|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HẢI DƯƠNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2023 - 2024**  **MÔN THI: TOÁN**  **Ngày thi: 05/4/2024**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề*  *(Đề thi có 01 trang)* |

**Câu I. (2,0 điểm)**

**1)** Cho hàm số . Tìm tất cả giá trị của tham số  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng .

**2)** Trong mặt phẳng toạ độ  cho parabol , đường thẳng . Tìm tất cả các giá trị của tham số  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho .

**Câu II. (2,0 điểm)**

**1)** Giải phương trình .

**2)** Giải hệ phương trình: .

**Câu III. (2,0 điểm)**

**1)** Một xưởng cơ khí có hai công nhân là An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm  và . Mỗi sản phẩm loại  bán lãi  nghìn đồng, mỗi sản phẩm loại  bán lãi  nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại  thì An phải làm việc trong  giờ, Bình phải làm việc trong  giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại  thì An phải làm việc trong  giờ, Bình phải làm việc trong  giờ. Một người không thể tham gia làm hai loại sản phẩm tại cùng một thời điểm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá  giờ và Bình không thể làm việc quá  giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng đó.

**2)** Cho tập hợp . Gọi  là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số và chia hết cho 6 được lập từ các chữ số thuộc tập . Tính số phần tử của tập .

**Câu IV. (3,0 điểm)**

**1)** Cho tam giác  đều cạnh . Lấy các điểm  lần lượt nằm trên ba cạnh  sao cho . Tính  theo  để  vuông góc với .

**2)** Trong mặt phẳng tọa độ , cho hình thang  vuông tại  và , . Gọi  là hình chiếu của  trên  và  là trung điểm ,  là trực tâm tam giác . Biết điểm  có hoành độ bằng , phương trình đường thẳng  và  lần lượt là  và . Tìm tọa độ điểm .

**3)** Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn tâm  bán kính bằng 1. Gọi  lần lượt là chân đường cao kẻ từ các đỉnh . Gọi diện tích các tam giác  và  lần lượt là  và . Biết  là trọng tâm tam giác  và . Tính độ dài đoạn .

**Câu V. (1,0 điểm)**

Cho 3 số thực  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức



- - - - - - - - - - - - HẾT - - - - - - - - - - - -

*(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)*

|  |  |
| --- | --- |
| *Họ và tên thí sinh: ....................................................*  *Cán bộ coi thi số 1:....................................................* | *Số báo danh: ................................. Phòng thi: .........*  *Cán bộ coi thi số 2:....................................................* |

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HẢI DƯƠNG**  **DỰ THẢO** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2023 – 2024**  **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu I.1(1,0 điểm)** | **1)** Cho hàm số  ( là tham số). Tìm tất cả giá trị của  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng . |  |
| Với . Hàm số đồng biến trên  .  Do đó  thỏa mãn. | **0,25** |
| Với . Hàm số đồng biến trên khoảng  khi và chỉ khi | **0,25** |
|  | **0,25** |
| Vậy | **0,25** |
| **Câu I.2(1,0 điểm)** | **2)** Trong mặt phẳng  cho Parabol , đường thẳng . Tìm tất cả các giá trị của tham số  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho . |  |
| Ta có: Hoành độ giao điểm của  và  là nghiệm của phương trình: . | **0,25** |
| cắt  tại hai điểm phân biệt  Phương trình  có  nghiệm phân biệt | **0,25** |
| Khi đó gọi  tương ứng là hoành độ các điểm . Theo hệ thức Vi ét ta có: | **0,25** |
| Vậy | **0,25** |
| **Câu II.1(1,0 điểm)** | **1)** Giải phương trình |  |
| Ta có | **0,25** |
| TH1: | **0,25** |
| TH2:  PT | **0,25** |
| PT  Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm | **0,25** |
| **Câu II.2(1,0 điểm)** | **2)** Giải hệ phương trình: . |  |
| PT | **0,25** |
| TH1: Nếu  thoả mãn  Suy ra  là nghiệm của hệ. | **0,25** |
| TH2: . Chia hai vế của  cho  ta có:    Đặt . Phương trình trở thành: . | **0,25** |
| Thay . Thay vào  ta có:    Kết hợp  ta được .  Vậy hệ có 2 nghiệm | **0,25** |
| **Câu III.1(1,0 điểm)** | **1)** Một xưởng cơ khí có hai công nhân là An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm  và . Mỗi sản phẩm loại  bán lãi  nghìn đồng, mỗi sản phẩm loại  bán lãi  nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại  thì An phải làm việc trong  giờ, Bình phải làm việc trong  giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại  thì An phải làm việc trong  giờ, Bình phải làm việc trong  giờ. Một người không thể tham gia làm hai loại sản phẩm tại cùng một thời điểm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá  giờ và Bình không thể làm việc quá  giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng đó. |  |
| Gọi  lần lượt là số sản phẩm loại  và loại  được sản xuất ra trong một tháng.  Điều kiện .  Ta có hệ bất phương trình sau: | **0,25** |
| Miền nghiệm của hệ trên là | **0,25** |
| Tiền lãi trong một tháng của xưởng là  (triệu đồng) | **0,25** |
| Ta thấy  đạt giá trị lớn nhất chỉ tại một trong các điểm , .  Tại  thì  triệu đồng.  Tại  thì  triệu đồng.  Tại  thì  triệu đồng.  Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là  triệu đồng đạt được khi một tháng xưởng đó sản xuất  sản phẩm loại I và  sản phẩm loại II (số sản phẩm là số nguyên thoả mãn). | **0,25** |
| **Cách 2** | Gọi  lần lượt là số sản phẩm loại  và loại  được sản xuất ra trong một tháng. Điều kiện .  Ta có hệ bất phương trình sau: | **0,25** |
| Tiền lãi trong một tháng của xưởng là  (triệu đồng) | **0,25** |
| Ta có | **0,25** |
| Vậy  Hay giá trị lớn nhất của  bằng  triệu.  Dấu bằng xảy ra khi  Tức là trong một tháng xưởng đó sản xuất  sản phẩm loại I và  sản phẩm loại II. | **0,25** |
| **Câu III.2(1,0 điểm)** | **2)** Cho tập hợp . Gọi  là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số và chia hết cho 6 được lập từ các chữ số thuộc tập . Tính số phần tử của tập . |  |
| Gọi số cần tìm là  Vì  và | **0,25** |
| +) Chọn  có  cách.  +) Chọn  có 6 cách. | **0,25** |
| Đặt  Nếu  chia 3 dư 1 thì , nếu  chia 3 dư 2 thì , nếu  chia hết cho 3 thì . | **0,25** |
| +) Với mỗi cách chọn  luôn có 2 cách chọn  Vậy có  số thoả mãn. | **0,25** |
| **Câu IV.1(1,0 điểm)** | **1)** Cho tam giác  đều cạnh . Lấy các điểm  lần lượt nằm trên ba cạnh ,  sao cho . Tính  theo  để  vuông góc với . |  |
| C:\Users\ADMIN\Desktop\Capture.PNG  Ta có | **0,25** |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
| . | **0,25** |
| **Câu IV.2(1,0 điểm)** | **2)** Trong mặt phẳng tọa độ , cho hình thang  vuông tại  và , . Gọi  là hình chiếu của  trên  và  là trung điểm ,  là trực tâm tam giác . Biết điểm  có hoành độ bằng , phương trình đường thẳng  và  lần lượt là  và . Tìm tọa độ điểm . |  |
|  |  |  |
|  | Do  là trực tâm là đường trung bình trong tam giác .  Mà Tứ giác  là hình bình hành  Mà . | **0,25** |
| Ta có . Khi đó đường thẳng  qua  và vuông góc  có phương trình là .  Ta có . | **0,25** |
| Đường thẳng  qua  và vuông góc  có phương trình là .  Ta có . | **0,25** |
| là đường trung bình trong tam giác  nên  là trung điểm của  Suy ra . | **0,25** |
| **Câu IV.3(1,0 điểm)** | **3)** Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn tâm  bán kính bằng 1. Gọi  lần lượt là chân đường cao kẻ từ các đỉnh . Gọi diện tích các tam giác  và  lần lượt là  và  . Biết  là trọng tâm tam giác  và . Tính độ dài đoạn . |  |
| C:\Users\ADMIN\Desktop\Â.PNG |  |
|  | **0,25** |
| Ta có | **0,25** |
| (Do ) | **0,25** |
| Ta có: | **0,25** |
| **Câu V(1,0 điểm)** | Cho 3 số thực  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức |  |
| Ta có: (do )  Suy ra (do )  Tương tự    Dấu bằng trong các bất đẳng thức trên xảy ra khi và chỉ khi . | **0,25** |
| Ta chứng minh | **0,25** |
| Trước hết ta chứng minh BĐT sau:  Với  ta có:  Thật vậy:  luôn đúng.  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  Từ đó áp dụng  ta có  Dấu bằng xảy ra khi: .  Áp dụng ta có:      Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi . | **0,25** |
| Ta chứng minh  (luôn đúng)  Vậy giá trị lớn nhất của  bằng  khi . | **0,25** |

***Thí sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.***