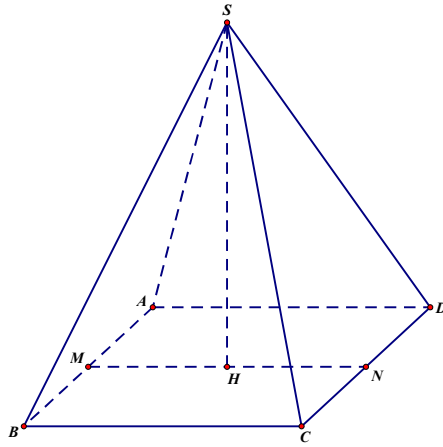
$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = BB' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = 27a^3.$$

Câu 21. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB$, $SC = SD$, $(SAB) \perp (SCD)$ và tổng diện tích hai tam giác SAB và SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{4a^3}{15}$. B. $V = 20a^3$. C. $V = \frac{12a^3}{25}$. D. $V = \frac{4a^3}{25}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SM \perp AB & (\Delta SAB \text{ cân}) \\ SN \perp CD & (\Delta SCD \text{ cân}) \end{cases} \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$$

$$\text{Kẻ } SH \perp MN \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow h = SH$$

$$\widehat{MSN} = 90^\circ \text{ (vì } (SAB) \perp (SCD) \Rightarrow ((SAB), (SCD)) = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow h = SH = \frac{SM \cdot SN}{MN}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2}(AB \cdot SM + CD \cdot SN) = \frac{1}{2}(SM + SN) = \frac{7a^2}{10}$$

$$\Rightarrow SM + SN = \frac{7a^2}{5}$$

$$\text{Ta lại có: } SM^2 + SN^2 = MN^2 \Rightarrow SM \cdot SN = \frac{(SM + SN)^2 - (SM^2 + SN^2)}{2} = \frac{12a^2}{25}$$

$$\text{Có: } SH = \frac{12}{25}a. \text{ Vậy: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABCD} \cdot SH = \frac{4a^3}{25}$$

Câu 22. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

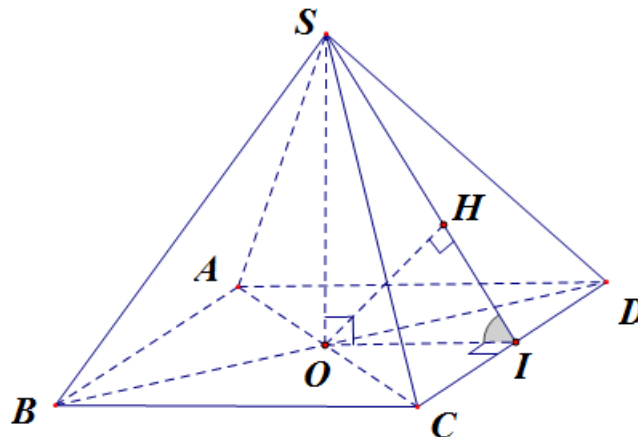
B. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = 2\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của $CD \Rightarrow OI \perp CD, CD = 2OI$.

Kẻ $OH \perp SI$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH = 1$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SI \subset (SCD), SI \perp CD \Rightarrow \widehat{(SCD), (ABCD)} = \widehat{(SI, OI)} = \widehat{SIO} = 45^\circ \\ OI \subset (ABCD), OI \perp CD \end{cases}$$

Xét tam giác vuông $HIO \Rightarrow OI = \frac{OH}{\sin \widehat{SIO}} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \Rightarrow CD = 2OI = 2\sqrt{2}$.

Ta có ΔSIO là tam giác vuông cân tại $O \Rightarrow SO = OI = \sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}(CD)^2 \cdot SO = \frac{1}{3}(2\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

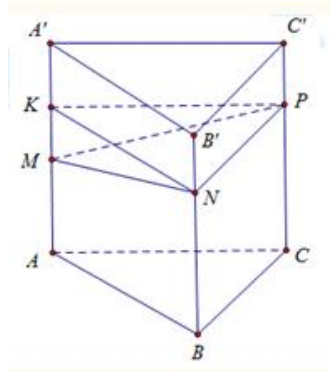
Câu 23. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các

cạnh $AA'; BB'; CC'$ sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}; \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

- A. $\frac{2}{3}V$ B. $\frac{9}{16}V$ C. $\frac{20}{27}V$. D. $\frac{11}{18}V$.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là hình chiếu của P trên AA' .

$$\text{Khi đó } V_{ABC.KPN} = \frac{2}{3}V$$

$$V_{M,KPN} = \frac{1}{3}MK \cdot S_{\Delta KNP} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \cdot AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{18}V.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.MNP} = \frac{2}{3}V - \frac{1}{18}V = \frac{11}{18}V$$

Câu 24. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

- A. 83,3%. B. 65,09%. C. 47,64%. D. 82,55%.

Lời giải

Chọn C

Giả sử quả bóng bàn có bán kính r , thể tích 3 quả bóng bàn là V_1 và hình hộp chữ nhật có thể tích V .

Từ giả thiết suy ra đáy hình hộp là hình vuông cạnh $2r$, chiều cao $6r$

$$\text{Ta có } V = 24r^3; V_1 = 3 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^3.$$

Suy ra thể tích phần không gian còn trống là $V_2 = V - V_1 = 4r^3(6 - \pi)$

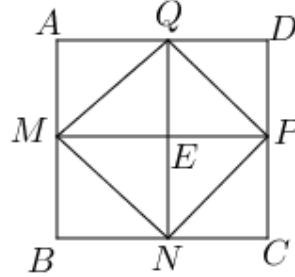
Thể tích phần không gian còn trống chiếm $\frac{V_2}{V} \cdot 100\% = 47,64\%$.

Câu 25. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Điểm E thuộc miền trong của hình vuông $ABCD$. Biết rằng $V_{S.EMAQ} = 75, V_{S.EMBN} = 42, V_{S.EQDP} = 60$. Thể tích khối chóp $S.EPCN$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. (35;40). B. (25;30). C. (30;35). D. (20;25).

Lời giải

Chọn B



Ta thấy rằng: $S_{EMQ} + S_{ENP} = S_{EPQ} + S_{EMN} \Rightarrow S_{AEMQ} + S_{CENP} = S_{EQDP} + S_{EMBN}$

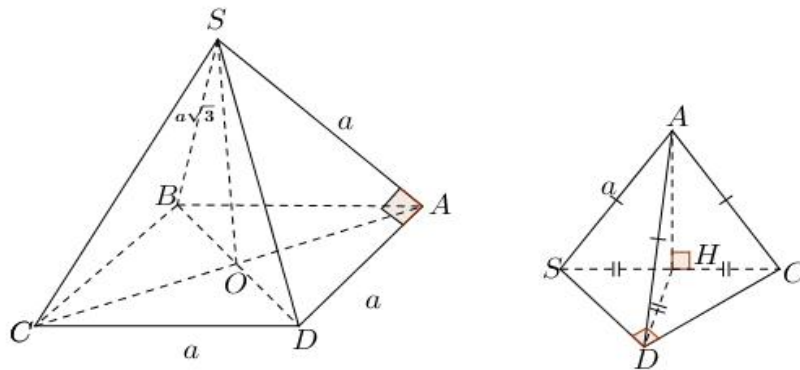
Do đó, $V_{S.AEMQ} + V_{S.CENP} = V_{S.EQDP} + V_{S.EMBN} \Rightarrow V_{S.CENP} = 42 + 60 - 75 = 27 \in (25;30)$.

Câu 26. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a . Biết rằng $SA = a, SA \perp AD, SB = a\sqrt{3}, AC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow BD = 2BO = a\sqrt{3}$. Ta có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$

$$\text{Suy ra: } SO^2 = \frac{SB^2 + SD^2}{2} - \frac{BD^2}{4} = \frac{3a^2 + 2a^2}{2} - \frac{3a^2}{4} = \frac{7a^2}{4}.$$

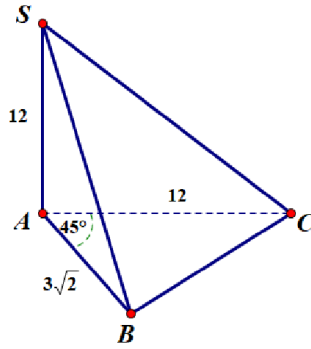
$$\text{Lại có: } SO^2 = \frac{SA^2 + SC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{a^2 + SC^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow SC = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle SCD$ vuông tại D vì $SC^2 = SD^2 + DC^2$ và $AS = AD = AC$ nên hình chiếu của A lên (SCD) là điểm H trung điểm SC .

$$\text{Do đó, } V_{A.SDC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle SDC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ADC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 27. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho khối chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác có $AB = 3\sqrt{2}$, $AC = 12$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 12$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua

đỉnh A vuông góc với cạnh SC , mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành 2 khối đa diện có thể tích V_1, V_2 (trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh S). Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



A. $\frac{2}{3}$.

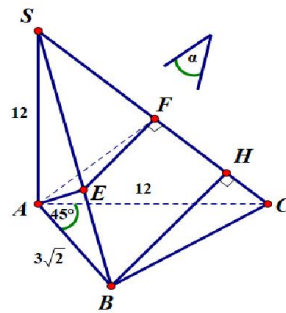
B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



- ♦ Gọi $F = (\alpha) \cap SC \Rightarrow AF \perp SC$.
- ♦ Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên SC , kẻ $EF \parallel BH$ với $E \in SB \Rightarrow (\alpha) \equiv (AFE)$.
- ♦ $SB = 9\sqrt{2}; SC = 12\sqrt{2}; BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ} = 3\sqrt{10}$.
- ♦ Tam giác SBC có

$$SB^2 - SH^2 = BC^2 - HC^2 \Leftrightarrow (9\sqrt{2})^2 - SH^2 = (3\sqrt{10})^2 - (12\sqrt{2} - SH)^2 \Rightarrow SH = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

- ♦ Do tam giác SAC vuông cân tại A nên $SC = 12\sqrt{2} \Rightarrow SF = \frac{12\sqrt{2}}{2}$.

♦ Ta lại có $\frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SH} = \frac{\frac{12\sqrt{2}}{2}}{\frac{15\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{5}$.

♦ $\frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{2}{5}$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 28. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy một góc 45° và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$.

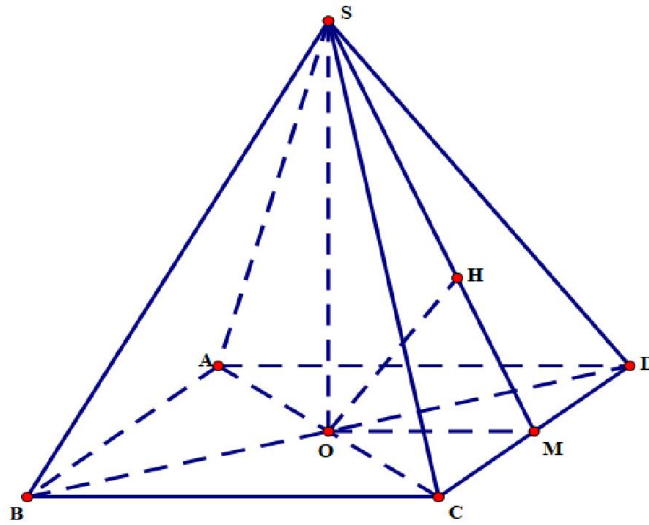
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $2a^3\sqrt{3}$.

D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm cạnh SC , khi đó: $SM \perp CD$ tại M trong (SCD) và $OM \perp CD$ tại M trong $(ABCD)$.

Khi đó: $((SCD), (ABCD)) = (SM, OM) = \widehat{SMO} = 45^\circ$. Suy ra: ΔSOM vuông cân tại O .

Trong (SOM) , dựng $OH \perp SM$ tại H .

Ta có: $a\sqrt{3} = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

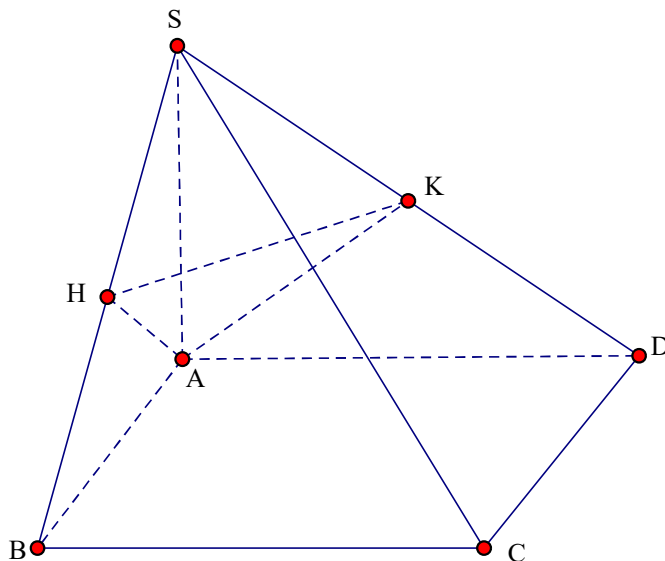
Suy ra: $SO = OM = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AD^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \left(2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = a^3\sqrt{6}$.

Câu 29. (Sở Bình Phước - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$. Mặt khác $AH \perp SB$ suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow SC \perp AH$.

Chúng minh tương tự ta cũng có $AK \perp (SCD) \Rightarrow SC \perp AK$.

Vậy $SC \perp (AHK)$.

Mà $SA \perp (ABCD)$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) là góc giữa hai đường thẳng SA và SC (theo định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng) và bằng \widehat{ASC} . Vậy $\widehat{ASC} = 30^\circ$.

$$\text{Xét tam giác } SAC \text{ có } \cos \widehat{ASC} = \frac{SA}{SC} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = a\sqrt{6}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp theo a .

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

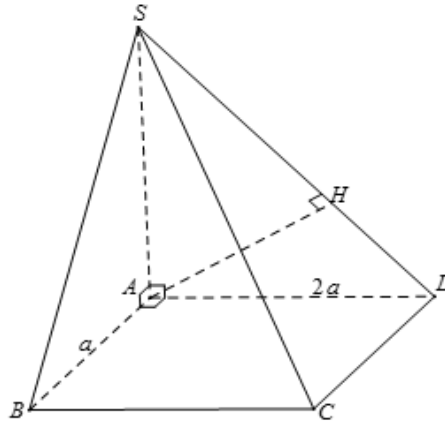
B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Kè $AH \perp SD$ (1).

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ (2).

Từ (1), (2) ta có $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$.

Trong $\triangle SAD$ ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow SA = \frac{AH \cdot AD}{\sqrt{AD^2 - AH^2}} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 2a}{\sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}}} = \frac{2a\sqrt{15}}{15}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{15} \cdot a \cdot 2a = \frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ và cạnh $SC = 3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$.

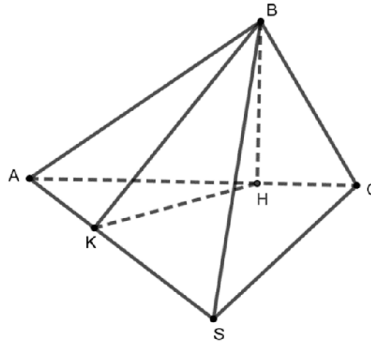
B. $\frac{8}{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$. Kẻ BH vuông góc với AC tại H .

Ta có: $AC = 3, BH = \sqrt{2}, HC = 1$.

$$\tan \alpha = \tan \widehat{BKH} = \frac{BH}{KH} \Rightarrow KH = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin \widehat{SAC} = \frac{KH}{HA} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos \widehat{SAC} = \frac{1}{3}$$

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 - 2AS.AC.\cos \widehat{SAC} \Rightarrow SA = 2$$

$$S_{SAC} = \frac{1}{2}SA.AC.\sin \widehat{SAC} = \frac{1}{2}.2.3.\frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{8}{3}$$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

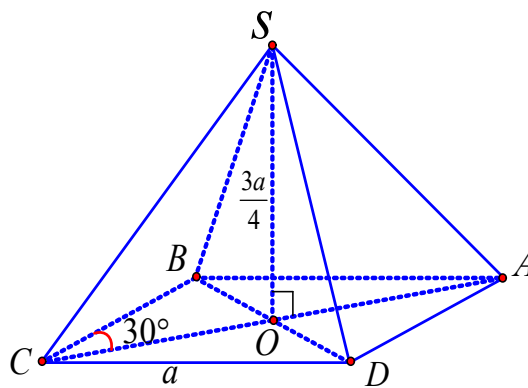
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$ nên $\widehat{BCD} = 60^\circ$; ΔBCD đều suy ra $BD = a, CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AC = 2CO = a\sqrt{3}$.

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$ với $SO = \frac{3a}{4}$ suy ra

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$.

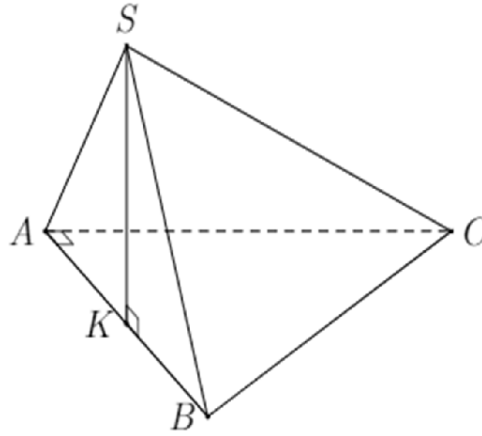
B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi K là trung điểm của đoạn AB . Vì ΔSAB là tam giác đều nên $SK \perp AB$.
 $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB .

$$SK \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SK \cdot S_{\Delta ABC}.$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } AB = a, BC = a\sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta SAB \text{ là tam giác đều} \Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SK \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AD , cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

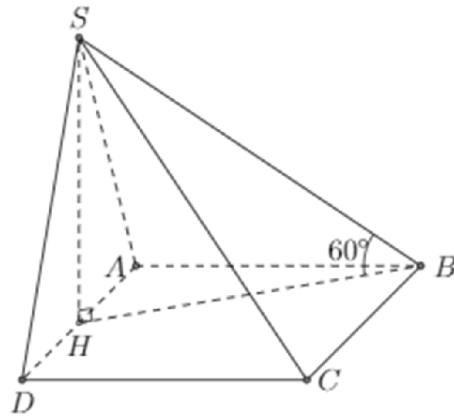
B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow BH$ là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \widehat{SBH} = (\widehat{SB, (ABCD)}) = 60^\circ.$$

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } A \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\Delta SBH \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = a$. Biết góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$.

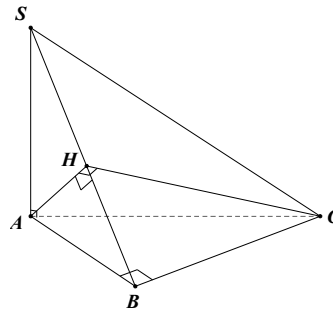
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Từ A kẻ $AH \perp SB$ tại B .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$$

Từ đó suy ra $(AC, (SBC)) = (AC, HC) = \widehat{ACH} = 30^\circ$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

$$\text{Xét } \Delta AHC \text{ vuông tại } H : AH = AC \cdot \sin \widehat{ACH} = a\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SA = a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{6}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $4a^3$.

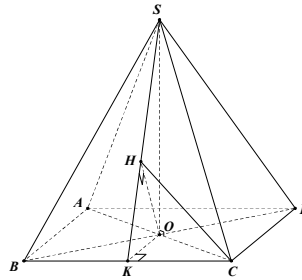
B. $\frac{4}{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm của $BC \Rightarrow OK \perp BC$. Từ O kẻ $OH \perp SK$ tại H .

Ta có $\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOK) \Rightarrow BC \perp OH$.

Lại có $\begin{cases} OH \perp SK \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SBC)$.

Suy ra $(AC, (SBC)) = (OC, (SBC)) = (OC, HC) = \widehat{OCH} = 30^\circ$.

Ta có $OC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

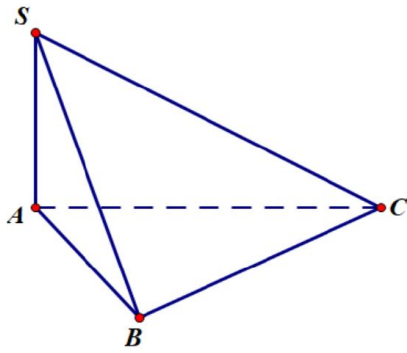
Xét $\triangle OHC$ vuông tại H : $OH = OC \cdot \sin \widehat{OCH} = a\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SOK$ vuông tại O : $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} \Rightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SO = a$.

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{ABCD} = AB^2 = (2a)^2 = 4a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$, góc giữa SA mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $a^3\sqrt{3}$.

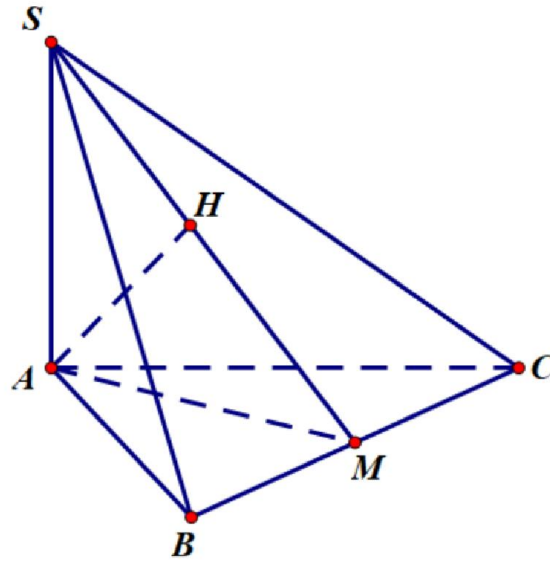
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. a^3 .

Chọn D

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC
 Do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$

$$\left. \begin{array}{l} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM)$$

Kẻ $AH \perp SM$

Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ SM \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$$\Rightarrow \widehat{(SA, (SBC))} = \widehat{(SA, SH)} = \widehat{ASH} = 45^\circ$$

Suy ra $\triangle ASM$ vuông cân tại A

Ta c $SA = AM = a\sqrt{3}$

Suy ra $AB = BC = AC = 2a$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = a^3$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

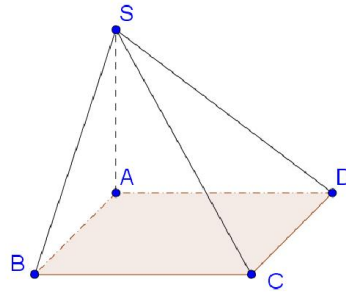
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn D

Lời giải

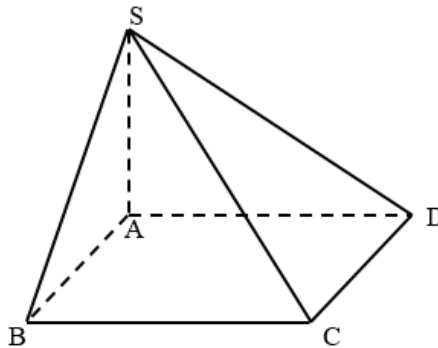


Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Từ đó $(\widehat{SC, (SAB)}) = (\widehat{SC, SB}) = \widehat{BSC} = 30^\circ$

Trong tam giác SCB , ta có $\tan 30^\circ = \frac{a}{SB} \Leftrightarrow SB = a\sqrt{3}$; $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối chóp là $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

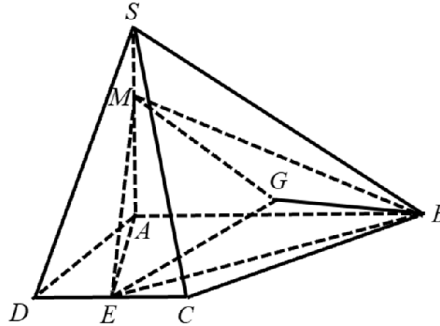
Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$, do $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Ta có SB là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (SAB) , do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{CSB} = 30^\circ$. Trong tam giác SBC , ta có $SB = BC \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$.

Trong tam giác SAB , ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3}2a\sqrt{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

- Câu 1.** (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Biết $AB = 4a, AD = CD = 2a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}$ và E là trung điểm cạnh CD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối đa diện $MGABE$.



- A. $\frac{27a^3}{8}$. B. $\frac{10a^3}{3}$. C. $\frac{13a^3}{4}$. D. $\frac{25a^3}{9}$.
- Câu 2.** (Sở Lào Cai - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. E là điểm trên cạnh AD sao cho BE vuông góc với AC tại H và $AB > AE$, cạnh SH vuông góc với mặt phẳng đáy, góc $\widehat{BSH} = 45^\circ$. Biết $AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $BE = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{15}$. B. $\frac{16a^3}{3\sqrt{5}}$. C. $\frac{32a^3}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 3.** (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AB, B'C', DD'$. Gọi thể tích khối tứ diện $CMNP$ là V' , khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng
- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{1}{64}$. D. $\frac{3}{64}$.
- Câu 4.** (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\frac{SM}{AM} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{BN} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với cạnh SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K . Gọi V, V' lần lượt là thể tích các khối đa diện $SCMNKL, SABC$. Tỉ số $\frac{V}{V'}$ bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 5.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'B', BC, B'C'$ và P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B, CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là
- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{5}{54}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{2}{27}$.
- Câu 6.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = CB = 2, AC = 1$. Một mặt phẳng (P) cắt các đường thẳng AA', BB', CC' lần lượt tại

M, N, P sao cho tam giác MNP đều. Gọi φ là góc tạo bởi mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) , khi đó

- A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

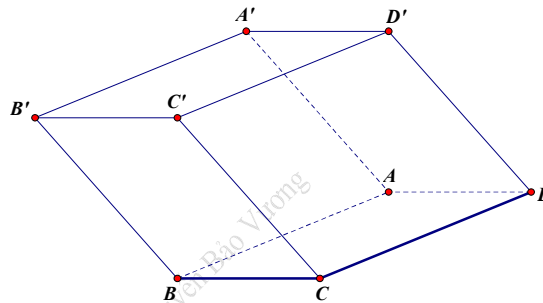
Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khi chóp đã cho thành 2 phần. Thể tích của phần chứa đỉnh S bằng

- A. $\frac{3\sqrt{14}a^3}{32}$. B. $\frac{5\sqrt{14}a^3}{72}$. C. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{96}$. D. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{72}$.

Câu 8. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 3a$, $BC = 4a$, $CA = 5a$, các mặt bên tạo với đáy góc 60° , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) thuộc miền trong của tam giác ABC . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $6a^3\sqrt{3}$. C. $12a^3\sqrt{3}$. D. $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 9. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình bình hành. Với $AC = BC = a$, $CD = a\sqrt{2}$, $AC' = a\sqrt{3}$, $\widehat{CA'B'} = \widehat{A'D'C} = 90^\circ$. Thể tích khối tứ diện $BCDA'$ là



- A. $\frac{a^3}{6}$. B. a^3 . C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\sqrt{6}a^3$.

Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh $\sqrt{6}$. Biết rằng các mặt bên của hình chóp có diện tích bằng nhau và một trong các cạnh bên bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABC$.

- A. 4. B. 3. C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 11. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của BC . Mặt phẳng (P) vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại D, E, F . Biết mặt phẳng $(ABBA')$ vuông góc với mặt phẳng $(ACC'A')$ và chu vi của tam giác DEF bằng 4, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $12(10 - 7\sqrt{2})$. B. $4(10 + 7\sqrt{2})$. C. $6(10 - 7\sqrt{2})$. D. $12(10 + 7\sqrt{2})$.

Câu 12. (Sở Yên Bái - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị nhỏ nhất bằng

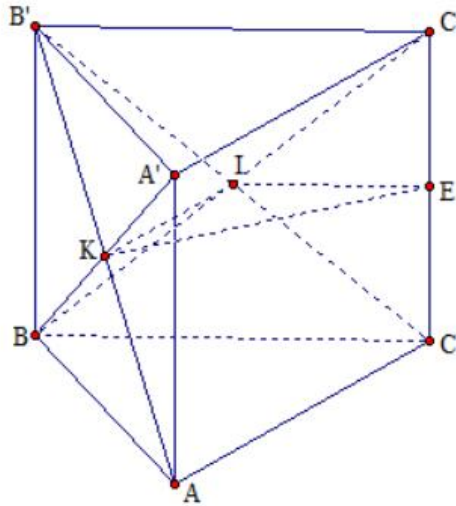
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

- Câu 13. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$, O là trung điểm của AB . Điểm M di động trên cạnh SB . Đặt $\frac{SM}{SB} = x$. Mặt phẳng qua A, M song song với OC , cắt SC tại N . Thể tích khối chóp $ABMN$ lớn nhất khi
- A. $x = \sqrt{3} - 1$. B. $x = 1$. C. $x = 3 - \sqrt{5}$. D. $x = -1 + \sqrt{2}$.
- Câu 14. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm C', G và song song với đường thẳng BD , chia khối hộp thành hai phần có thể tích V_1, V_2 ($V_1 < V_2$). Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{31}{77}$.
- Câu 15. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho khối chóp $S.ABC$. Có $AB = 2, AC = 3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Biết góc giữa mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\sqrt{57}$. B. $3\sqrt{57}$. C. $\frac{\sqrt{57}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{57}}{2}$.
- Câu 16. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng AC và DC' lần lượt bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$ và φ với $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $3a^3$. B. $9a^3$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.
- Câu 17. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác vuông cân tại C . $BA = 2a$ và góc tạo bởi (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tìm thể tích phần nhỏ.
- A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.
- Câu 18. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M, N là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $BN = \frac{1}{2}B'N$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại điểm P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $A'B'$ tại Q . Tính thể tích của khối đa diện $A'MPB'NQ$ bằng.
- A. $\frac{13}{18}$. B. $\frac{23}{9}$. C. $\frac{21}{9}$. D. $\frac{7}{18}$.
- Câu 19. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, O lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, AC và G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích khối tứ diện $GHMO$ bằng
- A. $\frac{3a^3}{64}$. B. $\frac{3a^3}{128}$. C. $\frac{a^3}{128}$. D. $\frac{a^3}{64}$.

Câu 20. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = a$, góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{2a}{\sqrt{21}}$. Tính thể tích khối $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{10}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{10}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 21. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I , K lần lượt là tâm của các mặt bên $BCC'B'$, $ABB'A'$ và E là trung điểm của CC' (tham khảo hình vẽ).



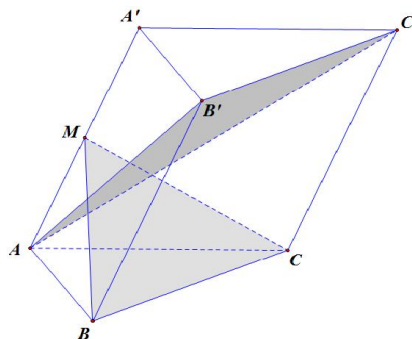
Biết hai mặt phẳng (ACB') , (ABC') tạo với nhau một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh A, B, C, K, E, I là

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{7a^3}{16}$. C. $\frac{5a^3}{8}$. D. $\frac{9a^3}{16}$.

Câu 22. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2 \cdot \frac{BC}{BM} + 3 \cdot \frac{BD}{BN} = 10$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$.

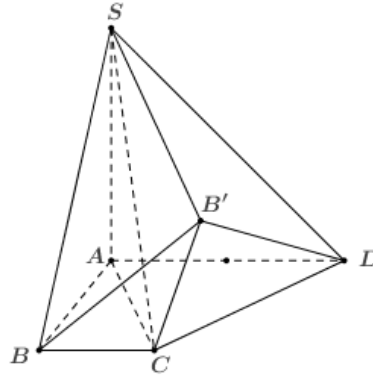
- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{6}{25}$. D. $\frac{5}{8}$.

Câu 23. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, $A'A = A'B = A'C = 2$, M là trung điểm của AA' . Tính thể tích phần chung của 2 khối đa diện $A'M.BCC'B'$ và $A.A'B'C'$.



- A. $\frac{17\sqrt{2}}{27}$. B. $\frac{17\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{17\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$.

Câu 24. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SCD) . Tính thể tích khối đa diện $SB'.ABCD$ bằng



- A. $\frac{5\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 25. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{6}}{4}$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCA) bằng $\frac{\sqrt{15}}{10}$, khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $\frac{1}{48}$.

Câu 26. (Sở Bình Phước - 2021) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Biết rằng BM vuông góc với AN . Thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{24}a^3$. B. $\frac{\sqrt{7}}{8}a^3$. C. $\frac{\sqrt{14}}{8}a^3$. D. $\frac{\sqrt{14}}{24}a^3$.

Câu 27. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, có thể tích bằng 24 cm^3 . Gọi E là trung điểm SC . Một mặt phẳng chứa AE cắt các cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$.

- A. 9 cm^3 . B. 8 cm^3 . C. 6 cm^3 . D. 7 cm^3 .

Câu 28. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2021) Tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và tam giác BCD là tam giác vuông tại D . Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 29. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3\sqrt{6}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $3a^3\sqrt{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

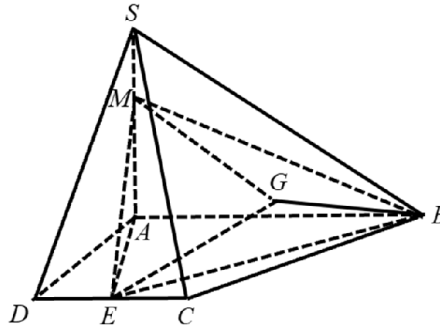
BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.B	5.B	6.C	7.D	8.A	9.A	10.B
11.A	12.C	13.D	14.D	15.C	16.B	17.A	18.B	19.D	20.B
21.D	22.C	23.A	24.D	25.D	26.D	27.B	28.D	29.C	

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

- Câu 1.** (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Biết $AB = 4a, AD = CD = 2a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}$ và E là trung điểm cạnh CD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối đa diện $MGABE$.



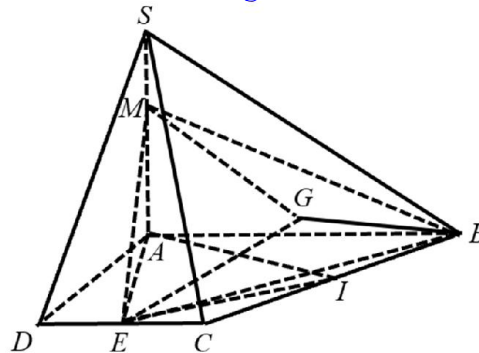
A. $\frac{27a^3}{8}$.

B. $\frac{10a^3}{3}$.

C. $\frac{13a^3}{4}$.

D. $\frac{25a^3}{9}$.

Lời giải



Chọn B

Ta có $V_{MGABE} = V_{GABE} + V_{GABM} + V_{GAEM}$.

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a = 4a^2 \Rightarrow V_{GABE} = \frac{1}{3} V_{SABE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} S_{ABE} \cdot SA = \frac{1}{9} \cdot 4a^2 \cdot 3a = \frac{4a^3}{3}.$$

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 2a = 4a^2 \Rightarrow V_{GABM} = \frac{1}{3} V_{CABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} S_{ABM} \cdot DA = \frac{1}{9} \cdot 4a^2 \cdot 2a = \frac{8a^3}{9}.$$

Gọi I là trung điểm của BC .

$$AE = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}; \quad EI = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{16a^2 + 4a^2}}{2} = a\sqrt{5}.$$

$$AI^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{8a^2 + 16a^2}{2} - \frac{8a^2}{4} = 10a^2 \Rightarrow AI = a\sqrt{10}.$$

Dựng $EH \perp AI \Rightarrow H$ là trung điểm của AI .

$$EH = \sqrt{5a^2 - \left(\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}; \quad S_{AEI} = \frac{1}{2} EH \cdot AI = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a\sqrt{10} = \frac{5}{2} a^2.$$

$$V_{GAEM} = \frac{2}{3} V_{IAEM} = \frac{2}{3} V_{MAEI} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} S_{AEI} \cdot MA = \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{2} a^2 \cdot 2a = \frac{10a^3}{9}.$$

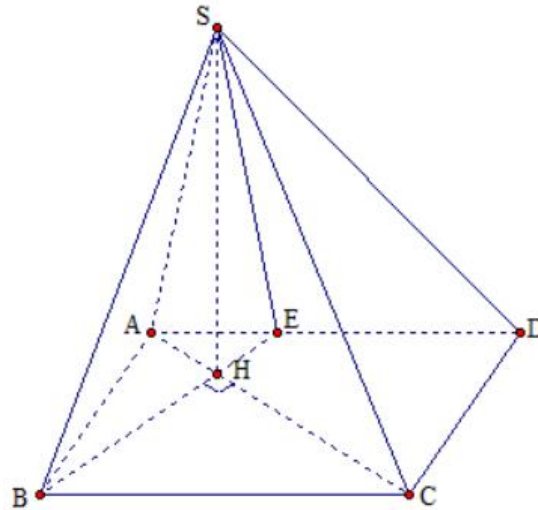
Vậy $V_{MGABE} = \frac{4a^3}{3} + \frac{8a^3}{9} + \frac{10a^3}{9} = \frac{10a^3}{3}$.

Câu 2. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. E là điểm trên cạnh AD sao cho BE vuông góc với AC tại H và $AB > AE$, cạnh SH vuông góc với mặt phẳng đáy, góc $\widehat{BSH} = 45^\circ$. Biết $AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $BE = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{15}$. B. $\frac{16a^3}{3\sqrt{5}}$. C. $\frac{32a^3}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $AE = x$, $AB = y$ ($y > x$).

Tam giác ABE vuông tại A , có đường cao AH . Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$+) \begin{cases} BE^2 = AE^2 + AB^2 \\ \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AB^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a^2 = x^2 + y^2 \\ \frac{5}{4a^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5a^2 \\ xy = 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3a \\ xy = 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y = 2a \end{cases}$$

$$+) BH = \frac{AB^2}{BE} = \frac{4a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}a}{5} \Rightarrow EH = BE - BH = a\sqrt{5} - \frac{4\sqrt{5}a}{5} = \frac{\sqrt{5}a}{5}$$

Tam giác SHB vuông cân tại H (có $\widehat{BSH} = 45^\circ$), suy ra: $SH = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$.

$$+) \frac{BC}{EA} = \frac{BH}{EH} = 4 \Rightarrow BC = 4a.$$

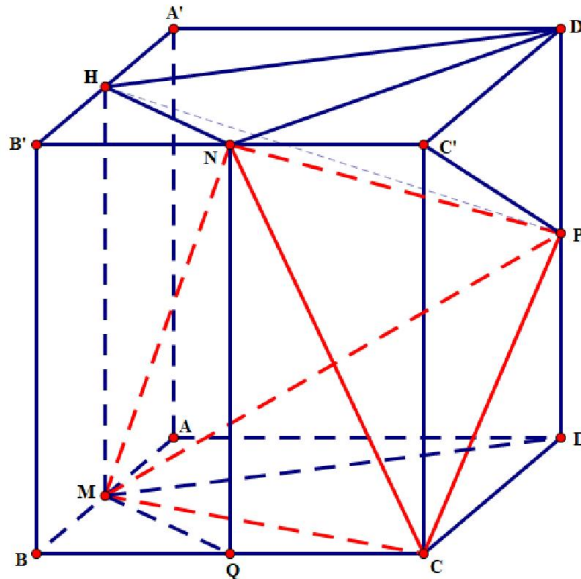
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot SH \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{4\sqrt{5}a}{5} \cdot 2a \cdot 4a = \frac{16\sqrt{5}a^3}{15}$$

Câu 3. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AB, B'C', DD'$. Gọi thể tích khối tứ diện $CMNP$ là V' , khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{1}{64}$. D. $\frac{3}{64}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V = V' + V_{B'HN.BMQ} + V_{A'HD'.AMD} + V_{N.MQC} + V_{P.NCC'} + V_{P.D'C'N} + V_{P.D'HN} + V_{P.HNM} + V_{P.MDC}$.

Gọi S là diện tích đáy và h là chiều cao khối hộp.

$$\text{Xét: } V_{B'HN.BMQ} = \frac{1}{8}Sh, V_{A'HD'.AMD} = \frac{1}{4}Sh, V_{N.MQC} = \frac{1}{24}Sh, V_{P.NCC'} = \frac{1}{12}Sh, V_{P.D'C'N} = \frac{1}{24}Sh,$$

$$V_{P.D'HN} = \frac{1}{16}Sh, V_{P.HNM} = V_{D'.HNM} = V_{M.HND'} = \frac{1}{8}Sh, V_{P.MDC} = \frac{1}{12}Sh.$$

$$\text{Suy ra: } V = V' + \frac{13}{16}V \Leftrightarrow V' = \frac{3}{16}V \Leftrightarrow \frac{V'}{V} = \frac{3}{16}.$$

Câu 4. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\frac{SM}{AM} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{BN} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với cạnh SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K . Gọi V, V' lần lượt là thể tích các khối đa diện $SCMNKL, SABC$. Tỉ số $\frac{V}{V'}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

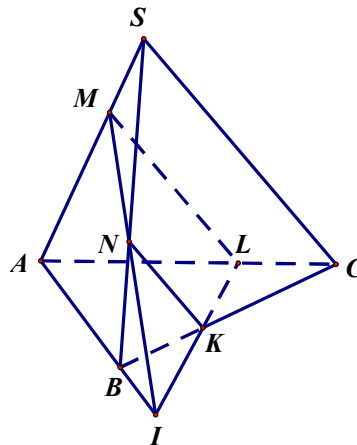
B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là giao điểm của AB, MN, KL .

$$\text{Do } ML \parallel SC \text{ và } NK \parallel SC \text{ nên ta có } \frac{AM}{AS} = \frac{AL}{AC} = \frac{2}{3} \text{ và } \frac{BN}{BS} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{3}.$$

Ta có $\frac{MA}{MS} \cdot \frac{NS}{NB} \cdot \frac{IB}{IA} = 1$ suy ra $\frac{IB}{IA} = \frac{1}{4}$.

Ta có $\frac{CL}{CA} \cdot \frac{BA}{BI} \cdot \frac{KI}{KL} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{KI}{KL} = 1 \Leftrightarrow KL = KI$ suy ra $\Rightarrow MN = NI$ hay $\frac{IN}{IM} = \frac{IK}{IL} = \frac{1}{2}$.

Xét hình chóp $IAML$ ta có $\frac{V_{I.BNK}}{V_{I.AML}} = \frac{IB \cdot IN \cdot IK}{IA \cdot IM \cdot IL} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$.

Mặt khác ta có $V_{IAML} = \frac{1}{3} d(I; (AML)) \cdot S_{\Delta AML} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} d(B; (AML)) \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} S_{\Delta SAC} = \frac{16}{27} V_{SABC}$.

Suy ra $\frac{V_{I.BNK}}{V_{SABC}} = \frac{1}{16} \cdot \frac{16}{27} = \frac{1}{27}$. Suy ra $V_{I.BNK} = \frac{1}{27} \cdot V' \Rightarrow V_{BNKAML} = \frac{16}{27} V' - \frac{1}{27} V' = \frac{5}{9} V'$.

Ta có $V_{SCMNKL} = V' - V_{BNKAML} = V' - \frac{5}{9} V' = \frac{4}{9} V'$.

Từ đó ta có $\frac{V}{V'} = \frac{4}{9}$.

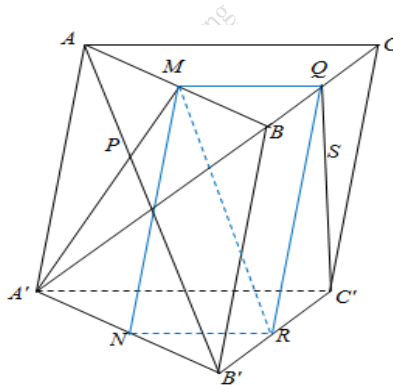
Câu 5. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'B', BC, B'C'$ và P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B, CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{5}{54}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{2}{27}$.

Lời giải

Chọn B

(*) Cách 1:



♦ Đặt: $V = V_{ABC.A'B'C'}$; $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} S_{AA'C'C} \cdot d(B', (AA'C'C)) = \frac{2}{3} V$

$V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNRQ} \cdot d(B', (MNRQ)) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{AA'C'C} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} d(B', (AA'C'C)) \right)$
 $= \left(\frac{1}{3} \cdot S_{AA'C'C} \cdot d(B', (AA'C'C)) \right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{6} V$

$V_{P.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot V_{A'.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} V = \frac{1}{18} V$

♦ $V_{A.BB'C'C} = \frac{1}{3} S_{BB'C'C} \cdot d(A, (BB'C'C)) = \frac{2}{3} V$

$S_{\Delta QRC'} = \frac{1}{2} S_{QRC'C} = \frac{1}{4} S_{BB'C'C}$; $S_{\Delta QRS} = \frac{1}{3} S_{QRC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{BB'C'C} = \frac{1}{12} S_{BB'C'C}$

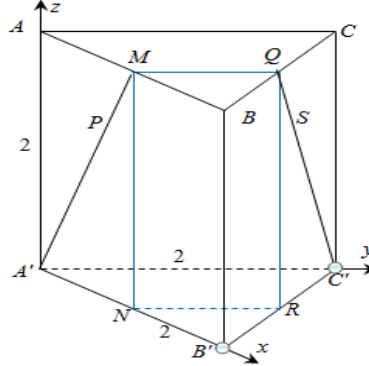
$V_{A.QRS} = \frac{1}{3} S_{\Delta QRS} \cdot d(A, (QRS)) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{12} S_{BB'C'C} \right) \cdot (d(A, (BB'C'C)))$
 $= \left(\frac{1}{3} \cdot S_{BB'C'C} \cdot d(A, (BB'C'C)) \right) \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{18} V$

$$V_{P.QRS} = \frac{PB'}{AB'} \cdot V_{A.QRS} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{18} V = \frac{1}{27} V$$

$$\diamond V_{MNRQPS} = V_{P.MNRQ} + V_{P.QRS} = \frac{1}{18} V + \frac{1}{27} V = \frac{5}{54} V$$

$$\text{Vậy: } \frac{V_{MNRQPS}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{5}{54}.$$

(*) Cách 2:



♦ Chuẩn hóa lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy $\triangle ABC$ vuông tại A và các cạnh

$$AB = AC = AA' = 2. \text{ Khi đó: } V_{ABC.A'B'C'} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\right) \cdot 2 = 4.$$

Đặt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $A' \equiv O$ và B', C', A lần lượt nằm trên chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz (như hình vẽ).

$$A'(0;0;0), B'(2;0;0), C'(0;2;0), A(0;0;2), B(2;0;2), C(0;2;2)$$

$$M(1;0;2), N(1;0;0), R(1;1;0), Q(1;1;2), P\left(\frac{2}{3};0;\frac{4}{3}\right), \overline{SC'} = -2\overline{SQ} \Rightarrow S = \left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$$

$$\overline{PM} = \left(\frac{1}{3};0;\frac{2}{3}\right), \overline{PR} = \left(\frac{1}{3};1;-\frac{4}{3}\right), \overline{PQ} = \left(\frac{1}{3};1;\frac{2}{3}\right), \overline{PS} = \left(0;\frac{4}{3};0\right)$$

$$V_{P.MQR} = \frac{1}{6} \cdot \left| [\overline{PM}; \overline{PQ}] \cdot \overline{PR} \right| = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}; V_{P.MQRN} = 2 \cdot V_{P.MQR} = \frac{2}{9}$$

$$V_{P.QRS} = \frac{1}{6} \cdot \left| [\overline{PR}; \overline{PQ}] \cdot \overline{PS} \right| = \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{9} = \frac{4}{27}$$

$$\diamond V_{MNRQPS} = V_{P.MQRN} + V_{P.QRS} = \frac{2}{9} + \frac{4}{27} = \frac{10}{27}$$

$$\text{Vậy: } \frac{V_{MNRQPS}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{10}{27}}{4} = \frac{5}{54}.$$

Câu 6. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = CB = 2, AC = 1$. Một mặt phẳng (P) cắt các đường thẳng AA', BB', CC' lần lượt tại M, N, P sao cho tam giác MNP đều. Gọi φ là góc tạo bởi mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) , khi đó

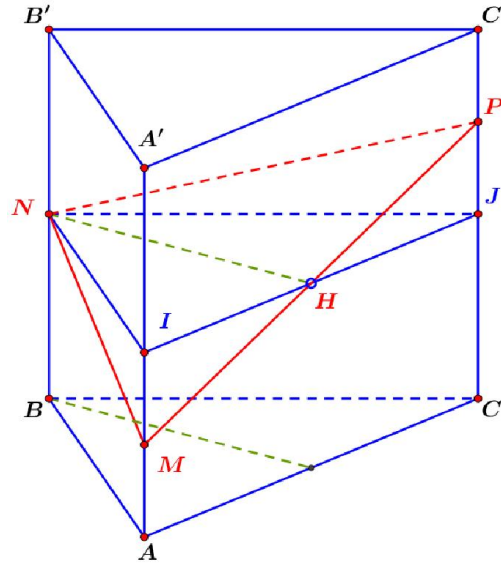
A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } AB = CB = 2, AC = 1 \Rightarrow \triangle ABC \text{ cân tại } B \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot d(B; (AC)) \cdot AC = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

Ta có: Mặt phẳng (P) cắt các đường thẳng AA', BB', CC' lần lượt tại M, N, P ; Gọi mặt phẳng (α) qua N song song với mặt đáy cắt AA', CC' lần lượt tại I, J ; Gọi H là giao điểm của IJ và MP thì H là trung điểm của IJ và MP .



Ta đặt: $MN = x > 0 \Rightarrow IM = \sqrt{x^2 - 4} = PJ, MH = \sqrt{IM^2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{x^2 - \frac{15}{4}}$.

Mà H là trung điểm IJ nên H cũng là trung điểm $MP \Rightarrow MP = 2MH = \sqrt{4x^2 - 15}$.

Do đề cho tam giác MNP đều nên ta có phương trình: $MP = MN \Leftrightarrow x = \sqrt{4x^2 - 15} \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$.

Suy ra $S_{\Delta MNP} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

Đến đây ta nhận thấy, do ΔABC là hình chiếu của ΔMNP lên mặt phẳng đáy nên suy ra:

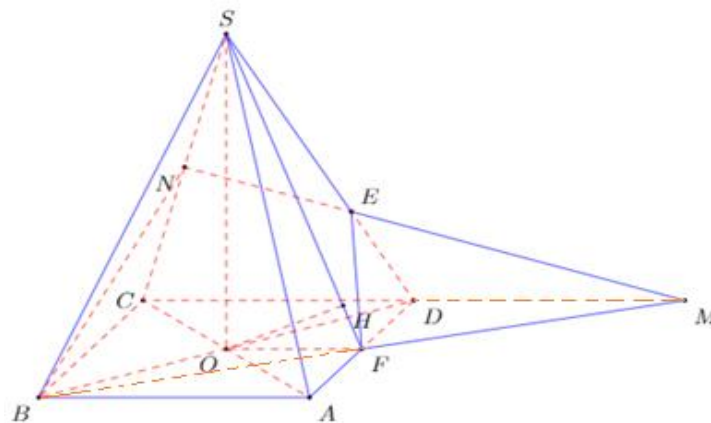
$\cos \varphi = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta MNP}} = \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{4}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021) Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khi chóp đã cho thành 2 phần. Thể tích của phần chứa đỉnh S bằng

- A. $\frac{3\sqrt{14}a^3}{32}$. B. $\frac{5\sqrt{14}a^3}{72}$. C. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{96}$. D. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{72}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử các điểm như hình vẽ. $F = (BMN) \cap AD$; Kẻ $OH \perp SF$;

Gọi $E = SD \cap MN \Rightarrow E$ là trọng tâm ΔSCM , $DF \parallel BC \Rightarrow F$ là trung điểm BM .

$$\text{Ta có: } SO = \sqrt{SD^2 - DO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

$$\Rightarrow SF = \sqrt{SO^2 + OF^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{14}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$\bullet d(M; (SBC)) = 4.d(O; (SAD)) = 4OH = 4 \frac{SO \cdot OF}{SF} = \frac{2a\sqrt{210}}{15}; S_{\Delta SAD} = \frac{1}{2} \cdot SF \cdot AD = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}.$$

$$\bullet \frac{V_{MEFD}}{V_{MNBC}} = \frac{ME}{MN} \cdot \frac{MF}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{MEFD} = \frac{1}{6} V_{MNBC}$$

$$\Rightarrow V_{BFDCNE} = \frac{5}{6} V_{MNBC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(M; (SBC)) \cdot \frac{1}{2} S_{\Delta SBC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4OH \cdot \frac{1}{2} S_{\Delta SAD} = \frac{5a^3\sqrt{14}}{72}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{14}}{6} \Rightarrow V_{SABFEN} = V_{S.ABCD} - V_{BFDCNE} = \frac{7a^3\sqrt{14}}{72}.$$

Câu 8. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 3a$, $BC = 4a$, $CA = 5a$, các mặt bên tạo với đáy góc 60° , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) thuộc miền trong của tam giác ABC . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $2a^3\sqrt{3}$.

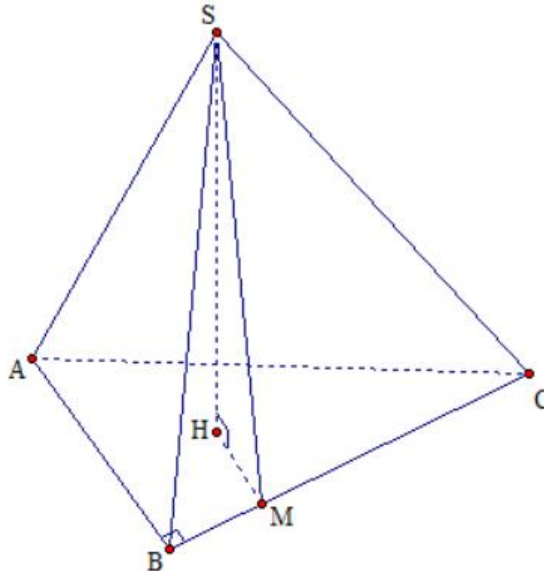
B. $6a^3\sqrt{3}$.

C. $12a^3\sqrt{3}$.

D. $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC^2 = 25a^2 = 9a^2 + 16a^2 = AB^2 + BC^2$, vậy tam giác ABC vuông tại B .

Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) . Vì các mặt bên tạo với đáy góc 60° suy ra:

$d(H; AC) = d(H; BC) = d(H; AB)$ và H thuộc miền trong của tam giác ABC nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với BC tại M , suy ra:

$$\begin{cases} BC \perp HM \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHM) \Rightarrow BC \perp SM.$$

$$\text{Suy ra: } \widehat{SMH} = ((SBC); (ABC)) = 60^\circ.$$

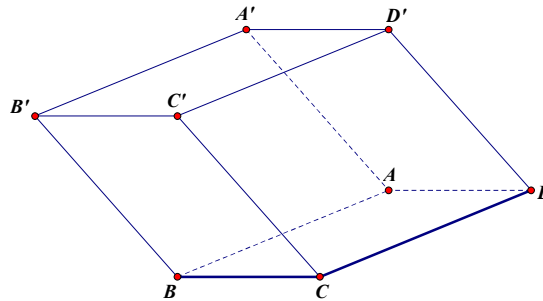
Đoạn HM là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC , suy ra:

$$HM = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{AB \cdot BC}{AB + BC + CA} = \frac{3a \cdot 4a}{3a + 4a + 5a} = \frac{12a^2}{12a} = a.$$

$$SH = HM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} AB \cdot BC \cdot SH = \frac{1}{6} \cdot 3a \cdot 4a \cdot a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}.$$

Câu 9. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình bình hành. Với $AC = BC = a$, $CD = a\sqrt{2}$, $AC' = a\sqrt{3}$, $\widehat{CA'B'} = \widehat{A'D'C} = 90^\circ$. Thể tích khối tứ diện $BCDA'$ là



A. $\frac{a^3}{6}$.

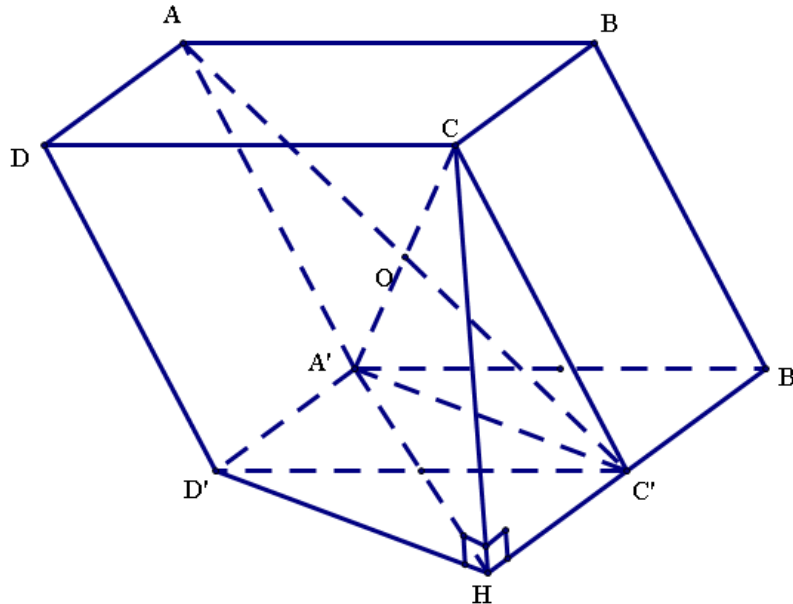
B. a^3 .

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\sqrt{6}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tam giác ABC vuông cân tại C

Gọi O là trung điểm của $AC' \Rightarrow OC' = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi H là chân đường cao hạ từ C' xuống mặt $(A'B'C'D')$.

Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp CH \\ A'D' \perp D'C \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp HD'$.

Lại có: $\begin{cases} A'B' \perp A'C \\ A'B' \perp CH \end{cases} \Rightarrow A'B' \perp A'H$.

Ta có: $A'H \perp A'B' \Rightarrow \widehat{HA'B'} = 90^\circ$; $\widehat{A'D'H} = 90^\circ$. Tam giác $A'D'H$ vuông cân tại D'

Giả sử $CH = x \Rightarrow CA' = \sqrt{x^2 + 2a^2}$

$CC'^2 = x^2 + a^2$

$$C'O = \frac{CC'^2 + C'A'^2 - CA'^2}{2} \Leftrightarrow \frac{3a^2}{4} = \frac{x^2 + a^2 + a^2}{2} - \frac{x^2 + 2a^2}{4} = \frac{x^2 + 2a^2}{4}$$

$$x^2 + 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a = CH$$

$$V_{BCDA'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D} = \frac{1}{6} \cdot CH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh $\sqrt{6}$. Biết rằng các mặt bên của hình chóp có diện tích bằng nhau và một trong các cạnh bên bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABC$.

A. 4.

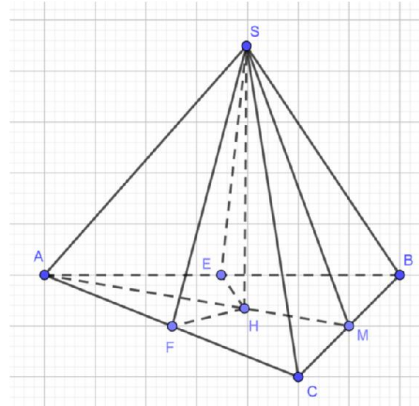
B. 3.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $mp(ABC)$. E, F, M lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB, AC, BC khi đó ta có $AB \perp SE, AC \perp SF, BC \perp SM$.

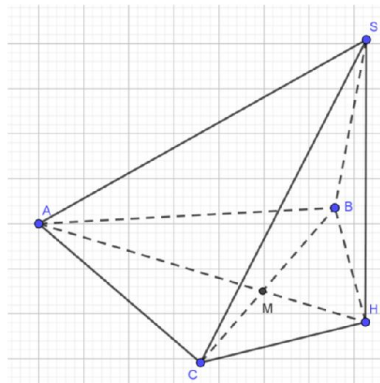
Vì $S_{\triangle SAB} = S_{\triangle SAC} = S_{\triangle SBC}$, $AB = AC = BC = \sqrt{6}$ suy ra $SE = SF = SM$

$\Rightarrow \triangle SHE = \triangle SHF = \triangle SHM \Rightarrow HE = HF = HM$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp hoặc H là tâm đường tròn bàng tiếp góc A hoặc B, hoặc C của $\triangle ABC$.

TH1: H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Do $\triangle ABC$ đều nên H cũng là trọng tâm $\triangle ABC$ và $S.ABC$ là hình chóp đều.

$$\text{Ta có } HA = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2}, SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}^2} = 4. S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{6}^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$$



TH2: H là tâm đường tròn bàng tiếp $\triangle ABC$. Giả sử H là tâm đường tròn bàng tiếp góc A.

$$\text{Ta có } \widehat{HBC} = 60^\circ, HM = BM \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AH = AM + HM = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2},$$

$$HB = \frac{BI}{\cos 60^\circ} = \sqrt{6}. \text{ Hình chóp } S.ABC \text{ có một cạnh bên bằng } 3\sqrt{2} \Rightarrow SB = SC = 3\sqrt{2} \text{ (Vi}$$

$$SA > AH = 3\sqrt{2}) \text{ suy ra } SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - \sqrt{6}^2} = 2\sqrt{3},$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} 2\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3.$$

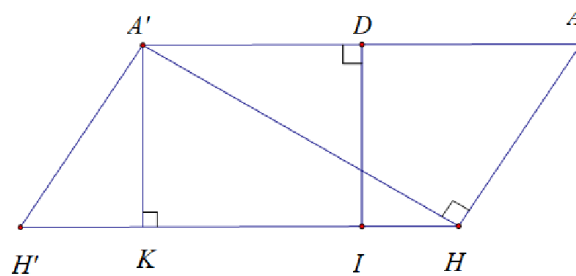
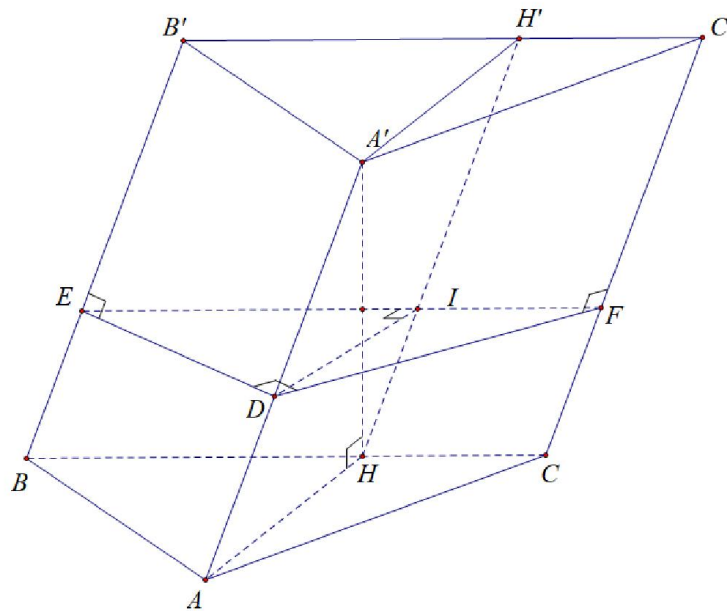
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất bằng 3.

Câu 11. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của BC . Mặt phẳng (P) vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại D, E, F . Biết mặt phẳng $(ABBA')$ vuông góc với mặt phẳng $(ACC'A')$ và chu vi của tam giác DEF bằng 4, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A.** $12(10 - 7\sqrt{2})$. **B.** $4(10 + 7\sqrt{2})$. **C.** $6(10 - 7\sqrt{2})$. **D.** $12(10 + 7\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H và H' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} BC \perp A'H \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp BB', BC \perp CC', \text{ suy ra } BB'C'C \text{ là hình chữ nhật.}$$

Vì $E \in BB'$, $F \in CC'$, và $EF \perp BB'$, $EF \perp CC'$ (do $EF \subset (P)$ vuông góc với các cạnh bên của lăng trụ), suy ra $EF \parallel BC$ và $EF = BC = a$ (giả sử cạnh đáy của lăng trụ là a).

Gọi I là trung điểm của $HH' \Rightarrow I$ cũng là trung điểm của EF .

Kẻ $ED \perp AA'$, $D \in AA'$, suy ra $DF \perp AA'$.

Do $(ABB'A') \perp (ACC'A')$ nên suy ra $ED \perp DF$. Hơn nữa dễ thấy $DE = DF$, nên $\triangle DEF$ vuông

cân tại D . Suy ra $2ED^2 = EF^2 = a^2 \Rightarrow ED = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chu vi $\triangle DEF$ bằng $DE + DF + EF = a\sqrt{2} + a = 4 \Rightarrow a = 4(\sqrt{2} - 1)$.

Xét hình bình hành $AA'H'H$, kẻ $A'K \perp HH'$. Ta thấy, $ID \perp AA' \Rightarrow ID \perp HH'$, suy ra

$A'K \parallel ID \Rightarrow A'K = ID = \frac{EF}{2} = \frac{a}{2}$ (do $\triangle DEF$ vuông cân tại D).

Khi đó, ta có diện tích hình bình hành $AA'H'H$ bằng: $A'K \cdot AA' = A'H \cdot AH$

$\Rightarrow \frac{a}{2} \cdot AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot A'H \Rightarrow AA' = \sqrt{3}A'H$.

Mà $AA'^2 = A'H^2 + AH^2 \Rightarrow 2A'H^2 = AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Với $a = 4(\sqrt{2} - 1)$ thì $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{4(\sqrt{2} - 1)}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{16(\sqrt{2} - 1)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12(10 - 7\sqrt{2})$.

Câu 12. (Sở Yên Bái - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

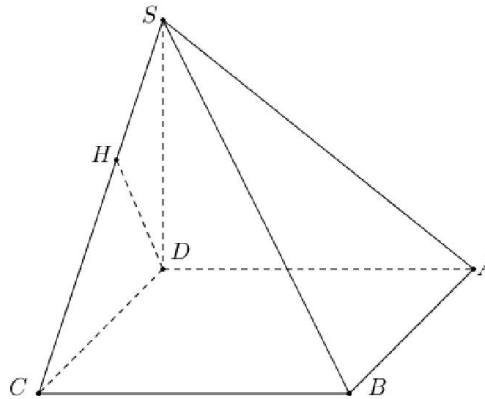
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng điểm D sao cho $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $AB \perp SA, AB \perp AD \Rightarrow AB \perp SD$

$BC \perp SC, BC \perp CD \Rightarrow BC \perp SD$

Suy ra $SD \perp (ABCD)$.

Vì $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC))$.

Kẻ $DH \perp SC \Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = DH = a\sqrt{2}$.

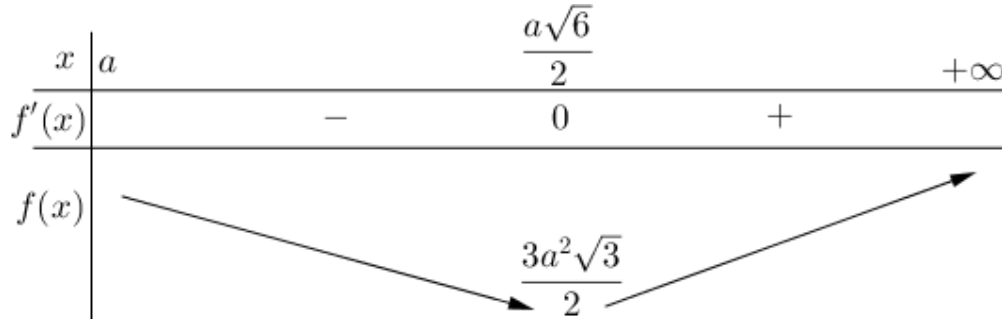
Đặt $AB = x$.

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SD^2} = \frac{1}{DH^2} - \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{2a^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 2a^2}{2a^2x^2} \Rightarrow SD = \frac{ax\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{ax\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \cdot \frac{1}{2} x^2 = \frac{a\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ với $x > a$.

$$f'(x) = \frac{2x^4 - 3x^2a^2}{(x^2 - a^2)\sqrt{(x^2 - a^2)}}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

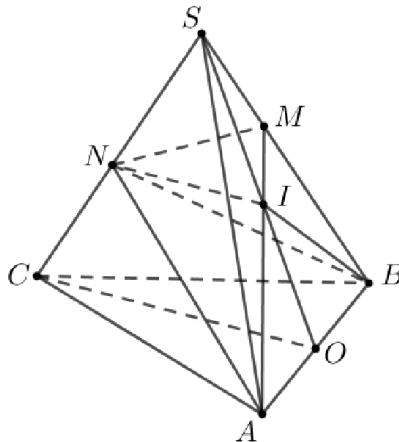


Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{a\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

- Câu 13.** (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$, O là trung điểm của AB . Điểm M di động trên cạnh SB . Đặt $\frac{SM}{SB} = x$. Mặt phẳng qua A, M song song với OC , cắt SC tại N . Thể tích khối chóp $ABMN$ lớn nhất khi
- A. $x = \sqrt{3} - 1$. B. $x = 1$. C. $x = 3 - \sqrt{5}$. D. $x = -1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Trong mặt phẳng (SAB) , gọi I là giao điểm của SO và AM .

Mặt phẳng qua A, M , song song với SO , cắt (SOC) theo giao tuyến là đường thẳng qua I , đường thẳng đó cắt SC tại N .

Áp dụng định lý Menelaus đối với tam giác SOB và bộ ba điểm thẳng hàng A, I, M ta có

$$\frac{SM}{MB} \cdot \frac{BA}{AO} \cdot \frac{OI}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{SI}{OI} = \frac{SM}{MB} \cdot \frac{BA}{AO} = \frac{2x}{1-x} \Rightarrow \frac{SN}{CN} = \frac{2x}{1-x} \Rightarrow \frac{NS}{CS} = \frac{2x}{x+1}.$$

Thể tích khối chóp

$$\begin{aligned} V_{ABMN} &= V_{N.ABM} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABM} \cdot d(N, (ABM)) = \frac{1}{3} \cdot (1-x) S_{SAB} \cdot \frac{2x}{x+1} d(C, (SAB)) = (1-x) \frac{2x}{x+1} V_{S.ABC} \\ &= \left[-2(x+1) - \frac{4}{x+1} + 6 \right] V_{S.ABC} \leq \left[-2\sqrt{2(x+1) \cdot \frac{4}{x+1}} + 6 \right] V_{S.ABC} = (6 - 4\sqrt{2}) V_{S.ABC} \end{aligned}$$

Do đó thể tích khối chóp $ABMN$ lớn nhất bằng $(6-4\sqrt{2})V_{S.ABC}$ khi

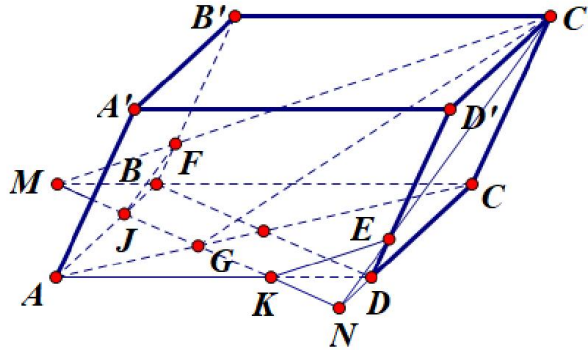
$$2(x+1) = \frac{4}{x+1} \Rightarrow x+1 = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} - 1.$$

Câu 14. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm C', G và song song với đường thẳng BD , chia khối hộp thành hai phần có thể tích V_1, V_2 ($V_1 < V_2$). Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

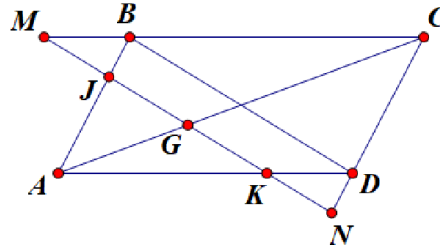
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{31}{77}$.

Lời giải

Chọn D



- ♦ Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$
- ♦ Dựng $\Delta = (P) \cap (ABCD)$, ta có $\Delta // BD$ (do $(P) // BD$). Gọi M, J, K, N lần lượt là giao điểm của Δ với BC, AB, AD, DC và F, E lần lượt là giao điểm của MC' với BB' và NC' với DD' .



- ♦ Ta có $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CD} = \frac{4}{3}$. Suy ra $S_{CMN} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot S_{CBD} = \frac{16}{9} S_{CBD}$.

Mặt khác $\frac{JB}{JA} = \frac{JM}{JK} = \frac{1}{2}$. Suy ra $S_{JBM} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot S_{JAK} = \frac{1}{4} S_{JAK}$.

Mà $\frac{AJ}{AB} = \frac{AK}{AD} = \frac{2}{3}$. Suy ra $S_{AJK} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot S_{ABD} = \frac{4}{9} S_{ABD}$. Suy ra $S_{JBM} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9} S_{ABD} = \frac{1}{9} S_{ABD}$.

- ♦ Tương tự $S_{NKD} = \frac{1}{9} S_{ABD}$.

- ♦ Ta lại có $\frac{d(C', (ABCD))}{d(F, (ABCD))} = \frac{MC'}{MF} = 4 \Rightarrow h = d(C', (ABCD)) = 4d(F, (ABCD))$.

- ♦ Tương tự $h = d(C', (ABCD)) = 4d(E, (ABCD))$

♦ Thể tích $V_1 = V_{C'.CMN} - V_{F.MBJ} - V_{E.KDN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{9} S_{BCD} \cdot h - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} S_{BCD} \cdot \frac{1}{4} h = \frac{31}{54} S_{BCD} \cdot h$
 $= \frac{31}{108} S_{ABCD} \cdot h = \frac{31}{108} V \Rightarrow V_2 = \frac{77}{108} V$.

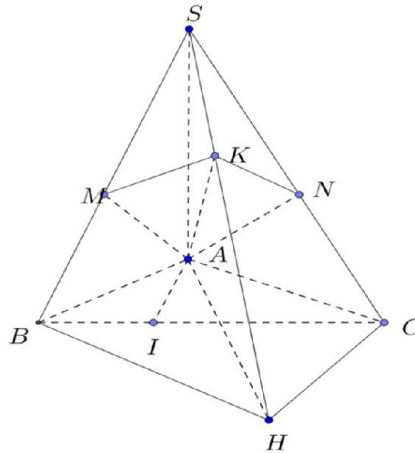
Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{31}{77}$.

Câu 15. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho khối chóp $S.ABC$. Có $AB=2, AC=3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Biết góc giữa mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\sqrt{57}$. B. $3\sqrt{57}$. C. $\frac{\sqrt{57}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{57}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (ABC) : Kẻ $HC \perp AC, HB \perp AB$.

$\Rightarrow HB \perp (SAB), HC \perp (SAC)$

$\Rightarrow AM \perp (SBH), AN \perp (SCH) \Rightarrow SH \perp (AMN)$

Mà $SA \perp (ABC), \widehat{ASH} < 90^\circ$

$\Rightarrow \left((AMN), (ABC) \right) = \left(\overline{SA}, \overline{SH} \right) = \widehat{ASH}$

$\Rightarrow \widehat{ASH} = 60^\circ; BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{19}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AI = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$

$AH = \frac{AB}{\sin \widehat{BCA}} = \frac{AB}{\frac{AI}{AC}} = \frac{AB \cdot AC}{AI} = \frac{2 \cdot 3}{\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{19}}} = \frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{3}}$

$SA = \frac{AH}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{19}}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{19}}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{57}}{3}$

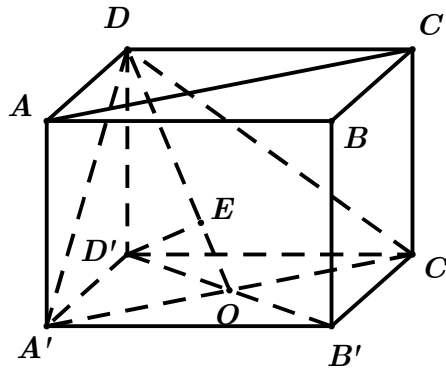
Câu 16. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng AC và DC' lần lượt bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$

và φ với $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $9a^3$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



♦ $d(AC, DC') = d(AC, (A'C'D)) = d(A, (A'C'D)) = d(D', (A'C'D)) = \frac{3a}{\sqrt{7}}$.

♦ $\varphi = \widehat{A'C'D}$ với $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

♦ Đặt $DD' = x, D'E = \frac{3a}{\sqrt{7}}$, ta có $\frac{1}{DD'^2} + \frac{1}{D'O^2} = \frac{1}{D'E^2} = \frac{7}{9a^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{D'O^2} = \frac{7}{9a^2}$

$\Rightarrow D'O = \frac{3ax}{\sqrt{7x^2 - 9a^2}} \Rightarrow DO = \sqrt{\frac{9a^2x^2}{7x^2 - 9a^2} + x^2} = \frac{x^2 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7x^2 - 9a^2}}$

và $\tan \varphi = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1} = \sqrt{7}$.

Khi đó $\tan \varphi = \frac{DO}{OC'} = \frac{x\sqrt{7}}{3a} = \sqrt{7} \Rightarrow x = 3a$.

Vì $AA' = 3a$ và $AB = \frac{3ax\sqrt{2}}{\sqrt{7x^2 - 9a^2}} = a\sqrt{3}$, nên $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = 9a^3$.

Câu 17. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác vuông cân tại C . $BA = 2a$ và góc tạo bởi (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tìm thể tích phần nhỏ.

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$.

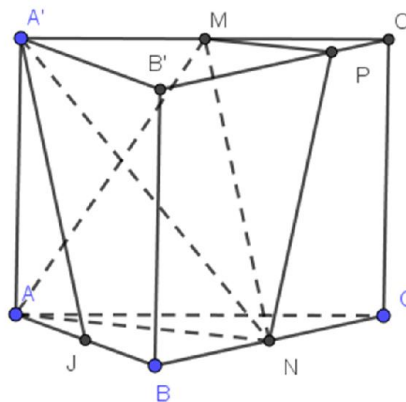
B. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $MP // A'B'$

Góc tạo bởi (ABC') và (ABC) là góc $\widehat{C'JC} = 60^\circ$ với J là trung điểm AB .

$CC' = CJ \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CJ \cdot AB = a^2$$

$$S_1 = S_{ACN} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{2} a^2$$

$$S_2 = S_{C'MP} = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{2} C'M \cdot C'P = \frac{1}{8} a^2$$

$$V = \frac{CC'}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$$

Câu 18. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M, N là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $BN = \frac{1}{2} B'N$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại điểm P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $A'B'$ tại Q . Tính thể tích của khối đa diện $A'MPB'NQ$ bằng.

A. $\frac{13}{18}$.

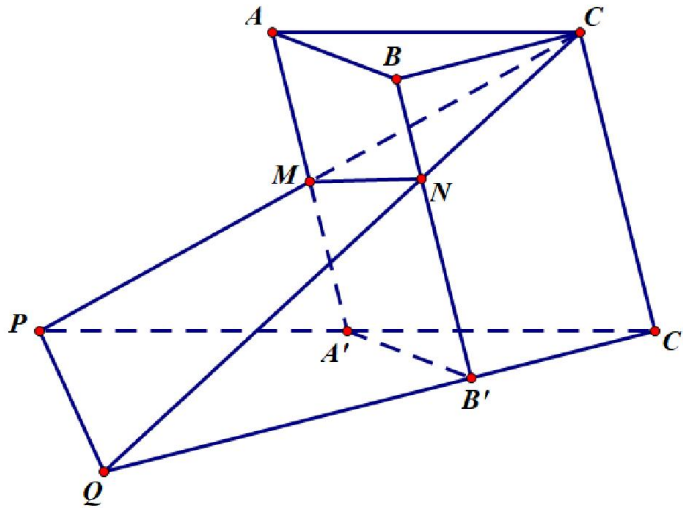
B. $\frac{23}{9}$.

C. $\frac{21}{9}$.

D. $\frac{7}{18}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $S = S_{\Delta A'B'C'}$ và $h = d(C, (A'B'C'))$ ta có $V_{ABC.A'B'C'} = hS = 2$.

Trong mặt phẳng $(AA'C'C)$ ta có $\begin{cases} A'M = \frac{1}{2} CC' \\ A'M \parallel CC' \end{cases}$ nên ta có A' là trung điểm của PC' .

Tương tự trong mặt phẳng $(BCC'B')$ ta có $C'B' = \frac{1}{3} C'Q$.

Từ đây ta có diện tích tam giác $C'PQ$ là $S_{\Delta C'PQ} = 6S$ do vậy thể tích khối tứ diện $CC'PQ$ là

$$V_{CC'PQ} = \frac{1}{3} h \cdot 6S = 2hS = 4.$$

Trong khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ ta có $\frac{V_{CABMN}}{V_{CAB.C'A'B'}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 0}{3} = \frac{5}{18}$ suy ra $V_{CABMN} = \frac{5}{18} V_{CAB.C'A'B'} = \frac{5}{9}$

do đó thể tích khối $A'B'C'MNC$ bằng $2 - \frac{5}{9} = \frac{13}{9}$.

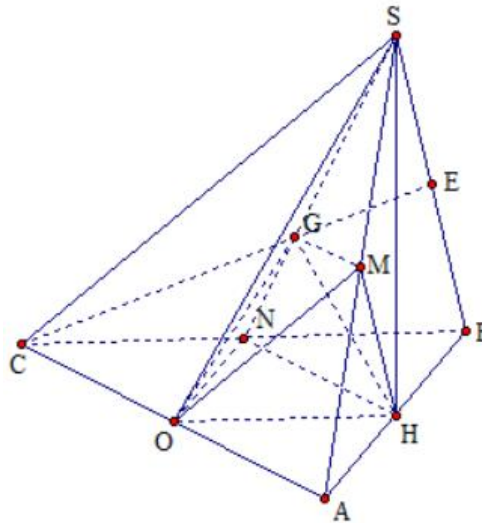
Do vậy thể tích của khối đa diện $A'MPB'NQ$ bằng $4 - \frac{13}{9} = \frac{23}{9}$.

Câu 19. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, O lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, AC và G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích khối tứ diện $GHMO$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{64}$. B. $\frac{3a^3}{128}$. C. $\frac{a^3}{128}$. D. $\frac{a^3}{64}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N, E lần lượt là trung điểm của CB và SB .

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{8}$.

$\Rightarrow S_{OAHN} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} \Rightarrow V_{S.OAHN} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{16}$, $V_{S.AHN} = V_{S.OAN} = \frac{1}{2} V_{S.AHNO} = \frac{a^3}{32}$.

$\Rightarrow \frac{V_{S.GMH}}{V_{S.NAH}} = \frac{SG}{SN} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SH}{SH} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.GMH} = \frac{1}{3} V_{S.NAH} = \frac{a^3}{96}$.

$\Rightarrow \frac{V_{S.GMO}}{V_{S.NAO}} = \frac{SG}{SN} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SO}{SO} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.GMO} = \frac{1}{3} V_{S.OAH} = \frac{a^3}{96}$.

$\Rightarrow V_{G.ONH} = \frac{1}{3} d(G; (ABC)) \cdot S_{\Delta ONH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{12} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{96}$.

$\Rightarrow V_{M.OAH} = \frac{1}{3} d(M; (ABC)) \cdot S_{\Delta OAH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} SH \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{8} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{64}$.

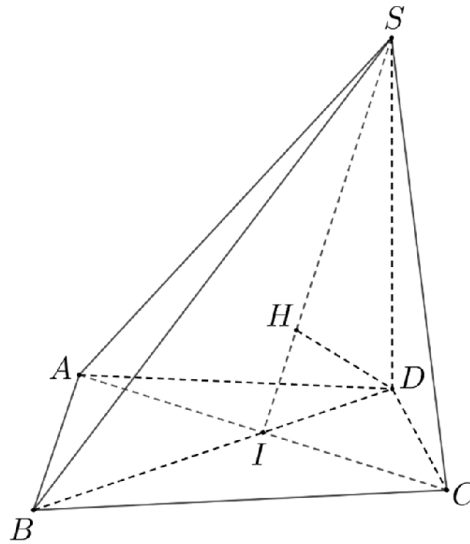
Vậy $V_{GHMO} = V_{S.HNO} - V_{S.GMH} - V_{S.GMO} - V_{G.HNO} - V_{G.HAO} = \frac{a^3}{16} - 3 \cdot \frac{a^3}{96} - \frac{a^3}{64} = \frac{a^3}{64}$.

Câu 20. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = a$, góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{2a}{\sqrt{21}}$. Tính thể tích khối $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{5}}{10}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{10}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{5}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp CD.$$

$$\text{Có } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp AD.$$

Gọi I là giao điểm của BD và AC (BD là đường phân giác của góc \widehat{ABC})

$$BD = \frac{BC}{\cos 60^\circ} = 2a; \quad BI = BC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên SI .

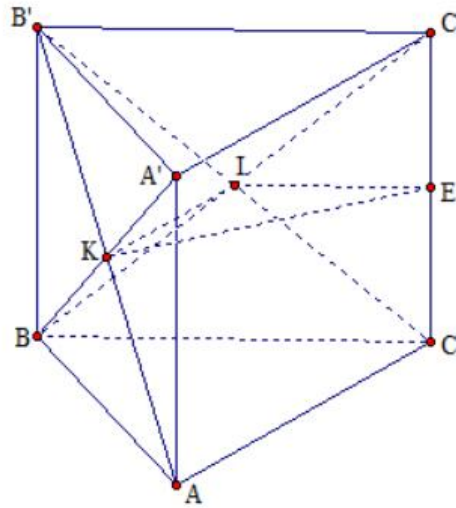
$$\begin{cases} (SAC) \perp (SBC) \\ (SAC) \cap (SBC) = SI \Rightarrow DH \perp (SAC) \text{ hay } DH = d(D; (SAC)) \\ DH \perp SI \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } d(D; (SAC)) = \frac{DI}{BI} \cdot d(B; (SAC)) = 3 \cdot \frac{2a}{\sqrt{21}} = \frac{6a}{\sqrt{21}} = DH.$$

$$\text{Suy ra: } SD = \frac{DI \cdot DH}{\sqrt{DI^2 - DH^2}} = \frac{\frac{3a}{2} \cdot \frac{6a}{\sqrt{21}}}{\sqrt{9a^2 - \frac{12a^2}{7}}} = \frac{6a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SD \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6a\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{15}}{10}.$$

Câu 21. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I , K lần lượt là tâm của các mặt bên $BCC'B'$, $ABB'A'$ và E là trung điểm của CC' (tham khảo hình vẽ).



Biết hai mặt phẳng (ACB') , (ABC') tạo với nhau một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh A, B, C, K, E, I là

A. $\frac{a^3}{2}$.

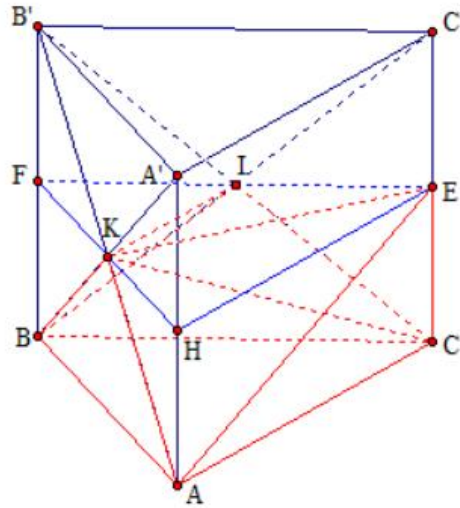
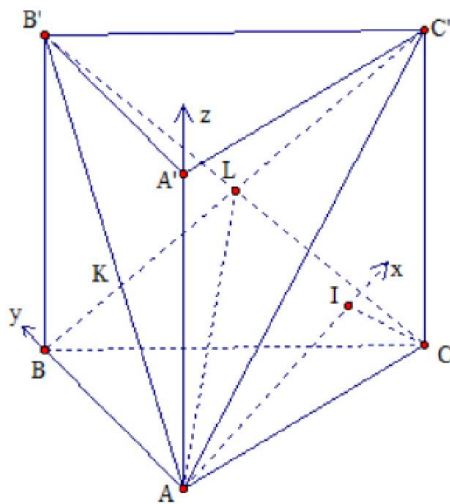
B. $\frac{7a^3}{16}$.

C. $\frac{5a^3}{8}$.

D. $\frac{9a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ tia Ax vuông góc với AB trên mặt phẳng (ABC) , chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi I là hình chiếu của C trên trục Ax , đặt $AA' = h$.

Ta có: $\widehat{IAC} = 30^\circ \Rightarrow IC = AC \sin 30^\circ = a$, $IA = AC \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$.

Khi đó, trên hệ trục tọa độ đã chọn ta có: $A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C(a\sqrt{3};-a;0)$, $B'(0;a;h)$, $C'(a\sqrt{3};-a;h)$.

$\Rightarrow \overline{AC} = (a\sqrt{3}; -a; 0)$, $\overline{AB'} = (0; a; h) \Rightarrow [\overline{AC}; \overline{AB'}] = (-ah; -ah\sqrt{3}; a^2\sqrt{3})$.

Mặt phẳng (ACB') có VTPT $\vec{n}_1 = (h; h\sqrt{3}; -a\sqrt{3})$.

$\Rightarrow \overline{AB} = (0; a; 0)$, $\overline{AC'} = (a\sqrt{3}; -a; h) \Rightarrow [\overline{AB}; \overline{AC'}] = (ah; 0; -a^2\sqrt{3})$.

Mặt phẳng (ABC') có VTPT $\vec{n}_2 = (h; 0; -a\sqrt{3})$.

$$\text{Suy ra: } \cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{|h^2 + 3a^2|}{\sqrt{4h^2 + 3a^2} \sqrt{h^2 + 3a^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{\sqrt{h^2 + 3a^2}}{\sqrt{4h^2 + 3a^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5} = \frac{h^2 + 3a^2}{4h^2 + 3a^2} \Leftrightarrow 8h^2 + 6a^2 = 5h^2 + 15a^2 \Leftrightarrow h = a\sqrt{3}.$$

Gọi V là thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh A, B, C, K, E, I . Hai điểm F, H lần lượt là trung điểm của BB' và AA' .

$$\text{Ta có: } \frac{V_{B.FKL}}{V_{B.B'A'C'}} = \frac{BF}{BB'} \cdot \frac{BK}{BA'} \cdot \frac{BL}{BC'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{B.FKL} = \frac{1}{8} V_{B.B'A'C'} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{24} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$V_{A.KHE} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{HKE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AA' \cdot \frac{1}{2} S_{HFE} = \frac{1}{12} \cdot AA' \cdot S_{HFE} = \frac{1}{12} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\text{Vậy } V = V_{ABC.HEF} - V_{A.HKE} - V_{B.FKI} = \frac{1}{2} V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{24} V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{12} V_{ABC.A'B'C'}$$

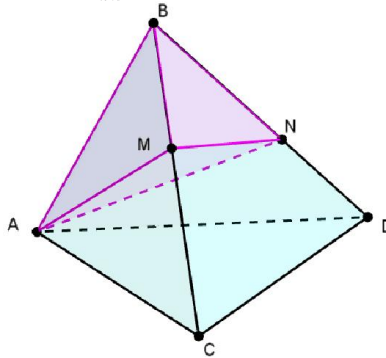
$$= \frac{3}{8} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{8} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{3}{8} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{9a^3}{16}$$

Câu 22. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2 \cdot \frac{BC}{BM} + 3 \cdot \frac{BD}{BN} = 10$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{6}{25}$ D. $\frac{5}{8}$

Lời giải

Chọn C
Cách 1



• Vì $M \in BC, N \in BD$ nên ta đặt $\frac{BD}{BN} = a (a > 1)$.

$$\text{Suy ra } 1 < \frac{BC}{BM} = \frac{10 - 3a}{2} = 5 - \frac{3}{2}a \Rightarrow 1 < a < \frac{8}{3}$$

$$\bullet \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{5 - \frac{3}{2}a} = \frac{1}{5a - \frac{3}{2}a^2}$$

$$\bullet \left(\frac{V_1}{V_2} \right)_{\min} \Leftrightarrow \left(5a - \frac{3}{2}a^2 \right)_{\max} \text{ . Tìm } \max_{\left(1; \frac{8}{3}\right)} \left(5a - \frac{3}{2}a^2 \right)$$

• Xét hàm số $f(a) = 5a - \frac{3}{2}a^2, a \in \left(1; \frac{8}{3}\right); f'(a) = 5 - 3a; f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$.

a	$-\infty$	1	$\frac{5}{3}$	$\frac{8}{3}$	$+\infty$
$f'(a)$		+	0	-	
$f(a)$			$\frac{25}{6}$		

• Suy ra $\max_{\left(1; \frac{8}{3}\right)} f(a) = \frac{25}{6}$.

• Vậy $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{\min} = \frac{6}{25}$.

Cách 2

• $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{BMN}}{S_{BCD}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BM \cdot BN \cdot \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} \cdot BC \cdot BD \cdot \sin \hat{B}} = \frac{BM \cdot BN}{BC \cdot BD}$.

• $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{\min} \Leftrightarrow \left(\frac{BM \cdot BN}{BC \cdot BD}\right)_{\min} \Leftrightarrow \left(\frac{BC \cdot BD}{BM \cdot BN}\right)_{\max}$.

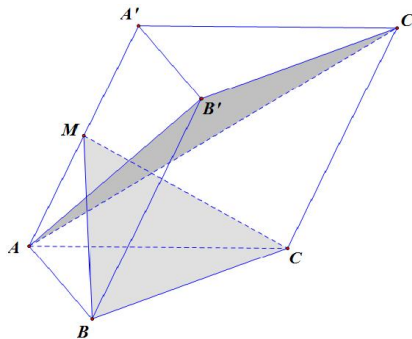
• Theo giả thiết; $10 = \frac{2 \cdot BC}{BM} + \frac{3 \cdot BD}{BN} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot BC}{BM} \cdot \frac{3 \cdot BD}{BN}} = 2 \cdot \sqrt{6 \cdot \frac{BC}{BM} \cdot \frac{BD}{BN}}$.

$\Rightarrow 5 \geq \sqrt{6 \cdot \frac{BC \cdot BD}{BM \cdot BN}} \Leftrightarrow \frac{BC \cdot BD}{BM \cdot BN} \leq \frac{25}{6}$.

• Do đó $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{\min} = \frac{6}{25}$.

• Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 \cdot BC}{BM} = \frac{3 \cdot BD}{BN} \\ 2 \cdot \frac{BC}{BM} + 3 \cdot \frac{BD}{BN} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BM = \frac{2}{5} \cdot BC \\ BN = \frac{3}{5} \cdot BD \end{cases}$.

Câu 23. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, $A'A = A'B = A'C = 2$, M là trung điểm của AA' . Tính thể tích phần chung của 2 khối đa diện $A'M.BCC'B'$ và $A.A'B'C'$.



A. $\frac{17\sqrt{2}}{27}$.

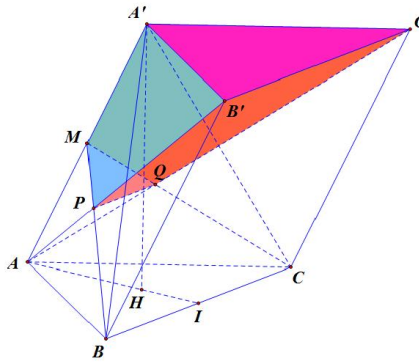
B. $\frac{17\sqrt{3}}{18}$.

C. $\frac{17\sqrt{3}}{27}$.

D. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



♦ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) . Vì $A'A = A'B = A'C$ nên H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cũng là trọng tâm tam giác ABC . Gọi I là trung điểm BC .

♦ Ta có:

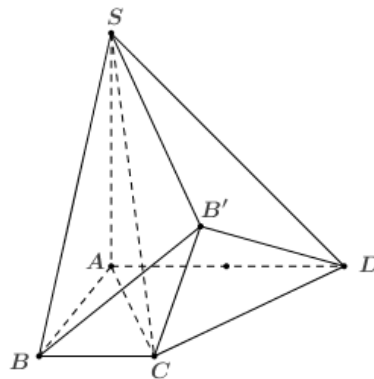
$$AI = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \frac{2}{3} AI = \frac{2\sqrt{3}}{3}; A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4 - \frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{6}}{3};$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{2}; V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

♦ Gọi $P = AB' \cap BM$; $Q = AC' \cap CM$. Khi đó phần chung của 2 khối đa diện $A'M.BCC'B'$ và $A.A'B'C'$ là khối đa diện $MPQ.A'B'C'$.

♦ Ta có: $\frac{V_{A.MPQ}}{V_{A.A'B'C'}} = \frac{AM}{AA'} \cdot \frac{AP}{AB'} \cdot \frac{AQ}{AC'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18} \Rightarrow V_{MPQ.A'B'C'} = \frac{17}{18} V_{A.A'B'C'} = \frac{17}{18} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{17\sqrt{2}}{27}$.

Câu 24. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SCD) . Tính thể tích khối đa diện $SB'.ABCD$ bằng



A. $\frac{5\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $\sqrt{2}a^3$.

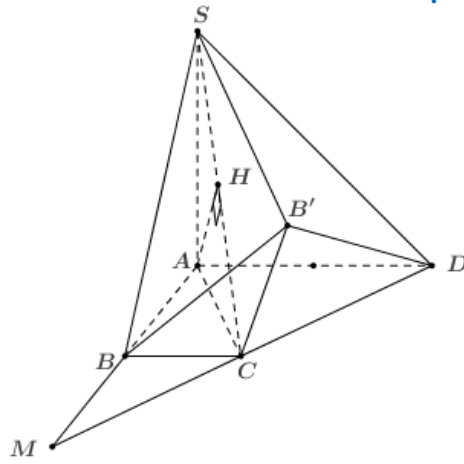
D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V_{SB'.ABCD} = V_{S.ABCD} + V_{B'.SCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} + \frac{1}{3} S_{SCD} \cdot d(B', (SCD))$

$= \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} + \frac{1}{3} S_{SCD} \cdot d(B, (SCD))$ (vì B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SCD))



$$+ V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} . a\sqrt{2} . \frac{(a+2a)a}{2} = \frac{a^3}{\sqrt{2}}$$

+ Gọi M là giao điểm của AB và CD, dễ dàng chứng minh được B là trung điểm của MA
 $\Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{1}{2} d(A, (SCD)) = \frac{1}{2} AH$

Lại có tam giác SAC vuông cân tại A (vì SA = AC = a\sqrt{2})

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{1}{2} d(A, (SCD)) = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{4} SC = \frac{1}{4} . 2a = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow V_{B'.SCD} = \frac{1}{3} . S_{SCD} . d(B', (SCD)) = \frac{1}{3} . \frac{1}{2} . SC . CD . \frac{a}{2} = \frac{1}{6} . 2a . a\sqrt{2} . \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3}{3\sqrt{2}}$$

$$V_{SB'.ABCD} = V_{S.ABCD} + V_{B'.SCD} = \frac{a^3}{\sqrt{2}} + \frac{a^3}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$$

Câu 25. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{6}}{4}$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCA) bằng $\frac{\sqrt{15}}{10}$, khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{24}$.

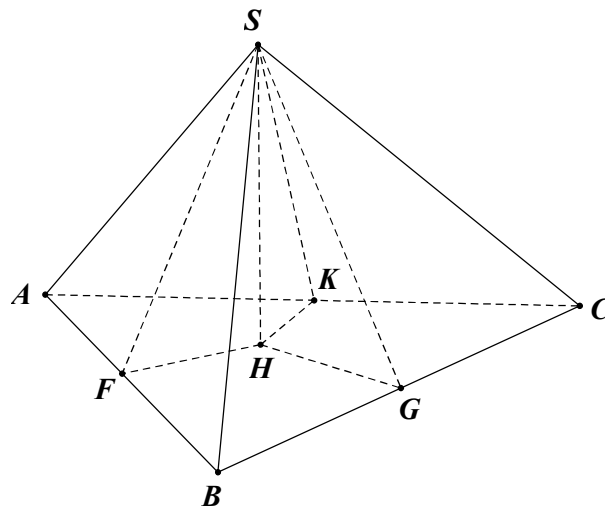
B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{1}{48}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) . F, G, K lần lượt là hình chiếu của H trên AB, BC, CA .

Đặt $V = V_{S.ABC}; h = SH$

Ta có $3V = h.S_{\Delta ABC} = d(A, (SBC)).S_{\Delta SBC} = d(B, (SAC)).S_{\Delta SAC} = d(C, (SAB)).S_{\Delta SAB}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} h = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot SF = \frac{\sqrt{15}}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot SG = \frac{\sqrt{30}}{20} \cdot \frac{1}{2} \cdot SK$$

$$\Rightarrow SF = h\sqrt{2}; SG = h\sqrt{5}; SK = h\sqrt{10} \Rightarrow HF = h; HG = 2h; HK = 3h.$$

Mặt khác $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta HAB} + S_{\Delta HBC} + S_{\Delta HCA} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}HF + \frac{1}{2}HG + \frac{1}{2}HK \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

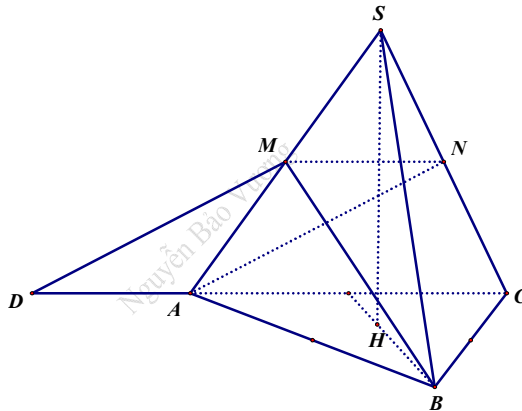
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{48}$.

Câu 26. (Sở Bình Phước - 2021) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Biết rằng BM vuông góc với AN . Thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{24}a^3$. B. $\frac{\sqrt{7}}{8}a^3$. C. $\frac{\sqrt{14}}{8}a^3$. D. $\frac{\sqrt{14}}{24}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D sao cho $MNAD$ là hình bình hành. BM vuông góc với AN nên tam giác DMB vuông

cân tại M . Suy ra: $BM = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$.

Gọi cạnh $SA = x, x > 0$. BM là đường trung tuyến tam giác SAB nên ta có:

$$BM^2 = \frac{2(BA^2 + BS^2) - SA^2}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{a\sqrt{14}}{4}\right)^2 = \frac{2(a^2 + x^2) - x^2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

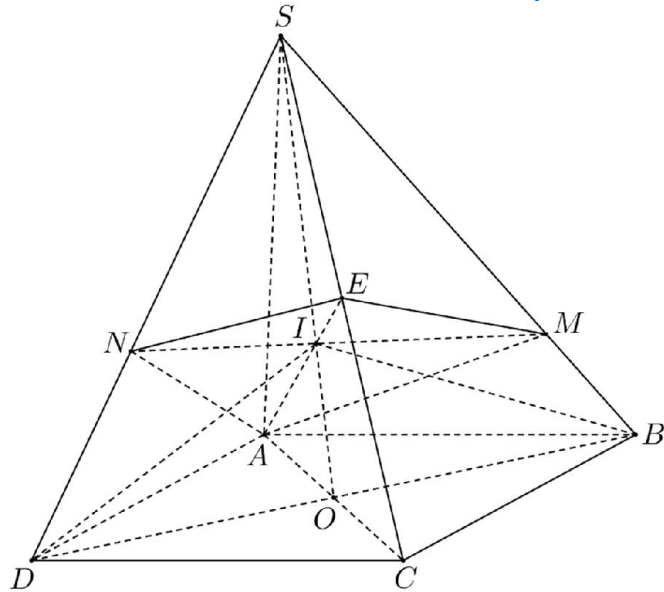
$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{42}}{6}. \text{ Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{42}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{14}}{24}.$$

Câu 27. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, có thể tích bằng 24 cm^3 . Gọi E là trung điểm SC . Một mặt phẳng chứa AE cắt các cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$.

- A. 9 cm^3 . B. 8 cm^3 . C. 6 cm^3 . D. 7 cm^3 .

Lời giải

Chọn B



Mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành $\Rightarrow \Delta ADC$ và ΔABC có cùng diện tích
 $\Rightarrow V_{S.ADC} = V_{S.ABC}$ (hai khối chóp có cùng chiều cao và có diện tích mặt đáy bằng nhau).

Mà $V_{S.ABCD} = V_{S.ADC} + V_{S.ABC} = 24 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_{S.ADC} = V_{S.ABC} = \frac{V_{S.ABCD}}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ; I là giao điểm của SO và $AE \Rightarrow I$ là trọng tâm của ΔSAC và I thuộc MN . Gọi $\frac{SM}{SB} = a$ và $\frac{SN}{SD} = b$ ($a > 0$; $b > 0$).

Ta có: $\frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SE}{SC} = 1 \cdot b \cdot \frac{1}{2} = \frac{b}{2}$ và $\frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} = 1 \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow \frac{V_{S.ANE}}{12} = \frac{b}{2}$ và $\frac{V_{S.AME}}{12} = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ANE} = 6b \text{ (cm}^3\text{)} \text{ và } V_{S.AME} = 6a \text{ (cm}^3\text{)}$.

Do đó: $V_{S.AMEN} = V_{S.AME} + V_{S.ANE} = 6a + 6b = 6(a + b) \text{ (cm}^3\text{)}$.

Mặt khác: ΔISM và ΔISB có chung chiều cao kẻ từ I và có đáy $\frac{SM}{SB} = a \Rightarrow a = \frac{S_{ISM}}{S_{ISB}}$.

Mà I là trọng tâm của $\Delta SAC \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{ISB}}{S_{SOB}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{ISM}}{S_{SOB}} = \frac{2a}{3}$.

Chúng minh tương tự ta có: $\frac{S_{ISN}}{S_{SOD}} = \frac{2b}{3}$.

O là trung điểm của $DB \Rightarrow S_{SOB} = S_{SOD} = \frac{S_{SDB}}{2}$ hay $S_{SDB} = 2S_{SOB} = 2S_{SOD}$

$\Rightarrow \frac{2a}{3} + \frac{2b}{3} = \frac{S_{ISM}}{S_{SOB}} + \frac{S_{ISN}}{S_{SOD}} = \frac{2S_{ISM}}{2S_{SOB}} + \frac{2S_{ISN}}{2S_{SOD}} = \frac{2(S_{ISM} + S_{ISN})}{S_{SDB}} = \frac{2S_{SNM}}{S_{SDB}}$

$\Rightarrow a + b = \frac{3S_{SNM}}{S_{SDB}} = \frac{3SN \cdot SM \cdot \sin \widehat{MSN}}{SD \cdot SB \cdot \sin \widehat{BSD}} = 3 \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SB} = 3ab$.

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có: $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} \Rightarrow a+b = 3ab \leq \frac{3(a+b)^2}{4}$

$\Rightarrow 3(a+b) \geq 4$ (do $a+b > 0$) $\Rightarrow a+b \geq \frac{4}{3} \Rightarrow 6(a+b) \geq 8$ hay $V_{S.AMEN} \geq 8 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow MN$ đi qua I và $MN \parallel BD$.

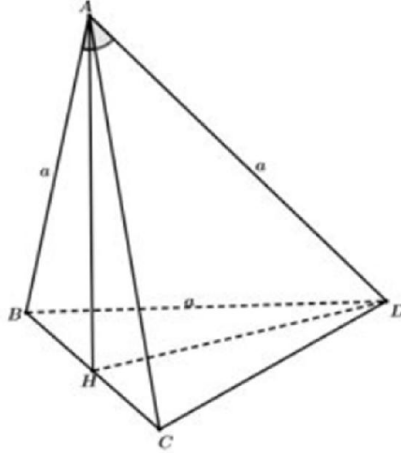
Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$ là 8 cm^3 .

Câu 28. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2021) Tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và tam giác BCD là tam giác vuông tại D . Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A lên (BCD) .

Dễ thấy, $\triangle AHB = \triangle AHC = \triangle AHD \Rightarrow HB = HC = HD$.

Do đó, H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD \Rightarrow H$ là trung điểm của BC .

Xét tam giác ABC , có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = 3a^2$.

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{3} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H , có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$.

Xét $\triangle ABD$, có $AB = AD = a$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow BD = a$.

Xét $\triangle BDC$ vuông tại D , có $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \text{ (đvdt)}.$$

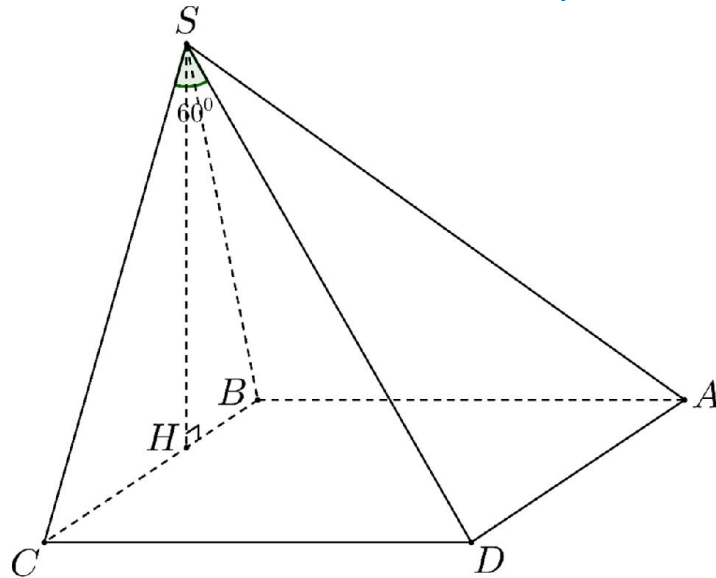
Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{\triangle BDC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ (đvtt).

Câu 29. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3\sqrt{6}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $3a^3\sqrt{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $SH \perp BH, H \in BC$.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \perp (ABCD) \\ (SBC) \cap (ABCD) = BC \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp BC \end{cases}$

Mà $\begin{cases} CD \perp BC \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SBC)$ và $SD \cap (SBC) = \{S\}$.

Suy ra SC là hình chiếu của SD lên (SBC) .

Khi đó $\widehat{(SD, (SBC))} = \widehat{(SD, SC)} = \widehat{CSD} = 60^\circ$.

Tam giác SCD vuông tại C có $SC = \frac{CD}{\tan 60^\circ} = \frac{3a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SBC vuông tại S có $SB = \sqrt{BC^2 - SC^2} = a\sqrt{6}$.

Mà $SH = \frac{SB \cdot SC}{BC} = \frac{a\sqrt{6} \cdot a\sqrt{3}}{3a} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot (3a)^2 = 3a^3\sqrt{2}$ (đvtt).